

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Pavelcová Jméno: Veronika Osobní číslo: 438476
Zadávací katedra: K132 - Katedra mechaniky
Studijní program: Stavební inženýrství
Studijní obor: Konstrukce a dopravní stavby

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce: Vliv materiálového útlumu a okrajových podmínek na odezvu podzemních konstrukcí zatížených zemětřesením

Název diplomové práce anglicky: Influence of material damping and boundary conditions on the response of underground structures subjected to earthquake

Pokyny pro vypracování:

1. Studium odborné literatury
2. Vytvoření výpočtového modelu tunelové konstrukce
3. Určení parametrů Rayleighova útlumu
4. Vytvoření záznamů zemětřesení dle Eurokódu 8 vhodných pro výpočet
5. Aproximace smykového napětí na svislých hranicích
6. Posouzení vlivu tlumení na výsledky plně dynamického výpočtu pro pevné a absorpční okrajové podmínky

Seznam doporučené literatury:

1. O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor. The Finite Element Method, Volume I: The Basis. 5th edition. Buteerworth-Heinmann, 2000. ISBN 0 7506 5049 4.
2. Z. Bittnar a P. Řeřicha. Metoda konečných prvků v dynamice konstrukcí. SNTL, 1981.

Jméno vedoucího diplomové práce: Prof. Michal Šejnoha

Datum zadání diplomové práce: 30. 9. 2019 Termín odevzdání diplomové práce: 6. 1. 2020
Údaj uveďte v souladu s datem v časovém plánu příslušného ak. roku

Podpis vedoucího práce

Podpis vedoucího katedry

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v diplomové práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta(ky)



ČESKÉ
VYSOKÉ
UČENÍ
TECHNICKÉ
V PRAZE

Fakulta stavební
Katedra mechaniky

Diplomová práce

**Vliv materiálového útlumu a okrajových
podmínek na odezvu podzemních
konstrukcí zatížených zemětřesením**

Bc. Veronika Pavelcová

Leden 2020

Vedoucí práce: Prof. Ing. Michal Šejnoha, Ph.D., DSc.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou diplomovou práci vypracovala samostatně, a že jsem uvedla veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že České vysoké učení technické v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze 16. prosinec 2019

Poděkování

Děkuji Prof. Ing. Michalu Šejnohovi, Ph.D., DSc., vedoucímu mé diplomové práce, za odborné vedení, trpělivost a čas, které mi během celého studia věnoval. Dále bych chtěla poděkovat Ing. Tomáši Jandovi, Ph.D. za ochotu pomoci vždy, když jsem se na něj obrátila s prosbou o radu.

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá vlivem materiálového útlumu a okrajových podmínek na odezvu podzemních konstrukcí zatížených zemětřesením. Cílem první části práce je představení způsobu, jakým je vhodné zohlednit materiálový útlum při výpočtu. Výpočty modelu reálné konstrukce jsou provedeny v programu GEO5 MKP za použití metody konečných prvků. Zvláštní pozornost je věnována studiu vlivu délky hrany prvku sítě konečných prvků na výsledky výpočtu. Výsledky dynamického výpočtu jsou prezentovány v závěru této části. Druhá část práce se zabývá metodami vyhlazování a jejich schopností přiblížit se přesnému řešení úlohy. Obě tyto části by měly vést k optimalizaci návrhu podzemních konstrukcí na seismické účinky.

Název práce: Vliv materiálového útlumu a okrajových podmínek na odezvu podzemních konstrukcí zatížených zemětřesením

Klíčová slova: materiálový útlum, podzemní konstrukce, zemětřesení, dynamický výpočet, metoda konečných prvků, *superconvergent patch recovery*, metody vyhlazování

Abstract

This master thesis deals with the influence of material damping and boundary conditions on the response of underground structures subjected to earthquake. The goal of the first part of the thesis is to introduce an appropriate method of taking material damping into account during dynamic analysis. The calculation of real structure model is performed using the GEO5 FEM software based on the Finite Element Method. Special attention is paid to the element length of the finite element mesh of the numerical model and its influence on the results of calculation. The results of the dynamic analysis are presented at the end of this part of the thesis. Second part of the thesis deals with the smoothing procedures and their ability to determine the exact solution. Both of these parts should provide improved design of underground structures subjected to earthquake.

Title: Influence of material damping and boundary conditions on the response of underground structures subjected to earthquake

Keywords: material damping, underground structure, earthquake, dynamic analysis, Finite Element Method, Superconvergent Patch Recovery, smoothing procedures

Obsah

Úvod	1
1 Základní pojmy dynamické úlohy	3
1.1 Zemětřesení z hlediska geotechniky	3
1.1.1 Seismické vlny	4
1.2 Princip řešení dynamických úloh metodou konečných prvků . . .	7
1.2.1 Numerický model	7
1.2.2 Svislá hranice modelu	8
1.2.3 Vodorovné hranice modelu	8
1.3 Modální analýza	11
1.4 Materiálový útlum	12
1.5 Eurokód 8	14
1.5.1 Způsoby řešení seismické odezvy	14
1.5.2 Spektrum pružné odezvy	14
1.5.3 Akcelerogram	17
2 Výpočetní model	21
2.1 Obecné informace	21
2.2 Geometrie modelu	21
2.2.1 Model s absorpční okrajovou podmínkou	22
2.2.2 Model s pevnou okrajovou podmínkou	22
2.2.3 Ostění tunelu	22
2.3 Geologie modelu	22
2.4 Sít konečných prvků	23
2.5 Fáze výpočtu	24
2.6 Vstupní akcelerogramy	26
2.7 Rayleighovy koeficienty útlumu	27

3	Vliv délky hrany prvku sítě konečných prvků	33
3.0.1	Výpočetní model	34
3.0.2	Výsledky studie	35
4	Vliv materiálového útlumu	39
4.1	1D free field analýza	39
4.2	2D analýza	43
5	2D analýza tunelu	47
5.1	Výsledky výpočtu	48
5.2	Model s absorpční okrajovou podmínkou	51
5.3	Model s pevnou okrajovou podmínkou	54
6	Superconvergent patch recovery	57
6.1	Metody vyhlazování	57
6.2	Superconvergent patch recovery	58
6.2.1	Superkonvergentní body	58
6.2.2	Recovery process	59
6.3	Ověření vyššího řádu konvergence	63
6.3.1	Definice prvků	63
6.3.2	Výpočetní model	64
6.3.3	Výsledky výpočtu	66
6.4	Vliv použití metody SPR na výsledné hodnoty dynamické analýzy	73
6.4.1	1D free field analýza	73
6.4.2	2D analýza	77
	Závěr	81
	Literatura	84
	A Použité symboly a zkratky	85
	B Výpočet optimální délky hrany prvku sítě konečných prvků	91

Seznam obrázků

1.1	Seismické vlny	6
1.2	Okrajové podmínky	11
1.3	Spektrum odezvy	15
1.4	Typy základových půd	16
1.5	Spektrum odezvy – Typ 1	17
1.6	Spektrum odezvy – umělý akcelerogram	18
1.7	Stacionární a modulovaný akcelerogram	19
2.1	Numerické modely	25
2.1	Akcelerogramy	27
2.2	Koeficient poměrného útlumu	29
2.3	První vlastní tvar	30
2.4	Třetí vlastní tvar	31
3.1	Impulz	35
3.2	Charakteristické body pro studii	35
3.3	Vliv délky prvku sítě konečných prvků – uzly na terénu	36
3.4	Vliv délky prvku sítě konečných prvků – uzly ve vrstvě zeminy	37
4.1	Vliv materiálového útlumu – pevná podmínka	40
4.2	Vliv materiálového útlumu – typy útlumu	41
4.3	Vliv materiálového útlumu – absorpční podmínka	42
4.4	Vliv materiálového útlumu – porovnání modelů – 1D	42
4.5	Vliv materiálového útlumu – porovnání modelů – 2D – uzel 2	44
4.6	Vliv materiálového útlumu – porovnání modelů – 2D – uzel 3	45
4.7	Vliv materiálového útlumu – porovnání modelů – 2D – uzel 4	46
5.1	Orientace polární souřadnice φ	48

5.2	Dynamická analýza – model s absorpční okrajovou podmínkou – normálová síla	51
5.3	Dynamická analýza – model s absorpční okrajovou podmínkou – posouvající síla	52
5.4	Dynamická analýza – model s absorpční okrajovou podmínkou – ohybový moment	53
5.5	Dynamická analýza – model s pevnou okrajovou podmínkou – normálová síla	54
5.6	Dynamická analýza – model s pevnou okrajovou podmínkou – posouvající síla	55
5.7	Dynamická analýza – model s pevnou okrajovou podmínkou – ohybový moment	56
6.1	Poloha superkonvergentních bodů – 1D	59
6.2	Gauss-Legendreovy integrační body	60
6.3	Záplaty jednorozměrných prvků	61
6.4	Schéma jednorozměrných prvků	63
6.5	Konstantní zatížení jednorozměrného prvku	64
6.6	Lineární zatížení jednorozměrného prvku	64
6.7	SPR – přesný průběh normálového napětí σ_x	66
6.8	SPR – dvouuzlový prvek s konstantním zatížením	68
6.9	SPR – tříuzlový prvek s konstantním zatížením	69
6.10	SPR – dvouuzlový prvek s lineárním zatížením	70
6.11	SPR – tříuzlový prvek s lineárním zatížením	71
6.12	SPR – porovnání dvouuzlového a tříuzlového prvku s lineárním zatížením	72
6.13	SPR – 1D smyková napětí – dvouuzlový prvek	75
6.14	SPR – 1D smyková napětí – tříuzlový prvek	76
6.15	SPR – 2D uzlové posuny – uzel 2	78
6.16	SPR – 2D uzlové posuny – uzel 3	79
6.17	SPR – 2D uzlové posuny – uzel 4	80

Seznam tabulek

2.1	Materiálové parametry - ostění	22
2.2	Materiálové parametry - zemina	23
2.3	Materiálové parametry - hornina	24
2.4	Rayleighovy koeficienty útlumu – vstupní frekvence	27
2.5	Rayleighovy koeficienty útlumu	28
4.1	Rayleighovy koeficienty útlumu – model s pevnou okrajovou podmínkou	43
5.1	Vnitřní síly na ostění tunelu – extrémní hodnoty	49
5.2	Vnitřní síly na ostění tunelu – přírůstky	49
6.1	Materiálové parametry - SPR	64
6.2	Výpočetní modely - SPR	65
A.1	Použité symboly	85
A.2	Použité zkratky	90

Úvod

Ve své bakalářské práci jsem se zabývala problematikou plně dynamického výpočtu účinků zemětřesení na podzemní konstrukce v dvourozměrném prostředí. Velká část práce byla věnována studii okrajových podmínek [1] na svislých okrajích výpočetního modelu, jejíž detaily lze nalézt v [2, 3]. Z této studie vyplynulo, že nejvěrohodnější simulace průchodu smykových zemětřesných vln modelovaným prostředím je dosaženo aplikací kombinované statické okrajové podmínky s 2D free field okrajovou podmínkou. Na spodním okraji výpočetního modelu je možné předepsat dva typy okrajové podmínky – absorpční okrajovou podmínku nebo pevnou okrajovou podmínku. O tom, kterou z těchto dvou okrajových podmínek je vhodné při výpočtu použít, rozhoduje konkrétní typ řešené úlohy. Další podrobnosti lze též nalézt v [2].

Předložená diplomová práce na předchozí bakalářskou práci přímo navazuje a získané poznatky výrazně rozšiřuje. Z tohoto důvodu se v kapitole 1 nejprve seznámíme s dříve použitými pojmy a základními formulacemi řešení úlohy zemětřesení metodou konečných prvků.

Vlastní práci lze rozdělit do dvou částí. První část diplomové práce se v návaznosti na mou předchozí práci věnuje numerickému modelování geotechnických úloh vystavených účinkům zemětřesení s cílem posoudit účinky útlumu v závislosti na použitém typu okrajových podmínek. V dynamických úlohách oboru geotechniky rozlišujeme dva typy útlumu, které jsou na sobě vzájemně nezávislé.

Prvním z nich je útlum, který souvisí s definicí okrajových podmínek na hranicích numerického modelu. Jedná se o systém tlumičů, pomocí kterých simulujeme průchod zemětřesných vln do nekonečného poloprostoru geologického prostředí. Tento typ útlumu byl detailně řešen v [2, 3].

Druhým typem útlumu je útlum materiálový, při kterém dochází k disipaci energie v důsledku tření ve struktuře materiálu. Jedná se tedy o jednu z dynamických vlastností materiálu, jejíž respektování v konstitutivních vztazích je nezbytné pro charakterizování reálné odezvy materiálu na vnější zatížení. Posouzení účinku materiálového útlumu na

odezvu podzemních konstrukcí zatížených zemětřesením je těžištěm této první části diplomové práce. Výsledky studie jsou prezentovány v kapitolách 2–5.

Kapitola 2 popisuje výpočetní modely používané pro dílčí parametrické studie a komplexní analýzu tunelové konstrukce. Popsána je geometrie modelů včetně materiálových parametrů zemin a betonu tvořících prostředí modelu. Dále kapitola pokračuje parametry generování sítě konečných prvků a specifikací výpočetních fází. Představeny jsou vstupní akcelerogramy a typy útlumu používané v dynamické části úlohy.

Požadavky na síť konečných prvků pro statické a dynamické úlohy jsou odlišné a nevhodné nastavení parametrů jejího generování může mít signifikantní vliv na výsledky výpočtu. Této problematice je věnována kapitola 3.

V kapitole 4 jsou shrnuty poznatky z poměrně rozsáhlé studie vlivu materiálového útlumu a okrajových podmínek na odezvu podzemních konstrukcí zatížených zemětřesením. Tyto poznatky jsou dále využity pro komplexní analýzu tunelové konstrukce, jejíž výsledky prezentuje kapitola 5.

Druhá část práce se zabývá využitím metody *superconvergent patch recovery (SPR)*. Tedy metodou vyhlazování, která vhodným způsobem upravuje výsledné hodnoty aproximačních výpočetních metod tak, aby bylo dosaženo co nejlepší shody s přesným řešením. Tato procedura je tedy použitelná i pro výsledné hodnoty z konečněprvkového programu GEO5 MKP [4]. Právě v tomto výpočetním programu byly provedeny veškeré výpočty prezentované v této diplomové práci.

Pokud by metoda *SPR* dokázala aproximovat přesné řešení lépe než dosud v programu používaná metoda vyhlazování, mohlo by dojít k výraznému zpřesnění výpočtu. Této otázce s důrazem na přenos smykových napětí 1D *free field* analýzy z integračních bodů prvku do uzlů je věnována kapitola 6.

Smyslem této práce je tedy rozšíření postupů, jakými lze ke komplexní úloze podzemní konstrukce zatížené zemětřesením přistoupit. Práce zároveň představuje výpočetní program GEO5 MKP jako ucelený nástroj vhodný pro řešení úloh tohoto typu.

Základní pojmy dynamické úlohy

Cílem této úvodní kapitoly je vysvětlit základní pojmy a principy, se kterými se v dynamické úloze podzemní konstrukce vystavené účinkům zemětřesení setkáme. Nejdříve vysvětlíme základní informace o zemětřesení a typech zemětřesných vln. Poté představíme princip řešení dynamických úloh metodou konečných prvků (dále jen MKP) a okrajové podmínky předepisované na hranicích numerického modelu. Vysvětlíme pojem modální analýza a způsob odvození základních rovnic jejího řešení. Následně se zaměříme na materiálový útlum a závěrem zmíníme nejdůležitější pojmy Eurokódu 8: Navrhování konstrukcí odolných proti zemětřesení [5].

1.1 Zemětřesení z hlediska geotechniky

Zemětřesení je jev, při kterém dochází k náhlým pohybům půdy způsobených uvolněním velkého množství elastické energie v zemském tělese. Studium zemětřesení a procesů spojených se šířením seismických vln ze zabývá seismologie, která je jedním z vědních oborů geofyziky. V technické praxi obvykle dělíme seismicitu podle jejího zdroje na dva typy.

Přírodní seismicita vzniká pohybem litosferických desek a ději na jejich vzájemném styku. Hlavní otřesy obvykle trvají jednotky až desítky sekund, výjimečně jednotky minut. Jedná se tedy o poměrně krátkou aktivitu, jejíž následky mohou ovšem být, zejména pro stavební konstrukce, katastrofální. V současné době je totiž nemožné předvídat čas, místo nebo intenzitu zemětřesení. Navíc je nutno podotknout, že o něco slabší dotřesy se u silných zemětřesení mohou objevit i půl roku po hlavním zemětřesení a působit další škody na konstrukcích, které byly již oslabeny dřívějšími otřesy.

Druhým typem je seismicita technická. Dynamické jevy technické seismicity jsou způsobené lidskou činností. Mezi typické zdroje se řadí důlní činnost, doprava, rázy těžkých mechanismů nebo stroje. Přestože i technická seismicita může pro konstrukce

představovat vážný problém, je obvykle možné provést opatření, která negativní účinky technických dynamických jevů značně redukuje. Otřesy technické seismicity se totiž v mnoha případech periodicky opakují a intenzitu pohybů, která bývá slabší než v případě přírodní seismicity, je často možné předem určit.

1.1.1 Seismické vlny

Ohnisko vzniku zemětřesení se nazývá hypocentrum. Uvolněná elastická energie se z hypocentra šíří formou elastických vln. Jak se tyto vlny šíří prostředím, dochází k postupnému snižování jejich výchylek a rychlostí, až dojde k jejich úplnému vymizení. Tento jev je důsledkem materiálového útlumu prostředí a geometrického rozšiřování vlnoplochy.

Rozlišujeme čtyři typy seismických vln. Jednotlivé typy se liší rychlostí šíření, vlastním pohybem částic a ničivými účinky. V seismologii je obvyklé dělení na podpovrchové P-vlny a S-vlny, které se šíří uvnitř těles a povrchové s-vlny, které se šíří po povrchu těles nebo po rozhraní mezi tělesy.

Podpovrchové P-vlny

Tlakové P-vlny jsou podpovrchové podélné vlny, které se šíří periodickou kompresí a expanzí hmoty ve směru pohybu vlny. Tyto vlny se šíří libovolným typem prostředí a prochází tedy celým zemským tělesem. O P-vlnách se často mluví jako o vlnách primárních, protože rychlost jejich šíření je ze všech čtyř typů seismických vln nejvyšší. Na záznamu zemětřesení získaném seismografem se tedy P-vlny objeví jako první. I přes svoji vysokou rychlost šíření však způsobují tyto vlny jen minimální škody.

Rychlost P-vlny c_p závisí na Youngově modulu pružnosti E , hustotě materiálu ρ a Poissonově čísle materiálu ν , kterým se vlna šíří. Rychlost P-vlny je dána výrazem

$$c_p = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1-2\nu)(1+\nu)}}, \quad (1.1)$$

což lze alternativně přepsat jako

$$c_p = \sqrt{\frac{E_{oed}}{\rho}}, \quad (1.2)$$

kde E_{oed} označuje edometrický modul přetvárnosti. Z výrazů (1.1) a (1.2) je zřejmé, že rychlost šíření P-vlny prostředím závisí především na jeho stlačitelnosti. V teoretickém příkladu dokonale nestlačitelného materiálu by se vlna šířila nekonečnou rychlostí. V reálných případech pevné neporušené horniny ovšem dosahuje maximální rychlost řádu tisíců m/s, naopak u velmi měkkých zemin jde o jednotky m/s.

Podpovrchové S-vlny

Smykové S-vlny jsou druhým typem podpovrchových vln. Při šíření S-vln částice kmitají kolmo na směr šíření vlnění. Proto se S-vlny někdy označují jako vlny příčné. Na

rozdíl od P-vln nemohou S-vlny procházet kapalinami ani plyny. Zemské jádro je, jak známo, kapalně a jako takové tedy tvoří přirozenou překážku šíření smykového vlnění. V důsledku toho vzniká při šíření S-vln na druhé straně zemského tělesa od hypocentra oblast zastínění, kde se S-vlny nešíří.

Smykové S-vlny se šíří výrazně pomaleji než tlakové P-vlny. Dosahují rychlosti rovné přibližně 0,5 – 0,6 rychlosti šíření P-vln, což odpovídá vztahu mezi edometrickým modulem přetvárnosti E_{oed} a smykovým modulem pružnosti G materiálu, kterým se vlna šíří. Rychlost šíření S-vlny c_s je pak dána vztahem

$$c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \quad (1.3)$$

Smykové vlny se tedy šíří pomaleji než vlny tlakové a seismografy je zaregistrují až po P-vlnách. To je důvodem, proč se o smykových S-vlnách někdy mluví jako o vlnách sekundárních. I přes nižší rychlost ovšem představují S-vlny pro konstrukce výraznější riziko poškození než P-vlny. Zvýšené riziko je způsobeno příčným směrem kmitání částic vlnění vzhledem k postupu vlny. Míra odolnosti konstrukce je totiž úměrná její tuhosti, která je pro vodorovný směr obecně nižší než pro směr svislý.

Povrchové s-vlny

Podél zemského povrchu, případně na rozhraní materiálů, se šíří dva druhy interferenčních povrchových s-vln¹. Díky svému interferenčnímu charakteru dominují amplitudy povrchových vln na záznamech seismografů a způsobují velké pohyby zemského povrchu a to jak v horizontálním, tak vertikálním směru. S hloubkou velikost amplitudy povrchových vln klesá. Rychlost povrchových vln je nižší než vln podpovrchových, nicméně mají typicky delší periody než vln podpovrchové. To znamená, že nemusejí mít ničivé účinky na malé budovy, ale rezonančním efektem dokážou rozhoupat výškové nebo liniové stavby a způsobit jejich zřícení. Kombinace dlouhých period se značnými amplitudami z nich činí nejnebezpečnější typ vln pro konstrukce.

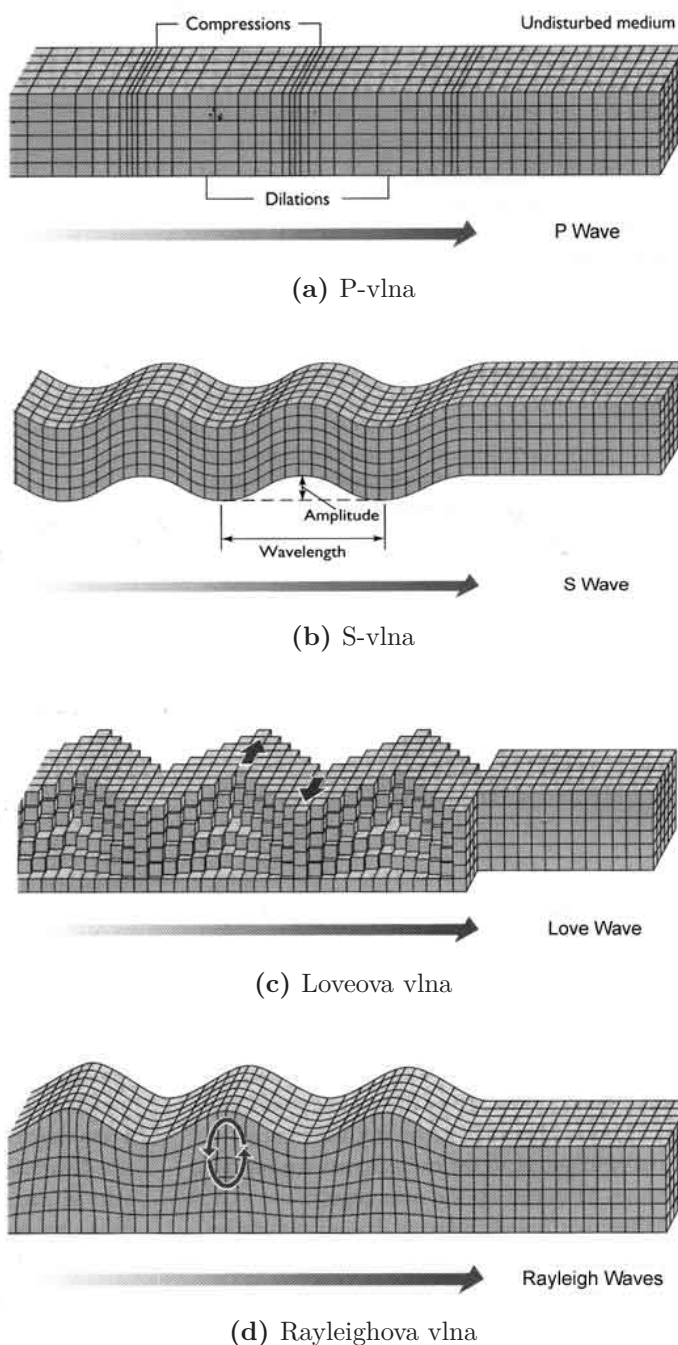
Rychlejší z povrchových vln, Loveovy vlny, kmitají kolmo na směr šíření vlny v horizontální rovině rovnoběžné se zemským povrchem. Vznikají v důsledku šíření podpovrchových S-vln ve zvrstveném nebo jinak heterogenním prostředí, kde dochází s rostoucí hloubkou ke zvyšování rychlosti šíření S-vln. Nutnou podmínkou pro vznik Loveovy vlny je totiž souvrství, kde vrstva s nižší rychlostí šíření leží nad vrstvou s vyšší rychlostí šíření S-vlny. V dokonale homogenním poloprostoru by tyto vlny vůbec nevznikly a jsou jedním z důkazů vertikální heterogenity zemského tělesa.

Posledním typem vln jsou nejpomalejší Rayleighovy vlny. Tyto vlny vznikají v důsledku vzájemného působení podpovrchových S-vln a P-vln. Částice Rayleighovy vlny se pohybují ve vertikální rovině a vykonávají pohyb po eliptické trajektorii. Největších výchylek dosahují částice na zemském povrchu a s hloubkou tyto výchylky exponenciálně klesají. Rychlost Rayleighových vln není konstantní, ale je závislá na frekvenci (vlnové délce). Tomuto jevu se říká disperze. Vlny s vyšší frekvencí (nižší vlnovou délkou) se pohybují pomaleji než vlny s nižší frekvencí (vyšší vlnovou délkou). Vlny s

¹Z anglického surface waves.

nižší frekvencí pronikají hlouběji do zemského tělesa. Protože rychlost šíření vln roste s hloubkou, mohou se nízkofrekvenční vlny šířit rychleji než vlny vysokofrekvenční. Rayleighovy vlny se tak často objevují rozprostřené na seismogramech zaznamenaných seismickými stanicemi ve větších vzdálenostech od hypocentra.

Schéma principu šíření částic jednotlivých typů seismických vln je vidět na obrázku 1.1.



Obrázek 1.1: Princip šíření seismických vln, převzato z [6]

1.2 Princip řešení dynamických úloh metodou konečných prvků

Základní myšlenkou MKP je nahrazení spojitého pole proměnných diskrétními hodnotami v uzlových bodech definovaných sítí konečných prvků. Metoda vychází z principu virtuálních posunutí ve spojení s d'Alembertovým principem dynamické rovnováhy. Tento princip říká, že součet všech sil, které působí na těleso ve směru kmitání, je v libovolném časovém okamžiku roven nule. Přičemž mezi síly, které na těleso a jeho části působí jsou počítány i síly setrvačné. Zapsáno rovnicí platí pro celé těleso

$$\int_S \mathbf{f} dS + \int_V \mathbf{q} dV - \int_V \rho \ddot{\mathbf{u}} dV = 0, \quad (1.4)$$

kde S , V jsou povrch a objem tělesa. Vektor \mathbf{f} je vektorem vnějšího povrchového zatížení, \mathbf{q} je vektor vnějšího objemového zatížení, ρ je objemová hmotnost materiálu a \mathbf{u} je vektor posunutí.

Diskretizujeme-li dynamickou úlohu s více stupni volnosti, získáme soustavu diferenciálních pohybových rovnic II. řádu ve tvaru

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{r}(t) = \mathbf{F}(t), \quad (1.5)$$

ve které \mathbf{M} je matice hmotnosti, \mathbf{C} matice tlumení, \mathbf{K} matice tuhosti konstrukce a \mathbf{F} je vektor vnějších zatížení předepsaných v uzlech sítě konečných prvků řešené úlohy. Vektor \mathbf{r} je vektorem neznámých uzlových posunutí. Tato rovnice je základním vyjádřením souvislosti pohybu hmotného tělesa se silovým zatížením, které na něj působí.

1.2.1 Numerický model

Dvourozměrný numerický model geotechnické úlohy je v nejjednodušším případě tvořen obdélníkovou doménou se zjednodušeným geologickým profilem. Ten se skládá z jedné nebo více horizontálních vrstev s parametry charakterizujícími jednotlivé zeminy a horniny, které profil tvoří. Pokud není narušena horizontální homogenita modelu, která by mohla být způsobena například výrubem tunelu, mluvíme o 2D *free field* modelu. Svislé hranice modelu potom tvoří 1D *free field columns*.

Hranice modelu jsou v tomto případě zjevně umělé, protože podzemní prostředí je ve skutečnosti poloprostorem ohraničeným pouze shora rozhraním zeminy (příp. horniny) se vzduchem. Aby nedocházelo ke zkreslování výsledků výpočtu velikostí numerického modelu, je potřeba na jeho hranicích předepsat takové okrajové podmínky, které dokážou simulovat průchod seismických vln stejně, jako by se v daném místě žádná hranice modelu nenacházela a model by byl teoreticky nekonečným poloprostorem.

Samotný numerický výpočet podzemní konstrukce probíhá ve dvou výpočetních fázích. V první fázi je určena odezva systému pro případ *free field* úlohy. Výsledek tohoto výpočetního kroku tvoří nezbytnou referenci pro druhou výpočetní fázi, ve které je již analyzován kompletní model s tunelovým výrubem. Na svislých hranicích modelu totiž nesmí docházet k úplnému utlumení vlny, ale pouze jen té části seismických vln, jejíž dopad na hranici je zapříčiněn odražením od výrubu tunelu.

Model je obecně zatěžován kombinací tlakových P-vln a smykových S-vln, které se šíří od spodní hranice modelu kolmo vzhůru k rozhraní zeminy se vzduchem. Pokud seismická vlna šířící se prostředím doputuje na rozhraní dvou materiálů, může za určitých podmínek pokračovat beze změny směru nebo rychlosti šíření. V opačném případě dojde k její transformaci. Mezi vlnové transformace patří refrakce a reflexe. Při refrakci dochází k lomu vlny, který je důsledkem změny rychlosti šířené vlny při průchodu seismickým rozhraním. Při reflexi se vlna od rozhraní odrazí. Tyto děje obvykle probíhají současně. Část energie se na rozhraní odrazí a část pokračuje do podloží. O tom, k jakým jevům na rozhraní dojde, rozhoduje poměr tuhostí materiálů, které dané rozhraní tvoří, dále úhel a rychlost dopadu vlny.

1.2.2 Svislá hranice modelu

Jak již bylo zmíněno, smyslem svislých bočních hranic numerického modelu je tlumení takové energie příchozí vlny, která je způsobena perturbací od *free field* podmínek. Základ této podmínky pro jednorozměrnou úlohu předložil O. C. Zienkiewicz a kolektiv ve svém článku [1]. Dle tohoto článku by měla být energie vln tlumena systémem tlumičů, jejichž viskozita závisí na rychlosti příchozí vlny a hustotě materiálového prostředí. V případě dvojrozměrné úlohy už ovšem tato definice okrajové podmínky není postačující. Pokud by toto byla jediná definice okrajové podmínky, docházelo by i k částečnému tlumení vln, které být tlumeny nemají. Podrobnosti o tom, proč k tomuto nechtěnému jevu dochází, lze nalézt v [2].

Aby okrajová podmínka fungovala i pro dvojrozměrný prostor, je potřeba, kromě viskozity tlumičů, určit i průběh smykového napětí podél svislé hranice modelu. Výsledkem prvního kroku dynamické analýzy podzemní konstrukce zatížené zemětřesením je tedy určení rychlosti a hodnoty smykového napětí v každém uzlu 1D *free field columns* pro každý integrační krok. Znalost uzlových rychlostí a průběhu smykového napětí je potom dostačující pro simulaci nekonečného poloprostoru i v případě 2D modelu s tunelem.

1.2.3 Vodorovné hranice modelu

Vodorovné hranice modelu dělíme na dva základní druhy. Horní hranice modelu je tvořená rozhraním zeminy se vzduchem, tzv. volným okrajem. Druhou skupinou vodorovných hranic je spodní hranice modelu, která leží uvnitř zemského tělesa. Spodní hranice modelu se dále může nacházet ve dvou různých geologických podmínkách. V prvním případě model končí uprostřed vrstvy zeminy a na spodní hranici předepisujeme absorpční okrajovou podmínku. Ve druhém případě se spodní hranice modelu nachází na rozhraní dvou materiálů s řádově odlišnými tuhostmi. Pak mluvíme o pevné okrajové podmínce.

Volný okraj

Jednou z vlastností materiálu je jeho tuhost. Volný okraj, představující zemský povrch, tvoří rozhraní dvou materiálů odlišných tuhostí. Tuhost zeminy nebo horniny nabývá konečné hodnoty, zatímco vzduch je považován za vrstvu dokonale poddajnou. Na horní hranici numerického modelu se tedy tuhost prostředí skokově mění z konečné nenulové hodnoty na nulovou. Musí zde tedy platit

$$\tau(\mathbf{x}, t) = G\gamma(\mathbf{x}, t) = G\left(\frac{\partial u(\mathbf{x}, t)}{\partial y} + \frac{\partial v(\mathbf{x}, t)}{\partial x}\right) = 0, \quad (1.6)$$

kde symbol τ označuje smykové napětí a γ je poměrná smyková deformace. Symbol u značí posun ve směru osy x a symbol v posun ve směru osy y . Posledním symbolem v rovnici je vektor souřadnic polohy \mathbf{x} . Zvolený souřadný systém je patrný z obrázku 1.2.

Aby byla splněna podmínka nulového smykového napětí, musí na volném okraji docházet k odrazu příchozí vlny. V případě elastického materiálu bude energie příchozí vlny rovna energii vlny odchozí. Proto je amplituda vlnění na volném okraji dvojnásobná v porovnání s amplitudou uvnitř zemského tělesa. Seismické pohyby měřené na volném okraji se nazývají *rock outcrop motion*.

Absorpční okrajová podmínka

Je-li spodní hranice modelu ukončena uprostřed vrstvy zeminy, předepisujeme na spodní hranici absorpční okrajovou podmínku. Ta je tvořena viskózním článkem, který stejně jako na svislých hranicích modelu příchozí vlnu utlumí. Tím simuluje její průchod hlouběji do zemského tělesa. Pohybová rovnice absorpční okrajové podmínky v diskretizované formě má následující tvar

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{r}}_R + \mathbf{C}\dot{\mathbf{r}}_R + \mathbf{K}\mathbf{r}_R + \mathbf{C}^{BB}\dot{\mathbf{r}}_R|_{y=0} + \mathbf{C}^{LB}\dot{\mathbf{r}}_R|_{x=0,L} = \\ = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{r}}_{I0} - \mathbf{C}\dot{\mathbf{r}}_{I0} + \mathbf{C}^{BB}\dot{\mathbf{r}}_{I0}|_{y=0} + \mathbf{C}^{LB}\dot{\mathbf{r}}_R^{FF}|_{x=0,L} - \mathbf{R}_\tau|_{x=0} + \mathbf{R}_\tau|_{x=L}. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Matice tlumení \mathbf{C} v rovnici (1.7) zahrnuje prvky související pouze s vlastním útlumem materiálu, zatímco matice \mathbf{C}^{BB} a \mathbf{C}^{LB} obsahují prvky charakterizující účinek viskózních tlumičů na hranicích numerického modelu. Index BB (*bottom boundary*) odkazuje na spodní hranici a index LB (*lateral boundary*) na svislé hranice numerického modelu. Vektor \mathbf{R}_τ obsahuje uzlové síly odpovídající předepsanému smykovému napětí na svislých hranicích.

Protože se okrajová podmínka nachází uprostřed vrstvy zeminy, netvoří vstupní zatížení *rock outcrop motion*, ale zrychlení odpovídající pouze příchozí vlně². Celkové pole posunutí $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ absorpční okrajové podmínky se skládá z polohově nezávislé složky posunu příchozí vlny $\mathbf{u}_{I0}(t)$ předepsané na spodní hranici numerického modelu a relativní složky posunu $\mathbf{u}_R(\mathbf{x}, t)$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}_{I0}(t) + \mathbf{u}_R(\mathbf{x}, t). \quad (1.8)$$

²Pro jednoduchost budeme v této studii energii příchozí vlny uvažovat jako poloviční oproti *rock outcrop motion*.

Pevná okrajová podmínka

Pokud modelujeme geologický profil, kde vrstva měkké zeminy leží na vrstvě velmi tvrdé horniny, je možné toto rozhraní simulovat použitím pevné okrajové podmínky. V takovém případě se model ukončí na spodní hranici vrstvy zeminy a hornina se v modelu vůbec neobjeví. Pevná okrajová podmínka má stejné charakteristiky jako kloubová podpora. Na spodní hranici numerického modelu tedy dochází k celkovému odrazu příchozí vlny. Samotný odraz vlny při dokonalém odrazu nevede k žádné ztrátě vlnové energie, proto pokud by výpočet nezahrnoval útlum materiálu, nedocházelo by k žádnému snižování výchylek vlnění v čase a model by kmital teoreticky do nekonečna.

Na spodní hranici se předepisuje vstupní zatížení, které v případě pevné okrajové podmínky odpovídá *rock outcrop motion*. Jediné posuny, ke kterým na spodní hranici modelu dochází, jsou $\mathbf{u}_0(t)$ předepsané právě vstupním zatížením. Pro ostatní složky pole posunutí se pevná okrajová podmínka chová jako neposuvná kloubová podpora. Relativní posuny $\mathbf{u}_R(\mathbf{x}, t)$ jsou tedy na celé spodní hranici modelu v libovolném čase nulové. Celkové pole posunutí je potom možné, stejně jako v případě absorpční okrajové podmínky, rozdělit na dvě nezávislé složky

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}_0(t) + \mathbf{u}_R(\mathbf{x}, t) \quad (1.9)$$

s podmínkami pro spodní hranici modelu

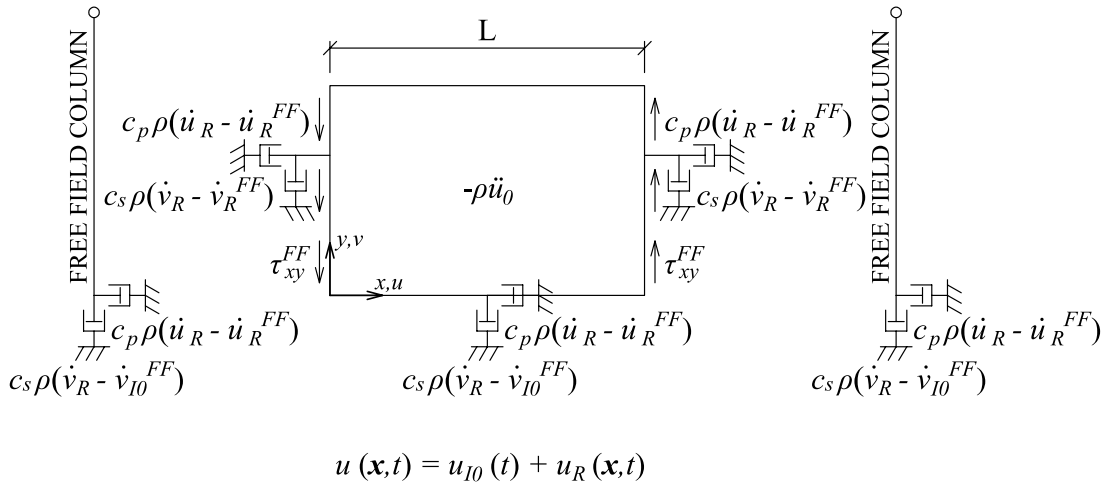
$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)|_{y=0} = \mathbf{u}_0(t), \quad \mathbf{u}_R(\mathbf{x}, t)|_{y=0} = 0. \quad (1.10)$$

S ohledem na okrajové podmínky (1.10) se diskretizovaná forma pohybové rovnice pro případ pevné okrajové podmínky (1.7) zjednoduší na

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{r}}_R + \mathbf{C}\dot{\mathbf{r}}_R + \mathbf{K}\mathbf{r}_R + \mathbf{C}^{LB}\dot{\mathbf{r}}_R|_{x=0,L} = \\ = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{r}}_0 - \mathbf{C}\dot{\mathbf{r}}_0 + \mathbf{C}^{LB}\dot{\mathbf{r}}_R^{FF}|_{x=0,L} - \mathbf{R}_\tau|_{x=0} + \mathbf{R}_\tau|_{x=L}. \end{aligned} \quad (1.11)$$

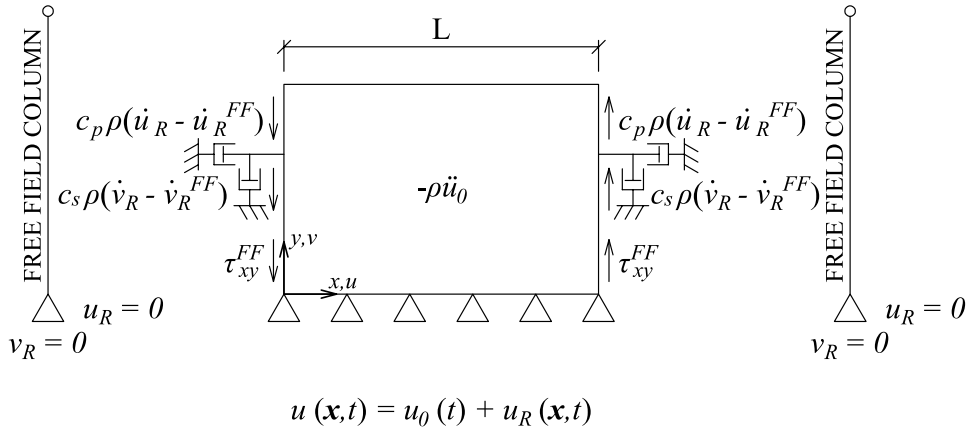
Předpoklad nekonečně tuhé horniny je v praktických případech vzdálený realitě a proto použití pevné okrajové podmínky v nevhodném případě může vést ke značnému zkreslení výsledných hodnot výpočtu. Tato okrajová podmínka má praktické využití zejména při provádění parametrických studií, kdy je pro získání komplexní představy toho, k jakým jevům v systému dochází, výhodné, že vlna není po jediném průchodu doménou utlumena, ale že v systému zůstává.

Detailní odvození řídicích rovnic pro analýzu zatížení zemětřesením v geotechnických úlohách lze nalézt v [3, 7, 8]. Rozdíl v definici absorpční a pevné okrajové podmínky je zřejmý ze schémat numerického modelu na obrázku 1.2.



$$u(\mathbf{x}, t) = u_{I0}(t) + u_R(\mathbf{x}, t)$$

(a) Absorpční okrajová podmínka



$$u(\mathbf{x}, t) = u_0(t) + u_R(\mathbf{x}, t)$$

(b) Pevná okrajová podmínka

 Obrázek 1.2: Okrajové podmínky pro 1D *free field* a 2D analýzu

1.3 Modální analýza

Modální analýza je jednou z nejčastěji používaných numerických analýz pro určení dynamických charakteristik vlastního kmitání. Oblíbenost této metody je spojena zejména s jednoduchostí a rychlostí výpočtu. Výsledkem modální analýzy jsou hodnoty vlastních frekvencí a jim příslušejících vlastních tvarů kmitání.

Vlastní kmitání není způsobené vnějším zatížením, ale pohybem některých bodů konstrukce. Úlohy lineární dynamiky jsou obecně popsány diferenciální pohybovou rovnicí (1.5). Modální analýza řeší homogenní rovnici (1.5) s pevnými okrajovými podmínkami na spodní hranici a s vynechaným členem $\mathbf{C}\dot{\mathbf{r}}(t)$. Z hlediska mechaniky konstrukcí jde o úlohu vlastního netlumeného kmitání. Pohybová rovnice (1.5) má potom tvar

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{r}(t) = \mathbf{0}. \quad (1.12)$$

Řešení této rovnice lze zapsat jako

$$\mathbf{r}(t) = \boldsymbol{\phi} \sin \omega t, \quad (1.13)$$

kde ω označuje vlastní frekvenci a $\boldsymbol{\phi}$ jí příslušející vlastní tvar. Zderivujeme-li dvakrát rovnici (1.13), získáme vztah pro $\ddot{\mathbf{r}}(t)$. Zpětným dosazením $\mathbf{r}(t)$ a $\ddot{\mathbf{r}}(t)$ do rovnice (1.12) získáme základní soustavu lineárních algebraických rovnic pro řešení vlastního netlumeného kmitání

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\boldsymbol{\phi} = \mathbf{0}. \quad (1.14)$$

Z matematického hlediska se jedná o zobecněný problém vlastních čísel pro matice \mathbf{K} a \mathbf{M} . Abychom získali netriviální řešení rovnice (1.14), je nutné, aby

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = 0. \quad (1.15)$$

Hledáme-li dynamické charakteristiky systému s n stupni volnosti, je i řád matic \mathbf{K} a \mathbf{M} rovný n . Řešením rovnice (1.15) potom získáme n vlastních frekvencí ω_i a jim příslušných n vlastních tvarů $\boldsymbol{\phi}_i$. Tyto uspořádané dvojice vlastních frekvencí a vlastních tvarů se řadí podle velikosti $\omega_1 \leq \omega_2 \leq \dots \leq \omega_n$. Kompletní problematiku vlastního kmitání netlumených soustav lze nalézt v [9].

Řešení implementované v programu GEO5 MKP vychází z metody inverzní iterace.

1.4 Materiálový útlum

Útlumem označujeme vlastnost materiálu, jejíž charakteristickým projevem je postupné zmenšování amplitud volného kmitání. Tento jev je způsoben vazkopružnými vlastnostmi materiálu. Okamžitá hodnota napětí vazkopružných materiálů je závislá nejen na čase ale i na předchozí historii zatěžování. Vzhledem k této dráhové závislosti vyžaduje takto konzistentní úloha přírůstkové řešení. V časovo-dráhově závislých problémech neplatí princip superpozice, proto je řešení takové úlohy náročné na čas i na paměť výpočetního zařízení. Na útlumu reálné konstrukce se kromě vnitřního tření materiálu podílí útlum strukturální a dále i styky jednotlivých prvků, jejichž vliv se konstitutivními vztahy prakticky nedá vyjádřit. Z uvedených důvodů se v dynamických úlohách konzistentní útlum běžně nepoužívá a vliv útlumu se zavádí pouze přibližně.

Nejjednodušším způsobem sestavení matice tlumení je předpoklad tzv. proporcionálního útlumu. V takovém případě platí, že

$$\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{C} \boldsymbol{\Phi} = 2\boldsymbol{\Omega}^d. \quad (1.16)$$

Matice $\boldsymbol{\Phi}$ označuje modální matici, tedy matici, jejíž sloupce jsou tvořeny jednotlivými vlastními vektory konstrukce. Matice $\boldsymbol{\Omega}^d$ je diagonální a její prvky jsou dány vztahem $\omega_i^d = \xi_i \omega_i$, kde ω_i^d značí frekvenci útlumu a ξ koeficient poměrného útlumu. V takovém

případě jsou vlastní tvary kmitání ortogonální i k matici útlumu \mathbf{C} a rovnice (1.16) se rozpadne na soustavu n nezávislých diferenciálních rovnic, což značně snižuje požadavky na výpočet.

Formulace proporcionálního útlumu (1.16) je velmi jednoduchá, nicméně předpokládá znalost koeficientů poměrného útlumu ξ_i pro všechny vlastní frekvence. Takový předpoklad je téměř nemožné v praxi splnit, proto je potřeba přidat další hypotézu, která umožní určit hodnoty všech ξ_i na základě pouze několika málo konstant. Z tohoto důvodu je ve většině praktických úloh uvažován Rayleighův útlum, který předpokládá, že matice tlumení \mathbf{C} je dána lineární kombinací matice hmotnosti a matice tuhosti. Tedy, že

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}. \quad (1.17)$$

Přenasobíme-li rovnici (1.17) zleva Φ^T a zprava Φ získáme

$$2\Omega^d = \alpha \mathbf{I} + \beta \Omega^2, \quad (1.18)$$

protože pro vlastní tvary normované vzhledem k matici hmotnosti platí, že

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I}, \quad \Phi^T \mathbf{K} \Phi = \Omega^2. \quad (1.19)$$

Matice Ω^2 se nazývá spektrální matice. Jedná se o diagonální matici, jejíž prvky jsou tvořeny kvadráty vlastních frekvencí. Dle (1.18) pro i -tou vlastní frekvenci platí, že

$$\phi_i^T \mathbf{C} \phi_i = 2\omega_i^d = 2\xi_i \omega_i = \alpha + \beta \omega_i^2. \quad (1.20)$$

Pokud bychom znali hodnoty poměrného útlumu pro dvě různé vlastní frekvence, mohli bychom vypočítat koeficienty α a β ze soustavy dvou rovnic o dvou neznámých ve tvaru rovnice (1.20). Nicméně většinou máme k dispozici pouze jedinou hodnotu poměrného útlumu pro nejnižší, první, vlastní frekvenci. Tuto hodnotu koeficientu poměrného útlumu ξ_1 lze získat buď měřením nebo z literatury.

Známe-li koeficient poměrného útlumu ξ pouze pro první vlastní frekvenci ω_1 , je nutné, pro výpočet koeficientů α a β , přijmout další hypotetický předpoklad. A to, že nejméně tlumen obvykle bývá první vlastní tvar kmitání [9]. V takovém případě nabývá ξ pro $\omega = \omega_1$ minimální hodnoty a musí platit, že

$$\frac{d\xi}{d\omega} = \frac{1}{2} \left(-\frac{\alpha}{\omega^2} + \beta \right) = 0. \quad (1.21)$$

Dosazením $\omega = \omega_1$ do rovnice (1.21) získáme vztah

$$\alpha = \omega_1^2 \beta. \quad (1.22)$$

Po jeho dosazení zpět do (1.20) dostaneme

$$\alpha = \xi_1 \omega_1, \quad \beta = \frac{\xi_1}{\omega_1}. \quad (1.23)$$

Další podrobnosti o útlumu, matici tlumení a jejich speciálních tvarech lze nalézt v [9].

1.5 Eurokód 8

Eurokódy (EC) jsou soustavou evropských technických norem, které se zabývají navrhováním a posuzováním stavebních konstrukcí. Navrhováním konstrukcí odolných proti zemětřesení se věnuje Eurokód 8 (*Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 1: General rules, seismic actions and rules for building [5]*), který shrnuje hlavní principy a zásady navrhování stavebních konstrukcí v oblastech ohrožených seismicitou. Jeho účelem je zajistit, aby v případě zemětřesení

- byly chráněny lidské životy
- byly omezeny škody
- zůstaly provozuschopné konstrukce pro ochranu obyvatelstva.

Pro účely této práce je nejdůležitější Část 3, která se týká základových podmínek a seismických zatížení. Konkrétně ty kapitoly, které se zabývají spektry odezvy a akcelerogramy.

1.5.1 Způsoby řešení seismické odezvy

Odezvu na seismické zatížení je možné řešit různými metodami. Eurokód 8 připouští následující metody výpočtu:

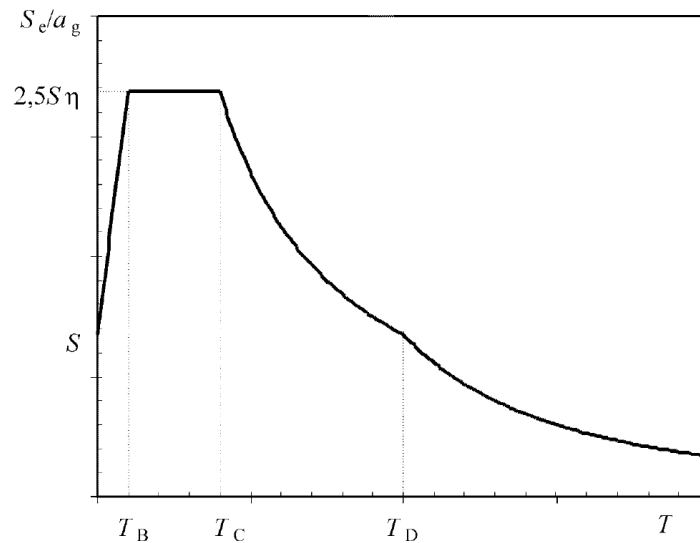
- lineární analýzu využívající pouze první tvar kmitání konstrukce (*lateral force method*)
- lineární analýzu využívající více vlastních tvarů (*multi-nodal response analysis*)
- nelineární statickou analýzu (*pushover method*)
- nelineární dynamickou analýzu (*dynamic time-history analysis*)

Eurokód 8 udává kritéria pro použití jednotlivých metod výpočtu. Spektra odezvy, kterým se věnuje následující kapitola 1.5.2 jsou určena právě pro lineární analýzu.

1.5.2 Spektrum pružné odezvy

Abychom mohli stanovit dynamické účinky zemětřesení na konstrukci, je nutné zohlednit návrhové zrychlení a_g a frekvenční složení daného seismického záznamu. Právě frekvenční složení vystihuje spektrum odezvy (*response spectrum*).

Spektrum odezvy je uspořádaným grafickým souborem maxim dynamické odezvy (maximální zrychlení, rychlost nebo posunutí) v závislosti na vlastní periodě soustavy s jedním stupněm volnosti. Tvar spektra odezvy je uveden na obrázku 1.3. Toto spektrum je vždy tvořeno pro jedinou konkrétní hodnotu koeficientu poměrného útlumu ξ^3 .



Obrázek 1.3: Tvar elastického spektra odezvy dle EC8

Spektrum není časově závislé. Poskytuje tedy informace o extrémních hodnotách odezvy, které se mohou během zatížení zemětřesení vyskytnout, neudává ale, zda k tomuto extrému dojde pouze jednou nebo zda je jeho výskyt opakovaný.

Při tvorbě spektra odezvy se zohledňuje typ podloží a seismická oblast, ve které se konstrukce nachází. Eurokód 8 rozlišuje osm typů základových půd A, B, C, D, E, S_1 a S_2 . Určení typu podloží se provádí na základě stratigrafického profilu, průměrné rychlosti smykových vln $v_{s,30}$, počtu úderů při standardní penetrační zkoušce N_{SPT} a soudržnosti zeminy za neodvodněných podmínek c_u . Pro lepší představu jsou na obrázku 1.4 uvedeny hodnoty parametrů pro typ základových půd A-D.

Území každého státu je rozděleno na několik seismických oblastí podle stupně ohrožení seismickou aktivitou⁴. Toto rozdělení se pro každý stát liší a je určeno vnitrostátními orgány daného státu. Stupeň ohrožení je charakterizován hodnotou referenčního špičkového zrychlení (*ground peak acceleration*) a_{gR} pro podloží typu A, které má v celé seismické oblasti konstantní hodnotu. Referenční hodnota špičkového zrychlení odpovídá referenční době návratu T_{NCR} seismické aktivity pro požadavek vyloučení zřícení. Hodnota je dále upravována dle významu konstrukce.

Na základě typu podloží a seismické oblasti, ve které se konstrukce nachází, se sestavuje spektrum odezvy. Před jeho tvorbou je ale třeba ještě určit jeho typ. Eurokód 8 rozlišuje dva typy horizontálního elastického spektra odezvy podle velikosti magnitudy povrchových vln M_s . Pokud je magnitudo povrchových vln větší nebo rovno hodnotě 5,5, používá se návrhové spektrum Typu 1. V případě hodnoty menší než 5,5 je doporučeno použít Typ 2.

³EC8 používá pouze jedinou hodnotu koeficientu poměrného útlumu $\xi = 0,05$.

⁴V České republice se používá mapa seismických oblastí ČR, která je uvedena v Národní Příloze Eurokódu 8 – Část 1.

Ground type	Description of stratigraphic profile	Parameters		
		$v_{s,30}$ (m/s)	N_{SPT} (blows/30cm)	c_u (kPa)
A	Rock or other rock-like geological formation, including at most 5 m of weaker material at the surface.	> 800	–	–
B	Deposits of very dense sand, gravel, or very stiff clay, at least several tens of metres in thickness, characterised by a gradual increase of mechanical properties with depth.	360 – 800	> 50	> 250
C	Deep deposits of dense or medium-dense sand, gravel or stiff clay with thickness from several tens to many hundreds of metres.	180 – 360	15 - 50	70 - 250
D	Deposits of loose-to-medium cohesionless soil (with or without some soft cohesive layers), or of predominantly soft-to-firm cohesive soil.	< 180	< 15	< 70

Obrázek 1.4: Parametry typů základových půd A-D dle EC8

Horizontální elastické spektrum odezvy $S_e(T)$ je definováno následujícími výrazy:

$$0 \leq T \leq T_B : S_e(T) = a_g S \left[1 + \frac{T}{T_B} (\eta 2,5 - 1) \right] \quad (1.24)$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_e(T) = a_g S \eta 2,5 \quad (1.25)$$

$$T_C \leq T \leq T_D : S_e(T) = a_g S \eta 2,5 \frac{T_C}{T} \quad (1.26)$$

$$T_D \leq T \leq 4 s : S_e(T) = a_g S \eta 2,5 \frac{T_C T_D}{T^2} \quad (1.27)$$

$S_e(T)$ spektrum pružné odezvy

T perioda vlastních kmitů lineární soustavy s jedním stupněm volnosti

T_B nejmenší perioda kmitů, které přísluší konstantní hodnota spektra pružného zrychlení

T_C největší perioda kmitů, které přísluší konstantní hodnota spektra pružného zrychlení

T_D	doba kmitů, při níž začíná obor konstantní hodnoty spektra pružného posunu
a_g	návrhové zrychlení podloží typu A
S	součinitel podloží
η	korekční součinitel útlumu (pro poměrný viskózní útlum $\xi = 5\%$ je referenční hodnota $\eta = 1$)

Ground type	S	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
A	1,0	0,15	0,4	2,0
B	1,2	0,15	0,5	2,0
C	1,15	0,20	0,6	2,0
D	1,35	0,20	0,8	2,0
E	1,4	0,15	0,5	2,0

Obrázek 1.5: Hodnoty parametrů popisující doporučené elastické spektrum odezvy Typu 1 dle EC8

1.5.3 Akcelerogram

K popisu časového průběhu seismického pohybu slouží akcelerogram, tedy časový průběh zrychlení podloží. V případě prostorového modelu je seismický pohyb popsán pomocí tříosložkového akcelerogramu. Jedna složka popisuje zrychlení ve svislém směru, zbylé dvě se týkají zrychlení ve vodorovném směru. Dle Eurokódu 8 mohou být k popisu seismického pohybu použity akcelerogramy umělé, skutečné nebo simulované.

Skutečné akcelerogramy pocházejí z měření skutečných zemětřesení zaznamenaných seismografickými stanicemi po celém světě. Simulované akcelerogramy se získávají fyzikálními simulacemi, kdy je simulován jak zdroj seismické aktivity, tak i mechanismus šíření zemětřesných vln. Umělými akcelerogramy se budeme zabývat v následující samostatné podkapitole.

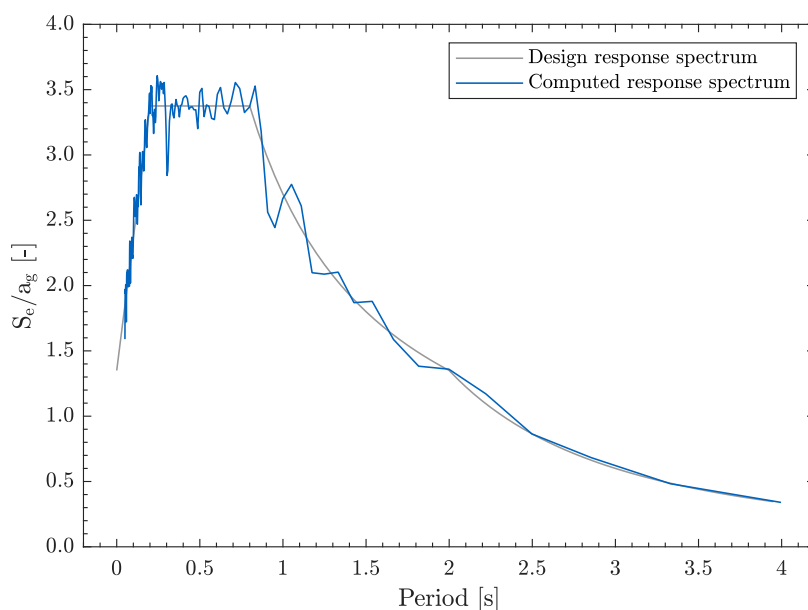
Umělé akcelerogramy

Umělý akcelerogram musí být sestaven tak, aby odpovídal spektru elastické pružné odezvy pro viskózní útlum $\xi = 0,05$ definovaný v Eurokódu 8. Eurokód 8 dále určuje minimální dobu trvání a nutný minimální počet použitých akcelerogramů pro úlohu řešení seismické odezvy konstrukce.

Algoritmus pro generování umělých akcelerogramů použitý pro tuto diplomovou práci je převzatý z [10] a skládá se z následujících kroků:

1. Vygeneruje se Fourierovo spektrum s konstantními spektrálními amplitudami a náhodnými fázovými posuny.

2. Pomocí Fourierovy transformace se sestaví časový průběh zrychlení.
3. Pro časový průběh zrychlení se vypočte elastické spektrum odezvy pro systémy s jedním stupněm volnosti, jejichž vlastní frekvence odpovídají frekvencím použitým ve Fourierově spektru.
4. Určí se faktory pro rozdíl mezi návrhovým elastickým spektrem odezvy dle Eurokódu 8 a spektrem odezvy vypočteným pro vytvořený časový průběh zrychlení.
5. Spektrální amplitudy původního vygenerovaného Fourierova spektra se upraví faktory určenými v předchozím kroku algoritmu. Fázové posuny zůstávají beze změny.
6. Kroky 2–5 se opakují pro upravené Fourierovo spektrum, dokud spektrum odezvy vypočtené pro vytvořený časový průběh zrychlení neodpovídá návrhovému elastickému spektru odezvy dle Eurokódu 8 s maximální chybou 10 %, viz obrázek.



Obrázek 1.6: Porovnání návrhového elastického spektra odezvy dle EC8 a spektra odezvy vypočteného pro vytvořený časový průběh zrychlení použitého dále v této diplomové práci (akcelerogram 1), převzato z [10]

Akcelerogram vygenerovaný výše popsáním algoritmem sice splňuje požadavky uvedené v Eurokódu 8, nicméně je stacionární a postrádá charakteristické fáze průběhu typické pro skutečně měřené zemětřesení. Aby umělý akcelerogram získal fázi zvyšování zrychlení, oblast silných pohybů a následný útlum zrychlení, je potřeba modulovat amplitudy vygenerovaného stacionárního akcelerogramu obálkovou funkcí $E(t)$ [11]

$$E(t) = at^b e^{-ct}, \quad (1.28)$$

s koeficienty

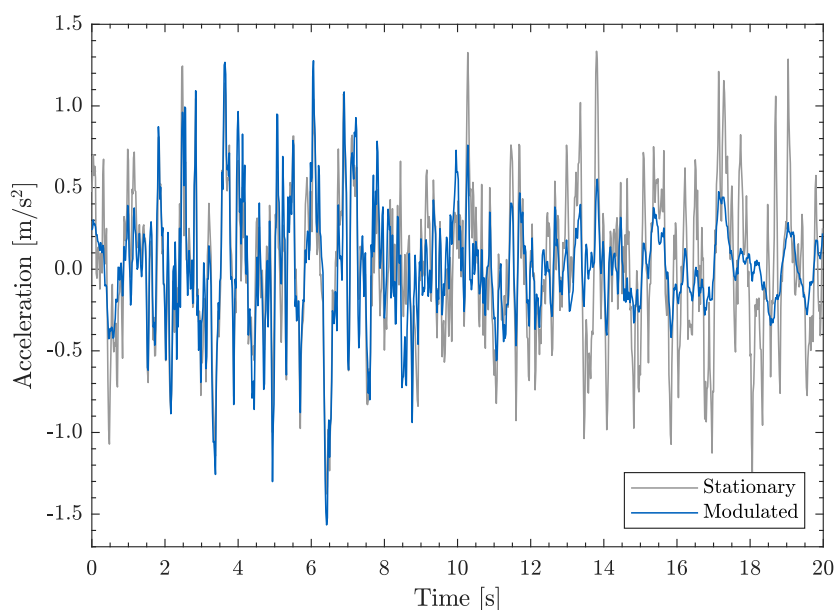
$$a = \left(\frac{e}{\varepsilon T_w} \right)^b \quad (1.29)$$

$$b = \frac{-\varepsilon \ln \mu}{1 + \varepsilon(\ln \varepsilon - 1)}, \quad (1.30)$$

$$c = \frac{b}{\varepsilon T_w}. \quad (1.31)$$

T_w označuje specifickou délku trvání zemětřesení (nemusí být nutně shodná s délkou trvání celého zemětřesení). Parametr ε určuje v jakém okamžiku specifické doby trvání zemětřesení dosáhne obálková funkce maximální hodnoty. Parametr μ určuje redukční poměr hodnoty obálkové funkce v čase T_w vzhledem k její maximální hodnotě.

Akcelerogram je modulován tak, aby rychlost a posun v čase T_w byly nulové, přičemž nulová počáteční rychlost a nulový počáteční posun, které má již stacionární akcelerogram, zůstávají zachovány. Rozdíl mezi stacionárním a modulovaným uměle vytvořeným akcelerogramem je vidět na obrázku 1.7.



Obrázek 1.7: Porovnání stacionárního a modulovaného uměle vytvořeného akcelerogramu, převzato z [10]

Další podrobnosti k tématice Eurokódu 8, spektra odezvy a akcelerogramů je možné nalézt v [12, 13]. Podrobnostem týkajících se obálkové funkce pro modulaci uměle vytvořeného akcelerogramu se věnuje [14].

Výpočetní model

Geometrie modelu a parametry geologického prostředí vycházejí z projektové dokumentace tunelu metra v hlavním městě jedné ze Zakavkazských zemí. Reprezentují tedy reálnou konstrukci. Z důvodu ochrany dat není možné zmínit konkrétní lokaci stavby ani další podrobnosti, jejichž zveřejnění třetím stranám by mohlo vést k narušení bezpečnosti. Z výše zmíněných důvodů nejsou projektová dokumentace, ani její části, v textu citovány a výkresová dokumentace není součástí práce.

2.1 Obecné informace

Pro účely této práce byly použity dva numerické modely převzaté z [2], oba reprezentují stejný charakteristický řez tunelové konstrukce. Řez je modelován ve dvou variantách proto, aby jej bylo možné použít pro absorpční i pevnou okrajovou podmínku na spodní hranici. Výpočetní modely použité v parametrické studii vycházejí z těchto modelů a jedná se tedy pouze o jejich modifikace.

2.2 Geometrie modelu

Protože se jedná o liniovou stavbu a předpokládají se nulová posunutí a deformace v podélném směru, je úloha řešena v podmínkách rovinné deformace.

Horní hranice modelu je určena terénem, který je uvažován vodorovný v příčném směru a chováním odpovídá volnému okraji. Svislé boční hranice byly určeny ve vzdálenosti od osy tunelu přibližně rovné výšce nadloží tunelu. Tyto hranice mají předepsaná nulová vodorovná posunutí a v dynamické úloze jsou charakterizovány kombinací statické a 2D *free field* okrajové podmínky. Spodní hranice modelu je vodorovná s nulovými posuny a její poloha je dána použitou okrajovou podmínkou na spodní hranici.

2.2.1 Model s absorpční okrajovou podmínkou

Model je tvořen dvěma typy zeminy – zeminou a horninou. Šířka numerického modelu je 80 m a jeho celková hloubka je 59 m. Zemina dosahuje do hloubky 49 m, pod níž se nachází 10 m horniny. Osa tunelu je umístěna v polovině šířky modelu v hloubce 37,35 m. Podzemní voda není v modelu uvažována.

2.2.2 Model s pevnou okrajovou podmínkou

Model s pevnou okrajovou podmínkou je tvořen pouze zeminou. Hloubka modelu je 49 m, což dle inženýrskogeologického průzkumu odpovídá hloubce, ve které se nachází hranice mezi geologickými vrstvami. Zbylá geometrie je shodná s modelem s absorpční okrajovou podmínkou na spodní hranici.

2.2.3 Ostění tunelu

Geometrie tunelu byla vytvořena v samostatném programu GEO 5 MKP – Tunel [4]. Protože byl tunel ražen pomocí TBM je ostění modelováno jako kruhové s průměrem 6 m. Pro modelování segmentového ostění byly použity nosníkové prvky. S ohledem na neprůběžné provedení podélných spár mezi jednotlivými segmenty ostění je spoj mezi jednotlivými segmenty uvažován jako tuhý.

Ostění má tloušťku 300 mm a je z betonu pevnostní třídy C 30/37, jehož materiálové parametry jsou shrnuty v tabulce 2.1. Protože je ostění stavěno z prefabrikovaných segmentových dílců, není v modelu uvažován vliv stárnutí betonu a ostění má již od okamžiku instalace plnou únosnost.

Tabulka 2.1: Parametry betonu ostění pro numerický model

Název	Parametr	Hodnota	Jednotka
Beton	C 30/37		
Tloušťka ostění	t	0,30	m
Youngův modul pružnosti	E	33,00	GPa
Modul pružnosti ve smyku	G	13,75	GPa

2.3 Geologie modelu

Modely jsou tvořeny jedním typem zeminy a jedním typem horniny. Jejich efektivní parametry byly stanoveny dle inženýrskogeologického průzkumu. Případná korelace byla konzultována s autory projektu.

Zemina představuje mírně překonsolidovaný neogenní jílu s nízkou až střední plasticitou popsaný Mohr-Coulombovým materiálovým modelem. Tuhost jílu roste s tlakem, který na něj působí, proto je modul pružnosti zeminy lineárně proměnný s hloubkou.

Na povrchu má hodnotu 15 MPa a v hloubce 49 m, tedy na rozhraní zeminy a horniny, dosahuje hodnoty 40 MPa. Aby se předešlo nereálné deformaci dna tunelu po provedení výrubu, je pro odtížení uvažován zvýšený modul pružnosti E_{ur} . Vzhledem ke krátkodobému zatížení s vysokou intenzitou dynamické úlohy vykazuje v takovém případě zemina vyšší tuhost než v případě statické úlohy. Proto se tuhost zeminy v dynamických úlohách řídí dynamickým modulem pružnosti E_{dyn} . Mohr-Coulombův materiálový model používaný pro statické části výpočtu je v dynamické části nahrazen lineárně-elastickým materiálovým modelem. Parametry zeminy jsou shrnuty v tabulce 2.2.

Tabulka 2.2: Parametry zeminy pro numerický model

Název	Parametr	Hodnota	Jednotka
Materiálový model	Mohr-Coulomb		
Objemová tíha	γ	19,60	kN/m ³
Poissonovo číslo	ν	0,40	-
Youngův modul pružnost	E	15,00	MPa
Změna modulu pružnosti	K_d	0,51	MPa/m
Biotův parametr	α	1,00	-
Součinitel bočního tlaku v klidu	K_0	0,700	-
Modul odtížení/přítížení	E_{ur}	80,00	MPa
Úhel vnitřního tření	φ_{ef}	25,00	°
Soudržnost zeminy	c_{ef}	10,00	kPa
Úhel dilatance	ψ	0,00	°
Objemová tíha saturované zeminy	γ_{sat}	20,60	kN/m ³
Dynamický modul pružnosti	E_{dyn}	80,00	MPa

Hornina reprezentuje silně zvětralou vrstvu vápence, která se dle inženýrskogeologického průzkumu nachází pod vrstvou jílu. Chování vápence je popsáno lineárně-elastickým materiálovým modelem. Přestože kvalita vápence s hloubkou stoupá, je vzhledem k nízké mocnosti modelované vrstvy uvažován konstantní modul pružnosti v celé hloubce. Vliv zvýšeného dynamického modulu pružnosti má v případě horniny minimální vliv, proto je jeho hodnota uvažována shodná s Youngovým modulem pružnosti statické úlohy, viz tabulka parametrů 2.3.

2.4 Síť konečných prvků

Síť konečných prvků je generována tak, aby vyhovovala požadavkům statické úlohy při použití méněuzlových prvků. Použity tedy byly tříuzlové trojúhelníkové prvky. Generovaná síť je heterogenní se základní délkou hrany prvku 2 m. V okolí ostění je síť zjemněna na prvky délky 0,5 m a směrem k okrajům modelu se délka hran prvků plynule zvětšuje až na 8 m. Síť konečných prvků pro oba modely je zobrazena na obrázku 2.1.

Tabulka 2.3: Parametry horniny pro numerický model

Název	Parametr	Hodnota	Jednotka
Materiálový model	elastický		
Objemová tíha	γ	21,70	kN/m ³
Poissonovo číslo	ν	0,30	-
Youngův modul pružnosti	E	630,00	MPa
Biotův parametr	α	1,00	-
Součinitel bočního tlaku v klidu	K_0	0,700	-
Objemová tíha saturované zeminy	γ_{sat}	22,70	kN/m ³
Dynamický modul pružnosti	E_{dyn}	630,00	MPa

2.5 Fáze výpočtu

Ražba tunelu neprobíhá najednou, ale dá se rozdělit do několika na sebe navazujících kroků. Proto i výpočet napjatosti výpočetního modelu probíhá v několika fázích. Účinek ražby tunelu metodou TBM je v této práci simulován konvergenční metodou [15], která umožňuje zohlednění deformací horninového masívu před čelbou razicího stroje. Procento exkavace v jednotlivých fázích bylo určeno její maximální hodnotou při splnění požadavku, aby svislá deformace poklesové kotliny nepřekročila 20 mm.

Numerický model má čtyři výpočetní fáze. První tři řeší statickou část úlohy. Tedy výstavbu tunelu a statický výpočet stavu napětí v každé fázi výstavby. V poslední, čtvrté, fázi je model zatěžován zemětřesením a počítá se příspěvek napětí od dynamického zatížení.

1. fáze – statická část

Výpočet primární geostatické napjatosti horninového masívu K_0 procedurou.

2. fáze – statická část

Ražba tunelu, aktivace 30 % zatížení na nevyztužený výrub tunelu.

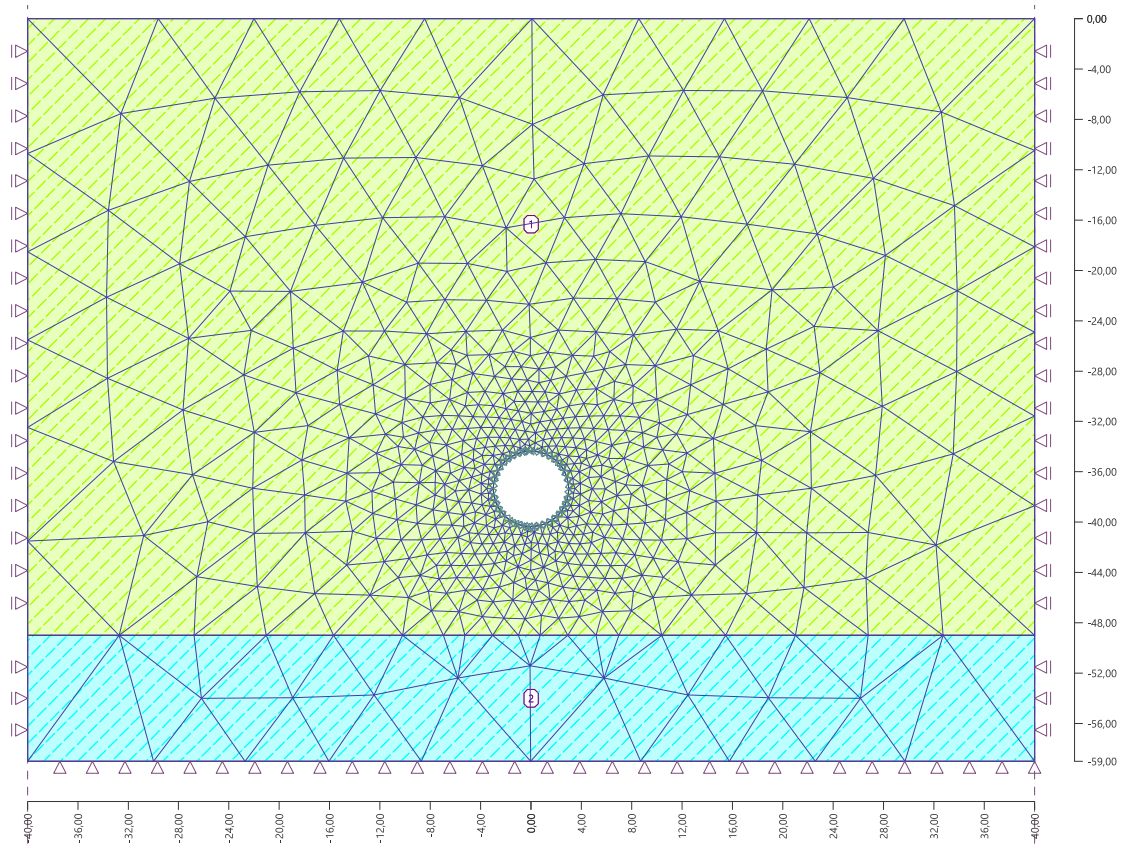
3. fáze – statická část

Vyztužení tunelu segmentovým ostěním (nosníkovými prvky), aktivace zbylých 70 % zatížení na výrub.

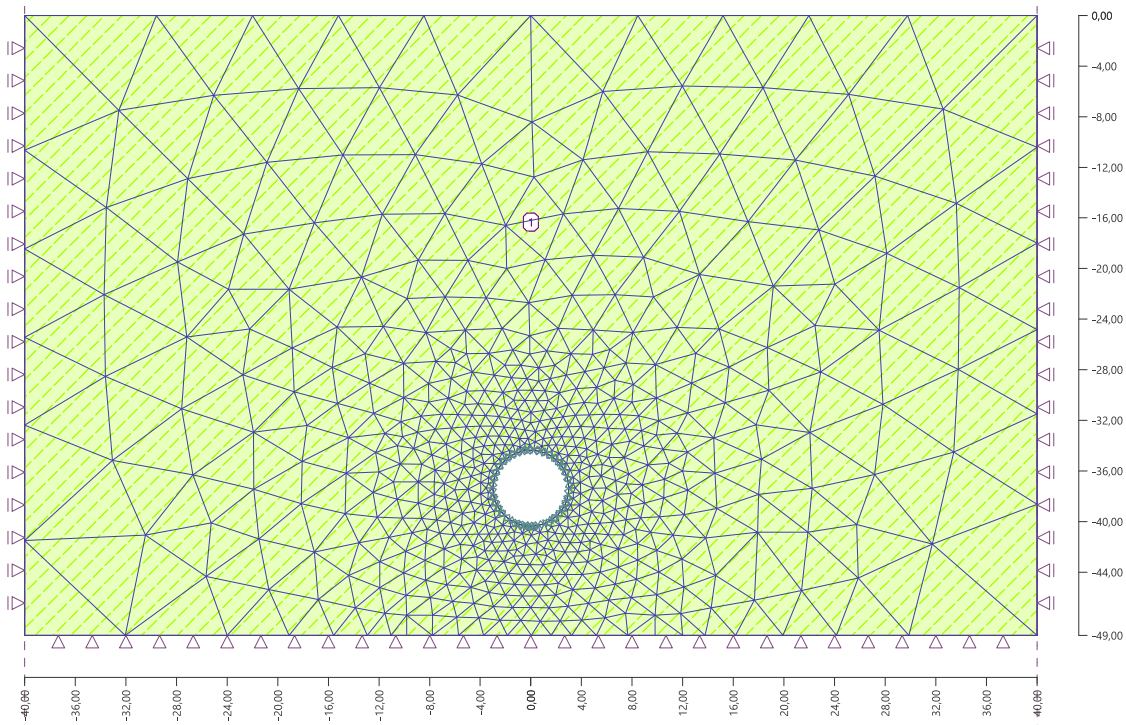
4. fáze – dynamická část

Změna Mohr-Coulombova materiálového modelu zeminy na lineárně-elastický, určení vlastních frekvencí modelu, výpočet příspěvku napětí od dynamického zatížení.

Více podrobností o tvorbě modelu a určení výpočetních parametrů lze nalézt v [2].



(a) Model s absorpční okrajovou podmínkou: 1) zemina - 49 m, 2) hornina - 10 m



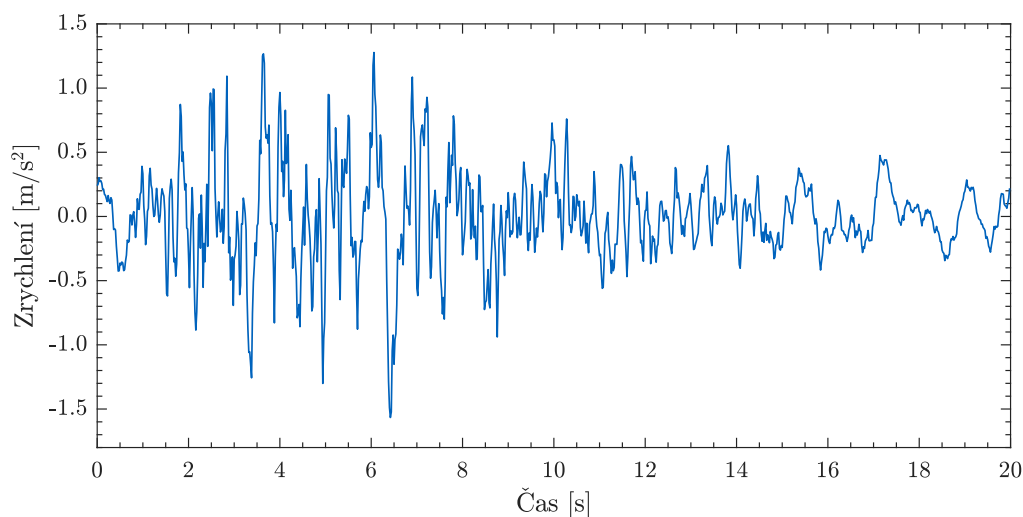
(b) Model s pevnou okrajovou podmínkou: 1) zemina - 49 m

Obrázek 2.1: Geometrie a síť konečných prvků numerických modelů

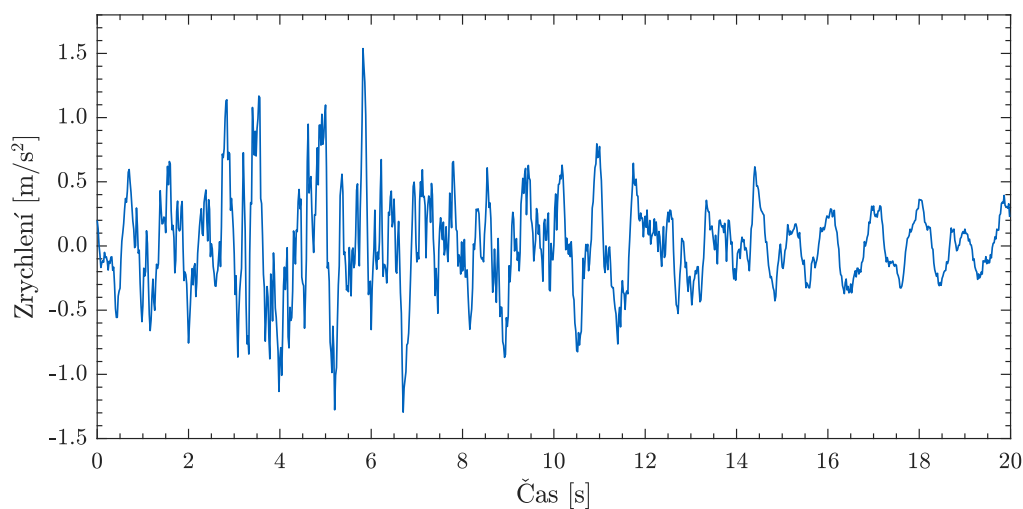
2.6 Vstupní akcelerogramy

V dynamické části úlohy je zatížení numerického modelu předepsáno akcelerogramem. Uvažováno je pouze zatížení smykovými seismickými vlnami. V této práci byly použity horizontální umělé akcelerogramy vytvořené dle požadavků EC8 [5]. Akcelerogramy byly dle algoritmu popsáno v 1.5.3 vygenerovány tři, aby byl splněn požadavek Eurokódu 8 na minimální počet akcelerogramů použitých pro výpočet.

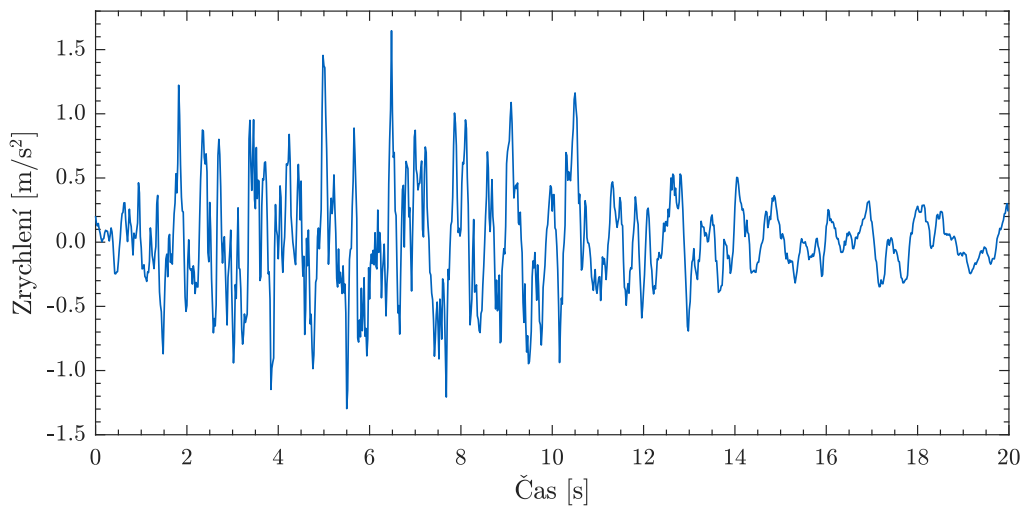
Typ spektra odezvy, podle kterého byly akcelerogramy tvořeny, byl na základě velikosti magnituda povrchových vln M_s seismické oblasti, ve které se nachází řešená tunelová konstrukce, určen jako Typ 1. Na základě inženýrskogeologického průzkumu byl úloze přiřazen typ základové půdy D. Doba trvání akcelerogramů je 20 s. Časové průběhy zrychlení zemětřesení použitých v dynamických výpočtech jsou na obrázku 2.1.



(a) Akcelerogram 1



(b) Akcelerogram 2



(c) Akcelerogram 3

Obrázek 2.1: Vstupní akcelerogramy zemětřesení použitých pro dynamický výpočet

2.7 Rayleighovy koeficienty útlumu

Jak bylo vysvětleno v kapitole 1.4, je pro určení Rayleighových koeficientů útlumu α , β nutné znát dvě vlastní frekvence modelu ω_i a jim příslušné koeficienty poměrného útlumu ξ_i nebo aspoň první vlastní frekvenci ω_1 a poměrný útlum ξ_1 . Z tohoto důvodu byla provedena modální analýza obou výpočetních modelů.

Při výpočtu vlastních tvarů byl spodní okraj obou modelů podepřen pevnými kloubovými podporami a svislé boční hranice byly dodatečně podepřeny ve svislém směru. Celkem bylo pro každý výpočetní model určeno prvních 15 vlastních frekvencí. Z nich, na základě efektivní modální hmoty pro vodorovný směr [16], byly vybrány vlastní frekvence, které odpovídají smykovým vlastním tvarům kmitání¹. Obrázek 2.3 zobrazuje vlastní tvar obou výpočetních modelů příslušný první vlastní frekvenci smykového kmitání. Obrázek 2.4 vlastní tvar příslušný třetí vlastní frekvenci smykového kmitání. Šedou barvou jsou zobrazeny uzly nedeformované sítě konečných prvků, modrou barvou vlastní tvary.

Hodnoty vlastních frekvencí získané modální analýzou obou výpočetních modelů jsou pro vybrané vlastní tvary a převládající frekvence vstupních akcelerogramů přehledně uspořádány v tabulce 2.4.

Tabulka 2.4: Přehled frekvencí pro výpočet Rayleighových koeficientů útlumu

Model	ω_1	ω_3	ω_{ACC}	Jednotka
Absorpční okrajová podmínka	3,5745	20,1393	12,5664	rad/s
Pevná okrajová podmínka	3,4577	19,6705	12,5664	rad/s

¹Model je zatěžován smykovými seismickými vlnami.

Výpočet Rayleighových koeficientů byl proveden pro koeficient poměrného útlumu $\xi = 0,05$ (5 % poměrný útlum). Tato hodnota poměrného útlumu je doporučována Eurokódem 8. Koeficienty α , β určují, jak moc jsou jednotlivé vlastní frekvence tlumeny. Při výpočtech provedených v této práci byly uvažovány následující typy útlumu:

Typ 1

Nejméně tlumenou frekvencí je první vlastní frekvence.

Typ 2

Nejméně tlumené frekvence leží mezi první a třetí vlastní frekvencí. Tento typ útlumu vychází z doporučení *Plaxis 2D Reference Manual* [17]. První mezní frekvence odpovídá první vlastní frekvenci modelu, druhá nejbližší liché vlastní frekvenci vyšší než poměr převládající frekvence vstupního akceleroqramu a první vlastní frekvence.

Typ 3

Nejméně tlumené frekvence leží mezi první vlastní frekvencí a převládající frekvencí vstupního akceleroqramu² (návrhového spektra odezvy).

Pro tyto typy útlumu byly z rovnic popsaných v 1.4 určeny Rayleighovy koeficienty útlumu. Tyto koeficienty pro jednotlivé typy útlumu shrnuje tabulka 2.5.

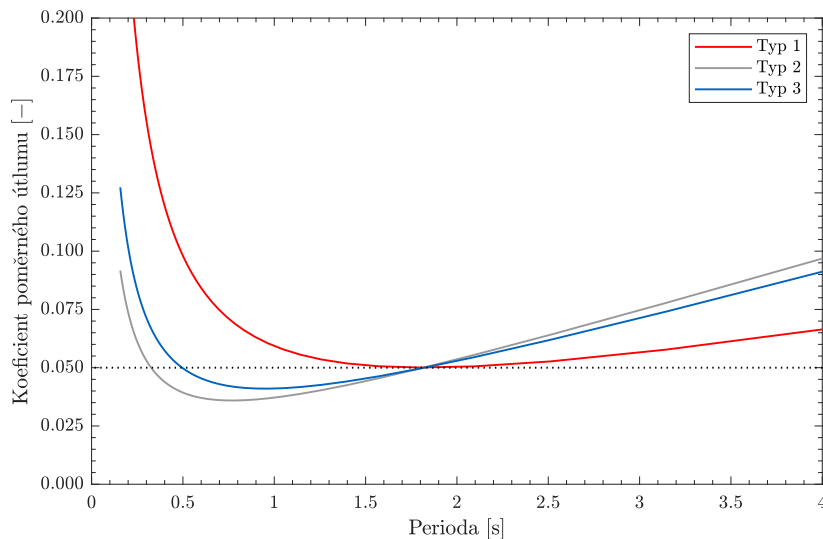
Tabulka 2.5: Přehled Rayleighových koeficientů útlumu pro jednotlivé typy útlumu

Materiálový útlum	ω	ξ	α	β
Absorpční okrajová podmínka				
Typ 1	ω_1	0,05	0,1729	0,0145
Typ 2	$\omega_1 + \omega_3$	0,05	0,2933	0,0044
Typ 2	$\omega_1 + \omega_{ACC}$	0,05	0,2712	0,0062
Pevná okrajová podmínka				
Typ 1	ω_1	0,05	0,1787	0,0140
Typ 2	$\omega_1 + \omega_3$	0,05	0,3036	0,0042
Typ 2	$\omega_1 + \omega_{ACC}$	0,05	0,2783	0,0062

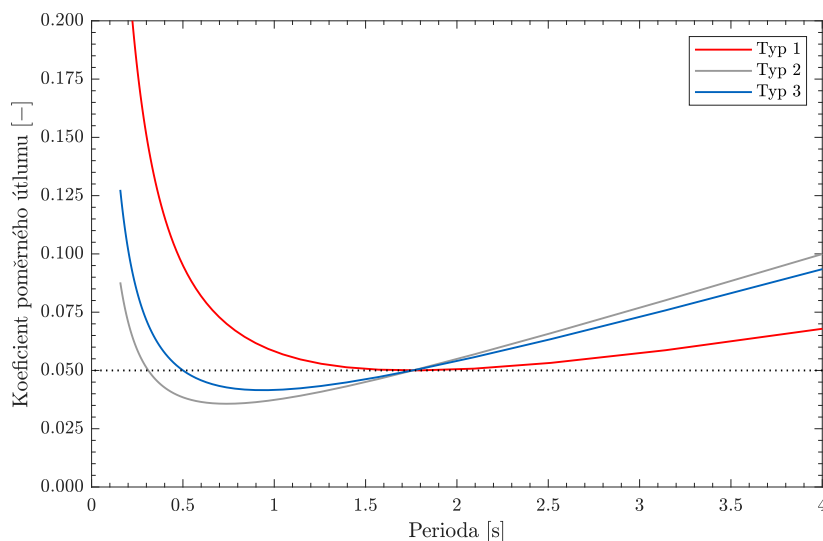
Pro lepší představu, co tyto koeficienty znamenají, je na obrázku 2.2 vykreslena závislost velikosti útlumu na frekvenci pro každý typ útlumu. Obrázek zároveň zobrazuje rozdíl mezi výše definovanými typy útlumu. Křivky všech tří typů útlumu se protínají v periodě odpovídající první vlastní frekvenci modelu ω_1 . Pro kontrolu výpočtu Rayleighových koeficientů útlumu lze ověřit, že koeficient poměrného útlumu ξ periody první vlastní frekvence ω_1 má hodnotu 0,05. Stejnou hodnotu má i pro zbylé dvě periody hraničních frekvencí ω_3 a ω_{ACC} použitých při tlumení Typu 2 a Typu 3. Hodnota $\xi = 0,05$ je pro lepší orientaci v grafu tečkovaně zvýrazněna.

²Tato frekvence je pro všechny akceleroqramy stejná, protože byly generovány s požadavkem shody se stejným spektrem odezvy. Tedy spektrem Typu 1 pro základovou půdu typu D dle EC8.

Z grafů lze vidět nejenom oblast nejméně tlumených frekvencí, ale i to, že nejvíce tlumeny by měly být vysoké frekvence vstupních akceleroogramů. Křivky koeficientu poměrného útlumu pro nízké periody totiž strmě stoupají.



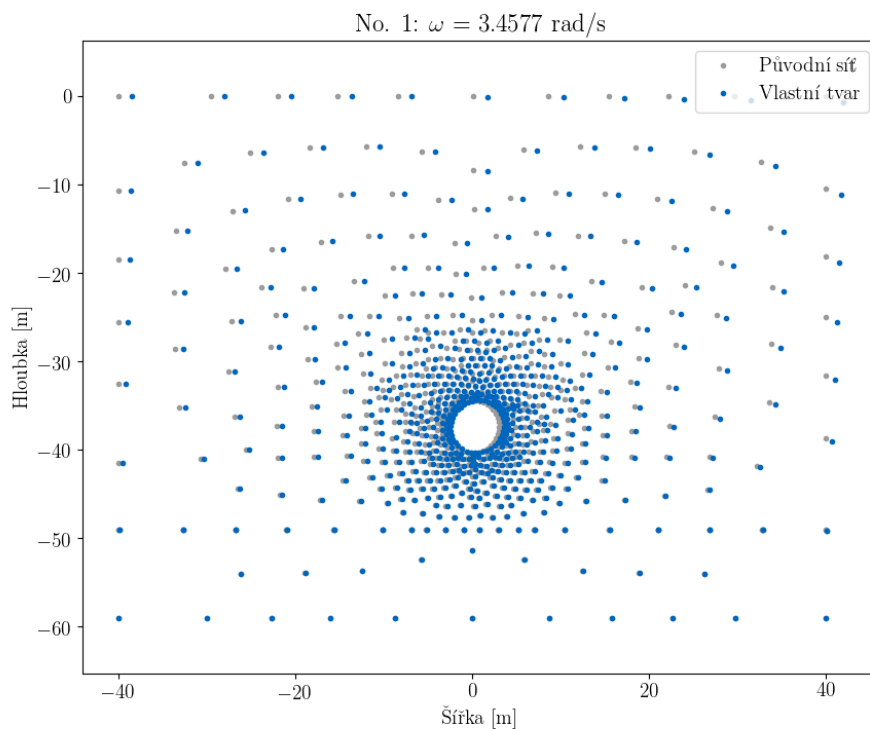
(a) Model s absorpční okrajovou podmínkou



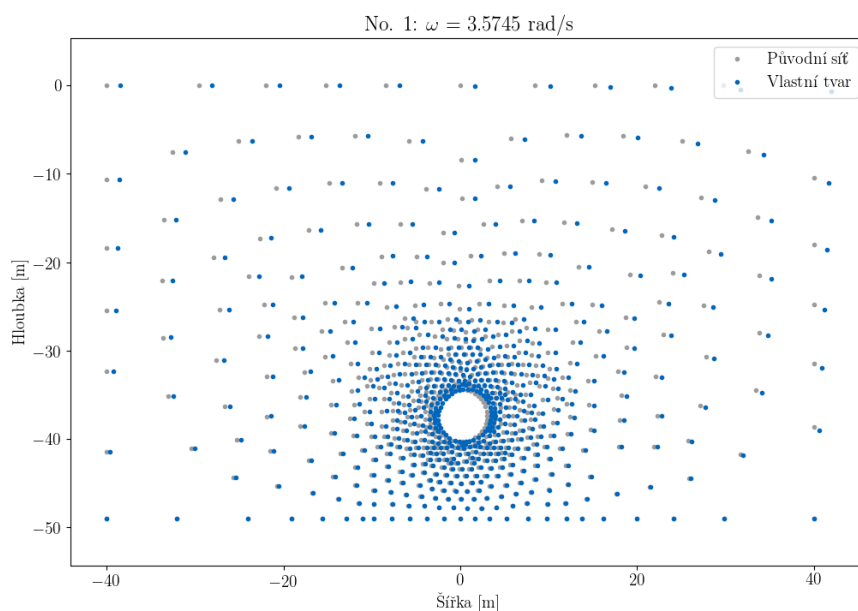
(b) Model s pevnou okrajovou podmínkou

Obrázek 2.2: Graf závislosti velikosti poměrného útlumu na frekvenci

Materiálový útlum je při výpočtech uvažován pouze pro vrstvu zeminy. Rychlost šíření seismických vln v hornině je totiž tak vysoká, že uvažování materiálového útlumu v této vrstvě nemá téměř žádný vliv na výsledné posuny.

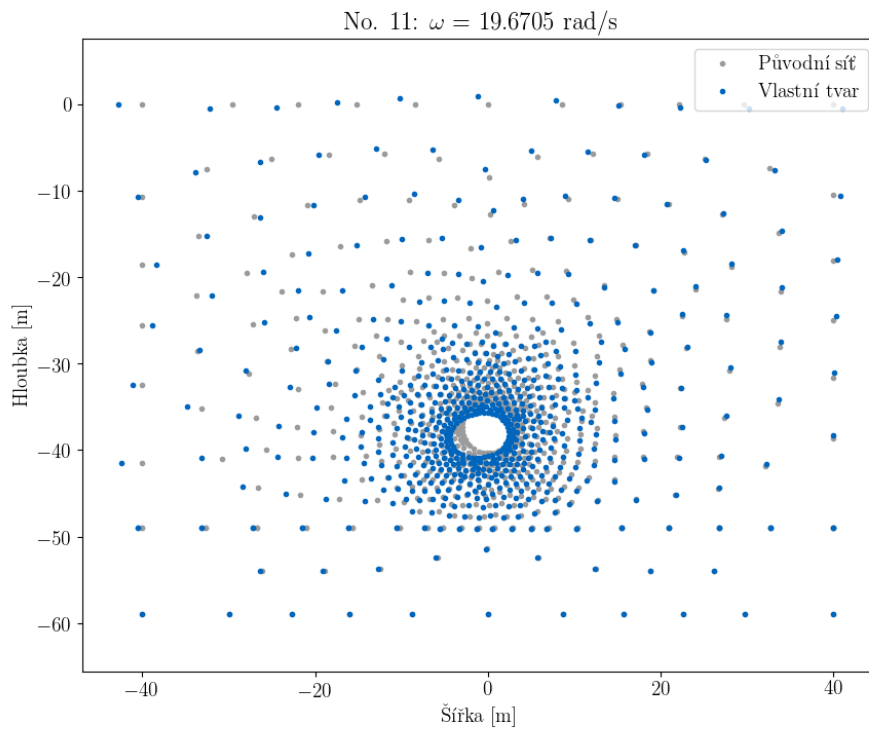


(a) Model s absorpční okrajovou podmínkou

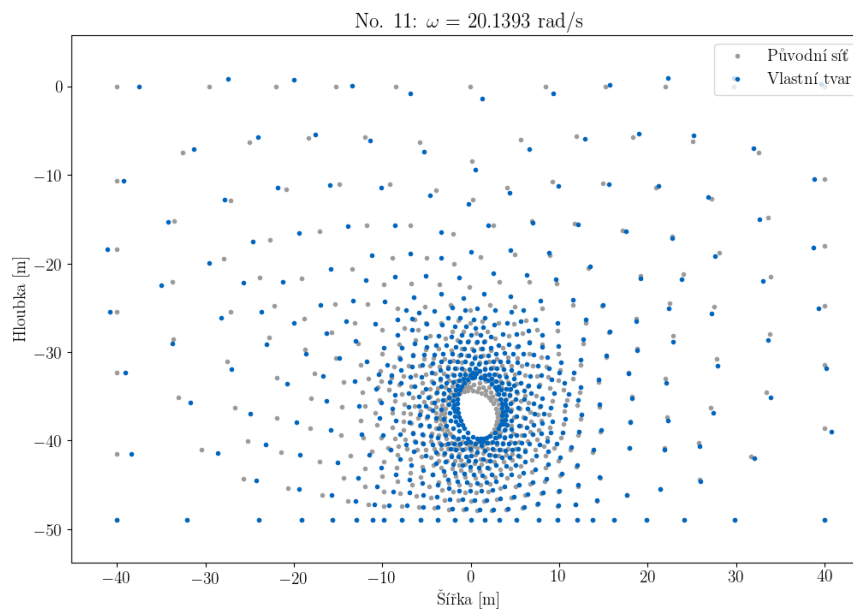


(b) Model s pevnou okrajovou podmínkou

Obrázek 2.3: Vlastní tvary pro určení první vlastní frekvence při zatěžování seismic-
kými smykovými S-vlnami



(a) Model s absorpční okrajovou podmínkou



(b) Model s pevnou okrajovou podmínkou

Obrázek 2.4: Vlastní tvary pro určení třetí vlastní frekvence při zatěžování seismic-
kými smykovými S-vlnami

Vliv délky hrany prvku sítě konečných prvků

Protože nastavení sítě konečných prvků může mít signifikantní vliv na výsledky výpočtu, je první studie zaměřená právě na ni. Sítě konečných prvků modelů popsanych v kapitole 2 jsou vytvořeny tak, aby co nejlépe vystihovaly chování modelů při statickém zatěžování. Takové nastavení ovšem nemusí být ideální i pro dynamickou část úlohy. Vzhledem k tomu, že před výpočtem dynamické části nedochází k přesítování a je použita stejná síť konečných prvků jako ve statické části, je vhodné ověřit, zda nedochází ke zkreslování výsledků výpočtu.

Síť konečných prvků a zejména počet prvků sítě má zásadní vliv na rychlost výpočtu. Proto je třeba najít kompromis mezi přesností výpočtu a jeho dobou trvání. Sítě konečných prvků ve statických úlohách je obvykle generována nehomogenní se zjemněním v oblastech předpokládaných koncentrací napětí a místech s možností vzniku nelinearit. Naopak v oblastech, které sledované hodnoty ovlivňují minimálně, bývá velikost prvků zvětšena. Naproti tomu pro dynamické úlohy je nejvhodnější použití zcela pravidelné sítě s délkou hrany prvku optimalizovanou pro vstupní dynamické zatížení.

Pravidlo pro délku hrany prvku sítě konečných prvků pro dynamické úlohy říká, že optimální délka prvku by měla být rovna takové vzdálenosti, kterou urazí šířící se vlna za jeden časový krok integrace. Takový prvek dokáže přesně vystihnout průběh seismické vlny. Kdyby byla délka hrany prvku delší, mohlo by docházet ke zkreslování seismického pohybu. Naopak zmenšování prvku by vzhledem k neměnnosti časového kroku nepřineslo zvýšení přesnosti výpočtu. Jediné čeho bychom dosáhli, by bylo, že by seismická vlna za jeden integrační krok prošla více prvky.

Budeme-li chtít splnit předpoklad optimální délky hrany sítě konečného prvku, lze jeho délku určit následovně:

Z Youngova modulu pružnosti E a Poissonova čísla ν materiálu, pro který je určována délka prvku sítě konečných prvků, vypočteme smykový modul pružnosti G ze vztahu

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (3.1)$$

Pro rychlost šíření smykové vlny c_s , viz rovnice (1.3), platí, že

$$c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (3.2)$$

kde ρ je hustota materiálu, kterým se smyková vlna šíří. Optimální délka prvku sítě pro časový krok integrace Δt se určí ze vztahu

$$l_{elem} = c_s \Delta t. \quad (3.3)$$

3.0.1 Výpočetní model

V této studii budou použity tři výpočetní modely bez uvažovaného materiálového útlumu. Všechny vycházejí z modelu s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici popsaném v kapitole 2. Tento model byl zvolen proto, že odraz vln na spodní hranici je pro tuto studii žádaným jevem. Periodicita průchodu vlny prostředím modelu usnadní vytvoření představy o chování modelu při dynamickém zatěžování. Výpočetní model z kapitoly 2 byl ve dvou případech modifikován, ve třetím zůstal nezměněn. Modifikace výpočtového modelu byly provedeny následující:

Model 1

Z modelu byla odstraněna geometrie tunelu a byla vygenerována dokonale homogenní síť konečných prvků s optimální délkou hrany prvku.

Model 2

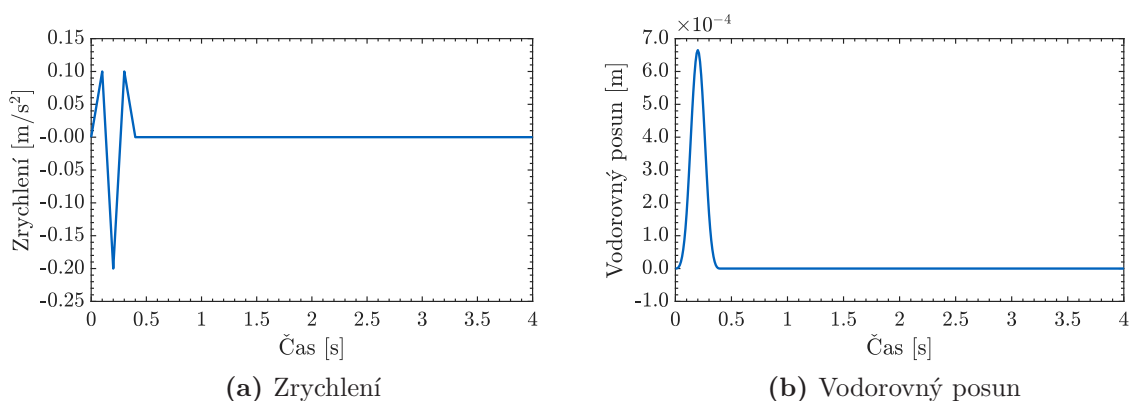
Z modelu byla odstraněna geometrie tunelu, ale síť konečných prvků zůstala stejná jako v modelu s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici z kapitoly 2.

Model 3

Model s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici z kapitoly 2 beze změn. Model má heterogenní síť konečných prvků i geometrii tunelu s nosníkovými prvky ostění.

Optimální délka prvku sítě konečných prvků modelu 1 pro materiálové parametry zeminy byla určena ze vztahu (3.3). Časový krok integrace byl nastaven jako $\Delta t = 0,01$ s, což odpovídá integračnímu kroku dynamického impulsu popsaného v následujícím odstavci. Na základě těchto parametrů byla optimální délka prvku sítě konečných prvků určena jako $l_{elem} = 1,20$ m. Numerický výpočet je součástí této práce a tvoří přílohu B.

Pro snazší interpretaci výsledků nebude model zatěžován složitým akcelerogramem zemětřesení, ale pouze krátkým dynamickým impulzem. Tento impuls představuje jednoduchou půlvlnu. Zrychlení a jemu odpovídající horizontální posun lze vidět na obrázku 3.1.



Obrázek 3.1: Časový průběh zrychlení a vodorovného posunu dynamického impulsu

3.0.2 Výsledky studie

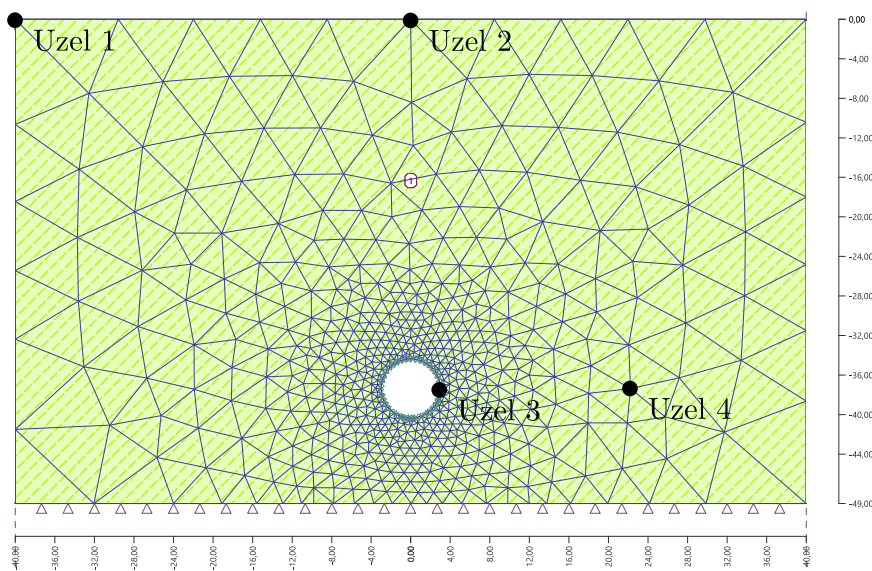
Výsledky studie byly zjišťovány v následujících charakteristických uzlech modelu:

Uzel 1 – na terénu na levém okraji modelu

Uzel 2 – na terénu uprostřed šířky modelu

Uzel 3 – v hloubce středu tunelového výrubu na pravé straně ostění

Uzel 4 – v hloubce středu tunelového výrubu v pravé čtvrtině šířky modelu

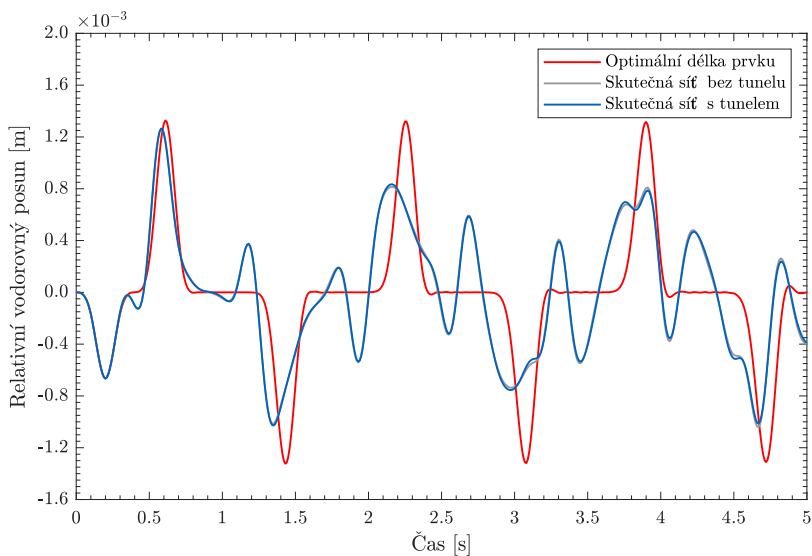


Obrázek 3.2: Poloha charakteristických bodů numerického modelu s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici použitých pro studii dynamického chování modelu

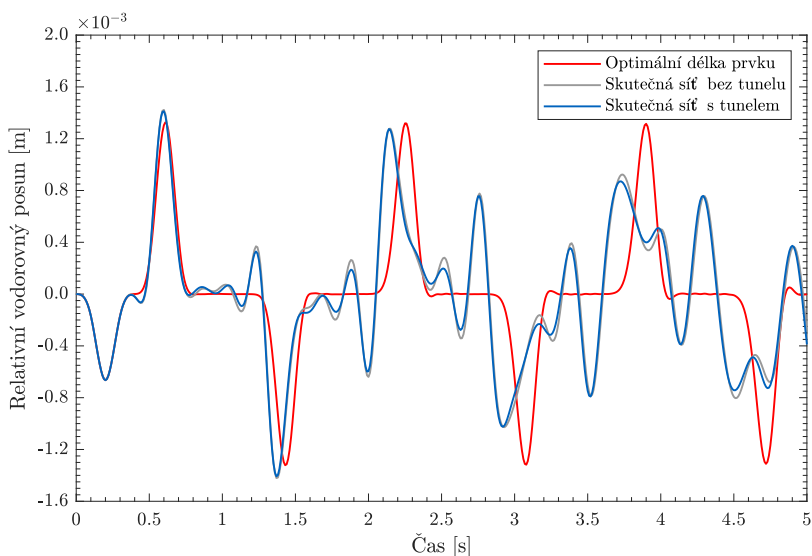
Obrázky 3.3 a 3.4 zobrazují výsledné relativní vodorovné posuny charakteristických uzlů modelu. Červenou barvou jsou vykresleny posuny uzlů při použití homogenní sítě

s optimální délkou prvku (model 1), šedě skutečná síť s odstraněnou geometrií tunelu (model 2) a modře síť beze změny oproti statickému výpočtu (model 3). Lze pozorovat, že posuny při použití optimální sítě prvků jsou pro všechny uzly téměř dokonale harmonické, zatímco nehomogenní síť svoji harmoničnost postupem času ztrácí.

Nejvíce je tento jev patrný v případě posunů uzlu 1 (obrázek 3.3a). Na svislé hranici modelu mají totiž prvky nehomogenních sítí konečných prvků největší délku a to až 8 m. Taková délka prvků je příliš velká na to, aby mohla vystihnout průchod vlny a dochází



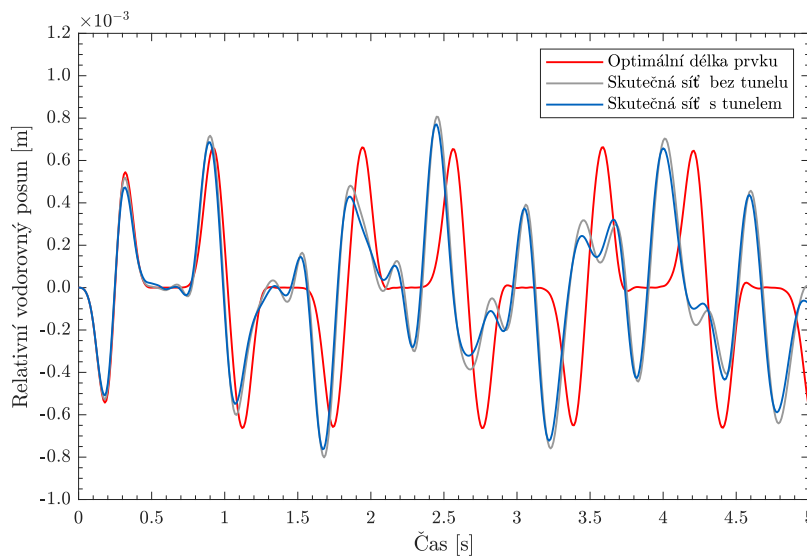
(a) Uzel 1



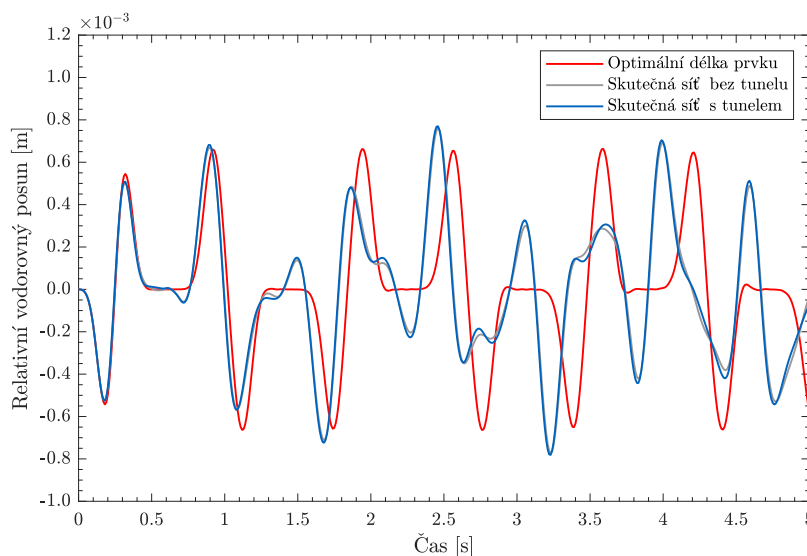
(b) Uzel 2

Obrázek 3.3: Časový průběh relativního vodorovného posunu uzlů na terénu pro různé sítě konečných prvků

zde tak k jejímu výraznému zkreslení. V tomto uzlu dochází u obou nehomogenních sítí k rozkmitu ještě před samotným průchodem vlny a zároveň k poklesu amplitudy. Oba jevy časem nabývají takové velikosti, že se vlna jeví jako zdvojená. Známe-li řešení spočítané pro optimální délku prvku, je možné odlišit výchylky, které by měly patřit hlavnímu rozkmitu. Jejich amplitudy nastávají v přibližně stejném čase jako v případě použití sítě s optimální délkou prvku. Vliv tuhosti tunelového ostění není v tomto uzlu pozorovatelný.



(a) Uzel 3



(b) Uzel 4

Obrázek 3.4: Časový průběh relativního vodorovného posunu uzlů v hloubce středu tunelového výrubu pro různé sítě konečných prvků

V posunech uzlu 2 (obrázek 3.3b) již lze vliv tuhosti ostění tunelu pozorovat. Uzel se totiž nachází přímo na svislé ose ostění a lze předpokládat, že model s uvažovanými nosníkovými prvky bude v tomto uzlu vykazovat mírně odlišné chování než model se zeminou místo výrubu. To potvrzuje průběh šedé a modré křivky posunů, která má v případě sítě konečných prvků s uvažovaným tunelem nižší amplitudy než v případě sítě bez tunelu. Z velikosti posunů modelů s nehomogenní sítí konečných prvků lze usoudit, že přestože tuhost nosníkových prvků je v porovnání se zeminou v odpovídající hloubce tisíckrát větší, nemá tento rozdíl v tuhostech v celkovém měřítku posunů výrazný vliv. Při použití nehomogenních sítí dochází k předbíhání vlny, tudíž k maximálním výchylkám dochází v časech nižších než v případě sítě s optimální délkou prvku. Stejně jako v případě uzlu 1 lze pozorovat vznik přídavných rozkmitů a snižování amplitudy v čase.

Obrázky 3.4a a 3.4b zobrazují posuny uzlů v hloubce středu tunelového výrubu. Průběh vlny v těchto uzlech je mírně odlišný od uzlů na terénu. Na terénu totiž dochází k odrazu vlny od volného okraje a tím ke zdvojnásobení amplitud. Na druhou stranu uzly uvnitř vrstvy zeminy mají dvojnásobnou periodu výkmitů, což odpovídá dvojitému průchodu vlny těmito uzly. Jednou při šíření se vlny od spodního okraje směrem k terénu a podruhé při pohybu směrem dolů po zpětné trajektorii, ke kterému dochází po odrazu vlny na horní hranici modelu.

U obou uzlů dochází k předbíhání vlny a přídavnému rozkmitu stejně jako u uzlu 2. Do času 2,5 s lze pozorovat přibližnou shodu s posuny sítě s optimální délkou prvku, nicméně po tomto čase podobnost mizí. V posunech uzlu 3 lze pozorovat největší vliv tuhosti nosníkových prvků tunelového ostění. Tento uzel se totiž nachází přímo na ostění tunelu.

Obecně lze říct, že nehomogenní sítě nejsou schopné spolehlivě vystihnou posuny vyvolané průchodem seismické vlny a je na zvážení, zda by nebylo vhodné před výpočtem dynamické části úlohy vygenerovat novou síť konečných prvků. Takovou, aby vyhovovala požadavkům dynamických výpočtů. To by ovšem vyžadovalo přenos všech vypočtených veličin z jedné sítě do druhé, který program GEO5 MKP prozatím neumožňuje.

Vliv materiálového útlumu

Vliv materiálového útlumu na odezvu podzemních konstrukcí zatížených zemětřesením byl nejprve sledován na 1D *free field* úloze a až poté na kompletních dvourozměrných modelech popsaných v kapitole 2. Studie byla provedena jak pro model s pevnou, tak s absorpční okrajovou podmínkou na spodní hranici.

Výpočet jednorozměrných i dvourozměrných modelů byl proveden s použitím heterogenních sítí konečných prvků příslušejících modelům. V případě 1D *free field columns* odpovídá síť konečných prvků rozdělení jednotlivých prvků dvourozměrných modelů na svislých hranicích. Jak bylo ukázáno v předchozí kapitole (kapitola 3), tyto sítě konečných prvků nejsou z hlediska materiálu ani délky integračního kroku pro dynamický výpočet optimální.

Studie byla provedena za použití jednoho z uměle vygenerovaných akcelerogramů (obrázek 2.2a). Časový krok tohoto záznamu Δt je 0,2 s. Stejný časový krok byl uvažován i pro integrační krok výpočtu¹. Jak již bylo zmíněno dříve, tlumená je pouze vrstva zeminy.

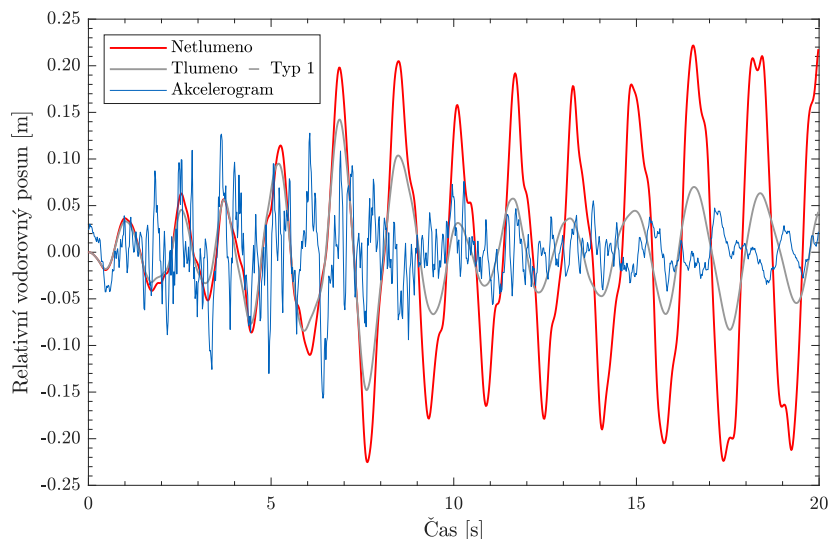
4.1 1D free field analýza

Výsledky studie jednorozměrného modelu jsou prezentovány skrze relativní vodorovný posun uzlu na terénu² (uzel 1 na obrázku 3.2). Obrázek 4.1 zobrazuje obecný vliv materiálového útlumu na uzlové posuny v případě modelu s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici, viz obrázek 2.1b. Pro ilustrativnější vyhodnocení realističnosti chování modelu v závislosti na časovém průběhu zrychlení uvažovaného záznamu zemětřesení, je v grafu modrou barvou podkreslený přeškálovaný vstupní akcelerogram. Červená barva

¹Optimální délka prvku sítě konečných prvků pro tento časový krok a dané parametry zeminy by byla dle rovnice (3.3) rovna $l_{elem} = 2,40$ m.

²S výjimkou obrázku 4.3.

netlumených posunů potvrzuje předpoklad, že v případě modelu s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici, je zavedení materiálového útlumu zásadní pro realistické chování modelu. Pokud by vliv útlumu nebyl uvažován, nedošlo by vlivem odrazu seismických vln na horní i spodní hranici modelu ke snížení výchylek ani po doznění zemětřesení a model by kmital teoreticky do nekonečna.

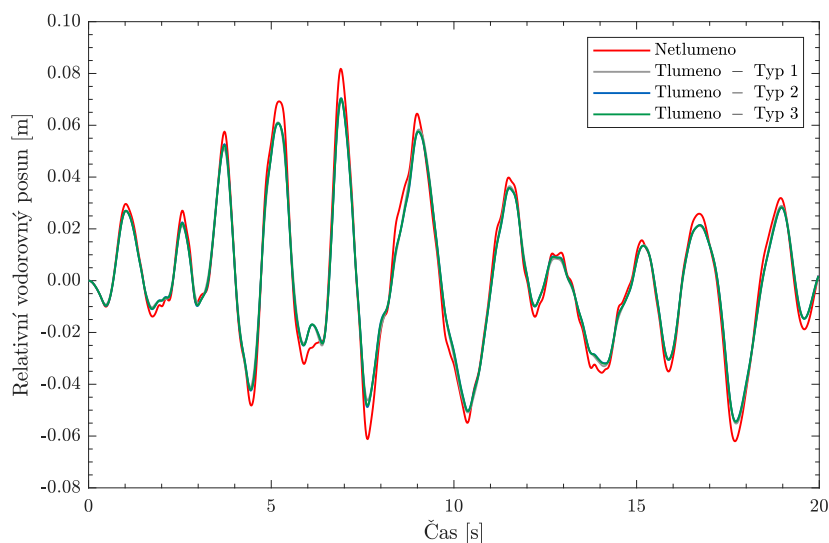


Obrázek 4.1: Časový průběh relativního vodorovného posunu uzlu na terénu s modře podkresleným akcelerogramem

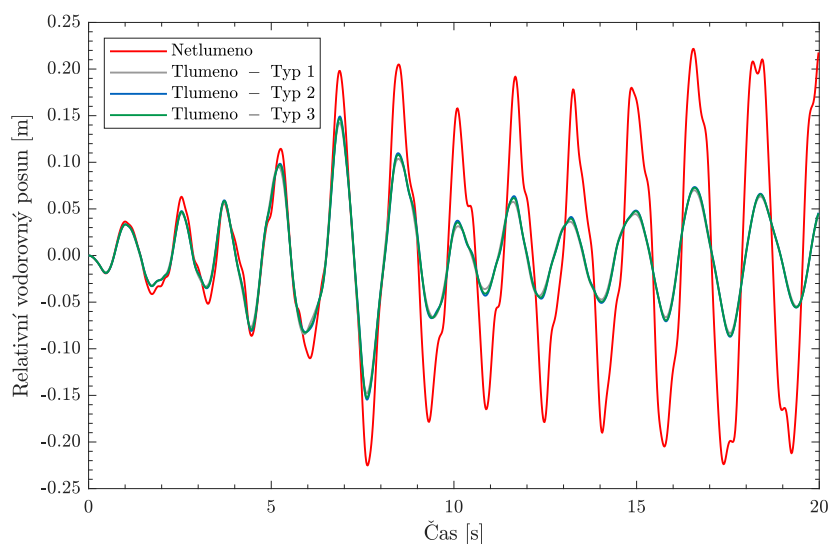
Jaký význam má zvolený typ útlumu (kapitola 2.7) na výsledné hodnoty, ukazuje obrázek 4.2. Obrázek porovnává relativní vodorovné posuny modelů bez uvažovaného materiálového útlumu a modelů s uvažovaným materiálovým útlumem. Rayleighovy koeficienty útlumu jsou v případech modelů s uvažovaným tlumením nastaveny dle tabulky 2.5 tak, aby odpovídaly typům útlumu prezentovaným v kapitole 2.7. Obrázek 4.2a ukazuje výsledky uzlových posunů modelu s absorpční okrajovou podmínkou na spodní hranici. Obrázek 4.2b pak modelu s pevnou okrajovou podmínkou.

Z obrázku 4.2a lze pozorovat, že v případě modelu s absorpční okrajovou podmínkou na spodní hranici má, minimálně v tomto případě, vliv materiálového útlumu na výsledné posuny zanedbatelný vliv. To je zapříčiněno tím, že dolů postupující vlna je při dosažení spodní hranice modelu záměrně utlumena okrajovou podmínkou tak, aby bylo dosaženo stejného efektu, jako by vlna pokračovala dál do zemského tělesa, pokud by model nebyl uměle ukončen. Z tohoto důvodu dojde k utlumení pohybu i bez uvažování materiálového útlumu.

Z výsledků modelu s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici (obrázek 4.2b) vyplývá, že pro tento model je sice zavedení materiálového útlumu pro simulaci reálného chování nezbytné, nicméně předpoklad, dle kterého jsou vypočteny Rayleighovy koeficienty útlumu, má na výsledky výpočtu minimální efekt. Proto bude v následujících výpočtech modelu s pevnou okrajovou podmínkou uvažován pouze materiálový útlum typu 1.



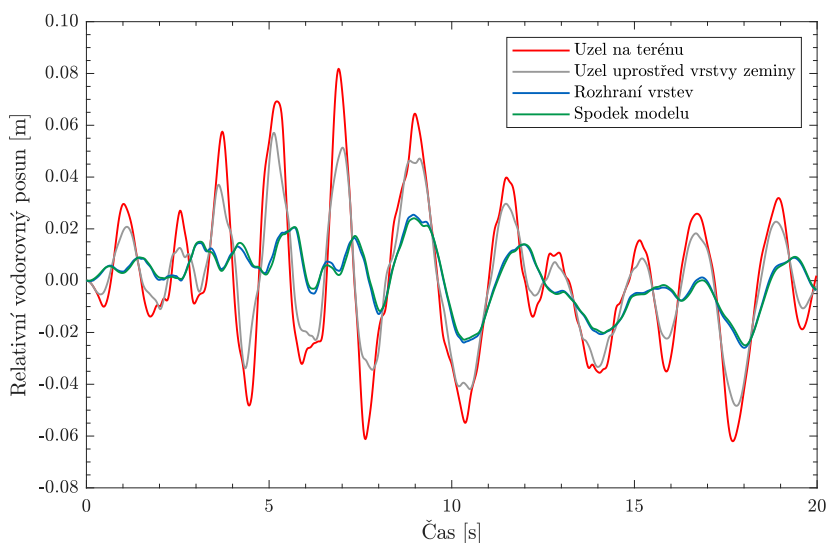
(a) Model s absorpční okrajovou podmínkou



(b) Model s pevnou okrajovou podmínkou

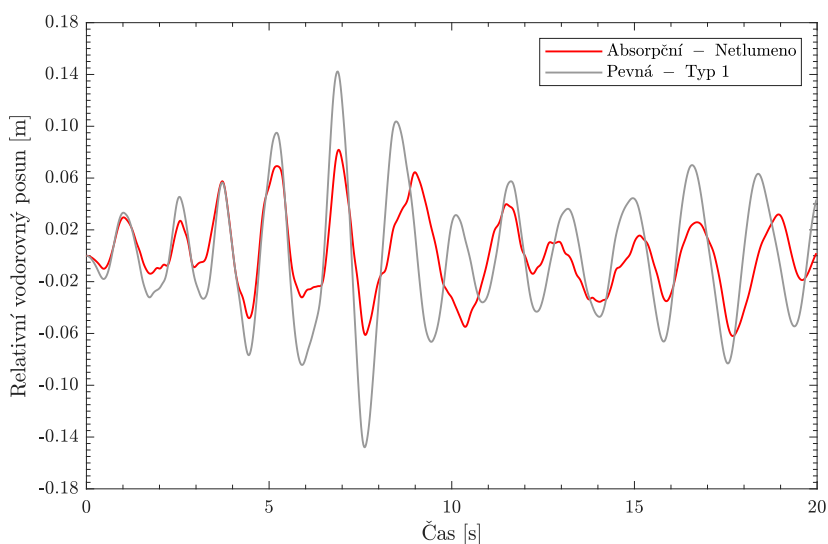
Obrázek 4.2: Vliv zvoleného typu útlumu na časový průběh relativních vodorovných posunů

Model s absorpční okrajovou podmínkou a model s pevnou okrajovou podmínkou by teoreticky při správném nastavení vstupních parametrů měly dávat stejné výsledky výpočtu. Geometrie modelů je ale vzhledem k absenci vrstvy horniny u modelu s pevnou okrajovou podmínkou různá. Zda, a případně jak, ovlivňuje tento rozdíl v dimenzích a uvažovaných materiálech výsledky výpočtu, lze vyhodnotit na základě obrázku 4.3. Ten zobrazuje relativní vodorovné posuny charakteristických uzlů jednorozměrného modelu s absorpční okrajovou podmínkou na spodní hranici.



Obrázek 4.3: Časový průběh relativního vodorovného posunu charakteristických uzlů modelu s absorpční okrajovou podmínkou

Posuny jsou vykresleny pro uzel na spodní hranici modelu, dále uzel na rozhraní vrstvy horniny s vrstvou zeminy, uzel uprostřed vrstvy zeminy a uzel na terénu. Nejzajímavějším z hlediska ovlivnění výsledků výpočtu vlivem rozdílných dimenzí je porovnání posunů uzlu na spodní hranici modelu s uzlem na rozhraní vrstev. Tedy časové průběhy relativních vodorovných posunů vykreslené zelenou a modrou barvou. Tyto časové průběhy téměř splývají, lze tedy vyloučit významné ovlivnění výsledků způsobené uvažováním vrstvy horniny.



Obrázek 4.4: Porovnání časových průběhů relativního vodorovného posunu modelu s absorpční okrajovou podmínkou a modelu s pevnou okrajovou podmínkou

Porovnání výsledků obou výpočetních modelů je na obrázku 4.4. Přestože je v modelu s pevnou okrajovou podmínkou uvažován poměrný útlum $\xi = 5 \%$, jsou výchyly toho modelu stále větší v porovnání s modelem s absorpční okrajovou podmínkou, který není tlumený vůbec. Dále je vzhledem k hladšímu průběhu křivky posunů modelu s pevnou okrajovou podmínkou možné potvrdit očekávání, že nejvíce tlumeny budou vysoké frekvence.

4.2 2D analýza

Při studii vlivu materiálového útlumu ve dvojrozměrném prostředí byla brána v potaz zjištění z předchozí studie provedené na jednorozměrných modelech. Proto není v případě modelu s absorpční okrajovou podmínkou na spodní hranici uvažován žádný materiálový útlum, zatímco model s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici je tlumen pouze materiálovým útlumem typu 1.

Relativní vodorovné posuny byly vyhodnocovány v uzlu 2–4, jejichž poloha je definována v kapitole 3 (obrázek 3.2). Výsledky jsou vždy prezentovány dvojicí grafů. První graf porovnává posuny modelu s absorpční okrajovou podmínkou na spodní hranici bez uvažovaného materiálového útlumu a modelu s pevnou okrajovou podmínkou s materiálovým útlumem typu 1 s koeficientem poměrného útlumu $\xi = 5 \%$. Ve druhém z dvojice grafů přibyla třetí křivka a to relativní vodorovné posuny modelu s pevnou okrajovou podmínkou s materiálovým útlumem typu 1 se zvýšeným koeficientem poměrného útlumu na hodnotu $\xi = 10 \%$.

Volba konkrétní hodnoty koeficientu poměrného útlumu není v Eurokódu 8 vysvětlena. Doporučovaná hodnota $\xi = 5 \%$ tedy nemá žádný racionální podklad. Pro zjištění, jaký vliv má volba tohoto koeficientu na výsledky výpočtu, byly posuny modelu s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici počítány pro koeficient poměrného útlumu $\xi = 5 \%$ a $\xi = 10 \%$. Volba koeficientu poměrného útlumu $\xi = 10 \%$ také není fakticky podložena a byla zvolena s ohledem na relativní vodorovné posuny uzlu 1 při 1D *free field* analýze (obrázek 4.4), které jsou po celou dobu trvání zemětřesení v případě modelu s pevnou okrajovou podmínkou větší než modelu s absorpční okrajovou podmínkou. Rayleighovy koeficienty útlumu typu 1 modelu s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici jsou pro účely této studie upraveny dle tabulky 4.1.

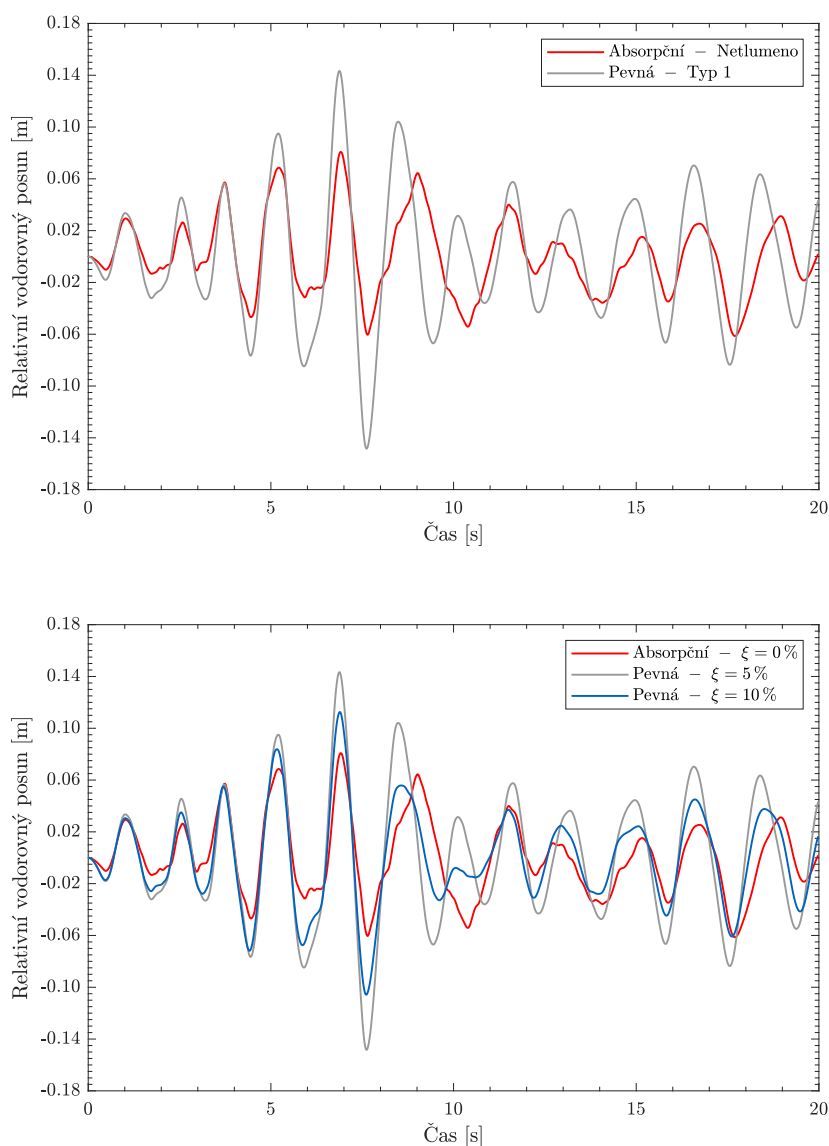
Tabulka 4.1: Rayleighových koeficientů útlumu modelu s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici

Materiálový útlum	ω	ξ	α	β
Typ 1a	ω_1	0,05	0,1787	0,0140
Typ 1b	ω_1	0,10	0,3574	0,0280

Výsledky studie dvourozměrného modelu odpovídají výsledkům jednorozměrného modelu. Posuny uzlu na terénu ve 2D analýze (uzel 2) jsou díky tuhosti ostění tunelu téměř shodné s posuny uzlu na terénu 1D *free field* analýzy, viz obrázek 4.4 a 4.5a.

Z porovnání posunů při použití 5% (šedou barvou) a 10% (modrou barvou) materiálového útlumu lze pozorovat, že v případě uzlu na terénu vede uvažování vyššího koeficientu poměrného útlumu modelu s pevnou okrajovou podmínkou k dosažení lepší shody s výsledky netlumeného modelu s absorpční okrajovou podmínkou (červenou barvou). I tak jsou ale výchylky modelu s pevnou okrajovou podmínkou po většinu doby trvání zemětřesení větší než v případě modelu s absorpční okrajovou podmínkou.

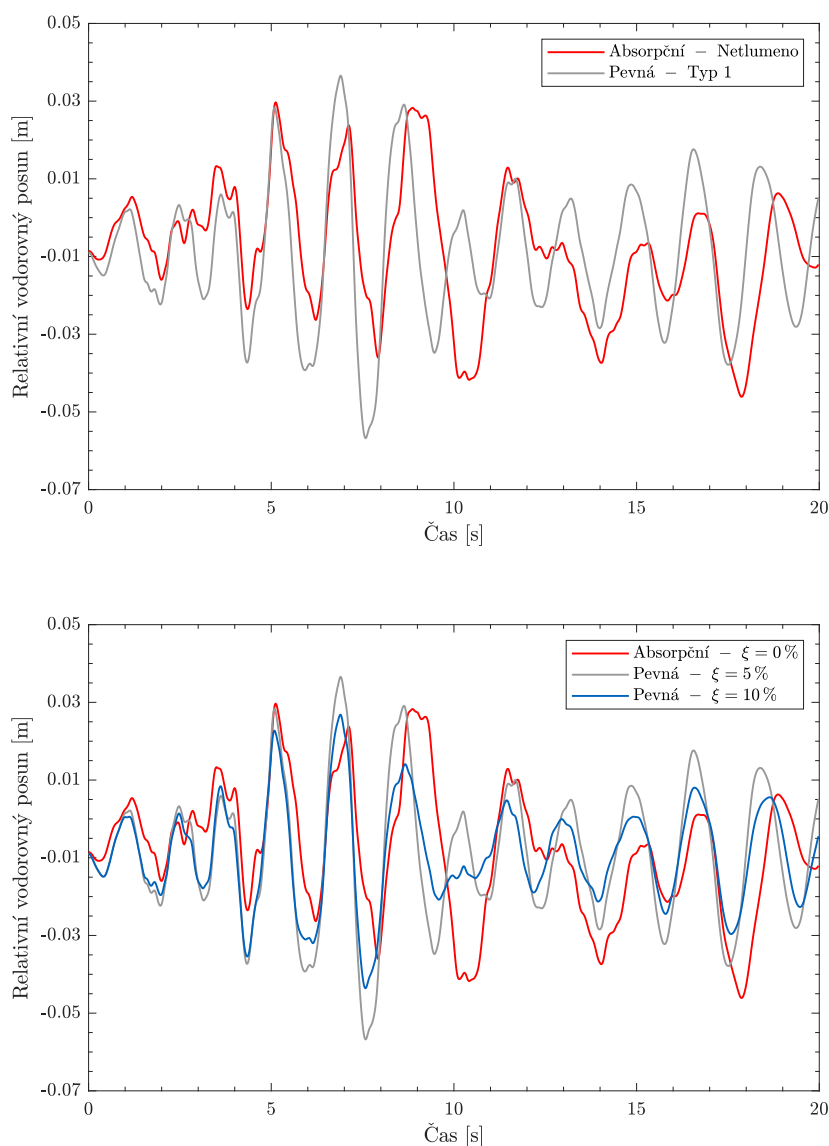
Obrázky 4.6 a 4.7 zobrazují relativní vodorovné posuny uzlu 3 (na ostění tunelu) a uzlu 4 (ve vrstvě zeminy), tedy uzlů v přibližně stejné hloubce modelu. V důsledku relativně vysoké tuhosti ostění lze pozorovat, že výsledné posuny pozorované v obou uzlech se vzájemně liší jen nepatrně.



Obrázek 4.5: Porovnání časových průběhů relativního vodorovného posunu modelu s absorpční okrajovou podmínkou a modelu s pevnou okrajovou podmínkou v uzlu 2

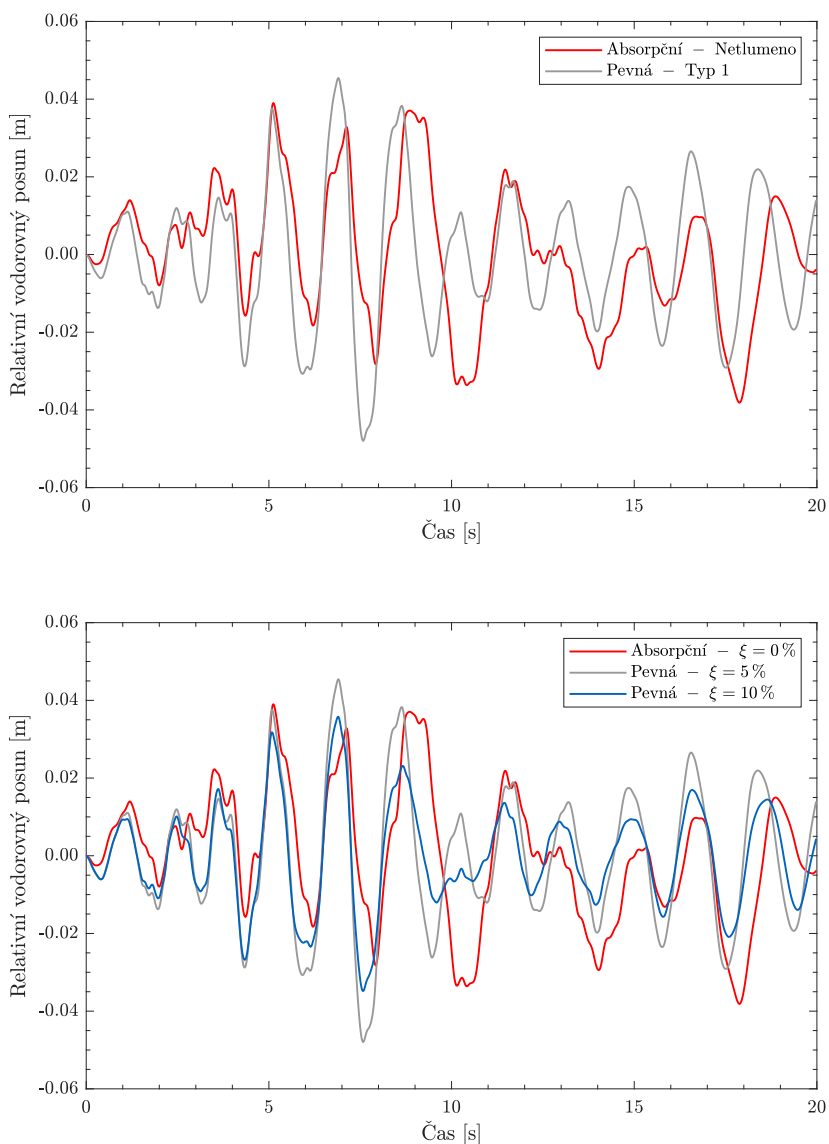
Křivky tlumených posunů modelu s pevnou okrajovou podmínkou mají stejně jako v případě 1D *free field* analýzy hladší průběh v porovnání s netlumenými posuny modelu s absorpční okrajovou podmínkou. Správnost výpočtu Rayleighových koeficientů útlumu lze ověřit tím, že velikost výchylek s uvažovaným 10% (modrou barvou) materiálovým útlumem je ve všech časových okamžicích nižší než při uvažování 5% (šedou barvou) materiálového útlumu.

Rozhodnout, zda dochází k lepší shodě výsledků modelu s absorpční okrajovou podmínkou a modelu s pevnou okrajovou podmínkou při 5% nebo 10% útlumu není snadné. Z výsledků této studie se zdá, že celkový rozdíl posunů při uvažování 10% materiálového útlumu je nižší, než při uvažování 5% útlumu. Nicméně shoda není dokonalá a přiblížení



Obrázek 4.6: Porovnání časových průběhů relativního vodorovného posunu modelu s absorpční okrajovou podmínkou a modelu s pevnou okrajovou podmínkou v uzlu 3

se hodnotám relativních vodorovných posunů modelu s absorpční okrajovou podmínkou na spodní hranici při uvažování vyššího koeficientu poměrného útlumu může být pouze náhodné. Zůstává na pováženu, zda nevěnovat více pozornosti doporučené hodnotě koeficientu poměrného útlumu Eurokódem 8. Objasnění určení této hodnoty a definici úloh, pro které je její použití zamýšleno.



Obrázek 4.7: Porovnání časových průběhů relativního vodorovného posunu modelu s absorpční okrajovou podmínkou a modelu s pevnou okrajovou podmínkou v uzlu 4

2D analýza tunelu

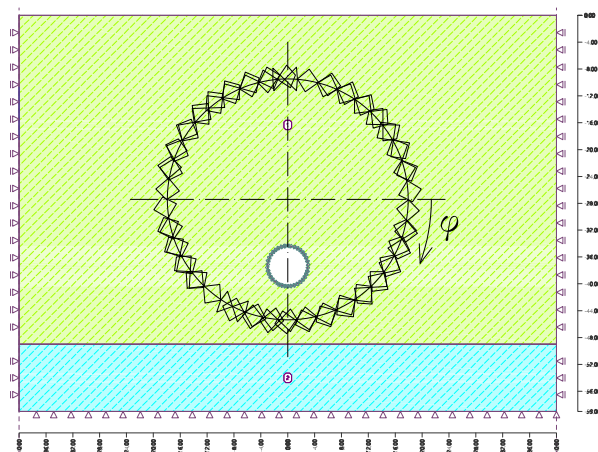
Doposud jsme se zabývali pouze posuny uzlů sítě konečných prvků, které vyvolá zemětřesení. Z hlediska inženýrské praxe je ale mnohem podstatnější průběh vnitřních sil na ostění tunelu. Tunelové konstrukce se navrhují s ohledem právě na tyto hodnoty vnitřních sil a jejich požadované využití. V této kapitole budou tedy prezentovány hodnoty vnitřních sil na nosníkových prvcích, kterými je modelováno ostění tunelu.

Výpočet zatížení zemětřesením byl proveden pro oba výpočetní modely, model s absorpční okrajovou podmínkou na spodní hranici (obrázek 2.1a) bez uvažovaného materiálového útlumu a model s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici (obrázek 2.1b) s materiálovým útlumem typu 1¹. Modely byly postupně zatěžovány všemi třemi vstupními akcelerogamy, viz obrázek 2.1. Výpočetní program GEO5 MKP vykresluje v současné verzi programu hodnoty vnitřních sil pouze na konci dynamické analýzy. Protože hodnoty vnitřních sil jsou časově závislé a jejich hodnota se počítá v každém integračním kroku, musely být hodnoty vnitřních sil zapsány do zvláštního textového souboru pro každý časový krok.

Vnitřní síly byly počítány pro akcelerogramy trvající 20 s. Časový krok integrace byl nastaven shodně s časovým krokem akcelerogramu, tedy na 0,02 s. To tvoří 1 000 různých hodnot vnitřních sil pro každý z uzlů sítě konečných prvků nacházejících se na tunelovém ostění. Z tohoto důvodu nebyl při zpracování výsledků brán zřetel na vzájemnou časovou závislost vnitřních sil, ale jsou prezentovány pouze absolutní extrémní hodnoty, kterých daná vnitřní síla v průběhu zemětřesení v jednotlivých uzlech nabývá. Vnitřní síly jsou graficky znázorněny ve formě rozvinutého příčného řezu ostění tunelu. Polární souřadnice φ , která určuje aktuální polohu na příčném řezu se řídí orientací dle obrázku 5.1. Znaménková konvence vnitřních sil je definována tak, že kladná hodnota ohybového momentu značí tažená spodní vlákna na vnitřní straně ostění tunelu.

Grafické výsledky jsou prezentovány zvláště pro každý model (kapitola 5.2 pro model s absorpční okrajovou podmínkou a kapitola 5.3 pro model s pevnou okrajovou podmínkou). Trojice grafů umístěné na jednotlivých stránkách se týkají vždy jedné z

¹Materiálový útlum typu 1 byl uvažován pro všechny tři vstupní akcelerogramy.



Obrázek 5.1: Orientace polární souřadnice φ

vnitřních sil. Horní obrázek zobrazuje hodnotu vnitřní síly na konci statického výpočtu. Prostřední obrázek porovnává maximální hodnotu vnitřní síly v průběhu zemětřesení s hodnotou na konci statického výpočtu. Poslední, spodní, obrázek znázorňuje maximální přírůstek vnitřní síly od účinků zemětřesení. Jednotlivé vstupní akcelerogramy jsou barevně rozlišeny.

5.1 Výsledky výpočtu

Výsledné hodnoty vnitřních sil na konci statického výpočtu se v polohou vzájemně si odpovídajících uzlech obou výpočetních modelů liší, s výjimkou jedné hodnoty normálové síly, maximálně v řádu jednotek. Vzhledem k řádům, v jakých vnitřní síly na ostění vycházejí, je tato shoda uspokojivá.

V souladu s relativními vodorovnými posuny posuzovanými v minulé kapitole (kapitola 4) mají vnitřní síly modelu s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici v průběhu zemětřesení výrazně vyšší hodnoty než vnitřní síly modelu s absorpční okrajovou podmínkou. Tlumicí efekt okrajové podmínky je zřejmě vyšší, než uvažovaný materiálový útlum.

Zaměříme-li se na maximální procentuální přírůstek vnitřních sil v průběhu zemětřesení k hodnotě vnitřních sil ze statického výpočtu, zjistíme, že přestože u normálových sil dochází k přírůstku v řádu stovek kN/m, v procentuálním porovnání jsou tyto přírůstky nejnižší (v průměru kolem 11,5 % u modelu s absorpční okrajovou podmínkou a 24 % u modelu s pevnou okrajovou podmínkou). Naopak nejvyšší přírůstky vnitřních sil vykazují posouvající síly, které u modelu s absorpční okrajovou podmínkou dosahují hodnot mezi necelými 65 % a necelými 90 %. U modelu s pevnou okrajovou podmínkou mají přírůstky posouvající síly hodnotu až kolem 150 %. Přírůstky ohybových momentů modelu s absorpční okrajovou podmínkou mají rozptyl od přibližně 50 % do necelých 70 %. V případě modelu s pevnou okrajovou podmínkou mají tyto přírůstky průměrnou hodnotu přibližně 138 %. Opět tedy platí, že u modelu s pevnou okrajovou podmínkou jsou procentuální přírůstky všech typů vnitřních sil výrazně vyšší než u modelu s ab-

sorpční okrajovou podmínkou. U vybraných hodnot je tento rozdíl více než 2,5 násobný. Přehledně jsou číselné výsledky zpracovány v tabulkách 5.1 a 5.2.

Tabulka 5.1: Souhrn extrémních hodnot vnitřních sil na ostění tunelu

	Vnitřní síly na ostění					
	N_{MAX} [kN/m]	N_{MIN} [kN/m]	Q_{MAX} [kN/m]	Q_{MIN} [kN/m]	M_{MAX} [kNm/m]	M_{MIN} [kNm/m]
Model s absorpční okrajovou podmínkou						
Statika	-1 420,2	-1 051,3	77,5	-77,3	119,9	-100,3
Dynamika – ACC 1	-1 574,7	-1 079,0	132,3	-124,4	175,5	-178,9
Dynamika – ACC 2	-1 609,0	-1 079,6	132,1	-145,1	190,2	-200,8
Dynamika – ACC 3	-1 560,8	-1 080,2	126,3	-122,8	172,2	-177,9
Model s pevnou okrajovou podmínkou						
Statika	-1 418,9	-1 051,7	76,6	-76,5	118,9	-97,7
Dynamika – ACC 1	-1 753,5	-1 102,9	180,2	-187,6	261,9	-280,2
Dynamika – ACC 2	-1 784,6	-1 096,3	185,6	-196,8	275,0	-295,6
Dynamika – ACC 3	-1 758,9	-1 106,3	187,8	-175,4	264,5	-179,8

Tabulka 5.2: Souhrn maximálních procentuálních přírůstků vnitřních sil v průběhu zemětřesení k hodnotám vnitřních sil ze statického výpočtu

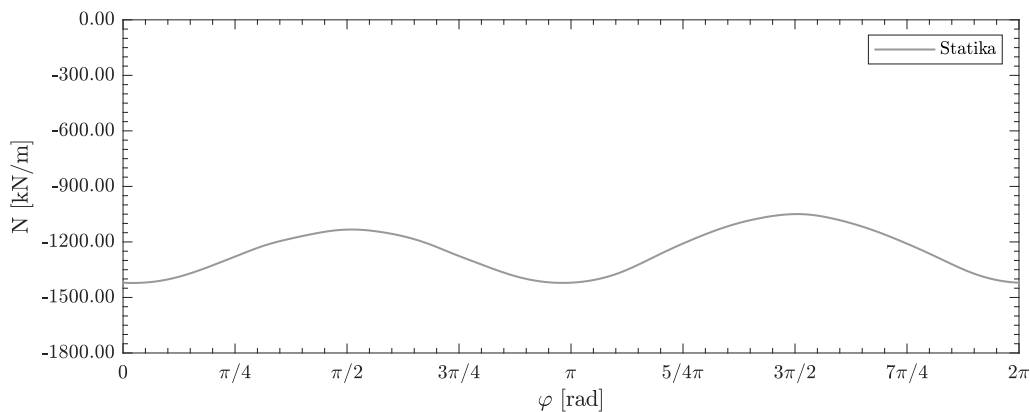
	Přírůstek vnitřních sil		
	N [%]	Q [%]	M [%]
Model s absorpční okrajovou podmínkou			
Dynamika – ACC 1	11,0	72,7	50,5
Dynamika – ACC 2	13,4	89,4	68,9
Dynamika – ACC 3	10,0	64,9	49,6
Model s pevnou okrajovou podmínkou			
Dynamika – ACC 1	23,5	142,1	133,7
Dynamika – ACC 2	25,7	154,0	146,5
Dynamika – ACC 3	23,9	142,2	133,4

Zajímavostí je, že největších přírůstků vnitřních sil dosahují oba výpočetní modely při zatěžování akcelerogramem 2 (obrázek 2.2b). Spektrum pružné odezvy všech tří akcelerogramů by mělo být shodné, nicméně Eurokód 8 připouští v této shodě 10% chybu. To pravděpodobně způsobilo, že převládající frekvence akcelerogramu 2 je bližší některé z vlastních frekvencí výpočetních modelů. Proto je odezva modelů při použití tohoto konkrétního akcelerogramu v porovnání se zbylými akcelerogramy vyšší.

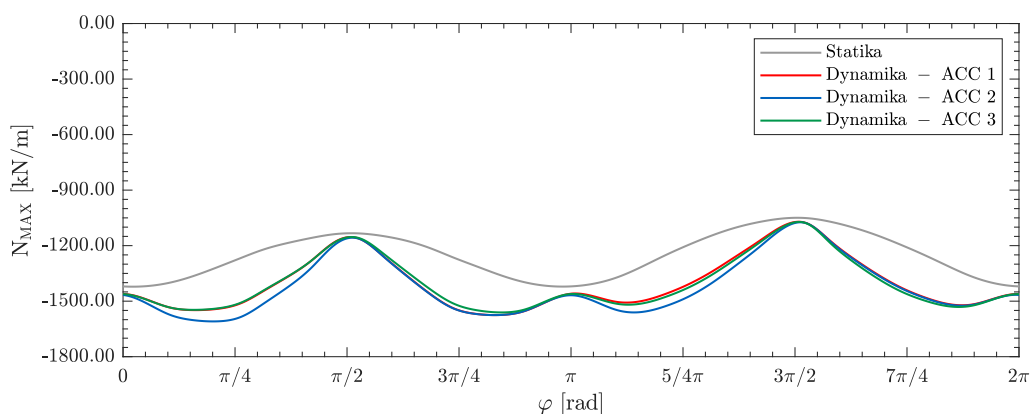
Únosnost tunelového ostění se posuzuje pomocí interakčního diagramu. Jde tedy o kombinace normálových sil a ohybových momentů. Kdybychom chtěli posoudit využití tunelového ostění v prezentované úloze, bylo by potřeba vzít v úvahu i časový průběh vnitřních sil, místo pouhých extrémních hodnot. K extrémním hodnotám normálových sil a ohybových momentů shrnutých v tabulce 5.1 totiž nemusí nutně docházet ve stejném časovém okamžiku a jejich použití pro posudek by mohlo být zavádějící.

V následujících dvou podkapitolách jsou shrnuty grafické výsledky 2D analýzy tunelu.

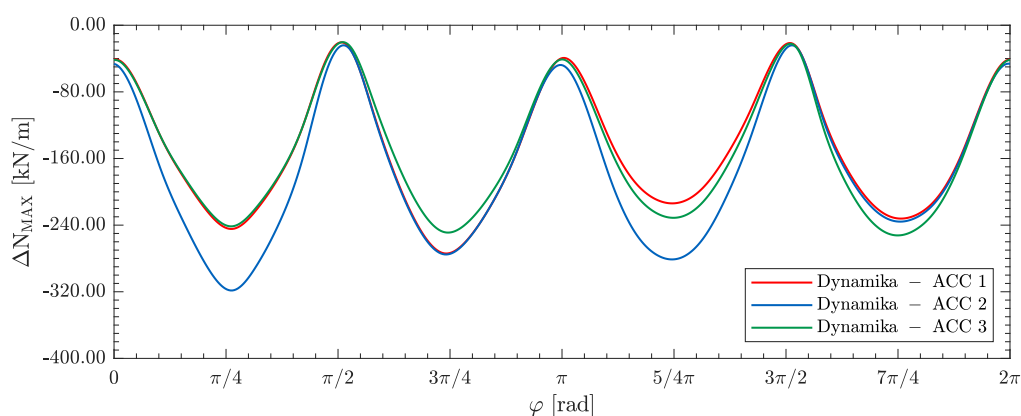
5.2 Model s absorpční okrajovou podmínkou



(a) Normálová síla na konci statického výpočtu

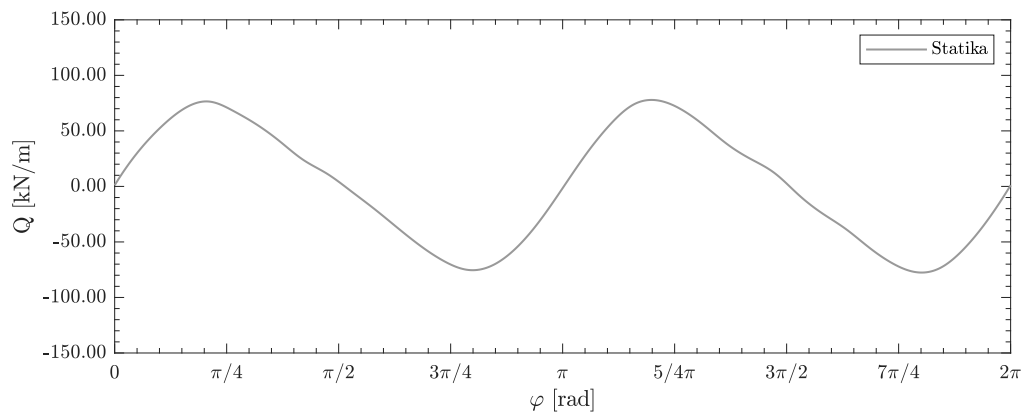


(b) Maximální normálová síla v průběhu zemětřesení

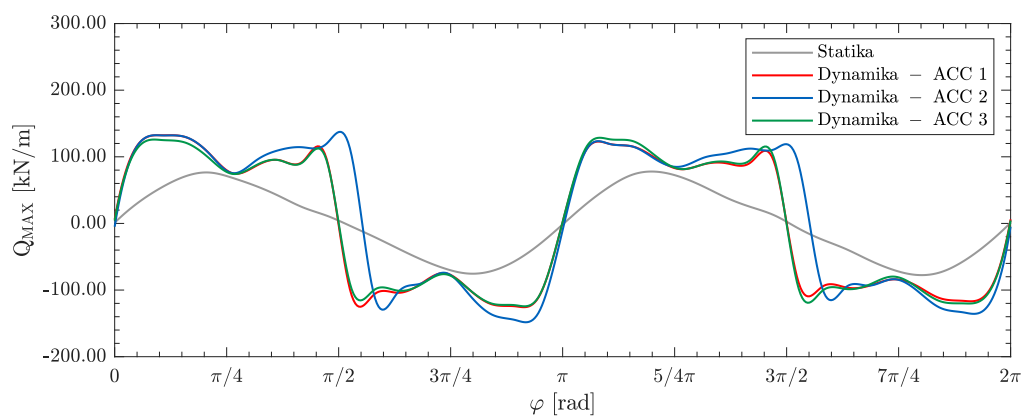


(c) Přírůstek normálové síly od účinků zemětřesení

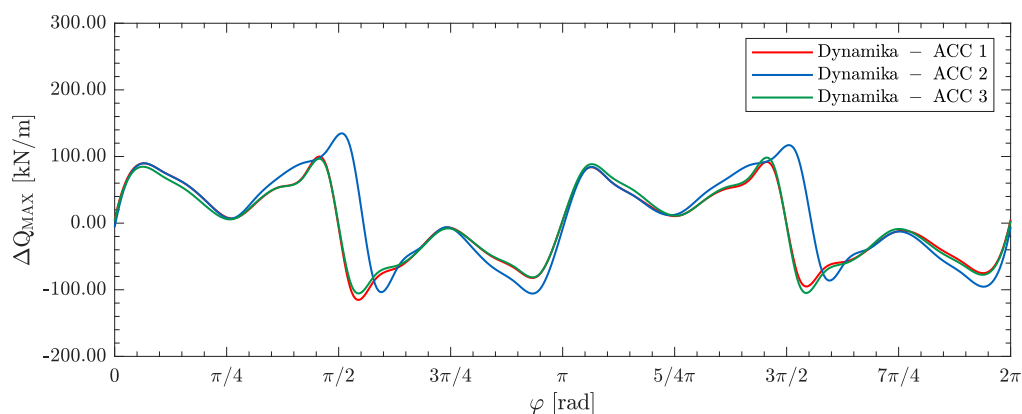
Obrázek 5.2: Vykreslení hodnot normálové síly po délce tunelového ostění pro model s absorpční okrajovou podmínkou na spodní hranici



(a) Posouvající síla na konci statického výpočtu

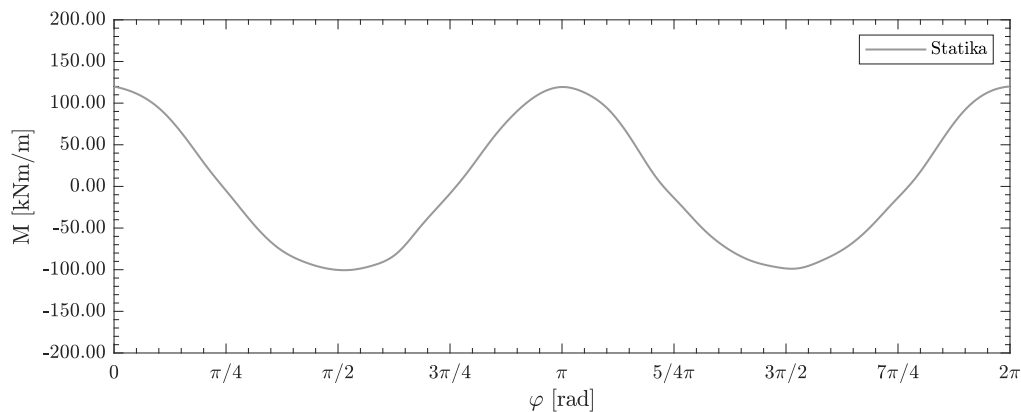


(b) Maximální posouvající síla v průběhu zemětřesení

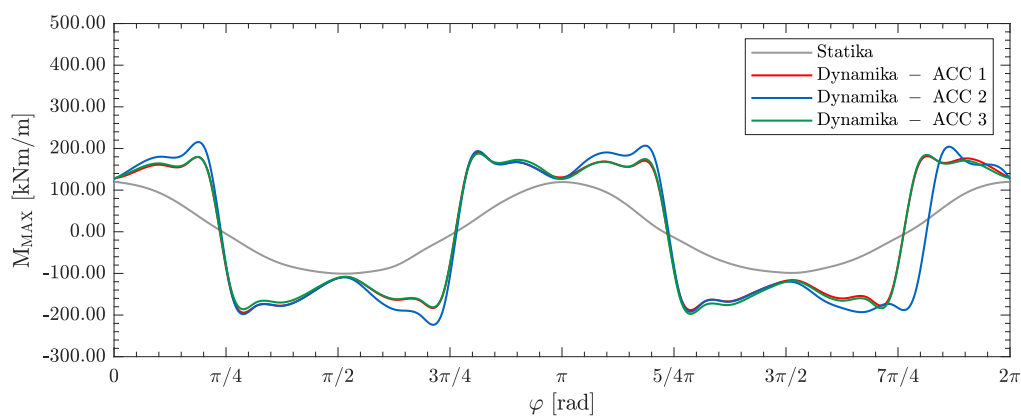


(c) Přírůstek posouvající síly od účinků zemětřesení

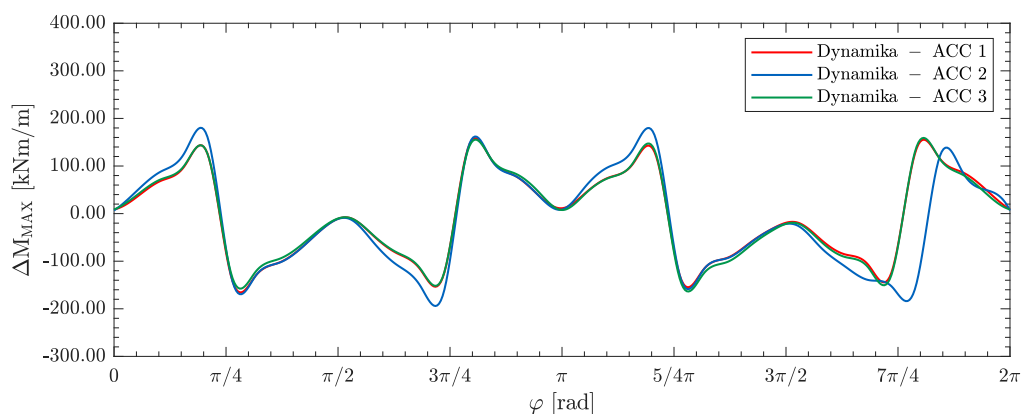
Obrázek 5.3: Vykreslení hodnot posouvající síly po délce tunelového ostění pro model s absorpční okrajovou podmínkou na spodní hranici



(a) Ohybový moment na konci statického výpočtu



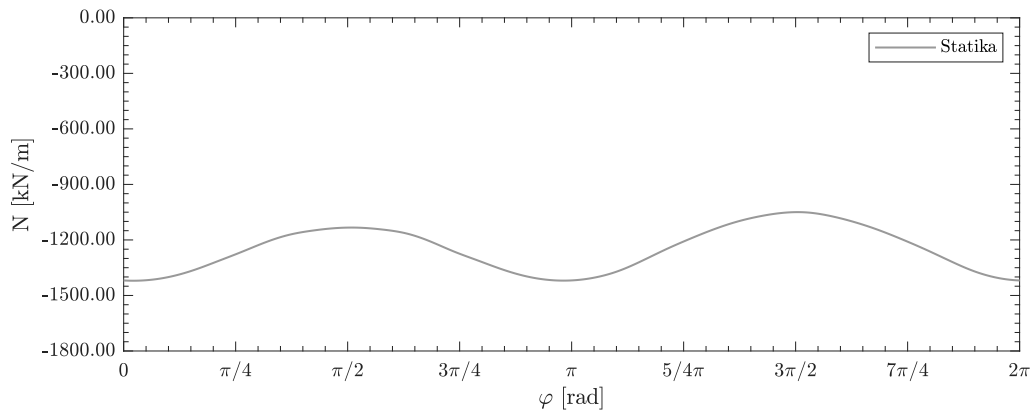
(b) Maximální ohybový moment v průběhu zemětřesení



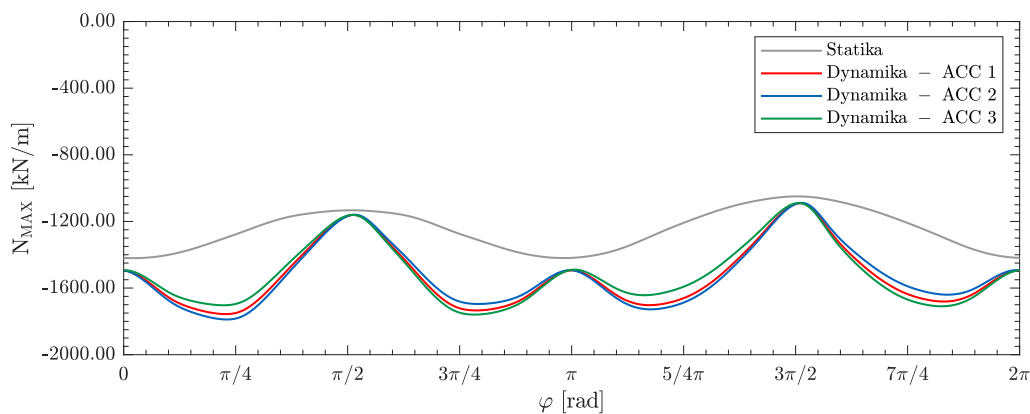
(c) Přírůstek ohybového momentu od účinků zemětřesení

Obrázek 5.4: Vykreslení hodnot ohybového momentu po délce tunelového ostění pro model s absorpční okrajovou podmínkou na spodní hranici

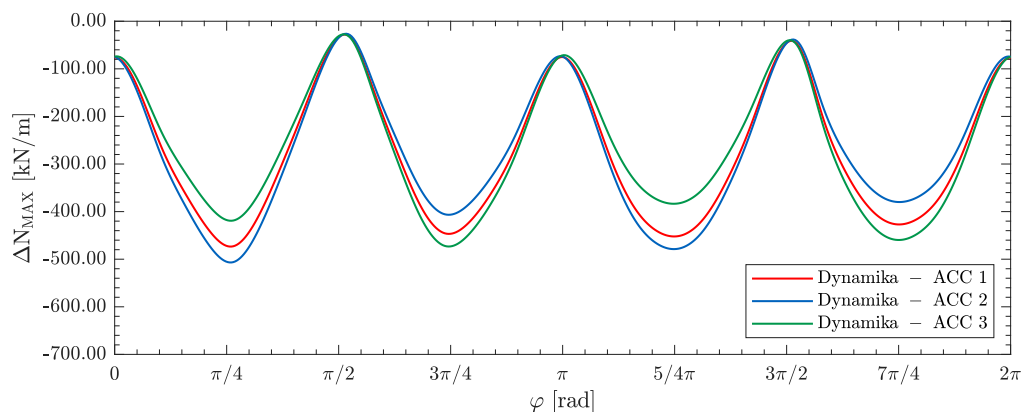
5.3 Model s pevnou okrajovou podmínkou



(a) Normálová síla na konci statického výpočtu

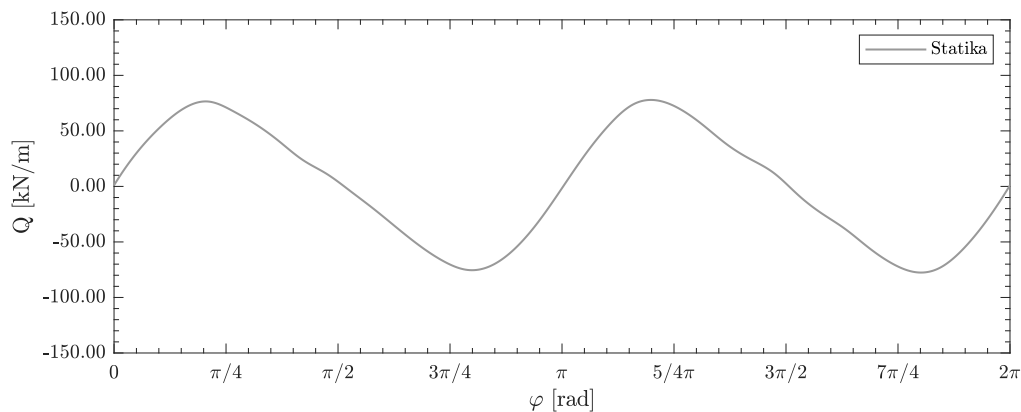


(b) Maximální normálová síla v průběhu zemětřesení

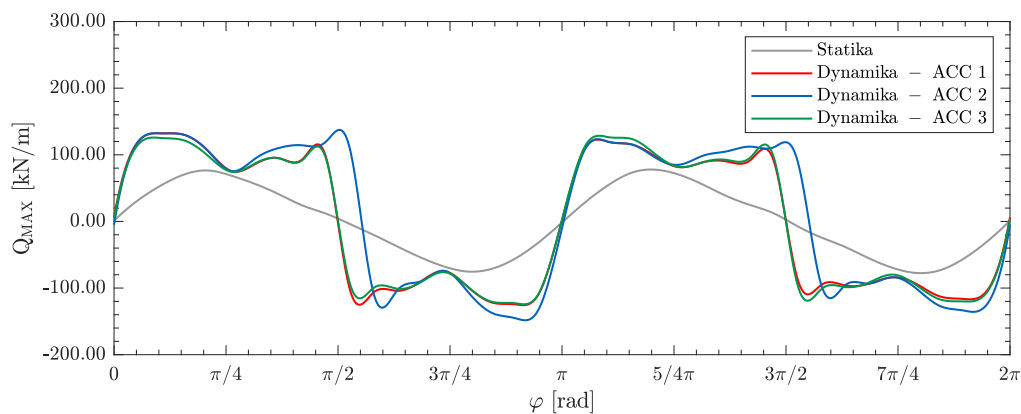


(c) Přírůstek normálové síly od účinků zemětřesení

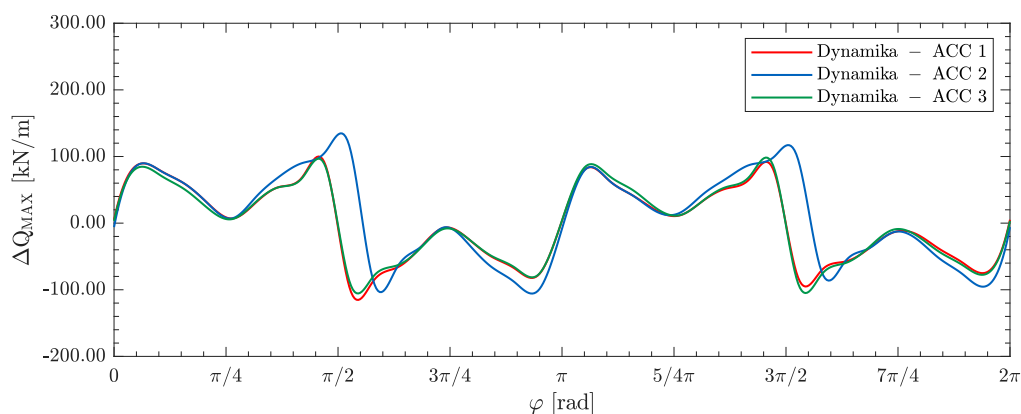
Obrázek 5.5: Vykreslení hodnot normálové síly po délce tunelového ostění pro model s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici



(a) Posouvající síla na konci statického výpočtu

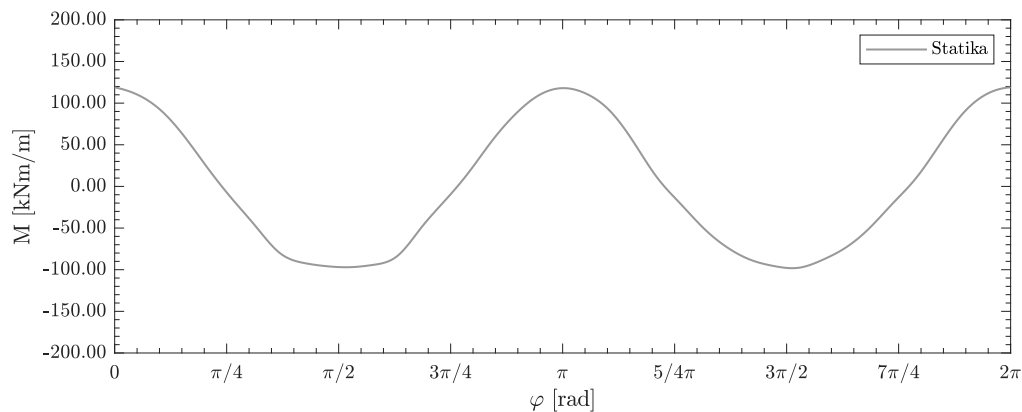


(b) Maximální posouvající síla v průběhu zemětřesení

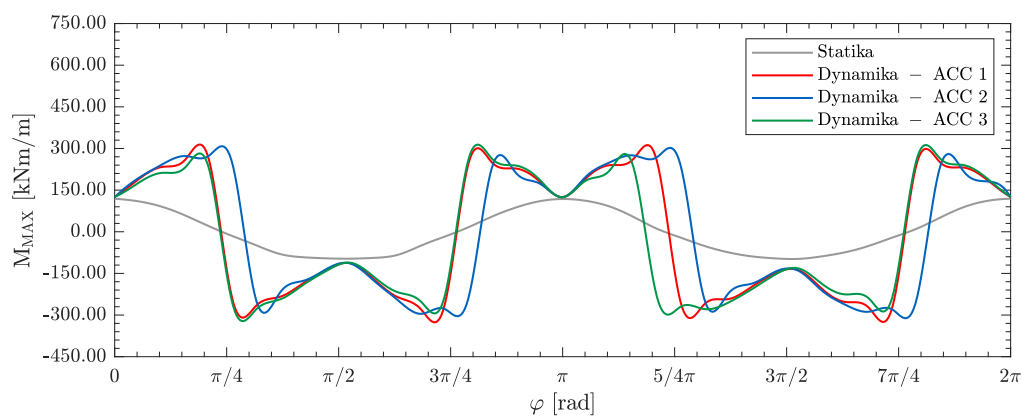


(c) Přírůstek posouvající síly od účinků zemětřesení

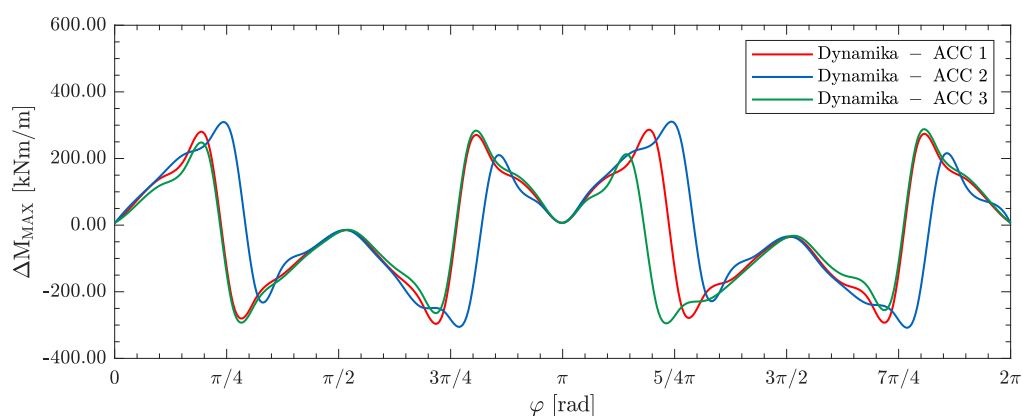
Obrázek 5.6: Vykreslení hodnot posouvající síly po délce tunelového ostění pro model s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici



(a) Ohybový moment na konci statického výpočtu



(b) Maximální ohybový moment v průběhu zemětřesení



(c) Přírůstek ohybového momentu od účinků zemětřesení

Obrázek 5.7: Vykreslení hodnot ohybového momentu po délce tunelového ostění pro model s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici

Superconvergent patch recovery

Poslední kapitola se zabývá samostatným tématem *superconvergent patch recovery* a zdánlivě nesouvisí s předchozí prací. Není to však pravda. Po bližším seznámení se s výpočetním postupem, kterému se kapitola věnuje, zjistíme, že ovlivňuje veškeré výsledky výpočtů získaných metodou konečných prvků. Tedy metodou, která byla použita pro numerickou analýzu všech úloh prezentovaných v předchozích kapitolách.

Jak bylo vysvětleno v kapitole 1, probíhá dynamický výpočet podzemních konstrukcí zatížených zemětřesením ve dvou výpočetních fázích. V první fázi jsou určeny uzlové hodnoty smykových napětí *free field* úlohy, které potom tvoří nezbytnou vstupní referenci pro výpočet dvourozměrného modelu s tunelovým výrubem. Hodnoty smykových napětí nejsou ale počítány v uzlech prvků sítě konečných prvků, nýbrž v jejich integračních bodech. To, jak přesně jsou v porovnání s přesným řešením tyto výsledné hodnoty smykového napětí extrapolovány z integračních bodů do uzlů prvků, může mít nezanedbatelný vliv na přesnost výsledků celé dynamické analýzy.

6.1 Metody vyhlazování

Metody vyhlazování (*smoothing procedures*) jsou postupy, jejichž smyslem je *a posteriori* upravit výsledné hodnoty výpočetních metod, které přesné řešení dané úlohy určitým způsobem aproximují. Takové metody se označují jako přibližné a obecně tedy neposkytují přesné řešení. Aby bylo dosaženo vyšší shody s přesným řešením, je možné na přibližné výsledné hodnoty následně aplikovat jednu z metod vyhlazování a tím dosáhnout přesnějších výsledků.

Jednou z nejčastěji používaných metod výpočtu úloh stavební mechaniky je metoda končených prvků. I tato metoda se řadí mezi aproximační metody, protože v důsledku diskretizace konzistentního problému do uzlů, není metoda konečných prvků obecně schopna poskytnout přesné řešení úlohy, ale pouze hodnoty přibližné. Rozdíl mezi přes-

ným a aproximovaným řešením se potom označuje jako chyba, která je pro případ posunutí \mathbf{u} definována jako

$$\mathbf{e} = \mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}. \quad (6.1)$$

Veličina \mathbf{u} ve výrazu (6.1) značí hodnotu přesného řešení a veličina $\hat{\mathbf{u}}$ řešení přibližné. Podobným způsobem lze popsat chybu gradientu posunutí – deformace $\boldsymbol{\epsilon}$ a s ní související chybu napětí $\boldsymbol{\sigma}$

$$\mathbf{e}_\epsilon = \boldsymbol{\epsilon} - \hat{\boldsymbol{\epsilon}}, \quad (6.2)$$

$$\mathbf{e}_\sigma = \boldsymbol{\sigma} - \hat{\boldsymbol{\sigma}}. \quad (6.3)$$

U materiálově nelineárních úloh je navíc řešení závislé na historii zatěžování. Zatížení se aplikuje po přírůstcích a řešení úlohy je dosaženo iteračně. V každém iteračním kroku je ověřována rovnováha vnějších a vnitřních sil a iterační proces je ukončen v okamžiku, kdy je chyba nevyrovnaných sil nižší než předem stanovená mez.

V naší úloze budeme předpokládat, že iterační proces je dokonale přesný a zabývat se budeme pouze chybou vzniklou diskretizací. Metody vyhlazování aplikujeme na veličinu odvozenou od posunutí – napětí a techniku zpětného určení hodnot napětí z uzlových hodnot posunutí originálního řešení metody konečných prvků budeme označovat jako *recovery process*.

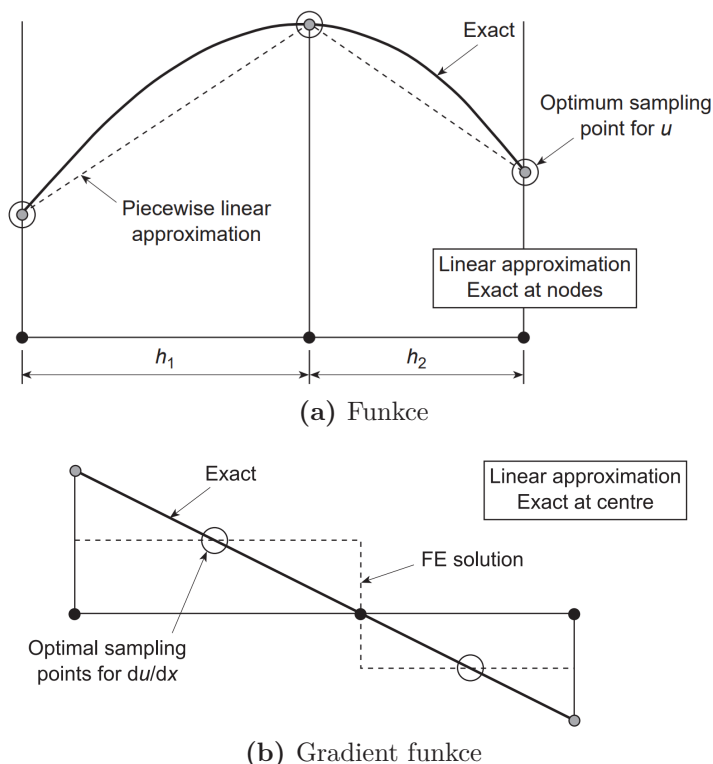
6.2 Superconvergent patch recovery

Metod zpřesňování napětí z originální hodnoty uzlových posunutí je více druhů, které jsou popsány např. v [18]. My se budeme zabývat metodou autorů O. C. Zienkiewicz a J. Z. Zhua, která je pojmenovaná jako *Superconvergent patch recovery (SPR)* a byla představena v odborném časopise *International Journal for Numerical Methods in Engineering* v článku s názvem *The superconvergent patch recovery and a posteriori error estimates. Part 1: The recovery technique* [19].

6.2.1 Superkonvergentní body

Tato metoda je založena na předpokladu existence superkonvergentních bodů. To jsou body, ve kterých je stupeň konvergence funkce nebo jejích gradientů o jeden řád vyšší¹, než stupeň konvergence, který odpovídá klasickému výpočtu metodou konečných prvků. Poloha superkonvergentních bodů je v případě jednorozměrné úlohy určena splněním Herrmannova teorému. Z Herrmannova teorému vyplývá, že pokud jsou aproximované gradienty funkce neznámých posunutí určeny polynomem řádu $p - 1$, kde p je stupeň polynomu aproximační funkce neznámých posunutí \mathbf{u} , potom hodnoty napětí spočítané v Gauss-Legendreových integračních bodech musejí být superkonvergentní.

¹Body se stupněm konvergence o dva řády vyšším se označují jako ultrakonvergentní.



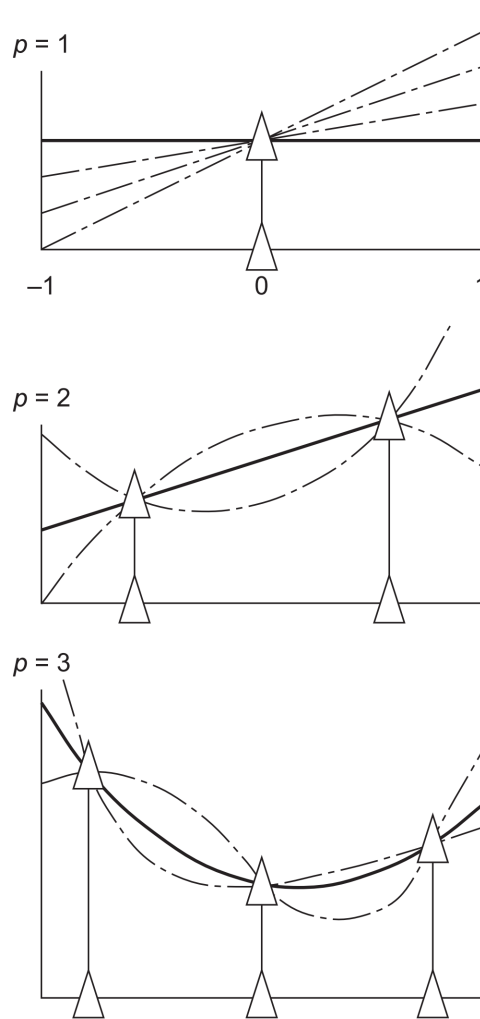
Obrázek 6.1: Optimální poloha superkonvergentních bodů pro jednorozměrnou úlohu, převzato z [18]

SPR metoda využívá vlastností Gauss-Legendreových integračních bodů. Pomocí jediného Gauss-Legendreova integračního bodu, nacházejícího se uprostřed délky jednorozměrného prvku, je možné přesně integrovat libovolnou lineární funkci procházející tímto bodem. Pokud tedy přesný průběh napětí po délce prvku odpovídá lineární funkci, bude i hodnota napětí v tomto bodě přesná. Pro libovolnou polynomickou funkci vyššího řádu p , bude počet Gauss-Legendreových integračních bodů roven řádu polynomu p a i tyto integrační body budou mít superkonvergentní vlastnosti. Graficky jsou vlastnosti Gauss-Legendreových integračních bodů znázorněny na obrázku 6.2.

Ideu superkonvergentních bodů lze z jednorozměrného prvku obdobným způsobem rozšířit i na prvky dvourozměrné. Superkonvergentní vlastnosti integračních bodů obdélníkových dvourozměrných prvků zůstávají zachovány. V případě trojúhelníkových prvků superkonvergentní body neexistují, poloha optimálních vzorkovacích bodů byla určena experimentálně. Optimální polohu pro různé stupně polynomu aproximační funkce pro dvourozměrné prvky lze nalézt v [18].

6.2.2 Recovery process

Cílem *SPR* metody je, pro veličiny odvozené z aproximovaného pole posunutí (např. σ), nalézt uzlové parametry $\bar{\sigma}^*$. A to tak, aby pro vyhlazené kontinuální pole napětí σ^* definované báзовými funkcemi \mathbf{N} a uzlovými parametry $\bar{\sigma}^*$ platilo



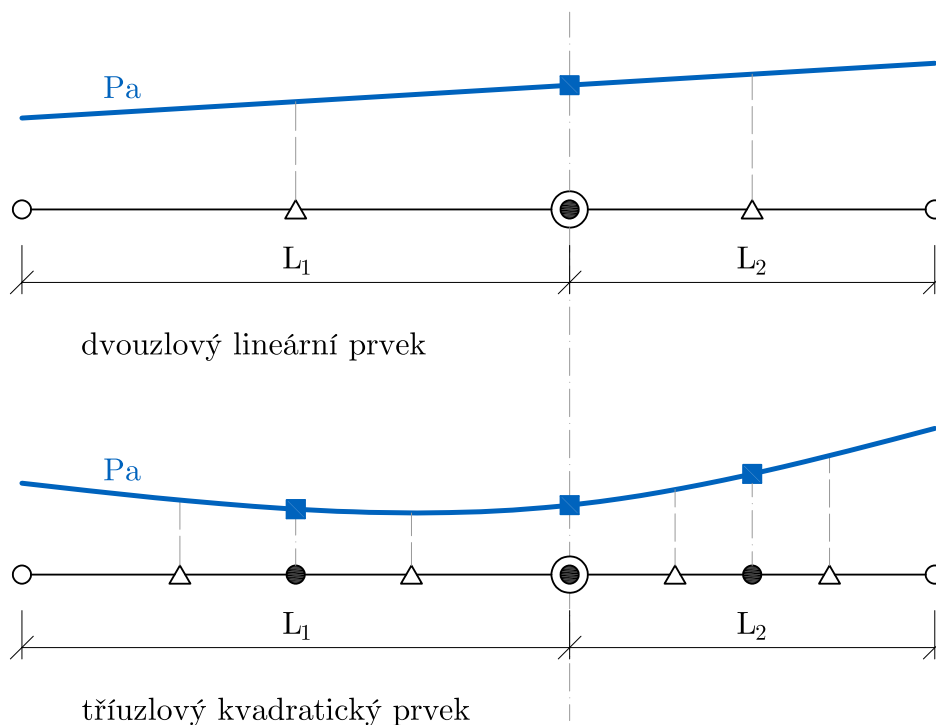
Obrázek 6.2: Integrační vlastnosti Gauss-Legendreových integračních bodů pro polynomy různého stupně, převzato z [18]

$$\sigma^* = \mathbf{N}\bar{\sigma}^*. \quad (6.4)$$

Bázové funkce \mathbf{N} v rovnici (6.4) jsou stejné jako bázové funkce použité pro interpolaci posunutí z uzlů prvku. Uzlové hodnoty $\bar{\sigma}^*$ jsou určeny polynomiální extrapolací σ_p^* , která je stejného řádu p jako již zmíněné bázové funkce \mathbf{N} . Tato extrapolace je platná v oblasti nazývané jako záplata (*patch*). Tato záplata se skládá z uzlů přilehlých prvků obklopujících vrcholový uzel, pro který se daný *recovery process* provádí. Vzhledem k typu námi řešené úlohy (výpočet uzlových hodnot smykového napětí při *free field* analýze) se omezíme pouze na 1D úlohu². Pro případ 1D úlohy lze schéma typických záplat vidět na obrázku 6.3.

²Podrobnosti řešení 2D úlohy včetně schémat záplat lze nalézt v [18, 19]

- vrcholový uzel sestavení záplaty
- uzel prvku
- △ superkonvergentní Gauss-Legendreův bod
- uzlová hodnota určená metodou *SPR*



Obrázek 6.3: Příklady superkonvergentních záplat jednorozměrných prvků

Vezmeme-li hodnoty napětí v superkonvergentních bodech ležících uvnitř záplaty a těmito hodnotami proložíme pomocí metody nejmenších čtverců polynom, získáme předpis pro jednotlivé složky vektoru napětí σ_p^*

$$\sigma_p^* = \mathbf{P}\mathbf{a}, \quad (6.5)$$

který přesněji vystihuje skutečné hodnoty napětí v libovolném místě prvku, který není superkonvergentním bodem. Vektor \mathbf{a} obsahuje neznámé koeficienty polynomu \mathbf{P} . Pro jednorozměrný prvek řádu polynomu p platí

$$\mathbf{P} = [1, x, x^2, \dots, x^p], \quad (6.6)$$

$$\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3, \dots, a_{p+1}]^T. \quad (6.7)$$

Konkrétně pro jednorozměrný prvek s lineární aproximací napětí

$$\mathbf{P} = [1, x], \quad (6.8)$$

$$\mathbf{a} = [a_1, a_2]^T, \quad (6.9)$$

a jednorozměrný prvek s kvadratickou aproximací napětí

$$\mathbf{P} = [1, x, x^2], \quad (6.10)$$

$$\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3]^T. \quad (6.11)$$

Neznámé parametry vektoru \mathbf{a} se určí metodou nejmenších čtverců z podmínky

$$\mathbf{F}(\mathbf{a}) = \sum_{i=0}^n [\hat{\sigma}_i(x_i, y_i) - \sigma_p^*(x_i, y_i)]^2, \quad (6.12)$$

$$= \sum_{i=0}^n [\hat{\sigma}_i(x_i, y_i) - \mathbf{P}(x_i, y_i)\mathbf{a}]^2. \quad (6.13)$$

Suma se počítá přes všechny superkonvergentní body o souřadnicích (x_i, y_i) uvnitř záplaty. Symbol $\hat{\sigma}_i$ značí napětí ve stejných bodech spočítané metodou konečných prvků. Z podmínky minimalizace vyplývá

$$\sum_{i=0}^n \mathbf{P}^T(x_i, y_i)\mathbf{P}(x_i, y_i)\mathbf{a} = \mathbf{P}^T(x_i, y_i)\hat{\sigma}_i(x_i, y_i). \quad (6.14)$$

Řešení rovnice (6.14) pak vyjádříme ve tvaru

$$\mathbf{a} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}, \quad (6.15)$$

kde

$$\mathbf{A} = \sum_{i=0}^n \mathbf{P}^T(x_i, y_i)\mathbf{P}(x_i, y_i), \quad (6.16)$$

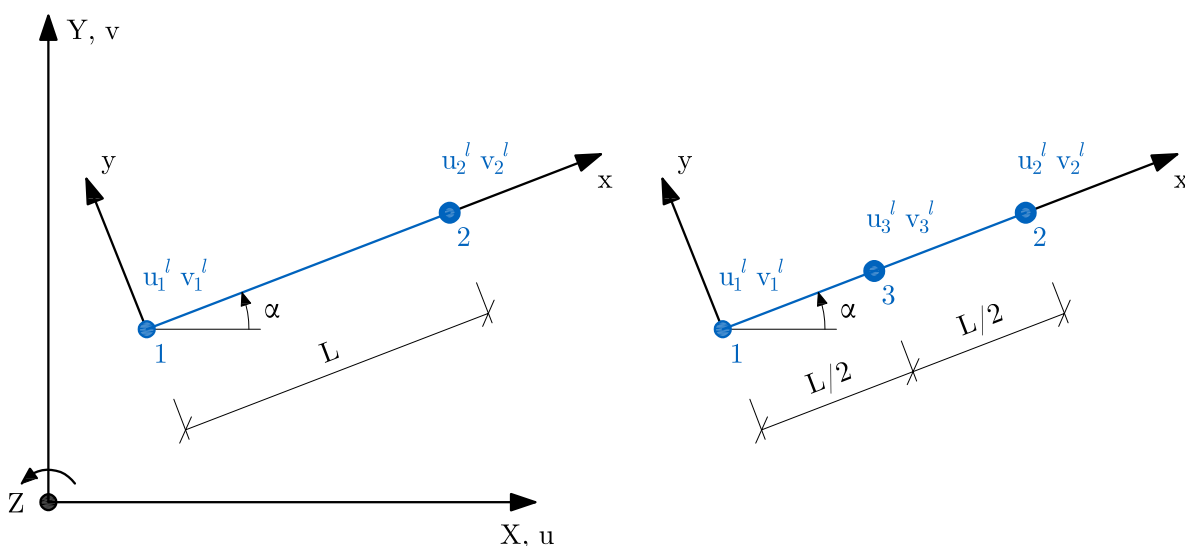
$$\mathbf{b} = \mathbf{P}^T(x_i, y_i)\hat{\sigma}_i(x_i, y_i). \quad (6.17)$$

Jakmile jsou určeny parametry vektoru \mathbf{a} , jsou z rovnice (6.5) snadno dopočítány hodnoty napětí v uzlech³ σ_p^* , s jejichž pomocí se dále aproximují hodnoty napětí v celé záplatě. *Recovery process* se provádí s malým počtem rovnic a pouze pro vrcholové uzly. Matice \mathbf{A} je navíc pro všechny prvky stejného typu a se stejnou aproximací napětí neměnná a její vyčíslení je tedy nutno provést pouze jednou. Metoda *SPR* je tedy nenáročným procesem z hlediska výpočetní techniky.

³Počet těchto uzlů může být vyšší, než počet neznámých parametrů vektoru \mathbf{a} .

6.3 Ověření vyššího řádu konvergence

Verifikace vyššího řádu konvergence metody *SPR* byla, stejně jako předchozí výpočty, ověřena v programu GEO5 MKP. Pro tento účel byl vytvořen jednoduchý výpočetní model tvořený jednorozměrnými prvky. Konkrétně se jednalo o tyčové dvouuzlové nebo tříuzlové prvky (s konstantní vzdáleností mezi jednotlivými uzly). Model byl vždy tvořen pouze jedním z těchto dvou typů prvků, nikdy jejich kombinací. Oba tyto prvky bylo nutné do programu GEO5 MKP implementovat, protože program jimi doposud nedisponoval. Použité řídicí rovnice lze nalézt v [20]. Vytvořen byl zvláště prvek se dvěma uzly a zvláště se třemi uzly, viz obrázek 6.4. S ohledem na *free field column* analýzu je prvek implementován v rámci 2D úlohy.



Obrázek 6.4: Schéma dvouuzlového a tříuzlového jednorozměrného prvku

6.3.1 Definice prvků

Prvky byly definovány v programovacím jazyku C++, ve kterém je vytvořen celý program GEO5 MKP společnosti Fine spol. s.r.o. K tomu bylo použito vývojové prostředí Microsoft Visual Studio [21]. Cílem bylo definovat prvky, které jsou schopny určit hodnoty napětí v integračních bodech a poté provést vyhlazení dvěma způsoby. Prvním z nich je metoda *SPR* popsána výše, druhým metoda průměrování napětí, kterou program do té doby používal.

V případě průměrování je výsledné uzlové napětí spočteno z jednotlivých uzlových hodnot průměrného napětí na prvku určených integrálem

$$\sigma_i = \frac{1}{L} \int_0^L \sigma \, dL. \quad (6.18)$$

Tato hodnota napětí je přiřazena každému uzlu prvku. Nakonec je výsledná hodnota napětí v daném uzlu stanovena jako průměr z těchto integrálů.

6.3.2 Výpočetní model

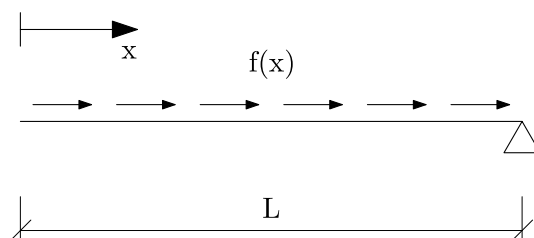
Byly vytvořeny dva výpočetní modely reprezentující homogenní vrstvu zeminy zatíženou konstantním nebo lineárním spojitým zatížením, viz obrázek 6.5 a obrázek 6.6. Vrstva má mocnost 16 m a je definovaná Youngovým modulem pružnosti $E = 80 \text{ MPa}$ a Poissonovým číslem $\nu = 0,4$, viz tabulka 6.1. Materiálový model předpokládá pouze elastické chování.

Tabulka 6.1: Materiálové parametry zeminy použité pro SPR

Název	Parametr	Hodnota	Jednotka
Materiálový model	elastický		
Youngův modul pružnost	E	80,00	MPa
Poissonovo číslo	ν	0,40	-

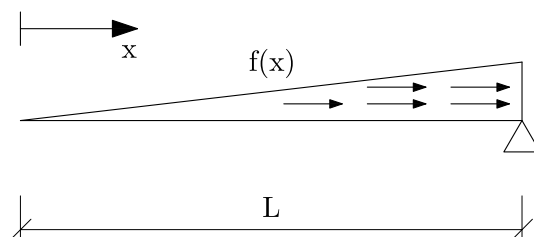
Použité prvky jsou tyčové dvouuzlové nebo tříuzlové. Spodní uzel (v hloubce 16 m) je kloubově podepřen. Sít konečných prvků se skládá ze 2, 4, 8, 16 nebo 32 prvků. Jde tedy o prvky s délkou hrany 8, 4, 2, 1 nebo 0,5 m. Uvažovány byly dva typy zatížení:

- konstantní – s intenzitou zatížení rovnou hodnotě 20 kPa/m v celé hloubce modelu



Obrázek 6.5: Schéma konstantního zatížení jednorozměrného prvku

- lineární – s lineárně proměnnou intenzitou zatížení vzhledem k hloubce modelu, kdy na terénu je hodnota intenzity zatížení 0 kPa/m a v hloubce 16 m dosahuje hodnoty 20 kPa/m.



Obrázek 6.6: Schéma lineárního zatížení jednorozměrného prvku

Kombinací jednotlivých parametrů vzniklo celkem 20 různých výpočetních modelů. Přehledně jsou tyto parametry pro jednotlivé výpočetní modely shrnuty v tabulce 6.2.

Tabulka 6.2: Shrnující tabulka parametrů výpočetních modelů použitých pro SPR

Číslo modelu	Typ prvku	Počet prvků	Délka prvku [m]	Typ zatížení
1	dvouuzlový	2	8	konstantní
2	dvouuzlový	4	4	konstantní
3	dvouuzlový	8	2	konstantní
4	dvouuzlový	16	1	konstantní
5	dvouuzlový	32	0,5	konstantní
6	dvouuzlový	2	8	lineární
7	dvouuzlový	4	4	lineární
8	dvouuzlový	8	2	lineární
9	dvouuzlový	16	1	lineární
10	dvouuzlový	32	0,5	lineární
11	tříuzlový	2	8	konstantní
12	tříuzlový	4	4	konstantní
13	tříuzlový	8	2	konstantní
14	tříuzlový	16	1	konstantní
15	tříuzlový	32	0,5	konstantní
16	tříuzlový	2	8	lineární
17	tříuzlový	4	4	lineární
18	tříuzlový	8	2	lineární
19	tříuzlový	16	1	lineární
20	tříuzlový	32	0,5	lineární

Průběhy normálového napětí σ_x od předepsaného zatížení každého výpočetního modelu byly vyhlazovány dvěma způsoby – průměrováním a metodou *SPR*. Výsledky obou metod vyhlazování byly poté porovnávány s přesným řešením určeným rovnicí

$$\sigma_x = \int_0^x f(x) dx. \quad (6.19)$$

V případě konstantního zatížení mají funkce předepsané intenzity a průběhu svislého normálového napětí tvar

$$f(x) = 20, \quad (6.20)$$

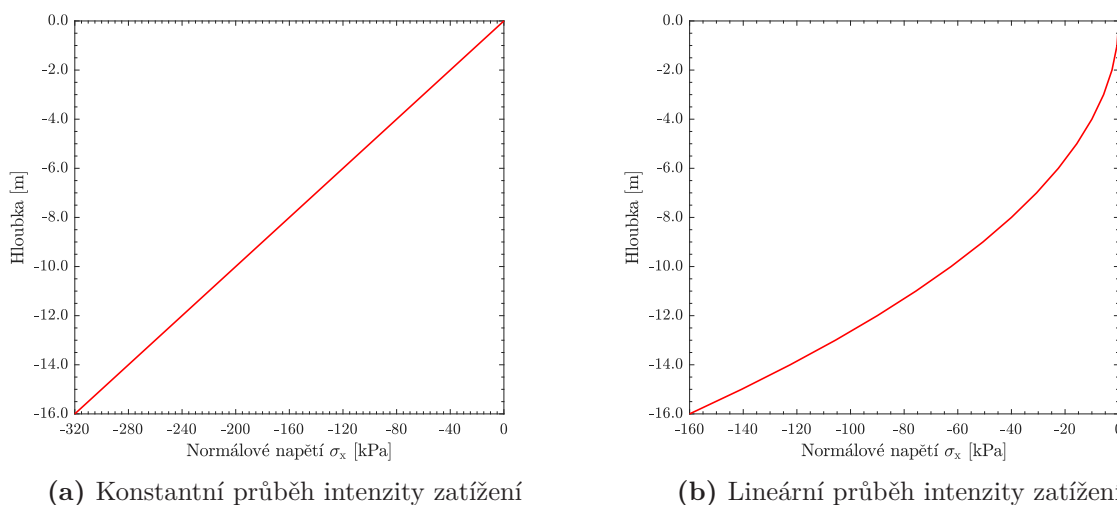
$$\sigma(x) = 20x. \quad (6.21)$$

Pro lineární zatížení pak tvar

$$f(x) = \frac{20x}{h}, \quad (6.22)$$

$$\sigma(x) = \frac{10x^2}{h}. \quad (6.23)$$

Pro všechny výpočetní modely použité ve studii *superconvergent patch recovery* platí, že hloubka modelu $h = 16$ m. Přesný průběh normálového napětí σ_x vzhledem k hloubce modelu lze vidět na obrázku 6.7.



Obrázek 6.7: Přesný průběh normálového napětí σ_x od konstantního a lineárního zatížení

6.3.3 Výsledky výpočtu

Na obrázcích 6.8–6.11 jsou porovnány výsledky vyhlazování jednotlivých výpočetních modelů s přesným řešením. Obrázek 6.12 porovnává schopnost dvouuzlového a tříuzlového prvku vystihnout přesné řešení v případě lineárního průběhu intenzity zatížení.

Prvky s konstantním zatížením

Z výsledků studie vyplývá, že v případě konstantního zatížení je metoda *SPR* schopna vystihnout přesné řešení již při použití dvou prvků, a to jak v případě dvouuzlových, tak i tříuzlových prvků. Použití minimálně dvou prvků je v takovém případě nutné pro to, aby *SPR* vůbec mohla proběhnout. V případě průměrování stačí jediný prvek.

Přesnost metody průměrování se zvyšuje s použitým počtem prvků, nicméně přesného řešení v celé hloubce modelu nedosáhne nikdy. Přesné řešení totiž popisuje na všech prvcích kromě krajních, kde se hodnota napětí v uzlech na hranicích modelu vždy liší od přesného řešení a je rovna průměrné hodnotě napětí na prvku.

Dvouuzlový prvek s lineárním zatížením

V případě lineárního průběhu zatížení řešeného za použití dvouuzlových prvků vystihuje metoda *SPR* ve všech případech přesné řešení lépe, než metoda průměrování. Nejvýrazněji je tento rozdíl patrný u modelu tvořeného dvěma prvky, kdy sklon přímky průběhu normálového napětí získaného metodou *SPR* lépe koresponduje s kvadratickým průběhem přesného řešení. U modelu tvořeného čtyřmi prvky (obrázek 6.10b) došlo při použití metody *SPR* k výraznému zlepšení shody s přesným řešením a v případě osmi-prvkového modelu (obrázek 6.10c) je rozdíl mezi výsledky *SPR* a hodnotami přesného řešení již téměř zanedbatelný.

Pro metodu průměrování platí stejně jako v předchozím případě, že největší chyba řešení nastává v krajích uzlech modelu. V případě modelu s nejhustší sítí, tedy s 32 prvky (obrázek 6.10e), nemá chyba řešení ani u metody průměrování velký význam.

Tříuzlový prvek s lineárním zatížením

Studie tříuzlového prvku s lineárním zatížením potvrzuje rychlost poklesu chyby řešení při použití metody *SPR*. Uzlové hodnoty napětí v případě použití této metody jsou shodné s hodnotami přesného řešení. Toto tvrzení platí pro všechny testované modely. Zhušťováním sítě konečných prvků tedy dosáhneme shody s přesným řešením ve více místech modelu, nicméně tento efekt již od použití čtyř prvků (obrázek 6.11b) nemá zásadní vliv na přesnost výpočtu.

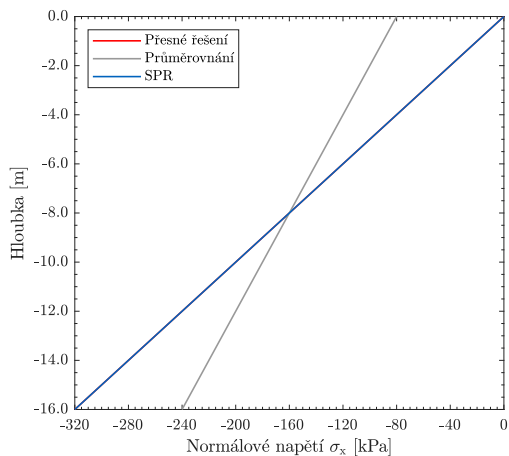
Výsledky metody průměrování zůstávají stejně jako v případě použití dvouuzlového prvku, protože prostřední uzel nemá na výsledky vyhlazování žádný vliv. Hodnota napětí v tomto uzlu je zpětně lineárně interpolována z hodnot napětí spočtených v krajních uzlech.

Porovnání dvouuzlového a tříuzlového prvku s lineárním zatížením

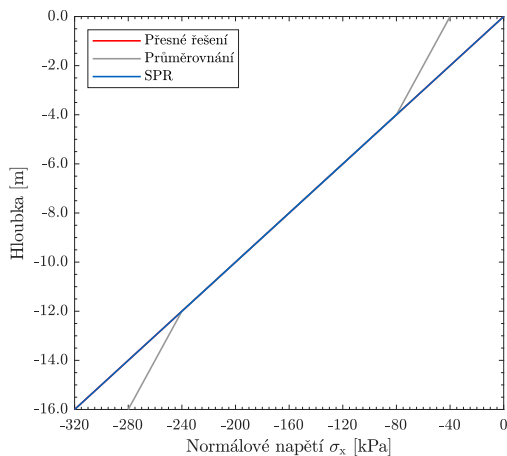
Protože průběh přesného řešení od lineárního zatížení má kvadratický průběh, předpokládalo se, že prvek se třemi uzly bude lépe vystihovat přesné řešení než prvek s pouze dvěma uzly. Provedená studie výsledků metody *SPR*, jejíž výsledky lze vidět na obrázku 6.12, tento předpoklad potvrdila.

Z obrázku 6.12a je zřejmé, že uzlové hodnoty napětí tříuzlového prvku s kvadratickou aproximací napětí se shodují s hodnotami přesného řešení již při použití modelu se 2 prvky. Pro model s dvouuzlovými prvky s lineární aproximací napětí lze konstatovat, že velmi dobrá shoda s přesným řešením nastala v porovnání s tříuzlovými prvky až u modelu tvořeném 8 prvky (obrázek 6.12c). Při dalším zhušťování sítě (obrázky 6.12d a 6.12e) se rozdíl mezi dvou a tříuzlovými prvky stírá.

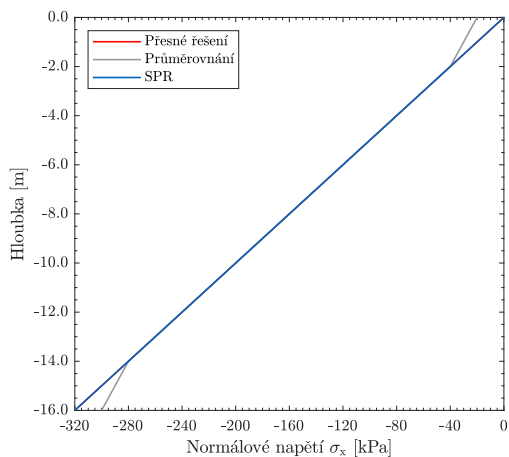
Obecně lze tedy doporučit použití metody *SPR* pro všechny úlohy testované v prezentované studii. Jediným případem, kdy by bylo vhodné použít metodu průměrování, by bylo v situaci, kdybychom chtěli celý model reprezentovat jediným prvkem.



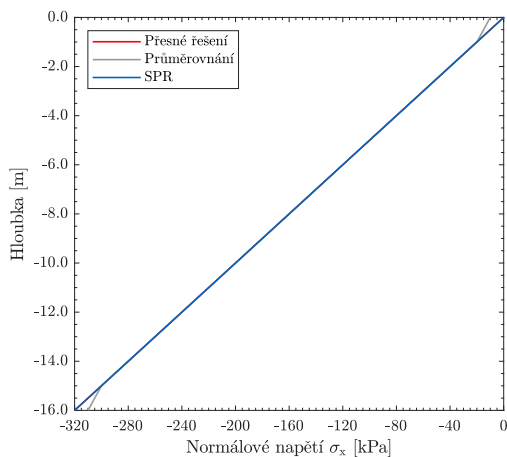
(a) 2 prvky



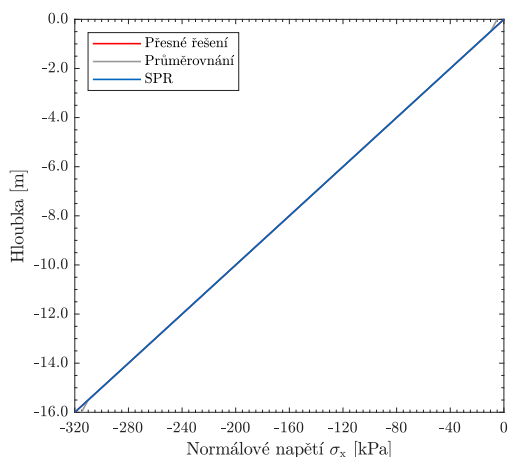
(b) 4 prvky



(c) 8 prvků

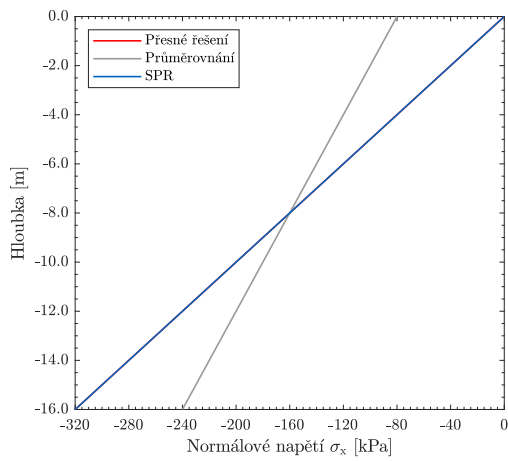


(d) 16 prvků

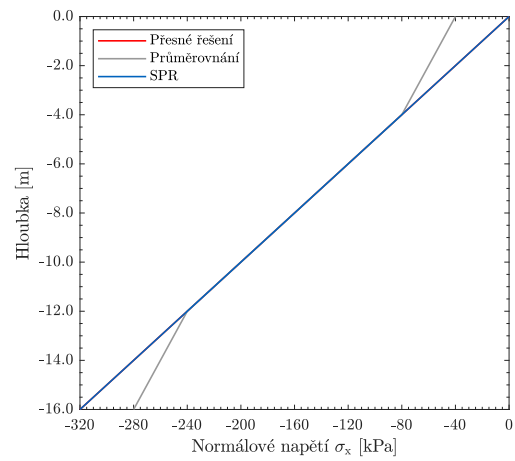


(e) 32 prvků

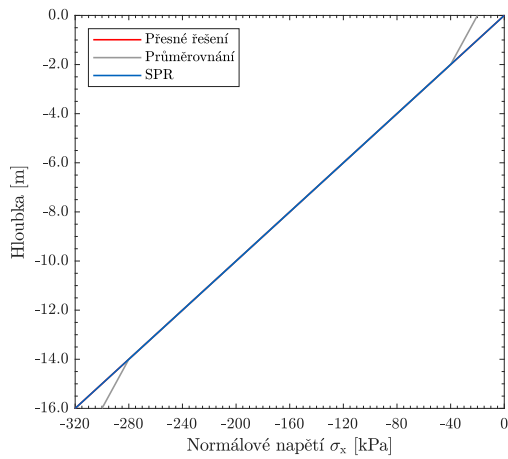
Obrázek 6.8: Průběh normálového napětí σ_x od konstantního zatížení při použití dvouuzlových prvků (přesné řešení ve všech případech splývá s metodou *SPR*)



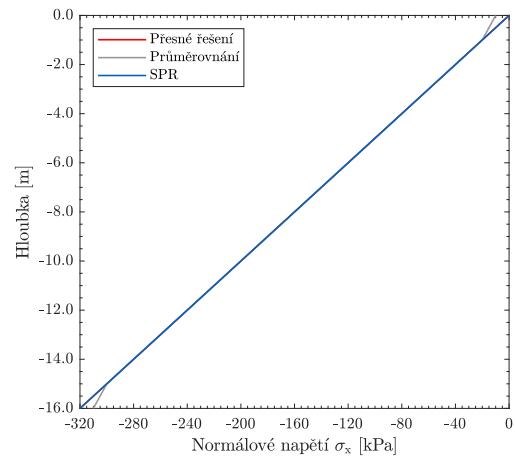
(a) 2 prvky



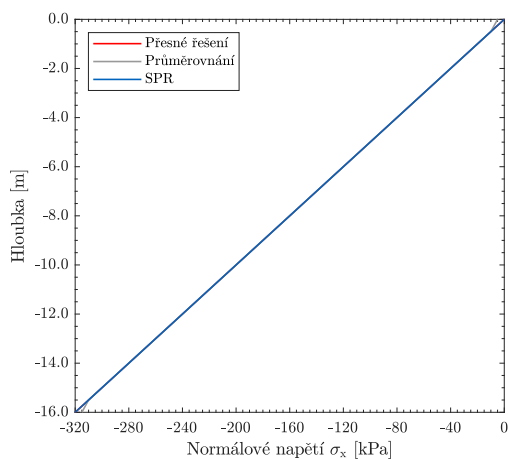
(b) 4 prvky



(c) 8 prvků

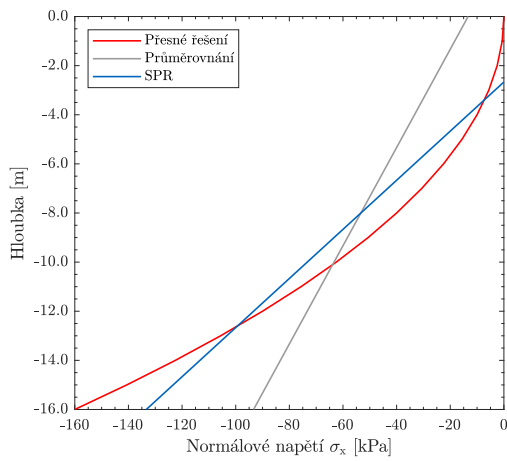


(d) 16 prvků

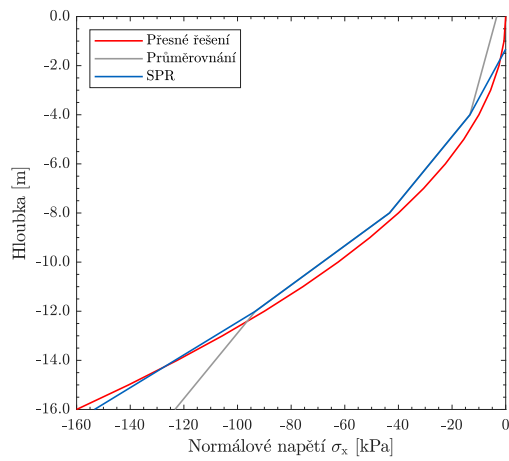


(e) 32 prvků

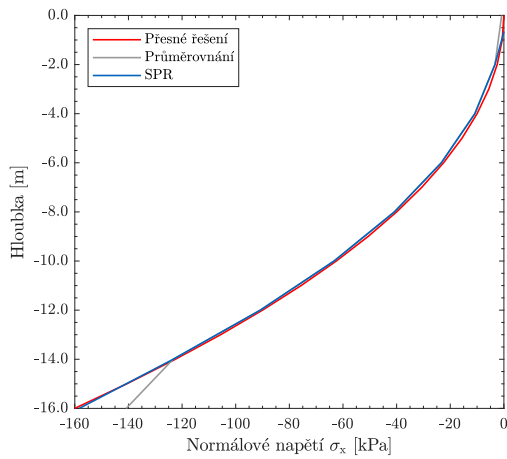
Obrázek 6.9: Průběh normálového napětí σ_x od konstantního zatížení při použití tříuzlových prvků (přesné řešení ve všech případech splývá s metodou *SPR*)



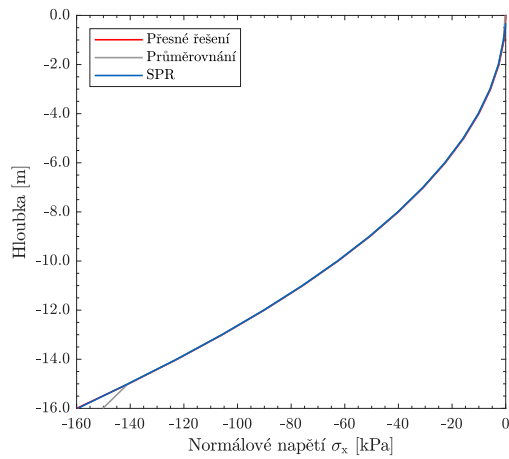
(a) 2 prvky



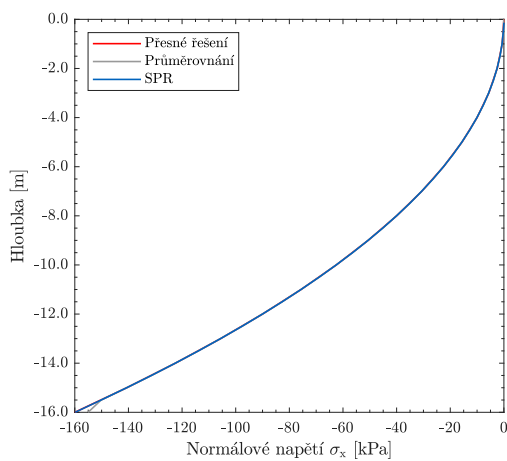
(b) 4 prvky



(c) 8 prvků

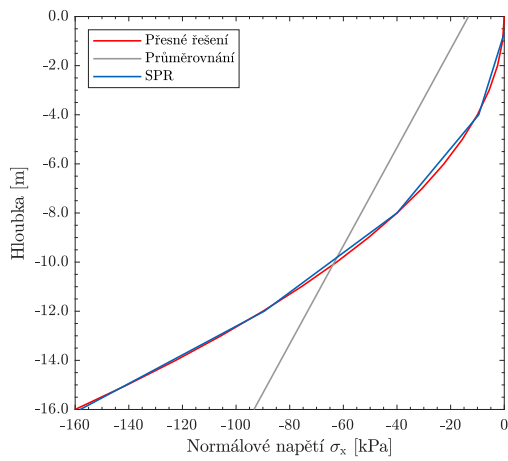


(d) 16 prvků

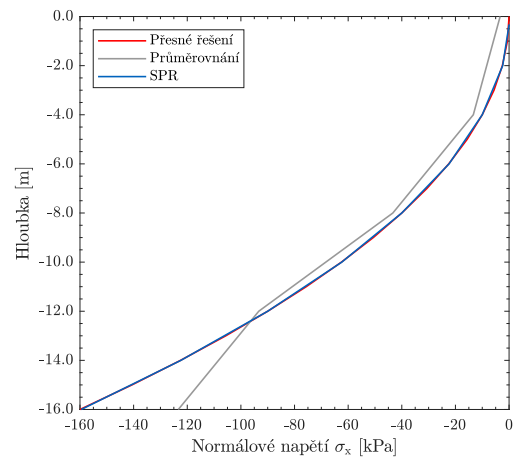


(e) 32 prvků

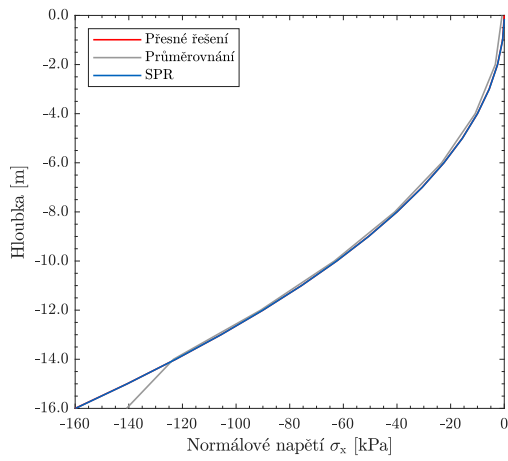
Obrázek 6.10: Průběh normálového napětí σ_x od lineárního zatížení při použití dvou-uzlových prvků



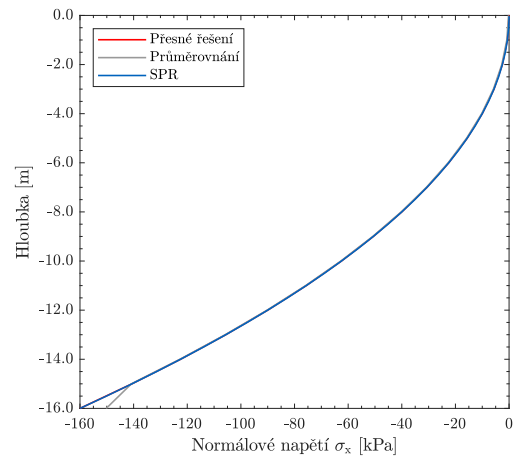
(a) 2 prvky



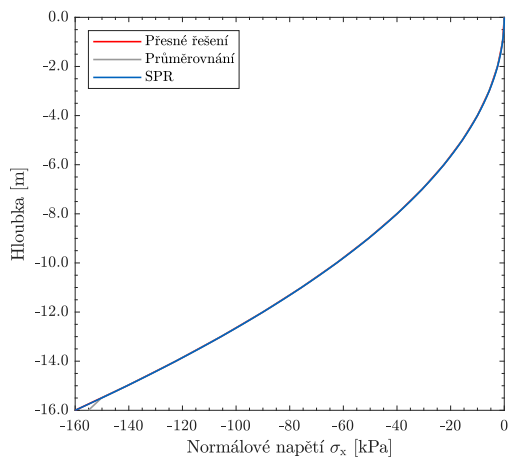
(b) 4 prvky



(c) 8 prvků



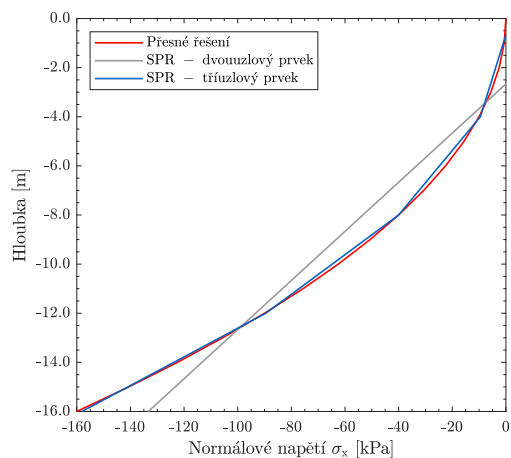
(d) 16 prvků



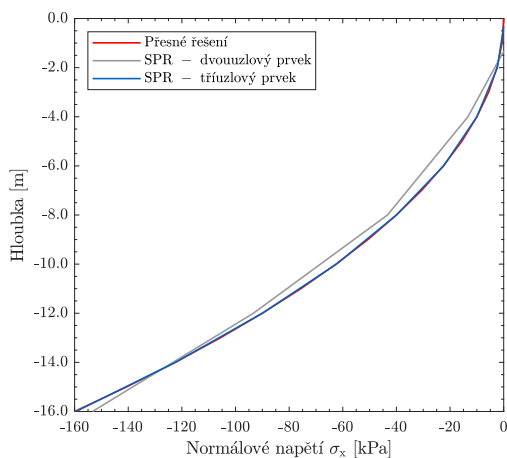
(e) 32 prvků

Obrázek 6.11: Průběh normálového napětí σ_x od lineárního zatížení při použití tříuzlových prvků

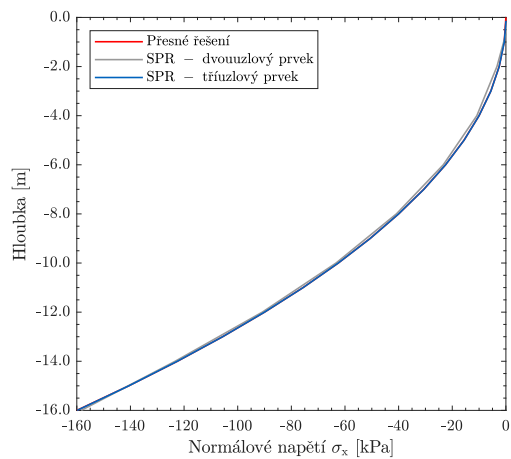
Kapitola 6. Superconvergent patch recovery



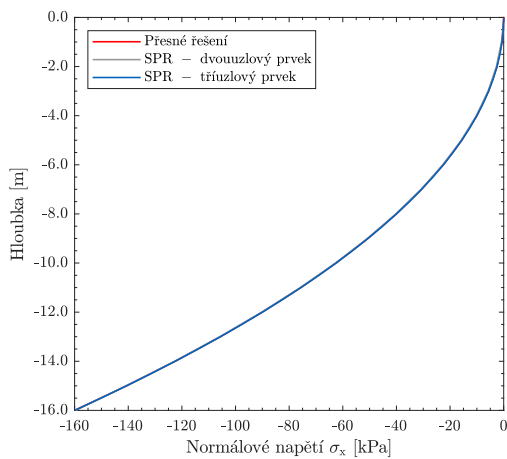
(a) 2 prvky



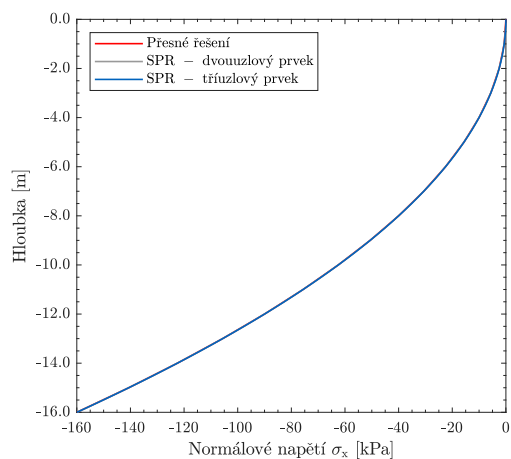
(b) 4 prvky



(c) 8 prvků



(d) 16 prvků



(e) 32 prvků

Obrázek 6.12: Porovnání shody průběhu normálového napětí σ_x dvouzlového a tříuzlového prvku s lineárním zatížením a přesného řešení

6.4 Vliv použití metody SPR na výsledné hodnoty dynamické analýzy

V předchozí kapitole byl ověřen vyšší řád konvergence metody *SPR*. Tato kapitola se zabývá tím, jestli se tento vyšší řád konvergence projeví ve výsledcích dynamických výpočtů. První část kapitoly se věnuje uzlovým hodnotám smykového napětí 1D *free field* analýzy, druhá uzlovým posunům dvojrozměrných výpočetních modelů.

V této studii byly použity dva výpočetní modely s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici. Oba jsou tvořeny jedinou vrstvou homogenní zeminy bez materiálového útlumu. První model má pravidelnou síť konečných prvků s optimální délkou hrany prvku a je shodný s modelem 1 z kapitoly 3. Druhý výpočetní model má nepravidelnou síť konečných prvků a je shodný s modelem 2 ze stejné kapitoly (kapitola 3). Oba modely jsou bez tunelového výrubu. Vstupní zatížení tvoří stejný dynamický impuls, jaký byl použit pro studii vlivu délky hrany prvku sítě konečných prvků. Závislost zrychlení na čase a jemu odpovídající vodorovný posun lze vidět na obrázku 3.1.

Časový průběh výsledných hodnot jednorozměrné i dvourozměrné analýzy obou výpočetních modelů získaných metodou *SPR* byl stejně jako v případě úlohy ověření vyššího řádu konvergence porovnáván s metodou průměrování. Uvažovány byly dvouuzlové nebo tříuzlové tyčové prvky. Studie tříuzlových prvků byla provedena pro kvadratickou (rovnice (6.10)) i lineární (rovnice (6.8)) aproximaci napětí uvnitř záplaty.

6.4.1 1D free field analýza

Jak již bylo několikrát zmíněno, znát uzlové hodnoty smykového napětí na svislých hranicích numerického modelu je nezbytné pro druhý výpočetní krok dynamické analýzy. Časový průběh smykového napětí τ_{xy} 1D *free field column* analýzy obou výpočetních modelů byl zjišťován v následujících uzlech:

- uzel na terénu
- uzel uprostřed vrstvy zeminy
- uzel na spodní hranici modelu

Protože hodnoty smykových napětí metody průměrování a metody *SPR* se v některých uzlech liší o více než řád, jsou časové průběhy smykového napětí příslušející jednomu uzlu prezentovány vždy na dvojici grafů. První graf zobrazuje časové průběhy smykových napětí získaných oběma způsoby vyhlazování, druhý graf zobrazuje výsledky vyhlazování pouze metodou *SPR*. Měřítka svislé osy smykového napětí tedy může být pro každý z dvojice grafů odlišné a lze jej lépe přizpůsobit zobrazovaným hodnotám.

Dvouuzlový prvek

Obrázek 6.13 zobrazuje časové průběhy smykového napětí při použití dvouuzlových tyčových prvků. Jak bylo vysvětleno v kapitole 1, hodnota smykového napětí na terénu by měla být vždy nulová. Z obrázků 6.13a a 6.13b je jasně vidět, že nulového smykového

napětí není v případě průměrování dosaženo ani na jedné síti konečných prvků. Takový výsledek lze předpokládat s ohledem na předchozí studii řádu konvergence (kapitola 6.3), kde bylo jasně prokázáno, že metodou průměrování nelze v krajních uzlech modelu nikdy dosáhnout přesného řešení. Výrazně lepšího výsledku bylo v porovnání s metodou průměrování dosaženo metodou *SPR*. V případě nehomogenní sítě konečných prvků sice není smykové napětí nulové, ale chyba je o 2 řády nižší v porovnání s metodou průměrování. Řádem chyby odpovídá tento výsledek modelu s optimální sítí počítaného metodou průměrování. Podíváme-li se však na výsledný časový průběh smykového napětí počítaného metodou *SPR* pro model s optimální sítí, můžeme ho v daném měřítku považovat za nulové.

Uzel na spodní hranici modelu vykazuje v principu podobné chování jako uzel na terénu modelu s nehomogenní sítí konečných prvků. V tomto uzlu je oproti uzlu na terénu minimální rozdíl mezi použitím optimální a nehomogenní sítě konečných prvků.

V souladu s předchozí studií jsou i výsledné časové průběhy smykového napětí uzlu uprostřed vrstvy zeminy. Pro oba výpočetní modely jsou časové průběhy smykového napětí získané oběma způsoby vyhlazování shodné.

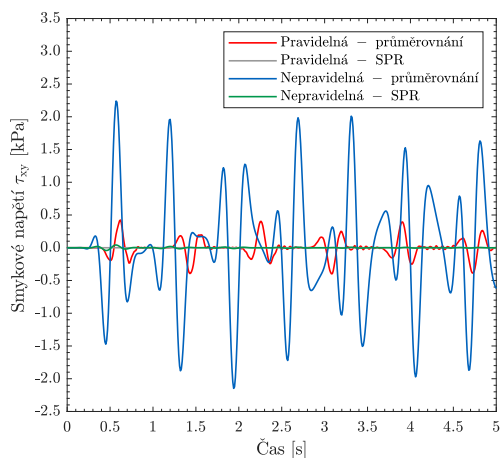
Tříuzlový prvek

Časové průběhy smykových napětí při použití tříuzlových tyčových prvků jsou na obrázku 6.14. Protože v případě použití metody *SPR* byla uvažována lineární i kvadratická aproximace napětí, je orientace v grafech již poměrně složitá. Časové průběhy smykových napětí počítaných metodou průměrování při použití tříuzlových prvků jsou z principu shodné s časovými průběhy smykových napětí počítaných stejnou metodou při použití dvouuzlových prvků. To samé platí i pro časové průběhy smykových napětí počítaných metodou *SPR* při použití tříuzlových prvků s lineární aproximací napětí a dvouuzlových prvků. Průběhy smykových napětí na obrázku 6.14 tento závěr potvrzují.

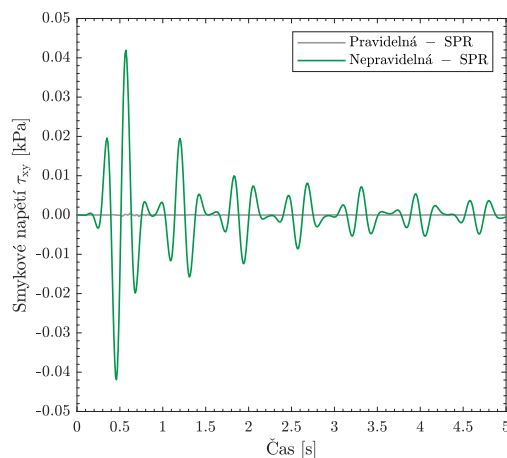
Zaměříme-li se na časové průběhy smykových napětí počítaných metodou *SPR* s použitím tříuzlových prvků s kvadratickou aproximací napětí, zjistíme, že v uzlu na terénu (obrázek 6.14b) je chyba výsledků o 2 řády nižší, než v případě lineární aproximace, tedy o 4 řády nižší než při použití metody průměrování. Takový výsledek je více než uspokojivý. V uzlu uprostřed zeminy jsou časové průběhy smykových napětí všech metod shodné, což jasně ukazuje na důležitost vztahu mezi délkou hrany prvku sítě konečných prvků vzhledem k časovému kroku integrace a jeho vlivu na přesnost⁴.

V případě nehomogenní sítě konečných prvků na obrázku 6.14d si lze v časových průbězích smykového napětí všimnout rozdílu mezi lineární a kvadratickou aproximací napětí. Lineárně aproximovaná smyková napětí dosahují nižší hodnoty a jejich časový průběh postrádá minoritní změny hodnot, na rozdíl od kvadratické aproximace napětí. Obdobně pro uzel na spodní hranici modelu platí, že časové průběhy smykového napětí jsou při použití metody *SPR* řádově nižší, než při použití metody průměrování. Výsledné hodnoty lineární i kvadratické aproximace napětí jsou v případě optimální sítě konečných prvků shodné, zatímco u modelu s nehomogenní sítí konečných prvků se časové průběhy smykového napětí vzájemně liší.

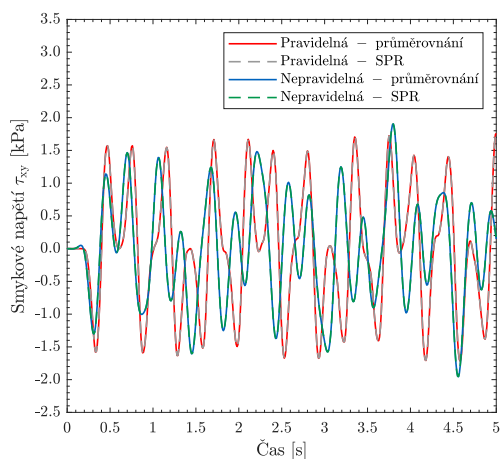
⁴Tomuto tématu byla věnována kapitola 3.



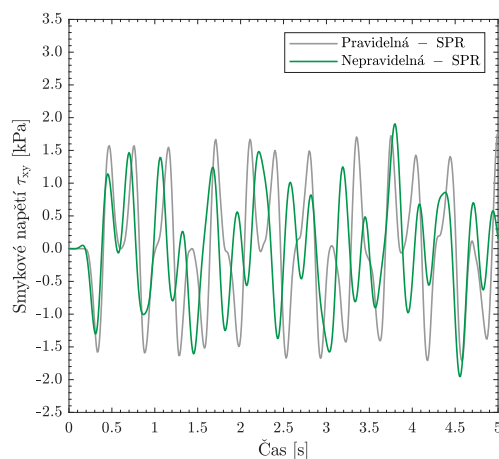
(a) Terén



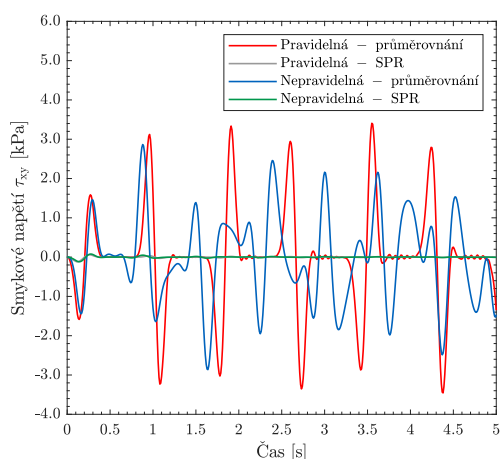
(b) Terén - SPR



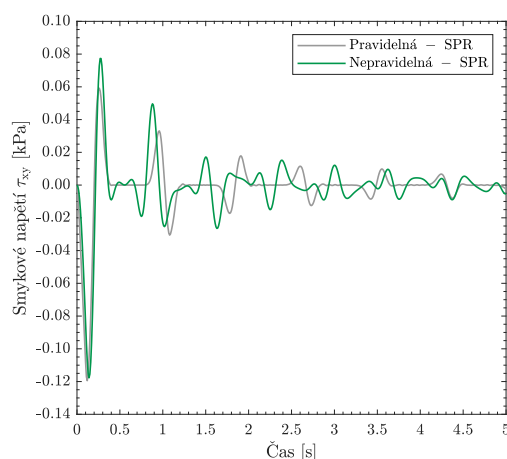
(c) Uprostřed



(d) Uprostřed - SPR

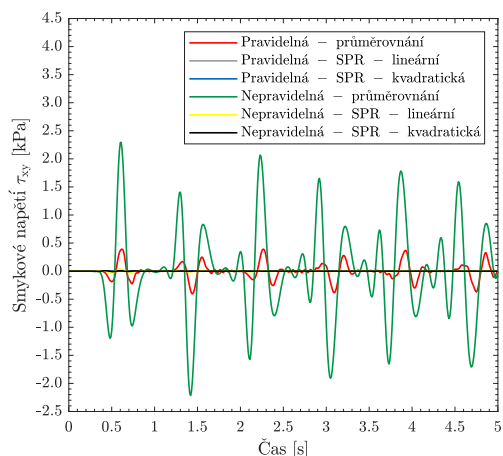


(e) Spodek

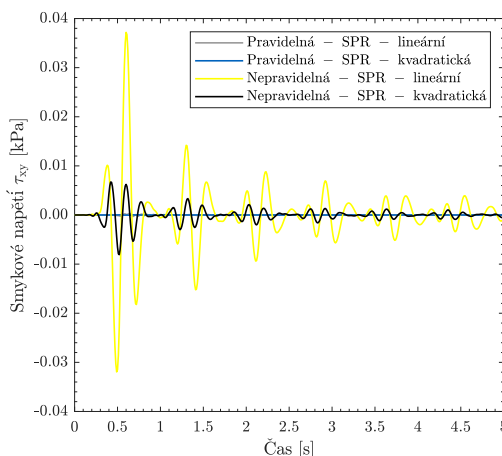


(f) Spodek - SPR

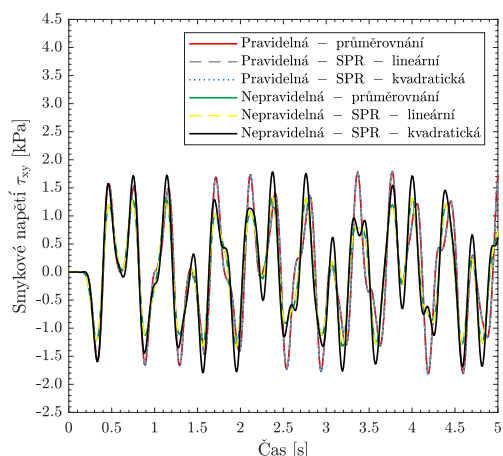
Obrázek 6.13: Porovnání časového průběhu smykového napětí τ_{xz} 1D *free field* analýzy získaných metodou průměrování a metodou *SPR* při použití dvouuzlového prvku



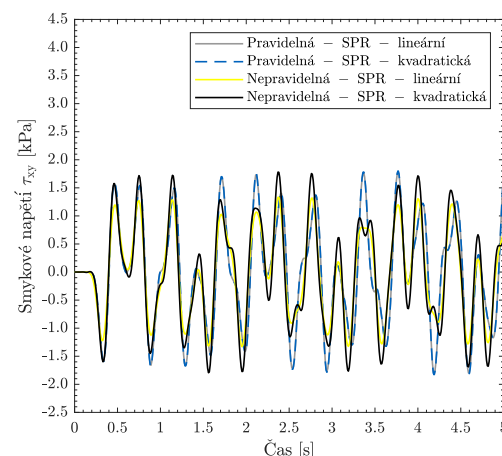
(a) Terén



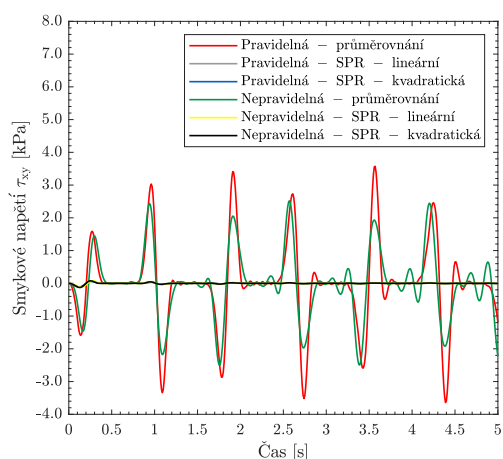
(b) Terén - SPR



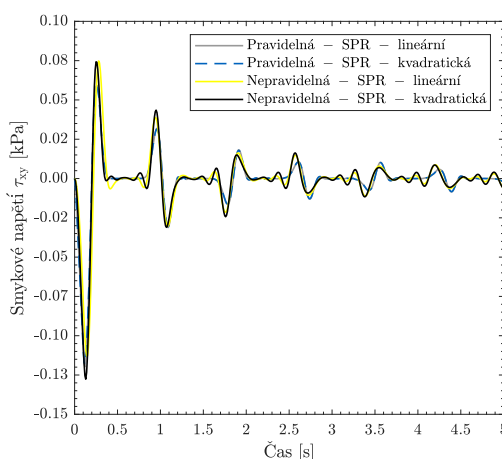
(c) Uprostřed



(d) Uprostřed - SPR



(e) Spodek



(f) Spodek - SPR

Obrázek 6.14: Porovnání časového průběhu smykového napětí τ_{xz} 1D *free field* analýzy získaných metodou průměrování a metodou *SPR* při použití tříuzlového prvku

6.4.2 2D analýza

V předchozí studii vlivu použití metody *SPR* na výsledné hodnoty dynamické analýzy, bylo prokázáno, že výsledné hodnoty smykového napětí na svislých hranicích numerického modelu se liší v závislosti na typu použité metody vyhlazování. Cílem této kapitoly je posoudit, zda se tento rozdíl v hodnotách smykového napětí 1D *free field columns* propíše i do uzlových posunů dvourozměrného modelu.

Pro posouzení vlivu metody *SPR* na výsledné hodnoty dynamické analýzy byly posuzovány relativní vodorovné posuny následujících uzlů dvourozměrného modelu:

Uzel 2 – na terénu uprostřed šířky modelu

Uzel 3 – v hloubce středu tunelového výrubu na pravé straně ostění

Uzel 4 – v hloubce středu tunelového výrubu v pravé čtvrtině šířky modelu

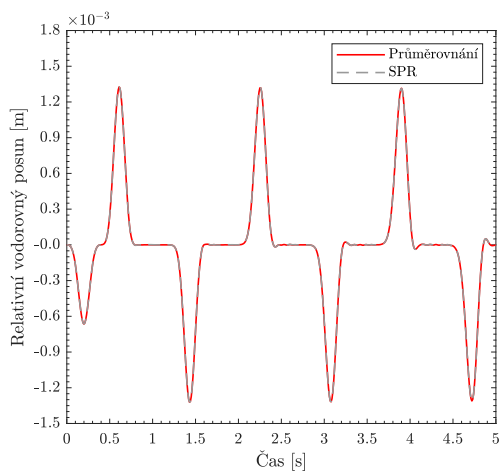
Poloha těchto uzlů je shodná s charakteristickými uzly použitými pro 2D analýzu vlivu délky hrany prvku sítě konečných prvků na výsledky dynamického výpočtu a lze ji tedy vidět na obrázku 3.2.

Obrázky 6.15, 6.16 a 6.17 zobrazují časové průběhy relativních vodorovných posunů. Obrázek je vždy tvořen šesticí grafů. Grafy na levé polovině strany zobrazují výsledky pro model 1 s optimální délkou hrany prvku sítě konečných prvků, grafy na pravé straně výsledky pro model 2 s nehomogenní sítí konečných prvků. Horní dvojice grafů zobrazuje časový průběh relativních vodorovných posunů při použití dvouuzlových tyčových prvků, prostřední dvojice relativní vodorovné posuny při použití tříuzlových tyčových prvků s lineární aproximací napětí a spodní dvojice relativní vodorovné posuny při použití tříuzlových tyčových prvků s kvadratickou aproximací napětí. Závěry, které z časových průběhů relativních vodorovných posunů plynou jsou shodné pro všechny tři pozorované uzly.

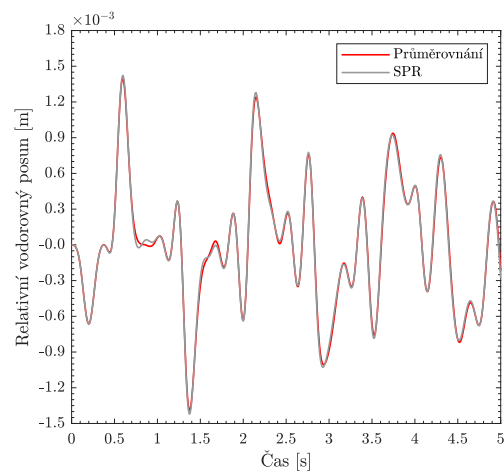
Z výsledků studie vyplývá, že při použití dvouuzlových tyčových prvků je rozdíl časového průběhu relativních vodorovných posunů získaných metodou průměrování a metodou *SPR* pro případ modelu s nehomogenní sítí konečných prvků zcela zanedbatelný. V případě modelu s optimální délkou hrany prvku se dokonce zdá být časový průběh relativních vodorovných posunů pro obě metody shodný.

Pokud jsou pro určení průběhu smykového napětí na svislých hranicích modelů v první fázi dynamického výpočtu použity tříuzlové tyčové prvky, mají relativní vodorovné posuny získané při použití metody *SPR* nižší amplitudy než při metodě průměrování. Zároveň v časových úsecích, kde jsou relativní vodorovné posuny při použití metody průměrování nulové, vznikají při použití metody *SPR* nenulové výchylky. Nejvýrazněji lze oba tyto jevy pozorovat v uzlu 2, kde vlivem odrazu vlny od terénu dochází ke zdvojnásobení výchylek oproti uzlům uvnitř vrstvy zeminy.

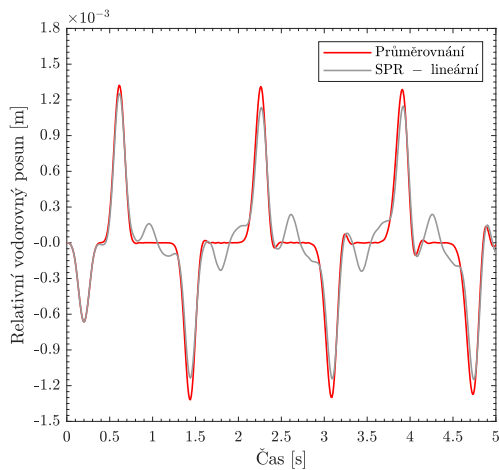
Obecně lze tedy říct, že metoda *SPR* má vliv na výsledné hodnoty dynamické analýzy a že její použití by, zejména v krajních uzlech modelu, mělo vést k dosažení vyšší shody s přesným řešením úlohy.



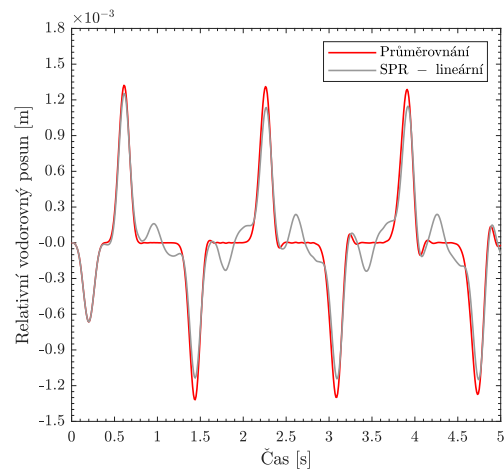
(a) Model 1 – dvouuzlový



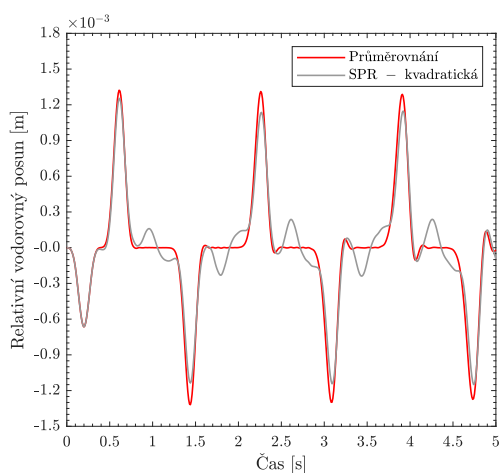
(b) Model 2 – dvouuzlový



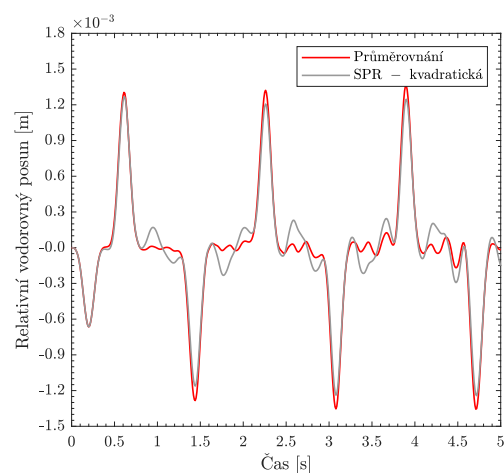
(c) Model 1 – tříuzlový – lineární



(d) Model 2 – tříuzlový – lineární

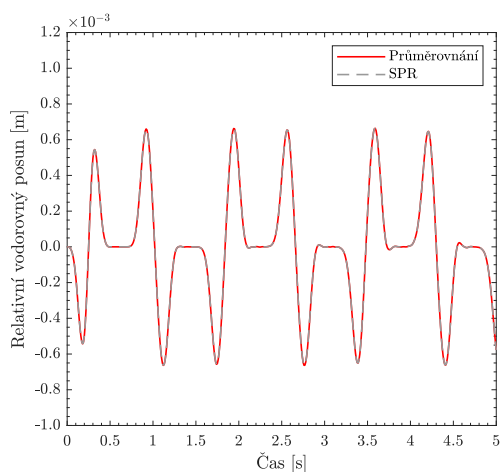


(e) Model 1 – tříuzlový – kvadratický

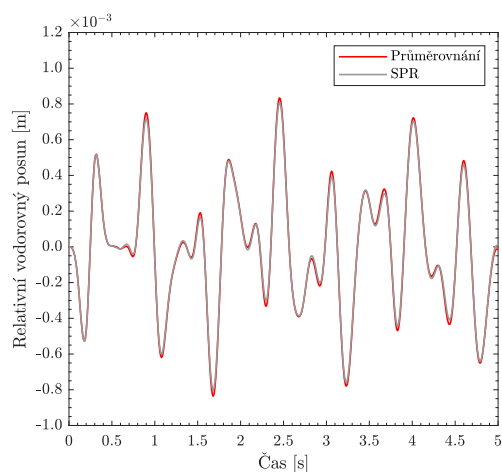


(f) Model 2 – tříuzlový – kvadratický

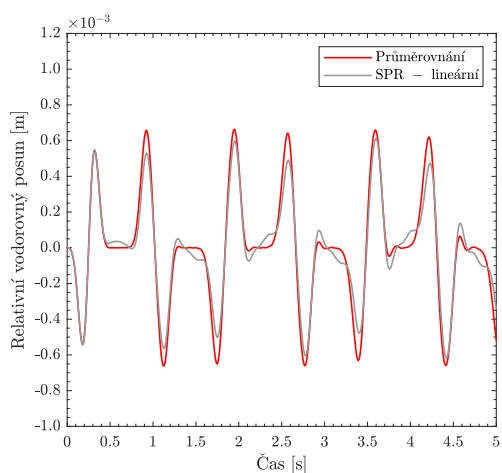
Obrázek 6.15: Porovnání časového průběhu relativních vodorovných posunů 2D analýzy získaných metodou průměrování a metodou *SPR* po uzel 2



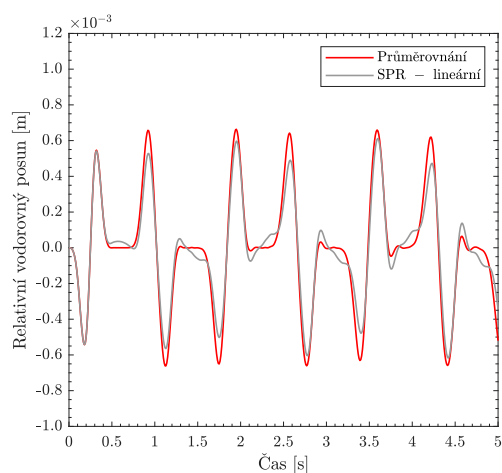
(a) Model 1 – dvouuzlový



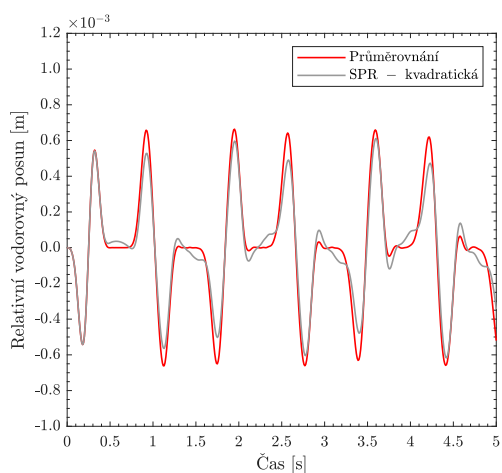
(b) Model 2 – dvouuzlový



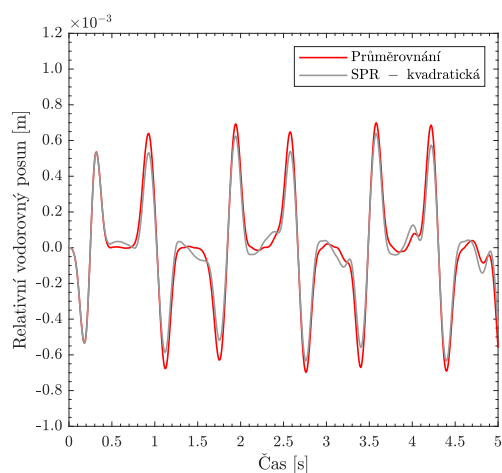
(c) Model 1 – tříuzlový – lineární



(d) Model 2 – tříuzlový – lineární

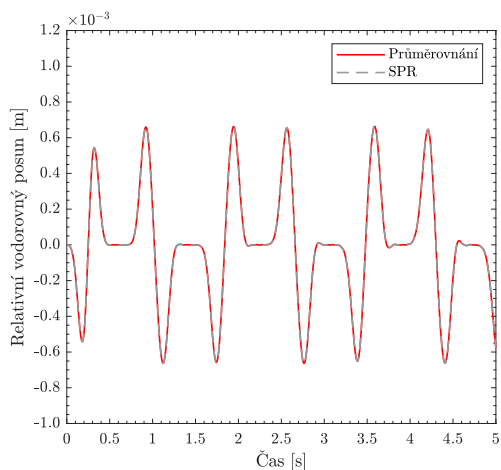


(e) Model 1 – tříuzlový – kvadratický

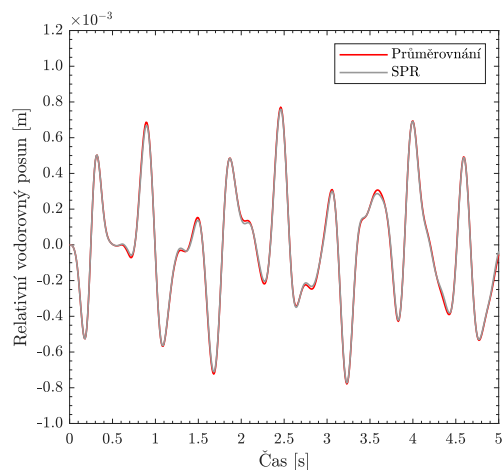


(f) Model 2 – tříuzlový – kvadratický

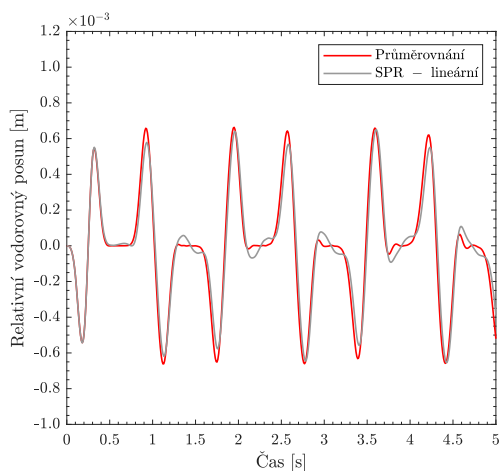
Obrázek 6.16: Porovnání časového průběhu relativních vodorovných posunů 2D analýzy získaných metodou průměrování a metodou *SPR* po uzlu 3



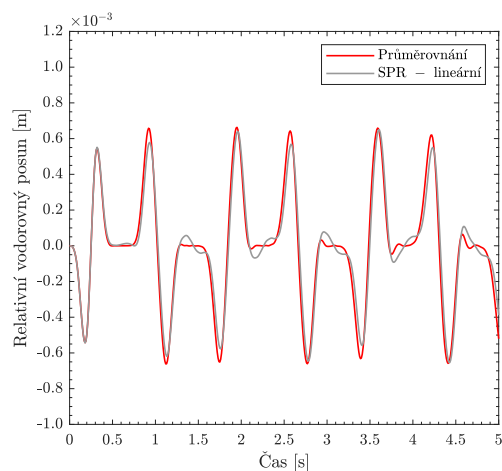
(a) Model 1 – dvouuzlový



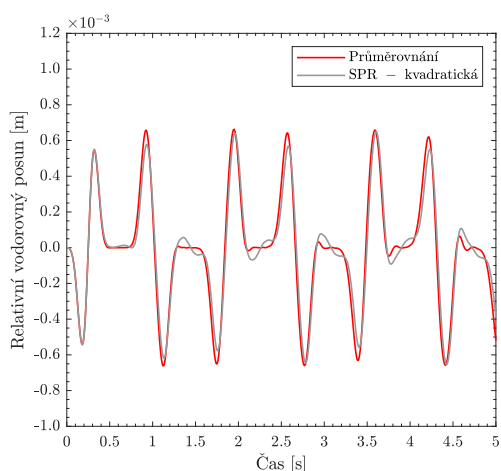
(b) Model 2 – dvouuzlový



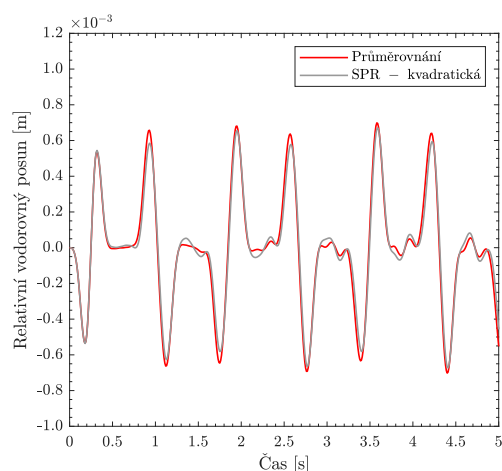
(c) Model 1 – tříuzlový – lineární



(d) Model 2 – tříuzlový – lineární



(e) Model 1 – tříuzlový – kvadratický



(f) Model 2 – tříuzlový – kvadratický

Obrázek 6.17: Porovnání časového průběhu relativních vodorovných posunů 2D analýzy získaných metodou průměrování a metodou *SPR* po uzel 4

Závěr

V průběhu práce jsme se seznámili s rozsáhlou problematikou podzemních konstrukcí zatížených zemětřesením. V první části jsme se věnovali algoritmu pro generování umělých akcelerogramů, které splňují požadavky Eurokódu 8. Popsali jsme materiálový útlum a možnosti jeho zohlednění při dynamickém výpočtu. Značná část práce byla věnována problematice Rayleighových koeficientů útlumu a nejasnostem ohledně určení hodnoty koeficientu poměrného útlumu.

Poměrně rozsáhlá studie byla věnována vlivu délky hrany prvku sítě konečných prvků na výsledné hodnoty pole posunutí a bylo potvrzeno, že respektování vztahu mezi délkou prvku a časovým krokem integrace je nezbytné pro získání věrohodných výsledků. Tím bylo otevřeno téma změny sítě konečných prvků po ukončení statické části výpočtu tak, aby vyhovovala požadavkům dynamické úlohy.

Bylo ověřeno, že materiálový útlum má vliv na výsledné hodnoty relativních uzlových posunutí a to zejména u modelů s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici. Pro takové modely je uvažování materiálového útlumu nutné pro to, aby seismická vlna byla vůbec někdy utlumena. V případě modelů s absorpční okrajovou podmínkou na spodní hranici je vliv materiálového útlumu na výsledné hodnoty minoritní a lze jej tedy v takovém případě zanedbat. Dále bylo zjištěno, že složitá problematika způsobu určení Rayleighových koeficientů útlumu nemá, minimálně v prezentovaných úlohách, významný vliv na výsledky výpočtu.

V poslední kapitole první části diplomové práce byl proveden výpočet vnitřních sil ostění reálné tunelové konstrukce. Byl splněn požadavek Eurokódu 8 pro minimální počet akcelerogramů použitých pro dynamickou analýzu. Při porovnání výsledků modelu s absorpční okrajovou podmínkou s výsledky modelu s pevnou okrajovou podmínkou na spodní hranici bylo opět nadneseno téma nejasnosti doporučované hodnoty koeficientu poměrného útlumu Eurokódem 8 a definici úloh, pro jejichž použití má být tato hodnota určena.

Druhá část práce se věnovala metodám vyhlazování a zejména vlivu *superconvergent patch recovery* na výsledné hodnoty dynamické analýzy. Nejprve byl ověřen řád konvergence této metody, který je v porovnání s konvergencí metody konečných prvků

Závěr

použité ve stejné úloze o jeden řád vyšší. Bylo ukázáno, že metoda *SPR* dokáže, zejména v krajních uzlech úlohy, aproximovat výsledné hodnoty výrazně přesněji v porovnání s metodou průměrování.

Veškeré výpočty prezentované v této práci byly provedeny v beta verzi programu GEO5 MKP za použití metody konečných prvků. Závěry z této práce jsou součástí vývoje tohoto programu a bude je tedy možné využít v běžné inženýrské praxi.

Rozsah práce ani časové možnosti neumožňují plně obsáhnout tak komplexní téma, jakým je dynamika podzemních konstrukcí. Byla nadnesena hned dvě témata, která by bylo vhodné propracovat více do hloubky a to určení hodnoty koeficientu poměrného útlumu a přesítování modelu po ukončení statické části výpočtu za účelem její optimalizace pro účely dynamického výpočtu. Metoda *SPR* by v takovém případě byla využitelná pro přenos výsledků z původní sítě na síť novou [22]. Nabízí se tak hned několik témat pro pokračování zpracování tohoto tématu, kterému se chci i nadále věnovat.

Literatura

- [1] O. C. Zienkiewicz, N. Bicanic, and F. Q. Shen, “Generalized Smith boundary – a transmitting boundary for dynamic computation,” *Institute for Numerical Methods in Engineering, University College of Swansea*, vol. 207, 1986.
- [2] V. Pavelcová, “Posouzení reálné podzemní konstrukce na účinky zemětřesení – plně dynamický výpočet,” bakalářská práce, *České vysoké učení technické v Praze – Výpočetní a informační centrum*, 2018.
- [3] V. Pavelcová, T. Poklopová, T. Janda, and M. Šejnoha, “The influence of boundary conditions on the response of underground structures subjected to earthquake,” *Acta Polytechnica CTU Proceedings*, vol. 15, pp. 74–80, 2018.
- [4] Fine spol. s.r.o., “GEO5 – geotechnický software.” [Software]: <https://www.fine.cz>, 2019.
- [5] EN 1998-1: 2004, *Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 1: General rules, seismic actions and rules for building*. Comité Européen de Normalisation – CEN, 2004.
- [6] D. V. Rogers, “All shook up: Types of earthquake waves.” <http://allshookup.org/quakes/wavetype.htm>, 2017. [Online; cit. 2018-05-05].
- [7] Y. M. A. Hashash, J. J. Hook, B. Schmidt, I. John, and C. Yao, “Seismic design and analysis of underground structures,” *Tunnelling and underground space technology*, vol. 16, no. 4, pp. 247–293, Elsevier, 2001.
- [8] D. Kučera, “Posouzení geotechnické konstrukce na seismické zatížení metodou konečných prvků,” diplomová práce, *České vysoké učení technické v Praze – Výpočetní a informační centrum*, 2017.
- [9] Z. Bittnar and P. Řeřicha, *Metoda konečných prvků v dynamice konstrukcí*. SNTL, 1981.

Literatura

- [10] V. Pavelcová, T. Pokloповá, T. Janda, and M. Šejnoha, “Influence of material damping on the response of underground structures subjected to earthquake,” *Acta Polytechnica CTU Proceedings*, preprint 2019-07-30.
- [11] D. M. Boore, “Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra,” *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 73, no. 6A, pp. 1865–1894, 1983.
- [12] J. Máca and K. Pohl, “Seizmická odolnost stavebních konstrukcí.” <https://docplayer.cz/15128735-Seizmicka-odolnost-stavebnich-konstrukci.html>, Workshop 2005 – VZ “Udržitelná výstavba”. [Online; cit. 2019-11-03].
- [13] L. Janošková, “Dynamická analýza konstrukce zatížené seismickým zatížením,” diplomová práce, *Vysoké učení technické v Brně*, 2013.
- [14] A. Kumar, “Software for generation of spectrum compatible time history,” in *Proceedings of 13th World Conference on Earthquake Engineering*, pp. 1–6, 2004.
- [15] M. Šejnoha, T. Janda, J. Pruška, and M. Brouček, *Metoda konečných prvků v geomechanice: Teoretické základy a Inženýrské aplikace*. České vysoké učení technické v Praze, 2015. ISBN 978–80–01–05743–8.
- [16] T. Irvine, “Effective modal mass and modal participation factors.” <http://www.vibrationdata.com/tutorials2/ModalMass.pdf> (last access on March 7 2007), 2013. [Online; cit. 2019-07-30].
- [17] R. Brinkgreve, E. Engin, and W. Swolfs, “Plaxis 2D manual.” <http://www.plaxis.nl>, Rotterdam, Netherlands, Balkema, 2017.
- [18] O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor, *The Finite Element Method, Volume I: The Basis*. Butterworth-Heinemann, 5 ed., 2000. ISBN 0 7506 5049 4.
- [19] O. C. Zienkiewicz and J. Z. Zhu, “The superconvergent patch recovery and a posteriori error estimates. part 1: The recovery technique,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 33, no. 7, pp. 1331–1364, 1992.
- [20] M. Šejnoha, *Finite Element Analysis in Geotechnical Design*. Saxe-Coburg Publications, 2015.
- [21] Microsoft Corporation, “Microsoft Visual Studio.” [Software]: <https://visualstudio.microsoft.com>, 2019.
- [22] L. Svoboda, D. Rypl, and Z. Bittnar, “Adaptive technique in nonlinear problems,” *Inženýrská mechanika 2003, Praha*, 2003. ISBN 80–86246–13–3.

Použité symboly a zkratky

Tabulka A.1: Použité symboly

Symbol	Popis
1 Základní pojmy dynamické úlohy	
M	matice hmotnosti
C	matice tlumení
C^{BB}	matice tlumení spodní hranice
C^{LB}	matice tlumení svislé hranice
K	matice tuhosti konstrukce
F	vektor uzlového zatížení konstrukce
R_τ	vektor uzlových sil od smykového napětí na svislých hranicích
S	povrch tělesa
V	objem tělesa
I	jednotková matice
Ω^2	spektrální matice
Ω^d	diagonální matice s prvky $\omega_i^d = \xi_i \omega_i$
Φ	modální matice
f	vektor vnějšího povrchového zatížení
q	vektor vnějšího objemového zatížení
x	vektor souřadnic polohy

Příloha A. Použité symboly a zkratky

Symbol	Popis
\mathbf{r}	vektor uzlových posunutí
\mathbf{u}	vektor posunutí
\mathbf{u}_{I0}	předepsaná složka vektoru posunutí pro absorpční okrajovou podmínku
\mathbf{u}_0	předepsaná složka vektoru posunutí pro pevnou okrajovou podmínku
\mathbf{u}_R	relativní složka vektoru posunutí
u	posun ve směru osy x
v	posun ve směru osy y
E	Youngův modul pružnosti
E_{oed}	edometrický modul přetvárnosti
G	smykový modul pružnosti
ρ	objemová hmotnost materiálu
ν	Poissonovo číslo
t	čas
y	y-ová souřadnice polohy
τ	smykové napětí
γ	smykové zkosení
c_p	rychlost P-vlny
c_s	rychlost S-vlny
α	konstanta Rayleighova útlumu pro matici \mathbf{M}
β	konstanta Rayleighova útlumu pro matici \mathbf{C}
ω	vlastní frekvence
ω_i^d	frekvence útlumu
ξ	koeficient poměrného útlumu
ϕ	vlastní tvar
$E(t)$	obálková funkce akcelerogramu
M_s	magnitudo povrchových vln
N_{SPT}	počet úderů při standardní penetrační zkoušce
T_{NCR}	referenční doba návratu
T_w	specifická doba trvání umělého akcelerogramu
S	součinitel podloží
T	perioda vlastních kmitů lineární soustavy s jedním stupněm volnosti
T_B	nejmenší perioda kmitů, které přísluší konstantní hodnota spektra pružného zrychlení

Symbol	Popis
T_C	největší perioda kmitů, které přísluší konstantní hodnota spektra pružného zrychlení
T_D	doba kmitů, při níž začíná obor konstantní hodnoty spektra pružného posunu
$S_e(T)$	spektrum pružné odezvy
a_g	návrhové zrychlení
a_{gR}	referenční hodnota špičkového zrychlení
c_u	soudržnost zeminy za neodvodněných podmínek
$v_{s,30}$	průměrná rychlost smykové vlny
ε	parametr určující okamžik dosažení maximální amplitudy umělého akceleroogramu
η	korekční součinitel útlumu
μ	redukční parametr amplitud umělého akceleroogramu

2 Výpočetní model

E	Youngův modul pružnosti
E_{ur}	modul pružnosti pro odtížení/přítížení
E_{dyn}	dynamický modul pružnosti
G	modul pružnosti ve smyku
K_0	součinitel bočního tlaku v klidu
K_d	změna modulu pružnosti
M_s	magnitudo povrchových vln
γ	objemová tíha zeminy
γ_{sat}	objemová tíha saturované zeminy
φ_{eff}	úhel vnitřního tření odvodněné zeminy
c_{eff}	soudržnost odvodněné zeminy
α	Biotův parametr
ν	Poissonovo číslo
ψ	úhel dilatance
ε	poměrné přetvoření
t	tloušťka

2.7 Rayleighovy koeficienty útlumu

α	konstanta Rayleighova útlumu pro matici \mathbf{M}
β	konstanta Rayleighova útlumu pro matici \mathbf{C}

Symbol	Popis
ξ	koeficient poměrného útlumu
ω	vlastní frekvence
ω_{ACC}	převládající frekvence akcelerogramu

3 Vliv délky hrany prvku sítě konečných prvků

E	Youngův modul pružnosti
G	modul pružnosti ve smyku
ρ	hustota materiálu
ν	Poissonovo číslo
c_s	rychlost šíření S-vlny
l_{elem}	optimální délka konečného prvku
Δt	časový krok integrace

4 Vliv materiálového útlumu

α	konstanta Rayleighova útlumu pro matici \mathbf{M}
β	konstanta Rayleighova útlumu pro matici \mathbf{C}
ξ	koeficient poměrného útlumu
ω	vlastní frekvence
l_{elem}	optimální délka konečného prvku
Δt	časový krok integrace

5 2D analýza tunelu

N	normálová síla
Q	posouvající síla
M	ohybový moment
φ	polární souřadnice polohy průřezu

6 Superconvergent patch recovery

σ	vektor napětí – přesné řešení
$\hat{\sigma}$	vektor napětí – přibližné řešení
σ^*	vyhlazené pole napětí
$\bar{\sigma}^*$	vektor vyhlazených uzlových napětí
σ_p^*	napětí v superkonvergentních bodech
σ_x	normálové napětí

Symbol	Popis
ϵ	vektor deformací – přesné řešení
$\hat{\epsilon}$	vektor deformací – přibližné řešení
u	vektor posunutí – přesné řešení
\hat{u}	vektor posunutí – přibližné řešení
e	chyba řešení
N	vektor bazových interpolačních funkcí
P	aproximační polynom
A	matice A
b	vektor b
a	koeficienty aproximačního polynomu
p	stupeň polynomu aproximační funkce
x	x-ová souřadnice polohy
y	y-ová souřadnice polohy

6.3 Ověření vyššího řádu konvergence

σ	vektor normálového napětí
σ_x	vektor normálového napětí ve směru osy x
$f(x)$	funkce zatížení
E	Youngův modul pružnosti
ν	Poissonovo číslo
L	délka prvku
h	hloubka modelu
x	x-ová souřadnice polohy

6.4 Vliv použití metody SPR na výsledné hodnoty dynamické analýzy

τ_{xy}	smykové napětí
-------------	----------------

Tabulka A.2: Použité zkratky

Symbol	Popis
MKP	metoda konečných prvků
FEM	Finite Element Method
TBM	Tunnel Boring Machine
EC8	Eurokód 8
1D	jednorozměrný
2D	dvourozměrný
BB	bottom boundary
LB	lateral boundary
ACC	akcelerogram
SPR	Superconvergent Patch Recovery

Výpočet optimální délky hrany prvku sítě konečných prvků

Optimální délka prvku pro materiálové parametry zeminy (tabulka 2.2) a pro integrační časový krok impulzu (obrázek 3.1):

smykový modul pružnosti zeminy

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} = \frac{80}{2(1 + 0,4)} = 28,57 \text{ MPa} \quad (\text{B.1})$$

rychlost šíření smykové vlny v daném materiálu

$$c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{28,57 \cdot 10^6}{1960}} = 120,74 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (\text{B.2})$$

optimální délka hrany prvku sítě konečných prvků

$$l_{elem} = c_s \Delta t = 120,74 \cdot 0,01 = 1,207 \text{ m} \doteq 1,20 \text{ m} \quad (\text{B.3})$$