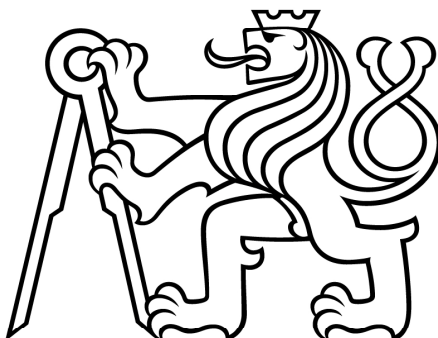


**ČESKÉ VYSOKÉ
UČENÍ TECHNICKÉ
V PRAZE**

**FAKULTA
STROJNÍ**



**TEZE
DISERTAČNÍ
PRÁCE**

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STROJNÍ
ÚSTAV MECHANIKY, BIOMECHANIKY A MECHATRONIKY

TEZE DISERTAČNÍ PRÁCE

Výpočtové modely vlastností hybridních kompozitních struktur

Ing. Zdeněk Pošváv

Doktorský studijní program: Strojní inženýrství

Studijní obor: Mechanika tuhých a poddajných těles a prostředí

Školitel: prof. Ing. Milan Růžička, CSc.

Teze disertace k získání akademického titulu "doktor", ve zkratce "Ph.D."

Praha

září 2019

Název anglicky: Computational models of properties of hybrid composite structures

Disertační práce byla vypracována v prezenční formě doktorského studia na Ústavu mechaniky, biomechaniky a mechatroniky Fakulty strojní ČVUT v Praze.

Disertant: Ing. Zdeněk Pošvávř

Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky, Fakulta strojní ČVUT
v Praze, Technická 4, Praha 6, 160 00

Školitel: prof. Ing. Milan Růžička, CSc.

Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky, Fakulta strojní ČVUT
v Praze, Technická 4, Praha 6, 160 00

Oponenti:

Teze byly rozeslány dne:

Obhajoba disertace se koná dne v hod.

v zasedací místnosti č. 17 (v přízemí) Fakulty strojní ČVUT v Praze, Technická 4, Praha 6

před komisí pro obhajobu disertační práce ve studijním oboru Mechanika tuhých a poddajných těles a prostředí.

S disertací je možno se seznámit na oddělení vědy a výzkumu Fakulty strojní ČVUT v Praze, Technická 4, Praha 6.

.....

prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.

předseda oborové rady oboru Mechanika tuhých a poddajných těles a prostředí
Fakulta strojní ČVUT v Praze

Název práce:

Výpočtové modely vlastností hybridních kompozitních struktur

Abstrakt:

Předkládaná disertační práce „Výpočtové modely vlastností hybridních kompozitních struktur“ se zabývá problematikou určení mechanických vlastností hybridních kompozitních profilů. Profily z kompozitních materiálů se v současné době používají napříč celým spektrem průmyslové automatizace a pronikají i do výrobních strojů. Vývoj v oblasti kompozitních materiálů se dlouhodobě soustřeďuje na vlastnosti tenkostěnných konstrukcí skořepinového typu. Cílem této práce je navrhnout metodiku k určení mechanických vlastností uzavřených kompozitních profilů z více typů základních materiálů. V technické praxi se takové profily převážně vyrábějí metodou navíjení, která s sebou nese i další výhodu v možnosti použití ultra-vysoko modulových vláken s modulem pružnosti v tahu dosahujícího až 900GPa. Základním požadavkem na metodiku je snadná použitelnost v optimalizační smyčce a minimální nároky na vstupní materiálová data při dostatečné přesnosti predikce statické tuhosti dílu. Za tímto účelem byl navržen model predikce ohybové a korigované smykové tuhosti profilu, který byl verifikován s MKP výpočty a experimentálními úlohami. Práce se také v jedné z kapitol věnuje návrhu technické realizace optimalizační smyčky profilu „na míru“ jako přímé integraci vyvinutých výpočtových modelů mechanických vlastností do praxe.

Práce je rozdělena do 9 kapitol. Kapitola 1 je úvod do problematiky a motivace k sepsání disertační práce. Kapitola 2 se věnuje současnému stavu poznání a diskuzi, zda současný stav poznání v dané oblasti je dostatečný. V kapitole 3 jsou vytyčeny cíle disertační práce. Kapitola 4 je zaměřena na aplikaci Timošenkovy metody pro kompozitní nosníky a způsobům výpočtu potřebných vlastností profilů. Kapitola 5 se věnuje sestavení základní databáze fundamentální profilů a vzájemnému srovnání jednotlivých profilů, včetně analýzy vlivu smyku na výslednou predikovanou deformaci. Kapitola 6 je zaměřena na odvození a implementaci autorem prvně publikovaných metod přímého výpočtu korigované smykové tuhosti profilu. V kapitole 7 je uvedeno ověření materiálových vstupů do modelů mechanických vlastností vrstvy pro vlákno XN-80 na základě základních materiálových zkoušek. Kapitola 8 se věnuje experimentální verifikaci metody přímého výpočtu korigované smykové tuhosti vybraného profilu na základě třbodové zkoušky v ohybu a příčném smyku, kdy zkouška musela být dvakrát modifikována z důvodů znehodnocení výsledků lokálními deformacemi profilu. Kapitola 9 je závěr a zhodnocení vytyčených cílů, přínos disertační práce pro vědu a výzkum a možné způsoby navazujícího výzkumu.

Klíčová slova:

Kompozitní materiál, ohybová tuhost, přímý výpočet korigované smykové tuhosti, opravný koeficient smykové tuhosti, ultra-vysoko modulová vlákna, navíjený hybridní kompozitní profil

Title of thesis in English:

Computational models of properties of hybrid composite structures

Abstract:

This dissertation thesis "Computational models of properties of hybrid composite structures" deals with the problem of determination of mechanical properties of hybrid composite profiles. Profiles made of composite materials are currently used across the entire spectrum of industrial automation and penetrate into production machines. Developments in the field of composite materials have long focused on the properties of thin-walled shell-type structures. The aim of this work is to propose a methodology to determine the mechanical properties of closed composite profiles from several types of base materials. In technical practice, such profiles are mainly produced by the winding method, which also has the additional advantage of being able to use ultra-high modulus fibres with a tensile modulus of up to 900GPa. The basic requirement of the methodology is easy usability in the optimization loop and minimal demands on input material data with sufficient accuracy of prediction of static stiffness of the part. For this purpose, a model of prediction of bending and corrected shear stiffness of the profile was designed, which was verified with FEM calculations and experiments. The work also in one of the chapters deals with the design of technical implementation of the optimization loop of the "on request" profile as a direct implementation of the developed computational models of mechanical properties into practice.

The thesis is divided into 9 chapters. Chapter 1 is an introduction to the topic and motivation to write a thesis. Chapter 2 deals with the current state of knowledge and discusses whether the current state of knowledge in the area is sufficient. Aims of thesis are given in Chapter 3. Chapter 4 focuses on the application of the Timoshenko method for composite beams and the methods of calculating the necessary profile properties. Chapter 5 is devoted to building a basic database of fundamental profiles and mutual comparison of profiles, including the analysis of the effect of shear on the predicted deformation. Chapter 6 is focused on derivation and implementation of the first published methods by author of direct calculation of corrected shear stiffness of the profile. In Chapter 7, the verification of the material inputs to the models of mechanical properties of the XN-80 layer based on basic material tests. Chapter 8 deals with the experimental verification of the method of direct calculation of the corrected shear stiffness of the selected profile based on the three-point bending and transverse shear test, where the test had to be modified twice due to degradation of the results due to local deformation of the profile. Chapter 9 is the conclusion and evaluation of the aims, the contribution of the dissertation to science and research and possible topic of follow-up research.

Keywords:

Composite material, bending stiffness, Direct approach to revise shear stiffness, shear revise coefficient, ultra-high modulus fibre, wound hybrid composite profile

Obsah

| | |
|--|-----------|
| 1 Úvod | 1 |
| 1.1 Motivace | 1 |
| 1.2 Kompozitní materiál | 2 |
| 2 Souhrn a diskuse poznatků současného stavu poznání | 2 |
| 2.1 Technologie výroby | 2 |
| 2.2 Elastické vlastnosti dílčích vrstev | 2 |
| 2.3 Vliv smyku při namáhání kompozitního nosníku | 2 |
| 2.4 Opravný koeficient smykové tuhosti pro kompozitní materiály | 3 |
| 2.5 Automatizovatelnost procesu návrhu profilu „na míru“ | 4 |
| 3 Cíle disertační práce | 4 |
| 4 Aplikace Timošenkovy teorie pro kompozitní nosníky | 5 |
| 4.1 Obecné řešení | 5 |
| 4.2 Navržené hybridní profily – sestavení databáze fundamentálních profilů | 6 |
| 4.3 Závěr kapitoly | 9 |
| 5 Databáze fundamentálních profilů | 9 |
| 5.1 Návrh optimalizační konstrukční smyčky profilu na míru | 10 |
| 5.2 Orientační srovnání analytických vlastností profilů řady CS | 11 |
| 5.3 Vliv smyku na výslednou deformaci | 13 |
| 6 Přímý výpočet korigované smykové tuhosti | 14 |
| 6.1 Energetický přístup | 15 |
| 6.2 Určení průběhu smykového napětí | 16 |
| 6.3 Náhradní model „A“ – plný obdélníkový průřez | 16 |
| 6.4 Náhradní model „B“ – deformační energie stojiny | 17 |
| 6.5 Závěr kapitoly | 18 |
| 7 Experimentální ověření vlivu smyku na celkovou deformaci nosníku | 19 |
| 7.1 Modifikovaná třibodová zkouška s vyztužením v oblasti podpor | 19 |
| 7.2 Studie MKP - vliv lokálních deformací s vyztužením v oblasti podpor | 20 |
| 7.3 Závěr kapitoly | 20 |
| 8 Závěr | 21 |
| 8.1 Zhodnocení vytyčených cílů | 21 |
| 8.2 Přínos disertační práce pro vědu | 22 |
| 8.3 Přínos disertační práce pro technickou praxi | 22 |
| 8.4 Možnosti navazujícího výzkumu | 23 |
| 9 Použitá literatura | 24 |
| 10 Publikace autora k tématu disertační práce | 25 |
| 11 Ostatní publikace autora | 26 |

1 Úvod

Kompozitní materiály se stále častěji uplatňují v technické praxi zejména díky výhodným mechanickým vlastnostem. Mezi největší výhody oproti konvenčním kovovým materiálům patří vysoká měrná pevnost a tuhost. Těchto výhod může být dosaženo správnou volbou výztuže a její orientací v laminátu, která má nekonečně mnoho možností. Nejčastěji se na výztuž používají vysoko-pevnostní uhlíková vlákna HSC (High Strength Carbon) s modulem pružnosti ve směru vláken okolo 230 GPa a ultra vysoko-modulová uhlíková vlákna UHMC (Ultra High Modulus Carbon) s modulem pružnosti ve směru vláken 650 až 900 GPa a výslednou hustotou laminátu 1700-1850 kg/m³. Dříve se ve velké míře používala i vlákna skleněná, avšak uhlíková vlákna je již v oblastech, kde je primárně vyžadovaná vysoká tuhost a nízká hmotnost, téměř 100% nahradila. Často se dnes také vyrábí takzvané hybridní kompozitní materiály, tedy lamináty, kde není pouze jeden druh výztuže, například je kombinováno více druhů vláken s přidavnými tlumícími vrstvami.

Mezi nejběžnější způsoby výroby kompozitních profilů patří pultruze, navíjení, ruční mokrá laminace a laminace z prepregů. Každá z těchto metod má své výhody i nevýhody, které jsou komentovány v disertační práci. Pro průmysl je zajímavá zejména metoda navíjení, která umožňuje zpracovávat UHMC vlákna s velice příznivým objemovým podílem vláken ve výsledném laminátu až 60% a zároveň zpracovává vlákna v jejich nejjednodušší formě, což vede k efektivní výrobě různého množství profilů na jednom výrobním stroji.



Obr. 1-1 Rozpracovaný nosník laserového plotru v robotickém navíjecím stroji firmy Compo Tech Plus s.r.o. Převzato z [E8].

Tato disertační práce je zaměřena na základní problematiku určení mechanických vlastností profilů z vláknových kompozitních materiálů, zejména ohybové a smykové tuhosti a jejich vliv na výsledné deformace nosníku. V rámci spolupráce s firmou Compo Tech Plus s. r. o. je tato práce primárně zaměřena na kompozitní profily vyráběné metodou navíjení zejména za použití více typů vláken a materiálů (hybridní struktury), např. z ultra vysoce modulových uhlíkových vláken s epoxidovou pryskyřicí a s dalšími přidavnými tlumícími materiály.

1.1 Motivace

Téma této disertační práce vzniklo z požadavku praxe (firmy Compo Tech Plus s.r.o.) na vylepšení stávající metodiky návrhu nosníkových profilů. Během posledních let vznikají nové příležitosti, kde se nosníky z kompozitních materiálů uplatňují, jako například příčnický 2D laserových plotrů viz Obr. 1-1 [E8], Z-osy obráběcích strojů, X-bar 5m nosníky pro lisovny, robotické manipulátory a mnoho dalších, kde je potřeba novým zákazníkům dostatečně rychle navrhnout řešení „ušité“ na míru („design on

request“). Řešení na míru lze dělat ručně pro každého zákazníka zvlášť anebo pomocí optimalizačního nástroje, který vyhodnotí jaký profil s jakou skladbou je pro danou aplikaci optimální. Výzkum byl podpořen grantem Technologické agentury České republiky TA02010543, díky kterému bylo zajištěno financování výroby zkušebních těles a jejich následné experimentální měření mechanických vlastností.

1.2 Kompozitní materiál

Trend v oblasti kompozitních materiálů a jejich použití v průmyslu se stále častěji zaměřuje na tzv. hybridní kompozity. Pokud laminát obsahuje více materiálů než jen základní výztuž a matici, pak se v technické praxi hovoří o tzv. hybridním kompozitu. Mezi nejvýraznější výhody hybridních kompozitních materiálů oproti konvenčním kompozitním materiálům patří možnost vzájemného využití vlastností jednotlivých složek, takže lze současně dosahovat lepších vlastností, zejména nižší hmotnosti, vyšší statické i dynamické tuhosti, vyššího útlumu atp. Detailnímu rozdělení kompozitních materiálů se věnuje například Barbero [6].

Oblasti technické praxe, kam kompozitní materiály doposud nepronikly, jsou spíše výjimečné, pokud vůbec existují. Největší rozšíření mají kompozitní materiály, zejména uhlíkové, v motorsportu, letectví, automobilovém průmyslu, automatizačním průmyslu a začínají pronikat i do stavby strojů (kde nabízejí zejména snížení hmotnosti a zvýšení tuhosti pohyblivých os strojů).

Dle Zulaika [11] je budoucí trend v oblasti výrobních strojů zejména v „dematerializaci“, kde konstrukce s vysokou tuhostí a vysokou hmotností nahradí konstrukce lehčí se stejnou tuhostí, což přímo souvisí s použitím hybridních kompozitních materiálů, které nabízejí výhodnější specifickou tuhost (poměr tuhosti a hmotnosti) oproti konvenčním materiálům.

2 Souhrn a diskuse poznatků současného stavu poznání

2.1 Technologie výroby

Technologie navíjení je pro průmysl velmi zajímavá zejména protože umožňuje zpracovávat UHMC vlákna s velice příznivým objemovým podílem vláken ve výsledném laminátu až 60% a zároveň zpracovává vlákna v jejich nejjednodušší formě svazků, což vede k finančně efektivní výrobě různého množství profilů na jednom výrobním stroji. Z těchto důvodů je metoda velice vhodná k výrobě hybridních kompozitních profilů. Výhody a nedostatky nejčastěji využívaných technologií výroby kompozitních materiálů jsou dostupné v literatuře.

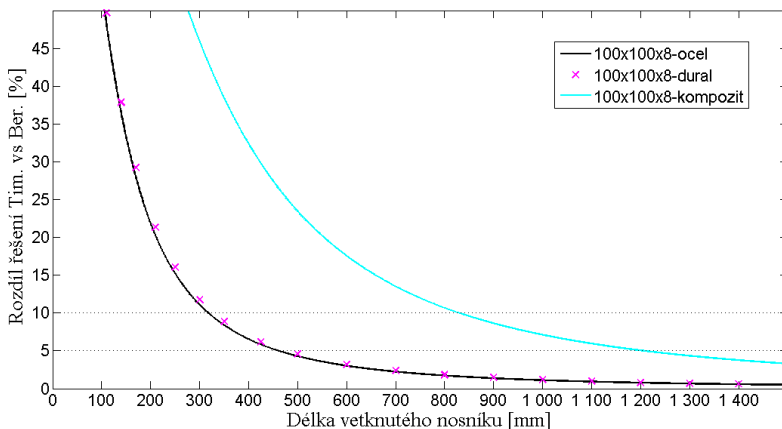
2.2 Elastické vlastnosti dílčích vrstev

Klasická laminační teorie a směšovací pravidla jsou dle dostupné literatury velice vhodné metody k určení mechanických vlastností navíjených vrstev. Pro navíjené trubky byla metodika již experimentálně ověřena, například Sun [9]. Veškeré informace potřebné k implementaci metod do analytických modelů již byly publikovány.

2.3 Vliv smyku při namáhání kompozitního nosníku

Historicky se mnoho autorů zaměřilo na řešení vlivu smyku při ohybu pro izotropní materiály: Timoshenko (1921) [4], Mindlin (1953) [13], Cowper [12] a v současnosti se mnoho z nich zaměřuje i na řešení pro kompozitní materiál například Raman [3] či Puchegger [5]. Kollár [2] se detailně věnuje napětím a deformacím kompozitních nosníků, avšak uvedené metody nemají v technické praxi velké

využití, neb zanedbávají vliv smyku na výslednou deformaci nosníku. Pokud řešení obsahuje vliv smyku, pak se ve většině případů jedná o plně prizmatické nosníky, u nichž je z pohledu ohybové tuhosti neefektivně využít materiál ve středu profilu.



Obr. 2-1 Rozdíl řešení Timošenko vs. Bernoulli pro vetknutý nosník



Na základě literární rešerše lze konstatovat, že je vliv smyku u hybridních kompozitních profilů nezanedbatelný a je potřeba mu věnovat zvýšenou pozornost. Největší omezení autor disertační práce sledává ve stávajících metodách určení smykové tuhosti profilu, které jsou velice obtížně použitelné, mnohdy dokonce nepoužitelné, pro obecné geometrie hybridních kompozitních profilů.

2.4 Opravný koeficient smykové tuhosti pro kompozitní materiály

Většina publikací v oblasti opravného koeficientu smykové tuhosti pro kompozitní materiály se věnuje prizmatickým nosníkům a výsledkem je často opravný koeficient smykové tuhosti jako funkce n -proměnných v uzavřeném tvaru, viz Raman [3] či Puchegger [5]. Případně se věnují problematice, jak zvolit správnou metodu určení smykového koeficientu, jako např.: Birman [14]. Opravný koeficient smykové tuhosti je obecně funkcí n -proměnných, kde mezi nejvýznamnější proměnné patří např.: modul pružnosti vláken, úhel návinnu vláken, skladba, geometrie profilu a objemový podíl. Pro efektivní inženýrský návrh hybridního kompozitního profilu je ovšem potřeba rychlých metod založených na analytických modelech, pro které jsou výsledky uvedené například v [3] nepoužitelné. Vztahy pro izotropní materiály, viz Obr. 2-2 [10], nelze považovat za triviální a to jsou vstupní proměnné pouze geometrie a poissonova konstanta. Snažit se odvodit výsledný opravný smykový koeficient v uzavřeném tvaru, kde vstupní parametry jsou n -rozměrně vzájemně závislé vstupní parametry, pro jeden konkrétní případ kompozitního profilu, lze považovat za velmi neefektivní přístup. Jak již bylo zmíněno, vliv smyku při řešení nosníků nelze ve velké oblasti aplikací kompozitních profilů zanedbat viz Obr. 2-1, a tak absence univerzálního řešení určení korigované smykové tuhosti tento úkol výrazně komplikuje.

KAPITOLA 3 - Cíle disertační práce

Korekční součinitele pro homogenní izotropní nosník s obdélníkovým a kruhovým průřezem dle různých autorů.

| Reference |  |  |
|--|--|---|
| Timoshenko (1916) ^[12] | $\frac{2}{3} \approx 0.667$ | $\frac{3}{4}$ [pozn. 3] |
| Timoshenko (1922) ^[28] [pozn. 4], Kaneko (1975) ^[20] | $\frac{10(1+\nu)}{12+11\nu}$ [pozn. 5] | $\frac{6(1+\nu)^2}{7+12\nu+4\nu^2}$ |
| Goens(1931) ^[26] podle Föppla ^[25] | $\frac{5}{6} \approx 0.833$ | $\frac{9}{10}$ |
| Mindlin (1953) ^[29] | $\frac{\pi^2}{12} \approx 0.822$ | 0.847 |
| Renton (1991) ^[30] | $\frac{1}{\frac{6}{5} + \left(\frac{\nu}{1+\nu}\right)^2 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{144\left(\frac{\pi}{2}\right)^4}{\pi^4(2m+1)^2 n^2 [(2m+1)^2 \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 + n^2]}$ | $\frac{6(1+\nu)^2}{7+14\nu+8\nu^2}$ |
| Pai (1999) ^[31] | $\frac{(1+\nu)^2 a^4}{36 \left(\frac{(1+\nu)^2 a^4}{30} + \frac{\nu^2 b^4}{180} - \frac{\nu^2 b^4}{2a^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) \right)}$ | $\frac{6(1+\nu)^2}{7+14\nu+8\nu^2}$ |
| Hutchinson (2001) ^[21] | $\kappa = \frac{2(1+\nu)}{\frac{9}{4\nu^2} C + \nu \left(1 - \frac{\nu^2}{a^2}\right)}$, kde $C = \frac{4}{45} a^3 b (-12a^2 - 15\nu a^2 + 5\nu b^2) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16\nu^2 b^5 (n\pi a - b \tanh(\frac{n\pi a}{b}))}{(n\pi)^3 (1+\nu)}$ | $\frac{6(1+\nu)^2}{7+12\nu+4\nu^2}$ |

Obr. 2-2 Opravné koeficienty smykové tuhosti pro izotropní nosník dle autorů. Převzato z [10].

Autor disertační práce v dostupné literatuře nenašel žádný model mechanických vlastností, který by byl použitelný v analytických modelech a jehož výsledkem by byla korigovaná smyková tuhost kompozitního profilu a shledává v této oblasti prostor ke zlepšení.

2.5 Automatizovatelnost procesu návrhu profilu „na míru“

Optimalizační nástroje pro kompozitní díly či profily jsou dnes výhradně postaveny na konečné prvkových řešičích a optimalizace takových úloh je časově i finančně náročná. Absence optimalizačních nástrojů pro nesespecializované optimalizační pracoviště je zřejmá a analytická řešení se nabízejí jako nejpoužitelnější řešení. V literatuře nebyl nalezen žádný automatický nástroj, který by byl schopen navrhnout, vybrat a optimalizovat profil včetně technologicky výrobitelné skladby a zejména se zohledněním vlivu korigované smykové tuhosti profilu, aby byl nástroj použitelný pro tzv. dlouhý i krátký nosník. Základní požadavky na optimalizační nástroj jsou zřejmé: analytický, snadno rozšiřitelný na nové profily, snadno použitelný, výpočetní čas na přijatelné úrovni, nároky na vstupní technická data musí být splnitelné a dostupné, řešení musí být snadno interpretovatelné a jednoznačné.

3 Cíle disertační práce

Na základě přehledu a rešerše problematiky, zvyšujících se nároků na rychlejší a přesnější návrhové metodiky vyplývá následující cíl práce:

- Hlavním cílem práce je vytvoření: „Komplexní metodiky návrhu hybridních kompozitních struktur nosníkových profilů použitelná v technické praxi při zrychleném návrhu profilu dle požadovaných vlastností řešení“. Ke splnění hlavního cíle je zapotřebí realizovat následující dílčí cíle:

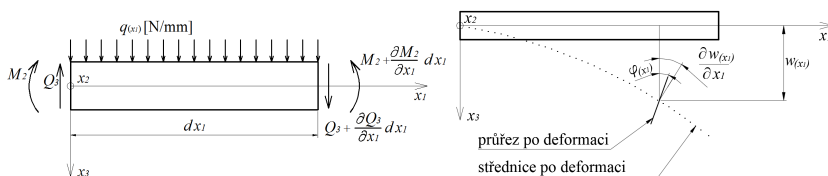
- Navrhnout analytickou explicitní metodu přímého určení korigované smykové tuhosti hybridních kompozitních profilů.
Dílčím cílem je odvodit analytickou metodu určení korigované smykové tuhosti profilu, kde opravný koeficient smykové tuhosti není vyjádřen vzorcem v uzavřeném tvaru, nýbrž navrhnout algoritmus explicitního výpočtu, kde vliv jednotlivých parametrů je přímo zakomponovaný do odvození a výsledkem je korigovaná smyková tuhost profilu pro daný profil s danou skladbou.
- Návrh technické realizace optimalizační smyčky profilu „na míru“ s využitím analytických metod určení ohybové a smykové tuhosti hybridních kompozitních profilů.
Dílčím cílem je návrh efektivní optimalizační smyčky, která pro dané zatížení navrhne možnosti technické realizace, které obsahují jaký profil s jakou skladbou je pro dané zadání optimální s důrazem na reálnou výrobitelnost tohoto řešení.
- Experimentální verifikace analytické explicitní metody přímého určení korigované smykové tuhosti hybridních kompozitních profilů.
Dílčím cílem je experimentální ověření mechanických vlastností predikovaných na základě metody určené v prvním dílčím cíli.

4 Aplikace Timošenkovy teorie pro kompozitní nosníky

Timošenkův přístup k řešení deformací nosníků je analytická metoda používaná k popisu průhybu střednice nosníku od zatížení vnějšími silami a ohybovými momenty. Na výsledný průhyb nosníku nemá vliv pouze ohybové zatížení, ale také posouvající síly. Díky zahrnutí vlivu posouvajících sil není řešení omezeno pouze na tzv. dlouhé nosníky, jak je tomu u Bernoulliho hypotézy.

4.1 Obecné řešení

Obecné řešení Timošenkova nosníku vychází z rovnic rovnováhy obecně zatíženého elementu nosníku, které původně publikoval Timošenko již v roce 1921 [4] v publikaci zaměřené na dynamické vlastnosti prizmatických profilů z izotropních materiálů a následně vydal v knižní podobě „Theory of Elasticity“ v roce 1951 [8]. V současné době je znalost Timošenkovy teorie v oboru kompozitních profilů považována za fundamentální. Aplikaci Timošenkovy teorie pro neizotropní materiál můžeme najít v Mareš [1] či v Karamanlı [7]. Tato kapitola je zhuštěně odvození základních vztahů a jejich aplikace pro uzavřené hybridní kompozitní profily z příčně izotropního materiálu, neb kompletní postup odvození lze dohledat běžně v literatuře. Na Obr. 4-1 je uveden zatížený element použitý při odvození a předpokládaná deformace nosníku po zatížení.



Obr. 4-1 Zatížený element nosníku (vlevo) a průřez po deformaci (vpravo)

Z rovnic zachování spojitosti tělesa po vzniku deformace a z rozšířeného Hookova zákona pro neizotropní materiál lze odvodit pro vnitřní ohybový moment a posouvající sílu, která namáhá daný nosník, následující vztahy:

$$M_2 = -T_{D2} \cdot \frac{\partial \varphi(x_1)}{\partial x_1} + T_{B2} \cdot \left(\frac{\partial w(x_1)}{\partial x_1} - \varphi(x_1) \right) \quad (4.1)$$

$$Q_3 = -T_{B2} \cdot \frac{\partial \varphi(x_1)}{\partial x_1} + T_{A2} \cdot \left(\frac{\partial w(x_1)}{\partial x_1} - \varphi(x_1) \right). \quad (4.2)$$

Konstanty T_{A2} , T_{B2} a T_{C2} obsahující materiálové a geometrické vlastnosti profilu se v kartézském souřadnicovém dají vyjádřit v integrační formě, jak uvádí například Mareš [1] či Karamanli [7]

$$T_{A2} = \kappa \cdot \int_{(A)} E_{Ai} dA \quad [N] \quad (4.3)$$

$$T_{B2} = \int_{(A)} E_{Bi} \cdot x_3 dA \quad [N \cdot mm] \quad (4.4)$$

$$T_{D2} = \int_{(A)} E_{Di} \cdot x_3^2 dA \quad [N \cdot mm^2] \quad (4.5)$$

kde T_{A2} je korigovaná smyková tuhost (integrace vážené plochy průřezu pomocí smykového modulu pružnosti E_{Ai} přes celou plochu průřezu A), T_{B2} je vážený statický moment (integrace statického momentu průřezu váženého pomocí elastické konstanty vázající smykovou deformaci s normálovým napětím E_{Bi} přes celou plochu průřezu A), T_{D2} je ohybová tuhost (integrace kvadratického momentu průřezu váženého pomocí modulu pružnosti v tahu E_{Di} přes celou plochu průřezu A), a κ značí opravný koeficient smykové tuhosti (OKST).

4.2 Navržené hybridní profily – sestavení databáze fundamentálních profilů





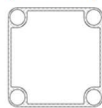
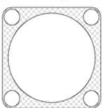
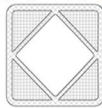
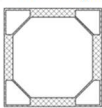
V praxi je často potřeba při návrhu nového profilu „na klíč“ vycházet z již používaných profilů s typizovaným průřezem, který v sobě často obsahuje konstrukčně-historický vývoj geometrie průřezu, požadované způsoby připojení ostatních součástí, technologické aspekty výroby, vychází z typizovaných přípravků a přitom ponechává možnost optimalizace skladby. Nekonečně mnoho různých kombinací skladby a geometrie průřezu pro danou aplikaci je „ideální prostor“ k využití optimalizačních nástrojů. Aby nebylo nutné řešit každý případ zvlášť a aby se zrychlila návrhová doba, byla na základě „typizovaných hybridních profilů“ navržena tzv. databáze fundamentálních profilů, která obsahuje nejběžnější geometrie používané při stavbě kompozitních konstrukcí. Součástí této databáze jsou všechna data o geometrii a skladbě potřebná k výpočtům statických i dynamických vlastností. Význam takové databáze spočívá v usnadnění návrhové fáze profilu „na klíč“, kdy je potřeba zohlednit požadované vlastnosti a co nejrychleji získat optimální řešení. Typizované průřezy a vznik popisované databáze byly součástí výpočtových návrhů nosníkových konstrukcí a autor disertační práce se na nich ve společnosti Compo Tech Plus s.r.o. aktivně podílel.

4.2.1 Návrh databáze fundamentálních profilů

Na Obr. 4-2 [D6] jsou uvedeny základní geometrie z databáze fundamentálních profilů a jejich příslušné kódové označení. Formát generace názvu profilu má pevně danou strukturu v pořadí: vnější tvar - vnitřní tvar - doplňující informace - charakteristický rozměr. Například CS-CT-WA-100 je

čtvercový profil s vnějším rozměrem 100x100, s rohovými trubičkami a bez dalších přídavných materiálů.

Za účelem verifikace modelů mechanických vlastností byly základní kombinace z „databáze fundamentálních profilů“ vyrobeny a experimentálně změřeny (zejména statická tuhost a vlastní frekvence). Zároveň autor disertační práce vytvořil analytické modely všech profilů uvedených na Obr. 4-2 [D6].

| vnější tvar | vnitřní tvar | | doplňující informace | charakteristický rozměr |
|---|---|--|---------------------------------------|-------------------------|
| CS [Carbon Square]  | SS [Simple Square]  | SC [Simple Circle]  | WA [Without Additive] | ... |
| | | | DC [Damping Cork] | |
| | | | DR [Damping Rubber] | |
| | | | SR [Steel Reinforcement] | |
| | | | AR [Aluminum Reinforcement] | |
| CC [Carbon Circle]  | CT [Corner Tube]  | CC [Circle & Corner tube]  | PF [Polymer Foam] | |
| | | | ... | |
| | | | ... | |
| | DS [Double Square]  | CP [Corner Pentagon]  | | |

Obr. 4-2 Struktura generace názvů databáze fundamentálních profilů. Částečně převzato z [D6].

4.2.2 Výpočet konstant T_{A2} , T_{B2} a T_{D2}

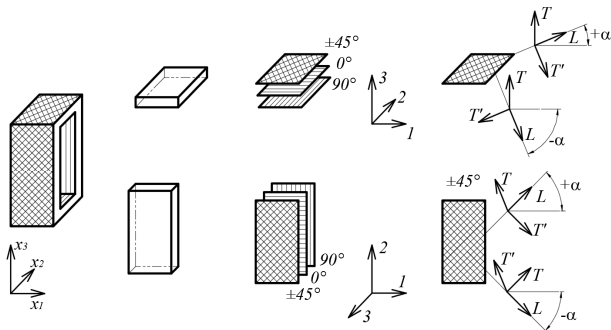
Pro stanovení vnitřních silových a momentových účinků nosníku dle vztahů (4.1) a (4.2) je třeba nejprve určit konstanty T_{A2} , T_{B2} a T_{D2} profilů. Použití homogenizovaných elastických vlastností dílčích vrstev transformovaných do souřadnicového systému výrobku umožňuje rozdělit řešení rovnic (4.3), (4.4) a (4.5) do dvou kroků. V prvním kroku se zaměříme na určení elastických vlastností dílčích vrstev a v druhém kroku na řešení plošného integrálu (výsledkem je plocha, statický moment, respektive kvadratický moment průřezu dílčí vrstvy), čím se celé řešení zpřehlední a zjednoduší.

4.2.3 Určení elastických vlastností dílčích vrstev E_{Ai} a E_{Di}

Určení mechanických vlastností hybridního kompozitního profilu vyžaduje znalost elastických vlastností dílčích stavebních prvků - lamin. V této podkapitole se zaměříme na výpočet modulu pružnosti ve smyku E_{Ai} , a modulu pružnosti v tahu E_{Di} dílčích vrstev v souřadnicovém systému profilu x_1 , x_2 , x_3 a kde dolní index i označuje číslo vrstvy (vrstvy jsou vždy číslovány od vnitřního povrchu). Souřadnicové systémy profilu jsou uvedeny na Obr. 4-3 .

Metody určení elastických vlastností dílčích lamin a laminátů jsou popsány již v rešerši disertační práce. Z rešerše vyplývá vhodnost použití klasické laminační teorie v kombinaci se směšovacími pravidly zejména pro jejich snadnou implementaci do výpočetního algoritmu i pro hybridní kompozitní

profily (model materiálových vlastností použitelný i pro vrstvy izotropního materiálu, jako například ocel, hliníkové slitiny, či vrstvy anizotropní, jako například tlumící materiál).



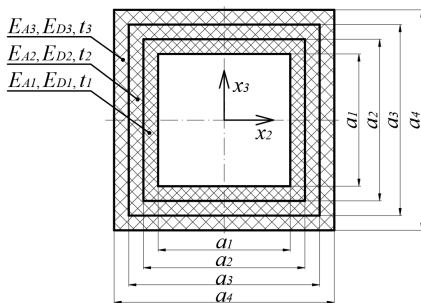
Obr. 4-3 Souřadnicové systémy profilu

Modul pružnosti ve smyku E_{Ai} dílčí i vrstvy lze pro uzavřené čtvercové profily získat aritmetickým průměrem G_{12i} a G_{13i} , protože polovina průřezu profilu je pásnice s modulem pružnosti G_{13i} ; a druhá polovina průřezu je stojina s modulem pružnosti G_{12i} . Předpoklad takového řešení je konstantní smykové napětí v celém průřezu (teorie prvního řádu). Modul pružnosti v tahu E_{Di} dílčí i vrstvy je pro uzavřené čtvercové profily přímo E_{1i} .

$$E_{Ai} = \frac{G_{12i} + G_{13i}}{2} \quad (4.6)$$

$$E_{Di} = E_{1i} \quad (4.7)$$

Důležitou vlastností klasické laminační teorie je zohlednění smykové vazby v rámci navjžené vrstvy, která má polovinu vrstvy s kladnou orientací a druhou se zápornou orientací. Zvolené metody určení elastických vlastností dílčích lamin jsou makroskopické (nevěnují se umístění dílčích vláken, nýbrž pouze jejich hlavní orientaci) a výsledné elastické vlastnosti jsou homogenizované (jsou konstantní v celé vrstvě v daném směru).



Obr. 4-4 Průřez čtvercového profilu složeného z několika vrstev. Převzato z [D10].

4.2.4 Konstanty T_A a T_D pro čtvercový průřez – metoda „SUMA“

Tato podkapitola je zaměřena na odvození analytického řešení integrálů z rovnic (4.3) a (4.5) pro čtvercový průřez. Pozn.: elastické vlastnosti dílčích vrstev jsou z pohledu integrace příslušné vrstvy konstanty, jak je ukázáno v úvodu podkapitoly.

$$T_{A2} = T_{A3} = \sum_{i=1}^n [E_{Ai} \cdot (a_{i+1}^2 - a_i^2)] \quad (4.8)$$

$$T_{D2} = T_{D3} = \sum_{i=1}^n \left[E_{Di} \cdot \left(\frac{1}{12} a_{i+1}^4 - \frac{1}{12} a_i^4 \right) \right]. \quad (4.9)$$

4.3 Závěr kapitoly

Tato kapitola se primárně věnuje rozšíření Timošenkovy nosníkové teorie na hybridní kompozitní profily. Hlavní výhoda použití této metody spočívá v zohlednění vlivu smyku a smykové tuhosti profilu na celkovou deformaci nosníku. Dle Obr. 4-3 je zřejmé, že polovina průřezu čtvercového profilu (pásnice) má velice nízký modul pružnosti ve smyku cca 5GPa oproti cca 25GPa ve stojině (což je výrazně méně než 80GPa u oceli). Předpokládáme kompozitní nosník, jehož modul pružnosti v tahu bude stejný jako u oceli, tzn. $E_t=210\text{GPa}$, pak ocelový i kompozitní nosník při stejném průřezu budou mít stejnou ohybovou tuhost, avšak smykovou tuhost bude mít kompozitní nosník přibližně pětikrát nižší a tudíž smyková deformace kompozitního nosníku bude pětikrát vyšší. Za účelem přímého srovnání analytických metod a vlivu smyku na deformaci u jednotlivých profilů, disertační práce rozšiřuje i konvenční Bernoulliho přístup pro hybridní kompozitní profily. Srovnání výše uvedených teorií a výsledků pro vybrané profily z databáze fundamentálních profilů je ukázáno v následující kapitole. Výsledky této kapitoly jsou stručně shrnuty v [D1], [D8] a [D12].

5 Databáze fundamentálních profilů

Databáze fundamentálních profilů vychází ze základních profilů vyráběných firmou Compo Tech Plus s.r.o., které jsou v komerčních projektech firmy Bilsing Automation nejčastěji používané v automatizačním průmyslu. Splupráce s oběma firmami umožnila realizaci navržené metodiky a její testování v reálných návrhových podmínkách. Hlavní motivací k sestavení databáze fundamentálních profilů byl požadavek na rychlé určení první iterace řešení a zároveň, aby první iterace byla co nejbližší požadovanému řešení. Databáze fundamentálních profilů reprezentuje soubor výrobitelných a technologicky odladěných parametrů, ze kterých lze primárně čerpat na základě váhových funkcí, které reprezentují „Požadavky“ a až v dalších iteracích optimalizovat velikost profilu či skladbu již „vybraného“ profilu.



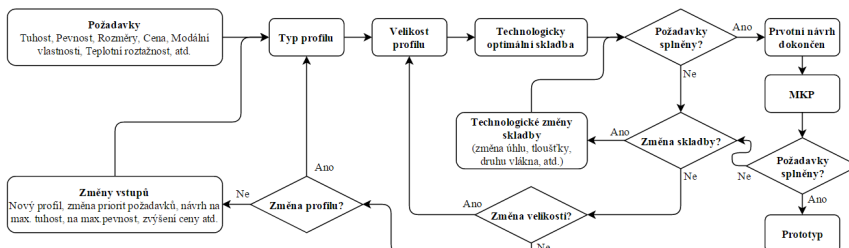
Obr. 5-1 Příklady vyrobených zkušebních těles z databáze fundamentálních profilů. Převzato z [D1].

Za účelem validace analytického a MKP nástroje byly klíčové profily vyrobeny, viz Obr. 5-1 [D1] a jejich vlastnosti experimentálně změněny. Výsledky jsou uvedeny v závěrečné experimentální zprávě grantu Technologické agentury České republiky TA02010543 [D9]. Autor disertační práce byl aktivně zapojen do řešení grantu zejména v oblastech: výroby zkušebních těles, experimentálních měření, zpracování naměřených dat, definice vstupních parametrů MKP modelů, vývoji analytických a zároveň vzájemnému výpočtovému porovnání jednotlivých profilů.

5.1 Návrh optimalizační konstrukční smyčky profilu na míru

Jedním z častých úkolů konstruktéra kompozitních konstrukcí je hledání profilu, který poskytne optimální řešení pro daný úkol. Množství profilů, rozměrů, typů vláken, úhlů vláken, ze kterých je možno vybírat a při tom nezapomínat na technologická omezení (např.: maximální objemový podíl pro daný typ vlákna a úhel návinu či minimální a maximální tloušťka vrstvy pro daný typ vlákna a úhel návinu) je nesnadný úkol. Flow-chart uvedený na Obr. 5-2 [D1] představuje myšlenkový postup konstruktéra při návrhu hybridního kompozitního profilu dle požadavků konstrukce. Automatizace takového myšlenkového postupu by výrazně urychlilo návrhovou etapu úkolu. Podmínkou naprogramovatelnosti takového řešení, je plně parametrický analytický model pro každý profil, aby optimalizační smyčka mohla snadno měnit jednotlivé parametry profilu.

Optimalizačních nástrojů a technik existuje mnoho a nejčastěji používané metody jsou uvedeny v rešeršní části disertační práce. Iterační metoda s automatickým zjemňováním kroku je ideální nástroj pro optimalizační část, kdy je již vybrán typ a velikost profilu a hledá se řešení ve formě optimální skladby. V tomto případě se spíše nabízí kombinace s vícekritériální analýzou variant, která má za úkol vybrat vhodný typ a velikost profilu z databáze fundamentálních profilů. Vícekritériální analýza variant je jednou ze základních metod, která je snadno programovatelná, a která je velice blízká přemýšlení a „ruční“ optimalizaci konstruktéra tak jak je popsána na Obr. 5-2 [D1].



Obr. 5-2 Flow-chart návrhu řešení s využitím databáze fundamentálních profilů. Převzato z [D1].

5.1.1 Výběrová část

Hlavním vstupem výběrové části je přiřazení priorit požadavkům (čtyři úrovně: nutné, důležité, volitelné, nepodstatné), což jsou zásadní vstupy pro vícekritériální analýzu variant. Pod pojmy „Technologicky optimální skladba“, „Velikost profilu“ a „Typ profilu“ je databáze fundamentálních profilů, ze které se na základě priorit požadavků vybírají data pro první iteraci. V každém rozhodovacím uzlu lze definovat čítač již spočítaných variant a aplikovat technologické omezení, aby se předešlo zacyklení programu a zároveň aby byla zaručena vyrobiteľnost optimálního řešení.

Výběrovou část lze převést na úlohu vícekritériálního rozhodování s uživatelsky parametrizovanými váhovými funkcemi dle požadovaných vlastností. V této části je cílem dle zadaných priorit požadavků

vybrat typ a velikost profilu, který nejlépe vyhovuje. Základními požadavky jsou cena (závislá na typu profilu dle pracnosti a použitých materiálích), statická tuhost, modální vlastnosti (např. první vlastní frekvence vyšší než požadované minimum) a v neposlední řadě zástavbové rozměry a vzhled.

5.1.2 Výpočtová část

Hlavní výpočtová část iterační smyčky je uvedena v elektronické příloze „CS_profil_zadani.m“. Je naprogramovaná v jazyce Matlab, vychází ze závěrů uvedených v této práci a obsahuje plně parametrické modely všech profilů z databáze fundamentálních profilů uvedených na Obr. 4-2 [D6]. Správnost odvození geometrických vlastností profilů byla ověřena na příkladech profilů namodelovaných v programu AutoCad (alespoň jeden profil od každého typu byl ověřen). Vstupem do výpočtové části je typ profilu se skladbou a výstupem jsou volné vlastní frekvence, ohybová a smyková tuhost, měrná hmotnost, průhyb vetknutého nosníku a průhyb nosníku na dvou podporách.

Čas výpočtu jedné iterace smyčky je přibližně 0,01-0,03 sekundy na běžném stolním počítači v závislosti na potřebném množství výpočtů pro daný profil. Tento přístup dává konstruktérovi možnost spočítat více verzí s různými prioritami v „Požadavcích“ a získat tak srovnání více návrhů během několika minut.

Důležitým vstupním parametrem celého řešení jsou okrajové podmínky, pro které jsou výsledky optimalizovány. V technické praxi lze velmi často daný úkol převést na řešení vetknutého nosníku či nosníku na dvou podporách. Pro tyto základní okrajové podmínky je řešení deformací a modálních vlastností často odvozené a je i součástí této práce.

5.2 Orientační srovnání analytických vlastností profilů řady CS

Pro základní představu o vlastnostech napříč databází fundamentálních profilů bylo provedeno vzájemné kvalitativní srovnání, viz Tabulka 1 [D1]. Jako srovnávací profil byl vybrán profil CS-SS-WA-100 s tloušťkou stěny 8mm. Pro srovnání byly vybrány základní vlastnosti: hmotnost, ohybová tuha a první vlastní ohybová frekvence.

Ohybová tuhost je srovnána na třibodové ohybové zkoušce se vzdáleností podpor 4000mm a se zatěžující silou uprostřed. Modální vlastnosti jsou srovnány na nosníku délky 4100mm s volnými okrajovými podmínkami (uložení typu Free-Free) bez vlivu smyku.

Tabulka 1 : Orientační srovnání analytických vlastností profilů řady CS. Převzato z [D1].

| Označení profilu | Měrná hmotnost [%] | Ohybová tuhost [%] | 1. ohybová vl. frekvence [%] |
|------------------|--------------------|--------------------|------------------------------|
| CS-SS-WA-100 | 100 | 100 | 100 |
| CS-CP-DC-80 | 46 | 22 | 69 |
| CS-CT-WA-80 | 40 | 23 | 75 |
| CS-CT-WA-100 | 41 | 24 | 77 |
| CS-CC-WA-100 | 87 | 56 | 80 |
| CS-DS-PF-120 | 106 | 133 | 112 |

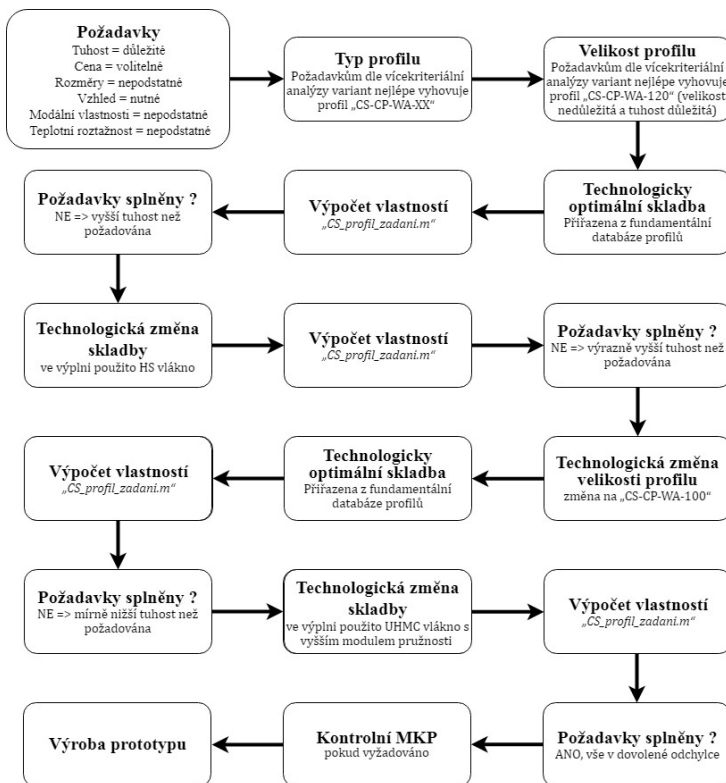
Obdobné srovnání pro profily o vnějším rozměru 130x130mm pro aplikace v obráběcích strojích je uvedeno v [D2], [D3] a [D4], kde autoři srovnávají statické a dynamické vlastnosti profilů navržených s ekvivalentní statickou tuhostí z různých materiálů: ocel, litina, kompozit navíjený, kompozit deskový nezatlučený a kompozit deskový zatlučený. V [E1] a [E2] se autor disertační práce věnuje návrhu

hybridního kompozitního řešení profilu 130x130mm založeného na tzv. „3D buňkové struktuře“, které přímo nesouvisí s tématem této disertační práce, i když „3D buňková struktura“ spadá do kategorie hybridních kompozitních materiálů.

Srovnání statických a dynamických vlastností profilů různých velikostí, tvarů, MKP studií a aplikací včetně shrnutí základních vlastností kompozitních materiálů je přehledně uvedeno v seminářové přednášce [D15].

5.2.1 Příklady

V této části jsou popsány dva příklady optimalizační smyčky s různými „požadavky“ realizované na základě vícekritériálního rozhodování a iterační metody, viz Obr. 5-3 a Obr. 5-4 .

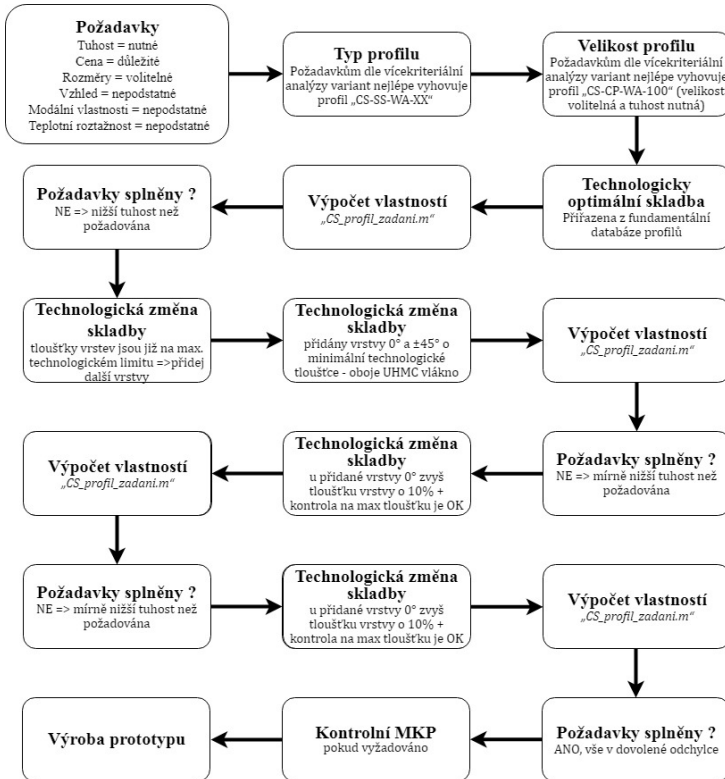


Obr. 5-3 Příklad 1 - optimalizační konstrukční smyčka

Prvním krokem je na základě rozhodovacích kritérií vybrat typ profilu a pro první iteraci mu přiřadit velikost a skladbu z databáze fundamentálních profilů, viz Obr. 4-2 [D6]. Plně parametrický model představuje obrovskou volnost pro výběr vlákna, úhlu návinu, předávné tlumivé vrstvy, počet vrstev,

atd. což je potřeba omezit zejména z technologického hlediska. Tento krok v první iteraci ještě není potřeba, neb data z databáze profilů jsou 100% výrobitelné, ale při každé následující technologické změně (velikost profilu, zvýšení či snížení tloušťky vrstvy) je již tato kontrola nezbytná.

Důležitá aplikace technologické kontroly je ukázána na příkladu 2 viz Obr. 5-4 , kdy tloušťky 0° vrstev jsou již na technologickém maximu a proto je potřeba přidat ne pouze jednu, nýbrž 2 vrstvy. Jedna vrstva s potřebnou orientací 0° pro zvýšení ohybové tuhosti a druhá vrstva $\pm 45^\circ$ primárně k technologickému oddělení vrstev 0° a zároveň ke zvýšení smykové tuhosti, která má nezanedbatelný vliv na výslednou tuhost zejména u „krátkého nosníku“.



Obr. 5-4 Příklad 2 - optimalizační konstrukční smyčka

5.3 Vliv smyku na výslednou deformaci

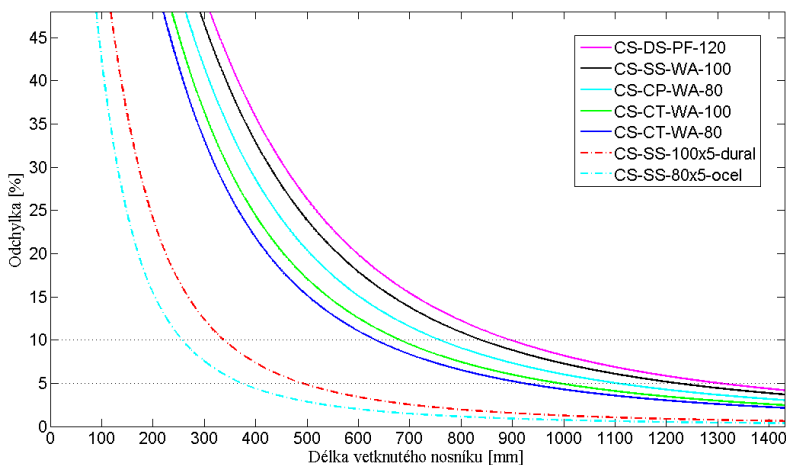
Kompozitní profily nabízejí vysokou ohybovou tuhost a úsporu hmotnosti ve srovnání s běžně používanými izotropními materiály, například s ocelí, duralovými slitinami, litinou. Tyto výhody

mohou být omezeny nízkou tuhostí laminy v jejím příčném směru, které se projeví zejména při příčném smyku profilu.

Na Obr. 5-5 jsou uvedeny průběhy odchylek analyticky predikovaných průhybů pro kompozitní a izotropní čtvercové profily o rozměrech 80x80mm, 100x100mm a 120x120mm. Odchylka je definovaná procentuálním vyjádřením rozdílu průhybu s vlivem smyku w_T a bez vlivu smyku w_B , viz rovnice (5.1).

$$\text{odchylka} = \frac{w_T - w_B}{w_T} \cdot 100 \quad [\%] \quad (5.1)$$

Dle Obr. 5-5 je zřejmé, že vliv smyku na výslednou deformaci nosníku je u kompozitních profilů oproti izotropním konvenčním materiálům výrazně vyšší. Toto chování je zapříčiněno zejména nízkou smykovou tuhostí dílčích vrstev, repektive celého profilu. Zadefinujeme pojem „krátký nosník“ pro oblast, kde je *odchylka* větší než 5% a naopak „dlouhý nosník“, kde je *odchylka* menší než 5%. Hodnotu odpovídající *odchylce* 5% nazvěme „mezní délka“. Na základě tohoto rozdělení lze u dlouhých nosníků vliv smyku při výpočtech zanedbat. Pro běžně užívané konstrukční izotropní materiály (ocel, litina, hliníkové slitiny, atd.) je mezní délka přibližně 5-ti násobek vnějšího rozměru, kdežto pro kompozitní je to přibližně 10-ti násobek vnějšího rozměru. Na základě tohoto výrazného rozdílu v mezní délce, by se konstruktér zvyklý používat pouze izotropní materiály mohl dopustit chyby 30 až 35% při výpočtu deformace, což může mít zásadní vliv na celou konstrukci. Z těchto důvodů navržená optimalizační smyčka vyžaduje výpočet deformace vždy s vlivem smyku.



Obr. 5-5 Analytické srovnání vlivu smyku na predikovanou deformaci

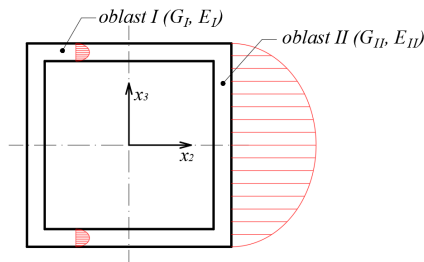
6 Přímý výpočet korigované smykové tuhosti

U nosníků z kompozitních materiálů se často využívá pouze prvního stupně přesnosti smykové tuhosti zejména z důvodu problematičnosti a značné pracnosti správného sestavení opravného koeficientu smykové tuhosti (diskutováno v kapitolách: 2.4 *Opravný koeficient smykové tuhosti pro kompozit* a 5.3 *Vliv smyku na výslednou deformaci*). Vazba geometrických a materiálových parametrů profilu značně komplikuje exaktní vyjádření OKST, jak bylo ukázáno u izotropních materiálů. Pro kompozitní profily

exaktní vyjádření OKST zatím nebylo publikováno a existence exaktního řešení není zaručena, zejména vzhledem ke složitějším konstitutivním vztahům a počtu nezávislých elastických konstant. Z těchto důvodů autor v této kapitole odvodil dvě metody přímého výpočtu korigované smykové tuhosti bez nutnosti vyjádření opravného koeficientu smykové tuhosti ve formě vzorce v uzavřeném tvaru. Materiálové a geometrické parametry jsou v obou těchto metodách vzájemně propojeny a přímo zahrnuty do řešení již ve fázi odvození.

6.1 Energetický přístup

Energetický přístup je založen na ekvivalenci práce (deformační energie) kumulované v objemu V od posouvající síly Q realizované na smykové deformaci vůči deformační energii od smykového napětí realizované na smykovém přetvoření. Tato metoda je známá a běžně se u izotropních materiálů používá. U kompozitních materiálů její použití není běžné a to zejména pro obtížné určení smykového napětí. Předpokládaný průběh smykového napětí v pásnici a stojně je uveden na Obr. 6-1.



Obr. 6-1 Předpokládaný průběh smykového napětí po průřezu

Napíšeme-li bilanci pro celkovou deformační energii v tělese složenou z energie od ohybového momentu (normálových napětí) a posouvající síly (smykových napětí) platí

$$U_{celk} = U_{Mo} + U_Q = U_\sigma + U_\tau . \quad (6.1)$$

S uvážením výše popsané ekvivalence (předpoklad stejné deformační energie od normálových napětí U_σ a od ohybového momentu U_{Mo}) platí

$$U_Q = U_\tau, \quad (6.2)$$

což vyjádřeno s využitím známých skutečností a pomocí vztahů pospaných v disertační práci lze přepsat do integrální formy viz (6.3) [D8], kde G je modul pružnosti ve smyku, A plocha průřezu, τ smykové napětí a L délka nosníku.

$$\frac{1}{2} \int_{(L)} \frac{Q^2}{\kappa \cdot G \cdot A} dx = \frac{1}{2} \int_{(V)} \frac{\tau^2}{G} dV \quad (6.3)$$

Korigovanou smykovou tuhost $T_{A \text{ direct}}$ lze vyjádřit vztahem (6.4) [D8], kde κ značí opravný koeficient smykové tuhosti (OKST).

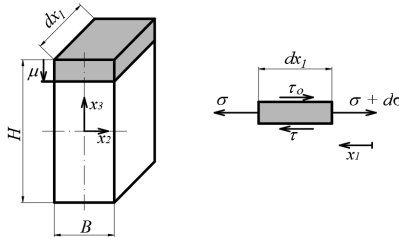
$$T_{A \text{ direct}} = \kappa \cdot G \cdot A \quad (6.4)$$

Korigovanou smykovou tuhost $T_{A \text{ direct}}$ vyjádřenou z rovnice (6.5) lze použít jako přímou náhradu za T_{A2} , viz rovnice (4.3).

$$\frac{1}{2} \int_{(L)} \frac{Q^2}{T_{A \text{ direct}}} dx = \frac{1}{2} \int_{(V)} \frac{\tau^2}{G} dV \quad (6.5)$$

6.2 Určení průběhu smykového napětí

K určení průběhu smykového napětí po průřezu byla použita metoda řezu (známá i jako „Žuravského“ metoda). Metoda byla modifikována ve smyslu možnosti zohlednění smykových napětí ve stojině od normálových napětí v pásnici. Na Obr. 6-2 [D8] je element použitý při odvození. Okrajová podmínka pro smykové napětí na povrchu $\tau_0=0$ je pro zatížení silou Q_3 ve směru x_3 zřejmá.



Obr. 6-2 Element k odvození smykového napětí po průřezu. Převzato z [D8].

Z rovnice rovnováhy pro element na Obr. 6-2 [D8] plyne vztah pro smykové napětí po průřezu jako funkce lokální souřadnice μ .

$$\tau_{(\mu)} = \frac{d\sigma}{dx_1} \cdot \mu + \tau_0 \quad (6.6)$$

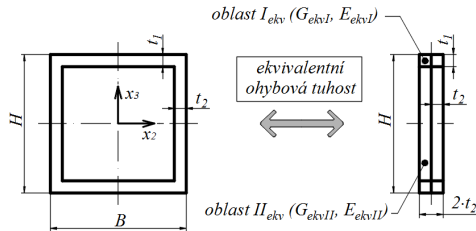
Úpravou rovnice (6.6) získáme výsledný vztah pro smykové napětí po průřezu, který je funkcí lokální souřadnice μ .

$$\tau_{(\mu)} = \frac{Q_3}{T_{D \text{ suma}}} \cdot E_t \cdot \frac{H - \mu}{2} \cdot \mu + \tau_0 \quad (6.7)$$

6.3 Náhradní model „A“ – plný obdélníkový průřez

Srovnáním Obr. 6-1 a Obr. 6-2 [D8] je vidět rozpor mezi předpokládaným průběhem smykového napětí po průřezu a geometrií elementu použitého k odvození smykového napětí po průřezu. Zásadním rozparem je nulové smykové napětí na vnitřní straně pásnic. Z těchto důvodů byl sestaven náhradní model s ekvivalentní ohybovou tuhostí původního profilu, viz Obr. 6-3, a který geometricky odpovídá elementu použitému při odvození průběhu smykového napětí.

Aby náhradní model co nejdříve popisoval původní profil, byly elastické vlastnosti oblasti II - stojiny (E_{ekvII} , G_{ekvII}) spočítány pomocí klasické laminační teorie. Jelikož je na všech stěnách stejná skladba lze považovat dvě stojiny u sebe za vyvážený a symetrický laminát a je možné pro obě stojiny sestavit pouze jednu matici ABD dle klasické laminační teorie.



Obr. 6-3 Náhradní model – plný obdélníkový průřez

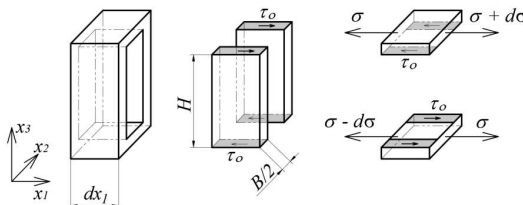
Při známosti geometrie náhradního profilu (která vychází z geometrie původního profilu) a ekvivalentních elastických vlastností stojiny, lze z rovnice (6.8) vyčíslit ekvivalentní modul pružnosti E_{ekvI} a ekvivalentně dle rovnice (6.9) určit G_{ekvI} , kde index i označuje vrstvu (oblast) a suma je přes všech n vrstev (oblastí). Plocha, kvadratický moment průřezu, modul pružnosti v tahu a modul pružnosti ve smyku jsou shodné parametry stojiny pro náhradní i původní model, což při podmínce identické ohybové (6.8) a smykové (6.9) tuhosti obou modelů nutně vede k výraznému navýšení ekvivalentních modulů pružnosti pánsnice až několika násobně oproti původnímu modelu.

$$\sum_i^n (E_i \cdot I_i)_{ekv} = \sum_i^n (E_i \cdot I_i)_{původní} = T_D \text{ suma} \quad (6.8)$$

$$\sum_i^n (G_i \cdot A_i)_{ekv} = \sum_i^n (G_i \cdot A_i)_{původní} = T_A \text{ suma} \quad (6.9)$$

6.4 Náhradní model „B“ – deformační energie stojiny

Druhý náhradní model vychází z představy, že vliv oblasti I na smykové vlastnosti celého profilu je zanedbatelný. Smykový modul v oblasti I je řádově menší než v oblasti II , což naopak vyvrací fakt, že deformační energii oblasti I můžeme zanedbat, protože deformační energie je nepřímo úměrná smykovému modulu pružnosti. Naopak deformační energie je přímo úměrná druhé mocnině smykového napětí a to dle předpokladu nulového smykového napětí na obou stranách pánsnice a celkový předpoklad nízkých napětí v pánsnicích je důvodný argument, proč by mohl být vliv oblasti I na smykové vlastnosti zanedbatelný.



Obr. 6-4 Náhradní model – deformační energie stojiny. Převzato z [D8].

Dle vztahu (6.3) je zřejmá nepřímá úměra mezi deformační energií a OKST (čím větší deformační energie, tím nižší korigovaná smyková tuhost). Prostým zanedbáním deformační energie z oblasti pánsnice se dopustíme přípustné chyby a naopak zvyšujeme OKST. Tím že při výpočtu zanedbáme

deformační energii jakékoliv části, tím získáme vyšší smykovou tuhost, což je v rozporu s hlavní motivací využití OKST. Motivace OKST je korekce smykové tuhosti pro danou geometrii a skladbu.

Dle předpokládaného průběhu smykového napětí viz Obr. 6-1, lze oblast *I* z pohledu vlivu na smykovou tuhost zanedbat. Avšak je to právě oblast *I*, která přenáší největší část ohybového namáhání ve formě normálového napětí a tím vyvstává otázka, jak definovat silovou okrajovou podmínku na hranici oblasti *I* a *II* pro oblast *II*, aby byl zaručen přenos normálového ohybového napětí mezi pásnicemi. Řešení se nabízí v již odvozené rovnici (6.7) definovat τ_0 jako nenulovou okrajovou podmínku a určit ji pomocí metody řezu, viz Obr. 6-4 [D8]. Integrací normálového napětí přes celou oblast *I* získáme výslednou normálovou sílu $F_{osová}$, kterou daná pásnice přenáší, viz rovnice (6.10). Tato integrace lze nahradit sumou přes všechny vrstvy *n* kde index *m* označuje hodnoty v polovině tloušťky vrstvy, viz (6.11) [D8].

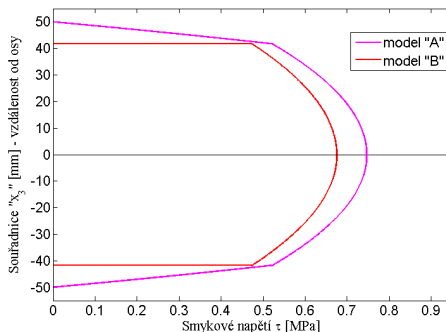
$$F_{osová} = \int_{(A_I)} \sigma_i dA \quad (6.10)$$

$$F_{osová} = \sum_i^n \sigma_{mi} \cdot A_i = \sum_i^n \frac{M_o}{T_{D\ suma}} \cdot E_i \cdot A_i \cdot x_{m3} \quad (6.11)$$

Tato síla dle silové rovnice rovnováhy v osovém směru nosníku musí být v rovnováze právě s napětím τ_0 působícím na plochách přechodu oblasti *I* na oblast *II* (mezi pásnicí a stojinou).

6.5 Závěr kapitoly

Náhradní model A i B splňují základní požadavek na přímý výpočet korigované smykové tuhosti profilu bez vyjádření opravného koeficientu smykové tuhosti v uzavřeném tvaru. Oba modely splňují i požadavek na snadnou implementaci do optimalizačních nástrojů často používaných při prvotním návrhu konstrukce.



Obr. 6-5 Průběh normovaného smykového napětí (profil CS-SS-WA-100)

Oba modely predikují korigované smykové tuhosti téměř ekvivalentní metodě sumou přes dílčí vlastnosti vrstev pro profil CS-SS-WA-100. Náhradní model A se dle Obr. 6-5 zdánlivě zdá být vhodnější, avšak kritériem ekvivalentní tuhosti jsme v pásnici přešli na izotropní model, který již není schopen rozlišit jednotlivé vrstvy a využívá konstantní modul pružnosti $E_{ekv, I}$ (viz lineární oblast modelu A v Obr. 6-5). Z tohoto důvodu je metodou řezu na rozhraní pásnice a stojiny u modelu A a

modelu B rozdílné smykové napětí. Náhradní model B pracuje s předpokladem blízkým reálným okrajovým podmínkám, že smykové napětí v pásnici lze považovat za nulové, vzhledem k nízké příčné smykové tuhosti laminátu a okrajovým podmínkám nulového smykového napětí na površích pásnice, a proto lze předpokládat, že smykové napětí velice rychle naroste až v blízkém okolí stojiny, které je z pohledu výpočtu deformační energie zanedbatelné. Z těchto důvodů je náhradní model B vhodnější k výpočtu korigované smykové tuhosti a to i přes to, že korigovaná smyková tuhost vychází o 17% vyšší než metodou součtu vlastností dílčích vrstev. Kapitola 7 *Experimentální ověření vlivu smyku na celkovou deformaci nosníku* se věnuje experimentální verifikaci metody B na vybraném typu profilu CS-SS-WA-100.

7 Experimentální ověření vlivu smyku na celkovou deformaci nosníku

Hlavní motivací experimentálního měření vlastností profilu je získání mechanických vlastností při ohybu a příčném smyku profilu. K experimentálnímu ověření bylo vybráno hybridní kompozitní zkušební těleso vyrobené metodou navjění z UHMC a HSC vláken o rozměrech 100x100x1000mm s 8mm tloušťkou stěny. Zkušební těleso má označení CS-SS-WA-100 a je typickým zástupcem nosníků používaných při stavbě strojů a zařízení. Například firma Bilsing Automation využívá podobné profily na výrobu 3 až 5-ti metrových ramen manipulátorů pro automatické výrobní linky viz Obr. 7-1 [D7]. Výsledky této kapitoly byly publikovány v [D8].



Obr. 7-1 Nosník manipulátoru „crossbar“ firmy Bilsing Automation GmbH. Převzato z [D7].

7.1 Modifikovaná třibodová zkouška s vyztužením v oblasti podpor

Motivací k návrhu modifikovaného třibodového experimentu v ohybu byl požadavek na měření deformace nosníku v celé délce zkušebního tělesa, včetně lokálních deformací. Hlavní předpoklad experimentu vychází ze základů teorie pružnosti nosníku a to že horní měřený povrch se deformuje stejně jako spodní povrch a střednice.

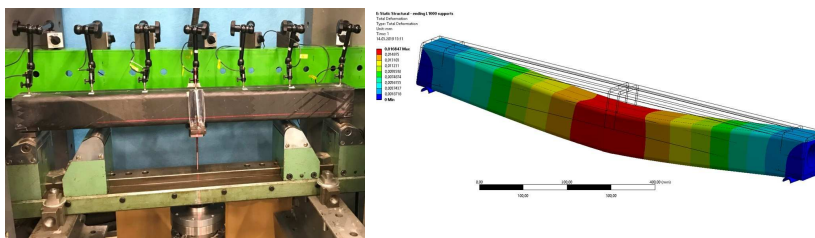


Obr. 7-2 Detail duralových vyztuží v místě podpory – a) zkušební těleso, b) reálná aplikace. Převzato z [D8].

Tento předpoklad může být splněn pouze pokud lokální deformace nosníku v místech podpor a zavedení síly budou zanedbatelné. Dle MKP studie dochází při modifikované zkoušce k největším rozdílům v deformacích právě v oblastech podpor. Proto bylo navrženo vyztužení v místech podpor podobné reálným aplikacím, viz Obr. 7-2 [D8].

7.2 Studie MKP - vliv lokálních deformací s vyztužením v oblasti podpor

Studie MKP je zaměřena na „rekonstrukci“ modifikovaného experimentu s vyztužením v oblasti podpor se vzdáleností podpor 940mm. Jedná se zejména o ověření předpokladu stejných deformací horního povrchu, střednice a spodního povrchu pomocí MKP modelu v řešiči Ansys.



Obr. 7-3 Modifikovaná zkouška s výtuhami v oblasti podpor (vlevo). Převzato z [D8]. Studie MKP - deformace při zatížení 1kN s vyztužením v oblasti podpor (vpravo).

Na Obr. 7-3 je zobrazena celková deformace nosníku z MKP analýzy modifikované zkoušky s vyztužením v oblasti podpor při zatížení 1kN při vzdálenosti podpor 940mm. Z celkových deformací je zřejmý zanedbatelný vliv lokálních deformací na celkovou deformaci a je zřejmé, že deformační křivky horního povrchu, střednice a spodního povrchu pro zatížení 15kN jsou shodné. Výsledek lze považovat za důkaz, že při modifikované zkoušce s vyztužením v oblasti podpor je splněn prvotní předpoklad, že horní měřený povrch má stejnou deformaci jako spodní povrch a střednice.

7.3 Závěr kapitoly

Nízká smyková tuhost laminy v jejím příčném směru má prokazatelně výrazný vliv na deformace v místech podpor a v místech zatížení. Vliv těchto deformací je natolik velký, že zanedbání lokálních deformací při experimentální verifikaci analytických modelů může vést k chybné verifikaci modelu. Následné použití takto verifikovaného modelu k predikci deformace bude vždy zatíženo nepřesností plynoucí z verifikace modelu. Použití duralových výtuh v místech podpor bylo inspirováno reálnými konstrukcemi a jejich použití při modifikované tříbodové zkoušce se ukázalo jako velice výhodné.

Tabulka 2 : Srovnání analytických metod s experimentem (pro 940mm mezi podporami a zatížením 15kN). Převzato z [D8].

| Metoda | Průhyb [mm] | Poddajnost [mm/kN] | Δ [%] |
|--|-------------|--------------------|--------------|
| Modifikovaný experiment s inserty v oblasti podpor | 0,33 | 2,20e-02 | 0 |
| MKP s inserty v oblasti podpor | 0,25 | 1,67e-02 | -24 |
| Bernoulli | 0,22 | 1,47e-02 | -33 |
| Náhradní model B | 0,29 | 1,93e-02 | -12 |

Díky minimalizaci lokálních deformací v místě zatížení a v místech podpor lze vyhodnocení modifikované zkoušky s vyztužením v oblasti podpor považovat za vhodné pro verifikaci analytických modelů. Srovnání analytických metod s modifikovaným experimentem s vyztužením v oblasti podpor je uvedeno v tabulce, viz Tabulka 2 [D8].

Cíl kapitoly provést experiment, kde nežádoucí vlivy lokálních deformací budou monitorovány a ideálně minimalizovány tak, aby neovlivnily výsledek experimentu byl splněn. Minimalizací lokálních deformací jsme získaly experimentálně určenou tuhost nosníku, kterou je možné použít k verifikaci analytických modelů.

8 Závěr

Předkládaná disertační práce přináší nové a autorem disertační práce prvně publikované poznatky v oblasti výpočtových modelů hybridních kompozitních profilů. Teoretické i experimentální výsledky práce byly průběžně publikovány v odborných publikacích, na domácích i zahraničních konferencích a ve vědeckých zprávách. Na výsledky uvedené v této práci je možné navázat v teoretickém i experimentálním směru.

8.1 Zhodnocení vytyčených cílů

Hlavní cíl práce: „Komplexní metodika návrhu hybridních kompozitních struktur nosníkových profilů použitelná v technické praxi při zrychleném návrhu profilu dle požadovaných vlastností řešení“ **byl splněn.**

Návrh komplexní metodiky s příkladem aplikace je uveden v kapitolách 4, 5 a 6 disertační práce. Experimentální verifikace metodiky je uvedena v kapitole 8 disertační práce. V rámci experimentální verifikace modelů byl potvrzen nezanedbatelný vliv lokálních deformací v místě zatížení a v místech podpor na celkový výsledek experimentu. Z tohoto důvodu byla standardní třibodová zkouška v ohybu dvakrát modifikována, abychom získali experimentální data bez vlivu lokálních deformací. Výsledná odchylka predikovaného průhybu na základě navržené metodiky je 12% oproti experimentu, což je považováno za velice dobrou shodu. Hlavní výsledky byly publikovány zejména v rámci publikací [D1], [D2], [D8] a [D15].

Dílčí cíl práce: „Navrhnout analytickou explicitní metodu přímého určení korigované smykové tuhosti hybridních kompozitních profilů“ **byl splněn.**

Odvození a aplikace nového přístupu k přímému výpočtu korigované smykové tuhosti je popsána v předkládané práci. Potřebné vztahy byly primárně odvozeny pro čtvercový dutý hybridní profil složený z více typů vláken s epoxydovou pryskyřicí a je součástí této práce. Navržená metodika není závislá na skladbě nosníku, což je považováno za hlavní inovaci, která výrazně usnadňuje praktické použití metody. Nezanedbatelnou výhodou přímého výpočtu korigované smykové tuhosti je její aplikovatelnost i na hybridní kompozitní profily, což běžné metody založené na vyjádření opravného smykového koeficientu v uzavřeném tvaru neumožňují. Nový způsob výpočtu korigované smykové tuhosti hybridních kompozitních profilů je hlavní autorský přínos této práce, který doposud nebyl v literatuře popsán. Obsahuje jak teoretický přínos vědě, tak i přínos pro technickou praxi. Výsledky byly publikovány v rámci publikace [D8].

Dílčí cíl práce: „Návrh technické realizace optimalizační smyčky profilu „na míru“ s využitím analytických metod určení ohybové a smykové tuhosti hybridních kompozitních profilů“ **byl částečně splněn**

Efektivní optimalizační smyčka, která pro dané zatížení určí řešení, které obsahuje jaký profil s jakou skladbou je pro dané zadání optimální s důrazem na reálnou vyrobiteľnost tohoto řešení, je částečně popsáno v předkládané práci. Z důvodu problematické specifikace okrajových podmínek pro různé typy profilů a jejich mnohdy nejednoznačného matematického popisu, nebylo možné hlavní program optimalizační smyčky dokončit. Důležitá subrutina iteračního výpočtu, která pro daný profil a skladbu spočítá smykovou tuhost, ohybovou tuhost, měrnou hmotnost, maximální průhyb pro vetknutý nosník, maximální průhyb pro nosník na dvou podporách a ostatní potřebné informace o profilu pro optimalizační smyčku byla dokončena a byl do ní implementován i přímý výpočet korigované smykové tuhosti pro dutý čtvercový profil, viz elektronická příloha práce. Díky analytickým modelům je výpočetní náročnost subrutiny velice příznivá (výpočet jedné iterace profilu řádově desítky milisekund) a je vhodná k využití v optimalizačním nástroji a na této bázi ji provozovat bez obtíží i na běžných stolních počítačích. Výsledky byly publikovány v rámci publikace [D1] a [D15].

Dílčí cíl práce: „Experimentální verifikace analytické explicitní metody přímého určení korigované smykové tuhosti hybridních kompozitních profilů“ **byl splněn.**

Experimentální verifikace mechanických vlastností predikovaných na základě navržené metodiky je popsána v předkládané práci. V rámci experimentální verifikace modelů byl potvrzen nezanedbatelný vliv lokálních deformací v místě zatížení a v místech podpor na celkový výsledek experimentu. Z tohoto důvodu byla standardní třibodová zkouška v ohybu dvakrát modifikována, abychom získali experimentální data bez vlivu lokálních deformací. První modifikace je zaměřena na minimalizaci lokálních deformací v místě zavedení síly, která zároveň umožnila měření deformací po celé straně profilu. Druhá modifikace je zaměřena na minimalizaci lokálních deformací v místech podpor, které byly na základě konečné prvkového výpočtu prokázány u první modifikace experimentu. Minimalizace lokálních deformací během měření druhé modifikace experimentu byla úspěšně prokázána kontrolním konečným prvkovým výpočtem. Výsledná odchylka predikovaného průhybu na základě navržené metodiky je 12% oproti experimentu, což je považováno za velice dobrou shodu. Výsledky byly publikovány v rámci publikace [D8].

8.2 Přínos disertační práce pro vědu

Teoretický přínos disertační práce vědě spočívá v odvození a v aplikaci nového přístupu k výpočtu korigované smykové tuhosti. Běžně používané a publikované metody se zaměřují na vyjádření opravného koeficientu smykové tuhosti v uzavřeném tvaru, obecně jako funkci n -proměnných, např.: počtu vrstev, typu vláken, objemovém podílu, orientaci vláken. Takovéto přístupy vedou k řešení ve formě funkcí, kdy se mění vždy jen jedna z proměnných. Takovéto řešení má velice omezenou oblast využití a v rámci vývojového projektu či v technické praxi je reálně nepoužitelné. Nezanedbatelnou výhodou přímého výpočtu korigované smykové tuhosti je její aplikovatelnost i na hybridní kompozitní profily, což běžné metody založené na vyjádření opravného smykového koeficientu v uzavřeném tvaru neumožňují.

8.3 Přínos disertační práce pro technickou praxi

Praktický přínos disertační práce spočívá v navržené metodice přímého výpočtu korigované smykové tuhosti pro hybridní kompozitní profily. Odvození potřebných vztahů je nutné udělat pouze jednou pro daný typ profilu, neb navržená metodika není závislá na skladbě nosníku. Nezávislost na skladbě

profilu je považována za hlavní inovaci, která výrazně usnadňuje praktické použití metody. Výpočtová náročnost takového řešení je minimální a proto lze analytický optimalizační nástroj na této bázi provozovat bez obtíží i na běžných stolních počítačích.

Druhým hlavním přínosem pro praxi jsou detailně zmapované experimentální konfigurace použité při verifikaci analytických modelů predikce deformace při zatížení osamělou silou. Detailní studie lokálních deformací v oblasti zatížení a v oblastech podpor při realizaci experimentu a jejich nezanedbatelný vliv na výsledek experimentu byl prokázán.

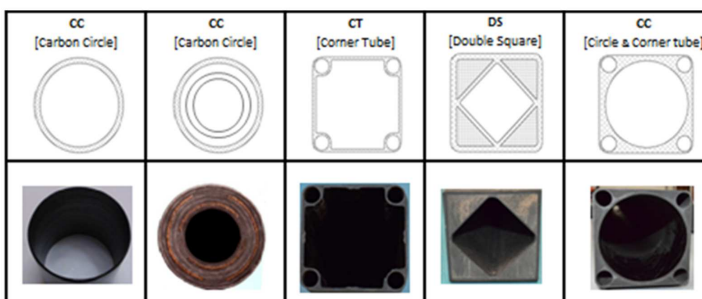
Třetím přínosem pro praxi je zpracovaná fundamentální databáze profilů včetně materiálových, technologických a geometrických parametrů, včetně experimentálního ověření, která v kombinaci s vyvinutou metodikou výpočtu elastických vlastností profilu poskytuje velice robustní nástroj při výběru vhodného profilu. S ohledem na duševní vlastnictví firmy Compo Tech Plus s.r.o. nemohou být detailní informace z databáze profilů prezentovány v této práci.

8.4 Možnosti navzujícího výzkumu

Na výsledky uvedené v této práci je možné navázat v teoretickém i experimentálním směru. V experimentální oblasti lze dosáhnout významného rozšíření zejména verifikací více typů profilů ve více měřicích konfiguracích. V této práci je uvedena detailní studie pro vybraný profil a konfiguraci zkoušky a to zejména z důvodu finanční a časové náročnosti zkoušky.

Experimentální verifikace modelu přímého výpočtu korigované smykové tuhosti je v této práci zaměřena na základní čtvercový profil vyrobený metodou navíjení. Možným směrem výzkumu může být ověření modelů vlastností u profilů vyrobených jinými technologiemi. Lze předpokládat, že shoda modelu s experimentem bude podobná, ale tento předpoklad zatím není prokázán.

V teoretickém směru lze navrženou metodiku rozšířit pro různé typy profilů, například na otevřené profily, profily s kruhovým průřezem, viz Obr. 8-1, atd., kterými se tato práce na úrovni přímého výpočtu korigované smykové tuhosti nezabývá. Transformace modelu do sférických souřadnic je zřejmým teoretickým pokračováním této práce. Programy výpočtu mechanických vlastností profilu, včetně přímého výpočtu korigované smykové tuhosti (vše napsané v jazyce Matlab) jsou součástí elektronické přílohy této práce s cílem usnadnit pokračování dalšího vývoje metodiky.



Obr. 8-1 Příklad profilů vhodných k rozšíření metodiky

9 Použitá literatura

- [1] **MAREŠ, T., JIRAN, L.** Odborná zpráva TAČR TA2-0543 V-12-060 Příloha II: Timoshenko beam theory for composite beams, the first approximation of the effect of shear stress. Praha: České vysoké učení technické, 2012, pp. 1-9.
- [2] **KOLLÁR, László P., George S. SPRINGER.** Mechanics of composite structures. Cambridge: Cambridge university press, Great Britain, 2003, pp. 1-480, ISBN-13 978-0-521-80165-2.
- [3] **RAMAN, Prabhu Madabhushi, Davalos, Julio F.** Static shear correction factor for laminated rectangular beams. Elsevier [online], Great Britain, 1996, pp. 285-293, ISSN 1359-8368/96.
- [4] **TIMOSHENKO, S. P.** On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 1921, pp. 744-746, DOI: 10.1080/14786442.108636264.
- [5] **PUCHEGGER, S., BAUER, S., LOIDL, D., KROMPK., PETERLIK, H.** Experimental validation of the shear correction factor. Journal of Sound and Vibration 261, 2003, pp. 177-184, DOI: 10.1016/S0022-460X(02)01181-1.
- [6] **BARBERO, J. E.** Introduction to Composite Materials Design. Second edition, CRC Press, United States of America, 2011, pp. 1-562, ISBN 978-1-4200-7915-9.
- [7] **KARAMANLI, A.** Flexure analysis of laminated composite and sandwich beams using timoshenko beam theory. Journal of Polytechnic, roč. 21, čís. 3, 2018, pp. 633-643, ISSN: 2147-9429.
- [8] **TIMOSHENKO, S. P., Goodier, J. C.** Theory of Elasticity 2nd edition. McGraw-Hill Book Co. Inc., New York-Toronto-London, 1951, pp. 1-506, OL6090054M.
- [9] **SUN, J., RŮŽIČKA, M., UHER, O.** Measurement of Tensile Stiffness of Cross Wound Tubes. Proceedings of CTU Workshop, Praha, 2003, pp. 660-661, ISBN 80-01-02708-2.
- [10] **PŘÍSPĚVATELÉ WIKIPEDIE,** Timošenkova teorie ohybu nosníku [online]. Wikipedie: Otevřená encyklopedie, [vid. 3.června 2019], dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Timo%C5%A1enkova_teorie_ohybu_nosn%C3%ADku#cite_note-Mindlin1953-31.
- [11] **ZULAIKA, J., CAMPA, F. J.** New Concepts for Structural Components. Machine Tools for High Performance Machining, Springer, 2009, pp. 47-73, ISBN 978-1-84800-379-8.
- [12] **COWPER, G. R.** The Shear Coefficient in Timoshenko's Beam Theory. Journal of Applied Mechanics, roč. 33, čís. 2, 1966, pp. 335-340, DOI:10.1115/1.3625046.
- [13] **MINDLIN, R. D., DERESIEWICZ, H.** Timoshenko's shear coefficient for flexural vibrations of beams. Columbia University in the City of New York, United States of America, 1953, pp. 1-14.

- [14] **BIRMAN, V., BERT, Ch.** On the Choice of Shear Correction Factor in Sandwich Structures. *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 2002, pp. 83-95, DOI: 10.1177/1099636202004001180.

10 Publikace autora k tématu disertační práce

- [D1] **POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M., KULÍŠEK, V., MAREŠ, T., DOUBRAVA, K., UHER, O.** Design of composite hybrid structures “on request”. *Materials Today: Proceedings*, Vol. 3, Issue 4, 2016, pp. 1129-1134. (indexed in Scopus, WOS)
- [D2] **RŮŽIČKA, M., KULÍŠEK, V., VRBA, P., SMOLÍK, J., POŠVÁŘ, Z.** Mechanical properties of composite structural parts for machine tools. Extended abstract. In: *Proceeding of 35th Danubia-Adria Symposium on Advances in Experimental Mechanics*, Sinaia, Romania, 2018, pp. 65-66.
- [D3] **KULÍŠEK, V., RŮŽIČKA, M., UHER, O., SMOLÍK, J., POŠVÁŘ, Z.** Aplikace vláken typu PITCH do nosných komponent výrobních strojů. Mezinárodní konference Polymerní kompozity 2017, stať ve sborníku, Spolek pro technickou podporu a propagaci polymerních kompozitů, Praha, 2017, pp. 34-41, ISBN 978-80-906713-0-0.
- [D4] **KULÍŠEK, V., RŮŽIČKA, M., VRBA, P., SMOLÍK, J., POŠVÁŘ, Z.** Porovnání mechanických vlastností modelových nosných vzorků pro obráběcí stroje. *Mechanika kompozitních materiálů a konstrukcí*, stať ve sborníku, Západočeská univerzita v Plzni, Plzeň, 2018, pp. 1-6.
- [D5] **POŠVÁŘ, Z.** Compo Tech new beams for frame assembly. příspěvek interní konference Compo Tech Plus s.r.o., Zadov, 2015, pp. 1-14.
- [D6] **POŠVÁŘ, Z.** Analytical models for standard sections. příspěvek interní konference Compo Tech Plus s.r.o., Zadov, 2015, pp. 1-7.
- [D7] **POŠVÁŘ, Z.** Carbon Fibres Projects with Bilsing Automation North America. příspěvek interní konference Compo Tech Plus s.r.o., Zadov, 2017, pp. 1-25.
- [D8] **POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M., KULÍŠEK, V., MAREŠ, T., UHER, O., DOUBRAVA, K.** Experimental verification of analytical model for deflection prediction of hybrid carbon fibre profile under three point bending tests. In: *Proceeding of 57th conference on experimental stress analysis*, Luhačovice, 2019, pp. 426-433, ISBN 978-80-214-5766-9. (indexed in Scopus, competition of young scientists - 2nd place)
- [D9] **RŮŽIČKA, M., KULÍŠEK, V., POŠVÁŘ, Z., MAREŠ, T., DOUBRAVA, K., HAD, J.** Výpočtové a experimentální postupy pro zjišťování statických a dynamických vlastností hybridních kompozitních struktur – Experimentální část. závěrečná zpráva projektu TA02010543 Technologické agentury České republiky, České vysoké učení technické v Praze a Compo Tech Plus s.r.o., Praha, 2015, pp. 1-91.

- [D10] **RŮŽIČKA, M., KULÍŠEK, V., POŠVÁŘ, Z., MAREŠ, T., DOUBRAVA, K.** Výpočtové a experimentální postupy pro zjišťování vlastností hybridních kompozitních struktur – výpočtová část. závěrečná zpráva projektu TA02010543 Technologické agentury České republiky, České vysoké učení technické v Praze a Compo Tech Plus s.r.o., Praha, 2015, pp. 1-80.
- [D11] **POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M.** Comparison of tensile and compressive modulus for ultra-high modulus carbon fibre XN80-A2S. In: Proceeding of 15th Workshop of applied mechanics, Praha, 2014, pp. 1-6.
- [D12] **POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M.** Dynamic and static bending properties of hybrid carbon tube. Studentská tvůrčí činnost, stať ve sborníku, České vysoké učení technické v Praze, Praha, 2014, pp. 1-8.
- [D13] **DOUBRAVA, K., POŠVÁŘ, Z.** Statické zatížení H-rámů z uhlíkových a duralových profilů. Výzkumná zpráva projektu TA02010543 Technologické agentury České republiky, České vysoké učení technické v Praze a Compo Tech Plus s.r.o., Praha, 2015, pp. 1-12.
- [D14] **DVOŘÁK, M., HAD, J., POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M.** Monitoring of 3D Composite Structures Using Fiber Optic Bragg Grating Sensors. Structural Health Monitoring 2011: Condition-Based Maintenance and Intelligent Structures - Proceedings of the 8th International Workshop on Structural Health Monitoring, Stanford University, Lancaster, Pennsylvania: DEStech Publications, Inc., vol. 2, 2011, pp. 1595-1602, ISBN 978-1-60595-053-2. (indexed in Scopus, WOS)
- [D15] **KULÍŠEK, V., RŮŽIČKA, M., KAŠPÁRKOVÁ, T., POUL, R., POŠVÁŘ, Z.** Modeling of composite spindle rams. vyzvaný příspěvek semináře Výpočtová mechanika, Západočeská univerzita v Plzni, Špičák, 2015, pp. 1-22.

11 Ostatní publikace autora

- [E1] **POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M.** Composite beam with cell structure for high stiffness short beam application. 20th International conference on composite materials - Structural Analysis and Optimization, poster, Copenhagen, Denmark, 2015, pp. 1.
- [E2] **POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M.** Winding and 3D-cell beam structure comparison in bending properties. 18th Workshop of applied mechanics, Praha, 2015, pp. 1-3.
- [E3] **DVOŘÁK, M., POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M.** Studie a návrh metodiky zkoušek pro systém Smart Structure. Výzkumná zpráva projektu MPO FR-TII/290 - *Demonstrátor kompozitní řídicí plochy velkého dopravního letounu podle předpisu CS-25, Praha, 2010, pp. 1-5.
- [E4] **POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M.** Hybrid-composite bar element with collision resistant properties. 20th Workshop of applied mechanics, Praha, 2016, pp. 1-6.

- [E5] **POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M.** Hybrid-composite bar element with collision resistant properties – Experience with the first prototype. In: Proceeding of 23rd Workshop of applied mechanics, Praha, 2017, pp. 1-3.
- [E6] **POŠVÁŘ, Z.** Nafukovací lisovací trn k výrobě vláknového kompozitního profilu. užitiný vzor, 2015, pp. 1-3.
- [E7] **DOUBRAVA, K., PONÍŽIL, T., KULÍŠEK, V., POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M.** Experimental and numerical analysis of the head tube joint strength. In: Proceeding of 57th conference on experimental stress analysis, Luhačovice, 2019, pp. 42-49, ISBN 978-80-214-5766-9. (indexed in Scopus)
- [E8] **POŠVÁŘ, Z.** New winding machine Compo005 – new products and technology knowledge. příspěvek interní konference Compo Tech Plus s.r.o., Zadov, 2019, pp. 1-14.
- [E9] **POŠVÁŘ, Z.** New winding machine Compo005 – design and production. příspěvek interní konference Compo Tech Plus s.r.o., Zadov, 2017, pp. 1-27.

