ČESKÉ VYSOKÉ
UČENÍ TECHNICKÉ
V PRAZE

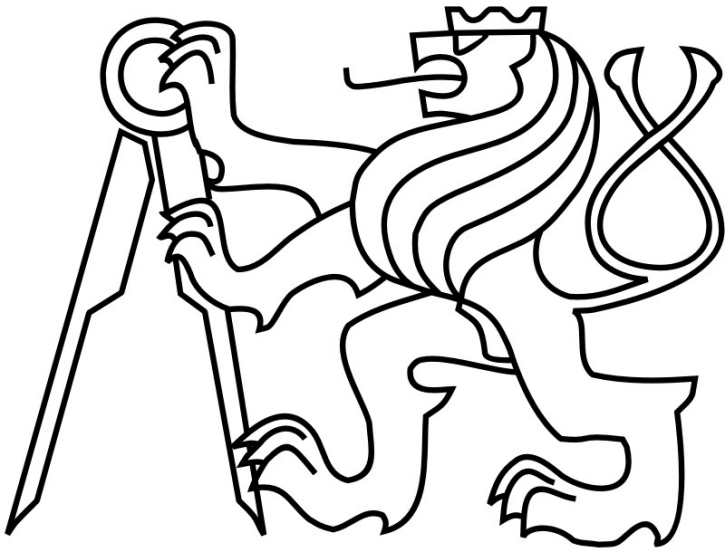
FAKULTA
STROJNÍ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2020

JIŘÍ
SOUČEK

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ
V PRAZE
FAKULTA STROJNÍ
ÚSTAV LETADLOVÉ TECHNIKY



OPTIMALIZACE KONSTRUKCE KOMPOZITNÍHO KŘÍDLA

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Autor: Bc. Jiří Souček

Studijní program: Letectví a kosmonautika

Studijní obor: Letadlová a kosmická technika

Vedoucí práce: Ing. Karel Barák

Praha 2020

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Souček** Jméno: **Jiří** Osobní číslo: **473476**

Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**

Zadávající katedra/ústav: **Ústav letadlové techniky**

Studijní program: **Letectví a kosmonautika**

Studijní obor: **Letadlová a kosmická technika**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Optimalizace konstrukce kompozitního křídla

Název diplomové práce anglicky:

Optimization of composite wing construction

Pokyny pro vypracování:

Pro vypracování práce proveďte:
1 - Návrh optimalizační algoritmu
2 - Optimalizace konstrikce naviječeného křídla
3 - Ověření navržené konstrukce metodou MKP
4 - Srovnání konstrukce křídla navržené technologií navíjení a konvenční technologií

Seznam doporučené literatury:

Dle pokynů vedoucího

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

Ing. Karel Barák, ústav letadlové techniky FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **31.10.2019** Termín odevzdání diplomové práce: **13.01.2020**

Platnost zadání diplomové práce: _____

Ing. Karel Barák	Ing. Robert Theiner, Ph.D.	prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis vedoucí(ho) práce	podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry	podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

30.10.2019 _____
Datum převzetí zadání

Souček _____
Podpis studenta

© ČVUT v Praze, Design: ČVUT v Praze, VIC

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracoval samostatně s použitím literatury a zdrojů uvedených v seznamu použité literatury.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne ……. ……..

podpis

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat svému vedoucímu Ing. Karlu Barákovi za vedení této diplomové práce, cenné rady, věcné připomínky při jejím zpracovávání. Dále bych chtěl poděkovat Ústavu letadlové techniky Fakulty strojní ČVUT v Praze za poskytnuté podklady. Nejvíce bych chtěl poděkovat mé rodině za podporu a trpělivost při psaní této práce.

Autor:	Bc. Jiří Souček

Název diplomové práce:	Optimalizace konstrukce kompozitního křídla
Rozsah práce:	72 stran, 42 obrázků, 19 tabulek, 10 Příloh

Universita:	České vysoké učení technické v Praze – fakulta strojní
Ústav:	Ústav letadlové techniky
Vedoucí diplomové práce:	Ing. Karel Barák

Klíčová slova:	Kompozitní materiál, křídlo, navíjení, genetický algoritmus,

Anotace:

Úkolem této práce bylo navrhnout a optimalizovat hlavní nosnou konstrukci křídla vyráběného technologií navíjení. Nejprve byly stanoveny přibližné aerodynamické vlastnosti a silové účinky, které byly potřebné pro pevnostní návrh konstrukce. Optimalizace křídla byla provedena pomocí genetického algoritmu, který optimalizoval skladbu jednotlivých částí konstrukce a polohu strukturálních prvků. Výpočet navržené konstrukce byl ověřen pomocí metody konečných prvků. Nakonec byla navržena kontrolní konstrukce křídla vyráběného konvenční technologií a bylo provedeno porovnání návrhů.

Author: Bc. Jiří Souček

Title of diploma thesis: Optimization of composite wing construction

Extent: 72 pages, 42 figures, 19 tables

University: Czech Technical University in Prague – Faculty of Mechanical engineering

Department: Department of Aerospace Engineering

Supervisor: Ing. Karel Barák

Key words: Composite materials, wing, filament winding, genetic algorithm

Abstract:

The objective of this theses was to design and optimize main structural construction of a wing manufactured by filament winding. Necessary aerodynamic coefficients and forces were calculated. The wing was optimized using genetic algorithms, which optimized positions of structural members in the wing as well as the composite layup. The results of the optimization were checked using FEA software. Conventional construction was designed in the end of this theses and resulting constructions were compared.

Obsah

Seznam symbolů a zkratek 6
Seznam obrázků 8
Seznam tabulek 9
Seznam příloh 11
1. Úvod 12
2. Popis křídla 13
2.1. Volba profilu 14
2.2. Aerodynamická analýza profilu E668 14
2.3. Aerodynamické vlastnosti křídla 15
3. Sestavení zatížení křídla 17
3.1. Obálka násobků 17
3.2. Aerodynamické silové účinky 19
4. Technologie výroby 20
4.1. Ruční laminace 21
4.2. Technologie navíjení 21
5. Koncepce nosné konstrukce 23
6. Mechanika kompozitních materiálů 23
6.1. Hookův zákon 24
6.1.1. Stav plošné napjatosti 25
6.2. Klasická laminační teorie 26
6.3. Ekvivalentní moduly pružnosti 29
6.4. Kritéria porušení laminátu 30
6.4.1. Tsai-Hill 30
6.4.2. Tsai-Wu 31
6.5. Stabilita laminátové desky 31
6.5.1. Stabilita dlouhé desky v tlaku 31
6.5.2. Stabilita dlouhé desky ve smyku 32
7. Pevnostní výpočet křídla 32
7.1. Přenos silových účinků nosníku 33
7.2. Přenos posouvající síly 37
8. Způsoby optimalizace 38
8.1. Genetický algoritmus 38

8.2. Kódování jedinců ... 39
8.3. Selekce ... 39
8.4. Křížení ... 40
8.5. Mutace ... 40
8.6. Úpravy mechanismu ... 40
9. Implementace výpočtu ... 41
9.1. Pevnostní výpočet ... 41
9.2. Ověření pevnostního výpočtu ... 44
9.2.1. Kontrola podle Abdbeam ... 45
9.2.2. Ověření metodou konečných prvků ... 46
10. Optimalizace konstrukce ... 48
10.1. Popis genetického algoritmu a jeho parametrů ... 50
10.2. Optimalizace 1 ... 51
10.3. Optimalizace 2 ... 53
10.4. Optimalizace geometrie ... 55
10.5. Optimalizace skladby ... 57
11. Ověření metodou MKP ... 59
11.1. Symetrická skladba konstrukce ... 59
11.1.1. Násobek *n=5.3* ... 61
11.1.2. Násobek *n = -3* ... 63
11.2. Nesymetrická skladba konstrukce ... 64
11.2.1. Násobek *n=5.3* ... 64
11.2.2. Násobek *n = -3* ... 66
12. Ověřovací konstrukce ... 67
13. Závěr ... 71
14. Reference ... 72
Přílohy ... 74

Seznam symbolů a zkratek

$c_{L\,\infty}^{\alpha}$	Stoupání vztlakové čáry profilu
c_{m0_W}	Součinitel klopivého momentu křídla pro nulový součinitel vztlaku
Δ_{sc}	Poloha střediska smyku od zvoleného souřadného momentu
A_{ij}	Člen matice A
B_{ij}	Člen matice B
C_{ij}	Prvek matice tuhosti materiálu
D_{ij}	Člen matice D
E_{xm}, E_{xb}	Ekvivalentní modul tuhosti materiálu ve směru x
$E_{y\,m}$, $E_{y\,b}$	Ekvivalentní modul tuhosti materiálu ve směru x
F_L	Vztlaková síla
G_{xym}, G_{xyb}	Ekvivalentní smykový modul tuhosti
K_g	Zmírňující součinitel poryvu
M_{MTOW}	Maximální vzletová hmotnost
M_x	Ohybový moment od aerodynamických sil
M_x	Ohybový moment laminátové deky podle osy x
M_{xy}	Moment smykových toků
M_y	Ohybový moment laminátové deky podle osy y
M_y, M_z	Ohybové momenty
M_z	Aerodynamický krouticí moment od
N_x	Zatížení laminátové desky ve směru hlavní osy
N_{xcr}	Mezní zatížení laminátové desky pro stabilitu v tlaku
N_{xy}	Smykový tok laminátové desky
N_{xy}^{T}	Smykový tok od kroutícího momentu
N_{xycr}	Mezní zatížení laminátové desky pro stabilitu ve smyku
N_y	Zatížení laminátové desky ve směru vedlejší osy
$[P]$	Matice tuhosti nosníku
R_k	Transformační matice kompozitní desky
S_{xy}	Mez pevnosti ve smyku
T_ε	Transformační matice deformace
T_σ	Transformační matice napětí
V_z, V_y	Posouvající síly
$[W]$	Matice poddajnosti nosníku
X^t, X^c	Mez pevnosti v tahu a tlaku ve směru vláken
Y^t, Y^c	Mez pevnosti v tahu a tlaku ve směru kolmém na vlákna
b_{SAT}	Střední aerodynamická tětiva
b_r	Hloubka kořenového profilu
b_t	Hloubka profilu na konci křídla
c_L	Součinitel vztlaku
c_L^{α}	Stoupání vztlakové čáry křídla
c_{dmin}	Minimální součinitel odporu
c_{lmax}	Maximální součinitel vztlaku
c_{m0}	Součinitel klopivého momentu pro nulový součinitel vztlaku
k_s	Vzdálenost mezi stojinami
q_n^c	Uzavírací smykový tok

q^{op}	Smykový tok otevřeného profilu
v_A	Obratová rychlost letounu
v_D	Maximální rychlost horizontálního letu
v_{SN}	Pádová rychlost při záporném násobku
v_i	Vrstva i
v_{s1}	Pádová rychlost letadla
z_c, y_c	Poloha neutrálního bodu
z_k	Souřadnice vrstvy v laminátu
α^0	Úhel nulového vztlaku
α_{ij}, β_{ij}, δ_{ij}	Členy inverzní ABBD matice
μ_g	Bezrozměrný hmotnostní poměr
$\nu_{12\,m}$, ν_{12b}	Ekvivalentní Poissonovo číslo
ABBD	Matice tuhosti laminátové desky
M_{kor}	Hmotnost poloviny křídla
N	Počet komor nosníku
Nas	Násobek zatížení
NB	Neutrální bod
P.k.	Počet komor
P.p	Poloha pásnice
S	Plocha křídla
SF_q	Minimální hodnota jistoty stability ve smyku
SF_x	Minimální hodnota jistoty stability v tlaku
S_k	Počet vrstev ±45°
S_{pbot}	Počet výztužných vláken na spodní pásnici
S_{ptop}	Počet vrstev výztužných vláken na horní pásnici
T	Krouticí moment působící na nosník
TWf	Maximální hodnota kritéria Tsai-Wu
Θ	Úhel orientace vrstvy
C	Matice tuhosti materiálu
E	Modul pružnosti v tahu
G	Modul pružnosti ve smyku
K	Křivost desky
N	Axiální síla v nosníku
S	Matice poddajnosti materiálu
X	Matice rozložení zatížení konstrukce
g	Gravitační zrychlení
l	Rozpětí křídla
lbs_n	Minimální poloha n-té stojiny
n	Násobek zatížení
n	Číslo komory nosníku
ubs_n	Maximální poloha n-té stojiny
ε	Deformace matriálu
η	Zúžení křídla
λ	Štíhlost křídla
ν	Poissonovo číslo
ρ	Hustota vzduchu
σ	Napětí
τ	Smykové napětí
ψ	Úhel šípu křídla

Seznam obrázků

Obrázek 1.1 Půdorysný tvar poloviny křídla 13
Obrázek 1.2 Rozložení součinitele vztlaku po rozpětí křídla 16
Obrázek 2.1 Obálka násobků kluzáku 19
Obrázek 2.2 Úprava rozložení vztlaku po rozpětí 20
Obrázek 3.1 Schéma procesu navíjení vláken [2] 22
Obrázek 4.1 Koncepce nosného průřezu křídla se třemi dutinami. 23
Obrázek 5.1 Natočení lokálního souřadnicového systému [4] 26
Obrázek 5.2 Laminátová deska [5] 27
Obrázek 5.3 Síly a momenty působící na laminátovou desku [6] 28
Obrázek 5.4 Dlouhá kompozitní deska zatížená normálovým napětím [8] 32
Obrázek 6.1 Umístění řezu nosníku do souřadného systému [9] 33
Obrázek 6.2 Souřadnice segmentu k v nosníku [8] 34
Obrázek 7.1 Příklad 2-bodového křížení s binárním kódováním 40
Obrázek 8.1 Způsob navíjení křídla 41
Obrázek 8.2 Definice orientace vrstev v konstrukci, myšlených řezů pro výpočet smykových toků a kladných směrů smykových toků 42
Obrázek 8.3 Definice polohy stojin a pásnic v křídle 42
Obrázek 8.4 Rozměry řezu kontrolního nosníku 44
Obrázek 8.5 Rozložení napjatosti v konstrukci podle programu Abdbeam [kN/m](zatížení ve směru osy x vlevo, smykové toky v konstrukci vpravo) 45
Obrázek 8.6 Redukované napětí v 9. vrstvě laminátu na horní straně nosníku při zatížení v ohybu 46
Obrázek 8.7 Redukované napětí na horní straně nosníku v 9. vrstvě 47
Obrázek 8.8 Redukované napětí v 9. vrstvě laminátu na horní straně nosníku při zatížení v krutu 48
Obrázek 9.1 Hmotnost konstrukcí navržených genetickým algoritmem 1 51
Obrázek 9.2 Ukázkový průběh fitness funkce optimalizačního procesu (Všechny průměrné hodnoty nejsou zobrazeny) 53
Obrázek 9.3 Hmotnost konstrukcí navržených genetickým algoritmem 2 54
Obrázek 9.4 Hmotnost konstrukcí po optimalizaci geometrie 56
Obrázek 9.5Výsledná hmotnost konstrukcí pro obecnou skladbu z vrstev $\pm 45°$ 58
Obrázek 10.1 Skica ověřované konstrukce 60
Obrázek 10.2 Rozložení skladby v řezu křídla dle přílohy 6 60
Obrázek 10.3 Rozložení vztlaku po rozpětí 61
Obrázek 10.4 Průhyb konstrukce pro n=5,3 61
Obrázek 10.5 Natočení elementů s upraveným měřítkem pro násobek zatížení n=5 62
Obrázek 10.6 Tsai-Wu kritérium pro první vrstvu u kořene křídla při násobku zatížení n=5 62
Obrázek 10.7 Natočení elementů [°] s upraveným měřítkem pro násobek zatížení n=-3 63
Obrázek 10.8 Tsai-Wu kritérium pro první vrstvu u kořene křídla při násobku zatížení n=-3 64

Obrázek 10.9 Natočení elementů [°] s upravenou stupnicí 65
Obrázek 10.10 Tsai-Wu kritérium pro první vrstvu u kořene křídla při násobku zatížení n=5 65
Obrázek 10.11 Natočení elementů [°] pro nesymetrickou skladbu a násobek zatížení n=-3 66
Obrázek 10.12 Tsai-Wu kritérium pro první vrstvu u kořene křídla pro nesymetrickou skladbu při násobku zatížení n=-3 67
Obrázek 11.1Průžez ručně laminovaného křídla 68
Obrázek 11.2 Půdorysný tvar křídla rozděleného na segmenty 68

Seznam tabulek

Tabulka 1 Aerodynamické vlastnosti profilu..... 15
Tabulka 2 Násobky dle předpisu CS-22 17
Tabulka 3 Návrhové násobky 18
Tabulka 4 Materiálové vlastnosti kompozitu..... 44
Tabulka 5 Skladby desek kontrolního příkladu 45
Tabulka 6 Rozdíl v redukovaném napětí v % mezi sestaveným modelem a výpočtem MKP pro zatěžování ohybovým momentem (v_i – vrstva -i)..... 47
Tabulka 7 Rozdíl v redukovaném napětí v % mezi sestaveným modelem a výpočtem MKP pro kroutícím momentem (v_i – vrstva -i) 48
Tabulka 8 Výsledky optimalizace pro všechny počty komor. (P.k. - počet komor, S_k – počet vrstev ±45° pro n-tou komoru a ovinutí celé konstrukce, P.p – poloha pásnic, S_{ptop} - počet výztužných vláken na horní pásnici, S_{pbot} - počet výztužných vláken na spodní pásnici, M - hmotnost polokřídla, TWf - maximální hodnota Tsai-Wu kriteria, SF_q - minimální hodnota jistoty stability ve smyku, SF_x -minimální hodnota jistoty stability v tlaku)..... 52
Tabulka 9 Výsledky 2. optimalizace pro všechny počty komor. (P.k. - počet komor, Sk – počet vrstev +-45° pro n-tou komoru a ovinutí celé konstrukce, P.p – poloha pásnic, Sptop - počet výztužných vláken na horní pásnici, Spbot - počet výztužných vláken na spodní pásnici, M - hmotnost polokřídla, TWf - maximální hodnota Tsai-Wu kriteria, SFq -minimální hodnota jistoty stability ve smyku, SFx -minimální hodnota jistoty stability ve tlaku) 54
Tabulka 10 Upravené konstrukce křídel na násobek -3 (P.k. - počet komor, Sk – počet vrstev ±45° pro n-tou komoru a ovinutí celé konstrukce, P.p – poloha pásnic, Sptop - počet výztužných vláken na horní pásnici, Spbot - počet výztužných vláken na spodní pásnici, M - hmotnost polokřídla)..... 55

Tabulka 11Pevnostních charakteristiky konstrukcí pro násobky zatížení 5 a -3(P.k. - počet komor, Mkor - hmotnost poloviny křídla bez prostoru trupu, TWf - maximální hodnota Tsai-Wu kriteria, SFq -minimální hodnota jistoty stability ve smyku, SFx - minimální hodnota jistoty stability ve tlaku) 55
Tabulka 12 Vybrané výsledky optimalizace geometrie pro konstantní skladbu (P.k. - počet komor, S_k – počet vrstev ±45° pro n-tou komoru a ovinutí celé konstrukce, P.p – poloha pásnic, S_{ptop} – počet výztužných vláken na horní pásnici, S_{pbot} - počet výztužných vláken na spodní pásnici, M - hmotnost polokřídla) 56
Tabulka 13 Pevnostních charakteristiky konstrukcí pro násobky zatížení 5 a -3 s optimalizovanou geometrií (P.k. - počet komor, M_{kor} - hmotnost poloviny křídla bez prostoru trupu, TWf - maximální hodnota Tsai-Wu kriteria, SF_q -minimální hodnota jistoty stability ve smyku, SF_x -minimální hodnota jistoty stability ve tlaku)..... 57
Tabulka 14 Výsledné konstrukce optimalizace skladby(P.k. - počet komor, S_k – počet vrstev ±45° pro n-tou komoru a ovinutí celé konstrukce, P.p – poloha pásnic, S_{ptop} – počet výztužných vláken na horní pásnici, S_{pbot} - počet výztužných vláken na spodní pásnici, M - hmotnost polokřídla)..... 58
Tabulka 15 Pevnostní součinitele pro vybrané navržené konstrukce (P.k. - počet komor, M_{kor} - hmotnost poloviny křídla bez prostoru trupu, TWf - maximální hodnota Tsai-Wu kriteria, SF_q -minimální hodnota jistoty stability ve smyku, SF_x -minimální hodnota jistoty stability ve tlaku) 59
Tabulka 16 Popis konstrukce pro ověřovací MKP výpočet (P.k. - počet komor, S_k – počet vrstev ±45° pro n-tou komoru a ovinutí celé konstrukce, P.p – poloha pásnic, S_{ptop} – počet výztužných vláken na horní pásnici, S_{pbot} – počet výztužných vláken na spodní pásnici)..... 59
Tabulka 17 Ověřovací konstrukce s nesymetrickou skladbou (P.k. - počet komor, S_k – počet vrstev ±45° pro n-tou komoru a ovinutí celé konstrukce, P.p – poloha pásnic, S_{ptop} – počet výztužných vláken na horní pásnici, S_{pbot} - počet výztužných vláken na spodní pásnici)..... 64
Tabulka 18 Materiálové vlastnosti použité při návrhu konvenční konstrukce 67
Tabulka 19 Skladba jednotlivých částí konstrukce..... 69
Tabulka 20 Pevnostní charakteristiky navržené konvenční konstrukce pro násobky +5,3 a -3(T-W - maximální hodnota Tsai-Wu kritéria v konstrukci, Sf_q -minimální hodnota jistoty stability ve smyku, Sf_x -minimální hodnota jistoty stability ve tlaku)..... 69

Seznam příloh

Příloha 1 Seznam profilů používaných kluzáky 74
Příloha 2 Aerodynamické silové účinky 75
Příloha 3 Rozdíl v redukovaném napětí mezi MKP a sestaveným modelem [%] 76
Příloha 4 Výsledky první optimalizace 77
Příloha 5 Výsledky druhé optimalizace 78
Příloha 6 Výsledky optimalizace geometrie ro násobek 5,3 79
Příloha 7 Skladba ověřovacích konstrukcí po profilu křídla 80
Příloha 8 Součinitele bezpečnosti pro všechny body obálky násobků 81
Příloha 9 Výsledky navržené kontrolní konstrukce 82
Příloha 10 Seznam naprogramovaných funkcí a skriptů 83

1. Úvod

Při snahách dosáhnout lepších výsledků a produktů se v dnešní době stále vyvíjí nové materiály a technologie výroby. Moderní doba by se dala pojmenovat jako éra plastů a kompozitních materiálů. V dnešní době kompozitní matriály stále více pronikají do konstrukčních aplikací v průřezu všech technických odvětví.

Kompozitní materiály nabízejí konstruktérům a techniků širší spektrum vlastností a parametrů, které umožňují tvorbu nových, lehčích konstrukcí. Umožňují přidávat senzory přímo do středu konstrukce, což umožňuje získání dalších informací o chování konstrukce v provozu.

V letectví se kompozitní materiály používají především pro vysoké měrné mechanické vlastnosti, které izotropní materiály nedosahují. Momentální trend je takový, že konstrukce, které se dříve vyráběly z kovů, jsou postupně nahrazovány kompozitními konstrukcemi, což vede ke snížení celkové hmotnosti a ke zlepšení výkonů i vlastností letadel.

V případě kompozitních konstrukcí je technologie výroby jedním z nejdůležitějších aspektů výroby dílů, jelikož určuje nejen cenu i dosažitelné mechanické vlastnosti použitých materiálů. Nejpoužívanější technologií výroby kompozitních materiálů pro malá sportovní letadla je ruční laminace. Kompozitní konstrukce u velkých letadel se obvykle vyrábí laminací z pre-pregových vrstev nebo strojním kladením.

Úkolem této práce bylo vypracovat pevnostní návrh a optimalizovat hlavní nosnou konstrukci křídla větroně vyráběnou technologií navíjení vláken. Technologie navíjení se pro konstrukci křídel běžně nepoužívá. Pevnostní návrh byl proveden na základě analytických výpočtů a optimalizace byla provedena pomocí genetických algoritmů. Ověření výpočtů bylo provedeno pomocí analýzy metodou konečných prvků v programu Siemens Nx 12. Analýzy byly zaměřené na zkoumání zachování integrity konstrukce, zachování stability a rozložení napjatosti v konstrukci. Nakonec bylo provedeno srovnání se zjednodušeným pevnostním návrhem konstrukce křídla vyráběné konvenční technologií ruční laminace.

2. Popis křídla

Úkolem této práce je navrhnout a optimalizovat křídlo pro motorizovaný větroň v rané fázi vývoje. Jedná se o kompozitní motorizovaný větroň s ocasními plochami ve tvaru „V“. Elektromotor, který by měl tento letoun pohánět během startu a stoupání, bude umístěn v ocasní části letounu. Tento letoun byl v době psaní práce vyvíjen na Ústavu letadlové techniky na fakultě strojní Českého vysokého učení technického v Praze.

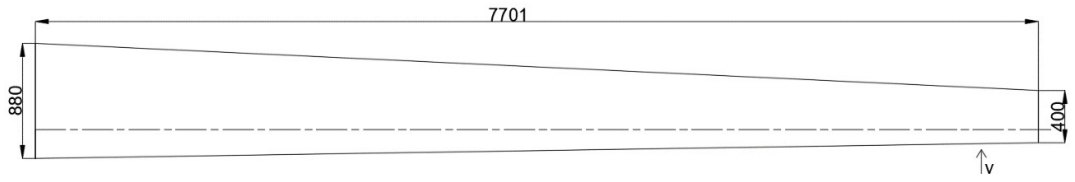
Základní návrhový parametr letadla, maximální vzletová hmotnost, byla pro letoun zvolena $M_{MTOW} = 600\,kg$. Vzhledem k rané fázi projektu nebyl v průběhu zpracovávání této práce znám aerodynamický profil křídla. Byla stanovena předpokládaná relativní tloušťka profilu, který bude pro návrh tohoto letadla použit $\bar{t} = 13{,}9\,\%$. Základní rozměry křídla (polorozpětí $l/2$, tětiva křídla u kořene křídla b_r a tětiva křídla u konce křídla b_t) byly pro návrh křídla poskytnuty ústavem. Tyto základní parametry jsou uvedeny zde.

$$l/2 = 7{,}701\,m \qquad b_r = 0{,}88\,m \qquad b_t = 0{,}4\,m$$

Na základě těchto rozměrů je možné určit základní geometrické parametry křídla, jako jsou plocha S, štíhlost křídla λ a zúžení křídla η. Všechny tyto parametry byly vypočteny za pomoci základních vztahů uvedených níže:

$$S = 2\frac{(b_r + b_t)}{2} l/2 = 9{,}85\,m^2 \qquad \lambda = \frac{l^2}{S} = 24 \qquad \eta = \frac{b_t}{b_r} = 0{,}455$$

Tímto byly stanoveny půdorysné charakteristiky křídla, na jejichž základě bude křídlo dimenzováno. Výběru profilu se věnujeme v další části této práce. Tvar je možné vidět na obrázku 2.1.



Obrázek 2.1 Půdorysný tvar poloviny křídla

2.1. Volba profilu

Pro geometrické charakteristiky křídla, které byly uvedeny výše, bylo zapotřebí zvolit vhodný profil, protože nebyl poskytnut zadavatelem práce. Vzhledem k tomu, že se práce zabývá pevnostní optimalizací křídla, byl profil zvolen především na základě maximální tloušťky. Tento parametr určuje maximální stavební výšku nosníku křídla, která výrazně ovlivňuje únosnost křídla v ohybu.

Profil byl vybrán z veřejně přístupné databáze profilů z University of Illinois at Urbana–Champaign[1]. Tato databáze uchovává téměř 1600 leteckých profilů včetně jejich geometrických souřadnic. U každého profilu je obvykle uveden krátký popisek týkající se jeho použití v letectví. Pro účely této práce je důležité, že u některých profilů je uvedena poznámka o použití na větroních. Této skutečnosti bylo využito při výběru profilu.

Pro zúžení výběru profilů byly použity dva krátké programy realizované v programovacím jazyce Python. Programy využívaly ke svému chodu knihovnu Beautiful Soup[2], která umožňuje jednoduchý přístup programovacímu jazyku Python k internetovým souborům. První program vyfiltroval z databáze všechny profily křídel, u nichž bylo uvedeno použití na větroních, pomocí klíčového slova „sailplane“. Tím bylo získáno 92 leteckých profilů. Druhý program vyhledával maximální tloušťku těchto profilů na internetové stránce Airfoil Tools[3]. Airfoil Tools je další veřejná databáze profilů křídel. Tato databáze ovšem obsahuje i některé geometrické a aerodynamické charakteristiky profilů. Výstupem těchto programů byl seznam označení profilů a jejich tloušťka v procentech délky tětivy. Tento seznam je uveden v příloze 1. Na základě vizuálního průzkumu profilů s odpovídající tloušťkou byl zvolen profil Eppler 668, který odpovídá hlavnímu požadavku tloušťky profilu. V následující části je popsána aerodynamická analýza zvoleného profilu.

2.2. Aerodynamická analýza profilu E668

Pro další výpočty je zapotřebí určit základní aerodynamické charakteristiky leteckého profilu. Aerodynamické charakteristiky byly vypočteny pomocí volně

[1] Dostupná na: https://m-selig.ae.illinois.edu/ads/coord_database.html 11.10.2019
[2] Dostupná na: https://www.crummy.com/software/BeautifulSoup/ 11.10.2019
[3] Dostupná na: http://airfoiltools.com/ 11.10.2019

přístupného programu *xfoil*[4] vyvinutého na Massachusetts Institute of Technology. Program *xfoil* je určený pro aerodynamické analýzy leteckých profilů v subsonických podmínkách. Program disponuje jednoduchým uživatelským rozhraním na základě příkazové řádky. Byla provedena analýza pro Reynoldsova čísla v rozsahu $\langle 1,4\rangle \times 10^6$. Pro tento rozsah Reynoldsových čísel byly získány základní aerodynamické vlastnosti: maximální součinitel vztlaku $c_{l\,max}$, stoupání vztlakové čáry c_l^α, součinitel klopivého momentu m_{z0} pro součinitel vztlaku roven 0. Vypočtené součinitele jsou uvedené v tabulce 1.

Tabulka 1 Aerodynamické vlastnosti profilu

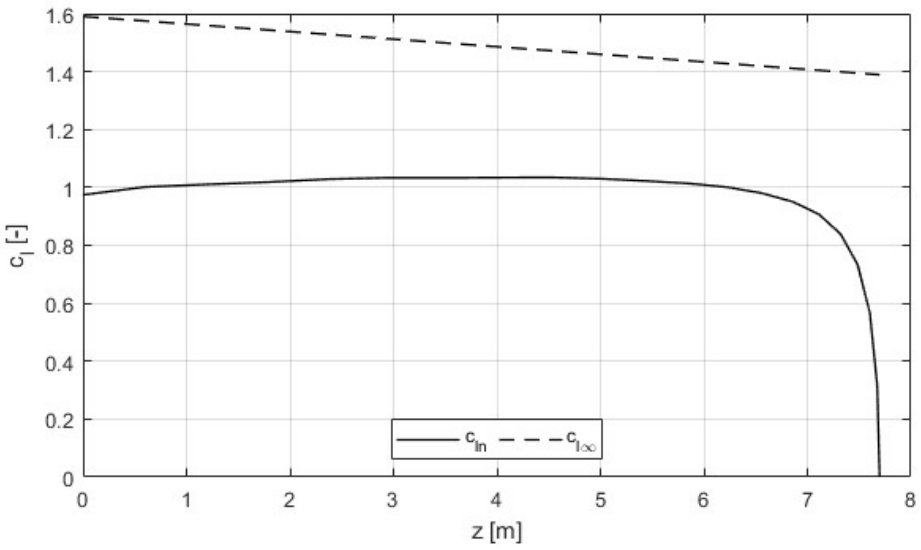
Re [10^6]	α_0 [°]	$c_{L\,\infty}^{\alpha}$ [rad^{-1}]	c_{lmax} [-]	c_{m0} [-]
1	-5.15	6.344	1.457	-0.0839
1.25	-5.18	6.396	1.569	-0.0868
1.5	-5.19	6.387	1.589	-0.0868
1.75	-5.19	6.374	1.608	-0.0869
2	-5.19	6.364	1.623	-0.0869
2.25	-5.19	6.354	1.637	-0.087
2.5	-5.20	6.347	1.648	-0.087
2.75	-5.20	6.341	1.656	-0.0871
3	-5.20	6.336	1.668	-0.0871

Hodnota stoupání vztlakové čáry je výší než ideální hodnota 2π. Na stanovení zatížení nemá zásadní vliv, proto s ní lze dále pracovat. Další část této práce je věnována určování potřebných aerodynamických charakteristik křídla.

2.3. Aerodynamické vlastnosti křídla

Maximální vztlak křídla byl určen pomocí Glauertovy metody. Tato metoda sice není určena pro křídla s takto velkou štíhlostí, nicméně chyby, které budou do výpočtu vneseny, nejsou příliš velké, a pro fázi návrhu je metoda dostačující.

[4] Dostupný na: https://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/ 11.10.2019



Obrázek 2.2 Rozložení součinitele vztlaku po rozpětí křídla

Analýza křídla byla provedena pomocí naprogramovaného skriptu. Výstupem z programu je průběh rozložení součinitele vztlaku podél rozpětí křídla. Program automaticky vypočte normální rozložení součinitele vztlaku podél rozpětí. Dále vypočte maximální součinitel vztlaku na základě minimálního rozdílu mezi maximálním součinitelem vztlaku profilu a maximální hodnotou v normálním rozložení součinitele vztlaku po rozpětí. Maximální součinitel vztlaku křídla byl určen jako:

$$c_{lmax} = 1{,}412$$

Pro další výpočty bylo zapotřebí stanovit další aerodynamické vlastnosti křídla jako je nulový úhel náběhu, stoupání vztlakové čáry křídla a klopivý moment křídla. Tyto charakteristiky byly stanoveny pomocí jednoduchých empirických výpočtů. Součinitel stoupání vztlakové čáry byl určen dle vztahu (2.1).

$$c_L^\alpha = \frac{c_{L\,\infty}^\alpha}{1 + \frac{c_{L\,\infty}^\alpha}{\pi\lambda}(1+\tau)} = \frac{6{,}396}{1 + \frac{6{,}396}{24\pi}(1+0)} = 5{,}896\, rad^{-1} \qquad (2.1)$$

Kde $c_{L\,\infty}^\alpha$ je sklon vztlakové čáry profilu, λ je štíhlost křídla a τ je opravný součinitel. Opravný součinitel pro navržené křídlo byl vzhledem k hodnotě zúžení zvolen $\tau = 0$. Vzhledem k tomu, že se jedná o křídlo přímé a nekroucené byl úhel náběhu pro nulový úhel vztlaku zvolen dle profilových hodnot $\alpha_0 = -5{,}2°$. Součinitel momentu křídla byl určen dle vzorce (2.2)

$$c_{m0w} = \frac{\lambda \cos\psi}{\lambda + 2\cos\psi} \frac{c_{m0r} + c_{m0t}}{2} = \frac{24}{26} \times (-0{,}0868) = -0{,}0801 \qquad (2.2)$$

Kde ψ je úhel šípu aerodynamické osy a součinitele klopivého momentu profilu kořene a konce křídla byly uvažovány stejné $c_{m0r} = c_{m0t} = -0{,}0801$. Sestavené aerodynamické vlastnosti křídla byly dále použity pro sestavení zatížení konstrukce.

3. Sestavení zatížení křídla

Pro sestavení zatížení křídla byly vzhledem k nedostatku lepších podkladů použity aerodynamické charakteristiky křídla. Tato záměna vnáší do výpočtu další chyby, které jsou považovány za přijatelné. Zatížení se stanovuje na základě obálky letových a poryvových násobků. Sestavení obálky násobků se věnuje další část práce.

3.1. Obálka násobků

Obálka poryvových násobků byla sestavena dle předpisu CS-22, který se zabývá certifikačními požadavky motorových kluzáků. Pro náš návrh byla zvolena kategorie Utility. Násobky letové obálky zatížení jsou dány dle předpisu:

Tabulka 2 Násobky dle předpisu CS-22 [1]

n_1	n_2	n_3	n_4
5.3	4	-1.5	-2.65

Pro sestavení letové obálky bylo nejprve nutné vypočítat pádovou rychlost letounu.

$$v_{s1} = \sqrt{\frac{2M_{MTOW}g}{\rho S c_{Lmax}}} = \sqrt{\frac{2 \times 600 \times 9{,}81}{1{,}225 \times 9{,}85 \times 1{,}412}} = 26.3\ m/s \qquad (3.1)$$

M_{MTOW} je maximální vzletová hmotnost, g je gravitační zrychlení, ρ je hustota vzduchu a S je plocha křídla. Poté byla vypočtena obratová rychlost letounu a maximální návrhová rychlost dle vzorců (3.2) a (3.3).

$$v_A = v_{s1}\sqrt{n_1} = 26{,}3\sqrt{5{,}3} = 60{,}5\ m/s \qquad (3.2)$$

$$v_D = 18\sqrt[3]{\left(\frac{M_{MTOW}g}{S}\right)\left(\frac{1}{c_{dmin}}\right)} = 18\sqrt[3]{\left(\frac{600 \times 9{,}81}{10 \times 9{,}85}\right)\left(\frac{1}{0{,}016}\right)} = 279{,}2\ km/h = 77{,}6 m/s \qquad (3.3)$$

Minimální součinitel odporu byl odhadnut jako $c_{dmin} = 0{,}016$. Pro výpočet obálky na záporných násobcích byla pro část omezenou maximálním součinitelem vztlaku letu na zádech použita hodnota $c_{Lneg} = 0{,}8$. Pádová rychlost a rychlost na záporném násobku při letu na zádech byla vypočtena jako:

$$v_{SN} = \sqrt{\frac{2M_{MTOW}g}{\rho S c_{Lneg}}} = \sqrt{\frac{2 * 600 * 9{,}81}{1{,}225 * 9{,}85 * 0{,}8}} = 34{,}9\ m/s \tag{3.4}$$

$$v_G = v_{SN}\sqrt{n_4} = 34{,}9\sqrt{2.65} = 56{,}8\ m/s \tag{3.5}$$

Pro výpočet poryvových násobků bylo zapotřebí nejprve určit zmírňující součinitel poryvu K_g a bezrozměrný hmotnostní poměr kluzáku μ_g. Potřebné součinitele byly vypočteny dle vztahů (3.6) a (3.7).

$$\mu_g = \frac{2M_{MTOW}}{S\ \rho\ b_{SAT}\ c_L^{\alpha}} = \frac{2 * 600}{9{,}85 * 1{,}225 * 0{,}67 * 5{,}896} = 25{,}1 \tag{3.6}$$

$$K_g = \frac{0{,}88\ \mu_g}{5{,}3 + \mu_g} = \frac{0{,}88 * 25{,}1}{5{,}3 + 25{,}1} = 0{,}726 \tag{3.7}$$

Poryvová obálka byla vypočtena pro rychlosti poryvu $15m/s$ a $7{,}5\ m/s$. Poryvová obálka byla sestavena dle vztahu:

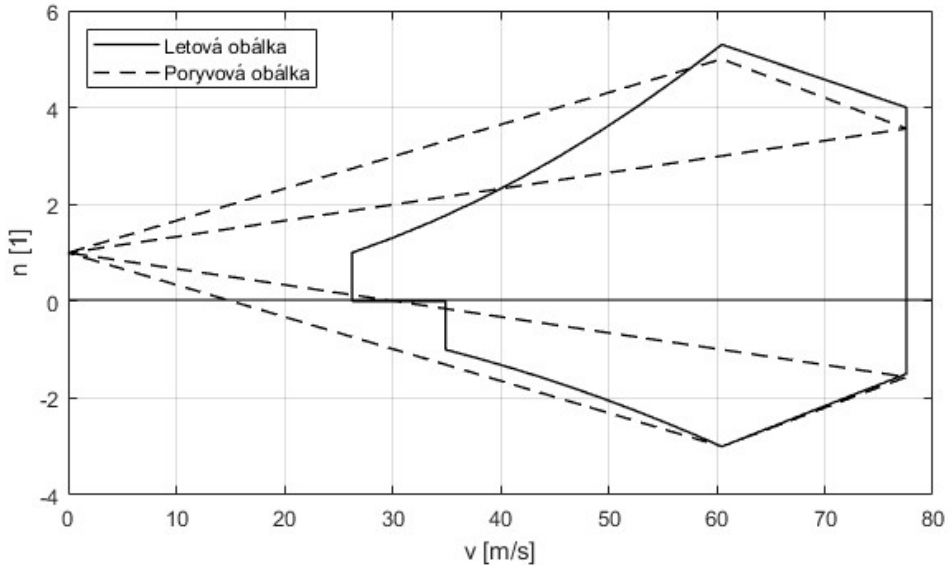
$$n = 1 \pm \frac{\rho\ v c_L^{\alpha} K_g\ u_{de}\ S}{2\ M_{MTOW}\ g} \tag{3.8}$$

Vypočtené hodnoty násobků a rychlostí jsou zobrazeny v tabulce:

Tabulka 3 Návrhové násobky

Letová obálka		Poryvová obálka	
v [m/s]	n	v [m/s]	n
26.3	1	60.5	5.0
60.5	5.3	77.6	3.6
77.6	4	77.6	-1.6
77.6	-1.5	60.5	-3.0
56.8	-2.65		

Výše uvedené hodnoty byly zobrazeny v grafu na obrázku 3.1. Takto sestavená obálka násobků byla následně použita při výpočtu aerodynamických sil působících na křídlo. Určením těchto sil se věnuje následující kapitola.



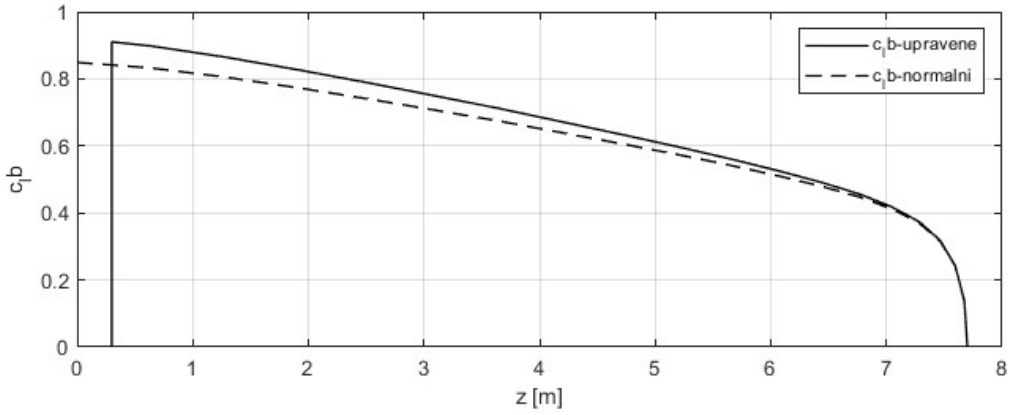
Obrázek 3.1 Obálka násobků kluzáku

3.2. Aerodynamické silové účinky

Na základě výše uvedených podkladů byly stanoveny silové účinky pro všechny významné body obálky. Vzhledem k absenci aerodynamických podkladů celého letounu byly pro výpočet aerodynamické síly a momentu použity aerodynamické vlastnosti křídla. Obvyklá rovnice rovnováhy určující působící síly na křídle byla zjednodušena na vztah pro rovnováhu bodu, ze kterého byl vyjádřen součinitel vztlaku.

$$c_L = \frac{2M_{MTOW}\, g\, n}{\rho v^2 S} \tag{3.9}$$

Součinitel vztlaku křídla byl vypočten pro všechny významné body obálky násobků. Vypočtený součinitel vztlaku křídla byl použit při výpočtu rozložení vztlakové síly po rozpětí. Rozložení vztlaku vycházející z normálního rozložení součinitele vztlaku na obrázku 2.2 bylo upraveno tak, aby reflektovalo umístění trupu na křídle. Pro tuto úpravu byla uvažována šířka trupu $b_f = 0{,}6\, m$. Dále bylo předpokládáno, že v místě trupu nebude vznikat žádný vztlak. Rozložení vztlaku z této oblasti bylo přerozděleno do míst mimo trup. Přidané rozložení vztlaku bylo uvažováno trojúhelníkového tvaru. Výsledné rozložení vztlaku je vykresleno na obrázku 3.2.



Obrázek 3.2 Úprava rozložení vztlaku po rozpětí

Rozložení vztlakové síly bylo vypočteno integrací rozložení vztlaku po rozpětí křídla.

$$F_L = \int_0^{l/2} \frac{1}{2}\rho v^2 b(z)\, c_{ln}(z) c_L \, dz \tag{3.10}$$

Ohybový moment byl vypočten dle Schwedlerovy věty integrací posouvající síly.

$$M_x = \int_0^{l/2} F_L \, dz \tag{3.11}$$

Rozložení kroutícího momentu po rozpětí bylo aproximováno konstantním rozložením. Součinitel momentu byl po celém rozpětí roven součiniteli krouticího momentu křídla. Průběh kroutícího momentu byl také stanoven integrací rozložení krouticího momentu.

$$M_z = \int_0^{l/2} \frac{1}{2}\rho v^2 b(z)^2 c_{m0w}\, dz \tag{3.12}$$

Průběhy silových účinků jsou vykresleny v příloze 2. Takto sestavené silové účinky byly použity pro dimenzování křídla, což bude popsáno v následujících kapitolách.

4. Technologie výroby

Jak již bylo uvedeno výše, úkolem této práce je navrhnout a optimalizovat kompozitní křídlo vyrobené technologií navíjení. Tato technologie se běžně pro výrobu křídel nepoužívá. Křídla kluzáků kategorií, které byly popsány výše, jsou obvykle vyráběna ruční laminací. Technologie výroby výrazně ovlivňuje způsob konstrukce a

dimenzování křídla. K bližšímu porozumění těmto faktorům zde bude krátce popsána technologie navíjení kompozitních materiálů a bude provedeno její porovnání s ruční laminací, která se na výrobu křídel sportovních větroňů obvykle používá

4.1. Ruční laminace

Ruční kladení je nejstarší a jeden z nejrozšířenějších způsobů výroby kompozitních dílů. Vrstvy výztuže se při tomto způsobu výroby kladou do připravených forem ve tvaru negativu výsledného dílu. Forma musí být ošetřena separátorem, aby bylo možné vytvrzený dílec z formy vyjmout. [2]

Impregnace vláken matricí se provádí ručně pomocí štětců nebo válečků. Přebytečná matrice a bubliny jsou z materiálu odstraňovány pomocí vakuace dílce. Při této operaci je dílec uzavřen do tzv. plachetky, ze které je následně pomocí vývěvy odsán vzduch. Tím vznikne rozdíl tlaků, který působí na dílec a vytlačí z něj přebytečnou matrici a bubliny. [3]

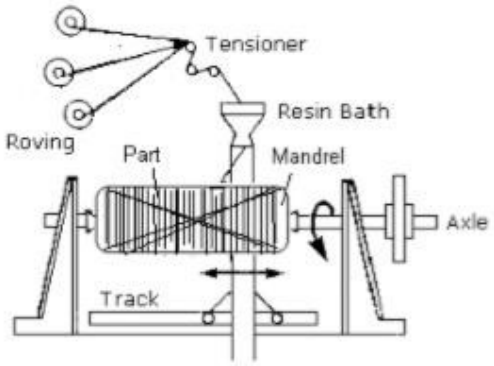
Při ručním kladení se používají všechny druhy výztuží zpravidla ve formě tkaniny. Do skladby materiálu se mohou přikládat i trojrozměrné materiály jako např. pěny nebo voštiny. Tento způsob výroby je vhodný pro velkorozměrové díly vyráběné v malých sériích, jako jsou letadlové části. Pro náš případ konstrukce křídla, umožňuje tento způsob výroby odstupňování tuhosti konstrukce dle průběhu zatížení po rozpětí.

Vlastnosti finálního výrobku závisí zásadním způsobem na zkušenosti personálu, na jeho zručnosti a pečlivosti. To je hlavní nevýhoda ruční laminace. Při ruční laminaci dosahuje finální výrobek nepříliš vysokého hmotnostního poměru vláken vůči matrici. To snižuje maximální možné dosažitelné materiálové vlastnosti kompozitu.

4.2. Technologie navíjení

Navíjení vláken na přípravek je automatizovaný proces. Při této technologii je vlákno nejprve impregnováno a následně je navíjeno na přípravek na rozdíl od ručního kladení, kdy je výztuž impregnována až ve formě. Přípravek je při této technologii uvnitř finálního dílu, což snižuje materiálové náklady na jeho výrobu. Tato technologie je ze své podstaty omezena pouze na některé tvary. Navíjené vlákno je během výrobního

procesu napínáno napínacím ústrojím. Existují dva způsoby navíjení, spirálový a polární. [2]



Obrázek 4.1 Schéma procesu navíjení vláken [3]

Při spirálovém návinu rotuje přípravek konstantní rychlostí a navíjecí ústrojí se pohybuje podél osy přípravku. Rychlostí posuvu navíjecího ústrojí je korigován úhel nastavení navíjeného vlákna. Navíjecí ústrojí se pohybuje podél přípravku tam a zpět, dokud není dosaženo požadovaného množství vrstev. Při polárním navíjení je možné v navíjecím ústrojí pohybovat ještě okem, které vede vlákno, což umožňuje ovinout složitější tvary. Při technologii navíjení se používají převážně kompozitní materiály s uhlíkovou výztuží. [4]

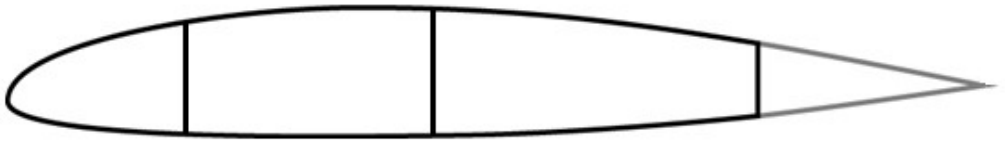
Hlavními výhodami technologie navíjení jsou: opakovatelnost výroby, která je méně závislá na zkušenosti pracovníků, a snížení náročnosti manuální lidské práce. Navíjené výrobky také dosahují vyššího hmotnostního poměru vláken ve finálním výrobku a tím pádem i lepších materiálových vlastností.

Hlavní nevýhodou procesu kontinuálního navíjení je nemožnost výrazného upravování tlouštěk materiálu v průběhu dílu. Na rozdíl od ručního kladení, kde je možné díl v potřebných místech vyztužit. Tato skutečnost se negativně projeví i v případě dílů s nekonstantním průřezem, jako je lichoběžníkové křídlo. U dílů s rozdílným obvodem průřezů na koncích dochází k postupnému zvyšování překryvů a tlouštěk vrstev.

Pro konstrukci lichoběžníkového křídla, kterou se zabývá tato práce, to znamená, že takové křídlo bude mít přibližně konstantní rozložení hmotnosti po celém jeho rozpětí. Tato skutečnost značně omezuje hmotnostní optimalizaci křídla.

5. Koncepce nosné konstrukce

V rámci této práce byla optimalizována hlavní nosná konstrukce navíjeného křídla. Před vlastním průběhem výpočtu křídla zde budou uvedeny základní poznatky o jeho konstrukci. Průřez křídla je rozdělen na několik dutin, které budou přenášet smykové a ohybové zatížení. Hlavní nosná konstrukce křídla využívá 80% tětivy profilu křídla. Zbylých 20 % průřezu křídla je vyhrazeno pro křidélka a případnou vztlakovou mechanizaci. Předpokládaným způsobem výroby bude samostatné navíjení každé dutiny, jejich následné složení do tvaru profilu a ovinutí celého nosného profilu křídla. Konstrukce bude vyrobena z kompozitního materiálu s uhlíkovou výztuží. Tím vznikne samonosná konstrukce křídla bez příčných stěn.



Obrázek 5.1 Koncepce nosného průřezu křídla se třemi dutinami.

Hlavním optimalizačním parametrem, který byl během optimalizace sledován, byla hmotnost křídla, která byla minimalizována. Dalšími parametry, které byly během optimalizace křídla zohledněny, jsou pevnostní součinitele kompozitních materiálů a součinitele bezpečnosti stability kompozitních desek. V rámci této práce byla optimalizována skladba jednotlivých částí průřezů, poloha a počet jednotlivých stojin.

Jak vyplývá z výše popsaných skutečností, jedná se o tenkostěnnou kompozitní konstrukci, kterou lze dostatečně přesně popsat teorií štíhlého nosníku. Dále zde budou uvedeny poznatky z mechaniky kompozitních materiálů, které jsou pro výpočet takové konstrukce nezbytné.

6. Mechanika kompozitních materiálů

Za kompozitní materiál lze považovat jakýkoliv materiál, který se skládá alespoň ze dvou složek, které jsou vzájemně provázány. Takto vzniklý materiál má lepší vlastnosti než každý materiál samostatně. Výztuž má zpravidla vysokou pevnost tahu. Naopak pryskyřice (matrice) má horší mechanické vlastnosti. Často ale bývá křehká. Spojením obou materiál s rozdílnými vlastnostmi vznikne materiál vhodný pro stavbu letadel. Kvalitně vyrobený laminát (kompozit) nemá vzduchové bubliny a neobsahuje kapky

nebo vrstvy matrice, která není vyztužená vláky výztuže. V rámci této práce budou slova „kompozitní materiál“ a „kompozit“ pojednávat o materiálu, který bude tvořený matricí a výztuhou z dlouhých vláken. Existuje mnoho druhů výztuh, nejznámějšími z nich jsou uhlíková, skelná nebo aramidová vlákna (také známá jako Kevlar). Matrice se používají především termosetické (epoxidy, polyestery, fenoly atd.), termoplastické nebo případně i kovové, a to hliník nebo ocel. V rámci této práce byly použity převážně materiály s výztuhami z uhlíkových nebo skelných vláken a pěnová jádra.

Pevnostní výpočet kompozitních materiálů je náročnější než u materiálů izotropních. Mechanické vlastnosti v různých směrech nejsou stejné, z toho důvodu je nutné upravit vztahy mezi zatížením a deformací.

Základní stavební částí kompozitu je vrstva nebo také lamina. Tyto vrstvy jsou kladeny na sebe a mohou být pokládány v různých orientacích a tloušťkách. Navrstvením lamin vzniká kompozitní materiál. Mechanické vlastnosti kompozitu jsou dány mechanickými vlastnostmi jednotlivých vrstev, tloušťkou a jejich orientací vzhledem ke globálnímu souřadnicovému systému.

6.1. Hookův zákon

Za předpokladu lineárního elastického materiálu je vztah mezi deformací a napětím popsán Hookovým zákonem. K zápisu Hookova zákona izotropního materiálu postačují dva parametry, a to modul pružnosti v tahu E a Poissonovo číslo v. Obecný Hookův zákon je rozepsaný v rovnici (6.1) ve Voigtově notaci.

$$\begin{bmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \sigma_{33}\\ \sigma_{23}\\ \sigma_{13}\\ \sigma_{12}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16}\\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26}\\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36}\\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46}\\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56}\\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{22}\\ \varepsilon_{33}\\ \varepsilon_{23}\\ \varepsilon_{13}\\ \varepsilon_{12}\end{bmatrix} \tag{6.1}$$

Hookův zákon je možné zapsat i ve tvaru (6.2) kde C je matice tuhosti izotropního materiálu. C je symetrická matice. K popisu zcela izotropního materiálu je zapotřebí 21 konstant.

$$\sigma = C\varepsilon \tag{6.2}$$

Úpravou vztahu (6.2) dostaneme vztah:

$$\varepsilon = S\sigma \tag{6.3}$$

kde S je matice poddajnosti. Platí tedy, že matice poddajnosti je inverzní k matici tuhosti.

$$S = C^{-1} \tag{6.4}$$

V této práci se dále budeme zabývat pouze ortotropními materiály, což jsou materiály se třemi rovinami symetrie. Pro tyto materiály platí vztah (6.5).

$$\begin{aligned} C_{14} = C_{15} = C_{16} = C_{24} = C_{25} = C_{26} = C_{34} = C_{35} = C_{36} = CC_{45} \\ = C_{46} = C_{56} = 0 \end{aligned} \tag{6.5}$$

Vzhledem k tomu, že křídlo je tenkostěnná konstrukce, bude se tato práce zabývat pouze stavy plošné napjatosti.

6.1.1. Stav plošné napjatosti

Pokud uvažujeme tenké kompozitní desky, je možné považovat některé složky vektoru napětí za nulové.

$$\sigma_z \approx \tau_{xz} \approx \tau_{yz} \approx 0 \tag{6.6}$$

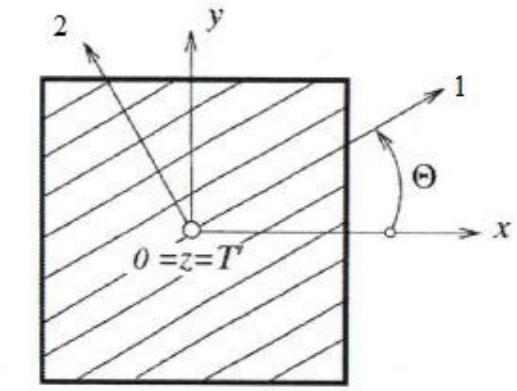
Hookův zákon ortotropní laminátové vrstvy v lokálním souřadnicovém systému lze zapsat ve tvaru:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \tag{6.7}$$

kde E_1 je modul pružnosti ve směru vláken, E_2 je modul pružnosti ve směru kolmém na vlákna, ν_{12} je hlavní Poissonovo číslo, ν_{21} je vedlejší Poissonovo číslo a G_{12} je modul pružnosti ve smyku. Tímto nám tedy pro popis materiálu stačí 4 nezávislé parametry, jelikož pro Poissonova čísla platí vztah:

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \tag{6.8}$$

Základní vlastností kompozitních materiálů je změna tuhosti a také pevnosti v závislosti na směru orientace výztuh materiálu. Z toho důvodu je nutné převádět mechanické vlastnosti mezi jednotlivými souřadnicovými systémy. Na obrázku 6.1 je lokální souřadnicový systém $O(1,2)$ natočený vůči globálnímu souřadnicovému systému $O(x,y)$ o úhel Θ.



Obrázek 6.1 Natočení lokálního souřadnicového systému [5]

Transformaci napětí mezi jednotlivými systémy je možné popsat vztahem:

$$\sigma^{xy} = T_\sigma \sigma^{12} \tag{6.9}$$

Což lze rozepsat do maticového zápisu jako

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\Theta & \sin^2\Theta & -2sin\Theta\cos\Theta \\ \sin^2\Theta & \cos^2\Theta & 2sin\Theta\cos\Theta \\ sin\Theta\cos\Theta & -\sin\Theta\cos\Theta & \cos^2\Theta - \sin^2\Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \tag{6.10}$$

Pro transformaci deformace je vztah trochu odlišný:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\Theta & \sin^2\Theta & sin\Theta\cos\Theta \\ \sin^2\Theta & \cos^2\Theta & -\sin\Theta\cos\Theta \\ -2sin\Theta\cos\Theta & 2sin\Theta\cos\Theta & \cos^2\Theta - \sin^2\Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \tag{6.11}$$

Je možné napsat:

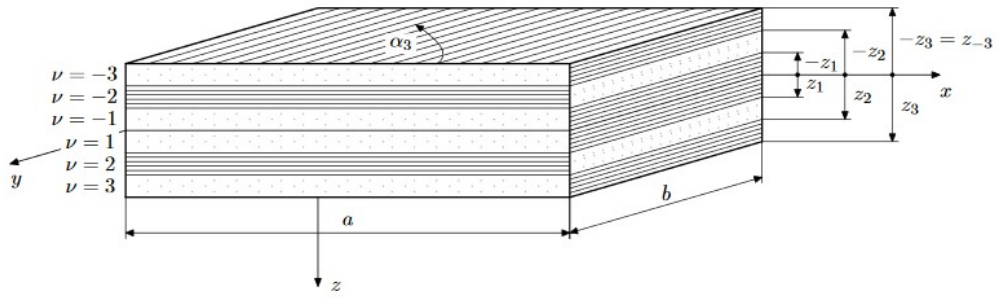
$$\varepsilon^{xy} = T_\varepsilon \varepsilon^{12} \tag{6.12}$$

Ze vztahů (6.11) a (6.12) jasně vyplývá, že transformační matice deformace je maticí transponovanou k transformační matici napětí. Hookův zákon pro ortotropní laminátovou vrstvu v globálních souřadnicích lze zapsat jako:

$$\sigma^{xy} = T_\sigma \, C \;\; T_\varepsilon^{-1} \varepsilon^{xy} = C^{xy} \; \varepsilon^{xy} \tag{6.13}$$

6.2. Klasická laminační teorie

V klasické laminační teorii se uvažuje materiál vyztužený jednosměrnými vlákny. Jednotlivé materiály jsou vrstveny na sebe v různých tloušťkách a orientacích.



Obrázek 6.2 Laminátová deska [6]

Souřadný systém je zaveden do desky, jak je zobrazeno na obrázku 6,2. Na základě Kirchhoffovy hypotézy a Cauchyho vztahů lze odvodit vztah pro deformaci v libovolné z-ové souřadnici:

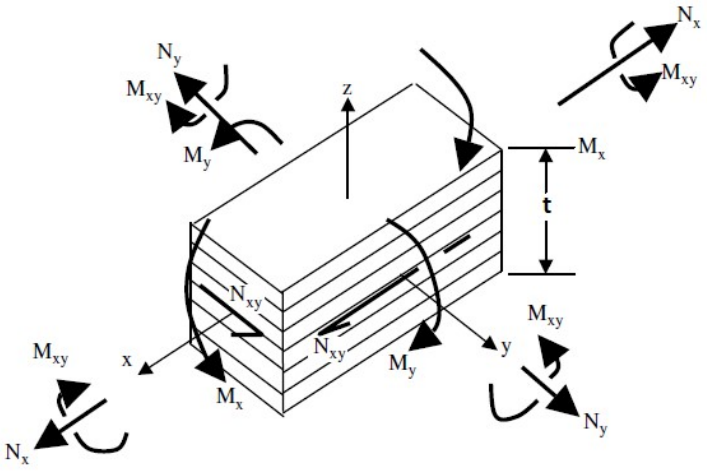
$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \tag{6.14}$$

Dosazením rovnice (6.14) do rovnice (6.12) vznikne vztah pro napětí v jednotlivých vrstvách.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^{xy} & C_{12}^{xy} & C_{13}^{xy} \\ C_{21}^{xy} & C_{22}^{xy} & C_{23}^{xy} \\ C_{31}^{xy} & C_{32}^{xy} & C_{33}^{xy} \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \right] \tag{6.15}$$

Výsledné síly působící na laminátovou desku jsou vypočteny integrací napětí ve všech vrstvách přes tloušťku. Na obrázku 6.3 je zobrazeno působení sil a momentů na laminátovou desku.

$$\begin{aligned} N_x &= \int_{t/2}^{-t/2} \sigma_x \, dz & M_x &= \int_{t/2}^{-t/2} \sigma_x \, z dz \\ N_y &= \int_{t/2}^{-t/2} \sigma_y \, dz & M_y &= \int_{t/2}^{-t/2} \sigma_y \, z dz \\ N_{xy} &= \int_{t/2}^{-t/2} \tau_{xy} \, dz & M_{xy} &= \int_{t/2}^{-t/2} \tau_{xy} \, z dz \end{aligned} \tag{6.16}$$



Obrázek 6.3 Síly a momenty působící na laminátovou desku [7]

V maticovém zápisu lze přepsat rovnice (6.16) jako:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{N} \begin{bmatrix} C_{11}^{xy} & C_{12}^{xy} & C_{13}^{xy} \\ C_{21}^{xy} & C_{22}^{xy} & C_{23}^{xy} \\ C_{31}^{xy} & C_{32}^{xy} & C_{33}^{xy} \end{bmatrix} \int_{z_k-1}^{z_k} \left[\begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \right] dz$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{N} \begin{bmatrix} C_{11}^{xy} & C_{12}^{xy} & C_{13}^{xy} \\ C_{21}^{xy} & C_{22}^{xy} & C_{23}^{xy} \\ C_{31}^{xy} & C_{32}^{xy} & C_{33}^{xy} \end{bmatrix} \int_{z_k-1}^{z_k} \left[z \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z^2 \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \right] dz \tag{6.17}$$

Výsledkem integrování vztahů (6.17) jsou matice A, B, D. Členy těchto matic se vypočítají jako:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{N} \left(C_{ij}^{xz}\right)_k (z_k - z_{k-1})$$

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^{N} \left(C_{ij}^{xz}\right)_k \frac{1}{2} (z_k^2 - z_{k-1}^2) \tag{6.18}$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^{N} \left(C_{ij}^{xz}\right)_k \frac{1}{3} \ (z_k^3 - z_{k-1}^3)$$

Takto vytvořené matice se skládají do tzv. ABBD matice, která se používá při výpočtech kompozitních materiálů.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \tag{6.19}$$

ABBD matice se podobá Hookovu zákonu, nicméně v technické praxi se častěji setkáváme s případy, kdy se snažíme určit spíše deformaci a napětí v závislosti na zatížení. Proto se používá inverzní matice k matici $ABBD$.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & a_{13} & \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{16} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} & a_{26} & \beta_{12} & \beta_{22} & \beta_{26} \\ \alpha_{16} & \alpha_{26} & \alpha_{66} & \beta_{16} & \beta_{26} & \beta_{66} \\ \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{16} & \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{16} \\ \beta_{12} & \beta_{22} & \beta_{26} & \delta_{12} & \delta_{22} & \delta_{26} \\ \beta_{16} & \beta_{26} & \beta_{66} & \delta_{16} & \delta_{26} & \delta_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} \tag{6.20}$$

6.3. Ekvivalentní moduly pružnosti

Pro některé pevnostní výpočty např. pro výpočet stability desek nebo výpočet polohy neutrální osy je zapotřebí znát ekvivalentní materiálové vlastnosti. Tyto ekvivalentní materiálové charakteristiky se stanovují z rovnic (6.20). Modul pružnosti v tahu se stanoví zavedením pouze tahového zatížení N_x. To vede k rovnici:

$$\varepsilon_x = a_{11} N_x \rightarrow \sigma_x \, t = \frac{1}{a_{11}} \varepsilon_x \rightarrow \sigma_x = \frac{1}{t \, a_{11}} \, \varepsilon_x \tag{6.21}$$

Stejným způsobem lze získat ekvivalentní moduly pružnosti. Moduly pružnosti lze získat z matice A nebo z matice D. Matice D udává ohybovou tuhost daného kompozitu. Při výpočtech se používají oba ekvivalentní moduly dle odpovídajícího zatížení.

$$\begin{aligned} E_{xm} &= \frac{1}{t\alpha_{11}} & E_{xb} &= \frac{12}{t^3 \delta_{11}} \\ E_{y\,m} &= \frac{1}{t\ \alpha_{22}} & E_{y\,b} &= \frac{12}{t^3 \delta_{22}} \\ G_{xym} &= \frac{1}{t\alpha} & G_{xyb} &= \frac{12}{t^3 \delta_{66}} \\ \nu_{12\,m} &= -\frac{\alpha_{12}}{\alpha_{22}} & \nu_{12b} &= -\frac{d_{12}}{d_{22}} \end{aligned} \tag{6.22}$$

6.4. Kritéria porušení laminátu

Pokud je zatížení laminátu příliš vysoké, dojde k jeho porušení. Obvykle dochází k porušení ve směru kolmém na směr výztuhy. V matrici se mezi vlákny začnou objevovat trhliny, které postupně propagují. Způsobem selhání kompozitních materiálů se zabývá mikromechanika. V rámci této práce si vystačíme se zjednodušenými makromechanickými kritérii.

Kontrola pevnosti vrstvy se provádí v lokálním koordinátním systému vrstvy. Napětí ve vrstvě se stanoví na základě deformace dané vrstvy dle rovnice (6.14). Pro laminy s jednosměrnou výztuhou je uznáváno 5 druhů selhání.

1) Selhání podél výztužných vláken po překročení kritické meze v tahu X^t.
2) Selhání podél výztužných vláken po překročení kritické meze v tlaku X^c.
3) Selhání kolmo na vlákna přesažením meze pevnosti v tahu Y^t.
4) Selhání kolmo na vlákna přesažením meze pevnosti v tlaku Y^c.
5) Překročení meze pevnosti ve smyku S.

Na těchto úvahách je založena první jednoduchá porovnávací metoda kontroly poruchy dle maximálního dovoleného napětí.

$$\begin{gathered} \sigma_1 < X^t \; nebo \; X^c \; dle \; znaménka \; zatížení \\ \sigma_2 < Y^t \; nebo \; Y^c \; dle \; znaménka \; zatížení \\ |\tau_{12}| \; < S_{xy} \end{gathered} \tag{6.23}$$

6.4.1. Tsai-Hill

Tsai-Hillovo kritérium bylo jedno z prvních vytvořených kritérií pro kompozitní materiály. Pro vrstvy pod rovinným napětím má tvar:

$$F_x\sigma_1^2 + F_y\sigma_2^2 + F_{xy}\,\sigma_1\sigma_2 + F_s\tau_{12}^2 = 1 \tag{6.24}$$

Je vytvořeno tak, aby odpovídalo von Mises kritériu pro izotropické materiály:

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_e^2} + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_e^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{\sigma_e^2} + 3\frac{\tau_{12}^2}{\sigma_e^2} = 1 \tag{6.25}$$

s mezí kluzu σ_e. Pro kompozitní materiály, u kterých nedochází k plastické deformaci, byla mez kluzu nahrazena mezí pevnosti.

$$\frac{\sigma_1^2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X^2} + \frac{\tau_{12}^2}{{S_{xy}}^2} = 1 \tag{6.26}$$

6.4.2. Tsai-Wu

Tsai-Wu kritérium je výsledkem snahy matematicky generalizovat Tsai-Hillovo kritérium proložením křivkou a zakomponováním poznatku o rozdílných mezních napětích v tahu a tlaku.

$$\frac{\sigma_y^2}{X^t X^c} + \frac{\sigma_y^2}{Y^t Y^c} - \sqrt{\frac{1}{X^t X^c}\frac{1}{Y^t Y^c}}\sigma_x \sigma_y + \left(\frac{1}{X^t} - \frac{1}{X^c}\right)\sigma_x + \left(\frac{1}{Y^t} - \frac{1}{Y^c}\right)\sigma_y + \frac{\tau_{xy}^2}{{S_{xy}}^2} = 1 \tag{6.27}$$

Toto kritérium dovoluje materiálu největší zatížení ze všech zde uvedených pevnostních kritérií. Z toho důvodu bylo použito při výpočtech právě toto pevnostní kritérium.

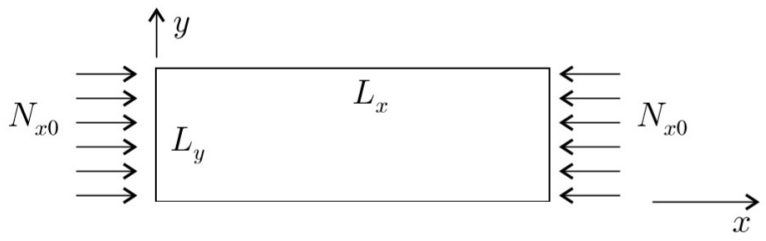
6.5. Stabilita laminátové desky

Stabilita desky se ověřuje na základě von Kamanových rovnic pro velké deformace a uvažované symetrické vyvážené kompozitní desky. Diferenciální rovnice průhybu kompozitní desky použitelná pro vyšetření její stability je odvozena [8] v. V této práci budou uvedeny pouze výsledné vzorce, které byly použity pro výpočetní ověření stability jednotlivých desek.

V případě konstrukce křídla se téměř nesetkáváme se zatížením ve všech směrech konstrukce. Zpravidla se setkáváme s převažujícím zatížením v jednom směru, proto byly při pevnostních výpočtech konstrukce zohledněny stability jednotlivých desek ve smyku a v tlaku. Vzhledem k absenci žeber v konstrukci křídla, která by jednotlivé desky rozdělovala po rozpětí křídla, byly použity výpočty kritických zatížení pro dlouhé desky.

6.5.1. Stabilita dlouhé desky v tlaku

Pro vyšetřování stability v tlaku uvažujeme dlouhou kompozitní desku zatíženou v tlaku ve směru globální souřadnice x dle ilustračního obrázku 6.4. Všechny okraje desky byly uvažovány jednoduše podepřené.



Obrázek 6.4 Dlouhá kompozitní deska zatížená normálovým napětím [9]

Kritické tlakové namáhání dlouhé laminátové desky bylo stanoveno dle rovnice (6.28) uvedené v [9].

$$N_{xcr} = \frac{\pi^2}{L_y^2}\left[2\sqrt{D_{11}D_{22}} + 2(D_{12} + 2D_{66})\right] \tag{6.28}$$

kde D_{ij} je odpovídající prvek D matice a L_y je šířka desky.

6.5.2. Stabilita dlouhé desky ve smyku

Pro určení kritického smykového zatížení byla opět uvažována přímá deska jednoduše podepřená na okrajích. Kritické napětí ve smyku bylo stanoveno dle vzorce (6.29) uvedeného v [9].

$$N_{xycr} = \frac{4}{L_y^2}\sqrt[4]{D_{11}D_{22}^3}\,(8{,}125 + 5{,}045K)\ pro\ K \leq 1$$

$$N_{xycr} = \frac{4}{L_y^2}\sqrt{D_{22}(D_{12} + 2D_{66}}\left(18{,}59 + \frac{3{,}56}{K^2}\right)\ pro\ K \leq 1 \tag{6.29}$$

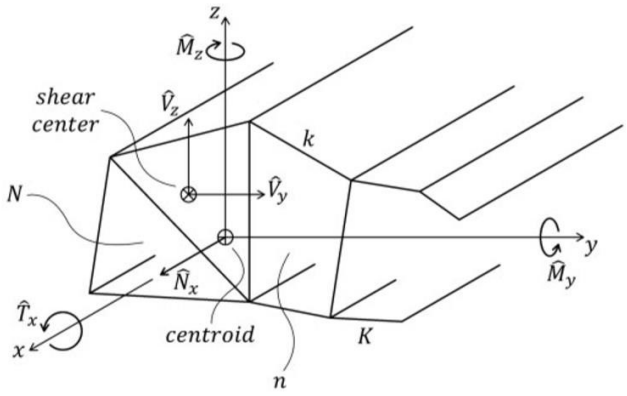
$$K = \frac{D_{12} + 2D_{66}}{\sqrt{D_{11}D_{22}}}$$

7. Pevnostní výpočet křídla

Pevnostní výpočet kompozitního křídla byl proveden dle teorie tenkostěnných kompozitních nosníků odvozené pro jednodutinový nosník v [9] a rozšířených pro nosník s libovolným průřezem v [10]. V této práci bude dále uveden shrnutí této teorie pro kompozitní nosníky.

7.1. Přenos silových účinků nosníku

Pro přenos silových účinků je uvažováno umístění průřezu nosníku do globálního souřadnicového systému dle obrázku 7.1.



Obrázek 7.1 Umístění řezu nosníku do souřadného systému [10]

Pro výpočet deformace nosníku je uvažován maticový vztah (7.1) mezi působícími silovými účinky a deformací nosníku. Matice P je matice tuhosti nosníku k neutrálnímu bodu nosníku. Její inverzí vznikne matice poddajnosti nosníku $W = P^{-1}$.

$$\begin{bmatrix} N \\ M_y \\ M_z \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{12} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{13} & P_{23} & P_{33} & P_{34} \\ P_{14} & P_{24} & P_{34} & P_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ 1/\rho_y \\ 1/\rho_z \\ \vartheta \end{bmatrix} \tag{7.1}$$

K sestavení matic tuhosti a poddajnosti je nejprve zapotřebí sestavit tuto matici pro každý segment k, který je součástí nosníku. Matice tuhosti segmentu byly vypočteny dle vztahu (7.2).

$$[P_k] = [R_k]^T [\omega_k]^{-1} [R_k] \tag{7.2}$$

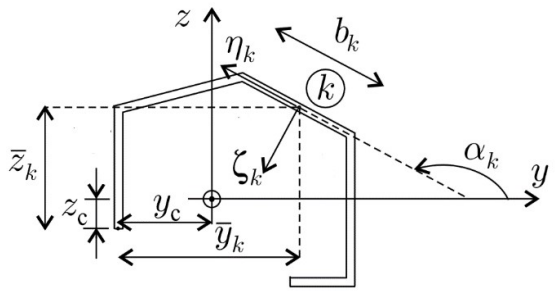
kde k je číslo segmentu, R_k je transformační matice segmentu ke zvolenému souřadnému systému a ω_k je matice konstant inverzní ABBD matice. Tyto matice jsou popsány ve vztahu (7.3).

$$\omega_k = \frac{1}{b_k}\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \beta_{11} & 0 & -\frac{1}{2}\beta_{16} \\ \beta_{11} & \delta_{11} & 0 & -\frac{1}{2}\delta_{16} \\ 0 & 0 & \frac{12}{\tilde{A}_{11}b_k^2} & 0 \\ -\frac{1}{2}\beta_{16} & -\frac{1}{2}\delta_{16} & 0 & \frac{1}{4}\delta_{66} \end{bmatrix}$$

$$R_k = \begin{bmatrix} 1 & z_k & y_k & 0 \\ 0 & \cos\alpha_k & -\sin\alpha_k & 0 \\ 0 & \sin\alpha_k & \cos\alpha_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{7.3}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} & \tilde{A}_{13} \\ \tilde{A}_{12} & \tilde{A}_{22} & \tilde{A}_{23} \\ \tilde{A}_{13} & \tilde{A}_{23} & \tilde{A}_{33} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \beta_{11} & \beta_{16} \\ \beta_{11} & \delta_{11} & \delta_{16} \\ \beta_{16} & \delta_{16} & \delta_{66} \end{bmatrix}_k^{-1}$$

kde z_k *a* y_k jsou souřadnice segmentu ke zvolenému souřadnému systému a α_k je úhel, který svírá materiálová osa η_k daného segmentu k odpovídající ose y laminátové desky podle obrázku7.2.



Obrázek 7.2 Souřadnice segmentu k v nosníku [9]

V případě otevřeného profilu je matice tuhosti vypočtena jako suma tuhostních matic jednotlivých segmentů.

$$[\bar{P}] = \sum_{k=1}^{K} [P_k] \tag{7.4}$$

V případě uzavřeného a vícekomorového průřezu přechází výpočet k určení matice tuhosti na soustavu rovnic odvozené v [10]. Soustava rovnic se skládá z rovnic tuhosti (7.5) a podmínky konstantního zkrutu celého průřezu (7.6).

$$\begin{bmatrix} N \\ M_y \\ M_z \\ T \end{bmatrix} = [\bar{p}] \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \dfrac{1}{\rho_y} \\ \dfrac{1}{\rho_z} \\ \vartheta \end{bmatrix} + \sum_{n=1}^{N} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 2A_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1n} \\ X_{2n} \end{bmatrix} - \sum_{k=1}^{K} \left([I_k]^T \sum_{n=1}^{N} f_{k,n} \begin{bmatrix} X_{1n} \\ X_{2n} \end{bmatrix} \right) \tag{7.5}$$

$$\begin{bmatrix} 2A_n\bar{\vartheta} \\ 0 \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{K} f_{k,n} [I_k] \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \dfrac{1}{\rho_y} \\ \dfrac{1}{\rho_z} \\ \vartheta \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^{K} \left| f_{k,n} \right| [F_k] \left(\begin{bmatrix} X_{1n} \\ X_{2n} \end{bmatrix} - \sum_{m \neq n} \left| f_{k,m} \right| \begin{bmatrix} X_{1m} \\ X_{2m} \end{bmatrix} \right) \tag{7.6}$$

Matice tuhosti segmentů $[\bar{p}]$ je vypočtena dle vztahu (7.4). Součinitel $f_{k,n}$ určuje, do které komory segment k náleží. Tento součinitel nabývá hodnoty dle orientace desky segmentu k. Může nabývat hodnot: 1 v případě orientace shodné se zvoleným směrem smykového toku, -1 v případě obrácené orientace segmentu k nebo 0 pokud segment k nepatří do žádné komory.

$$\begin{bmatrix} N_{xy}^T \\ M_y \end{bmatrix}_k = \sum_{n=1}^{N} f_{k,n} \begin{bmatrix} X_{1n} \\ X_{2n} \end{bmatrix} \tag{7.7}$$

Konstanty smykového namáhání desek X_{1n}, X_{2n} určují smykové toky v profilu od krouticího momentu. Vztahy pro výpočet matic smykových namáhání $[I_k]$ a $[F_k]$ byly vypočteny dle vztahů (7.8) a (7.9).

$$[I_k] = \begin{bmatrix} \alpha_{16} & \beta_{61} & 0 & -\dfrac{1}{2}\beta_{66} \\ \beta_{12} & \delta_{12} & 0 & -\dfrac{1}{2}\delta_{26} \end{bmatrix} [\omega_k]^{-1} [\, R_k] \tag{7.8}$$

$$[F_k] = b_k \begin{bmatrix} \alpha_{66} & \beta_{26} \\ \beta_{26} & \delta_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha_{16} & \beta_{61} & 0 & -\dfrac{1}{2}\beta_{66} \\ \beta_{12} & \delta_{12} & 0 & -\dfrac{1}{2}\delta_{26} \end{bmatrix} [\omega_k]^{-1} \begin{bmatrix} \alpha_{16} & \beta_{12} \\ \beta_{61} & \delta_{12} \\ 0 & 0 \\ -\dfrac{\beta_{66}}{2} & -\dfrac{\delta_{26}}{2} \end{bmatrix} \tag{7.9}$$

Rovnice (7.5) a (7.6) tvoří soustavu $4 + 2N$ rovnic pro počet dutin nosníku N. Tato soustava se řeší vždy čtyřikrát, postupně pro každý samostatný silový účinek (ostatní silové účinky jsou nulové). Z výsledných vektorů deformace pro jednotlivé silové účinky je sestavena matice poddajnosti nosníku pro zvolený souřadný systém.

$$[\bar{W}] = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ 1/\rho_y \\ 1/\rho_z \\ \vartheta \end{bmatrix}_{N=1} & \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ 1/\rho_y \\ 1/\rho_z \\ \vartheta \end{bmatrix}_{M_y=1} & \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ 1/\rho_y \\ 1/\rho_z \\ \vartheta \end{bmatrix}_{M_z=1} & \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ 1/\rho_y \\ 1/\rho_z \\ \vartheta \end{bmatrix}_{T=1} \end{bmatrix} \tag{7.10}$$

Z matice poddajnosti nosníku ke zvolenému souřadnému systému se určí poloha neutrálního bodu podle vztahu (7.11).

$$NB = -\begin{bmatrix} \bar{W}_{22} & \bar{W}_{23} \\ \bar{W}_{23} & \bar{W}_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{W}_{12} \\ \bar{W}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_c \\ y_c \end{bmatrix} \tag{7.11}$$

Zbylé výsledky jsou sestaveny do matice definující rozložení napjatosti v jednotlivých dutinách.

$$[X]_n = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1n} \\ X_{2n} \end{bmatrix}_{N=1} & \begin{bmatrix} X_{1n} \\ X_{2n} \end{bmatrix}_{M_y=1} & \begin{bmatrix} X_{1n} \\ X_{2n} \end{bmatrix}_{M_z=1} & \begin{bmatrix} X_{1n} \\ X_{2n} \end{bmatrix}_{T=1} \end{bmatrix} \tag{7.12}$$

Smykové namáhání desek segmentů náležících do dutin je vypočteno dle vztahu (7.13).

$$\begin{bmatrix} N_{xy} \\ M_y \end{bmatrix}_k = \sum_{n=1}^{N} f_{k,n} [X]_n \begin{bmatrix} N \\ M_y \\ M_z \\ T \end{bmatrix} \tag{7.13}$$

Namáhání jednotlivých segmentů bylo vypočteno dle vztahu (7.14) uvedeného v [11].

$$\begin{bmatrix} N_x \\ M_x \\ M_{xy} \end{bmatrix}_k = [\widetilde{\mu_k}]^{-1} \left([R_\eta][R_k][\bar{W}] - [\nu_k] \sum_{n=1}^{N} f_{k,n} [X]_n \right) \begin{bmatrix} N \\ M_y \\ M_z \\ T \end{bmatrix} \tag{7.14}$$

kde:

$$R_\eta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \eta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}; [\widetilde{\mu_k}] = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \beta_{11} & \beta_{16} \\ \beta_{11} & \delta_{11} & \delta_{16} \\ \beta_{16} & \delta_{16} & \delta_{66} \end{bmatrix}; [\nu_k] = \begin{bmatrix} \alpha_{16} & \beta_{12} \\ \beta_{61} & \delta_{12} \\ \beta_{66} & \delta_{26} \end{bmatrix} \tag{7.15}$$

kde η je souřadnice uvnitř segmentu, která může nabývat hodnot $\langle -0{,}5b_k; 0{,}5b_k \rangle$. Takto získané zatížení je možné zkontrolovat na pevnostní kritéria, nejprve je ovšem nutné určit zatížení od posouvající síly.

7.2. Přenos posouvající síly

Vzhledem k tomu, že se jedná o tenkostěnnou konstrukci s anizotropními vlastnostmi, může mít posouvající síla zásadní vliv na rozložení napětí uvnitř konstrukce. Výpočet smykových toků probíhá obvyklým způsobem. Vícedutinový nosník je nejprve uvolněn (rozdělen myšlenými řezy). Pro takto uvolněný nosník jsou vypočteny smykové toky otevřeného profilu. Nakonec je tento výpočet doplněn o deformační podmínku nulového zkrutu průřezu, čímž vznikne soustava rovnic, jejímž řešením získáme uzavírací smykové toky pro jednotlivé dutiny. Změna v průběhu silových účinků ve směru osy nosníku je získána derivací vztahu (7.14) dle souřadnice podél osy nosníku. [11]

$$\begin{bmatrix} \partial N_x/\partial x \\ \partial M_x/\partial x \\ \partial M_{xy}/\partial x \end{bmatrix}_k = [\widetilde{\mu_k}]^{-1} \left([R_\eta][R_k][\bar{W}] - [\nu_k] \sum_{n=1}^{N} f_{k,n} [X]_n \right) \begin{bmatrix} 0 \\ V_z \\ V_y \\ 0 \end{bmatrix} \tag{7.16}$$

Smykový tok otevřeného profilu byl vypočten integrací podle vztahu (7.17).

$$q^{op} = \int_{-b_k/2}^{b_k/2} \frac{\partial N_x}{\partial x}\, d\eta + q^{op}_{k,-b_k/2} \tag{7.17}$$

Pro každou dutinu byla napsána deformační rovnice ve tvaru:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{K} |f_{k,n}| [F_k] \left(\begin{bmatrix} f_{k,n}\, q^{op} + q^c_n \\ M^c_{y_n} \end{bmatrix} - \sum_{m \neq n} |f_{k,m}| \begin{bmatrix} q^c_m \\ M^c_{y_m} \end{bmatrix} \right) \tag{7.18}$$

Řešením soustavy 2N rovnic bylo získáno uzavírací smykové zatížení pro každou dutinu. Pro určení smykových toků v jednotlivých segmentech je zapotřebí vynásobit výsledné smykové zatížení odpovídajícím součinitelem segmentu.

$$\begin{bmatrix} N^b_{xy} \\ M^b_y \end{bmatrix}_k = \sum_{n=1}^{N} f_{k,n} \begin{bmatrix} q^c_n \\ M^c_{y_n} \end{bmatrix} \tag{7.19}$$

Celkový smykový tok v segmentu k byl vypočten součtem odpovídajících uzavíracích smykových toků, smykových toků otevřeného profilu a smykových toků od kroutícího momentu.

$$N_{xy_k} = N_{xy}^T + q^{op} + N_{xy}^b \tag{7.20}$$

Pro výpočet střediska smyku je zapotřebí řešit výše popsaný výpočet smykových toků dvakrát vždy pro jednotkové silové účinky smykových sil. Výsledná poloha smykového toku je určena integrací těchto smykových toků od posouvající síly vynásobené kolmým ramenem k počátku souřadného systému.

$$\Delta_{sc} = \sum_{k=1}^{K} \int_{-b_k/2}^{b_k/2} \overline{N_{xy}}_k \rho \, d\eta \tag{7.21}$$

8. Způsoby optimalizace

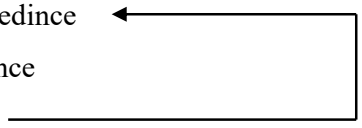
Existuje mnoho optimalizačních metod, které se používají k hledání optimálních řešení různých problémů, jako jsou např. lineární programování, horolezecký algoritmus, tabu-vyhledávání, genetické algoritmy nebo třeba neuronové sítě. V konstrukčních aplikacích se v poslední době hojně uplatňují především genetické algoritmy, které se snaží napodobovat přírodní mechanismy přirozeného výběru k optimalizaci zadaného problému. Vzhledem k multikriteriální podobě optimalizačního úkonu popsaného v této práci byly pro optimalizaci konstrukce navíjeného křídla zvoleny právě tyto algoritmy. Z toho důvodu zde bude uveden krátký popis genetického algoritmu.

8.1. Genetický algoritmus

Genetické algoritmy napodobují darwinovský proces přirozeného výběru. Hledání optimálního řešení je provedeno formou soutěže mezi jednotlivými individui uvnitř populace. Pro úspěšný vývoj populací a průběh optimalizace je nutné, aby vhodnost individuí byla dobře kvantifikovatelná. [12]

Jedná se o robustní způsob optimalizace, který se skládá z několika jednoduchých kroků:

1. Tvorba počáteční populace
2. Výpočet hodnocení každého jedince
3. Kontrola podmínek konvergence
4. Tvorba nové populace



Počáteční populace je zpravidla sestavena náhodnou generací čísel. Takto vzniklá populace zpravidla nedosahuje příliš dobrých výsledků hodnotící funkce, ale pro následný vývoj řešení zcela postačuje.

Výpočet hodnocení jedinců a kontrola podmínek konvergence jsou v průběhu algoritmu celkem jednoznačné. Hodnotící funkce (fitness funkce) vypočte hodnocení každého jedince v aktuální populaci. Nejdůležitější částí genetického algoritmu je tvorba nové populace. Při tvorbě nové populace se aplikuje několik základních genetických operátorů.

8.2. Kódování jedinců

Prvním mechanismem, který je třeba určit, je způsob zakódování jednotlivých jedinců. Vzhledem k tomu, že počítač nerozumí námi optimalizované vlastnosti, je zapotřebí popsat vlastnosti pomocí čísel. Každý jedinec je reprezentován vektorem čísel, který popisuje vlastnosti daného jedince. Tento vektor je možné nazývat genetickou informací. V praxi se používají různé způsoby kódování. Nejjednodušším způsobem je kódování binární. Tento typ kódování jedinců se používá v případech, kdy je zapotřebí zakódovat do genetického algoritmu pouze číselné hodnoty. Při binárním kódování, jak vyplývá z názvu, může každý gen nabývat hodnot 0 nebo 1. Mezi další způsoby kódování patří např. kódování permutační nebo případně kódování do čísel reálných. [12]

8.3. Selekce

Nejprve je zapotřebí vybrat jedince, kteří jsou vhodní k rozmnožování. Selekční mechanismus se stará právě o tuto část reprodukčního cyklu algoritmu. Existuje několik druhů selekčních algoritmů. Základním druhem selekčního mechanizmu je tzv. ruletový mechanismus. Ruletový mechanismus funguje podobně jako ruleta v kasinu, kdy se kulička pohybuje po kruhu a zastaví se na určitém políčku. Kulička je nahrazena semi-náhodným číslem generovaným počítačem obvykle v intervalu od 0 do 1. Každému individuu v populaci je přiřazen interval velikosti odpovídající hodnotě hodnotící funkce daného individua. Mezi další druhy selekčních mechanismů patří např. stochastické dělení, turnajový výběr nebo selekce dle pořadí. [8]

8.4. Křížení

Dalším důležitým operátorem genetického algoritmu je křížení. Mechanismus křížení určuje, jakým způsobem se budou z vybraných rodičovských individuí vytvářet jedinci nové populace. Stejně jako v případě selekčního mechanismu a kódování jedinců existuje mnoho variant tohoto genetického operátoru. Základním typem křížení je křížení k-bodové. Při k-bodovém křížení je vektor genů rozdělen v k-místech buď uživatelem, nebo náhodně. Vzniknou dva potomci vytvoření střídáním úseků genů rodičů.

Rodiče	→	Potomci
$(1\|\ 1,1,1\|\ 1,1)$	→	$(1\|0,0,0\|\ 1,1)$
$(0\|\ 0,0,0\|\ 0,0)$	→	$(0\ \|1,1,1\|\ 0,0)$

Obrázek 8.1 Příklad 2-bodového křížení s binárním kódováním

Možnosti použití různých operátorů křížení jsou ovlivněny zvoleným typem kódování proměnných, například pro celočíselné kódování nelze požívat aritmetický způsob křížení, který určuje výsledný gen potomka vypočtením aritmetického průměru genů jeho rodičů. [8]

8.5. Mutace

Dalším operátorem, který ovlivňuje průběh genetického algoritmu je mutační operátor. Hlavní funkcí tohoto operátoru je udržovat diverzitu populace, aby algoritmus nekonvergoval k neoptimálnímu řešení. Možnosti mutačních algoritmů jsou opět ve velké míře ovlivněny zvoleným typem kódování. Mutační operátor náhodně mění vybrané geny. Způsob změny genu může být např. náhodná záměna genů za náhodné číslo, aditivní změna nebo změna multiplikační. [8]

8.6. Úpravy mechanismu

Tvorba nové populace je proces plný možností a záleží na uživateli, aplikaci a dostupném výpočetním výkonu, které mechanismy boudou použity a jak budou nastaveny další parametry optimalizace, jako je velikost populace, poměr křížení, nebo migrace jedinců. Je samozřejmě možné kombinovat genetický algoritmus i s jinými optimalizačními mechanismy. Část populace může být vytvořena zcela jiným způsobem, než byly popsány výše, např. je možné určit část populace, která bude celá

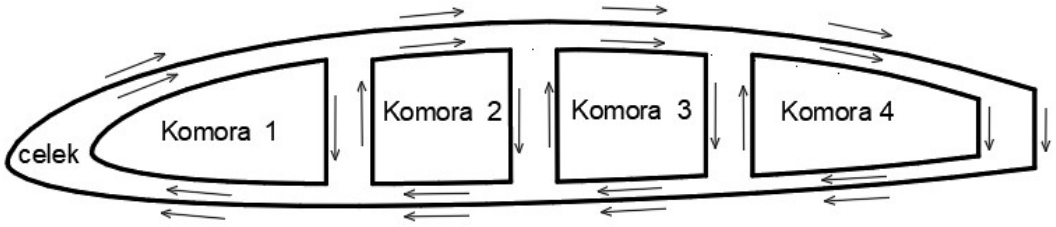
náhodně generována. V následující kapitole bude popsán způsob provádění výpočtů a optimalizace.

9. Implementace výpočtu

Výpočet popsaný v kapitole 7 byl implementován do inženýrského programovacího prostředí Matlab©, které bylo zvoleno především pro snadnou práci s maticovými operacemi a také proto, že obsahuje předem připravené optimalizační nástroje obsahující genetické algoritmy, které se dají snadno používat.

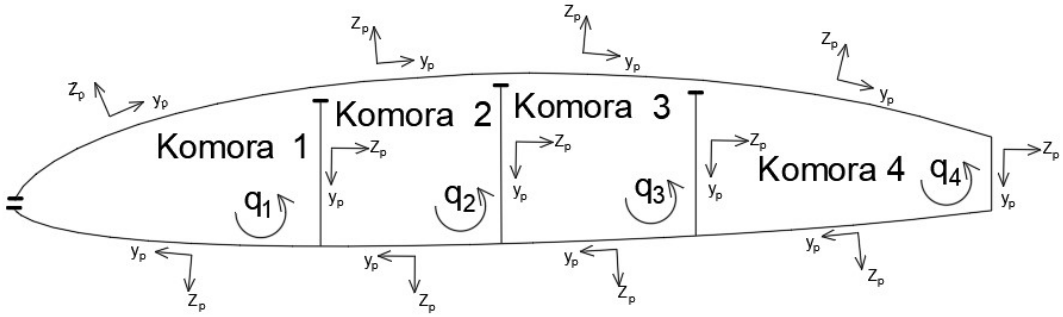
9.1. Pevnostní výpočet

Byl sestaven pevnostní výpočet pro kompozitní N-komorový nosník dle teorie popsané v kapitolách 5 a 6. Zadání geometrie a definice materiálových vlastností bylo implementováno tak, aby odpovídalo způsobu výroby. Jak bylo uvedeno výše, nejprve bude ovíjena každá komora zvlášť a takto ovinuté komory budou dále sestaveny a celá sestava bude ještě jednou ovinuta. Byly zvoleny směry ovíjení každé komory. Jako kladný směr ovíjení byl zvolen záporný směr rotace dle aerodynamické osy křídla. Zadávání skladby laminátu do programu bylo provedeno dle definovaných navíjených částí. Počet vrstev byl specifikován pro každou komoru a pro následné ovinutí celku. Na povrchu každé komory se laminát skládal ze skladby dané komory a skladby celkového ovinutí.



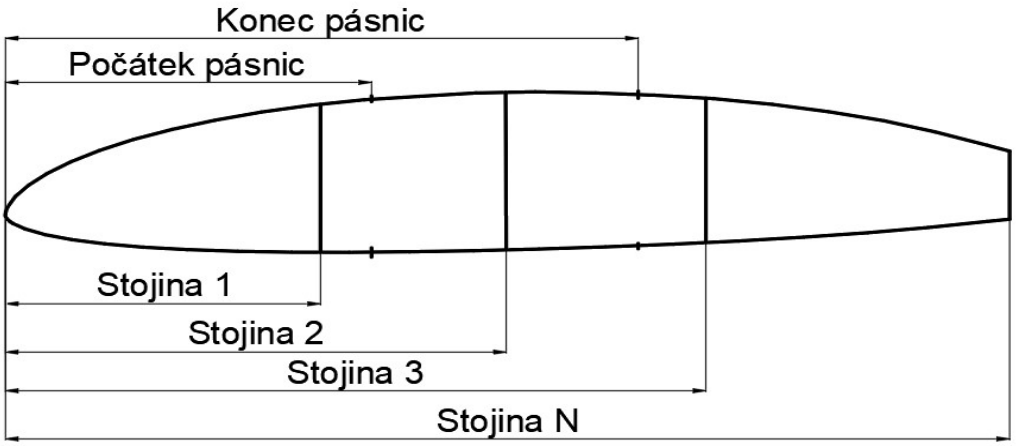
Obrázek 9.1 Způsob navíjení křídla

Z obrázku 9.1 kladných orientací navíjení je vidět, že skladba na stojinách se bude vždy skládat ze skladby dvou sousedních komor. Pro pevnostní výpočet byly definovány orientace jednotlivých laminátových desek rozložené po profilu křídla podle obrázku 9.2. Pro stojinu 1. komory je skladba složena ze skladby na komoře první a ze skladby na komoře druhé s opačnými orientacemi vláken.



Obrázek 9.2 Definice orientace vrstev v konstrukci, myšlených řezů pro výpočet smykových toků a kladných směrů smykových toků

Dalšími parametry, které je zapotřebí definovat pro celkový popis konstrukce křídla, jsou polohy stojin jednotlivých komor a výztuží pro přenos ohybového momentu. Výztuže potahu pro přenos ohybového zatížení budou v rámci této práce také označovány jako pásnice. Oba tyto parametry byly definovány v procentech délky tětivy profilu. Pásnice byly při výpočtu realizovány jako přidané vrstvy s orientací 0°.



Obrázek 9.3 Definice polohy stojin a pásnic v křídle

Do výpočtu dále vstupuje profil, pro který je třeba výpočet připravit, ve formě souřadnic x-y. Hodnoty souřadnic analyzovaného profilu musí být do programu zadávány v poměru k maximální x-ové souřadnici. Souřadnice profilu musí být rozděleny na horní a spodní část. Místo, kde bude profil rozdělen v přední části, určuje první myšlený řez profilu. Profil musí být pro přesnost výpočtu rozdělen na elementy. Souřadnice elementů jsou definovány ve vstupních souborech profilu. Elementy musí být dostatečně malé, aby byla zaručena přesnost výsledků. Program automaticky doplní body v zadané poloze stojin a poloze pásnic a seskupí jednotlivé elementy do struktur. Program rozděluje profil do tří druhů struktur: horní část profilu (pracovně

pojmenovanou top), spodní část profilu (označenou bot) a stojinu (pojmenovanou v programu jako stoj). Do každé struktury jsou ukládány informace o jednotlivých částech výpočtu.

Pro každý element jsou sestaveny materiálové a geometrické výše popsané parametry jako je např. šířka elementu b_k, ABBD matice nebo kritické namáhání desky ve smyku. Program definuje střední plochu každé laminátové desky k zadaným souřadnicím profilu.

Program dále sestaví dle vztahů (7.5) a (7.6) soustavu 2N+4 rovnic, která je vyřešena. Kladný směr smykových toků je definovaný dle obrázku 9.2. Problémem výše uvedeného výpočtu je, že pro některé konstrukce je možné se setkat s varováním programu Matlab o možné chybě vlivem špatně definovaného systému rovnic. Pro částečnou nápravu tohoto problému byl souřadný systém výpočtu posunut do čtvrtinového bodu profilu. U některých návrhů se tento problém stále objevoval. Srovnání s MKP výpočtem ukázalo, že nedochází při tomto varování k výraznému ovlivnění výsledných hodnot napjatosti konstrukce.

Pro řešení smykových toků v profilu byl nosník rozdělen myšlenými řezy viz obrázek 9.2. Integrace pro řešení smykových toků otevřeného profilu popsané v kapitole 6.2 byly provedeny obdélníkovou metodou.

Vypočtené zatížení jednotlivých elementů program přepočte na napětí v každé vrstvě, která jsou kontrolována podle Tsai-Wu kritéria porušení. Každá část průřezu je kontrolována na ztrátu stability vlivem smykového zatížení. Program také zkontroluje stabilitu v oblastech, ve kterých je konstrukce zatížená tlakem. Pro výpočty stability desek dle kapitoly 5.5 je zapotřebí určit délku desky. Tento rozměr je určený jako suma délky elementů náležících do struktur popsaných výše.

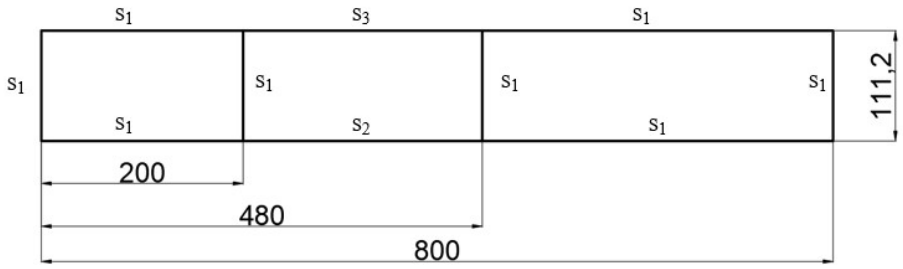
Výše popsaný program je schopen provádět výpočty tenkostěnných, uzavřených, vícedutinových kompozitních nosníků. V publikacích [10] a [11] jsou popsány také způsoby výpočtu nosníků s otevřenými konci a uvádějí i možnost výpočtů nosníků s bodovými výztuhami. Tato funkcionalita nebyla při návrhu navíjeného křídla zapotřebí a z toho důvodu nebyla do výpočtu zakomponována.

9.2. Ověření pevnostního výpočtu

Před samotnou optimalizací bylo zapotřebí nejprve ověřit správnost pevnostního výpočtu tak, aby vznikla jistá důvěra k výsledkům optimalizace. Z toho důvodu byla správnost výsledků nejprve ověřena pomocí knihovny Abdbeam pro programovací jazyk python. [13]

Tato knihovna umožňuje výpočet tenkostěnných vícedutinových kompozitních nosníků dle stejné teorie, jako byla použita při zpracovávání této práce. Knihovna umožnila kontrolu výpočtů tuhostních matic nosníku, polohy střediska smyku, neutrálního bodu a smykových toků od posouvající síly.

V druhé fázi ověření výsledků byla provedena pevnostní analýza 3-komorového nosníku s obdélníkovým průřezem metodou konečných prvků. Analýza byla provedena v programu Siemens Nx 12. Tento program umožňuje provádět pevnostní analýzy kompozitních konstrukcí pomocí metody konečných prvků. K řešení využívá program Nx výpočetní program MSC Nastran.



Obrázek 9.4 Rozměry řezu kontrolního nosníku

Pro výpočet byly použity materiálové vlastnosti jednosměrného kompozitního materiálu s kontinuálními uhlíkovými vlákny a matricí z epoxidové pryskyřice uvedené v tabulce 4.

Tabulka 4 Materiálové vlastnosti kompozitu

E_1 [MPa]	E_2 [MPa]	ν_{12}	G_{12} [MPa]	X_T [MPa]	X_C [MPa]	Y_T [MPa]	Y_C [MPa]	S [MPa]
121473	7312	0.32	4200	1774	1200	46	90	77

Materiálové vlastnosti uvedené v tabule 4 byly pro účely této práce poskytnuty Ústavem letadlové techniky.

Byla zvolena skladba jednotlivých částí konstrukce. Jednotlivé druhy skladby kompozitu jsou popsány v tabulce 5. Byla zvolena tloušťka každé vrstvy laminátu $t = 0{,}125\ mm$.

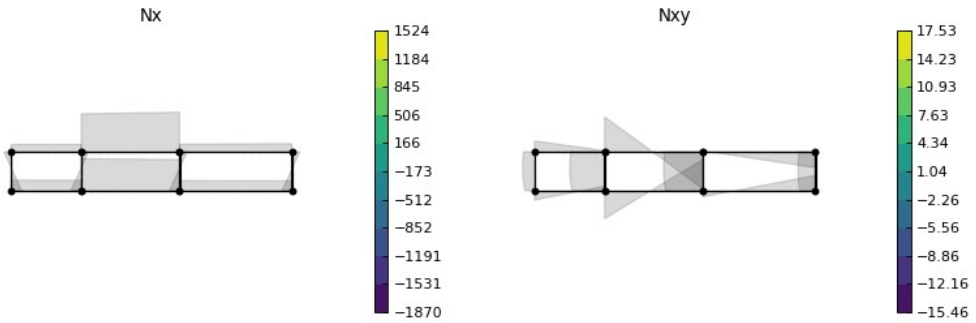
Tabulka 5 Skladby desek kontrolního příkladu

Označení	Skladba laminátů
s_1	$[(45/\text{-}45/\text{-}45/45)_2]_s$
s_2	$[(45/\text{-}45/\text{-}45/45)_2/(0)_2]_s$
s_3	$[(45/\text{-}45/\text{-}45/45)_2/(0)_4]_s$

Pro případ kontroly validity pevnostního výpočtu byla vnější geometrie rozdělena ve středu první svislé stěny průřezu kontrolní geometrie.

9.2.1. Kontrola podle Abdbeam

Srovnání mezi knihovnou Abdbeam a sestaveným výpočtem bylo provedeno porovnáním polohy neutrálního bodu a střediska smyku. Vzhledem k tomu, že do výpočtů těchto důležitých bodů konstrukce vstupuje i výpočet lokálních sil a smykových toků, lze předpokládat, že rozložení napjatosti desek je správné. Knihovna Abdbeam umožňuje i grafické zobrazení rozložení napjatosti v konstrukci. Pro ověření správnosti výpočtu bylo použito zatížení ohybovým momentem kolem osy y $M_y = 80000\ Nm$ a posouvající síla $T = 5000\ N$.



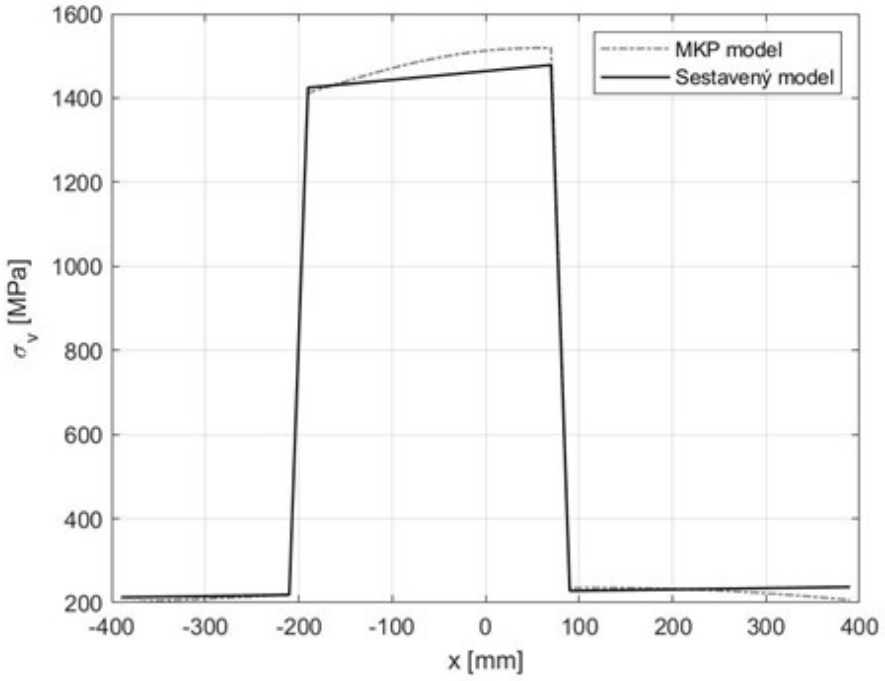
Obrázek 9.5 Rozložení napjatosti v konstrukci podle programu Abdbeam [kN/m](zatížení ve směru osy x vlevo, smykové toky v konstrukci vpravo)

Polohy neutrálního bodu a střediska smyku si zcela odpovídaly. Maximální hodnoty axiálního zatížení N_x vypočteného sestaveným výpočtem v druhé komoře nosníku jsou 1522 a -1867 kN/m. Rozdíl mezi výpočty je velmi malý a s největší pravděpodobností je způsoben rozdělením na elementy v sestaveném výpočetním programu. Absolutní hodnota maximálního smykového toku v konstrukci byla vypočtena $N_{xy} = 17{,}28\ kN/m$.

Rozdíl mezi touto hodnotou a hodnotou maximálního smykového toku na obrázku 9.5 je nižší než 2 %. Na základě těchto výsledků je možné konstatovat, že bylo dosaženo dobré shody.

9.2.2. Ověření metodou konečných prvků

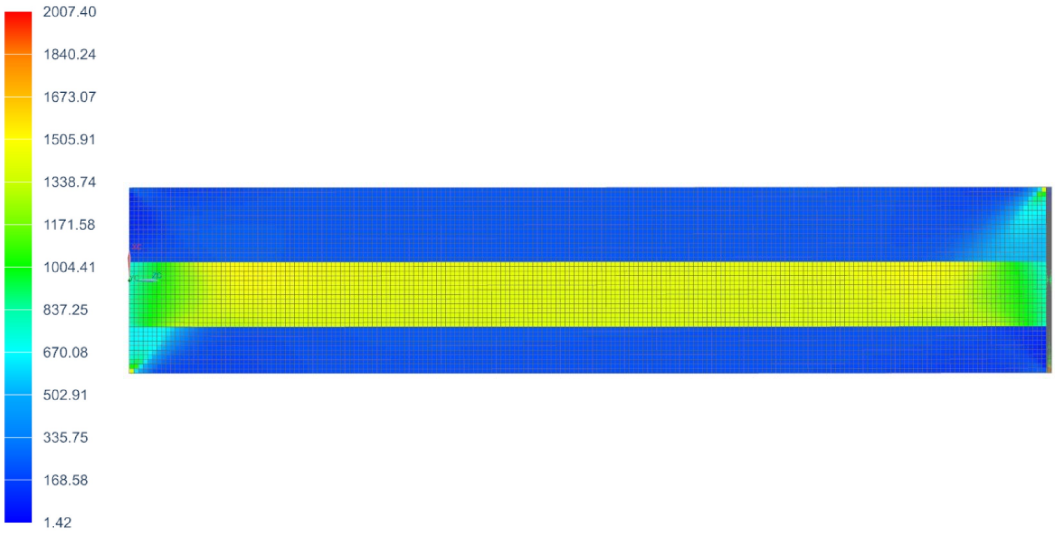
Výpočet metodou konečných prvků byl proveden pro nosník dlouhý 4000 mm, aby nedocházelo k ovlivnění okrajovými podmínkami. Geometrie byla vytvořena v plochách a následně vysíťována pomocí mapové sítě s hlavním rozměrem zvoleným 20 mm. Byly nastaveny stejné orientace elementů popsané v předchozí kapitole. Byly definovány okrajové podmínky úlohy. Nosník byl na jednom konci vetknutý. Na druhém konci byly pro vnesení zatížení vytvořeny 1D RBE2 elementy ze středu obdélníku do všech bodů elementů na tomto konci nosníku. Do středu nosníku bylo vneseno kontrolní zatížení. Pro ověření pomocí výpočtu metodou konečných prvků byly zvoleny případy ohybového momentu o velikosti $M_{oh} = 80000\ Nm$ a kroutícího momentu o velikosti $M_k = 5000\ Nm$.



Obrázek 9.6 Redukované napětí v 9. vrstvě laminátu na horní straně nosníku při zatížení v ohybu

Přesnost sestaveného výpočtu byla ověřena pomocí programu Patran, který umožňuje vyexportování hodnot napětí ve výpočetním modelu programu Nx. Tyto hodnoty byly následně porovnány s hodnotami sestaveného výpočtu. Hodnoty

redukovaného napětí pro 9. vrstvu laminátu na horní straně obdélníku v závislosti na x-ové souřadnici jsou na obrázku 9.6 a obrázku 9.8



Obrázek 9.7 Redukované napětí na horní straně nosníku v 9. vrstvě

Z grafů na obrázcích 9.6 a 9.8 je jasně zřetelná dobrá shoda mezi výsledky sestaveného výpočtu a výsledky získanými z programu Nx 12. Průměrný rozdíl mezi výsledky MKP modelu a sestaveného výpočtového modelu při zatěžování ohybovým momentem byl 5,2 %. V případě zatěžování kroutícím momentem byl průměrný rozdíl mezi výsledky nižší než 1 %. Průměrné rozdíly mezi výsledky jsou uvedeny v tabulce 6. Průběhy rozdílů mezi MKP a sestaveným výpočtem jsou zobrazeny v příloze 3.

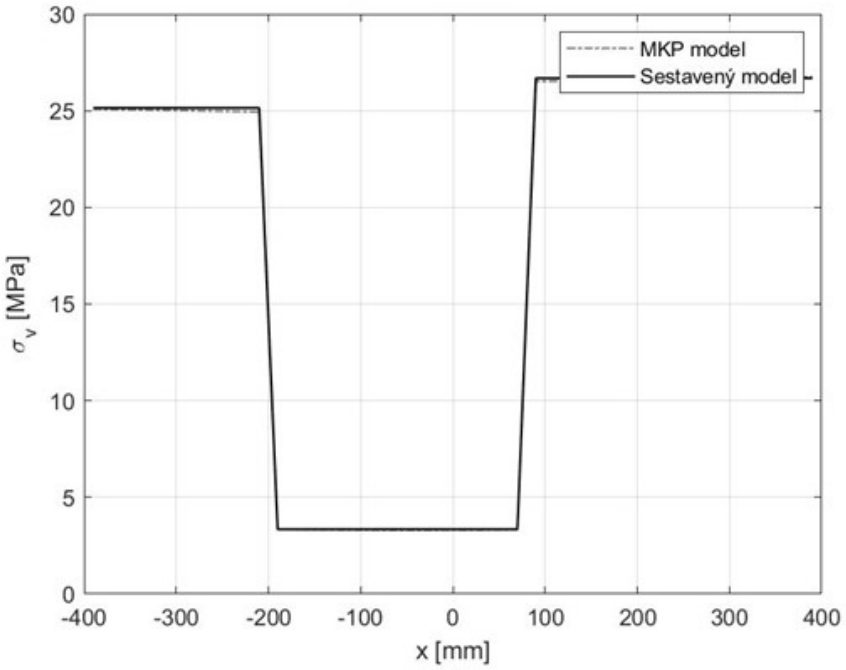
Tabulka 6 Rozdíl v redukovaném napětí v % mezi sestaveným modelem a výpočtem MKP pro zatěžování ohybovým momentem (v_i – vrstva -i)

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}	v_{12}
9.01	8.49	7.44	5.99	5.02	4.28	3.44	3.08	2.20	2.02	2.90	4.20
v_{13}	v_{14}	v_{15}	v_{16}	v_{17}	v_{18}	v_{19}	v_{20}	v_{21}	v_{22}	v_{23}	v_{24}
5.10	5.66	6.54	7.81	3.10	2.01	2.38	3.74	3.98	3.50	3.87	4.73

Při dalších kontrolních výpočtech, kdy byla konstrukce obdélníkového nosníku zatěžována posouvající silou, se ukázalo, že v případě nezahrnutí tuhých 1D prvků do modelu nebude dodržena podmínka konstantního zkrutu konstrukce. Tato skutečnost může utvářet rozdíly mezi analytickým a MKP výpočtem.

Tabulka 7 Rozdíl v redukovaném napětí v % mezi sestaveným modelem a výpočtem MKP pro kroutícím momentem (v_i – vrstva -i)

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}	v_{12}
1.29	1.19	1.09	0.99	0.90	0.80	0.71	0.62	0.53	0.45	0.40	0.33
v_{13}	v_{14}	v_{15}	v_{16}	v_{17}	v_{18}	v_{19}	v_{20}	v_{21}	v_{22}	v_{23}	v_{24}
0.30	0.32	0.32	0.29	0.14	0.08	0.12	0.21	0.28	0.34	0.42	0.52



Obrázek 9.8 Redukované napětí v 9. vrstvě laminátu na horní straně nosníku při zatížení v krutu

10. Optimalizace konstrukce

Jak již bylo uvedeno výše, konstrukce křídla byla optimalizována pomocí genetického algoritmu. Programovací prostředí Matlab obsahuje předem připravené genetické algoritmy, které je možné při optimalizaci použít. V rámci této práce byl použit především algoritmus optimalizující hlavní parametr vytvořené hodnotící funkce.

Parametry konstrukce, které byly genetickým algoritmem optimalizovány, jsou: skladba laminátu jednotlivých částí a poloha stojin uvnitř profilu. Pro potřeby genetického algoritmu byly námi zvolené proměnné zakódovány do celých čísel. Délka

genu každého jedince byla určena stanoveným počtem komor. Poloha stojin v konstrukci byla reprezentována procentuální hodnotou tětivy daného řezu. Stejným způsobem byla definována i poloha pásnic na horní i spodní straně profilu. Pro snížení počtu proměnných a zrychlení běhu optimalizace byla pro spodní i horní pásnici použita stejná pozice uvnitř průřezu.

V prvotní fázi optimalizace byla skladba konstrukce uvažována symetrická a balancovaná. Pro každou dutinu byl specifikován počet vrstev celým číslem uvnitř genu tak, že číslo v něm uvedené reprezentovalo násobek skladby úhlu nastavení (45/-45/-45/45). Počet vrstev ve směru 0° byl přidán do skladby v místech specifikovaných polohou pásnic tak, aby byla zachována symetrie laminátu. Skladba na stojinách byla definována tak, aby správně reprezentovala způsob výroby.

Hlavním parametrem naší optimalizace byla hmotnost při zachování pevnosti na hladině početního zatížení. Dalším požadavkem, který byl v hodnotící funkci zohledněn, byla strukturální integrita konstrukce.

Hmotnost křídla byla vypočtena, přestože se jedná o křídlo lichoběžníkové, jako by se jednalo o křídlo obdélníkové. Tato skutečnost je dána technologií výroby. Pro výpočet zatížení od působícího násobku gravitace bylo uvažováno obdélníkové rozložení síly po rozpětí.

Zatížení silou způsobenou násobkem letu bylo vypočteno dle Schwedlerových vět. Konstrukce byla při analýzách zatěžována součtem aerodynamických silových účinků se silovými účinky od násobku letu na hladině početního zatížení. Pro naši konstrukci byl zvolen součinitel bezpečnosti $S_f = 1{,}875$.

Fitness funkce stanovovala vhodnost konstrukce tím způsobem, že vynásobila vypočtenou hmotnost konstrukce s nesplněnými pevnostními požadavky. Na každém úseku konstrukce bylo sledováno pevnostní kritérium Tsai-Wu. V případě, že bylo větší než 1, byla vhodnost konstrukce vynásobena maximální hodnotou tohoto kritéria v daném úseku. Stejným způsobem bylo zpracováváno kritérium stability laminátových desek ve smyku. Tím bylo docíleno nižší šance nevyhovujícího jedince postoupit do další generace. Kritérium stability desek v tlaku bylo kontrolováno pouze pro místa s přidanou výztuží pro přenos ohybového momentu.

10.1. Popis genetického algoritmu a jeho parametrů

Pro optimalizaci konstrukce byl použit genetický algoritmus řešící minimum zadané funkce. Pro nastavení tohoto algoritmu bylo zapotřebí určit několik parametrů. Velikost populace byla ponechána na základní stanovené hodnotě 100 jedinců. Pro snížení počtu možností byly stanoveny hranice jednotlivých proměnných genů. Crossover faktor, který určuje část populace, která je tvořena pouze křížením, byl ponechán na základní hodnotě 0,8. Jako selekční funkce byl pro naši optimalizaci zvolen stochastický mechanismus. Pro křížení byl použit mechanismus náhodného výběru. Kritérium konvergence, které se během optimalizace nejvíce projevovalo, bylo počet iterací od změny nejlepšího hodnocení. Hodnota tohoto parametru byla nastavena na 50.

Pro urychlení konvergence optimalizačního procesu byla stanovena omezení jednotlivých genů. Matlab umožňuje uživateli genetických algoritmů omezit prostor, který bude program prohledávat. Omezení skladby na jednotlivých komorách byla u většiny komor nastavena tak, aby se počet vrstev opakujících skladeb (45/-45/-45/45) pohyboval v intervalu $\langle 1; 5 \rangle$. Pro první a poslední komory bylo povoleno, aby neobsahovaly žádný materiál. V takovém případě by se v těchto místech nacházel pouze materiál celkového návinu. Počty vrstev přidaných v místech pásnic byly také omezeny. Pro horní pásnici byl povolen počet vrstev v intervalu $\langle 20; 40 \rangle$ a pro spodní pásnici $\langle 10; 30 \rangle$.

Vzhledem k tomu, že sestavený výpočetní program je schopen pracovat pouze s různými polohami stojin uvnitř genu, bylo nutné pro tuto vlastnost specifikovat omezení v zadání genetického algoritmu. Z toho důvodu bylo specifikovány omezení polohy stojin uvnitř profilu křídla. Minimální vzdálenost mezi stojinami byla určena na 2 % hloubky. Takto malá minimální vzdálenost stojin neodpovídá požadavkům na vyrobitelnost konstrukce technologií navíjení, ale přesto byla zvolena tato hodnota, aby bylo možné získat co největší množství informací o navržených konstrukcích. Předpokladem byla možnost určení nadbytečného množství komor, při vyvinutí většího počtu optimalizovaných individuí s takto malou vzdáleností mezi stojinami. Z takového případu by bylo možno určit důvody nefunkčnosti optimalizačního algoritmu. Omezení maximální polohy stojiny bylo stanoveno na základě počtu stojin v konstrukci. Střední vzdálenost mezi stojinami byla stanovena jako celočíselný podíl celkové vzdálenosti stojin a počtu komor sníženého o 1.

$$k_s = \left\lfloor \frac{80}{N-1} \right\rfloor \quad (10.1)$$

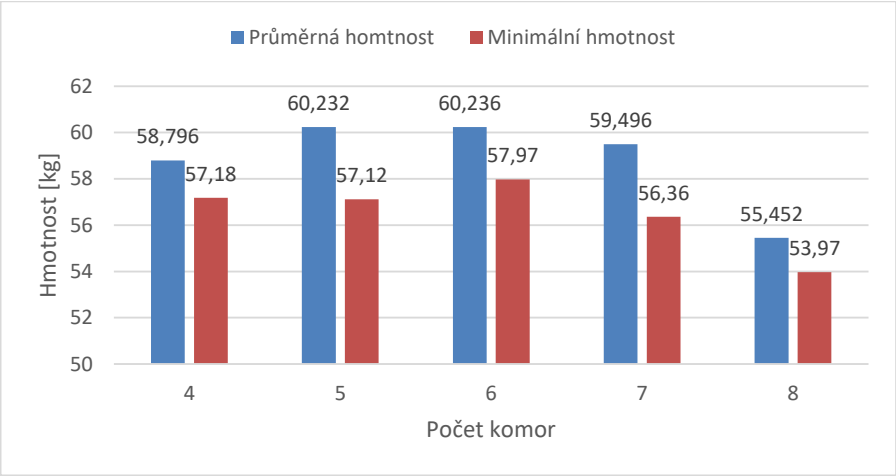
Minimální a maximální poloha každé další stojiny byla určena dle vztahů (10.2).

$$lbs_n = 2 + (n-1)k_s \quad (10.2)$$
$$ubs_n = nk_s$$

Omezení výztužných pásnic bylo určeno na základě vizuálního přezkoumání profilu tak, aby se pásnice vždy nacházely v intervalu $\langle 15\%; 65\% \rangle$ hloubky křídla.

10.2. Optimalizace 1

V první fázi optimalizace konstrukce bylo umožněno genetickému algoritmu pracovat se všemi parametry konstrukce. Tímto způsobem byl získán prvotní náhled na konstrukci. Tento způsob optimalizace byl značně ovlivněn počáteční populací. Jak je možno vidět na výsledných hodnotách hmotnosti konstrukce. Při optimalizaci byly prověřovány konstrukce s počty komor v intervalu $\langle 4; 8 \rangle$. Pevnostní výpočty jedinců byly prováděny pro bod obálky s maximálním kladným násobkem 5,3 na hladině početního zatížení. Pro každou variantu počtu komor bylo provedeno 5 běhů optimalizace, aby bylo ověřeno, zda zvolená funkce správně konverguje. Průměrné a minimální hodnoty hmotnosti pro jednotlivé počty komor jsou uvedeny v grafu na obrázku 10.1.



Obrázek 10.1 Hmotnost konstrukcí navržených genetickým algoritmem 1

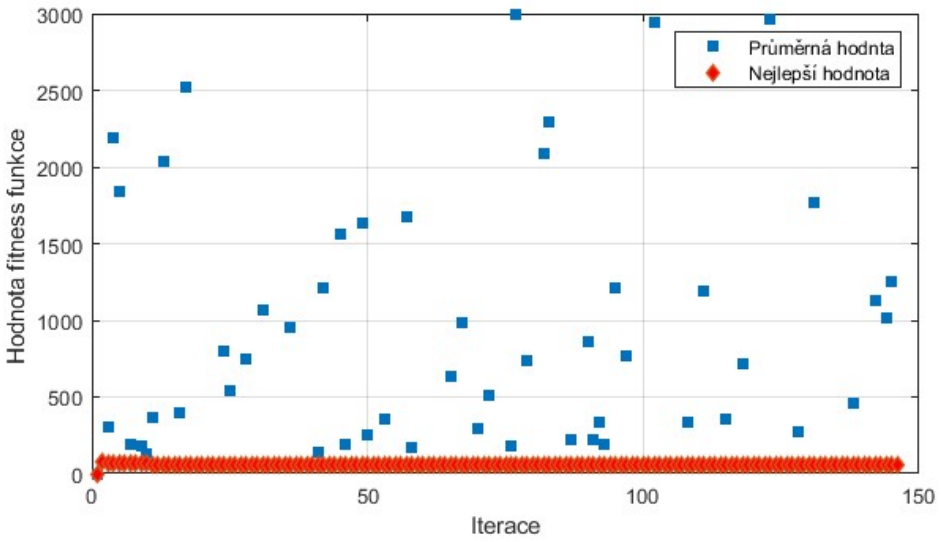
Minimální hmotnost konstrukce se mírně snižuje se zvyšujícím se počtem komor. Tento vývoj byl předpokládán. Z průběhu průměrných hodnot hmotnosti je vidět, že se

neprojevuje stejný trend jako pro minimální hmotnost. Výsledky s nejnižší hmotností pro všechny zkoumané počty komor jsou uvedeny v tabulce 8, ze které můžeme vyčíst, že ne všechny konstrukce navržené genetickým algoritmem jsou vhodné k použití. Např. 8-komorová konstrukce by byla velmi obtížně vyrobitelná, vzhledem k malému rozměru trnu, jaký by byl potřeba na výrobu první komory. Také je vidět, že některé návrhy nesplňují všechny pevnostní požadavky.

Tabulka 8 Výsledky optimalizace pro všechny počty komor. (P.k. - počet komor, S_k – počet vrstev ±45° pro n-tou komoru a ovinutí celé konstrukce, P.p – poloha pásnic, S_{ptop} - počet výztužných vláken na horní pásnici, S_{pbot} - počet výztužných vláken na spodní pásnici, M - hmotnost polokřídla, TWf - maximální hodnota Tsai-Wu kriteria, SF_q -minimální hodnota jistoty stability ve smyku, SF_x -minimální hodnota jistoty stability v tlaku)

P.k.	Poloha stojin [%]	S_k	Poloha pásnic [%]	S_{ptop}	S_{pbot}	M [kg]	TWf	SF_q	SF_x
4	[25 40 54 80]	[8 12 8 4 8]	[28 54]	34	14	57.2	0.97	1.02	1.0
5	[20 36 48 62 80]	[4 16 4 8 0 8]	[23 50]	34	17	57.1	0.90	0.97	1.1
6	[15 29 41 54 68 80]	[4 8 8 8 8 0 8]	[25 52]	38	12	58.0	1.00	1.59	1.0
7	[12 20 32 48 58 67 80]	[0 8 4 12 4 4 0 8]	[17 50]	33	13	56.4	0.98	1.05	1.2
8	[3 21 30 42 51 63 69 80]	[0 4 8 8 4 8 4 0 8]	[28 50]	36	18	54.0	0.88	1.00	1.0

Hmotnost křídla uvedená v tabulce 8 je uvedena pro celé křídlo včetně míst, kde bude překryto trupem. V ideálním případě zkonverguje genetický algoritmus pro stejné zadání ke stejné hodnotě. Jak je vidět z výsledků uvedených v příloze 4. Navržený optimalizační proces nekonverguje pokaždé ke stejné konstrukci. Příčinou tohoto úkazu jsou pravděpodobně optimalizace jak geometrických charakteristik, tak počtů vrstev jednotlivých částí. Tím se může dostat algoritmus během optimalizace do „lokálního extrému“. Z průběhu optimalizace je vidět, že průměr fitness hodnot v populaci je výrazně vzdálen od ideálního rozložení. Toto rozložení je způsobeno především povahou hodnotící funkce, která roste exponenciálně s počtem míst, kde konstrukce selže. Závislost hodnot fitness funkce na iteraci je vykreslena na obrázku 10.2.



Obrázek 10.2 Ukázkový průběh fitness funkce optimalizačního procesu (Všechny průměrné hodnoty nejsou zobrazeny)

V dalších částech této práce je ukázáno, že v případě oddělení jednotlivých druhů proměnných, se výsledky budou lišit pouze minimálně. Další faktor, který mohl výsledky ovlivnit, je výrazný rozdíl mezi počty možností jednotlivých proměnných vlivem nastavených omezení.

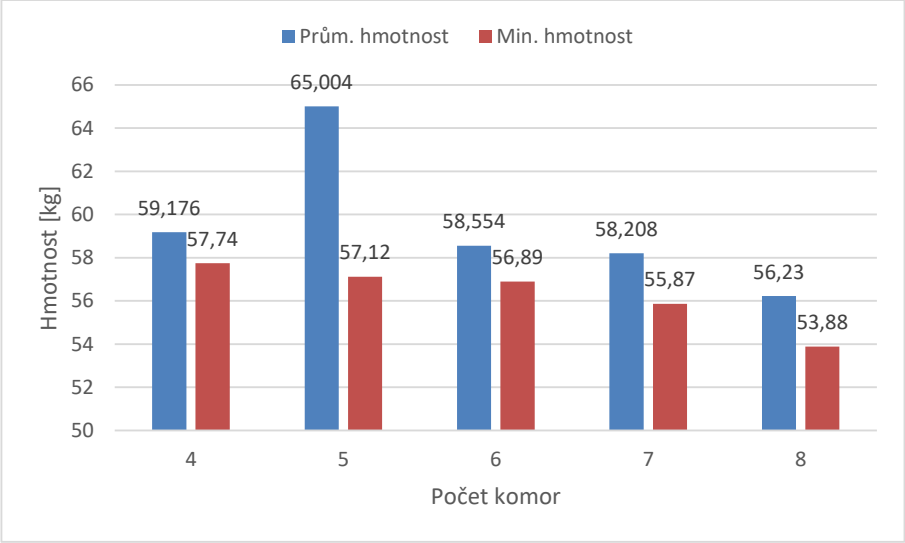
10.3. Optimalizace 2

Pro ověření vlivu kódování počtu vrstev do algoritmu byla provedena kontrolní optimalizace s mírně změněným kódováním počtu vrstev ve směru 0° do pásnic. Místo toho, aby bylo v genu jedince uvedeno přímo číslo počtu vrstev, odpovídalo zvýšení patřičného genu o 1 přidání 4 vrstev výztuhy pásnic. Tím se snížilo „rozlišení“ algoritmu pro optimalizaci stojin. Dále byly algoritmu určeny polohy stojin v profilu dle výsledků předchozí optimalizace. Pro každé rozvržení konstrukce byla provedena jedna optimalizace. Maximální počet vrstev, které bylo umožněno algoritmu použít na dimenzování pásnic, byl omezen na 32. Účelem tohoto omezení bylo ověřit způsob dimenzování pásnic algoritmu. Výsledné hmotnosti pro tyto parametry optimalizace jsou uvedeny na obrázku10.3. Z výsledků je zřejmé, že se projevilo nižší „rozlišení“ algoritmu. Kompletní výsledky jsou uvedeny v příloze 5.

Tabulka 9 Výsledky 2. optimalizace pro všechny počty komor. (P.k. - počet komor, Sk – počet vrstev +-45° pro n-tou komoru a ovinutí celé konstrukce, P.p – poloha pásnic, Sptop - počet výztužných vláken na horní pásnici, Spbot - počet výztužných vláken na spodní pásnici, M - hmotnost polokřídla, TWf - maximální hodnota Tsai-Wu kriteria, SFq -minimální hodnota jistoty stability ve smyku, SFx -minimální hodnota jistoty stability ve tlaku)

P.k.	Poloha stojin [%]	S_k	P. p [%]	S_{ptop}	S_{pbot}	M [kg]	TWf	SF_q	SF_x
4	[25 40 54 80]	[4 12 12 0 12]	[33 50]	32	20	57.74	0.996	1.02	1.028
5	[20 36 48 62 80]	[8 12 4 8 0 8]	[26 56]	32	12	57.12	0.973	1.058	1.059
6	[15 30 41 56 66 80]	[4 8 4 12 4 0 8]	[19 53]	32	12	56.89	0.891	1.017	0.998
7	[12 20 32 48 58 67 80]	[0 8 8 12 4 4 0 8]	[25 54]	32	12	55.87	1	1.043	1
8	[2 20 30 39 49 59 68 80]	[8 4 8 4 8 8 4 0 8]	[21 53]	24	12	53.88	0.977	1.003	1.12

Z výsledků uvedených v tabulce 9 je vidět, že hmotnosti pro počet komor 6 a 7 se mírně zlepšily. Takto sestavené výsledky byly použity pro další optimalizaci. Byly vybrány nejlepší výsledky provedených optimalizací, dle hmotnosti a splnění pevnostních požadavků.



Obrázek 10.3 Hmotnost konstrukcí navržených genetickým algoritmem 2

Z výsledků byly vyřazeny varianty, které měly vyšší hmotnost nebo měly malou vzdálenost mezi stojinami. Takto vybrané navrhované varianty byly podrobeny další optimalizaci. Ručně byly zvýšeny počty vrstev, které vyztužují spodní pásnici tak, aby obstála v pevnostní kontrole při záporném násobku -3, který se ukázal jako kritický. Výsledné konstrukce jsou uvedeny v tabulce 10.

Tabulka 10 Upravené konstrukce křídel na násobek -3 (P.k. - počet komor, Sk – počet vrstev ±45° pro n-tou komoru a ovinutí celé konstrukce, P.p – poloha pásnic, Sptop - počet výztužných vláken na horní pásnici, Spbot - počet výztužných vláken na spodní pásnici, M - hmotnost polokřídla)

P.k.	Poloha stojin [%]	S_k	P. p [%]	S_{ptop}	S_{pbot}	M [kg]
4	[25 40 54 80]	[8 12 8 4 8]	[25 54]	34	21	61.43
5	[20 36 48 62 80]	[4 16 4 8 0 8]	[23 50]	34	23	59.55
6	[15 30 41 56 66 80]	[4 8 4 12 4 0 8]	[19 53]	32	21	61.23
7	[12 20 32 48 58 67 80]	[0 8 8 12 4 4 0 8]	[25 55]	32	20	59.48
8	[10 22 32 39 49 60 68 80]	[0 8 4 8 4 8 4 0 8]	[22 60]	24	16	56.38

Takto upravené konstrukce jsou již použitelné pro navržené křídlo. Z upravených hmotností je vidět, že hmotnost přidaných vrstev k přenesení zatížení na násobku je přibližně 3 kg. V tabulce 11 jsou uvedeny pevnostní součinitele pro jednotlivé případy zatěžování konstrukce na hladině početního zatížení. V tabulce 11 je také uvedena korigovaná hmotnost poloviny křídla bez oblasti překryté trupem větroně.

Tabulka 11Pevnostních charakteristiky konstrukcí pro násobky zatížení 5 a -3(P.k. - počet komor, Mkor - hmotnost poloviny křídla bez prostoru trupu, TWf - maximální hodnota Tsai-Wu kriteria, SFq -minimální hodnota jistoty stability ve smyku, SFx -minimální hodnota jistoty stability ve tlaku)

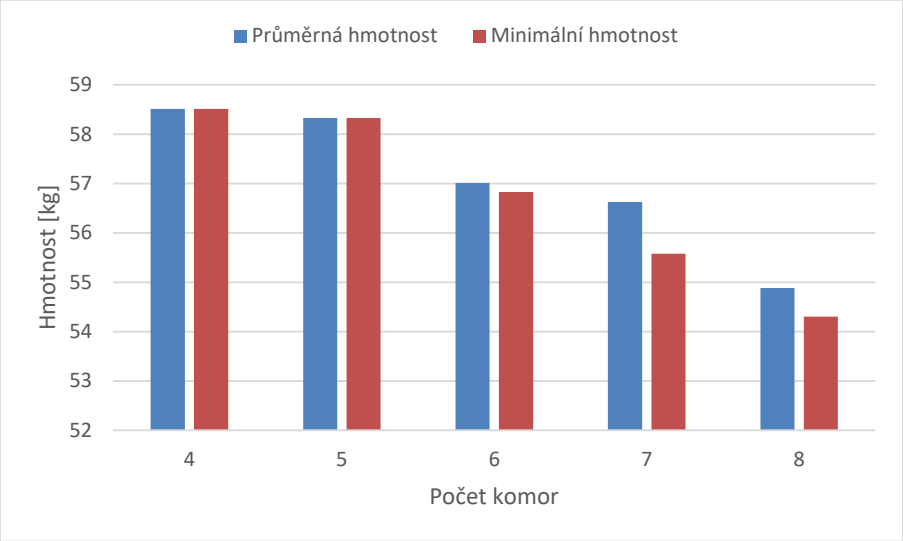
		$nas = 5.3$			$nas = -3$		
P.k.	M_{kor} [kg]	TWf	SF_q	SF_x	TWf	SF_q	SF_x
4	59.0	0.499	1.07	1.16	0.346	2.332	1.023
5	57.21	0.504	1.005	1	0.346	2.248	1.039
6	58.81	0.416	1.047	1.029	0.3	1.343	1.013
7	57.2	0.524	1.048	1.088	0.36	1.293	1.018
8	54.2	0.579	1.269	1.062	0.384	1.618	1.06

Při podrobnějším zkoumání konstrukce bylo zjištěno, že některých částech je navržená konstrukce předimenzována. Výsledné namáhání je mnohem menší, než jaké by navržená skladba byla schopná přenést. Pro ověření správnosti předchozích optimalizací byla provedena kontrola polohy stojin a pásnic v profilu a optimalizace skladby jednotlivých úseků.

10.4. Optimalizace geometrie

V tomto specifickém případě byla skladba jednotlivých částí uvedena do algoritmu jako přidaný parametr hodnotící funkce, která byla náležitě upravena. Výsledkem je poloha stojin a pásnic pro zadanou skladbu konstrukce. Skladby komor, které byly při této optimalizaci použity byly převzaty z výsledků upravených návrhů pro přenos záporného násobku uvedených v tabulce 10. Pro každý návrh skladby bylo provedeno 5

chodů optimalizace pro hodnotu kladného násobku $n = 5{,}3$. Výsledky této optimalizace je možné vidět na obrázku 10.4.



Obrázek 10.4 Hmotnost konstrukcí po optimalizaci geometrie

Z výsledků je zřejmé, že konvergence řešení se výrazně zlepšila. Průměrné hodnoty hmotnosti jsou velmi blízké hodnotám minimální hmotnosti. Kompletní výsledky jsou uvedeny v příloze 6. Některé návrhy s minimální hmotností musely být upraveny tak, aby splňovaly pevnostní podmínky pro záporný násobek $n = -3$. Takto upravené výsledky jsou uvedeny v tabulce 12.

Tabulka 12 Vybrané výsledky optimalizace geometrie pro konstantní skladbu (P.k. - počet komor, S_k – počet vrstev ±45° pro n-tou komoru a ovinutí celé konstrukce, P.p – poloha pásnic, S_{ptop} – počet výztužných vláken na horní pásnici, S_{pbot} - počet výztužných vláken na spodní pásnici, M - hmotnost polokřídla)

P.k.	Poloha stojin [%]	S_k	P. p [%]	S_{ptop}	S_{pbot}	M [kg]
4	[25 40 54 80]	[8 12 8 4 8]	[31 55]	34	24	59.42
5	[19 37 49 62 80]	[4 16 4 8 0 8]	[28 53]	34	24	58.65
6	[16 29 41 56 66 80]	[4 8 4 12 4 0 8]	[22 50]	32	23	57.53
7	[12 24 37 51 60 68 80]	[0 8 8 12 4 4 0 8]	[24 48]	32	22	56.19
8	[11 21 30 39 48 59 68 80]	[0 8 4 8 4 8 4 0 8]	[17 50]	24	16	54.3

V tabulce 13 jsou uvedeny pevnostní součinitele pro jednotlivé případy zatěžování konstrukce na hladině početního zatížení. V tabulce 13 je také uvedena korigovaná hmotnost poloviny křídla bez oblasti překryté trupem větroně.

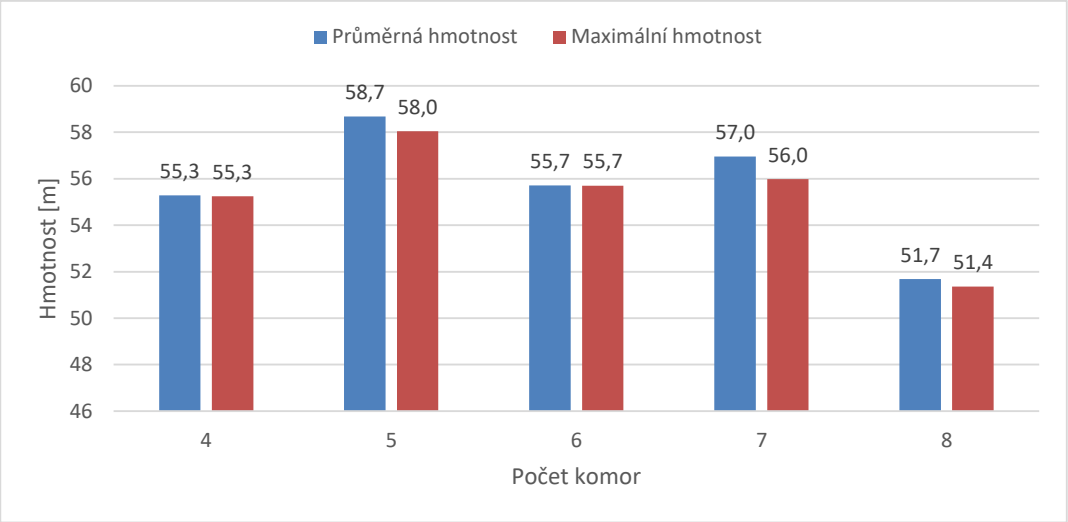
Tabulka 13 Pevnostních charakteristiky konstrukcí pro násobky zatížení 5 a -3 s optimalizovanou geometrií (P.k. - počet komor, M_{kor} - hmotnost poloviny křídla bez prostoru trupu, TWf - maximální hodnota Tsai-Wu kriteria, SF_q -minimální hodnota jistoty stability ve smyku, SF_x -minimální hodnota jistoty stability ve tlaku)

		$n = 5.3$			$n = -3$		
P.k.	M_{kor} [kg]	TWf	SF_q	SF_x	TWf	SF_q	SF_x
4	57.1	0.568	1.051	1.015	0.366	2.284	1.067
5	56.4	0.557	1.069	1.009	0.347	2.043	1.061
6	55.3	0.52	1.008	1.008	0.345	1.439	1.04
7	54.0	0.639	1.098	1.01	0.422	2.493	1.057
8	52.2	0.684	1.159	1.154	0.45	2.119	1.163

10.5. Optimalizace skladby

V další fázi optimalizace nebyly vrstvy přidávány do konstrukce po čtveřicích. Tímto krokem se zvýšilo „rozlišení“ optimalizačního algoritmu a ten byl pak schopen vytvořit konstrukce s nižším počtem vrstev a tím i s nižší hmotností. Skladba navíjená na komory křídla byla i v tomto případě orientována ve směru $\pm 45°$. V genech byla skladba opět reprezentována počtem vrstev, v tomto případě přímo. Tedy číslo uvedené v genu přímo odpovídalo počtu vrstev, kterým byla konstrukce ovinuta. Vrstvy se v jednotlivých částech konstrukce střídaly. První vrstva měla vždy kladnou orientaci a každá další vrstva měla orientaci opačnou než ta předchozí.

Optimalizace byla provedena pro výše optimalizované polohy stojin, které byly opět předány algoritmu jako parametry konstrukce. Při provádění optimalizace konstrukce se ukázalo, že návrhy skladeb pouze pro přenos kladného násobku $n = 5$ již nelze jednoduše upravit tak, aby byly schopné přenést jak kladné, tak záporné násobky. Algoritmus byl pro tento návrh upraven tak aby kontroloval pevnostní kritéria při kritickém záporném a kladném násobku. Výsledné hodnoty hmotností jsou uvedeny na obrázku 10.5.



Obrázek 10.5Výsledná hmotnost konstrukcí pro obecnou skladbu z vrstev $\pm$ 45°

Výsledné konstrukce dosáhly nižších hmotností než při předchozích optimalizacích. U některých variant počtu komor byl pokles výraznější než u jiných. Lze uvažovat, že pro varianty počtů komor, pro které se hmotnost snížila pouze minimálně byly nesprávně zvoleny polohy stojin konstrukce. Ukázalo se, že přidáváním vrstev po 4 je konstrukce zbytečně naddimenzována a že při přidávání vrstev po jedné je dosaženo nižší hmotnosti.

Tabulka 14 Výsledné konstrukce optimalizace skladby(P.k. - počet komor, S_k – počet vrstev ±45° pro n-tou komoru a ovinutí celé konstrukce, P.p – poloha pásnic, S_{ptop} – počet výztužných vláken na horní pásnici, S_{pbot} - počet výztužných vláken na spodní pásnici, M - hmotnost polokřídla)

P.k.	Poloha stojin [%]	S_k	P. p [%]	S_{ptop}	S_{pbot}	M [kg]
4	[25 40 54 80]	[6 10 9 0 10]	[27 48]	34	23	55.25
5	[19 37 49 62 80]	[2 15 4 7 0 10]	[27 50]	34	22	58.04
6	[16 29 41 56 66 80]	[2 7 5 12 4 0 9]	[25 49]	34	21	55.7
7	[12 24 37 51 60 68 80]	[0 7 9 11 4 2 2 10]	[30 48]	34	22	55.99
8	[11 21 30 39 48 59 68 80]	[0 6 5 8 4 8 4 0 9]	[26 48]	28	19	51.36

Ovšem pro některé konstrukce program nenašel varianty, které by byly schopny přenosu jak kladného, tak záporného násobku. Pevnostní součinitele pro násobek n=5 a n = -3 konstrukcí popsaných v tabulce 14 jsou uvedeny v tabulce 15.

Tabulka 15 Pevnostní součinitele pro vybrané navržené konstrukce (P.k. - počet komor, M_{kor} - hmotnost poloviny křídla bez prostoru trupu, TWf - maximální hodnota Tsai-Wu kriteria, SF_q -minimální hodnota jistoty stability ve smyku, SF_x -minimální hodnota jistoty stability ve tlaku)

		$n = 5.3$			$n = -3$		
P.k.	M_{kor} [kg]	TWf	SF_q	SF_x	TWf	SF_q	SF_x
4	53.2	0.839	1.023	1.007	0.529	0.812	1.032
5	55.8	0.615	1.058	1.005	0.409	1.12	1.016
6	53.5	0.626	1.02	1.011	0.411	1.15	1.02
7	53.8	0.819	1.108	0.998	0.511	1.358	1.079
8	49.4	0.896	1.027	1.028	0.545	1.172	1.141

11. Ověření metodou MKP

Pro ověření platnosti výsledků uvedených v předchozích kapitolách byl sestaven výpočet v programu Siemens Nx 12. Ověření bylo provedeno jak pro symetrickou, tak pro nesymetrickou skladbu konstrukce.

11.1. Symetrická skladba konstrukce

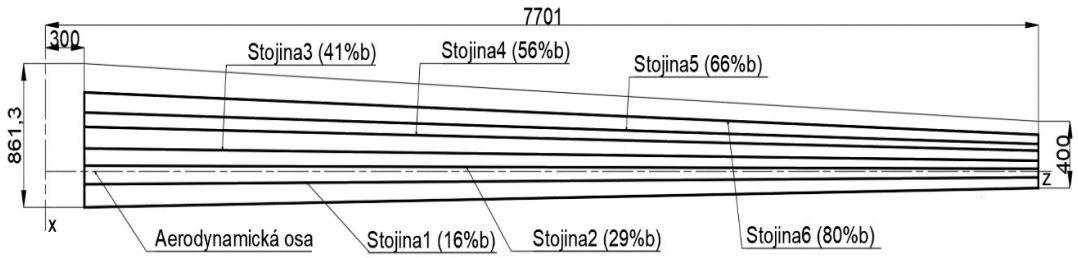
Konstrukce křídla, která byla pro toto ověření zvolena, byla konstrukce se šesti komorami, která byla navržena optimalizačním algoritmem geometrie v kapitole 10.4. Vybraná konstrukce sice není ze všech konstrukcí nejlehčí, ale nabízí relativně dobrou vyrobitelnost a zároveň s dostatečně velkým prostorem mezi dutinami pro případnou instalaci baterií pro pohon větroně. Popis konstrukce je uveden v tabulce 16. Hodnoty součinitelů bezpečnosti jsou uvedeny v

Tabulka 16 Popis konstrukce pro ověřovací MKP výpočet (P.k. - počet komor, S_k – počet vrstev ±45° pro n-tou komoru a ovinutí celé konstrukce, P.p – poloha pásnic, S_{ptop} – počet výztužných vláken na horní pásnici, S_{pbot} – počet výztužných vláken na spodní pásnici)

P.k.	Poloha stojin [%]	S_k	P. p [%]	S_{ptop}	S_{pbot}
6	[16 29 41 56 66 80]	[4 8 4 12 4 0 8]	[22 50]	32	23

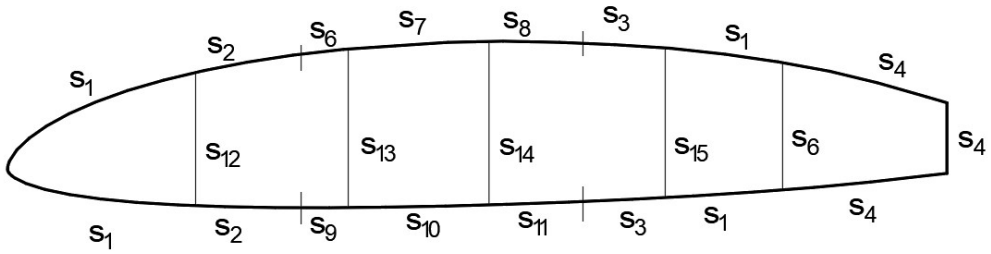
Zvolená konstrukce je zobrazena na obrázku 11.1. Konstrukce byla vymodelována pomocí ploch v softwaru Nx. V modelu se nenachází část křídla, která je za 80 % hloubky křídla, protože tato část křídla není uvažována jako nosná. Následně byla vysíťována čtvercovou mapovanou sítí o velikosti hrany 25 mm. Takto připravené síti byly přiřazeny odpovídající materiálové skladby tak, jak byly navrženy během optimalizace. Velká pozornost byla věnována správnému nastavení orientace laminátu.

Orientace hlavní osy laminátu byla nastavena shodná s globální osou *z*. Pro dosažení správného pořadí vrstev byly kontrolovány normálové směry elementů.



Obrázek 11.1 Skica ověřované konstrukce

Na takto připravený model byly aplikovány okrajové podmínky. Na konec křídla byla aplikována okrajová podmínka odpovídající vetknutí. Pro všechny elementy na této straně křídla bylo nastaveno omezení všech stupňů volnosti.



Obrázek 11.2 Rozložení skladby v řezu křídla dle přílohy 7

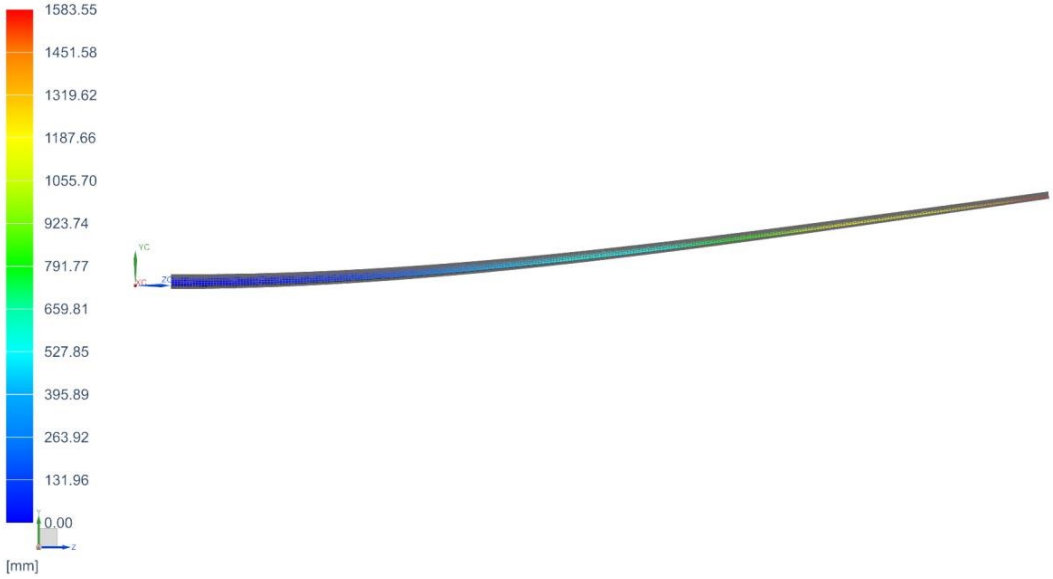
Pro křídlo byly provedeny nelineární statické analýzy pro případy zatížení násobky 5,3 a -3. Na celé křídlo bylo aplikováno zatížení zrychlením v záporném směru osy y vynásobené odpovídajícím násobkem a součinitelem bezpečnosti. Posouvající síla byla zavedena do konstrukce přes druhou stojinu v 29 % hloubky křídla. Na tuto stojinu bylo aplikováno rozložení síly po rozpětí. Profil této síly odpovídal rozložení vztlaku po křídle pro odpovídající režim zatěžování. Zatížení kroutícím momentem bylo aplikováno na celou konstrukci. Kroutící moment musel být přepočten k ose procházející druhou stojinou.

Obrázek 11.3 Rozložení vztlaku po rozpětí

Pro zatížené křídlo byly provedeny nelineární statické analýzy s povolenými velkými deformacemi konstrukce. Tyto analýzy umožňují uživateli vyšetřit pevnost konstrukce i její stabilitu při zatěžování.

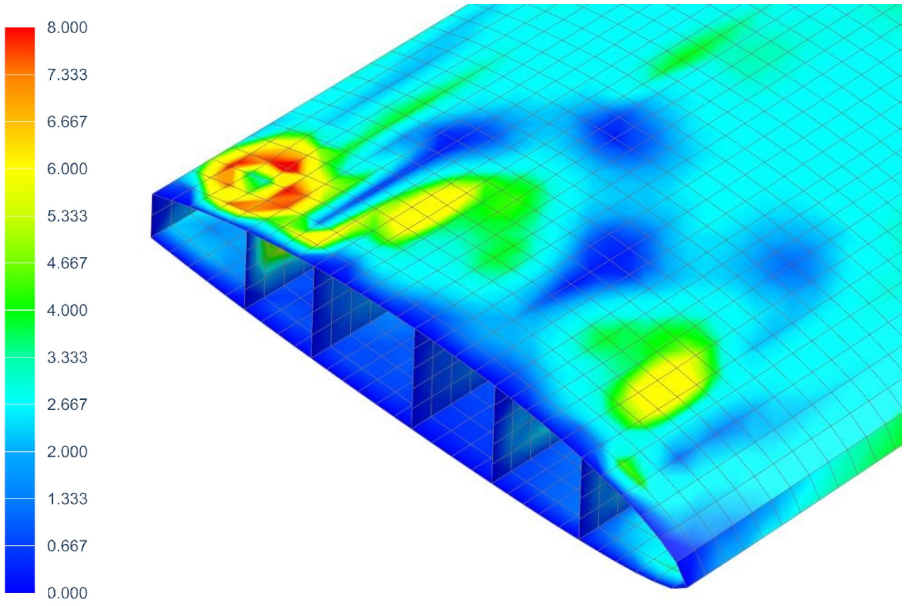
11.1.1. Násobek *n=5.3*

Průhyb konstrukce při namáhání na maximálním kladném násobku 5,3 je na obrázku 11.4. Maximální hodnota průhybu na konci křídla dosáhla při početním zatížení hodnoty 1583 mm.



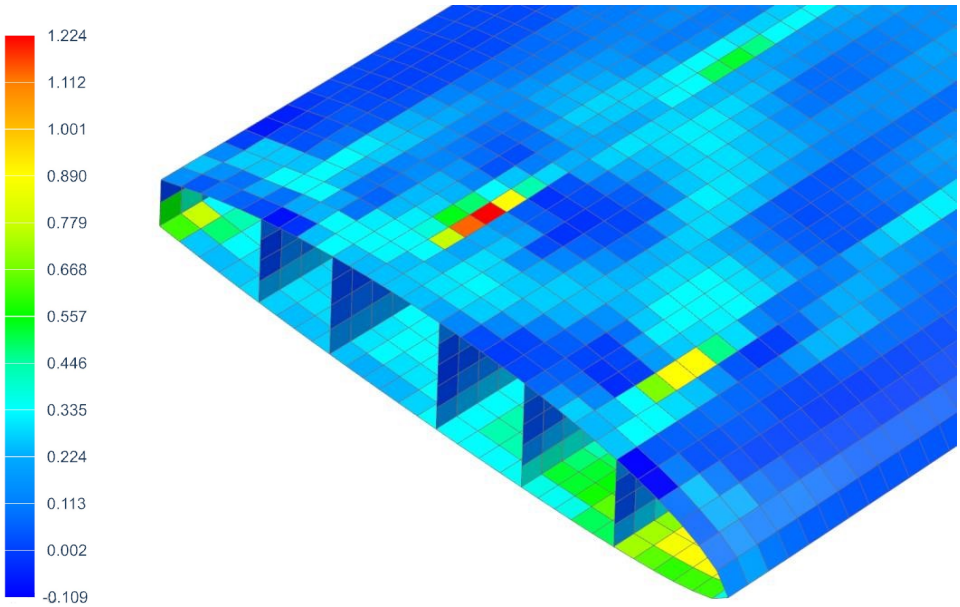
Obrázek 11.4 Průhyb konstrukce pro n=5,3

Výsledky analýzy ukázaly ztrátu stability na několika místech konstrukce. Tato místa jsou vizualizována na obrázku 11.5. Pro vizualizaci míst ztráty stability bylo použito natočení elementů.



Obrázek 11.5 Natočení elementů s upraveným měřítkem pro násobek zatížení n=5

Místa se ztrátou stability byla prověřena na selhání materiálu. V místech ztráty stability bylo zkontrolováno pevnostní kritérium podle Tsai-Wu pro všechny vrstvy konstrukce. V první vrstvě konstrukce se ukázalo, že dochází k poruše vrstvy v místě čtvrté komory na hranici mezi pásnicemi, jak je vidět na obrázku 11.6.



Obrázek 11.6 Tsai-Wu kritérium pro první vrstvu u kořene křídla při násobku zatížení n=5

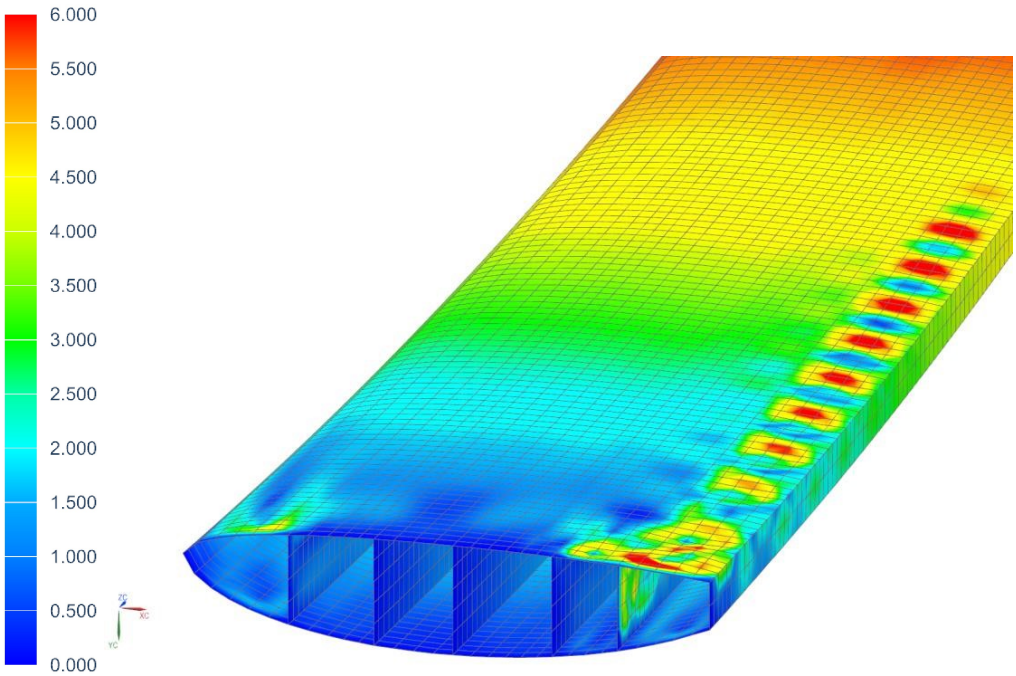
Pokud chceme tento výpočet srovnat s analytickým výpočtem, je zapotřebí si uvědomit, že při návrhu jsme uvažovali rozložení hmotnosti po rozpětí křídla jako

obdélníkové. MKP model tuto skutečnost nereflektuje. V případě kontrolního MKP výpočtu byly na celou konstrukci aplikovány skladby odpovídající skladbě pro návrhový řez v 0,3 m od osy symetrie větroně. Pro ověření změny strukturální stability bylo v programu upraveno nastavení rozložení hmotnosti po rozpětí na lichoběžníkové.

Po této změně ukázal upravený výpočet, že by mělo dojít ke ztrátě stability. Minimální součinitel bezpečnosti konstrukce byl určen SF = 0,95. Tato hodnota odpovídá selhání projeveného v simulaci.

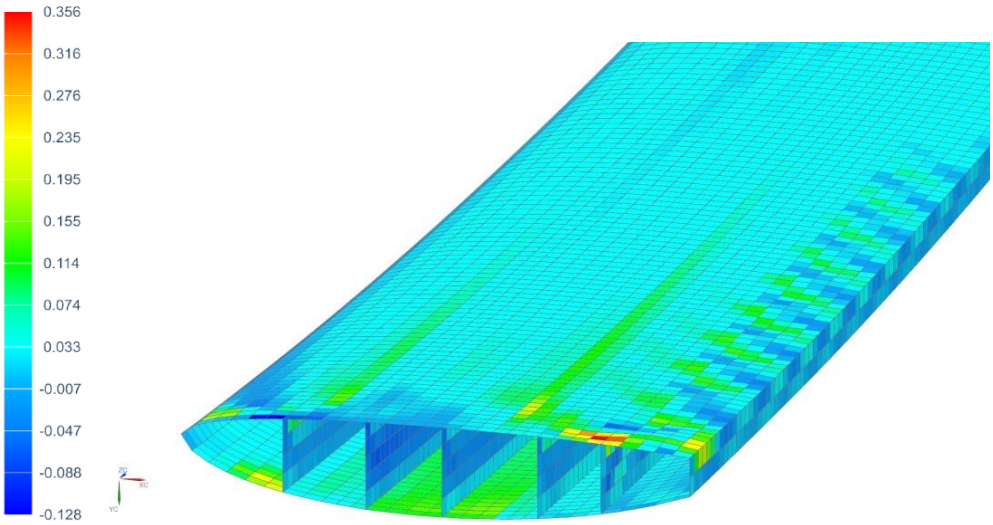
11.1.2. Násobek *n = -3*

Analýza konstrukce metodou konečných prvků pro násobek zatížení $n = -3$ byla provedena stejným způsobem jako analýza pro násobek kladný. Byla změněna velikost síly a kroutícího momentu. Na obrázku 11.7 je vykresleno natočení elementů. Z obrázku je patrné, že ke ztrátě stability dochází v první komoře a v poslední komoře na tlačené straně potahu.



Obrázek 11.7 Natočení elementů [°] s upraveným měřítkem pro násobek zatížení n=-3

Místa s viditelnou ztrátou stability byla prověřena na pevnostní selháni ve všech vrstvách dle pevnostního Tsai-Wu kritéria. Při záporném násobku se neukázalo selhání v žádné z vrstev. Na obrázku 11.8 je vidět Tsai-Wu kritérium pro první vrstvu konstrukce.



Obrázek 11.8 Tsai-Wu kritérium pro první vrstvu u kořene křídla při násobku zatížení n=-3

11.2. Nesymetrická skladba konstrukce

Pro ověření výpočtů byla opět zvolena 6-komorová konstrukce popsaná v kapitole 10.5. Stejně jako u skladby symetrické nabízí tento návrh větší prostor uvnitř křídla a lepší technologičnost konstrukce. Poloha stojin v konstrukci je stejná jako v předchozím případě viz obrázek 11.1. Skladba je v tomto případě výrazně odlišná a je uvedena v příloze 7 pozice jednotlivých označení skladby odpovídá obrázek 11.2.

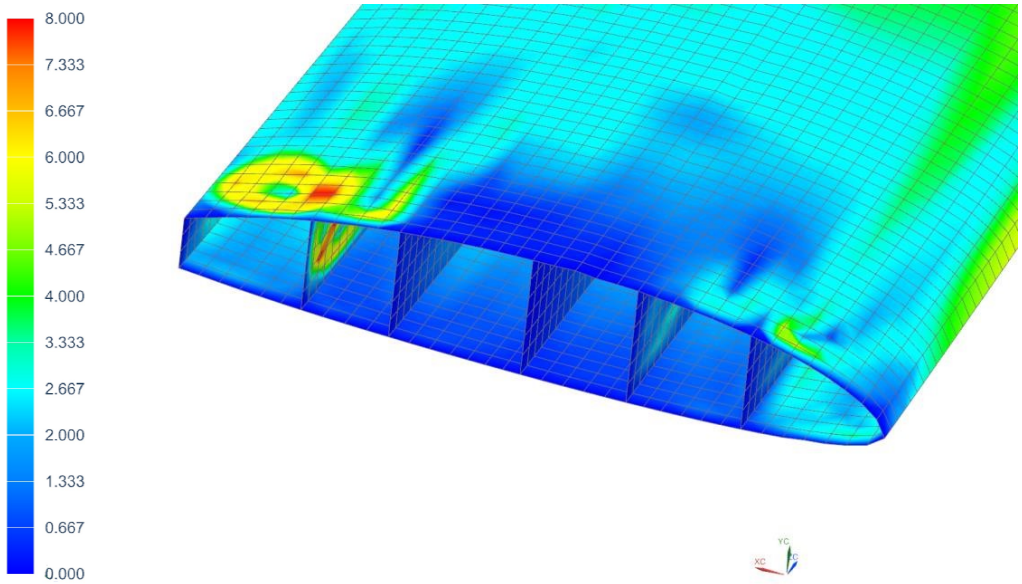
Tabulka 17 Ověřovací konstrukce s nesymetrickou skladbou (P.k. - počet komor, S_k – počet vrstev ±45° pro n-tou komoru a ovinutí celé konstrukce, P.p – poloha pásnic, S_{ptop} – počet výztužných vláken na horní pásnici, S_{pbot} - počet výztužných vláken na spodní pásnici)

P.k.	Poloha stojin [%]	S_k	P. p [%]	S_{ptop}	S_{pbot}
6	[16 29 41 56 66 80]	[2 7 5 12 4 0 9]	[25 49]	34	21

Výpočet byl připraven stejným způsobem jako při předchozím výpočtu. Byly použity stejné parametry sítě a okrajové podmínky.

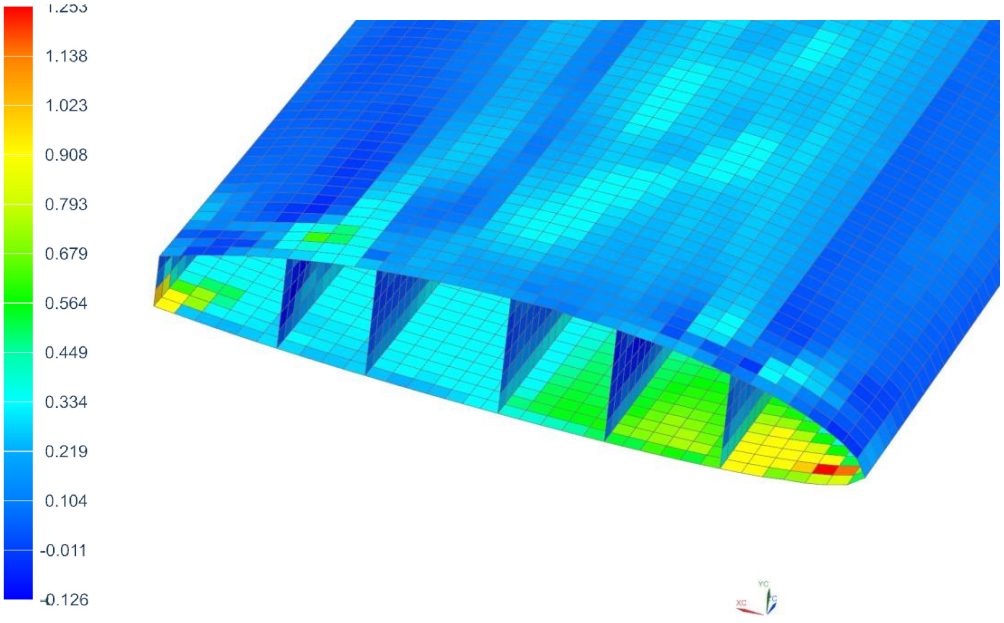
11.2.1. Násobek *n=5.3*

Průhyb nesymetrické skladby konstrukce je větší, než průhyb konstrukce pro skladbu symetrickou maximální hodnota průhybu byla $1678\,mm$. Výsledky analýzy ukázaly ztrátu stability na několika místech konstrukce. Problematické části konstrukce jsou na obrázku 11.9.



Obrázek 11.9 Natočení elementů [°] s upravenou stupnicí

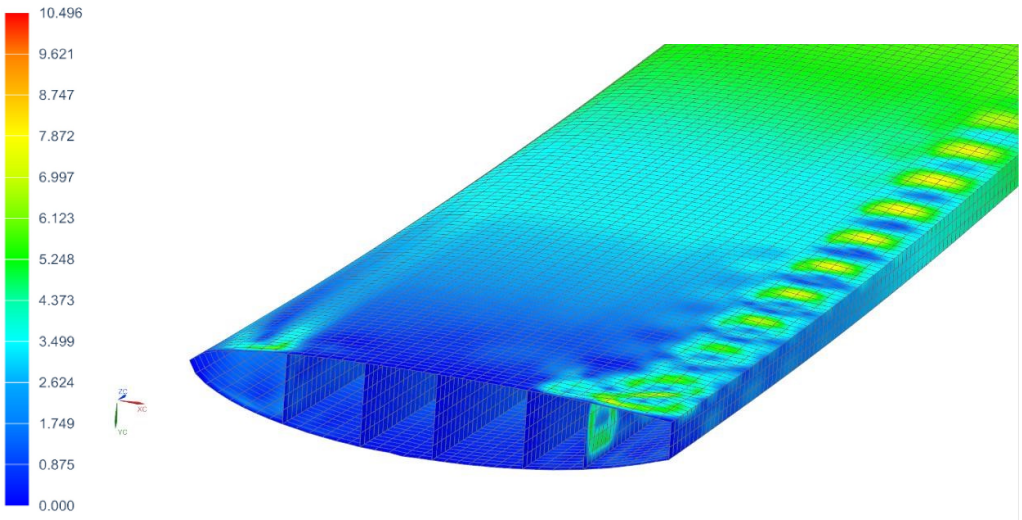
Je vidět, že konstrukce ztrácí stabilitu v poslední komoře pravděpodobně v tlaku. Ztráta stability v tomto místě byla očekávaná i analytického výpočtu. Byly zkontrolovány kritéria porušení vrstev laminátů a bylo nalezeno selhání první vrstvy laminátu mimo místo ztráty stability. Elementy, které selhaly, byly blízko okrajové podmínky a lze předpokládat, že toto selhání je způsobeno právě touto skutečností.



Obrázek 11.10 Tsai-Wu kritérium pro první vrstvu u kořene křídla při násobku zatížení n=5

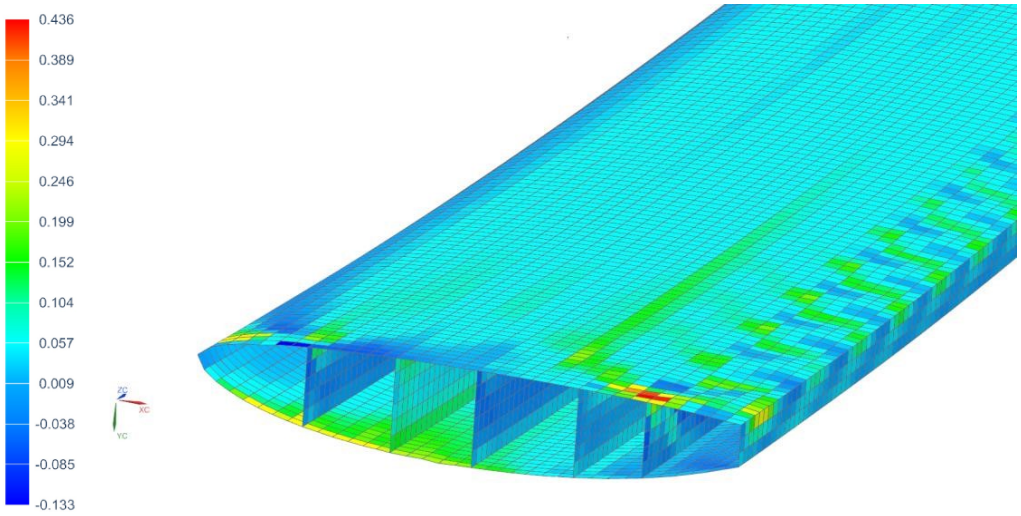
11.2.2. Násobek *n = -3*

Nelineární statická analýzy byla provedena stejným způsobem jako bylo popsáno výše. Bylo změněno zatížení konstrukce na násobek zatížení n = -3. bylo dosaženo podobných výsledků jako pro symetrickou skladbu konstrukce. Maximální posunutí elementů bylo 956 mm. Podobně jako v případě symetrické konstrukce došlo ke ztrátě stability v místě poslední 6 komory na tlačené straně konstrukce viz



Obrázek 11.11 Natočení elementů [°] pro nesymetrickou skladbu a násobek zatížení n=-3

Při kontrole pevnostních kritérií Tsai-Wu nebyly nalezeny žádná selhání na konstrukci. Byla tedy ověřena dobrá shoda mezi analytickým výpočte a metodou konečných prvků.



Obrázek 11.12 Tsai-Wu kritérium pro první vrstvu u kořene křídla pro nesymetrickou skladbu při násobku zatížení n=-3

12. Ověřovací konstrukce

Pro srovnání navržených optimalizací s konvenční konstrukcí křídla větroně bylo zapotřebí stanovit alespoň přibližně hmotnost konvenční konstrukce. Proto byla navržena jednoduchá konvenční konstrukce, kterou je možné vyrobit ruční laminací.

Pro pevnostní návrh konvenční konstrukce byl použit výpočet popsaný v kapitolách 6 a 7. Program byl mírně upraven tak, aby umožňoval zadávání různých materiálů do jednotlivých částí konstrukce. Konstrukce v tomto případě byla zvolena dvoukomorová s hlavním nosníkem v místě největší tloušťky profilu (37,3 % hloubky profilu). Při dimenzování tohoto průřezu byly použity sendvičové materiály. Pro případ tohoto návrhu bylo nutné stanovit materiálové vlastnosti vrstev s nižším poměrem výztuže ve výsledném materiálu. Tyto vlastnosti byly přepočteny v poměru objemových poměrů. Pro materiálové vlastnosti poskytnuté ústavem byl uvažován objemový podíl výztuže 50 %. Pro hodnoty při ruční laminaci byla stanovena hodnota objemového podílu výztuže 35 %. Materiálové vlastnosti byly přepočteny dle pravidel laminační teorie. Hodnoty mechanických vlastností pro strukturální pěnu Rohacel byly poskytnuty ústavem.

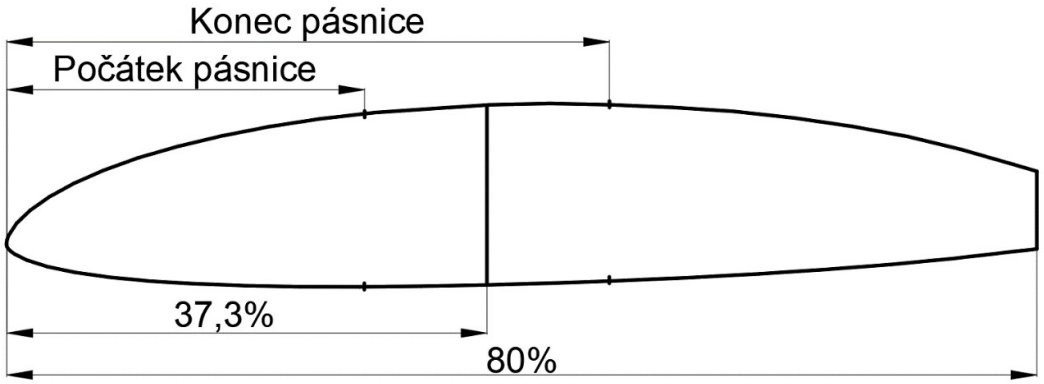
Tabulka 18 Materiálové vlastnosti použité při návrhu konvenční konstrukce

Materiál	E1 [MPa]	E2 [MPa]	v12	G12 [MPa]	XT [MPa]	XC [MPa]	YT [MPa]	YC [MPa]	S [MPa]	ρ [kg/m^3]
Sklo-epoxid	21000	4615	0.19	2115	476	290	75	260	30	1655

Uhlík-epoxid	85031	5625	0.32	3231	1242	840	66	129	54	1410
Rohacel	70	70	0.842	19	1.9	0.9	1.9	0.9	0.8	52

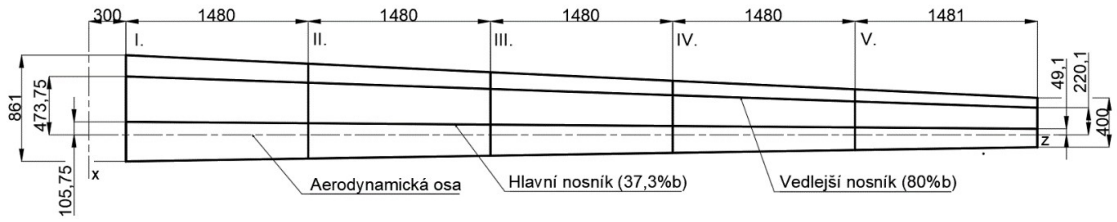
Konstrukce je tvořena sendvičovými deskami. Skladba potahů a stojin byla tvořena pěnovým jádrem a skelným kompozitem. Skelná výztuž byla uvažována ve formě tkanin. Pro účely analytického návrhu takovéto konstrukce byly tkaniny modelovány jako symetrická a balancovaná skladba, kde jednotlivé vrstvy mezi sebou svírají úhel 90°, např. skladbu (45/-45/-45/45) lze považovat za tkaninu. Tloušťka vrstev tkaniny byla stanovena $0{,}2\ mm$.

Při návrhu kontrolní konstrukce křídla již nebyly výztuhy ve směru 0° zaváděny do středu skladby nýbrž tak, aby byly vždy na vnějším povrchu konstrukce. Tloušťka vrstev s uhlíkovou výztuží byla stanovena $0{,}125\ mm$ jako v předchozích případech dimenzování konstrukcí.



Obrázek 12.1Průžez ručně laminovaného křídla

Počátek a konec pásnic byl stanoven v 25 % a 55 % hloubky křídla. Konstrukce byla rozdělena po rozpětí čtyřmi řezy a skladba byla v jednotlivých řezech odstupňována. Tím byla výrazně snížena hmotnost tohoto návrhu křídla. Schéma rozdělení křídla na jednotlivé segmenty je vidět na obrázku 12.2.



Obrázek 12.2 Půdorysný tvar křídla rozděleného na segmenty

Křídlo bylo v jednotlivých řezech I-V dimenzováno primárně pro body obálky s násobky 5,3 a -3. Tato místa jsou, jak bylo uvedeno výše, pro konstrukci kritická především kvůli stabilitě pásnic. A následně byla konstrukce zkontrolována pro všechny režimy obálky.

Pro tuto konstrukci nebyly provedeny žádné kontrolní výpočty metodami MKP. Na základě dat uvedených výše lze s jistotou říci, že zmíněná metodika výpočtu popisuje pevnostní jevy dostatečně. Skladba jednotlivých částí konstrukce je uvedena v tabulce 19.

Tabulka 19 Skladba jednotlivých částí konstrukce

Úsek	Počet vrstev tkaniny v první komoře	Počet vrstev tkaniny v druhé komoře	počet vrstev 0° horní pásnice	počet vrstev 0° spodní pásnice
I	4	4	68	48
II	3	3	61	38
III	2	2	44	28
IV	1	1	30	17
V	1	1	8	4

Výsledná hmotnost poloviny křídla bez části překryté trupem byla $M = 34{,}15\ kg$. Výsledné hodnoty pevnostních charakteristik pro body obálky s násobky 5 a -3 jsou uvedeny v tabulce 20. Hodnoty pevnostních charakteristik konstrukce pro všechny body obálky násobků jsou uvedeny v příloze 9.

Tabulka 20 Pevnostní charakteristiky navržené konvenční konstrukce pro násobky +5,3 a -3(T-W - maximální hodnota Tsai-Wu kritéria v konstrukci, Sf_q -minimální hodnota jistoty stability ve smyku, Sf_x - minimální hodnota jistoty stability ve tlaku)

	n = 5.3			n = -3		
Úsek	T-W	Sf_q	Sf_x	T-W	Sf_q	Sf_x
I	0.72	1.46	1.01	0.54	4.16	1.78
II	0.65	1.51	1.17	0.5	4.34	2.07
III	0.5	1.56	1.04	0.43	4.72	1.84
IV	0.45	1.45	1.1	0.33	4.82	1.95
V	0.53	3.73	1.24	0.38	12.78	2.18

Hmotnost konvenčního křídla je tedy výrazně nižší než hmotnost křídla vyrobeného technologií navíjení

Je nutné se vyjádřit ke kritériím stability kompozitních desek v tlaku, které byly pro dimenzování konstrukce použity. Použitá kritéria byla odvozena pro symetrické kompozitní desky. Jelikož vytvořené pásnice rozhodně nejsou symetrickými

kompozitními deskami, vnáší se do výpočtu křídla vyrobeného ruční laminací chyba a výslednou hmotnost tohoto návrhu je potřeba brát s jistou rezervou. Přesto výsledky ověřovacího návrhu ukazují ohromný rozdíl mezi křídlem s konstantní tuhostí a konstrukcí dělenou po rozpětí.

13. Závěr

Úkolem diplomové práce bylo navrhnout a optimalizovat kompozitní křídlo vyrobené technologií navíjení filamentu. Pro křídlo byly stanoveny základní aerodynamické charakteristiky a zatížení. Návrh i optimalizace byly provedeny pomocí analytické výpočetní metody a genetického algoritmu.

Analytická výpočetní metoda byl implementován do programovacího prostředí Matlab tak, aby mohl zpracovávat uzavřený nosník různých tvarů a počtů komor. Byla prokázána dobrá shoda mezi analytickým výpočtem a MKP výpočtem. Průměrný rozdíl v redukovaném napětí byl pro zvolený řez 5,2 % při namáhání ohybem a nižší než 1 % při namáhání ohybem.

Byla provedena optimalizace hlavní nosné konstrukce křídla pomocí genetického algoritmu, pro který byla sestavena hodnotící funkce. Hodnotící funkce při optimalizaci zohledňovala pevnostní ukazatele stability kompozitních desek a kritéria porušení kompozitních materiálů.

Genetický algoritmus optimalizoval polohu strukturálních prvků v konstrukci a také skladbu kompozitních materiálů v jednotlivých částech konstrukce. Bylo provedeno několik chodů optimalizace tak, aby byla hmotnost konstrukce co možná nejnižší.

Pro konstrukci s balancovanými a symetrickými vrstvami bylo dosaženo nejnižší hmotnosti nosné konstrukce 52,2 kg poloviny křídla pro 8-komorový návrh, což je pro větroň o maximální vzletové hmotnosti 600 kg vysoká hodnota. Výsledná nejnižší hmotnost konstrukce s nesymetrickou skladbou potahu dokázala řídlo trochu odlehčit na 49,4 kg, ale i tato hodnota je ve srovnání s konvenční konstrukcí vysoká. Výroba křídla s osmi komorami by byla technologicky náročná vzhledem k malým rozměrům trnů potřebných pro výrobu.

Ověřovací návrh ukázal, že dělením konstrukce po rozpětí je možné dosáhnout výrazně nižší hmotnosti než při konstrukci navíjené. Návrh ověřovací konstrukce nebyl podroben optimalizačnímu procesu. Hmotnost dělené ověřovací konstrukce byla 35,12 kg. Nedělená konstrukce dosahovala hmotnosti 50,28 kg. Na základě těchto údajů se ukázalo, že navíjená konstrukce není z pohledu hmotnosti příliš výhodná. Kontrolní návrh křídla ovšem ukazuje potenciál dělení skladby křídla po rozpětí.

14. Reference

1.Certifikační specifikace pro kluzáky a motorové kluzáky CS-22

2. Strong, A. B. *Fundamentals of Composites Manufacturing : Materials, Methods and Applications.* Dearborn : Society of Manufacturing Engineers, 2008. ISBN 9780872638549.

3. POP P. Adrian, BEJINARU MIHOC Gheorghe. Manufacturing process ans aplication of composite materials : ORADEA UNIVERSITY, 2010.

4. Youssef, Helmi A., El-Hofy, Hassan A. a Ahmed, Mahmoud H. *Manufacturing Technology : Materials, Processes, and Equipment.* místo neznámé : CRC Press LLC, 2011. ISBN 9781439810859.

5. Laš, Vladislav. *Mechanika kompozitních materiálů.* Plzeň : autor neznámý, 2004. ISBN 80-7048-273-x.

6. Mareš, Tomáš. *Základní konstrukční optimalizace.* Praha : 2006.

7. Kassapoglou, Christos. *Design and Analysis of Composite Structures : With Applications to Aerospace Structures.* John Wiley & Sons, Incorporated, 2010.

8. Hynek, Josef. *Genetické algoritmy a genetické programování.* Praha : Grada Publishing, a.s., 2008. ISBN 978-80-247-2695-3.

9. Kollár, László P. a Springer , George S. . *Mechanics of Composite Structures.* místo neznámé : Cambridge University Press, 2003. ISBN 9781139147057.

10. Victorazzo, Danilo S a De Jesus, Andre . A Kolla ´r and Pluzsik anisotropic composite beam theory for arbitrary multicelled cross sections. *Journal of Reinforced Plastics and Composites .* 2016.

11. *Supplementary Information for: A Kollár and Pluzsik Anisotropic Composite Beam Theory for Arbitrary Multicelled Cross Sections.* Victorazzo, Danilo S a De Jesus, André.

12. *Tutorials point.* [Online] https://www.tutorialspoint.com/genetic_algorithms/.

13. Victorazzo, Danilo Seixas. abdbeam. *abdbeam.* [Online] https://pypi.org/project/abdbeam. 5.12.2019

14. Jan, Řezníček. Pevnost letadel a motorů. *Pruznost unas.* [Online] http://www.pruznost.unas.cz. 8.12.2019

15. Jones, Robert M. *Mechanics of composite materials.* Philadelphia : Taylor & Francis, 1999. ISBN 1-56032-712-x.

16. *Design and Optimisation of Laminated Composite Materials.* New York : John Wiley & Son, Inc., 1999. ISBN 0-471-25276-X.

17. *https://www.mathworks.com/.* [Online] [Citace: 5. 12 2019.]

18. Brož, Václav. *Aerodynamika nízkých rychlostí.* Praha : Ediční středisko ČVUT, 1990. ISBN 80-01-00198.

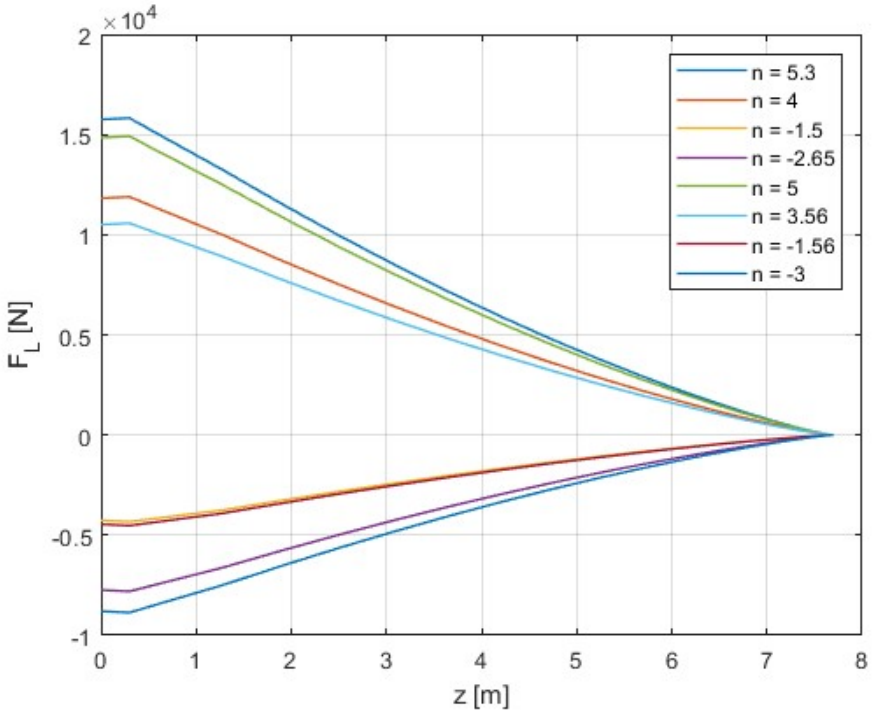
19. AYDIN, Levent a H. SECIL ARTEM. Multiobjective Genetic Algorithm optimization of the composite laminates as a satellite structure material for coefficient of thermal expansion and elastic modulus. In: *2009 4th International Conference on Recent Advances in Space Technologies* [online]. IEEE, 2009, 2009, s. 114-119 [cit. 2020-01-23]. DOI: 10.1109/RAST.2009.5158179. ISBN 978-1-4244-3626-2. Dostupné z: http://ieeexplore.ieee.org/document/5158179/

Přílohy

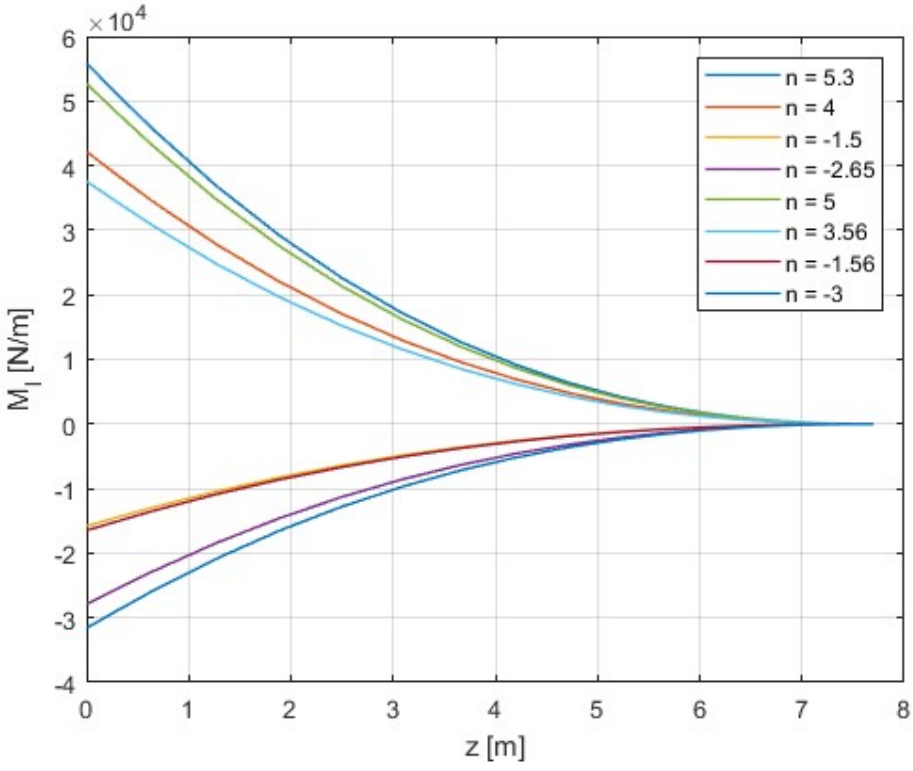
Příloha 1 Seznam profilů používaných kluzáky

1 s4094 Max thickness 9.9% at 29.1% chord.
2 s4095 Max thickness 9.7% at 29.1% chord.
3 s4096 Max thickness 12.5% at 34% chord.
4 aquilasm Max thickness 9.4% at 31.3% chord.
5 e231 Max thickness 12.3% at 39.4% chord.
6 e407 Max thickness 14.4% at 36.6% chord.
7 e431 Max thickness 15.1% at 37.4% chord.
8 e432 Max thickness 16% at 37.4% chord.
9 e433 Max thickness 14.2% at 42.6% chord.
10 e434 Max thickness 13.3% at 38.6% chord.
11 e435 Max thickness 16.2% at 40.9% chord.
12 e582 Max thickness 14.7% at 37.8% chord.
13 e583 Max thickness 16.5% at 38% chord.
14 e584 Max thickness 16.6% at 38.3% chord.
15 e585 Max thickness 14.6% at 37.6% chord.
16 e587 Max thickness 16.6% at 41.1% chord.
17 e604 Max thickness 18.8% at 37.3% chord.
18 e642 Max thickness 15.1% at 39.4% chord.
19 e654 Max thickness 17.2% at 36.1% chord.
20 e655 Max thickness 17.3% at 37.3% chord.
21 e656 Max thickness 16.2% at 37% chord.
22 e657 Max thickness 15.6% at 37% chord.
23 e662 Max thickness 15% at 42.8% chord.
24 e664 Max thickness 16.6% at 45.6% chord.
26 e668 Max thickness 13.9% at 37.3% chord.
27 e678 Max thickness 15.1% at 39.8% chord.
28 e682 Max thickness 15.3% at 40.4% chord.
29 e694 Max thickness 15.4% at 40.4% chord.
30 e748 Max thickness 19.7% at 27.4% chord.
31 fx79k144 Max thickness 14.4% at 43.5% chord.
32 geminism Max thickness 15.4% at 34.2% chord.
33 hobie Max thickness 8.5% at 25% chord.
34 hobiesm Max thickness 8.6% at 25% chord.
35 hq010 Max thickness 10% at 33.9% chord.
36 hq07 Max thickness 7% at 33.9% chord.
37 hq09 Max thickness 8.1% at 33.9% chord.
38 hq1010 Max thickness 10% at 35% chord.
39 hq1012 Max thickness 12% at 35% chord.
40 hq108 Max thickness 8% at 35% chord.
41 hq109 Max thickness 9% at 35% chord.
42 hq1510 Max thickness 10% at 35% chord.
43 hq1511 Max thickness 11% at 33.9% chord.
44 hq1512 Max thickness 12% at 35% chord.
45 hq158 Max thickness 8% at 32.5% chord.
46 hq1585 Max thickness 8.6% at 35% chord.
47 hq159 Max thickness 9% at 35% chord.
48 hq159b Max thickness 9% at 37.1% chord.
49 hq2010 Max thickness 10% at 35% chord.
50 hq2012 Max thickness 12% at 35% chord.
51 hq208 Max thickness 8% at 35% chord.
52 hq209 Max thickness 9% at 35% chord.
53 hq2090sm Max thickness 9% at 35% chord.
54 hq2195 Max thickness 9.5% at 35% chord.
55 hq2510 Max thickness 10% at 35% chord.
56 hq2511 Max thickness 11% at 33.9% chord.
57 hq2512 Max thickness 12% at 35% chord.
58 hq258 Max thickness 8% at 35% chord.
59 hq259 Max thickness 9% at 35% chord.
60 hq2590sm Max thickness 9% at 35% chord.
61 hq259b Max thickness 9% at 35% chord.
62 hq300gd2 Max thickness 16.6% at 39.1% chord.
63 hq3010 Max thickness 10% at 35% chord.
64 hq3011 Max thickness 11% at 35% chord.
65 hq3012 Max thickness 12% at 35% chord.
66 hq3013 Max thickness 13% at 35% chord.
67 hq3014 Max thickness 14% at 35% chord.
68 hq3015 Max thickness 15% at 35% chord.
69 hq308 Max thickness 8% at 35% chord.
70 hq309 Max thickness 9% at 35% chord.
71 hq3510 Max thickness 10% at 35% chord.
72 hq3512 Max thickness 12% at 35% chord.
73 hq3513 Max thickness 13% at 35% chord.
74 hq3514 Max thickness 14% at 35% chord.
75 hq3518 Max thickness 18% at 35% chord.
76 hq358 Max thickness 8% at 35% chord.
77 hq359 Max thickness 9% at 35% chord.
78 psu-90-125wl Max thickness 12.5% at 35.1% chord.
79 s9000 Max thickness 9% at 28.2% chord.
80 s9026 Max thickness 9.5% at 27.3% chord.
81 s9027 Max thickness 8% at 22.9% chord.
82 s9032 Max thickness 9% at 25% chord.
83 s9033 Max thickness 7.5% at 22.8% chord.
84 s9037 Max thickness 9% at 28.5% chord.
85 saratov Max thickness 9.2% at 15% chord.
86 sokolov Max thickness 7.1% at 25% chord.
87 spicasm Max thickness 11.7% at 30% chord.
88 ua79sf18 Max thickness 18.8% at 42.8% chord.
89 ua79sff Max thickness 8.7% at 73.1% chord.
90 ua79sfm Max thickness 18.8% at 42.8% chord.
91 wb13535sm Max thickness 13.6% at 25% chord.
92 wb140 Max thickness 13.9% at 30% chord.

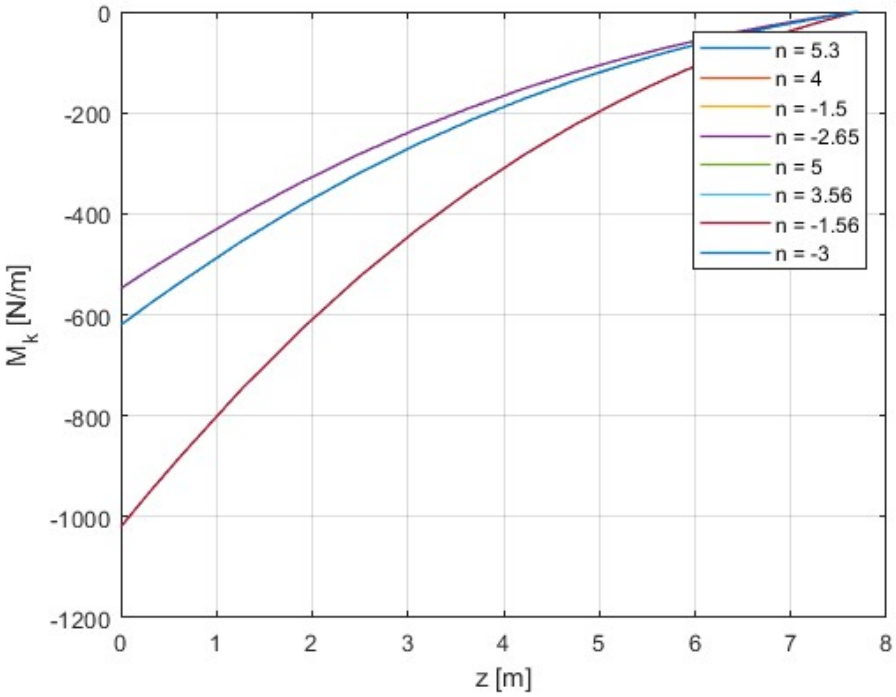
Vztlaková síla



Ohybový moment:

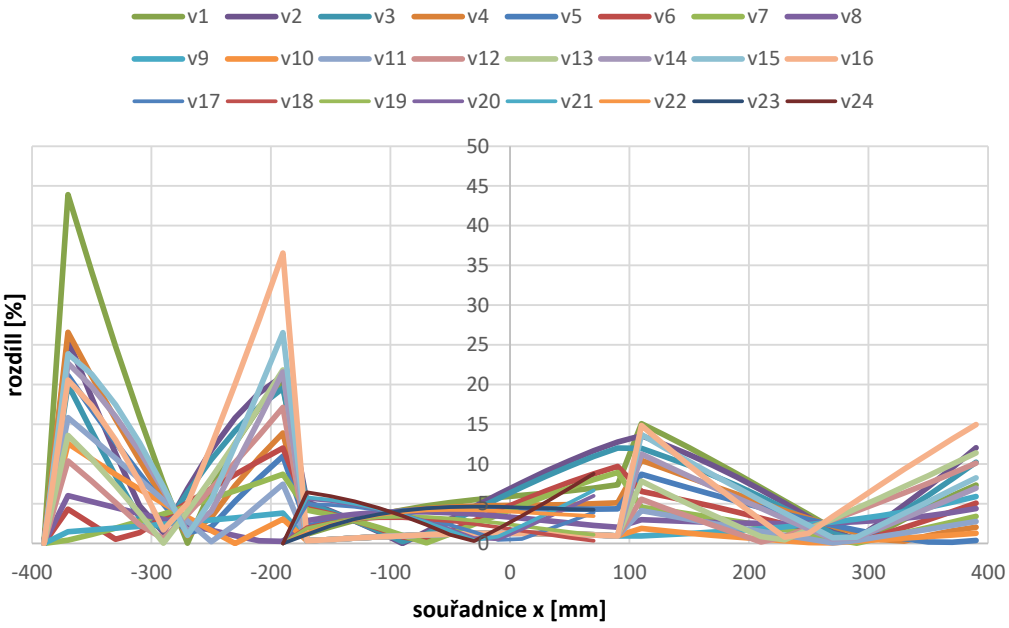


Kroutící moment:



Příloha 3 Rozdíl v redukovaném napětí mezi MKP a sestaveným modelem [%]

Zatěžování ohybem



Příloha 4 Výsledky první optimalizace

Počet komor	Poloha stojin [%]	S_k	Poloha pásnic [%]	S_{ptop}	S_{pbot}	M [kg]	T-W	Sf_q	Sf_a
4	[23 38 54 80]	[4 8 12 0 12]	[31 58]	33	13	58.93	0.977	1.131	1.005
4	[25 40 54 80]	[8 12 8 4 8]	[28 54]	34	14	57.18	0.974	1.016	1.02
4	[23 39 54 80]	[8 12 8 4 8]	[32 61]	39	13	60.41	0.954	1.14	1.003
4	[23 37 55 80]	[4 8 12 0 12]	[30 51]	38	15	59.05	1.003	1.14	1.121
4	[25 36 54 80]	[8 8 12 0 8]	[26 57]	38	12	58.41	0.917	1.032	1.116
5	[19 36 48 62 80]	[4 12 4 8 0 12]	[30 52]	34	16	59.89	0.91	1.076	1.082
5	[19 30 46 62 80]	[0 12 8 8 0 12]	[28 50]	35	15	59.16	0.994	1.025	1.008
5	[20 36 52 64 80]	[4 8 8 4 4 12]	[28 53]	40	13	61.35	0.999	1.298	1.114
5	[20 36 48 62 80]	[4 16 4 8 0 8]	[23 50]	34	17	57.12	0.896	0.968	1.069
5	[11 30 44 75 80]	[0 12 8 8 0 8]	[26 61]	40	11	63.64	0.918	1.147	1.252
6	[11 27 45 59 67 80]	[4 16 12 8 4 4 4]	[23 60]	40	10	63.06	1.003	1.499	1.034
6	[16 27 41 55 69 80]	[4 8 12 8 8 0 8]	[28 57]	33	12	59.71	0.954	1.492	1.056
6	[15 29 41 54 68 80]	[4 8 8 8 8 0 8]	[25 52]	38	12	57.97	1.003	1.588	1.013
6	[15 30 41 56 66 80]	[4 12 4 12 8 0 8]	[26 53]	30	14	58.48	0.953	1.647	1.019
6	[3 31 45 59 69 80]	[0 8 8 8 8 0 12]	[33 52]	39	16	61.96	0.969	1.209	1.057
7	[5 17 29 48 58 68 80]	[0 4 8 16 4 4 8 8]	[28 50]	40	17	62.07	0.932	1.067	1.092
7	[11 22 36 50 59 69 80]	[4 4 8 8 4 8 0 8]	[19 49]	35	15	58.1	0.746	1.186	1.117
7	[4 24 37 47 65 71 80]	[0 12 12 4 20 4 0 4]	[23 47]	36	15	59.72	0.97	1.318	1
7	[13 25 37 51 62 73 80]	[4 12 8 8 8 4 0 8]	[29 49]	37	26	61.23	0.574	1.816	1.002
7	[12 20 32 48 58 67 80]	[0 8 4 12 4 4 0 8]	[17 50]	33	13	56.36	0.982	1.049	1.168
8	[8 18 27 40 48 61 71 80]	[0 8 4 8 4 8 4 0 8]	[23 50]	32	17	55.01	0.898	0.991	1.089
8	[3 21 30 42 51 63 69 80]	[0 4 8 8 4 8 4 0 8]	[28 50]	36	18	53.97	0.881	1.002	1.023
8	[2 20 30 39 49 59 68 80]	[8 4 8 4 8 8 4 0 8]	[24 47]	34	17	54.22	0.873	1.012	1.151
8	[8 22 33 40 52 61 76 80]	[0 12 8 4 8 4 4 0 8]	[27 61]	30	11	58.77	0.998	1.076	1.327
8	[10 22 32 39 49 60 68 80]	[0 8 8 4 8 8 4 0 8]	[25 52]	30	13	55.29	0.954	1.173	1.115

Příloha 5 Výsledky druhé optimalizace

Počet komor	Poloha stojin [%]	Sk	Poloha pásnic [%]	S_{ptop}	S_{pbot}	M [kg]	T-W	Sf_q	Sf_a
4	[23 38 54 80]	[4 8 12 0 12]	[24 56]	28	12	59.35	0.948	1.094	1.001
4	[25 40 54 80]	[4 12 12 0 12]	[33 50]	32	20	57.74	0.996	1.02	1.028
4	[23 39 54 80]	[4 12 12 0 12]	[31 51]	32	16	58.88	0.944	1.246	1.001
4	[23 37 55 80]	[4 8 12 0 12]	[25 53]	32	12	59.71	0.942	1.114	1.01
4	[25 36 54 80]	[8 4 12 0 12]	[25 55]	32	12	60.2	0.973	1.322	1.015
5	[19 36 48 62 80]	[4 12 4 8 0 12]	[23 54]	28	12	60.85	0.887	1.185	0.992
5	[19 30 46 62 80]	[4 8 12 12 0 8]	[27 56]	32	12	58.66	0.96	0.984	1.016
5	[20 36 52 64 80]	[4 8 8 8 0 12]	[24 53]	32	12	60.86	0.914	1.424	0.999
5	[20 36 48 62 80]	[8 12 4 8 0 8]	[26 56]	32	12	57.12	0.973	1.058	1.059
5	[11 30 44 75 80]	[0 8 4 20 0 20]	[20 44]	32	16	87.53	0.507	1.069	1.003
6	[11 27 45 59 67 80]	[0 8 12 8 4 0 8]	[18 55]	32	12	61.08	0.779	1.013	0.994
6	[16 27 41 55 69 80]	[4 8 8 8 8 0 8]	[27 56]	32	16	57.69	0.789	1.44	0.999
6	[15 29 41 54 68 80]	[4 8 4 8 8 0 8]	[17 55]	32	12	58.24	0.827	1.007	1.025
6	[15 30 41 56 66 80]	[4 8 4 12 4 0 8]	[19 53]	32	12	56.89	0.891	1.017	0.998
6	[3 31 45 59 69 80]	[0 8 8 8 4 0 12]	[29 49]	32	16	58.87	0.956	1.179	1.016
7	[5 17 29 48 58 68 80]	[0 4 8 20 4 4 0 8]	[29 56]	32	12	60.32	0.978	1.019	1.041
7	[11 22 36 50 59 69 80]	[0 8 8 8 4 4 0 8]	[20 54]	32	12	55.91	0.893	1.212	1.099
7	[4 24 37 47 65 71 80]	[0 8 8 4 16 4 0 8]	[23 52]	32	12	60.42	0.945	1.085	1.027
7	[13 25 37 51 62 73 80]	[4 8 8 12 4 4 0 8]	[31 61]	32	12	58.52	1	1.142	1.028
7	[12 20 32 48 58 67 80]	[0 8 8 12 4 4 0 8]	[25 54]	32	12	55.87	1	1.043	1
8	[8 18 27 40 48 61 71 80]	[0 8 4 8 4 8 4 0 8]	[23 50]	32	16	54.69	0.974	0.991	1.085
8	[3 21 30 42 51 63 69 80]	[16 8 8 8 4 8 4 4 4]	[19 55]	32	12	57.65	0.898	0.991	1.04
8	[2 20 30 39 49 59 68 80]	[8 4 8 4 8 8 4 0 8]	[21 53]	24	12	53.88	0.977	1.003	1.12
8	[8 22 33 40 52 61 76 80]	[0 12 8 4 8 4 12 0 8]	[31 56]	28	16	60.72	0.788	1.071	0.999
8	[10 22 32 39 49 60 68 80]	[0 8 4 8 4 8 4 0 8]	[23 59]	24	12	54.21	0.903	1.248	1.019

Příloha 6 Výsledky optimalizace geometrie ro násobek 5,3

Počet komor	Poloha stojin [%]	Sk	Poloha pásnic [%]	S_{ptop}	S_{pbot}	M [kg]	T-W	Sf_q	Sf_a
4	[25 40 54 80]	[8 12 8 4 8]	[31 55]	34	21	58.51	0.662	1.039	1.003
4	[25 40 54 80]	[8 12 8 4 8]	[31 55]	34	21	58.51	0.662	1.039	1.003
4	[25 40 54 80]	[8 12 8 4 8]	[31 55]	34	21	58.51	0.662	1.039	1.003
4	[25 40 54 80]	[8 12 8 4 8]	[31 55]	34	21	58.51	0.662	1.039	1.003
4	[25 40 54 80]	[8 12 8 4 8]	[31 55]	34	21	58.51	0.662	1.039	1.003
5	[19 37 49 62 80]	[4 16 4 8 0 8]	[28 53]	34	23	58.33	0.56	1.065	1.005
5	[19 37 49 62 80]	[4 16 4 8 0 8]	[28 53]	34	23	58.33	0.56	1.065	1.005
5	[19 37 49 62 80]	[4 16 4 8 0 8]	[28 53]	34	23	58.33	0.56	1.065	1.005
5	[19 37 49 62 80]	[4 16 4 8 0 8]	[28 53]	34	23	58.33	0.56	1.065	1.005
5	[19 37 49 62 80]	[4 16 4 8 0 8]	[28 53]	34	23	58.33	0.56	1.065	1.005
6	[16 28 40 56 66 80]	[4 8 4 12 4 0 8]	[22 50]	32	21	56.92	0.557	1.06	1.001
6	[16 29 41 56 66 80]	[4 8 4 12 4 0 8]	[22 50]	32	21	56.83	0.56	1.008	1.001
6	[16 29 41 56 66 80]	[4 8 4 12 4 0 8]	[25 53]	32	21	57.1	0.558	1.087	1.012
6	[16 29 41 56 66 80]	[4 8 4 12 4 0 8]	[25 53]	32	21	57.1	0.558	1.087	1.012
6	[16 29 41 56 66 80]	[4 8 4 12 4 0 8]	[25 53]	32	21	57.1	0.558	1.087	1.012
7	[12 24 36 51 60 67 80]	[0 8 8 12 4 4 0 8]	[31 57]	32	20	56.72	0.671	0.999	0.999
7	[12 24 37 51 60 68 80]	[0 8 8 12 4 4 0 8]	[24 48]	32	20	55.58	0.73	1.084	1.002
7	[12 24 36 51 60 68 80]	[0 8 8 12 4 4 0 8]	[28 54]	32	20	56.75	0.636	1.055	1.016
7	[12 24 36 51 59 69 80]	[0 8 8 12 4 4 0 8]	[27 53]	32	20	57.35	0.64	1.063	1.049
7	[12 24 36 51 60 67 80]	[0 8 8 12 4 4 0 8]	[31 57]	32	20	56.72	0.671	0.999	0.999
8	[11 21 30 41 50 62 72 80]	[0 8 4 8 4 8 4 0 8]	[22 55]	24	16	54.58	0.676	1.115	1.003
8	[11 21 30 39 48 59 68 80]	[0 8 4 8 4 8 4 0 8]	[17 50]	24	16	54.3	0.684	1.159	1.154
8	[11 21 30 41 50 62 72 80]	[0 8 4 8 4 8 4 0 8]	[22 55]	24	16	54.58	0.676	1.115	1.003
8	[9 20 30 39 49 61 71 80]	[0 8 4 8 4 8 4 0 8]	[20 55]	24	16	55.55	0.628	1.164	1
8	[11 22 31 41 50 62 72 80]	[0 8 4 8 4 8 4 0 8]	[26 61]	24	16	55.39	0.646	1.096	1.009

Příloha 7 Skladba ověřovacích konstrukcí po profilu křídla

Symetrická skladba		Nesymetrická skladba	
označení skladby	skladba	označení skladby	skladba
s_1	[45/-45/-45/45]3	s_1	[45/-45]5/45
s_2	[45/-45/-45/45]4	s_2	[45/-45]3/45/[45/-45]4/45
s_3	[45/-45/-45/45]5	s_3	[45/-45]10/45
s_4	[45/-45/-45/45]2	s_4	[45/-45]6/45
s_5	[45/-45/-45/45]2/[0]32/[45/-45/-45/45]2	s_5	[45/-45]4/46
s_6	[45/-45/-45/45/45/-45]/[0]32/[-45/45/45/-45/-45/45]	s_6	[45/-45]3/[45]2 /[0]34/-45/[45/-45]3/45
s_7	[45/-45/-45/45/45/-45]2/[0]32/[-45/45/45/-45/-45/45]4	s_7	[45/-45]2/[45]2 /-45/[0]34/[45/-45]3/45
s_8	[45/-45/-45/45]2/45/-45/[0]32/-45/45/[45/-45/-45/45]2	s_8	[45/-45]5/[0]34/[45/-45]5/45
s_9	[45/-45/-45/45/45/-45]/[0]23/[-45/45/45/-45/-45/45]	s_9	[45/-45]3/[45]2 /[0]21/-45/[45/-45]3/45
s_{10}	[45/-45/-45/45/45/-45]2/[0]23/[-45/45/45/-45/-45/45]4	s_{10}	[45/-45]2/[45]2 /-45/[0]21/[45/-45]3/45
s_{11}	[45/-45/-45/45]2/45/-45/[0]23/-45/45/[45/-45/-45/45]2	s_{11}	[45/-45]5/[0]21/[45/-45]5/45
s_{12}	[45/-45/-45/45]/[-45/45/45/-45]2	s_{12}	[45/-45]/[-45/45]3/-45
s_{13}	[45/-45/-45/45]2/[-45/45/45/-45]	s_{13}	[45/-45]6
s_{14}	[45/-45/-45/45]/[-45/45/45/-45]3	s_{14}	[45/-45]8/-45
s_{15}	[45/-45/-45/45]3/[-45/45/45/-45]	s_{15}	[45/-45]6/[-45/45]2
s_{16}	[45/-45/-45/45]	s_{16}	[45/-45]2

Příloha 8 Součinitele bezpečnosti pro všechny body obálky násobků

Symetrická skladba

n	TWf	SF_q	Sf_a
5.3	0.53	1.02	1.01
4	0.36	6.34	1.37
-1.5	0.14	1.54	2.13
-2.65	0.29	1.61	1.21
5	0.49	2.09	1.1
3.56	0.31	10.84	1.54
-1.56	0.15	1.52	2.04
-3	0.34	1.17	1.141

Nesymetrická sklatba

n	TWf	SF_q	Sf_a
5.3	0.62	1.08	1.01
4	0.41	5.14	1.34
-1.5	0.17	1.82	2.04
-2.65	0.36	1.83	1.16
5	0.57	2.12	1.07
3.56	0.35	7.45	1.5
-1.56	0.18	1.79	1.96
-3	0.42	1.43	1.02

Příloha 9 Výsledky navržené kontrolní konstrukce

	n = 5.3			n = 4			n = -1.5			n = -2.65		
Úsek	T-W	Sf_q	Sf_x	T-W	Sf_q	Sf_x	T-W	Sf_q	Sf_x	T-W	Sf_q	Sf_x
I	0.72	1.46	1.01	0.58	4.48	1.34	0.23	3.84	3.56	0.46	4.73	2.02
II	0.65	1.51	1.17	0.46	4.91	1.55	0.22	3.78	4.14	0.42	4.91	2.34
III	0.5	1.56	1.04	0.35	5.76	1.38	0.19	3.4	3.68	0.37	5.34	2.08
IV	0.45	1.45	1.1	0.32	6.93	1.46	0.15	2.63	3.89	0.29	5.45	2.2
V	0.53	3.73	1.24	0.37	19.67	1.64	0.17	6.41	4.37	0.33	14.44	2.47

	n = 5			n = 3.56			n = -1.56			n = -3		
Úsek	T-W	Sf_q	Sf_x	T-W	Sf_q	Sf_x	T-W	Sf_q	Sf_x	T-W	Sf_q	Sf_x
I	0.67	1.59	1.07	0.44	7.21	1.5	0.25	4.03	3.41	0.54	4.16	1.78
II	0.53	1.65	1.24	0.4	8.18	1.74	0.23	3.96	3.97	0.5	4.34	2.07
III	0.46	1.71	1.1	0.31	10.87	1.55	0.2	3.55	3.52	0.43	4.72	1.84
IV	0.41	1.6	1.17	0.21	18.96	1.64	0.16	2.73	3.73	0.33	4.82	1.95
V	0.34	4.11	1.31	0.32	67.78	1.84	0.18	6.64	4.19	0.38	12.78	2.18

Příloha 10 Seznam naprogramovaných funkcí a skriptů

Název	Funkce/skript	Krátký popis
geneticAlg_sever.m	Skript	Spouštěcí skript po Genetický algoritmus
th_WingBeamFinFit	Skript	Skript pro pevnostní výpočet konstrukce
custgaoutfun.m	Funkce	Vlastní vytvořená Funkce pro získání dat z genetického algoritmu
th_ABBD.m	Funkce	Přiřazení materiálových vlastností do struktur
th_ABBD_lok.m	Funkce	Výpočet ABBD matice
th_AddPoint.m	Funkce	Přidání bodů do geometrie
th_buckLoad.m	Funkce	Výpočet kritických zatížení pro stabilitu
th_CompBeamProp.m	Funkce	Výpočet vlastností kompozitních nosníků dle [9]
th_CompBeamPropStruct.m	Funkce	Přiřazení vlastností do struktur
th_DivData.m	Funkce	Dělení geometrie
th_MaterialAss2.m	Funkce	Přiřazení materiálových vlstností
th_PosPrep.m	Funkce	Umístění geometrie do souřadného systému
th_ShearFlowAdd.m	Funkce	Přičtení uzavíracího smykového toku
th_ShearFlowCalc.m	Funkce	Výpočet smykových toků v konstrukci
th_sig_lok3.m	Funkce	Přiřazení lokálních napětí do struktur
th_StructEval.m	Funkce	Výpočet lokální napjatosti a pevnostních kritérií
th_SumCell.m	Funkce	Součet proměnných typu „cell“
th_WBFitnessOb.m	Funkce	Fitness funkce pro genetický algoritmus
VMstress.m	Funkce	Výpočet redukovaného napětí