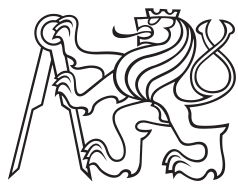


Diplomová práce



České
vysoké
učení technické
v Praze

F2

Fakulta strojní
Ústav přístrojové a řídicí techniky

Návrh a implementace řízení laboratorní soustavy kvadroptéry na pojezdu se zavěšeným břemenem

Bc. Vendula Hovorková

Vedoucí práce: Prof. Tomáš Vyhlídal Ph.D.
Leden 2020

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Hovorková** Jméno: **Vendula** Osobní číslo: **437742**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávací katedra/ústav: **Ústav přístrojové a řídicí techniky**
Studijní program: **Strojní inženýrství**
Studijní obor: **Přístrojová a řídicí technika**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Návrh a implementace řízení laboratorní soustavy kvadroptéry na pojezdu se zavěšeným břemenem

Název diplomové práce anglicky:

Control design and implementation of a laboratory quadcopter-cart system with a suspended load

Pokyny pro vypracování:

1. Proveďte rešerši na téma modelování a řízení bezpilotních prostředků a řízení systémů flexibilního charakteru.
2. Sestavte matematický model laboratorní soustavy kvadroptéry na pojezdu se zavěšeným břemenem a identifikujte parametry reálné soustavy.
3. Pro daný flexibilní systém navrhnete algoritmus řízení s kompenzací kmitů zavěšeného břemene při přímočarém pohybu. Navržené řízení validujte na laboratorní soustavě.
4. Zhodnoťte dosažené výsledky.

Seznam doporučené literatury:

- [1] Bušek J., Kuře M., Hromčík M., Vyhlídal T., Control Design with Inverse Feedback Shaper for Quadcopter with Suspended Load. ASME 2018 Dynamic Systems and Control Conference, 2018 Sep 30. pp. V003T40A009-V003T40A009.
- [2] Potter J. J., Adams C. J., Singhose W., A planar experimental remote-controlled helicopter with a suspended load. IEEE/ASME transactions on mechatronics, 2015, 20(5), pp. 2496–2503.
- [3] Hromčík M., Vyhlídal T., Inverse feedback shapers for coupled multibody systems. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(9), pp. 4804–4810.
- [4] Singhose W., Command shaping for flexible systems: A review of the first 50 years. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2009, 10(4), pp. 153–168.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:


prof. Ing. Tomáš Vyhlídal, Ph.D., U12110.3

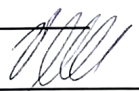
Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **30.10.2019**

Termín odevzdání diplomové práce: **17.01.2020**

Platnost zadání diplomové práce:


prof. Ing. Tomáš Vyhlídal, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

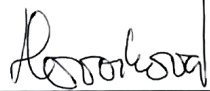

podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry


prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomantka bere na vědomí, že je povinna vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

30.10.2019
Datum převzetí zadání


Podpis studentky

Poděkování

Ráda bych poděkovala prof. Ing. Tomáši Vyhlídalovi, Ph.D. za vedení práce a čas strávený konzultacemi. Zároveň děkuji svým nejbližším za podporu po celou dobu studia.

Tato práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT č. SGS17/176/OHK2/3T/12.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou diplomovou práci vypracovala samostatně a že jsem uvedla veškerou použitou literaturu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze, 17. ledna 2020

.....

Abstrakt

Diplomová práce se zabývá řízením kvadrotéry s jedním stupněm volnosti se zavěšeným břemenem, jehož cílem je eliminovat kmitání břemene při pohybu kvadrotéry. Omezení stupňů volnosti je zajištěno připevněním kvadrotéry k vozíku pohybujícímu se po lineárním vedení. Je odvozen matematický model systému a jsou identifikovány parametry tohoto modelu. Následně je převeden na model ve stavové formulaci. Linearizovaný model ve stavové formulaci je použit pro analýzu dynamických vlastností a návrh regulátoru pro řízení náklonu kvadrotéry. Pro kompenzaci kmitů břemene je využito tvarovače signálu. Pro simulaci a vizualizaci systému je využito programového prostředí Matlab/Simulink.

Klíčová slova: kvadrotéra s jedním stupněm volnosti, dynamický model, identifikace systému, stavový popis, tvarování signálu, potlačení kmitání

Vedoucí práce: Prof. Tomáš Vyhlídal Ph.D.

Abstract

The thesis deals with control of 1DoF quadcopter with suspended load. The objective of control is to eliminate load oscillation during quadcopter move. To decrease degrees of freedom to single one, the quadcopter is attached to a cart, which moves on a linear frame. A dynamic model of the system is derived and its parameters are identified. Then the dynamic model is converted to state-space model. Using the linearized state-space model, dynamic analysis is carried out and pitch angle controller is designed. To compensate load oscillation, signal shaper is used. The system is simulated and visualized in Matlab/Simulink platform.

Keywords: 1 DoF quadcopter, dynamic model, system identification, state-space representation, input shaping, oscillation suppression

Title translation: Control design and implementation of a laboratory quadcopter-cart system with a suspended load

Obsah

Úvod	1
------	---

Část I Teoretická část

1 Modelování a řízení bezpilotních prostředků	3
2 Řízení systémů flexibilního charakteru	4
2.1 Kmitavý mód systému	4
2.2 ZV tvarovač	5
2.3 Robustní tvarovače	7
2.3.1 ZVD tvarovač	8
2.3.2 EI tvarovač	9
2.3.3 SI tvarovač	9
2.4 ZV tvarovače s distribuovaným zpožděním	10
2.4.1 DZV tvarovač	10
2.4.2 $D^\alpha ZV$ tvarovač	10
2.4.3 $D_e ZV$ tvarovač	11
2.5 Uspořádání regulačního obvodu s tvarovačem	12
2.5.1 Inverzní tvarovač	13
2.6 Porovnání tvarování signálu s jinými metodami	15

Část II Praktická část

3 Matematický model	17
3.1 Mechanický model	17
3.2 Tvorba matematického modelu	19
3.3 Matematický model v maticovém tvaru	22
4 Identifikace parametrů	23
4.1 Závaží	23
4.2 Rameno s motory a vozík	24
5 Stavový popis	27
5.1 Lineární model ve stavové formulaci	28
5.2 Analýza dynamických vlastností	29
5.3 SISO model ve stavové formulaci	30
6 Návrh regulátoru	31
6.1 2DoF PID regulátor	31
6.2 Rozšířený stavový popis	33
7 Tvarovač signálu	35
7.1 Izolace kmitavého módu závaží	35
7.2 $D_e ZV$ tvarovač ve dvou uspořádáních	36
7.3 Zhodnocení dosažených výsledků	37
8 Závěr	39
Literatura	40

Obrázky

1.1	Obecná kaskádová struktura řízení UAV	3
2.1	ZV tvarovač – impulsy	5
2.2	ZV tvarovač – konvoluce přechodové charakteristiky systému a impulsů tvarovače	5
2.3	Poloha nul ZV tvarovače a pólů systému	6
2.4	Amplitudová frekvenční charakteristika: ZV tvarovač a systém	7
2.5	Citlivostní křivka pro vybrané tvarovače	8
2.6	Citlivostní křivka pro derivační tvarovače	8
2.7	Citlivostní křivka pro SI tvarovače	9
2.8	Přechodové charakteristiky ZV tvarovačů s různým zpožděním	10
2.9	Přechodová charakteristika tvarovačů pro daný systém	12
2.10	Umístění tvarovače v regulačním obvodu	12
2.11	Umístění inverzního tvarovače v regulačním obvodu	13
3.1	Koptéra s jedním stupněm volnosti	17
3.2	Mechanický model koptéry s rozměry	18
3.3	Uvolnění jednotlivých těles soustavy	19
3.4	Vektorová smyčka	20
4.1	Porovnání měření a simulace na identifikovaném modelu závěsu se závažím	24
4.2	Simulační model pro identifikaci ramene	24
4.3	Validace parametrů ramene s motory na nelineárním modelu	26
4.4	Identifikace parametru c_x	26
5.1	Struktura stavového modelu	27
5.2	Vlastní čísla \mathbf{r} matice \mathbf{A} v komplexní rovině	29
5.3	Přechodová charakteristika stavového modelu	29
6.1	PID regulátor s dvěma stupni volnosti	31
6.2	Časový průběh úhlových výchylek – řízený model bez tvarovače	32
6.3	Bodeho frekvenční charakteristiky ORO	32
6.4	Simulink model s řízením pitch úhlu pomocí 2DoF PID regulátoru	33
6.5	Vlastní čísla $\bar{\mathbf{r}}$ matice $\bar{\mathbf{A}}$ v komplexní rovině	34
7.1	Vlastní čísla $\bar{\mathbf{r}}$ v komplexní rovině	35
7.2	Použití $D_e ZV$ tvarovače	36
7.3	Porovnání výsledků simulace	38

Tabulky

3.1 Naměřené parametry modelu	18
3.2 Definice smyčkových vektorů	21
4.1 Identifikované parametry modelu	25
6.1 Parametry regulátoru	32
7.1 Parametry tvarovače	36



Úvod

Tato diplomová práce navazuje na práci kolegy Vítězslava Nováka, který se v rámci své diplomové práce zabýval návrhem a realizací laboratorní soustavy kvadroptéry s jedním stupněm volnosti (dále označované jako koptéry) se zavěšeným břemenem. Dalším krokem a předmětem této práce je navrhnout efektivní řízení.

Ke koptéře je pomocí závěsu připevněné břemeno. Při pohybu koptéry závěs reaguje velkou výchylkou a následně tlumeně kmitá. To má neblahý vliv na celou koptéru, neboť kmitání zavěšeného břemene se promítá do jejího pohybu a i její výsledná poloha může mít kmitavý charakter – tedy při plánovaném pohybu kupředu se může vždy o kousek vrátit, než se opět posune. To je nejen velmi neefektivní, ale v krajním případě to může mít efekt i na stabilitu celé koptéry.

Prvním cílem práce je vypracovat rešerši týkající se řízení bezpilotních prostředků a řízení systémů flexibilního charakteru.

Druhým cílem je sestavit matematický model laboratorní soustavy koptéry a implementovat ho v prostředí Matlab/Simulink pro možnost práce s modelem a provádění simulací. Po jeho sestavení je pak nutné identifikovat jeho parametry na základě naměřených dat a docílit tak co nejpodobnějšího chování modelu a reálné laboratorní soustavy.

Třetím cílem je využít sestavený a identifikovaný model a také poznatky získané během rešerše k návrhu řízení takového, které by eliminovalo nežádoucí kmitání zavěšeného břemene.



Část I

Teoretická část

Kapitola 1

Modelování a řízení bezpilotních prostředků

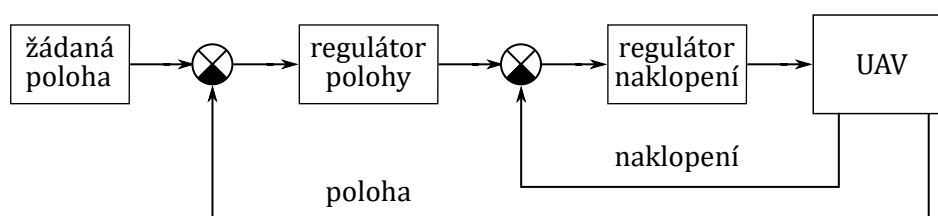
Mezi nejčastější zástupce bezpilotních prostředků (unmanned aerial vehicle – UAV) patří helikoptéry a kvadroptéry. Modelování kvadroptéry je často prováděno za použití Eulerových úhlů a transformačních matic [1] [2]. V případě kvadroptéry v [3] byly k formulaci dynamického modelu použity Newton-Eulerovy rovnice vyjádřené v souřadném systému pevně spojeném s tělem kvadroptéry. Dodatečně byl takto získaný model validován pomocí Lagrangeovy metody. Ta byla použita také při odvození dynamického modelu helikoptéry se zavěšeným závažím v [4].

Pro řízení bezpilotního prostředku jsou významné souřadnice polohy vůči počátku souřadného systému spojeného s rámem a natočení kolem jednotlivých os souřadného systému spojeného s tělem UAV. Řízení polohy je nejběžněji prováděno změnou jeho naklopení. Regulační smyčka pro polohu a naklopení jsou tedy provázány. [5]

Nejjednodušším způsobem, jak toho docílit, je tzv. kaskádové řízení, v tomto případě s dvěma regulátory, jedním pro polohu a druhým pro naklopení. Schéma je zobrazeno na Obr. 1.1. Do regulátoru polohy vstupuje žádaná a skutečná poloha UAV. Výstup regulátoru polohy se pak stává žádanou veličinou pro regulátor naklopení. Až poté signál vstupuje do modelu UAV, jehož výstupy jsou aktuální poloha a naklopení [5]. Smyčka s regulátorem naklopení se nazývá vnitřní a smyčka s regulátorem polohy vnější. Ve vnější smyčce se nemusí nacházet jen poloha, obecně se jedná o proměnné spojené s posuvem, může být tedy zahrnuta např. rychlost pohybu UAV.

Výhodou takového uspořádání je jednoduchost implementace a snadné ladění. Vzhledem k fyzickým limitům, například maximálnímu výkonu motoru, je dobré do modelu řízení UAV zahrnout saturační členy. [1] [6]

Předpokladem pro uspořádání je, že dynamika souřadnice řízené vnitřní smyčkou je vyšší než dynamika souřadnice řízené vnější smyčkou. Regulátor vnitřní smyčky tedy musí být rychlejší. [5]



Obrázek 1.1: Obecná kaskádová struktura řízení UAV

Kapitola 2

Řízení systémů flexibilního charakteru

Flexibilní systémy jsou protipólem k systémům, které se vyznačují značnou tuhostí. K přednostem systému flexibilního charakteru patří nižší hmotnost konstrukce spojená také s nižšími náklady na výrobu. Dále je významná snazší manipulovatelnost pohyblivých prvků. Na druhou stranu, možnost rychlejších změn polohy a rychlosti může mít za následek vznik vibrací v konstrukci či kmitání zavěšených břemen. Tím dochází ke snížení efektivity řízení a k horší produktivitě. Nežádoucí zatěžování konstrukce může vést k jejímu předčasnému únavovému poškození. [7]

Pro eliminaci těchto vibrací, resp. kmitů, je třeba zamezit vstupním veličinám, aby soustavu vystavily vlastní frekvenci těchto vibrací, resp. kmitů. Efektivním způsobem, jak tohoto docílit, jsou metody tvarování signálu. Za počátek vývoje těchto metod je považována práce [8] z roku 1957, jejímž autorem je O. J. M. Smith. Vstup má podobu sledu impulsů. Jejich velikost a čas aplikování má za následek kompenzaci kmitavé odezvy. Principu tvarování signálu, souhrnu různých tvarovačů a jejich srovnání z různých hledisek se budou věnovat následující podkapitoly.

2.1 Kmitavý mód systému

Je uvažován systém s přenosem $G(s)$ daným rovnicí (2.1), kde u a y jsou vstupem a výstupem systému. Kmitavý mód systému je charakterizován komplexně sdruženou dvojicí pólů systému $r_{1,2}$. Reálná a imaginární část pólů je dána vlastní frekvencí ω_0 a poměrným útlumem ζ dle vztahů (2.2)–(2.4). Určení kmitavého módu systému je klíčové pro návrh tvarovače. [9]

$$G(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{M(s)}{N(s)} \quad (2.1)$$

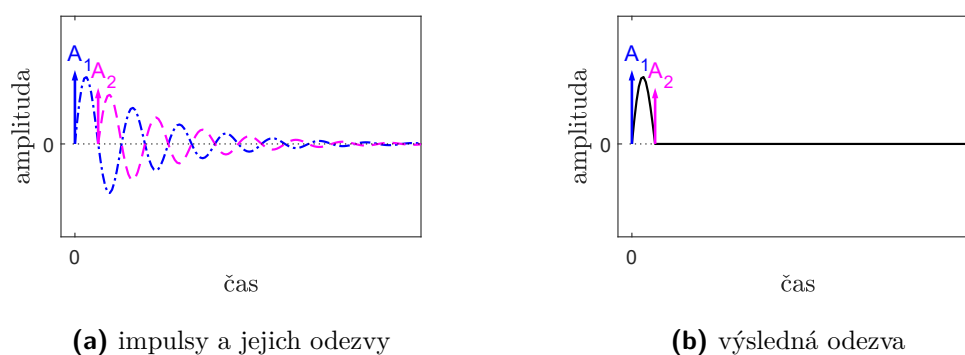
$$r_{1,2} = -\beta \pm j\Omega \quad (2.2)$$

$$\beta = \omega_0\zeta \quad (2.3)$$

$$\Omega = \omega_0\sqrt{1 - \zeta^2} \quad (2.4)$$

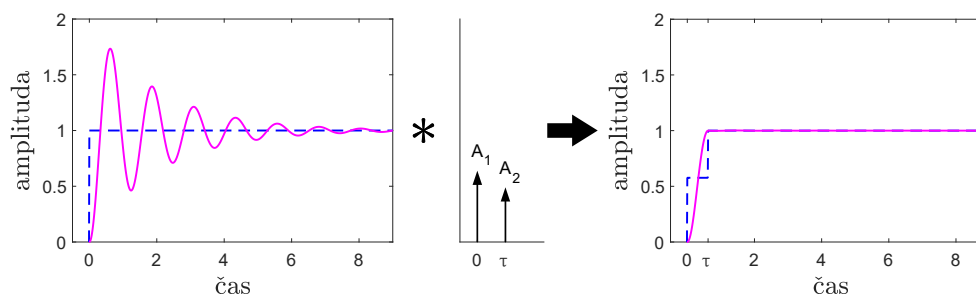
2.2 ZV tvarovač

Nejstarším a nejjednodušším tvarovačem signálu je tvarovač nulových vibrací (Zero-Vibration Command Shaper) – ZV tvarovač (1957, O. J. M. Smith, [8]). Slouží tedy dobře k pochopení problematiky. Základní princip tvarování signálu je znázorněn na Obr. 2.1. Jedná se o sled impulsů. Na systém flexibilního charakteru je nejprve aplikován impuls o amplitudě A_1 (znázorněn modře), který způsobí slabě tlumenou kmitavou odezvu (čerkovaně). S určitým zpožděním se aplikuje druhý impuls (fialově) s menší amplitudou A_2 , jehož kmitavá odezva (čárkovaně) se odečte s kmitavou odezvou prvního impulsu. Výsledná nekmitavá odezva je znázorněna na Obr. 2.1(b). Úplného potlačení vibrací je dosaženo při splnění určitých podmínek jak pro velikost amplitud obou impulsů, tak pro čas aplikace druhého z nich. [10]



Obrázek 2.1: ZV tvarovač – impulsy

Tento sled impulsů může být konvolován s libovolným průběhem žádané veličiny, která vstupuje do systému. Na Obr. 2.2 vlevo je přechodová charakteristika kmitavého systému (2. řádu, $\omega_0 = 5 \text{ rad/s}$, $\zeta = 0,1$). Konvoluce se sekvencí impulsů vypadá tak, že vstupní veličina je přenásobena velikostí amplitudy obou impulsů a se zachováním časového odstavu impulsů jsou obě části sečteny. Výsledkem je schodovitý průběh vstupní veličiny (Obr. 2.2 vpravo, modře). Obdobným způsobem jsou získány dílčí kmitavé odezvy na oba impulsy a po jejich sečtení je konečným výsledkem nekmitavá odezva (Obr. 2.2 vpravo, fialově).



Obrázek 2.2: ZV tvarovač – konvoluce přechodové charakteristiky systému a impulsů tvarovače
 - - vstup, - výstup

Sled impulsů – ZV tvarovač – z Obr. 2.2 uprostřed může být zapsán pomocí přenosu:

$$S_{ZV}(s) = A_1 + A_2 e^{-s\tau} \quad (2.5)$$

Pro použití tvarovače, stejně jako použití každé jiné metody filtrování, musí být ve výsledku dosaženo stejné ustálené hodnoty jako bez jeho použití, proto platí: $\sum_{i=1}^2 A_i = 1$. Po zavedení substituce $A = A_1 = (1 - A_2)$ je tedy výsledný přenos ZV tvarovače dán rovnicí (2.6). [9][10]

$$S_{ZV}(s) = A + (1 - A) e^{-s\tau} \quad (2.6)$$

Nuly přenosu ZV tvarovače (2.6) jsou získány řešením rovnice $S_{ZV}(s) = 0$. Je jich nekonečně mnoho a tvoří neutrální řetězec komplexně sdružených nul (2.7) se shodnou reálnou částí a periodicky se zvyšující imaginární částí.

$$s_{2k+1,2k+2} = -\frac{1}{\tau} \ln \frac{A}{1-A} \pm j \frac{\pi}{\tau} (2k+1), \quad k = 0, 1, \dots, \infty \quad (2.7)$$

Ke kompenzaci kmitavého módu je použit dominantní pár komplexně sdružených nul ZV tvarovače (2.8), který se umístí shodně s póly kmitavého systému (2.2).

$$s_{1,2} = -\frac{1}{\tau} \ln \frac{A}{1-A} \pm j \frac{\pi}{\tau} \quad (2.8)$$

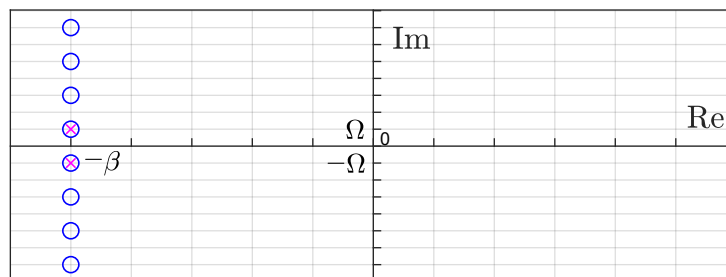
Shodné umístění je patrné na Obr. 2.3, kde je zobrazena komplexní rovina s částí spektra nul ZV tvarovače (modře) a kmitavým módem systému – neboli póly přenosu systému (fialově). Platí tedy:

$$s_{1,2} = r_{1,2} \quad (2.9)$$

Řešením rovnice (2.9) jsou získány parametry ZV tvarovače (2.10). Amplituda A prvního impulsu je dána reálnou i imaginární částí kmitavého módu β a Ω , dopravní zpoždění druhého impulsu τ závisí pouze na Ω . [11] [12]

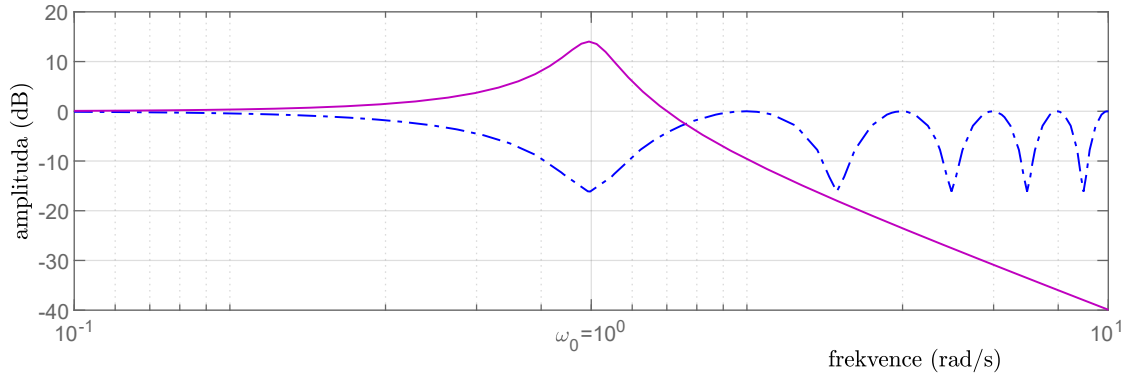
$$A = \frac{e^{-\frac{\beta}{\Omega}\pi}}{1 + e^{-\frac{\beta}{\Omega}\pi}} \quad (2.10)$$

$$\tau = \frac{\pi}{\Omega}$$



Obrázek 2.3: Poloha nul ZV tvarovače (o) a pólů systému (x) v komplexní rovině

Tvarovač zajišťuje filtrování signálu vstupujícího do systému – pro frekvence, při kterých má systém velké zesílení, dochází k rezonanci, má tvarovač naopak zesílení malé (viz Obr. 2.4: ZV tvarovač modře, systém fialově).



Obrázek 2.4: Amplitudová frekvenční charakteristika: ZV tvarovač (— · —) a systém (×)

2.3 Robustní tvarovače

Je uvažován ZV tvarovač daný následujícím zápisem:

$$ZV = \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+K} & \frac{K}{1+K} \\ 0 & \frac{\tau_d}{2} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

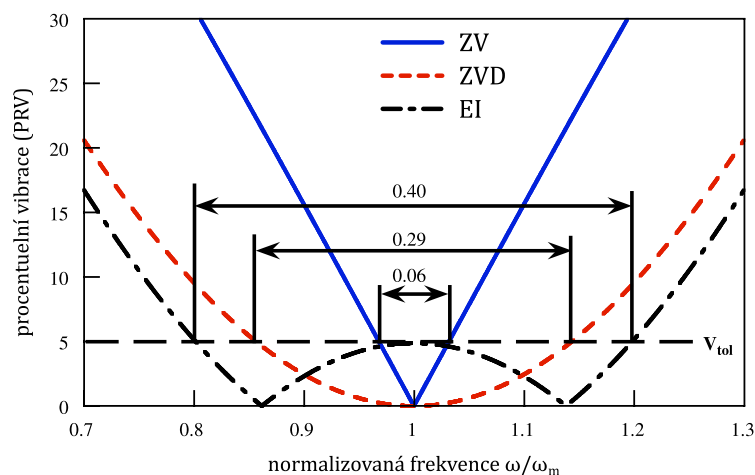
$$K = e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (2.12)$$

kde τ_d je perioda tlumených kmitů, platí tedy $\frac{\tau_d}{2} = \frac{\pi}{\Omega} = \tau$.

Parametry pro výpočet tvarovače signálu – vlastní frekvence a útlum kmitů – nejsou známy přesně, při modelování systému dochází k jejich odhadu. ZV tvarovač je citlivý na chybu v odhadnutých parametrech a výsledkem je nedokonale potlačená oscilace. Je možné stanovit požadavek na maximální možnou míru této zbytkové oscilace a z něho vyplyne maximální chyba odhadu. Tento vztah je zaznamenán v grafu tzv. citlivostní křivky (viz Obr. 2.5), která je používána k hodnocení robustnosti tvarování signálu. Na svislé ose jsou procentuelní reziduální vibrace (*PRV*) a na vodorovné pak vlastní frekvence, normalizovaná vlastní frekvencí modelu. Křivka ukazuje, jak se mění reziduální vibrace v závislosti na chybě odhadu vlastní frekvence systému.

Klíčovým kvalitativním parametrem získaným z citlivostní křivky je tzv. pásmo necitlivosti. Je to rozmezí vlastních frekvencí, ve kterém se citlivostní křivka nachází pod zvolenou maximální tolerovanou hodnotou V_{tol} . Neboli může být určeno, jaká je maximální možná chyba odhadu vlastní frekvence, aby nedošlo k překročení zvolené tolerance *PRV*.

Na Obr. 2.5 je V_{tol} zvoleno 5 %. Odpovídající pásmo necitlivosti pro ZV tvarovač $0,06 \omega/\omega_m$. Při maximální chybě odhadu vlastní frekvence $\pm 3\%$ tedy reziduální oscilace dosahuje amplitudy rovné 5 % amplitudy původní. Pro možnost menší přesnosti v odhadu

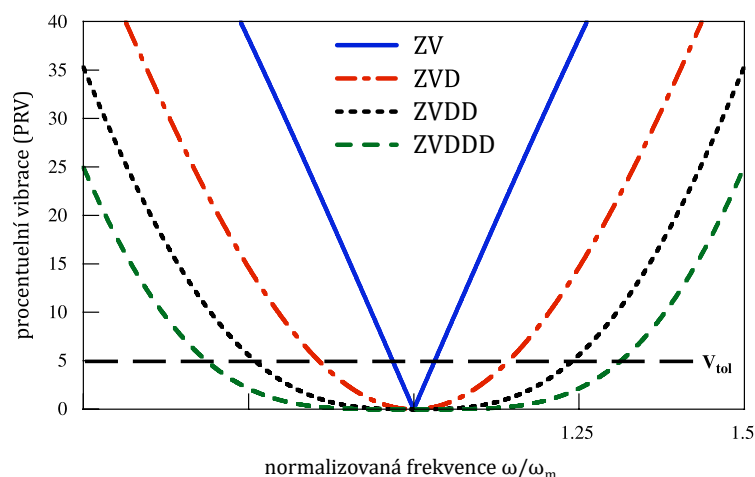


Obrázek 2.5: Citlivostní křivka pro vybrané tvarovače (převzato ze [13])

parametrů či vyšší robustnost byla vyvinuta řada tzv. robustních tvarovačů. Některé z nich budou představeny v následujících podkapitolách. Citlivostní křivka a širší pásmo necitlivosti pro 2 typy robustních tvarovačů jsou pro srovnání rovněž na Obr. 2.5. Při stejné chybě v odhadu vlastní frekvence je s nimi dosaženo ve srovnání se ZV tvarovačem nižší amplitudy reziduálních kmitů. [10] [13]

■ 2.3.1 ZVD tvarovač

Jedná se o nejstarší z robustních tvarovačů. Zatímco pro ZV tvarovač jakožto tvarovač nulových vibrací platí, že při $\omega = \omega_m$ je PRV rovno nule, pro tvarovač nulových vibrací a derivace ZVD je tento požadavek kladen i pro první derivaci PRV při $\omega = \omega_m$. Takto je možno pokračovat i do vyšších řádů. Na Obr. 2.6 je možno pozorovat, že s každou další nulovou derivací se citlivostní křivka zplošťuje a pásmo necitlivosti se rozšiřuje.



Obrázek 2.6: Citlivostní křivka pro derivační tvarovače (převzato ze [13])

Cenou za zvyšující se robustnost je rovněž zvyšující se doba odezvy. V případě ZVD tvarovače je to dvojnásobek oproti ZV tvarovači – viz (2.13). Pásmo necitlivosti se nicméně rozšíří více než 4x (pro $V_{tol} = 5\%$).

$$ZVD = \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+2K+K^2} & \frac{2K}{1+2K+K^2} & \frac{K^2}{1+2K+K^2} \\ 0 & \frac{\tau_d}{2} & \tau_d \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

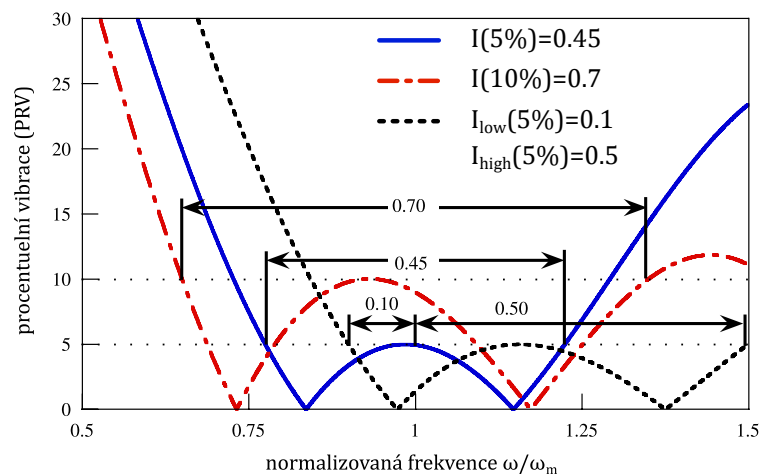
S každou další nulovou derivací je pak přidán další impuls a doba odezvy se zvyšuje o $\frac{\tau_d}{2}$. [10] [13]

2.3.2 EI tvarovač

Nedlouho po tvarovačích typu ZVD byla vyvinuta metoda tvarování, která upouští od požadavku nulových vibrací při modelové frekvenci. Místo toho je při $\omega = \omega_m$ tolerována mírná oscilace daná volbou V_{tol} . Tvarovač je nazýván extra necitlivý (Extra Insensitive), neboť přináší širší pásmo necitlivosti v porovnání s ZV a ZVD tvarovačem bez nárůstu doby odezvy. Ta je stejná jako u ZVD tvarovače, je tedy rovna periodě netlumených kmitů. [10] [13]

2.3.3 SI tvarovač

SI (Specified Insensitivity) tvarovač může být navržen pro libovolně zvolené pásmo necitlivosti či dobu odezvy. Dosahuje nejlepší možné robustnosti pro každou dobu odezvy, pro $\frac{\tau}{2}$ se jeho pásmo necitlivosti shoduje se ZV tvarovačem a pro dobu τ s EI tvarovačem. Navíc může být navržen tak, že jeho pásmo citlivosti není symetrické (viz Obr. 2.7 čárkovaně). Může tedy dosahovat vyšší robustnosti při $\omega > \omega_m$ než při $\omega < \omega_m$ nebo naopak. Nevýhoda je, že pro výpočet parametrů SI tvarovače je třeba využít metody optimalizace. [13]



Obrázek 2.7: Citlivostní křivka pro SI tvarovače (převzato ze [13])

2.4 ZV tvarovače s distribuovaným zpožděním

V následujících podkapitolách bude uvažován přenos ZV tvarovače v obecné formě:

$$S(s) = A + (1 - A) \Gamma(s) \quad (2.14)$$

kde $\Gamma(s)$ vyjadřuje přenos dopravního zpoždění tvarovače [9] [11]. V porovnání s přenosem základního ZV tvarovače (2.6) je tedy $\Gamma_{ZV}(s) = e^{-s\tau}$. Tento typ dopravního zpoždění se nazývá jako soustředěné, neboť s tímto zpožděním je dokončen zásah tvarovače v podobě druhého impulsu. Přechodová charakteristika ZV tvarovače je zobrazena Na Obr. 2.8 vlevo.

2.4.1 DZV tvarovač

Na Obr. 2.8 uprostřed je zobrazena přechodová charakteristika DZV (Distributed Zero-Vibration) tvarovače, neboli tvarovače s rovnoměrně rozloženým dopravním zpožděním.

Na rozdíl od ZV tvarovače nemá jeho zásah podobu dvou impulsů, ale po aplikování prvního impulsu v čase 0 je zbylý zásah rozložen rovnoměrně po celé délce intervalu $[0, T]$. Rovnoměrně rozložené dopravní zpoždění DZV tvarovače je dáno přenosem [9]:

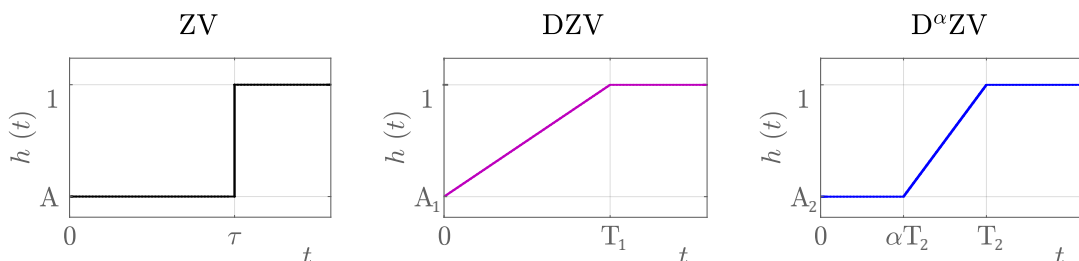
$$\Gamma_{DZV}(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{sT} \quad (2.15)$$

Výhodou DZV tvarovače je pozvolnější odezva. Jak ale bylo ukázáno v [14], je ale delší doba odezvy. Tato doba narůstá s rostoucím ζ (pro netlumený systém s $\zeta=0$ je doba odezvy shodná se ZV tvarovačem). Výpočet parametrů DZV tvarovače A , T je nutné provést numericky. [15]

DZV je prvním z robustních ZV tvarovačů. Vyšší robustnost vyplývá ze skutečnosti, že spektrum nul DZV tvarovače je, na rozdíl od neutrálního spektra relativně nerobustního ZV tvarovače, zpožděné. Tím je míněno, že se zvětšující se imaginární částí se každá další nula nachází dále od imaginární osy, tedy více ve stabilní oblasti, dále od hranice stability. [12] [16]

2.4.2 D^α ZV tvarovač

Tvarovač D^α ZV kombinuje soustředěné a rovnoměrně rozložené zpoždění za účelem lepších vlastností oproti DZV tvarovači. Část s rovnoměrně rozloženým je zkrácena o dobu soustředěného zpoždění, danou poměrnou částí doby odezvy – vyjádřenou pomocí koeficientu α .



Obrázek 2.8: Přechodové charakteristiky ZV tvarovačů s různým zpožděním

Výsledný přenos dopravního zpoždění je dán rovnicí (2.16). Lze si všimnout, že pro $\alpha = 0$ rovnice nabývá tvaru pro DZV tvarovač a pro $\alpha \rightarrow 1$ pro ZV tvarovač. Tuto souvislost lze pozorovat i na Obr. 2.8, kde jsou z důvodu jejich nerovnosti odlišeny doby odezvy jednotlivých tvarovačů.

$$\Gamma_{D^\alpha ZV}(s) = \frac{1}{(1-\alpha)T} \frac{e^{-s\alpha T} - e^{-sT}}{s} \quad (2.16)$$

Parametry pro $D^\alpha ZV$ z důvodu komplexnosti charakteristické rovnice $S_{D^\alpha ZV}(s) = 0$ nelze získat analyticky [11]. V [9] je provedena parametrizace numericky za použití spektrálních metod pro vybrané α . Spektrum nul $D^\alpha ZV$ tvarovače (kořenů charakteristické rovnice) je stejně jako u DZV zpožděné.

2.4.3 $D_e ZV$ tvarovač

$D_e ZV$ tvarovač kombinuje soustředěné a rovnoměrně rozložené dopravní zpoždění stejně jako předchozí $D^\alpha ZV$. Přenos dopravního zpoždění $D_e ZV$ tvarovače je dán zápisem [16]:

$$\Gamma_{D_e ZV}(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{Ts} e^{-s\tau} \quad (2.17)$$

kde τ je velikost soustředěného zpoždění a T velikost rovnoměrně rozloženého zpoždění. Celková doba odezvy je tedy $\tau + T$.

Spektrum nul $D_e ZV$ tvarovače je rovněž zpožděné. Na rozdíl od $D^\alpha ZV$ formulace existuje analytická forma výpočtu parametrů, která byla odvozena v [14].

Délka rovnoměrně rozloženého zpoždění je volena v rozmezí:

$$T \in \left(0, \frac{\pi}{\Omega}\right] \quad (2.18)$$

Délka soustředěného zpoždění a amplituda impulsu jsou pak dány vztahy:

$$\tau = \frac{\pi + \bar{\varphi}}{\Omega} \quad (2.19)$$

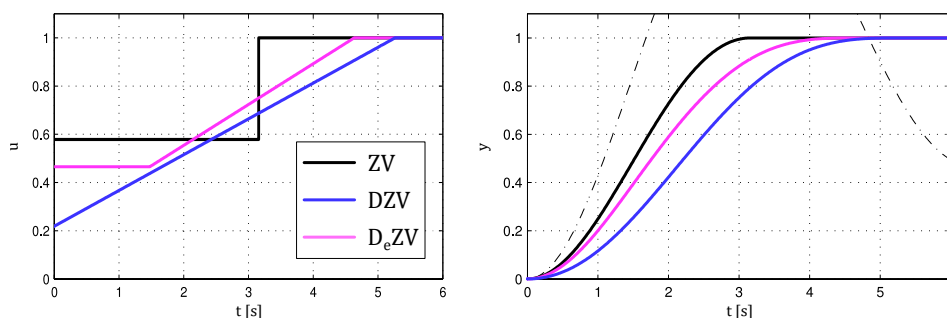
$$A = \frac{m e^{\frac{\beta}{\Omega}(\pi + \bar{\varphi})}}{1 + m e^{\frac{\beta}{\Omega}(\pi + \bar{\varphi})}} \quad (2.20)$$

kde

$$m = \left| \frac{1 - e^{-sT}}{Ts} \right|_{s=-\beta+j\Omega} \quad (2.21)$$

$$\bar{\varphi} = \arg \left(\frac{1 - e^{-sT}}{Ts} \right) \Big|_{s=-\beta+j\Omega} \quad (2.22)$$

Na Obr. 2.9 je vlevo porovnání odezvy $D_e ZV$ tvarovače se ZV a DZV tvarovačem s parametry určenými pro daný systém ($\omega = 1, \zeta = 0, 1$) pro $T = \frac{\pi}{\Omega}$. V pravé části je pak odezva systému (čerchovaně vyznačena odezva bez tvarovače). Je vidět, že $D_e ZV$ tvarovač je rychlejší než DZV.



Obrázek 2.9: Přejchodová charakteristika tvarovačů pro daný systém $\omega = 1$, $\zeta = 0,1$ (převzato z [14] a upraveno)

2.5 Uspořádání regulačního obvodu s tvarovačem

Konvence značení použitá v této kapitole je $S(s)$ pro přenos tvarovače signálu, $C(s)$ přenos regulátoru, $G(s)$ přenos hlavní části systému a $F(s)$ přenos flexibilní části systému.

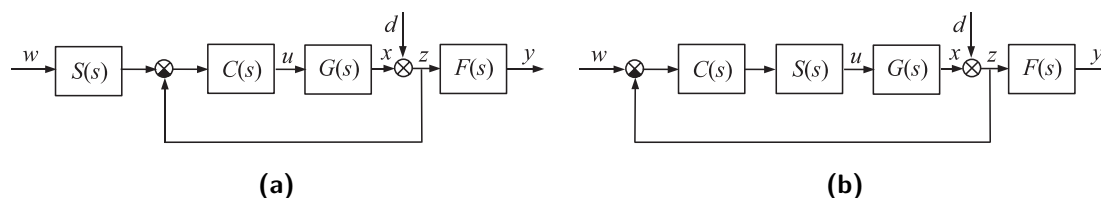
$$G(s) = \frac{M(s)}{N(s)} \quad F(s) = \frac{L(s)}{H(s)} \quad C(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} \quad (2.23)$$

Klíčové pro potlačení oscilace je zkrácení přenosu tvarovače $S(s)$ s polynomem $H(s)$ obsahujícím flexibilní mód $r_{1,2}$.

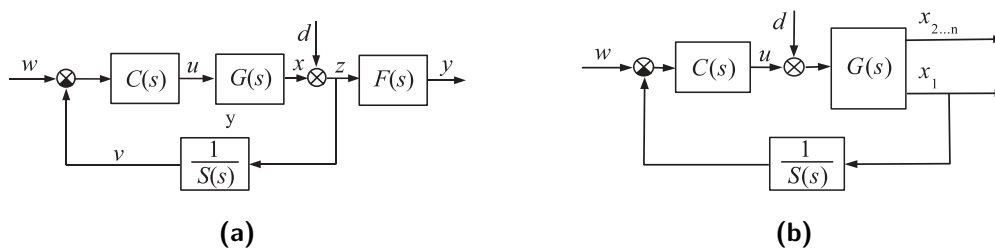
Prvotní podoba uspořádání regulačního obvodu s tvarovačem se nachází na Obr. 2.10a. Tvarovač je umístěn dopředně jako filtr vstupní veličiny w . Oscilace buzené vstupní veličinou jsou efektivně potlačeny. V případě poruchové veličiny ale tvarování zůstává bez efektu, a oscilace jí buzené nadále přináší problémy. [15]

Pro rozšíření efektu tvarovače byla snaha umístit tvarovač přímo do zpětnovazební smyčky. V tom případě už nuly tvarovače ovlivní dynamiku uzavřeného regulačního obvodu (URO), neboť se v přenosu nachází ve jmenovateli.

Jedna z možností zpětnovazebního umístění je zobrazena na Obr. 2.10b. Tvarovač je umístěn do zpětnovazební smyčky mezi regulátor a systém. V potlačení oscilací buzených vstupní veličinou je tvarovač v tomto uspořádání stejně efektivní. Co se týče poruchové veličiny d , ta je účinně potlačena [11], ale na oscilace jí buzenou nemá tvarovač efekt. V přenosu $T_{dy}(s)$ se přenos tvarovače $S(s)$ nenachází. [15]



Obrázek 2.10: Umístění tvarovače: (a) mimo zpětnovazební smyčku (b) uvnitř smyčky mezi regulátorem a systémem (převzato z [11])



Obrázek 2.11: Inverzní tvarovač: systém (a) s oddělenou (b) s vázanou dynamikou hlavní a flexibilní části systému (převzato v pořadí z [11] a [16])

2.5.1 Inverzní tvarovač

Pokrokovým uspořádáním je konečně vytvoření inverze přenosu tvarovače a její umístění přímo do zpětné vazby – viz Obr. 2.11a. Bylo navrženo v [15]. Skutečnost, že oscilace jak od vstupní, tak od poruchové veličiny, jsou potlačeny, je potvrzena následujícími přenosy [11]:

$$T_{wy}(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)\frac{1}{S(s)}} F(s) = \frac{P(s)M(s)S(s)}{S(s)Q(s)N(s) + P(s)M(s)} \frac{L(s)}{H(s)} \quad (2.24)$$

$$T_{dy}(s) = \frac{1}{1 + C(s)G(s)\frac{1}{S(s)}} F(s) = \frac{Q(s)N(s)S(s)}{S(s)Q(s)N(s) + P(s)M(s)} \frac{L(s)}{H(s)} \quad (2.25)$$

Výběr tvarovače pro inverzní zpětnovazební aplikaci

Při zpětnovazebním inverzním použití tvarovače se jeho nuly promítnou do výsledné polohy pólů URO. Je se proto třeba zaměřit na výběr tvarovače při volbě tohoto uspořádání.

Pro slabě tlumené systémy se spektrum nul tvarovače nachází blízko imaginární osy. Při použití tvarovače s neutrálním spektrem nul může dojít při jeho promítnutí do spektra pólů URO ke ztrátě stability (dojde k výskytu dvojic pólů v nestabilní pravé polorovině komplexní roviny). Pro vyšší frekvence pak póly URO mají shodnou polohu se spektrem nul [15]. To znamená, že nekonečně mnoho vysokofrekvenčních pólů URO je blízko hranici stability. Vlivem nedokonalosti modelu, nelineárních nepřesností, ale také digitální implementace aj. může opět snadno dojít ke ztrátě stability URO [11]. ZV tvarovač tedy nejde v tomto uspořádání použít. Toto riziko spojené se ztrátou stability se zvětšuje při použití více soustředěných dopravních zpoždění ve tvarovači [11]. Tedy ani zmíněné ZVD, EI a SI tvarovače nepřípadají v úvahu.

Při použití tvarovače s rovnoměrně rozloženým zpožděním DZV pro systém se slabě tlumeným kmitavým módem se ve výstupu tvarovače může objevit nežádoucí špička. To může vést ke špičce v řídicím signálu a saturaci aktuátorů a mít za následek ztrátu stability. Může také docházet k zesilování vysokofrekvenčních poruch a šumů. Z toho důvodu ani použití DZV tvarovače není v tomto uspořádání vhodné. [11]

Konečně vhodné se jeví tvarovače kombinující soustředěné a rovnoměrně rozložené zpoždění, tedy $D^\alpha ZV$, resp. $D_e ZV$ tvarovač. Pro $D^\alpha ZV$ tvarovač je vzhledem ke komplikacím zmíněným u DZV tvarovače vhodné volit $\alpha > 0,5$ [11]. S ohledem na zmiňovaný způsob parametrizace se jeví jako nejvýhodnější použít $D_e ZV$ tvarovač.

■ Požadavky na regulátor v URO s inverzním tvarovačem

Zahrnutí inverzního tvarovače do regulačního obvodu vzniká otevřený regulační obvod (ORO) $G(s)S^{-1}(s)$, jehož dynamika je vlivem tvarovače nekonečně rozměrná a při návrhu regulátoru $C(s)$ by na to měl být brán ohled. Nicméně byl ověřen postup [11], kdy je regulátor navrhnout jednou z klasických metod pro samostatný systém $G(s)$ jako dostatečně rychlý a následně je analyzován ORO $C(s)G(s)$ z hlediska bezpečnosti v zesílení a bezpečnosti ve fázi. Je ukázáno, že pokud je v těchto parametrech regulátor navržen uspokojivě, následné zahrnutí inverzního tvarovače nepřináší žádné vážné zhoršení stability.

■ Izolace kmitavého módu

Ve schématu na Obr. 2.11a bylo předpokládáno, že hlavní část systému $G(s)$ a flexibilní subsystém $F(s)$ lze ideálně oddělit. Ve skutečnosti takové ideální oddělení není možné, obzvláště ne pro systémy se silně vázanou vnitřní dynamikou. Proto je na Obr. 2.11b schéma upraveno pro obecnou soustavu těles.

V případě systému s vázanou dynamikou, kmitavý mód, který je cílem kompenzovat, není roven ani módu systému $G(s)$ z Obr. 2.11b, ani kmitavému módu subsystému $F(s)$ z Obr. 2.11a.

Skutečný flexibilní mód je určitým způsobem třeba izolovat. Odvození postupu bylo provedeno v [16].

Výchozím je dynamický model ve tvaru:

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + K x = L (u + d) \quad (2.26)$$

kde x je vektor zobecněných souřadnic (lineární a úhlové výchylky), u je řídicí veličina, d je neměřitelná poruchová veličina na vstupu, M , C , K jsou matice hmotnosti, tlumení a tuhosti, všechny velikosti $n \times n$. Vektor L velikosti $n \times 1$ vyjadřuje vliv vstupních proměnných na dané souřadnice.

Předpoklady pro zmíněný odvozený postup izolace kmitavého módu jsou:

- x_1 je řízená souřadnice,
- M je regulární,
- systém má jediný vstup.

Poté lze systém (2.26) ekvivalentně zapsat způsobem:

$$\ddot{x} = E \dot{x} + F x + B u \quad (2.27)$$

kde

$$E = \begin{bmatrix} e_{11} & E_{1*} \\ E_{*1} & E_{**} \end{bmatrix} = -M^{-1}C$$

$$F = \begin{bmatrix} f_{11} & F_{1*} \\ F_{*1} & F_{**} \end{bmatrix} = -M^{-1}K$$

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ B_* \end{bmatrix} = M^{-1}L$$

Výsledkem odvození v [16] je *Teorém 1*, dle kterého je cílený kmitavý mód dán výběrem z vlastních čísel matice:

$$\begin{bmatrix} O & I \\ \mathcal{F} & \mathcal{E} \end{bmatrix}$$

kde O a I jsou nulová a jednotková matice, obě velikosti $(n-1) \times (n-1)$, a:

$$\mathcal{E} = \mathbf{E}_{**} - \frac{1}{b_1} \mathbf{B}_* \mathbf{E}_{1*} \quad \mathcal{F} = \mathbf{F}_{**} - \frac{1}{b_1} \mathbf{B}_* \mathbf{F}_{1*}$$

2.6 Porovnání tvarování signálu s jinými metodami

Srovnání tvarování signálu s použitím digitálních filtrů (dolní propust, pásmová zadrž) je zpracováno v [17]. Filtry minimalizují vibrace tím způsobem, že zpomalují odezvu a tedy pohyb systému je pomalejší. Flexibilní mód je tedy s použitím filtru, ač s menší amplitudou, stále buzen – na rozdíl od tvarovače, který eliminuje vibrace plně. Pásmová zadrž má navíc za následek nemonotónní a výrazně komplexnější odezvu, zatímco u tvarovače je odezva monotónní a jednoduchého průběhu.

V [18] bylo zkoumáno naladění regulátoru tak, aby kompenzoval kmitavý mód systému. Je ukázáno, že pro potlačení vibrační buzené vstupní veličinou je třeba, aby nuly čitatele přenosu regulátoru byly umístěny shodně s kmitavým módem. Pro oscilace buzené poruchovou veličinou je tento požadavek kladen naopak na jmenovatel přenosu regulátoru. Požadavky jsou protichůdné a nemohou být splněny současně, musí být tedy dle aplikace jeden z nich zvolen. Parametrizace je pak provedena za pomoci optimalizační metody. Závěrem je porovnání s inverzním tvarovačem, který potlačí vibrace buzené oběma veličinami a jeho odezva je monotónní, čehož nebylo navrhovaným způsobem docíleno.



Část II

Praktická část

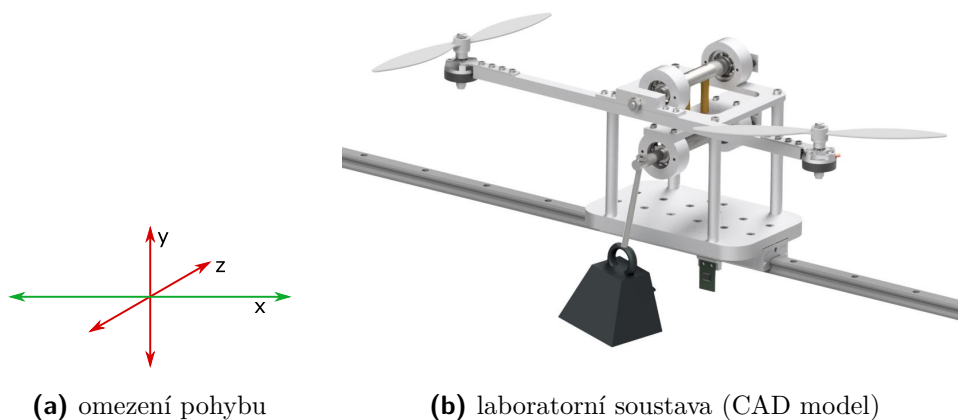
Kapitola 3

Matematický model

3.1 Mechanický model

Tělo koptéry tvoří rameno s dvěma motory a dvě horizontální osy. První osou je koptéra připojena k vozíku, který je umístěn na rámové konstrukci tvořící lineární vedení. Tímto způsobem je pohyb koptéry omezen pouze do jednoho směru (viz Obr 3.1a). Druhá osa spojuje tělo koptéry a závěs, na jehož konci je závaží.

Rozdíl sil vyvozených motory určuje směr a rychlost pohybu koptéry. Vlivem změn pohybového stavu koptéry dochází k rozkmitání závěsu se závažím a to má nežádoucí efekt na pohyb celé soustavy, proto bude v práci navrženo řízení a aplikován tvarovač signálu tak, aby toto kmitání bylo kompenzováno a nedocházelo k němu.



(a) omezení pohybu

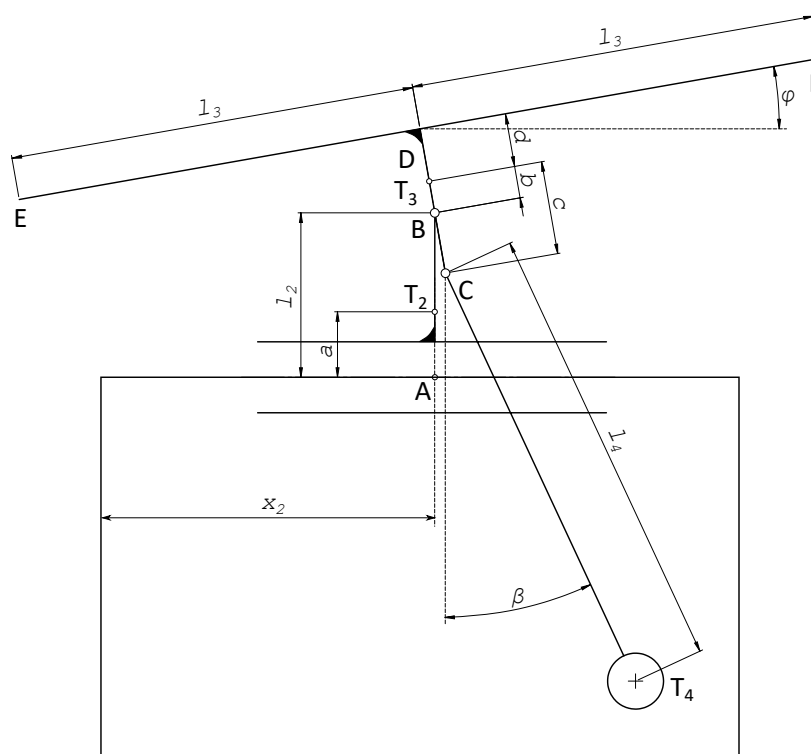
(b) laboratorní soustava (CAD model)

Obrázek 3.1: Koptéra s jedním stupněm volnosti

V první fázi tvorby matematicko-fyzikálního modelu systému je třeba vzít v úvahu reálnou konstrukci laboratorní soustavy (viz Obr. 3.1b) a postupným zjednodušením vytvořit jeho mechanický model. Prvním zjednodušením je uvažování jednotlivých částí jako ideálně tuhá tělesa. Druhé pak uvažování závěsu se závažím jako matematické kyvadlo. Hmotnost závěsu je tedy zanedbána a závaží je uvažováno jako hmotný bod, kterém je zavěšené závaží.

Mechanický model představuje schéma na Obr. 3.2. Tělesa jsou zakreslena zjednodušeným způsobem. Jsou vytyčeny důležité body: středy hmotností jednotlivých těles $T_{2,3,4}$, body

spojení těles A, B, C a působíště sil motorů na koncích ramene E a F . Rozměry jednotlivých úseků jsou definovány jako parametry.



Obrázek 3.2: Mechanický model koptéry s rozměry

Dále jsou na schématu vyznačeny souřadnice jednotlivých těles vzhledem k souřadnicovému systému rámu:

- x_2 poloha středu vozíku vzhledem k počátku rámu
- φ úhlová výchylka ramene s motory vzhledem k horizontální ose
- β úhlová výchylka závěsu závaží vzhledem k vertikální ose

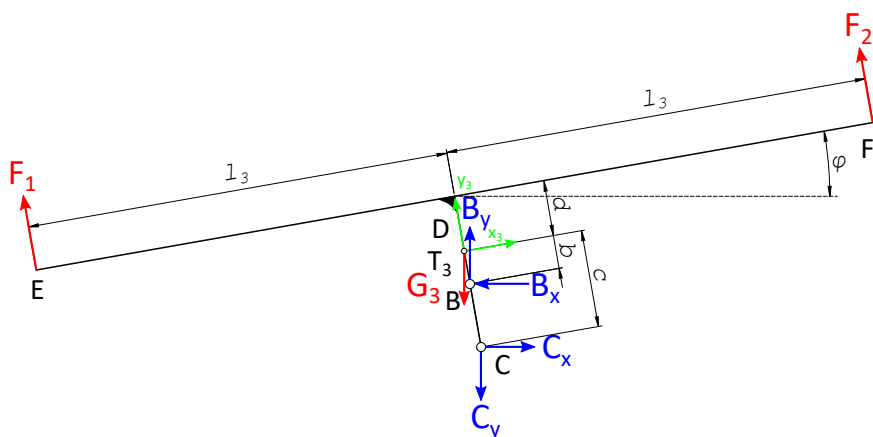
Tělesa jsou očíslována v pořadí 2 – vozík, 3 – tělo koptéry a 4 – závaží (1 odpovídá rámu). Naměřené parametry jsou uvedeny v Tab. 4.1. Momenty setrvačnosti I_2 a I_3 byly převzaty z CAD modelu.

Tabulka 3.1: Naměřené parametry modelu

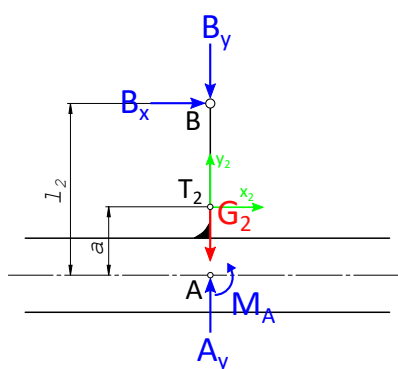
hmotnosti (kg)		vzdálenosti (mm)			momenty setrvačnosti ($kg\ m^2$)		
m_2	0,900	l_2	110	a	-5	I_2	0,0032
m_3	0,550	l_3	177	$c - b$	55	I_3	0,0027
m_4	0,690	l_4	650			I_4	0,0

3.2 Tvorba matematického modelu

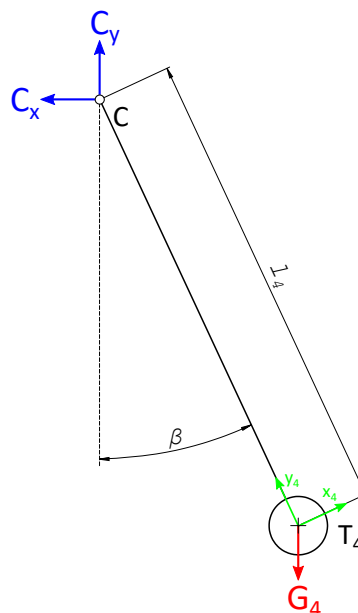
Druhým krokem po vytvoření mechanického modelu je uvolnění jednotlivých těles. Pro každé těleso je vytvořeno schéma (viz Obr. 3.3). Jsou vyznačeny lokální souřadnicové systémy x_i, y_i s počátky ve středech hmotnosti $T_{2,3,4}$. Dále jsou zakresleny působící síly: reakce v místě uvolněných vazeb, tíhové síly a tahové síly motorů. Na základě schémat jsou sestaveny Newton-EulEROVY (N-E) pohybové rovnice (3.1)–(3.9) pro tělesa v lokálních souřadnicových systémech.



(a) rameno s motory



(b) vozík



(c) závěs se závažím

Obrázek 3.3: Uvolnění jednotlivých těles soustavy

rameno s motory

$$m_3\ddot{x}_3 = -B_x \cos \varphi + B_y \sin \varphi + C_x \cos \varphi - C_y \sin \varphi - G_3 \sin \varphi \quad (3.1)$$

$$m_3\ddot{y}_3 = B_x \sin \varphi + B_y \cos \varphi - C_x \sin \varphi - C_y \cos \varphi - G_3 \cos \varphi + F_1 + F_2 \quad (3.2)$$

$$I_3\alpha_3 + c_\varphi\dot{\varphi} = -B_x b \cos \varphi + B_y b \sin \varphi + C_x c \cos \varphi - C_y c \sin \varphi - F_1 l_3 + F_2 l_3 \quad (3.3)$$

vozik

$$m_2\ddot{x}_2 + c_x\dot{x}_2 = B_x \quad (3.4)$$

$$m_2\ddot{y}_2 = -B_y + A_y - G_2 \quad (3.5)$$

$$I_2\alpha_2 = -B_x(l_2 - a) + M_a \quad (3.6)$$

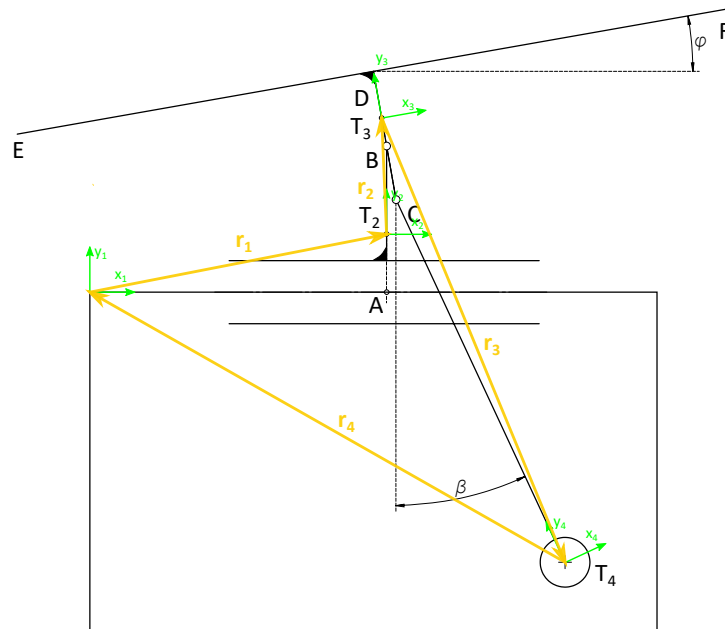
závěs se závažím

$$m_4\ddot{x}_4 = -C_x \cos \beta + C_y \sin \beta - G_4 \sin \beta \quad (3.7)$$

$$m_4\ddot{y}_4 = C_x \sin \beta + C_y \cos \beta - G_4 \cos \beta \quad (3.8)$$

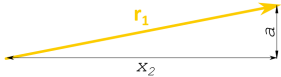
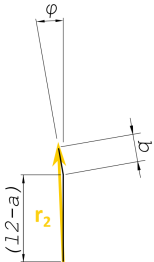
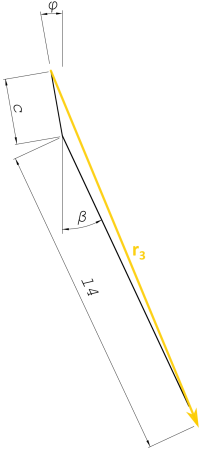
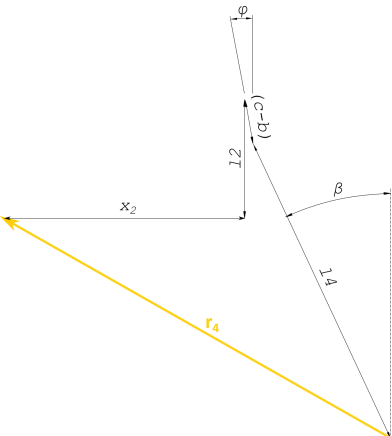
$$I_4\alpha_4 + c_\beta\dot{\beta} = C_x l_4 \cos \beta - C_y l_4 \sin \beta \quad (3.9)$$

Pro transformaci souřadnic do globálního systému souřadnic (spojeného s rámem) je použita vektorová metoda. Soustavě je přiřazena jedna smyčka spojující počátek globálního souřadnicového systému – umístěného na okraj lineárního vedení – a počátky lokálních souřadnicových systémů $T_{2,3,4}$ (viz Obr. 3.4).



Obrázek 3.4: Vektorová smyčka

Tabulka 3.2: Definice smyčkových vektorů

vektor	nákres	složky vektoru
r_1		$r_{x1} = x_2$ $r_{y1} = a$
r_2		$r_{x2} = -b \sin(\varphi)$ $r_{y2} = l_2 - a + b \cos(\varphi)$
r_3		$r_{x3} = c \sin(\varphi) + l_4 \sin(\beta)$ $r_{y3} = -c \cos(\varphi) - l_4 \cos(\beta)$
r_4		$r_{x4} = -x_2 - (c - b) \sin(\varphi) - l_4 \sin(\beta)$ $r_{y4} = -l_2 + (c - b) \cos(\varphi) + l_4 \cos(\beta)$

Vektory lze vyjádřit pomocí rozměrových parametrů a souřadnic x_2 , φ a β (viz Tab. 3.2). Pomocí vektorů je pak vyjádřena poloha těles vzhledem k rámu (vektor \mathbf{r}_{12} pro polohu tělesa 2 vzhledem k rámu 1 atd.):

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_{12} &= \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{r}_{13} &= \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 \\ \mathbf{r}_{14} &= -\mathbf{r}_4\end{aligned}\tag{3.10}$$

První a druhou derivací jsou poté získány rychlosti a zrychlení jednotlivých těles vzhledem k rámu. Tyto polohy, rychlosti a zrychlení jsou poté dosazeny do N-E rovnic a vyloučením reakcí jsou získány vlastní pohybové rovnice.

3.3 Matematický model v maticovém tvaru

Převedením vlastních pohybových rovnic do maticového tvaru je získán nelineární dynamický model koptéry s jedním stupněm volnosti v následující podobě:

$$\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{Q}(t) = \mathbf{L}(t)\mathbf{u}(t)\tag{3.11}$$

kde $\mathbf{x} = [\varphi \quad x_2 \quad \beta]'$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} I_3 + b^2 m_3 \cos \varphi + (c-b)^2 m_4 \cos \beta & -b m_3 + (c-b) m_4 \cos(\beta - \varphi) & (c-b) l_4 m_4 \cos(2\beta - \varphi) \\ -b m_3 \cos 2\varphi + (c-b) m_4 \cos(\beta + \varphi) & m_2 + m_3 \cos \varphi + m_4 \cos \beta & l_4 m_4 \cos(2\beta) \\ (c-b) l_4 m_4 \cos \varphi & l_4 m_4 & I_4 + m_4 l_4^2 \cos \beta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_\varphi & 0 & 0 \\ 0 & c_x & 0 \\ 0 & 0 & c_\beta \end{bmatrix} \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} -l_3 & l_3 \\ -\sin \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} (-b m_3 g + (c-b) m_4 g - b^2 m_3 \dot{\varphi}^2) \sin \varphi - (c-b)^2 m_4 \dot{\varphi}^2 \sin \beta - (c-b) m_4 l_4 \dot{\beta}^2 \sin(2\beta - \varphi) \\ b m_3 \dot{\varphi}^2 \sin 2\varphi - l_4 m_4 \dot{\beta}^2 \sin 2\beta - (c-b) m_4 \dot{\varphi}^2 \sin(\beta + \varphi) \\ l_4 m_4 (g \sin \beta - l_4 \dot{\beta}^2 \sin \beta - (c-b) \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) \end{bmatrix}$$

Nelineární model (3.11) je použit pro sestavení simulačního modelu a je pomocí něho odvozen také model ve stavové formulaci. Lineární dynamický model (3.12) vznikne následnou linearizací pro nulové počáteční podmínky pro výstupy i jejich derivace a F_0 pro velikost obou vstupních sil. Poslouží k výpočtu parametrů inverzního tvarovače signálu.

$$\mathbf{M}_{lin} \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}_{lin} \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_{lin} \mathbf{x}(t) = \mathbf{L}_{lin} \mathbf{u}(t)\tag{3.12}$$

kde

$$\mathbf{M}_{lin} = \begin{bmatrix} I_3 + b^2 m_3 + (c-b)^2 m_4 & -b m_3 + (c-b) m_4 & l_4 (c-b) m_4 \\ -b m_3 + (c-b) m_4 & m_2 + m_3 + m_4 & l_4 m_4 \\ l_4 (c-b) m_4 & l_4 m_4 & I_4 + m_4 l_4^2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_{lin} = \begin{bmatrix} c_\varphi & 0 & 0 \\ 0 & c_x & 0 \\ 0 & 0 & c_\beta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{lin} = \begin{bmatrix} -b m_3 g + (c-b) m_4 g & 0 & 0 \\ 2F_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_4 m_4 g \end{bmatrix} \quad \mathbf{L}_{lin} = \begin{bmatrix} -l_3 & l_3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Kapitola 4

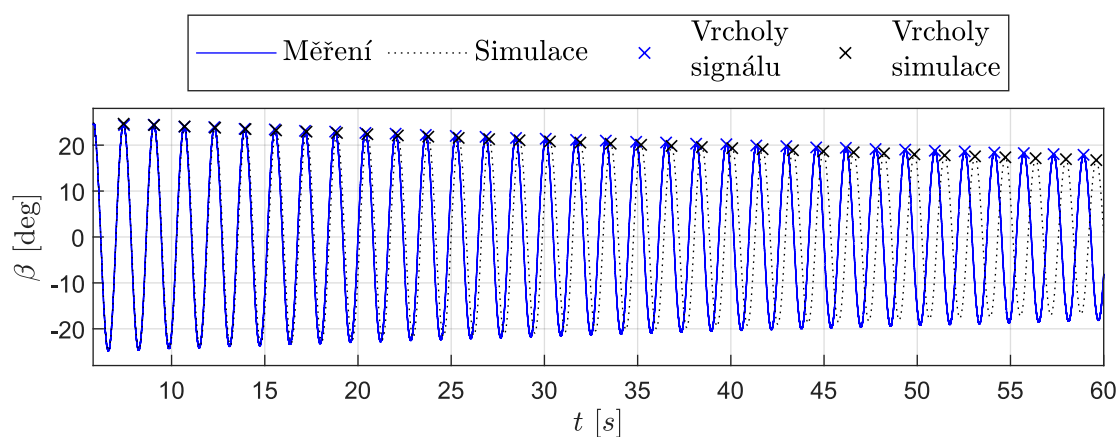
Identifikace parametrů

4.1 Závaží

Identifikace parametrů modelu závěsu se závažím je zásadní pro určení kmitavého módu systému. Při měření bylo závaží vychýleno z rovnovážné polohy a poté uvolněno. Naměřeny byly dvě sady dat tlumeného kmitání závaží pro různé hodnoty počátečního úhlu vychýlení – přibližně 25° a 12° . Pro simulaci byl použit nelineární dynamický model samostatného závaží na závěsu jakožto matematického kyvadla:

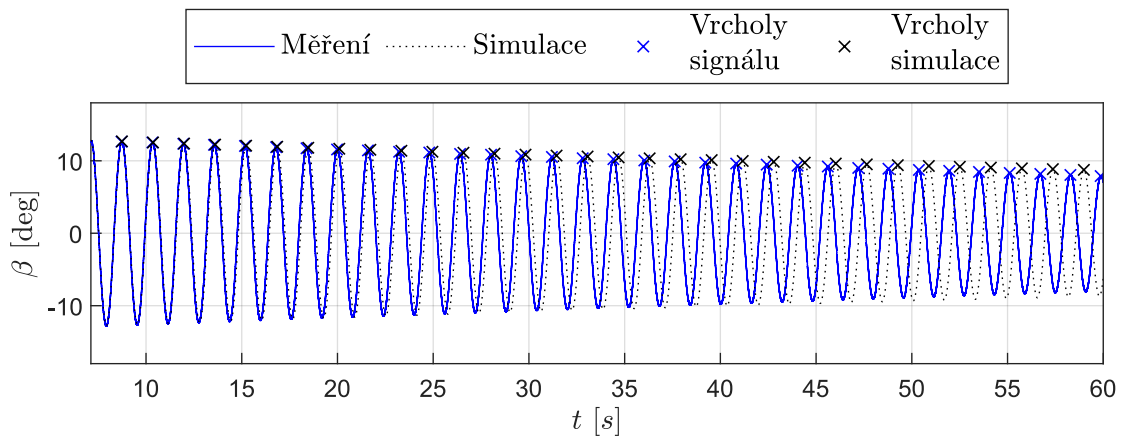
$$(I_4 + m_4 l_4^2) \ddot{\beta} + c_\beta \dot{\beta} + m_4 l_4 g \sin \beta = 0 \quad (4.1)$$

Při identifikaci byl kladen důraz na polohu vrcholů křivky kmitání, neboli čas dosažení krajních poloh jednotlivých kmitů. Naladěním jediného parametru c_β bylo dosaženo uspokojivé shody simulační a naměřené křivky pro prvních několik desítek sekund kmitavého pohybu (viz Obr. 4.1). Naměřenou délku závěsu l_4 nebylo třeba v modelu korigovat, frekvence kmitání na ní přímo závislé odpovídala měření. Po delším čase se křivky rozcházejí, jelikož koeficient tření, který je pro účely simulačního modelu uvažován jako konstantní, má reálně nelineární průběh. V důsledku toho dochází ke zvyšování frekvence kmitání závaží, zatímco u simulace zůstává konstantní.



(a) Počáteční úhel 25°

Obrázek 4.1: Porovnání měření a simulace na identifikovaném modelu závěsu se závažím

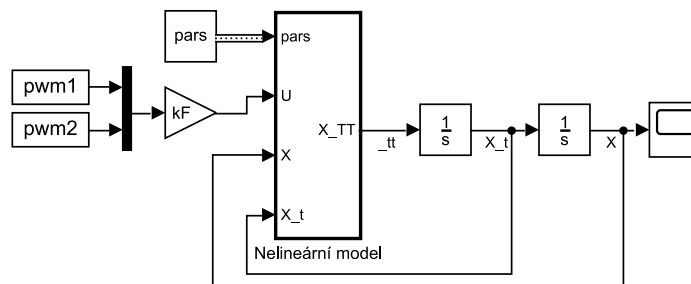
(b) Počáteční úhel 12° **Obrázek 4.1:** Porovnání měření a simulace na identifikovaném modelu závěsu se závažím

4.2 Rameno s motory a vozík

Pro účel identifikace parametrů modelu ramene s motory bylo měření provedeno bez zavěšeného závaží. Parametr m_4 byl tedy pro simulaci nastaven blízky nule. Naměřeny byly dvě sady dat pro PWM 0,3 a PWM 0,5. Použitý simulační model je zobrazen na Obr. 4.2. Je předpokládána lineární závislost mezi napětím, otáčkami a výsledným tahem motoru $F_{1,2}$. Signály $pwm_{1,2}$ vstupující do nelineárního dynamického modelu daného rovnicí (3.11) jsou tedy přenásobeny neznámým konstantním parametrem k_F :

$$F_{1,2} = k_F PWM_{1,2} \quad (4.2)$$

Parametry k identifikaci v této části jsou tedy poloha těžiště b , moment setrvačnosti I_3 a koeficienty c_φ a k_F .

**Obrázek 4.2:** Simulační model pro identifikaci ramene

Pro ladění parametrů byla použita Matlab optimalizační funkce *fminsearch*. Jedná se o řešič, který vyhledá lokální minimum skalární funkce více proměnných. Skalární funkcí bylo zvoleno kvadratické kritérium (4.3), které vychází z rozdílu signálu a simulace v jednotlivých krocích a je tedy funkcí hledaných parametrů.

$$\sum_{k=1}^N \left(e(k) \right)^2 = \sum_{k=1}^N \left(\varphi(k) - \varphi_m(k) \right)^2 \quad (4.3)$$

kde $\varphi(k)$ je simulovaná a $\varphi_m(k)$ naměřená hodnota v kroku k

Hledání vhodné kombinace parametrů činilo při simulaci s modelem (3.11) potíže, zřejmě z důvodu existence více lokálních minim. Proto byla zprvu provedena analýza pomocí lineárního modelu (3.12). Při uvažování hmotnosti $m_4 \rightarrow 0$ zůstaly neznámé spolu se součiniteli c_φ a k_F jen prvky matic:

$$\begin{aligned} m_{11} &= I_3 + b^2 m_3 \\ k_{11} &= -b g m_3 = g m_{12} = g m_{21} \end{aligned} \quad (4.4)$$

kde m_{ij} je prvek matice \mathbf{M}_{lin} v i -tém řádku a j -tém sloupci atp.

Pro identifikaci bylo použito prvních 5 sekund měření pro PWM 0,3. Po optimalizaci parametrů bylo dosaženo výborné shody simulační křivky s měřením. Následně byly zpětně dopočítány parametry b a I_3 :

$$b = -\frac{k_{11}}{g m_3} \quad I_3 = m_{11} - b^2 m_3 \quad (4.5)$$

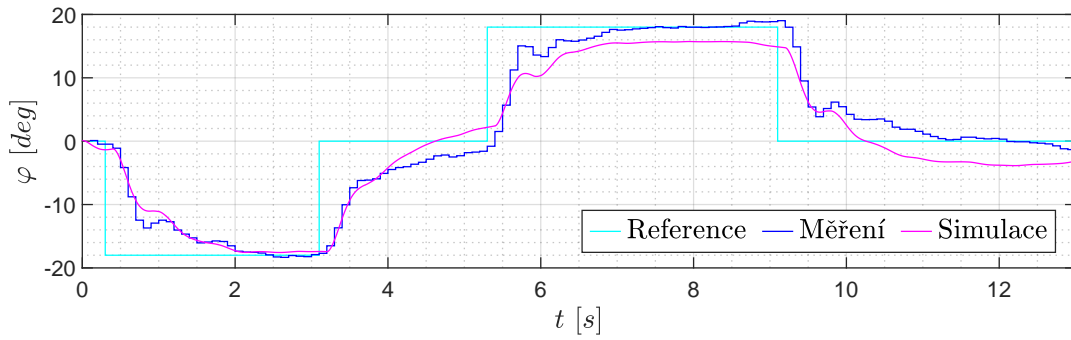
Následně byla spuštěna simulace s nelineárním modelem. Pro dosažení výsledku na Obr. 4.3 postačila mírná korekce vzdálenosti b .

Jediný parametr k identifikaci týkající se vozíku, třecí koeficient c_x , byl získán naladěním náběhu simulační křivky pro polohu vozíku s naměřenými daty pro PWM 0,3 (viz Obr. 4.4). V simulaci poloha vozíku vlivem setrvačnosti narůstá nadále i po návratu ramene s motory do neutrální polohy v čase 3 s. V reálné soustavě je tření výrazně nelineární a vozík zastaví již při $|\varphi| \doteq 5^\circ$.

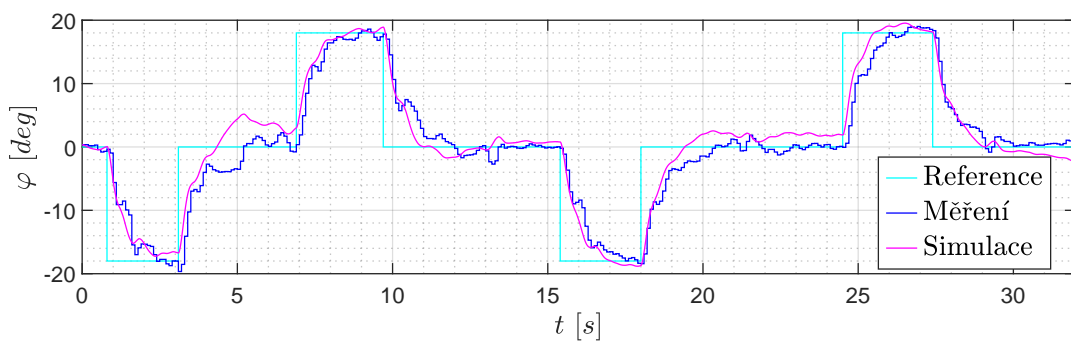
Hodnoty všech identifikovaných parametrů uvádí následující tabulka.

Tabulka 4.1: Identifikované parametry modelu

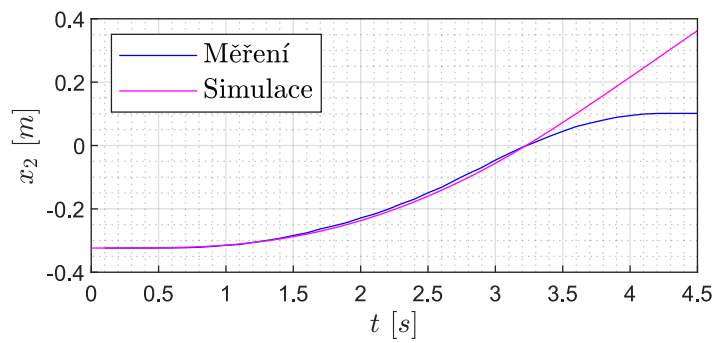
koeficienty (-)	
c_φ	0,0100
c_x	0,0658
c_β	0,0041
k_F	0,9075
vzdálenosti (mm)	
b	-9,5
c	41,5
moment setrvačnosti (kg m ²)	
I_3	0,0008



(a) sada dat pro PWM 0,3



(b) sada dat pro PWM 0,5

Obrázek 4.3: Validace parametrů rameno s motory na nelineárním modelu**Obrázek 4.4:** Identifikace parametru c_x

Kapitola 5

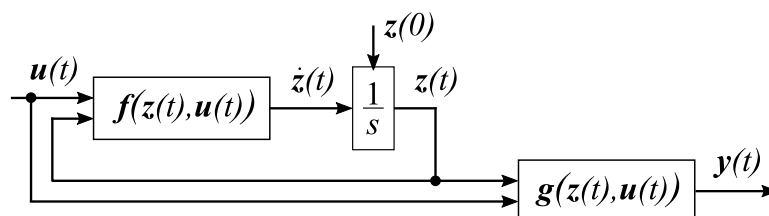
Stavový popis

Stavový popis je soustava diferenciálních rovnic 1. řádu v podobě stavové vektorové rovnice (5.1) dávající do souvislosti stavové veličiny se vstupy a následně ve výstupní rovnici (5.2). také výstupy systému. Stav systému – stavový vektor – je dán nejmenším počtem stavových veličin, kterým je systém jednoznačně určen. Tedy při jejich znalosti v počátečním okamžiku t_0 a znalosti minulého vývoje vstupních veličin $\mathbf{u}(\tau), \tau \in [0, t]$ lze jednoznačně určit stav systému v daném okamžiku t . Počet stavových proměnných je roven řádu systému. Grafická podoba soustavy rovnic je znázorněna na Obr. 5.1. [19]

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (5.1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (5.2)$$

kde $\mathbf{z}(t)$ je vektor stavových veličin a $\mathbf{u}(t)$ je vektor vstupů



Obrázek 5.1: Struktura stavového modelu

Stavový vektor pro popis systému koptéry s jedním stupněm volnosti byl zvolen:

$$\mathbf{z}(t) = [z_1(t) \quad \dots \quad z_6(t)]^T \quad (5.3)$$

$$z_1(t) = \varphi$$

$$z_2(t) = \dot{z}_1 = \dot{\varphi}$$

$$z_3(t) = x_2(t)$$

$$z_4(t) = \dot{z}_3 = \dot{x}_2$$

$$z_5(t) = \beta$$

$$z_6(t) = \dot{z}_5 = \dot{\beta}$$

Stavová vektorová rovnice ve tvaru (5.1) byla získána za pomoci Matlab skriptu dosazením těchto stavových veličin do nelineárního dynamického modelu (3.11) a následným postupným vyjádřením jejich derivací $\dot{\mathbf{z}}(t) = [\dot{z}_1(t) \ \dots \ \dot{z}_6(t)]^T$. Vstupní vektor zůstal zachován $\mathbf{u}(t) = [F_1(t) \ F_2(t)]^T$.

5.1 Lineární model ve stavové formulaci

Lineární model ve stavové formulaci je vhodný k analýze dynamických vlastností systému a také k návrhu regulátoru. Lineární aproximace vektorové funkce \mathbf{f} je provedena použitím Jacobiho matice. [19] Ta obsahuje parciální derivace jednotlivých složek funkce \mathbf{f} nejprve podle stavových veličin z_1, z_2, \dots, z_6 a poté podle vstupů u_1 a u_2 – viz (5.4).

$$\mathbf{J}_{fz} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial z_1} & \frac{\partial f_1}{\partial z_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial z_6} \\ \frac{\partial f_2}{\partial z_1} & \frac{\partial f_2}{\partial z_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial z_6} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_6}{\partial z_1} & \frac{\partial f_6}{\partial z_2} & \dots & \frac{\partial f_6}{\partial z_6} \end{bmatrix} \quad \mathbf{J}_{fu} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_6}{\partial u_1} & \frac{\partial f_6}{\partial u_2} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Pracovní bod P byl zvolen pro nulové hodnoty pro každou stavovou proměnnou a hodnotu počáteční tahové síly motorů F_0 pro oba vstupy. Lineární dynamický model ve stavové formulaci má podobu stavové vektorové rovnice (5.5) a výstupní rovnice (5.6).

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (5.5)$$

$$\text{kde} \quad \mathbf{A} = \mathbf{J}_{fz} |_P \quad \text{a} \quad \mathbf{B} = \mathbf{J}_{fu} |_P$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{z}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \quad (5.6)$$

Jedná se o časově invariantní systém s konstantními parametry – matice \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D} jsou maticemi konstant. Po vyčíslení pro známé a identifikované parametry modelu matice nabývají hodnot (\mathbf{D} je nulová matice velikosti 3x2):

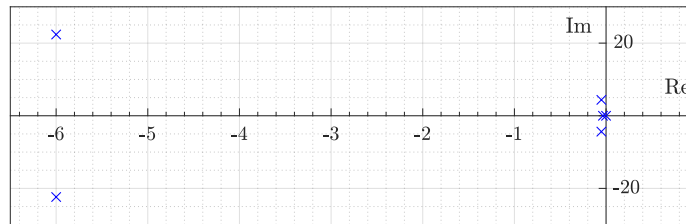
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1,0000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -501,1255 & -12,0365 & 0 & 0,2854 & 418,7460 & 0,3940 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0000 & 0 & 0 \\ 0,4265 & 0,0434 & 0 & -0,0464 & 3,1593 & 0,0030 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,0000 \\ 41,7468 & 0,9517 & 0 & 0,0472 & -55,3851 & -0,0521 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -213,0452 & 213,0452 \\ 0 & 0 \\ 0,7677 & -0,7677 \\ 0 & 0 \\ 16,8458 & -16,8458 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

5.2 Analýza dynamických vlastností

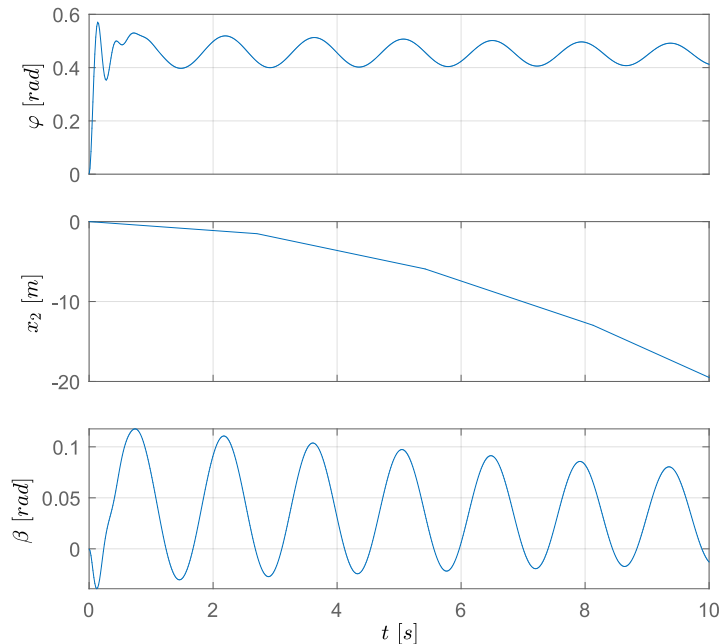
Dynamika soustavy je charakterizována vlastními čísly r matice A . Jejich vykreslením v komplexní rovině je získán Obr. 5.2.

$$r = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0340 \\ -0,0509 + 4,3753j \\ -0,0509 - 4,3753j \\ -5,9995 + 22,3727j \\ -5,9995 - 22,3727j \end{bmatrix} \quad (5.7)$$



Obrázek 5.2: Vlastní čísla r matice A v komplexní rovině

Systém je kmitavý stabilní. Kořen $r_{5,6} = -0,0509 \pm 22,3727j = -\beta_1 \pm \Omega_1j$ odpovídá prvnímu kmitu úhlu φ v přechodové charakteristice na Obr. 5.3 s periodou $T_1 = \frac{2\pi}{\Omega_1} \doteq 0,28$ s. Nulový kořen vypovídá o astatismu 1. řádu systému vlivem polohy koptéry x_2 . Kořen $r_{3,4} = -5,9995 \pm 4,3753j = -\beta_2 \pm \Omega_2j$ pak v přechodové charakteristice odpovídá tlumeným kmitům úhlu β (a jimi buzenému kmitání φ) s periodou $T_2 = \frac{2\pi}{\Omega_2} \doteq 1,44$ s.



Obrázek 5.3: Přechodová charakteristika stavového modelu

5.3 SISO model ve stavové formulaci

Lineární stavový model popsaný rovnicemi (5.5) a (5.6) byl sestaven pro dva vstupy F_1 a F_2 . Pro účely návrhu řízení je tento model třeba upravit na model typu SISO (Single Input Single Output), tedy model s jediným vstupem, kterým je zvolen rozdíl velikostí sil motorů ΔF . Člen stavové vektorové rovnice (5.5) lze upravit:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}u(t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 & \mathbf{b}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \mathbf{b}_1 F_1 + \mathbf{b}_2 F_2 = \\ &= \mathbf{b}_1 \left(F_0 - \frac{1}{2} \Delta F \right) + \mathbf{b}_2 \left(F_0 + \frac{1}{2} \Delta F \right) = \\ &= \left(-\frac{1}{2} \mathbf{b}_1 + \frac{1}{2} \mathbf{b}_2 \right) \Delta F + (\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) F_0 = |\mathbf{b}_1 = -\mathbf{b}_2| = \mathbf{b}_2 \Delta F \end{aligned} \quad (5.8)$$

Následným zavedením substituce $\mathbf{b} = \mathbf{b}_2$ dostává stavová vektorová rovnice tvar:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{b}\Delta F \quad (5.9)$$

Jako výstup SISO modelu je zvolena výchylka φ , která bude objektem řízení. Matice výstupní rovnice jsou tedy $\mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ a $\mathbf{D} = 0$.

Za předpokladu kladné výchylky φ při kladném rozdílu ΔF jsou pak tahové síly motorů definovány:

$$F_1 = F_0 - \frac{1}{2} \Delta F \quad (5.10)$$

$$F_2 = F_0 + \frac{1}{2} \Delta F \quad (5.11)$$

kde F_0 je počáteční parametr síly vyvíjené motorem.

Kapitola 6

Návrh regulátoru

6.1 2DoF PID regulátor

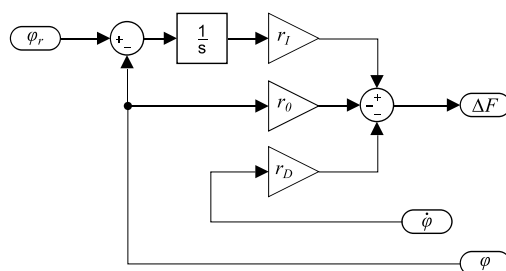
Úhel náklonu ramene s motory – pitch úhel φ – je určen rozdílem velikostí tahových sil motorů ΔF . Pro řízení tohoto rozdílu je navržen PID regulátor s dvěma stupni volnosti (2DOF PID).

$$u(t) = r_0 (\bar{b} w(t) - y(t)) + r_I \int_0^t (w(\tau) - y(\tau)) d\tau + r_D \frac{d(\bar{c} w(t) - y(t))}{dt} \quad (6.1)$$

kde koeficienty $\bar{b}, \bar{c} \in [0, 1]$ a $u(t), w(t), y(t)$ jsou v pořadí akční, řídicí, regulovaná veličina, r_0, r_I, r_D jsou parametry regulátoru. Snižováním koeficientů \bar{b} a \bar{c} dochází ke snižování rychlosti změn buzených řídicí veličinou při zachování stejného efektu při změnách buzených poruchovou veličinou. Oproti běžnému PID regulátoru je výhodou rychlé potlačení poruchy při zachování změn od řídicí veličiny bez nežádoucího překmitu. [20]

Koeficienty \bar{b} a \bar{c} jsou zvoleny nulové. Nahrazením obecných veličin veličinami vztahujícími se k řízení pitch úhlu je získána rovnice (6.2). Implementaci PID regulátoru s 2 stupni volnosti v prostředí Simulink pak znázorňuje Obr. 6.1.

$$\Delta F(t) = -r_0 \varphi(t) + r_I \int_0^t (\varphi_r(\tau) - \varphi(\tau)) d\tau - r_D \dot{\varphi}(t) \quad (6.2)$$



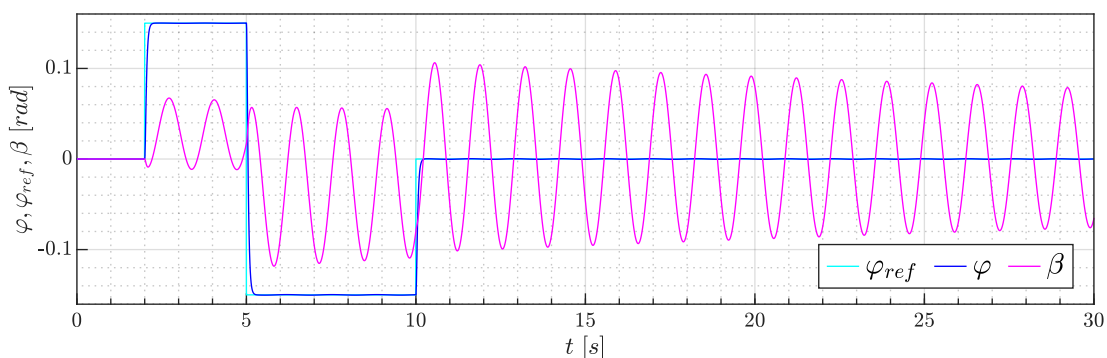
Obrázek 6.1: PID regulátor s dvěma stupni volnosti

Návrh parametrů regulátoru je proveden na základě lineárního SISO modelu ve stavové formulaci (5.9) pomocí nástroje Matlab Sisotool – Root Locus Editor. Naladěné parametry jsou uvedeny v tabulce 6.1.

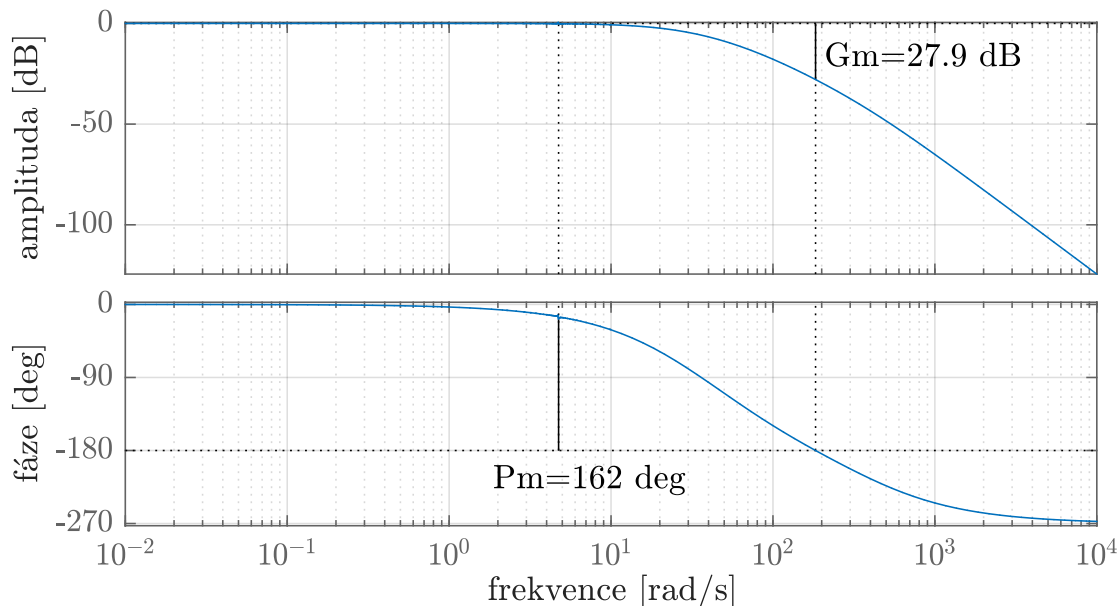
Tabulka 6.1: Parametry regulátoru

r_0	r_I	r_D
155,1596	2802,8	2,0936

Rychlost odezvy φ na žádanou veličinu φ_r při použití navrženého regulátoru je možno vidět na Obr. 6.2. Spolu s bezpečností v zesílení Gm a bezpečností ve fázi Pm označených v Bodeho charakteristice na Obr. 6.3, návrh regulátoru vyhovuje požadavkům pro použití s inverzním tvarovačem zmíněným v podkapitole 2.5.1.

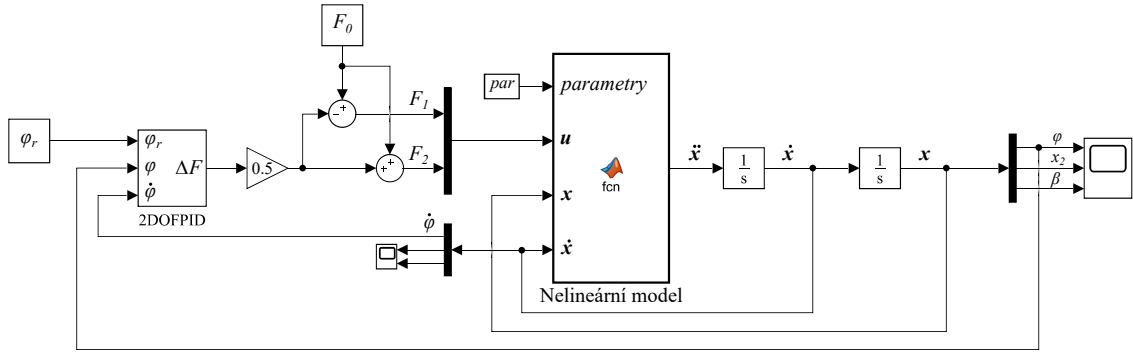


Obrázek 6.2: Časový průběh úhlových výchylek – řízený model bez tvarovače



Obrázek 6.3: Bodeho frekvenční charakteristiky ORO

Kompletní Simulink implementaci modelu bez tvarovače řízeného 2DoF PID regulátorem zobrazuje Obr. 6.4. Jako model systému je použit (3.11).



Obrázek 6.4: Simulink model s řízením pitch úhlu pomocí 2DoF PID regulátoru

6.2 Rozšířený stavový popis

Před aplikací algoritmu tvarování signálu jako filtru řídicí veličiny je třeba upravit model ve stavové formulaci tak, aby zahrnoval celý systém včetně nově navrženého regulátoru. To znamená do modelu (5.9) dosadit předpis pro výstupní veličinu regulátoru (6.2).

Nejprve je provedena substituce:

$$I = \int_0^t (\varphi_r - \varphi) d\tau \quad (6.3)$$

Rovnice (6.2) pro výstup regulátoru tedy přejde do tvaru:

$$\Delta F = r_I I - r_0 \varphi - r_D \dot{\varphi} \quad (6.4)$$

Nový stavový vektor je poté zaveden rozšířením původního:

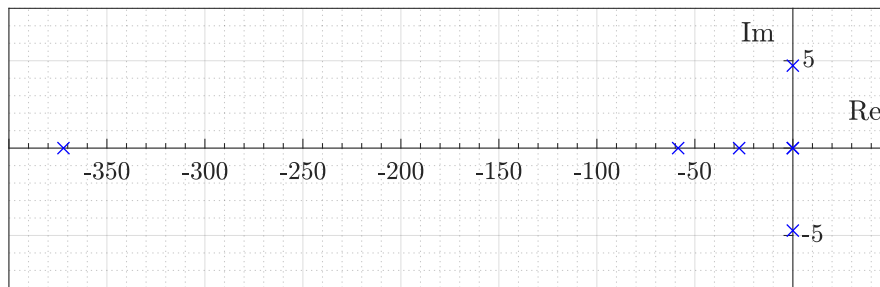
$$\bar{z} = [z_1 \quad \dots \quad z_6 \quad I]^T \quad (6.5)$$

Následně je použitím obdobného postupu jako u tvorby stavového popisu samotného systému získána rovnice (6.6) – lineární dynamický model ve stavové formulaci pro řízený systém.

$$\dot{\bar{z}} = \bar{A} \bar{z} + \bar{b} \varphi_r \quad (6.6)$$

Vlastní čísla nově vzniklé matice \bar{A} – póly systému – jsou obsažena ve vektoru \bar{r} (grafické znázornění je na Obr. 6.5):

$$\bar{r} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0165 + 4,7191j \\ -0,0165 - 4,7191j \\ -0,0307 \\ -27,4148 \\ -58,5337 \\ -372,1622 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$



Obrázek 6.5: Vlastní čísla \bar{r} matice \bar{A} v komplexní rovině

Kmitavý mód závaží na závěsu je určen dvojicí pólů:

$$\begin{aligned}\bar{r} &= -0,0165 \pm 4,7191j = -\bar{\beta} \pm j\Omega = \\ &= -\zeta\omega \pm j\omega\sqrt{1-\zeta^2}\end{aligned}\tag{6.8}$$

kde ζ je tlumení a ω vlastní frekvence kmitání [6].

Perioda kmitání $T = \frac{2\pi}{\Omega} \doteq 1,33$ s odpovídá průběhu tlumených kmitů úhlu β v grafu na Obr. 6.2.

Kapitola 7

Tvarovač signálu

7.1 Izolace kmitavého módu závaží

Uvažováním dynamiky soustavy kvadroptéry s jedním stupněm volnosti se zavěšeným břemenem jako vázané je třeba pro aplikování inverzního tvarovače nejprve izolovat kmitavý mód břemene, který je cílem eliminovat.

Byl použit postup uvedený v podkapitole 2.5.1. Výchozím byl lineární dynamický model (3.12). Podmínky pro možnou izolaci kmitavého módu byly splněny: $x_1 = \varphi$ je řízená veličina, matice $\mathbf{M} = \mathbf{M}_{lin}$ je regulární a podmínka jediného vstupu do systému byla ošetřena uvažováním vektoru \mathbf{L} jako druhého sloupce matice \mathbf{L}_{lin} na základě stejné úvahy, jako byla provedena pro \mathbf{B} v kapitole 5.3. (Dále uvažováno $\mathbf{C} = \mathbf{C}_{lin}$ a $\mathbf{K} = \mathbf{K}_{lin}$.)

Výpočet byl převeden do Matlab skriptu. Výsledná matice z *Teorému 1* vyšla pro konkrétní soustavu:

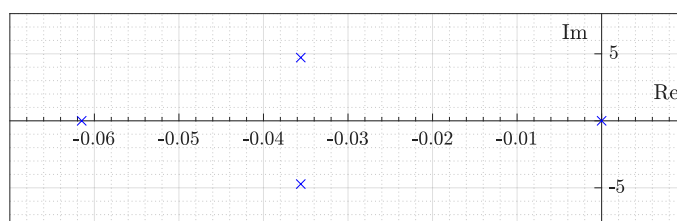
$$\begin{bmatrix} \mathcal{O} & \mathbf{I} \\ \mathcal{F} & \mathcal{E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4,6682 & -0,0908 & 0,0088 \\ 0 & -22,2742 & 0,1396 & -0,0419 \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

Vlastní čísla $\bar{\mathbf{r}}$ této matice jsou zobrazeny v komplexní rovině na Obr. 7.1.

$$\bar{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0615 \\ -0,0356 + 4,7192j \\ -0,0356 - 4,7192j \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

Izolovaný kmitavý mód kyvadla je charakterizován komplexně sdruženou dvojicí pólů:

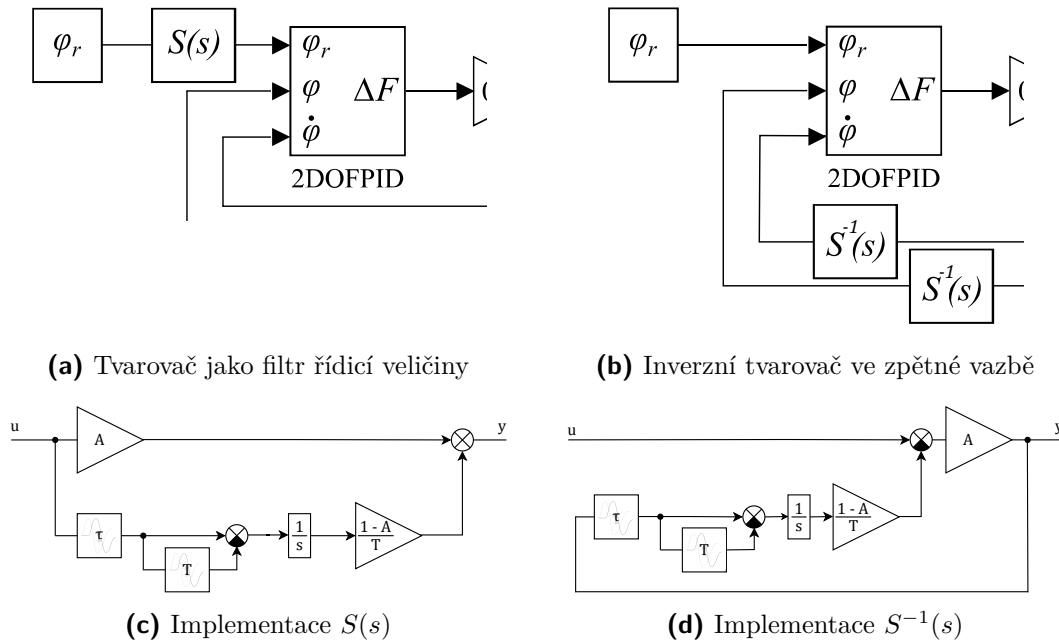
$$\bar{\mathbf{r}} = -0,0356 \pm 4,7192j \quad (7.3)$$



Obrázek 7.1: Vlastní čísla $\bar{\mathbf{r}}$ v komplexní rovině

7.2 D_eZV tvarovač ve dvou uspořádáních

D_eZV tvarovač zvolený na základě podkapitoly 2.5.1 je pro srovnání použit ve dvou způsobech uspořádání, nejprve v dopředném jako filtr vstupní veličiny (viz Obr. 7.2a), a poté v inverzním zpětnovazebním uspořádání (viz Obr. 7.2b). Implementace přenosu $S(s)$ je zobrazena na Obr. 7.2c a implementace D_eZV tvarovače v inverzní podobě $S^{-1}(s)$ na Obr. 7.2d.



Obrázek 7.2: Použití D_eZV tvarovače

Při výpočtu parametrů tvarovače byly použity rovnice (2.18) – (2.22). Délka rovnoměrně rozloženého zpoždění byla zvolena z kraje intervalu $T = \frac{\pi}{\Omega}$. Cílený kmitavý mód pro dopředné uspořádání pochází z podkapitoly 6.2 a pro inverzní uspořádání je to pak kmitavý mód izolovaný v podkapitole 7.1. Výsledky výpočtu pro obě formy uvádí Tabulka 7.1.

Tabulka 7.1: Parametry tvarovače

uspořádání	dopředné	inverzní
kmitavý mód	$\bar{r} = -0,0165 \pm 4,7191j$	$\bar{\bar{r}} = -0,0356 \pm 4,7192j$
T [s]	0,6657	0,6657
τ [s]	0,3322	0,3312
A	0,3915	0,3946

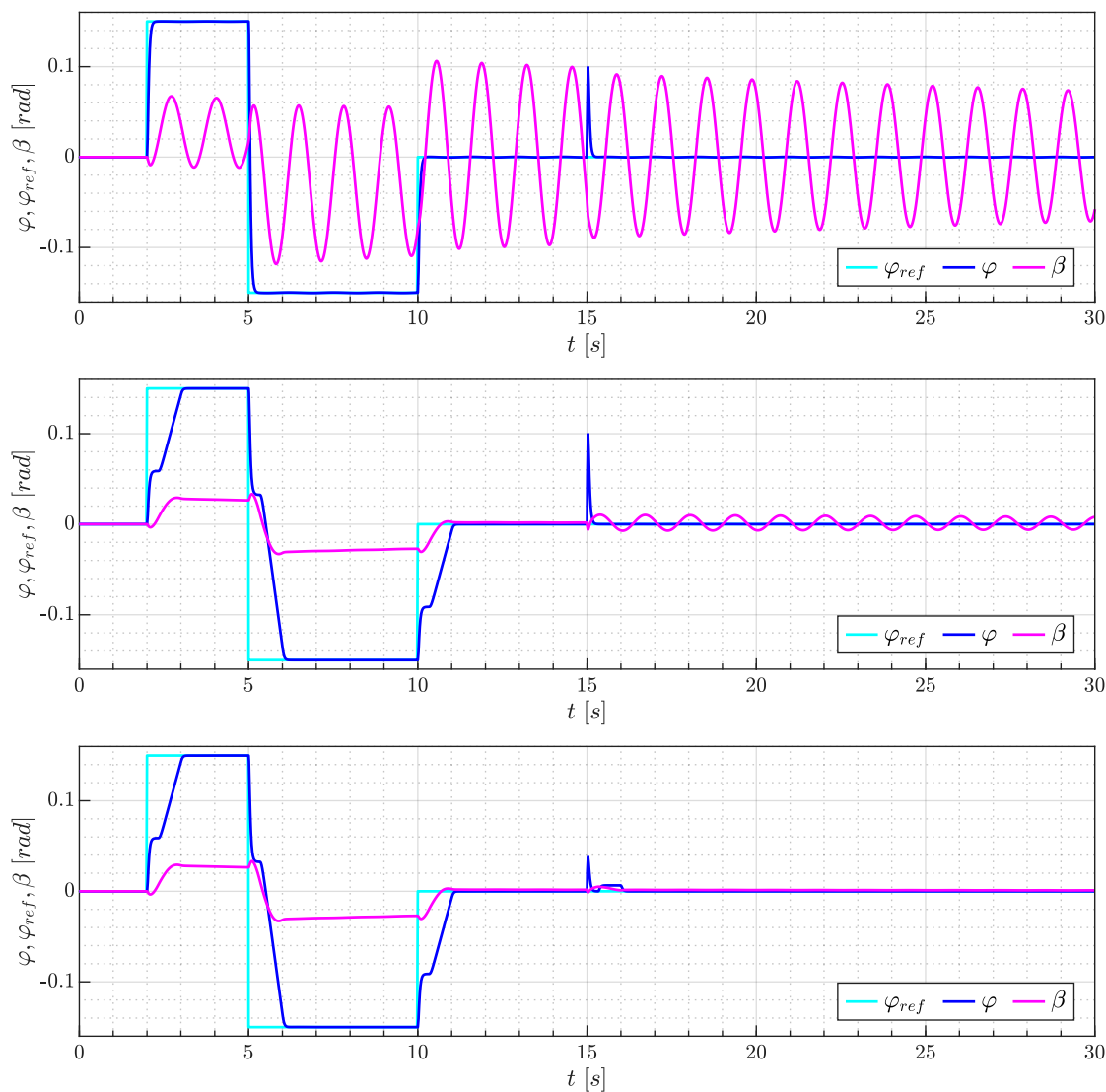
7.3 Zhodnocení dosažených výsledků

Pro demonstraci průběhu odezvy řízeného úhlu φ (Obr. 7.3 modře) na řídicí veličinu byl průběh φ_{ref} zvolen jako série skokových změn (světle modře) v časech $t = 2, 5, 10$ s.

V modelu bez tvarovače (nahore) změny φ_{ref} vyvolaly kmitání závaží (úhel β fialově). Při použití dopředného i inverzního D_eZV tvarovače došlo k eliminaci kmitání. Závaží se pouze vychýlilo a ustálilo se na nenulové hodnotě β až do další skokové změny φ_{ref} .

V čase $t = 15$ s pak byla zavedena jednorázová skoková změna poruchové veličiny d z 0 na 20 (v regulačním obvodu umístěna za regulátor).

V modelu bez tvarovače (nahore) se kmitavá odezva β na skok poruchové veličiny superponovala s již probíhající kmitavou odezvou na řídicí veličinu a vzhledem k načasování způsobila malý pokles v amplitudě kmitů. Při použití dopředného D_eZV tvarovače (uprostřed) způsobila poruchová veličina d stejnou kmitavou odezvu, jako kdyby tvarovač použit nebyl. Na výsledku simulace za použití inverzního tvarovače (dole) je vidět očekávanou odezvu β s potlačeným kmitáním, po mírném vychýlení se úhel β ustálil na nulové hodnotě. Navíc došlo ke zmírnění vlivu poruchové veličiny na naklopení koptéry φ .



Obrazek 7.3: Porovnání výsledků simulace pro model: (a) bez tvarovače (b) s dopředným tvarovačem (c) s inverzním tvarovačem

Kapitola 8

Závěr

Rešerše na téma řízení systémů flexibilního charakteru byla zaměřena především na tvarovače signálu, neboť bylo na základě studia použité literatury ukázáno, že oproti jiným metodám je tvarování signálu výhodnější. Na základním tvarovači byl ukázán princip metody tvarování signálu a poté byly představeny různé druhy tvarovačů i různé metody umístění tvarovače v regulačním obvodu.

Pro laboratorní úlohu koptéry s jedním stupněm volnosti se zavěšeným závažím byl na základě Newton-Eulerových rovnic a vektorové smyčky vytvořen matematický model v podobě soustavy nelineárních diferenciálních rovnic. Tento model byl zpracován v Matlabu a na základě převodu soustavy rovnic modelu do maticového tvaru byl vytvořen simulační model v Simulinku.

Následně byla zpracována naměřená data a na jejich základě byla provedena identifikace parametrů modelu. Tato fáze byla v nepoměru s tím, jakou část práce finálně zabírá, náročná, ale nakonec bylo dosaženo chování modelu velmi podobného s chováním soustavy zaznamenaném v měření.

Nelineární dynamický model získaný v prvním bodě praktické části byl převeden na model ve stavové formulaci a jeho linearizací v pracovním bodě byl získán lineární stavový model systému. Ten umožnil snadno analyzovat dynamické vlastnosti. Na jeho základě byl poté navržen regulátor pro řízení úhlu náklonu ramene s motory. Pro dosažení rychlé odezvy a útlumu poruchové veličiny byl zvolen PID regulátor se dvěma stupni volnosti.

Na základě rešerše bylo pro kompenzaci kmitů zavěšeného břemene zvoleno použití $D_e ZV$ umístěným v inverzi ve zpětné vazbě. Kmitavý mód pro toto použití byl izolován daným způsobem a skutečně se lišil od pólů systému. Simulace byla provedena pro srovnání se stejným tvarovačem v dopředném zapojení a také bez použití tvarovače. Simulace ukázala, že inverzní tvarovač eliminuje kmitů buzené jak řídicí, tak poruchovou veličinou a také dochází k lepšímu útlumu odezvy náklonu koptéry na poruchovou veličinu.



Literatura

- [1] N. Cao a A. F. Lynch. “Inner–Outer Loop Control for Quadrotor UAVs With Input and State Constraints”. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 24.5 (zář. 2016), s. 1797–1804. DOI: 10.1109/TCST.2015.2505642.
- [2] Lu Wang a Heming Jia. “The Trajectory Tracking Problem of Quadrotor UAV: Global Stability Analysis and Control Design Based on the Cascade Theory”. In: *Asian Journal of Control* 16.2 (2014), s. 574–588. DOI: 10.1002/asjc.746.
- [3] J.G. Villagómez et al. “Modeling and Control of the tPVTOL”. In: *IFAC-PapersOnLine* 48.9 (2015), s. 150–155. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.08.075>.
- [4] J. J. Potter, C. J. Adams a W. Singhose. “A Planar Experimental Remote-Controlled Helicopter With a Suspended Load”. In: *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 20.5 (2015), s. 2496–2503. DOI: 10.1109/TMECH.2014.2386801.
- [5] P. Gasior et al. “Cascade control algorithms of position and attitude for multirotor UAV”. In: (2017), s. 47–52. DOI: 10.1109/MMAR.2017.8046796.
- [6] J. Bušek et al. “Control Design With Inverse Feedback Shaper for Quadcopter With Suspended Load”. In: *ASME 2018 Dynamic Systems and Control Conference* (2018), s. 256–263. DOI: 10.1115/DSCC2018-9052.
- [7] W. He, S. Zhang a S. S. Ge. “Adaptive Control of a Flexible Crane System With the Boundary Output Constraint”. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 61.8 (2014), s. 4126–4133. DOI: 10.1109/TIE.2013.2288200.
- [8] O. J. M. Smith. “Posicast control of Damped Oscillatory Systems”. In: (1957).
- [9] T. Vyhřídál, V. Kučera a M. Hromčık. “Zero vibration shapers with distributed delays of various types”. In: *52nd IEEE Conference on Decision and Control* (2013), s. 940–945. DOI: 10.1109/CDC.2013.6760003.
- [10] William Singhose. “Command shaping for flexible systems: A review of the first 50 years”. In: *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing* 10.4 (2009), s. 153–168. DOI: 10.1007/s12541-009-0084-2.
- [11] T. Vyhřídál et al. “On Feedback Architectures With Zero-Vibration Signal Shapers”. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 61.8 (2016), s. 2049–2064. DOI: 10.1109/TAC.2015.2492502.

- [12] T. Vyhlídal, V. Kučera a M. Hromčík. “Signal shaper with a distributed delay: Spectral analysis and design”. In: *Automatica* 49.11 (2013), s. 3484–3489. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2013.08.029>.
- [13] Joshua Vaughan, Aika Yano a William Singhose. “Comparison of robust input shapers”. In: *Journal of Sound and Vibration* 315.4 (2008), s. 797–815. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.02.032>.
- [14] Tomáš Vyhlídal a Martin Hromčík. “Parameterization of input shapers with delays of various distribution”. In: *Automatica* 59 (2015), s. 256–263. ISSN: 0005-1098. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2015.06.025>.
- [15] T. Vyhlídal, M. Hromčík a V. Kučera. “Inverse signal shapers in effective feedback architecture”. In: *2013 European Control Conference (ECC)* (2013), s. 4418–4423. DOI: 10.23919/ECC.2013.6669560.
- [16] M. Hromčík a T. Vyhlídal. “Inverse Feedback Shapers for Coupled Multibody Systems”. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 62 (2017), s. 4804–4810. DOI: 10.1109/TAC.2017.2688179.
- [17] William Singhose a Joshua Vaughan. “Reducing Vibration by Digital Filtering and Input Shaping”. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 19.6 (2011), s. 1410–1420. DOI: 10.1109/TCST.2010.2093135.
- [18] Dan Pilbauer, Wim Michiels a Tomáš Vyhlídal. “A comparison of shaper-based and shaper-free architectures for feedforward compensation of flexible modes”. In: *TW Reports* (2016). URL: <https://lirias.kuleuven.be/handle/123456789/554774>.
- [19] ZÍTEK, Pavel a Růžena PETROVÁ. *Matematické a simulační modely 2*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2012. ISBN: 80-01-02885-2.
- [20] HOFREITER, Milan. *Základy automatického řízení*. České vysoké učení technické v Praze, 2012. ISBN: 978-80-01-05007-1.