ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

ÚSTAV MECHANIKY TEKUTIN A TERMODYNAMIKY

NESTACIONÁRNÍ PROVOZ SEGNEROVA KOLA

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Autor:

David Vodička

Vedoucí:

prof. Ing. Pavel Šafařík, Csc.

červenec 2019

Praha

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v přiloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu 60 zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne .....

Podpis .....

Poděkování

Rád bych poděkoval panu prof. Ing. Pavlu Šafaříkovi Csc. za vedení a podporu při psaní mé bakalářské práce. Také bych chtěl poděkovat panu Bc. Jindřichu Paurovi za pomoc při konstrukci částí Segnerova kola.

Použité symboly

Symbol	**Jednotka**	**Význam**
A_1	$[m^2]$	Plocha nádoby
A_2	$[m^2]$	Plocha průřezu ramene Segnerova kola
a_c	$[m \cdot s^{-2}]$	Coriolisovo zrychlení
α	$[1]$	Úhlové zrychlení, součinitel kontrakce
β	$[1]$	Úhel mezi silami v bodě A
φ	$[1]$	Rychlostní součinitel
F	$[N]$	Síla
g	$[m \cdot s^{-2}]$	Tíhové zrychlení
H	$[m]$	Počáteční výška hladiny v nádobě
h	$[m]$	Výška hladiny
I	$[kg \cdot m^2]$	Moment setrvačnosti
L	$[m]$	Výška Segnerova kola
L_1, L_2	$[m]$	Délky potřebné ke stanovení třecího momentu
$\bar{L}_1$	$[m]$	Střední hodnota délky
ω	$[rad \cdot s^{-1}]$	Úhlová rychlost
M_c	$[N \cdot m]$	Coriolisův moment
M_t	$[N \cdot m]$	Třecí moment
M_v	$[N \cdot m]$	Moment vyvolaný prouděním vody
m_{kap}	$[kg]$	Hmotnost kapaliny v Segnerově kole
m_{Seg}	$[kg]$	Hmotnost Segnerova kola

m_z	$[kg]$	Hmotnost závaží
p	$[Pa]$	Tlak
R	$[m]$	Délka ramene Segnerova kola
R_s	$[m]$	Rameno třecí síly
ρ	$[kg \cdot m^{-3}]$	Hustota kapaliny
S_1, S_2	$[N]$	Síly vyskytující se při stanovení tření
t	$[s]$	Čas
t_{end}	$[s]$	Doba vyprázdnění kapaliny v nádobě
$\dot{V}$	$[m^3 \cdot s^{-1}]$	Ideální objemový průtok
$\dot{V}_{skut}$	$[m^3 \cdot s^{-1}]$	Skutečný objemový průtok
$\bar{\dot{V}}_{skut}$	$[m^3 \cdot s^{-1}]$	Střední hodnota skutečného objemového průtoku
v	$[m \cdot s^{-1}]$	Rychlost kapaliny
v_1, v_2	$[m \cdot s^{-1}]$	Rychlosti použité při zrychlení kapaliny
v_h	$[m \cdot s^{-1}]$	Rychlost poklesu hladiny
v_s	$[m \cdot s^{-1}]$	Skutečná výtoková rychlost
v_∞	$[m \cdot s^{-1}]$	Ideální výtoková rychlost

I_B	$[A]$	Elektrický proud protékající bází
I_F	$[A]$	Dovolený elektrický proud na diodě
R_1, R_2	$[\Omega]$	Odpory použitých rezistorů
U_{CES}	$[V]$	Saturační napětí kolektor-emitor
U_F	$[V]$	Úbytek napětí na diodě
U_{zdroj}	$[V]$	Napětí zdroje

Zkratky

BigClown	Společnost vyrábějící jednočipové počítače
LED	Světelná dioda
CAD	Počítačem podporované kreslení
MATLAB	Výpočetní program
Ode45	Název použité explicitní metody v MATLABu
Ode23t	Název použité implicitní metody v MATLABu
PC	Počítač
PVC	Polyvinylchlorid

NESTACIONÁRNÍ PROVOZ SEGNEROVA KOLA

Anotace

Bakalářská práce se zabývá nestacionárním provozem vodního stroje známého pod názvem Segnerovo kolo. V práci je popsána konstrukce Segnerova kola. Následuje teoretické odvození a experimentální měření úhlové rychlosti pro stanovený režim provozu. Teoretické výsledky jsou porovnány s experimentálními daty. Pro teoretické modely je použit program MATLAB a pro experimentální měření je použita modulární stavebnice od české firmy BigClown.

Klíčová slova

Segnerovo kolo, úhlová rychlost, nestacionární provoz turbíny

NONSTATIONARY OPERATION OF SEGNER'S WHEEL

Abstract

The subject of the bachelor thesis is a nonstationary operation of a basic reaction turbine known as the Segner's wheel. The design of the turbine is described. Consequently follows a theoretical derivation of angular speed for the given operational mode. Results from the theoretical model are compared to experimental measurements. The theoretical model of the turbine's behaviour is modelled in MATLAB. For measuring angular speed on a real turbine, a modular kit with sensors, from the Czech company BigClown, is used.

Key words

Segner's wheel, angular speed, nonstationary operation of turbine

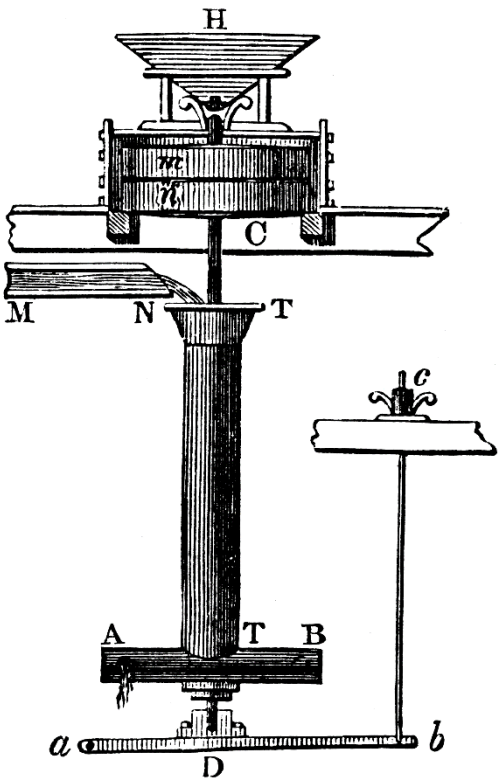
Obsah

1 Úvod 9
2 Konstrukce 10
2.1 Konstrukce Segnerova kola 10
2.2 Volba ložiska 11
2.3 Konstrukce nádoby 11
3 Teorie Segnerova kola 11
3.1 Předpoklady řešení 11
3.2 Zákon zachování hybnosti 12
3.3 Působící momenty 12
3.4 Výtoková rychlost 15
3.5 Dynamika Segnerova kola 18
3.6 Výběr metody integrace 19
3.7 Experimenty potřebné k teoretické části 20
4 Experimentální měření úhlové rychlosti 25
4.1 Schéma experimentu 25
4.2 Návrh měřící soustavy 26
4.3 Program pro modul BigClown 27
4.4 Výpočty obvodu 27
4.5 Tvorba víru 28
4.6 Zpracování naměřených dat 29
4.7 Porovnání teoretických a naměřených dat 32
5 Závěr 34
6 Literatura 35
7 Přílohy 36
7.1 Příloha 1 36
7.2 Příloha 2 37
7.3 Příloha 3 38
7.4 Příloha 4 39
7.5 Příloha 5 40

1 Úvod

Už od starověku se lidé pokoušeli využít vodu a vodní páru k pohonu jednoduchých mechanických zařízení. Jeden z nejstarších takových strojů je Heronova baňka postavená Hérónem Alexandrijským, starověkým matematikem a vynálezcem žijícím v 1. století n. l. [1]. V baňce, které je umožněno volně se otáčet kolem své osy, je nalita voda. Baňka má dvě ramena, jejichž konce jsou zahnuté a každý míří na opačnou stranu. Pomocí vnějšího zdroje tepla je voda v baňce ohřívána a vzniká pára. Ta zvětšuje svůj objem a uniká skrze ramena. V ramenou vytváří reaktivní sílu, která baňku roztočí. Reaktivní síla není nijak velká, a proto se baňka točí velmi pomalu. Vznik oné reaktivní síly je však důležitý princip, který se uplatňuje i v Segnerově kole.

Historie Segnerova kola v podobě, jak je známa dnes, sahá do poloviny 18. století. První zmínky o stroji, který se otáčí na základě přilévání vody pochází z roku 1743 od anglického inženýra Roberta Barkera. Jednalo se o trubici uloženou svisle na tyči s ostrým koncem, jenž dovoloval trubici otáčet se kolem vlastní osy. Z trubice vedla ramena, stejná jako u Heronovy baňky. Do trubice se nalila voda a reaktivní síla vody rozpohybovala trubici. Uběhlo několik let, kdy bylo inženýry v Anglii napsáno mnoho článků na tento typ vodního stroje. Angličtí inženýři se zabývali zjišťováním účinnosti při různých průtocích a výškách hladiny. Tyto výsledky pak byly porovnávány s účinností mlýnských kol.



Obrázek 1 Barkerovo kolo, převzato z [2]

Okolo roku 1750 se Barkerovým kolem začíná zabývat profesor Ján Andrej Segner, německý fyzik a matematik. Ve své knize *Programma quo theorian machinae cujusdam hydraulicaepraemittit* se zmiňuje o stroji, který se však jen málo liší od Barkerovy trubice [3]. Přesto je dnes tento stroj známý pod názvem Segnerovo kolo. Segner odvodil, že výsledný kroutící moment je roven změně momentu hybnosti vody.

Vodní stroje jsou konstruovány na určité provozní podmínky. V dnešní době se však začíná vyžadovat schopnost pracovat i mimo návrhové stavy. Rozvíjí se tedy analýza strojů, které pracují v nenávrhových podmínkách. Chování stroje během změny stavu může být zásadní pro konstrukci stroje. Pokud bude mít vodní turbína vysoké provozní otáčky a bude nutno ji zrychleně zastavit, je nutné znát kritické zrychlení, jakým je možno turbínu brzdit, aby se stroj či okolí nepoškodilo.

2 Konstrukce

2.1 Konstrukce Segnerova kola

Segnerovo kolo sestává ze tří částí; pevné části, rotační části a ložiska. Pevná část je připevněna k nádrži s vodou, rotační část je pak připevněna pomocí ložiska k pevné části. Trubka se rozdvojuje na dvě stejné části – nazývané ramena, přičemž konce těchto ramen míří na opačné strany. Pro zhotovení pevné části byla zvolena technologie 3D tisku. Model byl navrhnut tak, aby se do něj dalo umístit ložisko a zároveň byla tato část kompaktní. Pro rotační část byly použity rovné trubky, T spojka a dvě kolena, která změní směr proudění tak, aby voda vytékala kolmo na osu ramene. Oproti jiným způsobům výroby byl 3D tisk rychlá a dostatečně přesná varianta. Rozměry jednotlivých částí kola jsou uvedeny v Příloze 1 a Příloze 2.

Obrázek 2 Segnerovo kolo

2.2 Volba ložiska

Na ložisko je vyvíjena axiální síla. Pro statické působení kapaliny je síla rovna

$$F = \rho g h A_2 + m_{Seg} g = g\left(m_{kap} + m_{Seg}\right). \tag{1}$$

Zde je h výška vodního sloupce, A_2 průměr trubky, g tíhové zrychlení, m_{kap} hmotnost kapaliny v Segnerově kole a m_{Seg} hmotnost Segnerova kola. Pro plastový model o hmotnosti $150\ g$, pro výšku hladiny $1\ m$ a vnitřní průměr trubky $14{,}4\ mm$ je síla přibližně rovna

$$F = 998 \cdot 9{,}814 \cdot 1 \cdot \frac{\pi * 0{,}0144^2}{4} + 0{,}15 \cdot 9{,}814 \approx 3\ N.$$

Při proudění bude síla na ložisko vyšší, jelikož se musí připočítat složka hybnosti vody ve směru osy rotace. Svislá část modelu je krátká a má malý průřez. Sílu této velikosti dokáží radiální kuličková ložiska zachytit. Pokud by se pracovalo s větším přetlakem v nádrži, bylo by vhodné spočítat celkovou sílu, kterou voda na ložisko působí při dynamickém provozu, a následně vybrat ložisko pro vyšší zatížení.

2.3 Konstrukce nádoby

Nádoba pro kapalinu byla vyrobena z trubky z plexiskla. Spodek nádoby je také z plexiskla, byl vyříznut na laserové řezačce a pomocí lepidla připevněn k trubce. Ve spodku nádoby jsou vytvořeny díry pro upevnění Segnerova kola pomocí šroubů. Pod vrchní hranou nádoby se nachází otvor. K tomuto otvoru je připevněna hadice, kterou odtéká přebytečná voda pryč. Tak je vytvořen přepad, který bude zachovávat konstantní hladinu v průběhu měření.

3 Teorie Segnerova kola

3.1 Předpoklady řešení

Pro vytvoření teorie pro dynamické chování Segnerova kola bylo nutné stanovit odpovídající model. V prvé řadě je proudění řešeno jako jednorozměrné, jelikož průměr trubek je několikanásobně menší než jejich celková délka. Segnerovo kolo je tedy považováno za potrubní systém. To umožní pro popis proudění ideální kapaliny využít Bernoulliho rovnici relativního proudění. Jelikož Segnerovým kolem proudí skutečná kapalina, je nutno použít metodu korekčních součinitelů, kterými se opraví výtoková

rychlost kapaliny. Prostředí, ve kterém se Segnerovo kolo otáčí, je vzduch, neuvažují se proto odporové síly prostředí. Třecí moment ložiska je určen experimentálně.

3.2 Zákon zachování hybnosti

Pro popis dynamických vlastností kola se vychází ze zákona zachování momentu hybnosti [4]. Ten říká, že časová změna momentu hybnosti L tělesa je rovna působícím momentům sil M. Časovou změnu hybnosti L je také možné vyjádřit jakou součin momentu setrvačnosti tuhého tělesa I a úhlového zrychlení tělesa α

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \sum_i \boldsymbol{M_i} = I\boldsymbol{\alpha}. \tag{2}$$

Jestliže je znám průběh silových momentů M_i v čase a moment setrvačnosti I, je možné vypočítat úhlové zrychlení tělesa. Další kapitola se zabývá tím, jaké momenty jsou při rotaci Segnerova kola přítomné a jak je určit.

3.3 Působící momenty

Při rotaci působí na Segnerovo kolo hnací moment vyvolaný proudící vodou a třecí moment. Je tu však ještě moment, který vzniká v důsledku toho, že kapalina, která proudí od osy rotace, je zároveň unášena trubkami, jež vykonávají pohyb rotační. Kapalina vykonává složený pohyb a je nutné počítat s Coriolisovým zrychlením. Moment, vznikající v důsledku tohoto zrychlení, je možné nazývat Coriolisův moment.

Coriolisův moment

Coriolisův moment, kterým protékající kapalina působí na stěnu kola v důsledku rotačního pohybu, lze odvodit pomocí vzorce pro výpočet Coriolisova zrychlení, které má tvar

$$\boldsymbol{a_c} = 2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}. \tag{3}$$

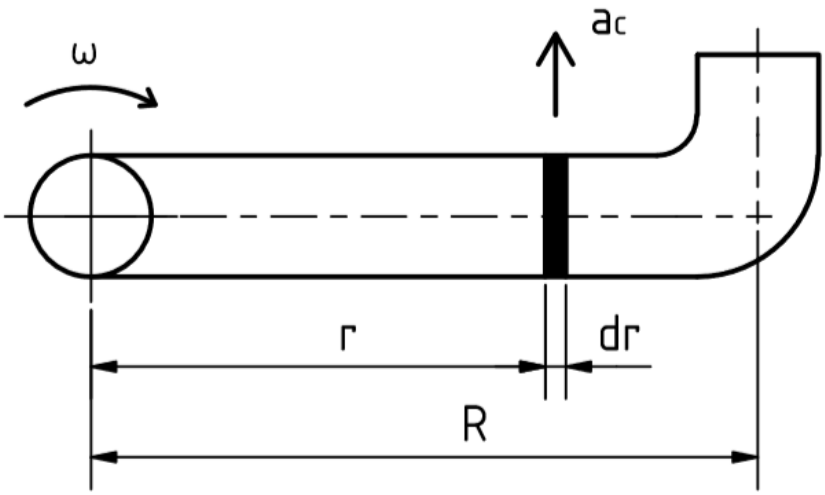
Velikost vektorového součinu je součin velikostí obou vektorů vynásobený sinem úhlu, který svírají. Výtoková rychlost v ramenech kola je kolmá na rychlost úhlovou, a tedy velikost Coriolisova zrychlení je

$$a_c = 2\omega v. \tag{4}$$

Na elementární objem kapaliny v trubici působí elementární moment. Integrací se získá výsledný Coriolisův moment, který působí na proudící tekutinu v ramenech. Pro dvě ramena je výsledný moment

$$dM_c = 2r\omega v dm = 2r\omega v \rho A_2 dr, \tag{5}$$

$$M_c = 2\rho A_2 v \omega R^2. \tag{6}$$



Obrázek 3 Odvození Coriolisova momentu

Moment setrvačnosti

Moment setrvačnosti je určen pomocí CAD softwaru Autodesk Inventor. Rotační část byla v tomto softwaru vymodelována podle finálních parametrů Segnerova kola, které lze vyčíst z Přílohy 2. Pro výpočet momentu setrvačnosti bylo potřeba zadat do programu hustotu použitých trubek. Hodnota hustoty byla vzata z tabulek [5]. Moment setrvačnosti pro svislou osu rotace je $I = 0{,}447 \cdot 10^{-3}\ kgm^2$.

Třecí moment

Třecí moment v ložisku závisí na více parametrech. V tomto případě zejména na typu ložiska, axiálním zatížení a otáčkách. Pro použití v pohybových rovnicích bude stanoven třecí moment, který je pro roztočení modelu z klidové polohy potřeba překonat, a třecí moment za pohybu, který vzniká při rotaci Segnerova kola.

Moment vyvolaný prouděním vody

Proudící voda vytváří silový moment, který dává do pohybu Segnerovo kolo

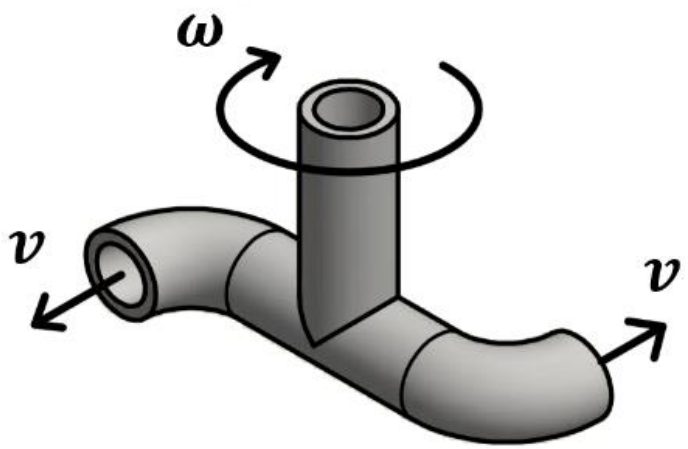
$$M_v = 2\rho A_2 v R v. \tag{7}$$

Do rovnice (2) se dosadí všechny zmíněné silové momenty, které jsou vyjádřeny vztahy (6) a (7):

$$I\frac{d\omega}{dt} = M_v - M_c - M_t, \tag{8}$$

$$I\frac{d\omega}{dt} = \rho A_2 v 2R(v - \omega R) - M_t. \tag{9}$$

Rovnice (9) sama o sobě nepostačuje k vyřešení dynamiky tělesa. Tato rovnice říká, jak spolu souvisejí momenty působící na těleso, avšak tyto momenty dále závisí na výtokové rychlosti. V další části textu je odvozena závislost výšky hladiny při výtoku z nádoby na čase a vzorec pro rychlost při náhlém otevření potrubí.



Obrázek 4 Vektory výtokové rychlosti a úhlové rychlosti

3.4 Výtoková rychlost

Velikost výtokové rychlosti je možno pro jednorozměrné nevazké proudění stanovit z Bernoulliho rovnice. Rozdíl mezi tlakem u hladiny a tlakem u výpusti je pro účely tohoto pokusu zanedbatelný. Rychlost poklesu hladiny je při velkém poměru plochy hladiny a plochy průřezu, kterým kapalina vytéká, téměř nulová.

$$gh_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = gh_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_\infty^2}{2} \tag{10}$$

$$v_\infty = \sqrt{2gh} \tag{11}$$

Výšky h_1 a h_2 jsou určeny referenčním souřadným systémem, kde h_1 je výška hladiny a h_2 výška vytékající kapaliny. Souřadnice h reprezentuje výšku od hladiny k bodu výtoku.

V Segnerově kole proudí skutečná kapalina, a proto se musí vzít v úvahu odlišné chování od kapaliny ideální. U skutečné kapaliny se část mechanické energie mění na energii tepelnou. To však ovlivňuje rychlost kapaliny a následně dynamické chování modelu, jelikož rotační pohyb je právě závislý na rychlosti vytékající kapaliny. Mechanickými ztrátami jsou myšleny třecí ztráty, ztráty v kolenech, při vtoku a výtoku a také ztráty v rozdělení ramen. Existují vzorce pro výpočet konkrétních ztrát, avšak jednotlivé typy ztrát by se mohly ovlivňovat, např. ztráty při rozdělení a následné ztráty v koleni. Z tohoto důvodu byla zvolena metoda korekčních součinitelů.

Princip metody spočívá ve změření objemového průtoku v reálném modelu, výpočtu ideálního průtoku a v následném stanovení korekce [6]. Pro skutečný objemový tok, který protéká Segnerovým kolem, platí

$$\dot{V}_s = \alpha\varphi\dot{V}. \tag{12}$$

$\dot{V}_s$ je skutečný objemový tok Segnerovým kolem, $\dot{V}$ ideální objemový tok, α součinitel kontrakce a φ rychlostní součinitel. Objemový tok je součin rychlosti kapaliny a průřezu, kterým kapalina proudí. Pro ramena zcela zatopená proudící vodou je součinitel kontrakce 1. Plochu průřezu je možné z rovnice vykrátit, a pro rychlosti pak platí

$$v_s = \varphi v_\infty. \tag{13}$$

Pokles hladiny

Při vypouštění nádoby není možné za výšku hladiny dosazovat počáteční výšku. Je tedy nutné odvodit výšku hladiny v čase. Pro rychlost poklesu hladiny platí

$$v_h = \frac{dh}{dt}. \tag{14}$$

Počáteční podmínka pro tuto rovnici je

$$h(0) = H. \tag{15}$$

Zároveň se použije rovnice kontinuity, kde v_h je rychlost poklesu hladiny a v je výtoková rychlost

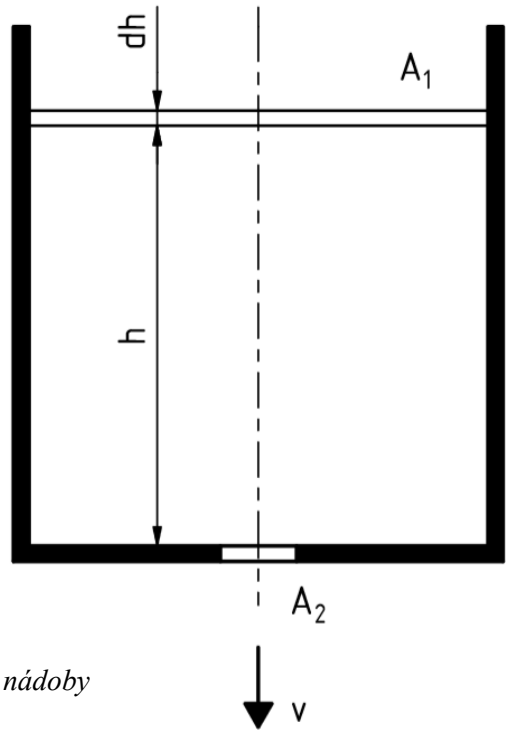
$$v_h A_1 = v A_2. \tag{16}$$

Dosazením rovnice (14) do rovnice (16) se získá diferenciální rovnice pro výšku hladiny

$$-\frac{dh}{dt} = \frac{A_2}{A_1}\varphi\sqrt{2gh}. \tag{17}$$

Řešením této rovnice je průběh výšky hladiny v čase.

$$h = \left(\sqrt{H} - t\frac{A_2}{A_1}\varphi\sqrt{\frac{g}{2}}\right)^2 \tag{18}$$



Obrázek 5 Výtok kapaliny z nádoby

Pro další výpočty je vhodné dosadit vzorec pro výšku hladiny (18) do vzorce pro výtokovou rychlost danou rovnicí (11), následně (11) do (13) a získat tak rovnici pro rychlost výtoku kapaliny. Z ní je patrno, že na začátku děje je rychlost stejná jako rychlost daná vztahem (11) vynásobená rychlostním součinitelem, avšak pokles hladiny způsobuje, že rychlost lineárně klesá s časem

$$v_s = \varphi\sqrt{2gH} - gt\varphi^2\frac{A_2}{A_1}. \tag{19}$$

Dále bude pro numerické výpočty důležité znát celkový čas vypuštění nádoby. Ten získáme, pokud do vzorce (18) dosadíme za výšku hladiny nulu

$$0 = \left(\sqrt{H} - t\varphi\frac{A_2}{A_1}\sqrt{\frac{g}{2}}\right)^2. \tag{20}$$

Aby platila rovnice (20), musí být funkce uvnitř závorky nulová. Algebraickými úpravami se získá vztah pro čas, za který se nádoba vyprázdní

$$t_{end} = \frac{A_1}{\varphi A_2}\sqrt{\frac{2H}{g}}. \tag{21}$$

Zrychlení kapaliny při otevření trubek

Na začátku experimentu jsou ramena uzavřena, aby jimi voda neprotékala. Jakmile se vodě umožní proudit rameny, voda bude zrychlovat. Zrychlující člen má tvar

$$\int_s \frac{\partial v}{\partial t} ds. \tag{22}$$

Je potřeba odvodit zrychlení ve svislé části L a v ramenou R. Zrychlení je definované jako funkce po částech

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \begin{cases} \frac{\partial v_1}{\partial t} & na\ vzdálenosti\ L \\ \frac{\partial v_2}{\partial t} & na\ vzdálenosti\ R \end{cases}. \tag{23}$$

Pro zrychlení tekutiny platí rovnice kontinuity (24). Tu je nutno použít, jelikož při vstupu vody do ramen se zvětší celkový průřez, kterým voda proudí. Ramena mají stejný průřez jako svislá část, zrychlení ve svislé části je proto dvojnásobné oproti zrychlení v ramenou

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} A_1 = \frac{\partial v_2}{\partial t} 2A_1. \tag{24}$$

Integrál (22) se rozepíše pro dané integrační meze a dosadí se vztah daný rovnicí (24). Celková délka násobená zrychlením představuje redukovanou délku potrubí

$$\int_S \frac{\partial v}{\partial t} ds = \int_L \frac{\partial v_1}{\partial t} ds + \int_R \frac{\partial v_2}{\partial t} ds = (2L + R) \frac{dv}{dt}. \tag{25}$$

Průběh rychlosti při náhlém otevření se stanoví pomocí Bernoulliho rovnice

$$gh = \frac{v^2}{2} + (2L + R) \frac{dv}{dt} = \frac{v_s^2}{2}. \tag{26}$$

Rovnice (26) je diferenciální rovnice, kterou je možné řešit pomocí separace proměnných. Výsledkem je závislost výtokové rychlosti na čase daná vztahem (28)

$$(2L + R) \int_0^v \frac{dv}{v_s^2 - v^2} = \int_0^t dt\,, \tag{27}$$

$$v = v_s \tanh\left(\frac{v_s t}{2L + R}\right). \tag{28}$$

3.5 Dynamika Segnerova kola

Po odvození vzorce pro výtokovou rychlost je možné se vrátit k diferenciální rovnici popisující dynamiku kola (9). Rovnice se upraví do tvaru, ze kterého bude možné lépe posoudit její řešitelnost

$$\frac{d\omega(t)}{dt} + v(t)\omega(t) \frac{2\rho A_2 R^2}{I} = v(t)^2 \frac{2\rho A_2 R}{I} - \frac{M_t}{I}. \tag{29}$$

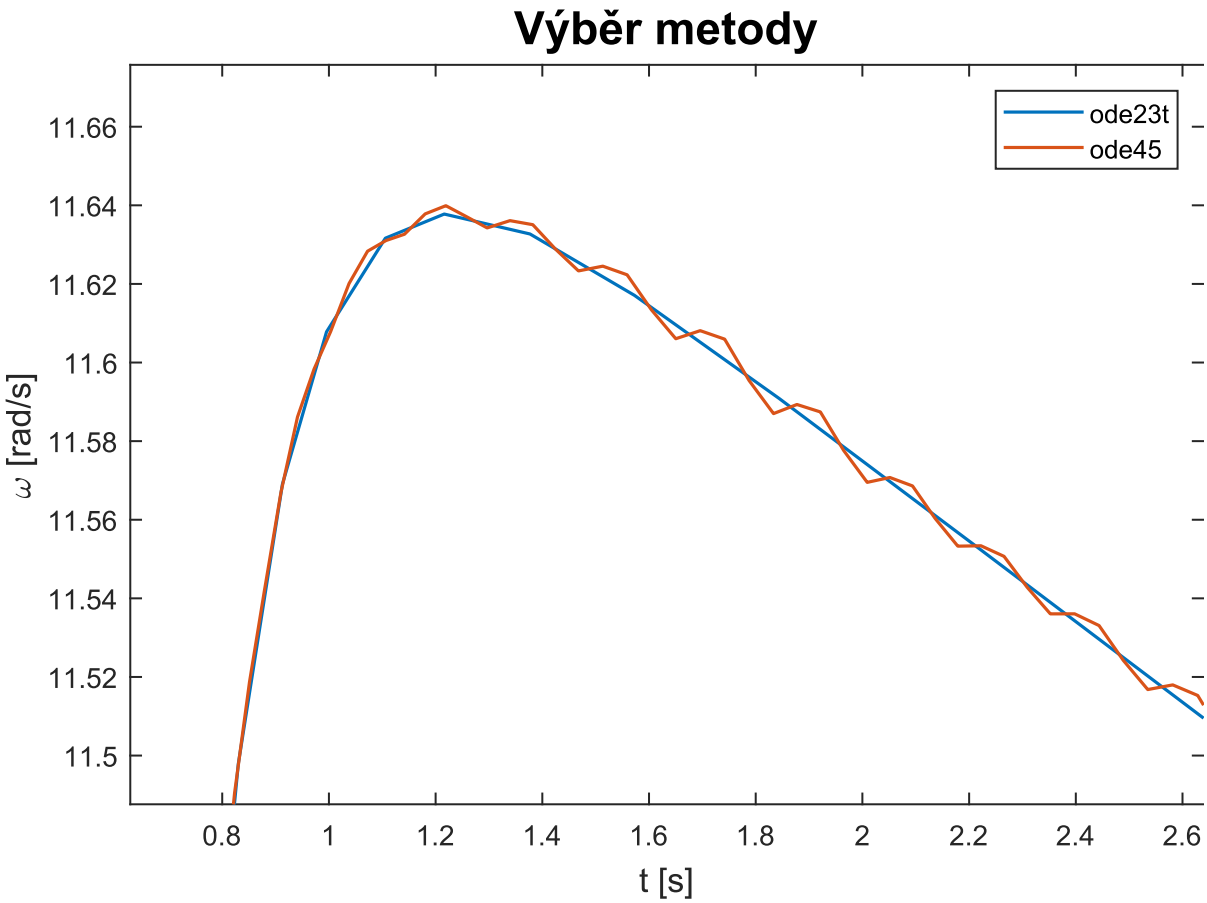
Pro počáteční podmínku platí, že v čase t rovno nule, je úhlová rychlost nulová

$$\omega(0) = 0. \tag{30}$$

Tato rovnice představuje nehomogenní lineární diferenciální rovnici prvního řádu s koeficienty závisejícími na čase. Výtoková rychlost má složitou závislost na čase. Rovnici (19) je potřeba dosadit do rovnice (28). Ve vzorci pro výtokovou rychlost se objevuje hyperbolický tangens. V pravé části rovnice se pak kvůli výtokové rychlosti vyskytuje druhá mocnina hyperbolického tangens. Tuto diferenciální rovnici není možné řešit analytickými metodami. Diferenciální rovnice je řešena pomocí programu MATLAB. Programy jsou uvedeny v Příloze 5.

3.6 Výběr metody integrace

Pro numerické řešení diferenciální rovnice v MATLABu je na výběr několik metod. MATLAB doporučuje jako první metodu zkusit ode45 [7]. Ode45 je explicitní metoda. Při srovnání této metody s jinými vyšlo najevo, že je vhodné použít metodu ode23t. Metoda ode23t je metoda implicitní.



Obrázek 6 Výběr metody integrace

3.7 Experimenty potřebné k teoretické části

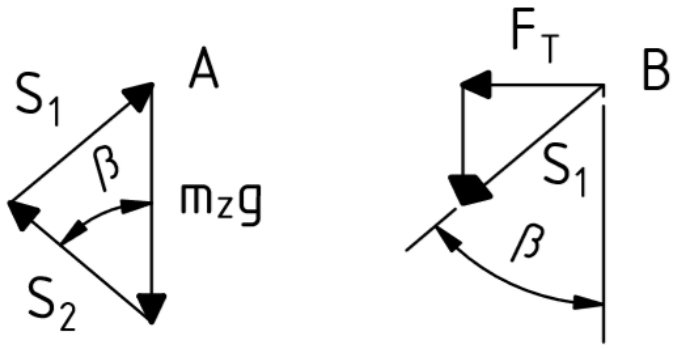
Pro teoretický výpočet úhlové rychlosti pomocí programu MATLAB je nutné stanovit rychlostní součinitel a třecí moment za klidu a pohybu. V následující tabulce jsou hodnoty potřebné pro oba experimenty.

Tabulka 1 Veličiny potřebné pro experimenty

Veličina	hodnota
$\boldsymbol{m_z}$	$0{,}136 \cdot 10^{-3}\ kg$
$\boldsymbol{R_s}$	$0{,}11\ m$
$\boldsymbol{L_2}$	$1{,}5\ m$
$\boldsymbol{h}$	$0{,}22\ m$
$\boldsymbol{g}$	$9{,}814\ m \cdot s^{-2}$
$\boldsymbol{A_2}$	$1{,}629 \cdot 10^{-4}\ m^2$
$\boldsymbol{d}$	$14{,}4 \cdot 10^{-3}\ m$
$\boldsymbol{\nu_{10°}}$	$1{,}304 \cdot 10^{-6}\ m^2 \cdot s^{-1}$

Měření momentu tření

Měření velikosti třecího momentu bylo převedeno na měření velikosti třecí síly F_T. K rotační části se připevnila nit se závažím o hmotnosti m_z podle obrázku 7. Za Segnerovo kolo byla umístěna měřící stupnice. Závaží vytváří v niti sílu S_1, která má vodorovnou a svislou složku. Vodorovná složka je třecí síla. Pokud se závaží nachází pod Segnerovým kolem, působí na rotační část pouze svislá složka síly S_1 a kolo se nepootočí. Čím víc se vzdaluje volný konec niti od osy rotace kola, tím narůstá třecí síla. Jakmile se kolo uvede do pohybu, odečte se na stupnici vzdálenost volného konce niti od osy rotace kola. Pro výpočet třecí síly je nutno stanovit silové poměry v bodu A, kde je umístěno závaží, a bodu B, kde působí třecí síla. Předpokladem je rovnost sil S_1 a S_2.



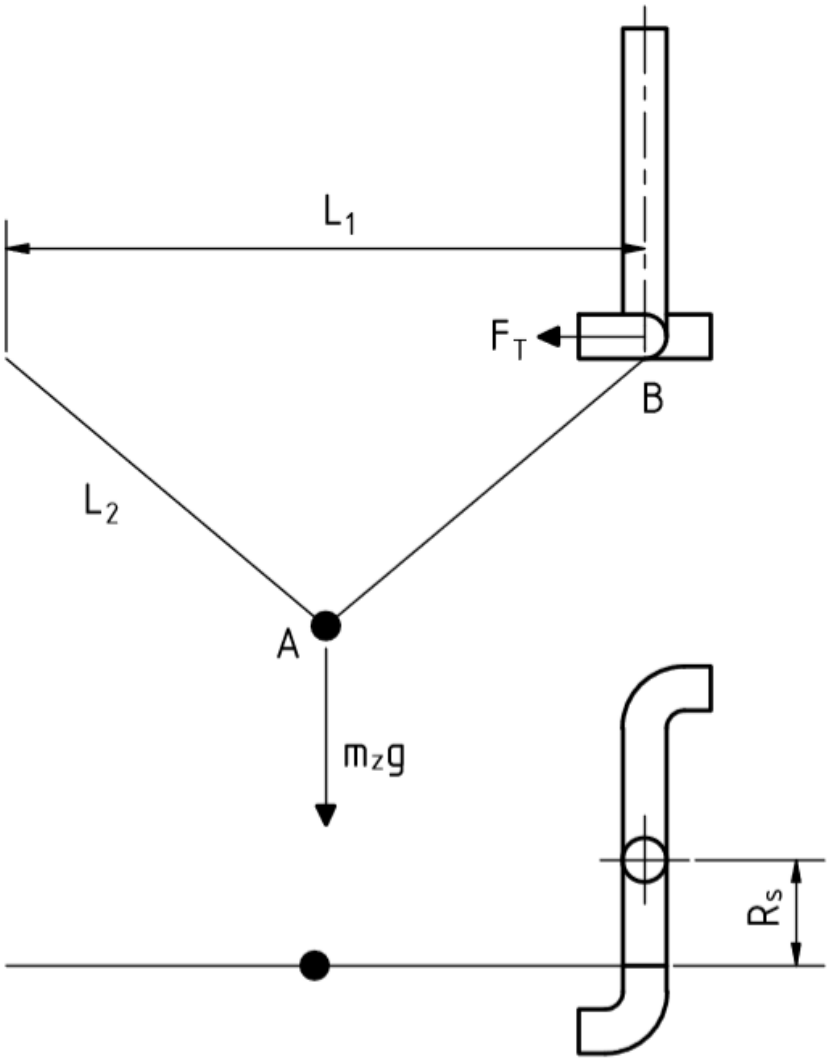
Obrázek 7 Silové poměry

Silová rovnováha pro bod A

$$m_z g = S_1 \cos\beta + S_2 \cos\beta = 2S_1 \cos\beta\,. \tag{31}$$

Rozklad síly S_1 v bodě B

$$F_T = S_1 \sin\beta\,. \tag{32}$$



Obrázek 8 Schéma měření třecí síly

Třecí sílu je možno vyjádřit z rovnic (31) a (32)

$$F_T = \frac{m_z g}{2} \frac{\sin \beta}{\cos \beta}. \tag{33}$$

Třecí moment je součin třecí síly F_T a délky ramena R_s, na kterém síla působí

$$M_T = \frac{R_s m_z g}{2} \frac{\sin \beta}{\cos \beta}. \tag{34}$$

Úhel β, který svírají síly S_1 a $m_z g$, se stanoví

$$\sin \beta = \frac{L_1}{L_2}. \tag{35}$$

Pro platnost tohoto vzorce musí být dodržena podmínka kolmosti vektoru třecí síly a vektoru ramene.

Tabulka 2 Naměřené hodnoty pro výpočet třecí síly

Měření	**Vzdálenost L_1 [m]**
1.	1,18
2.	1,1
3.	1,11
4.	1,21
5.	1,07
6.	1,09
7.	1,24
8.	1,14
9.	1,12
10.	1,08

Z tabulky se stanoví střední hodnota vzdálenosti L_1 a nejistota typu A

$$\bar{L}_1 = 1{,}134\ m,$$

$$u_L = 0{,}018\ m.$$

Výsledná hodnota vzdálenosti L_1 je

$$L_1 = 1{,}134 \pm 0{,}018\ m.$$

Dosazením hodnot z tabulky 1 do rovnice (34) se vypočte velikost třecího momentu

$$M_T = \frac{0{,}11 \cdot 9{,}814 \cdot 0{,}136 \cdot 10^{-3}}{2} \frac{\frac{1{,}134}{1{,}5}}{\sqrt{1 - \left(\frac{1{,}134}{1{,}5}\right)^2}} = 8{,}5 \cdot 10^{-4}\ Nm.$$

Pro velikost třecího součinitele dvou materiálů s rovnými plochami se ve skriptech [8] uvádí, že statický součinitel je 1,1-1,8krát větší než součinitel dynamický. V této práci se předpokládá, že to platí i u třecího momentu. Pro výpočty v programu je hodnota momentu tření při rotaci stanovena takto

$$M_T = 1{,}5 \cdot M_T^D. \tag{36}$$

Číselně moment tření při rotaci vychází

$$M_T^D = 5{,}7 \cdot 10^{-4}\ Nm.$$

Měření rychlostního součinitele

Model se upevní ke konstrukci a rotační část se pojistí tak, aby se neotáčela. Model se naplní vodou, aby byla dosažena požadovaná hladina, která je udržována pomocí uměle vytvořeného přepadu. Jakmile se výtok ze Segnerova kola ustálí, položí se pod ramena nádoba a začne se měřit čas stopkami. Před jejím naplněním se zastaví přítok vody ze Segnerova kola a zároveň se stopne čas. Změří se objem v nádobě a stanoví se objemový průtok. Pokus se opakuje 3x. Hodnoty experimentu jsou uvedeny v tabulce 3.

Tabulka 3 Naměřené hodnoty pro výpočet rychlostního součinitele

Měření	Čas [s]	Objem [m^3]	Objemový tok [m^3/s]
1.	55	0,01390	0,0002523
2.	47	0,01175	0,0002500
3.	44	0,01100	0,0002500

Pro výpočet součinitele se za skutečný objemový tok dosadí průměrná hodnota ze tří měření

$$\bar{\dot{V}}_{skut} = 2{,}508 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}.$$

Nejistota typu A je stanovena jako výběrová směrodatná odchylka. Jelikož byla provedena pouze tři měření, bylo nutné výslednou nejistotu vynásobit koeficientem rozšíření pro počet měření 3 o velikosti $k_u = 2{,}3$ [9]

$$u_{V_{skut}} = 0{,}018 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}.$$

Skutečný objemový tok má hodnotu

$$\bar{\dot{V}}_{skut} = (2{,}508 \pm 0{,}018) \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}.$$

Velikost počáteční výtokové rychlosti se vypočítá podle vztahu (11)

$$v_\infty = \sqrt{2 \cdot 9{,}814 \cdot 0{,}22} = 2{,}078 \frac{m}{s}.$$

Reynolsovo číslo pro počáteční výtokovou rychlost se stanoví z rovnice (37).

$$Re = \frac{vd}{\nu} \tag{37}$$

$$Re = \frac{2{,}078 \cdot 14{,}4 \cdot 10^{-3}}{1{,}304 \cdot 10^{-6}} = 22\,950$$

Vypočtené hodnoty ideálního objemového průtoku

$$\dot{V} = A_2 \sqrt{2gh}. \tag{38}$$

Dosazením hodnot z tabulky 1 se vypočte velikost ideálního objemového průtoku

$$\dot{V} = 1{,}629 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}814 \cdot 0{,}22} = 3{,}385 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}.$$

Výtokový součinitel je poměr skutečného ku ideálnímu objemovému toku

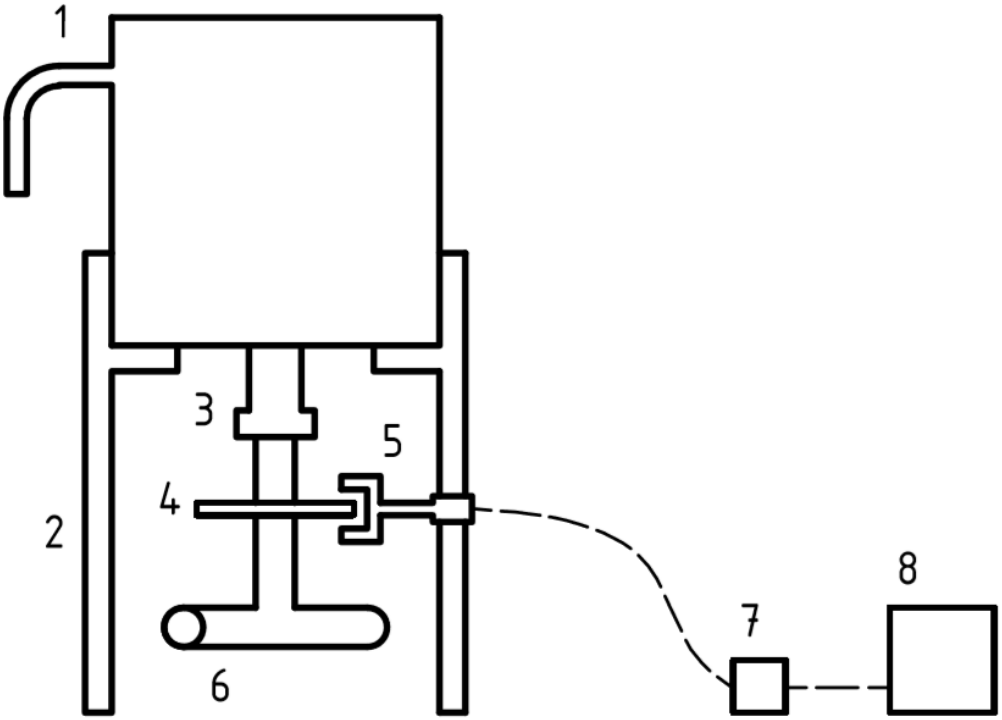
$$\mu = \frac{\bar{\dot{V}}_{skut}}{\dot{V}} = \frac{2{,}508 \cdot 10^{-4}}{3{,}385 \cdot 10^{-4}} = 0{,}741.$$

Tento součinitel v sobě obsahuje třecí ztráty při vstupu, výstupu, rozdělení v ramenou a jiné. Číselně se rovná rychlostnímu součiniteli φ. Pro Reynoldsovo číslo $Re = 22\,950$ a relativní drsnost $\epsilon/d = 1{,}5 \cdot 10^{-4}$ se proudění nachází v turbulentním režimu v Moodyho diagramu.

4 Experimentální měření úhlové rychlosti

4.1 Schéma experimentu

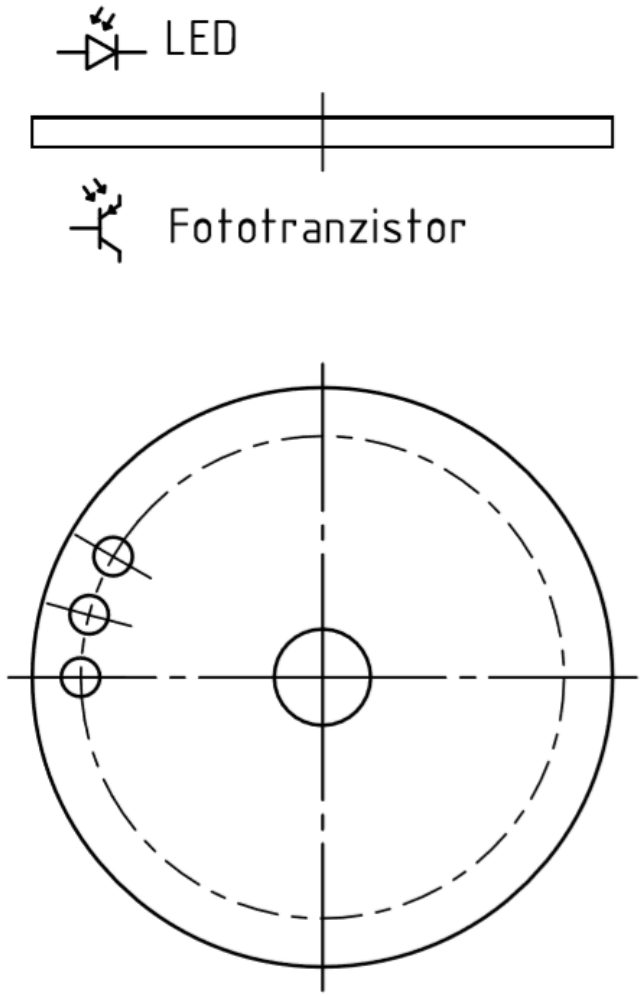
Na obrázku 9 je schéma experimentu pro měření úhlové rychlosti Segnerova kola. Nádoba s vodou je upevněna na stojanu. Na spodní části nádoby je šrouby připevněna pevná část Segnerova kola. Měřící destička je připevněna na rotující část kola. LED a fototranzistor jsou připojeny k modulu BigClown a ten k počítači.



Obrázek 9 Schéma experimentu pro měření úhlové rychlosti. 1. nádoba, 2. stojan, 3. pevná část, 4. měřící destička, 5. LED a fototranzistor, 6. rotační část, 7. BigClown modul, 8. PC

4.2 Návrh měřící soustavy

Bylo potřeba zajistit měření intervalu pulzů přicházejících z fototranzistoru. K tomu je nutné mít zařízení, které časové intervaly nejen změří, ale dokáže také přenést do počítače. V kutilském prostředí se používají jednočipové počítače jako například Arduino, Raspberry Pie nebo BigClown. Z těchto možností byla vybrána nejjednodušší varianta, a to BigClown české společnosti HARDWARIO s.r.o.. Core modul obsahuje programovatelný jednočipový procesor. K dispozici jsou knihovny v jazyce C pro čtení stavu vstupních pinů a také pro USB komunikaci s počítačem. Core modul má sadu časovačů, které umožňují měřit velmi krátké časy. Pro daný experiment byl na vstupní pin připojený kolektor fototranzistoru. Časovač byl nastaven na vzorkovací frekvenci 10 kHz a změřené intervaly průběžně odesílány do počítače pomocí USB. Úlohou core modulu bylo tedy změřit časové intervaly. Další zpracování dat probíhalo v počítači.



Obrázek 10 Měřící destička

4.3 Program pro modul BigClown

Na obrázku 10 je měřící destička. Destička má po obvodu otvory, nad kterými je umístěna LED. Ta svítí na destičku UV zářením. Pokud se pod LED nachází otvor, světlo dopadne na fototranzistor a sepne se obvod.

Po připojení core modulu ke zdroji napětí pomocí USB dojde ke spuštění měřícího programu. Program se nejprve inicializuje. Aktivuje komunikaci pomocí USB protokolu, aktivuje vstupní měřící pin a nastaví časovač. Následně dojde ke spuštění měřící smyčky. Pokud je fototranzistor překrytý deskou, program to vyhodnotí jako nulu. Pokud na fototranzistor svítí světlo z diody skrz otvor, program to vyhodnotí jako jedničku. Sestupná hrana je přechod z jedničky na nulu. Časovač měří čas mezi sestupnými hranami. Tento časový interval následně odešle přes USB do počítače. Program pro core modul je uveden v Příloze 4.

4.4 Výpočty obvodu

Pro měřič otáček bylo nutné navrhnout elektrický obvod s polovodičovými součástkami [10]. V příloze 3 je schéma použitého obvodu, kde je každá součástka označena písmenem a číslicí, na které je pak odkazováno v tabulce. Parametry součástek potřebných pro výpočet, jsou vypsány v Tabulce 4.

Tabulka 4 Parametry elektronických součástek

Fototranzistor SFH 309-5 (T1)	
Saturační napětí kolektor-emitor	$\boldsymbol{U_{CES} = 0,2\ V}$
Dovolený proud na kolektoru	$\boldsymbol{I_C = 1 \div 2\ mA}$
LED 503IRC2E-2AC (L1)	
Úbytek napětí na diodě	$\boldsymbol{U_F = 1,2\ V}$
Dovolený proud	$\boldsymbol{I_F = 20\ mA}$
Napětí zdroje	$\boldsymbol{U_{zdroj} = 3,3\ V}$

Výpočet hodnoty odporu rezistoru R_1 u tranzistoru T1

$$R_1 = \frac{U_{zdroj} - U_{CES}}{I_C} = \frac{3{,}3 - 0{,}2}{1} = 3{,}1\ k\Omega. \tag{39}$$

Z normalizované řady se vybere rezistor o odporu 2,2 $k\Omega$. Následně se zkontroluje velikost procházejícího proudu

$$I_C = \frac{U_{zdroj} - U_{CES}}{R_1} = \frac{3{,}3 - 0{,}2}{2{,}2} = 1{,}4\ mA. \tag{40}$$

Výpočet hodnoty odporu rezistoru R_2 u LED L1

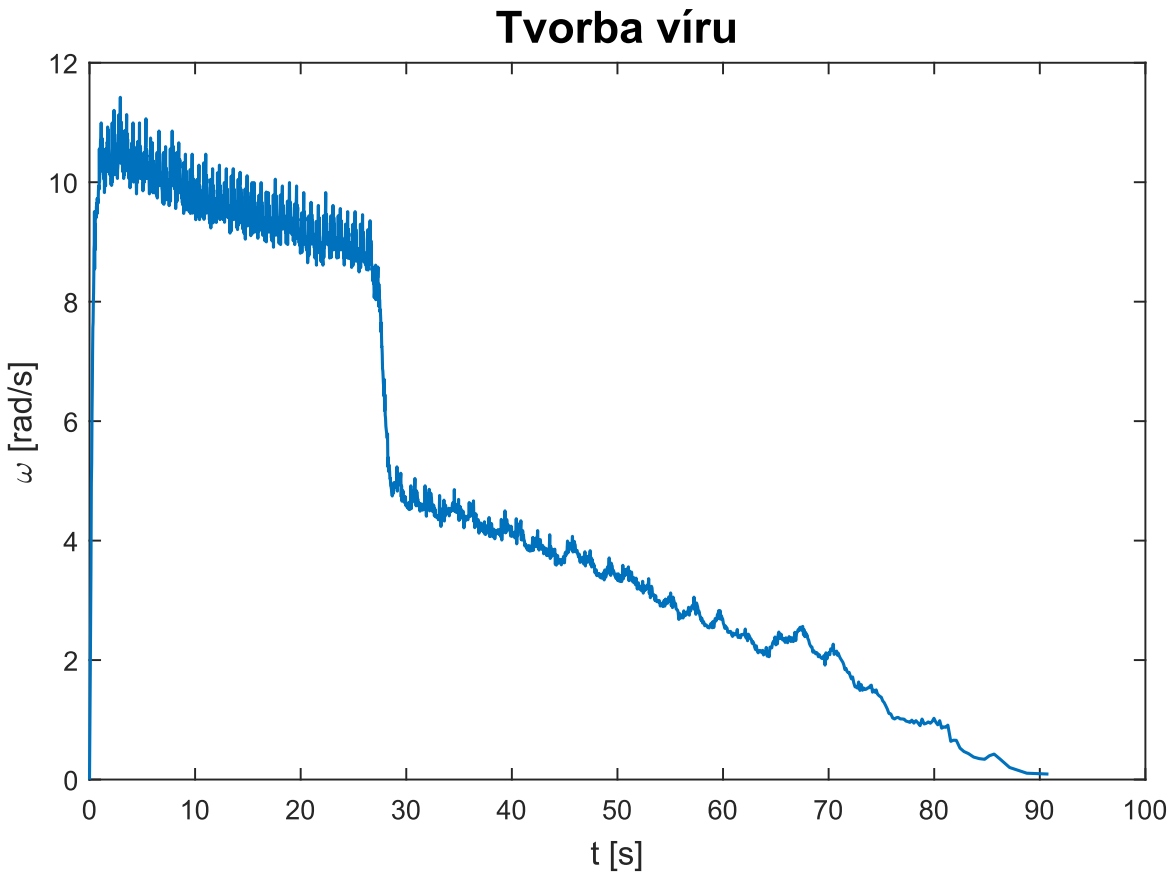
$$R_2 = \frac{U_{zdroj} - U_F}{I_C} = \frac{3{,}3 - 1{,}2}{20} = 105\ \Omega. \tag{41}$$

Z normalizované řady je vybrán rezistor o odporu 100 Ω.

4.5 Tvorba víru

Při zkušebních měřeních se ukázalo, že jakmile klesne hladina k polovině výšky nádoby, začne se tvořit vír. Vytvoření víru mělo za následek snížení otáček přibližně na poloviční hodnotu. Na obrázku 11 je vidět průběh úhlové rychlosti v čase. Po vytvoření stabilního víru je možné pozorovat, že rychlost poklesu úhlové rychlosti je stejná jako před vytvořením víru.

Přítomnost víru je nežádoucí jev, který bylo nutné odstranit. Toho se docílilo umístěním voštiny do spodní části nádoby. Voda se kanálky usměrnila, čímž se zamezilo vzniku víru.



Obrázek 11 Vytvoření víru v nádobě

4.6 Zpracování naměřených dat

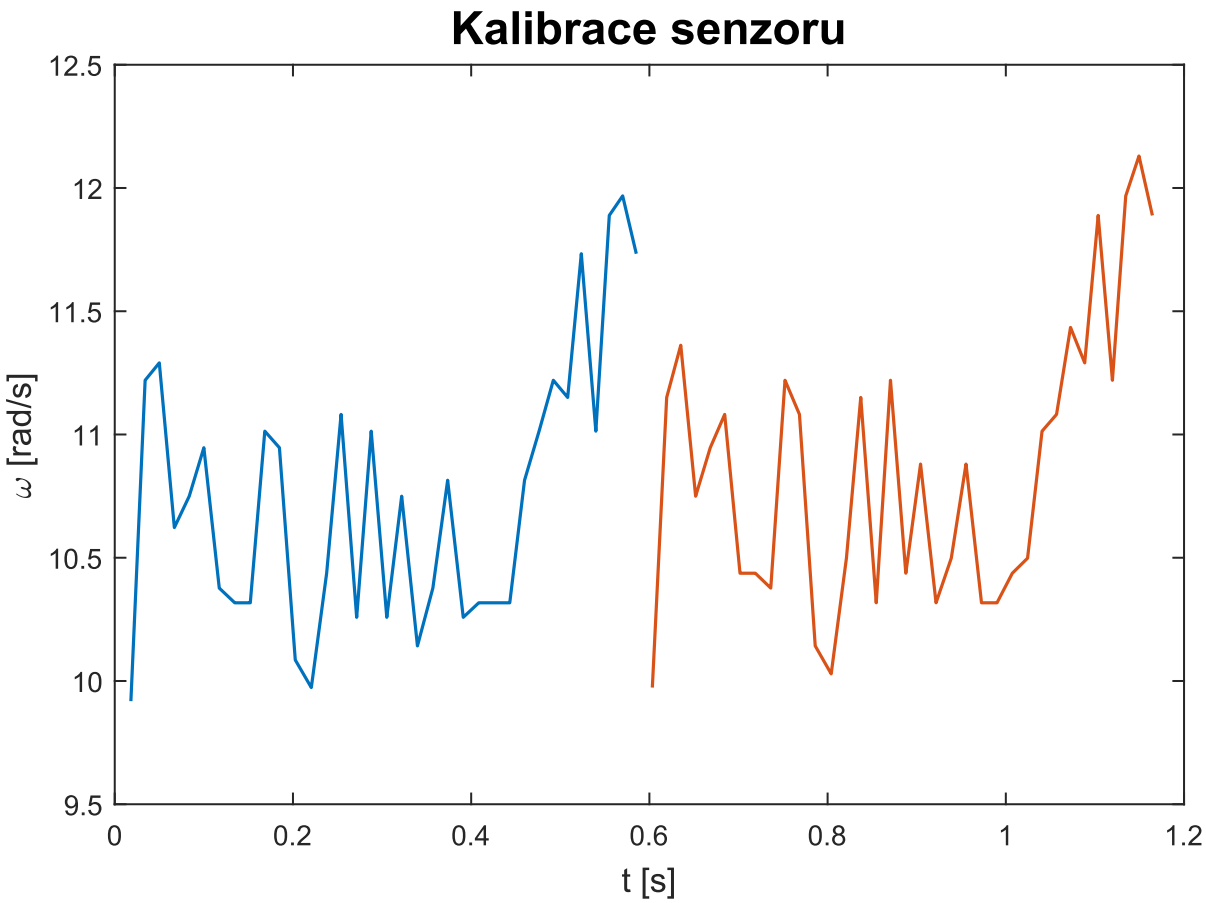
Surová data naměřená vyrobeným otáčkoměrem nebylo možné použít přímo. Kvůli nedokonalostem senzoru se v měřeních vyskytovaly chyby v měření. V tomto textu uvedeny tři hlavní chyby.

Na měřící destičku v průběhu měření padají kapičky vody. Kapičky způsobují dva typy chyb. Pokud se kapička dostane na hranu díry, ta ovlivní paprsek vysílaný fotodiodou a fototranzistor paprsek zaregistruje později.

Druhá chyba nastává, pokud kapička zcela díru zaplní, stane se, že fotorezistor nemusí zachytit žádný paprsek. V tomto případě se časovač sepne až u dalšího otvoru. Tato chyba se dá částečně napravit tím, že při kontrole dat se daný časový úsek rozdělí na polovinu. Předpokládá se, že se v průběhů snímání úhlová rychlost nemění. Jestliže se tato chyba vyskytla při rozběhu, je nutné provést nové měření.

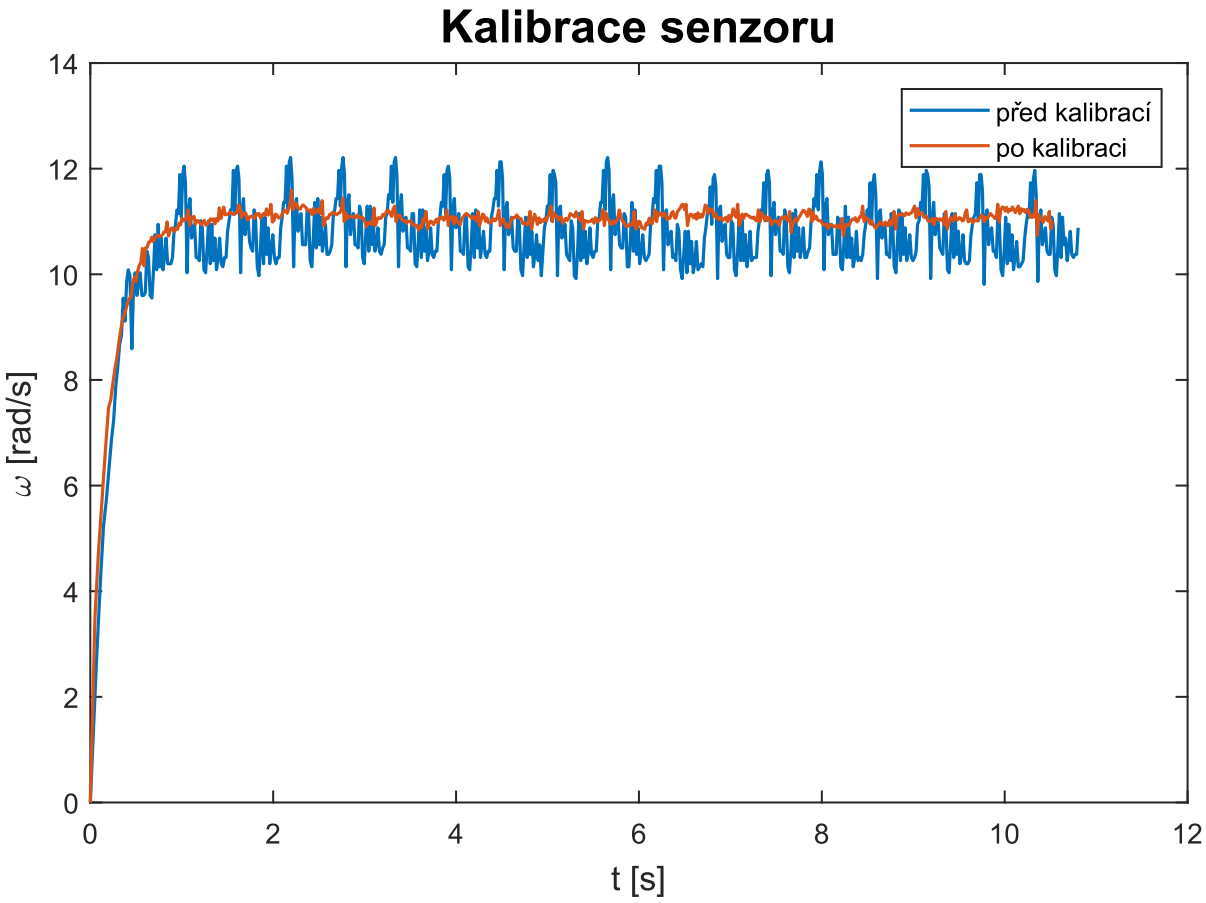
Třetí chyba je chyba systematická. Díry na kruhové ploše nejsou vyrobeny ve stejné vzdálenosti od sebe. Při výpočtu úhlové rychlosti se počítá s tím, že mezi jakoukoli dvojicí děr je totožná vzdálenost. Tato chyba se dá odstranit kalibrací naměřených dat. Pro kalibraci je nutné znát, jak senzor měří jednotlivé časy mezi děrami při konstantní úhlové rychlosti. U měření při stálé hladině vody se po určité době úhlová rychlost Segnerova kola ustálí na určité hodnotě. Z tohoto měření je pak možné použít data pro kalibraci senzoru.

Pro kalibraci bylo vybráno jedno měření. Z grafu se určil úsek, kdy byla úhlová rychlost konstantní, a vzalo se pět period časových úseků odpovídajících pěti otočením měřící destičky. Z každé periody se vzal časový úsek a pro něj se vypočítal průměrný čas. Referenční úhlová rychlost byla určena jako průměr hodnot všech pěti period. Jednotlivé zprůměrované časové úseky se pak vydělily referenční úhlovou rychlostí, a tím se získala tabulka koeficientů pro každý časový úsek. Těmito koeficienty se pak násobily časy naměřené při pokusu s klesající hladinou. Na obrázku 12 jsou na ukázku vykresleny dvě periody naměřených dat.



Obrázek 12 Kalibrace senzoru

Na obrázku 13 je vidět rozdíl před a po kalibraci. Jedná se o data naměřená při experimentu, kdy se udržovala stálá hladina. Kalibrace dat se následně prováděla i u hlavního experimentu s klesající hladinou.

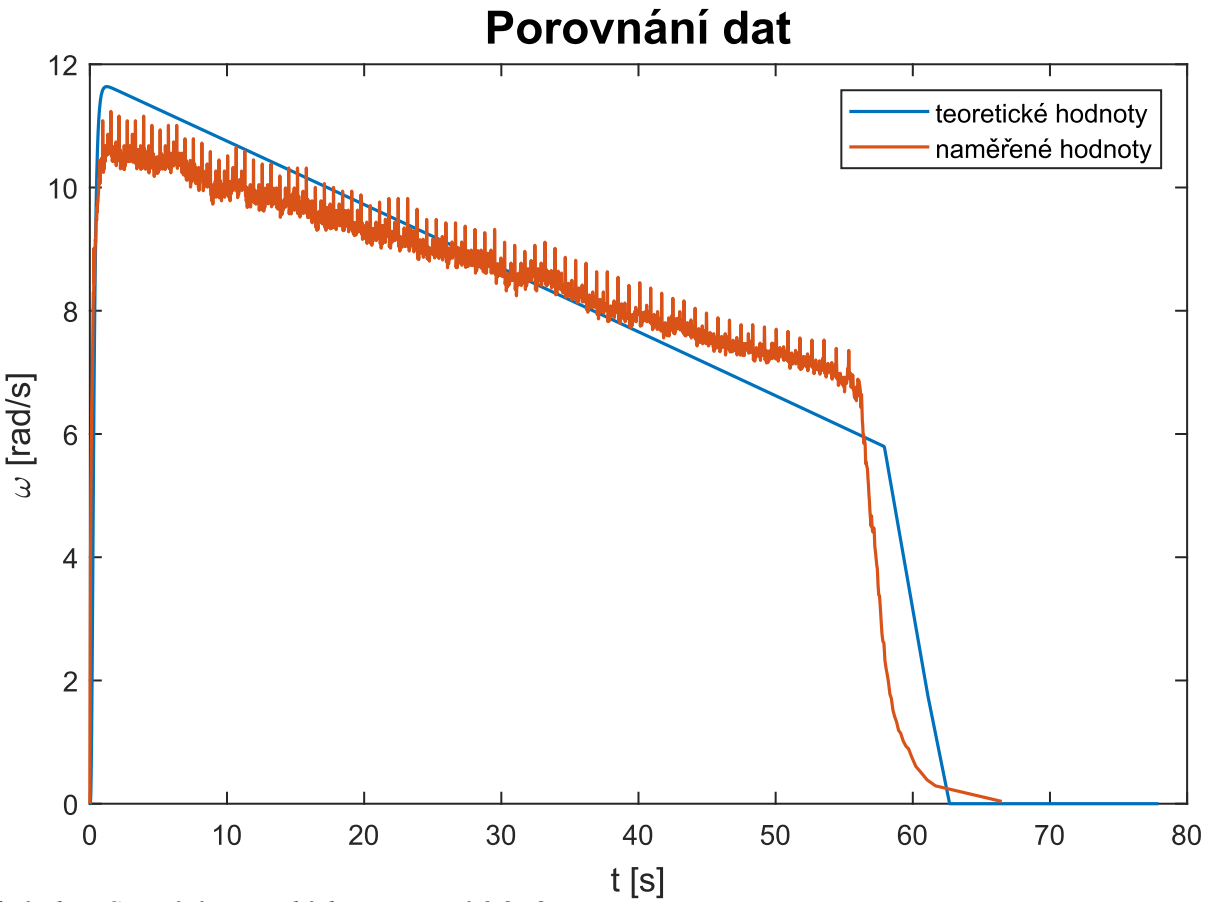


Obrázek 13 Ukázka kalibrovaných dat

4.7 Porovnání teoretických a naměřených dat

Na obrázku 14 jsou vynesena naměřená i teoreticky získaná data pro experiment s klesající hladinou. Experiment byl proveden pro počáteční výšku hladiny $0{,}22\ m$ a plochu nádoby $0{,}29\ m^2$. Materiál použitý ke konstrukci Segnerova kola bylo PVC. Model má malý moment setrvačnosti a dosahuje maxima otáček v první sekundě.

V této práci je zohledněno zrychlení, které se vyskytuje při náhlém otevření potrubí. Je odvozen průběh výtokové rychlosti v závislosti na čase (28). Vytvořený model v MATLABu je naprogramován tak, že tuto změnu rychlosti respektuje. Proti roztočení Segnerova kola působí třecí moment, který má za následek to, že změna otáček vlivem zrychlení vody není měřitelná. V okamžiku otevření trubek je třecí moment větší než moment vyvolaný prouděním vody. Jakmile se Segnerovo kolo začne otáčet, vliv zrychlení kapaliny je už zanedbatelný.



Obrázek 14 Srovnání teoretických a naměřených hodnot

Z grafu je patrné, že teoretický popis pro nízkou hladinu vody v nádobě selhává. Pro model v MATLABu se předpokládalo, že voda zaplňuje ramena až do úplného vypuštění nádoby. To však ve skutečnosti neplatí. Při nízké hladině vody v nádobě nejsou ramena zcela naplněna vodou, což má za následek snížení reaktivní síly a odlišný průběh úhlové rychlosti.

5 Závěr

Předmětem této práce bylo vytvoření teorie pro dynamické chování Segnerova kola, jeho konstrukce a experimentální měření úhlové rychlosti. První kapitola se věnuje konstrukci Segnerova kola a nádoby. Na vyrobeném Segnerově kole bylo následně prováděno měření úhlové rychlosti. Při experimentech se zjistilo, že v kruhové nádobě se pravidelně vytváří vír. Přítomnost víru znamenala snížení úhlové rychlosti na poloviční hodnotu. Jelikož cílem práce nebylo zkoumání víru, byla nádoba konstrukčně upravena, aby se vír nevytvářel. Chování Segnerova kola za přítomnosti víru otevírá další možnost, jak studovat tento jednoduchý vodní stroj.

Následující kapitola se zabývá teoretickou stránkou tohoto stroje. Jsou uvedeny základní parametry a rovnice potřebné při popisu dynamiky Segnerova kola. Pro zjištění rychlostního součinitele a momentu tření byly navrženy způsoby, jak je stanovit. Výstupem teoretické části je naprogramovaný model v MATLABu, který pro zvolený způsob provozu Segnerova kola graficky znázorní průběh úhlové rychlosti.

Náplní třetí kapitoly je návrh a konstrukce měřící soustavy schopné měřit úhlovou rychlost. Měřící soustava se skládá z elektronického obvodu a core modulu, který je zapojený do počítače pomocí USB. Elektronický obvod je tvořen zdrojem, LED a fototranzistorem. Výstupem core modulu jsou časové úseky, které jsou následně odesílány do počítače. Tam jsou časové úseky dále vyhodnoceny a zpracovány do grafu. Takto navržená měřící soustava byla upřednostněna před průmyslovým řešením kvůli své jednoduchosti. Je zde popsána i kalibrace této měřící soustavy k dosažení přesnějších výsledků.

V závěru této práce jsou prezentována data získaná experimentálním měřením a teoretickým výpočtem. Data jsou graficky znázorněna a jsou komentovány rozdíly teoretických a naměřených hodnot.

6 Literatura

[1] *Aeolipile | steam turbine | Britannica.com. Encyclopedia Britannica | Britannica.com.* [Online] [Citace: 12. 05 2019.] https://www.britannica.com/technology/aeolipile.

[2] *Barker's Mill | ClipArt ETC. Educational Technology Clearinghouse [online].* [Online] 2004. [Citace: 18. 07 2019.] https://etc.usf.edu/clipart/73800/73831/73831_barkersmill.htm.

[3] HAGER, W. H. *Hydraulicians in Europe, 1800-2000: a biographical dictionary of leaders in hydraulic engineering and fluid mechanics.* Delft: International Association of Hydraulic Engineering and Research, 2009. ISBN 9789080564954.

[4] Valášek, M., Bauma, V. a Šika, Z. *Mechanika B.* Praha : Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 80-01-02919-0.

[5] *Výrobce plastových rozvodů vody FV - Plast a.s.* [Online] [Citace: 12. 06 2019.] https://www.fv-plast.cz/media/cache/file/a7/FV-Aqua-Tech-manual.pdf.

[6] Ježek, J., Váradiová, B. a Adamec, J. *Mechanika tekutin.* Praha : Vydavatelství ČVUT, 1998. ISBN 80-01-01615-3.

[7] *MathWorks - Makers of MATLAB and Simulink - MATLAB & Simulink.* [Online] [Citace: 15. 07 2019.] https://www.mathworks.com/help/matlab/math/choose-an-ode-solver.html.

[8] Valášek, M., Stejskal, V. a Březina, J. *Mechanika A.* Praha : Vydavatelství ČVUT, 2002. ISBN 978-80-01-02890-2.

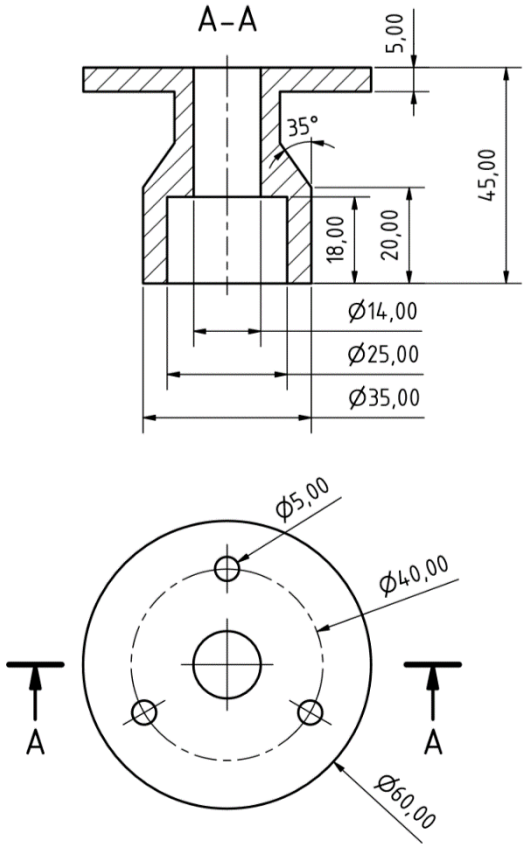
[9] Kohout, Z. a kolektiv. *Laboratorní cvičení z fyziky.* Praha : Vydavatelství ČVUT, 2002. ISBN 978-80-01-03703-4.

[10] UHLÍŘ, I. *Elektrické obvody a elektronika.* Praha : Vydavatelství ČVUT, 2008. ISBN 978-80-01-03932-8.

7 Přílohy

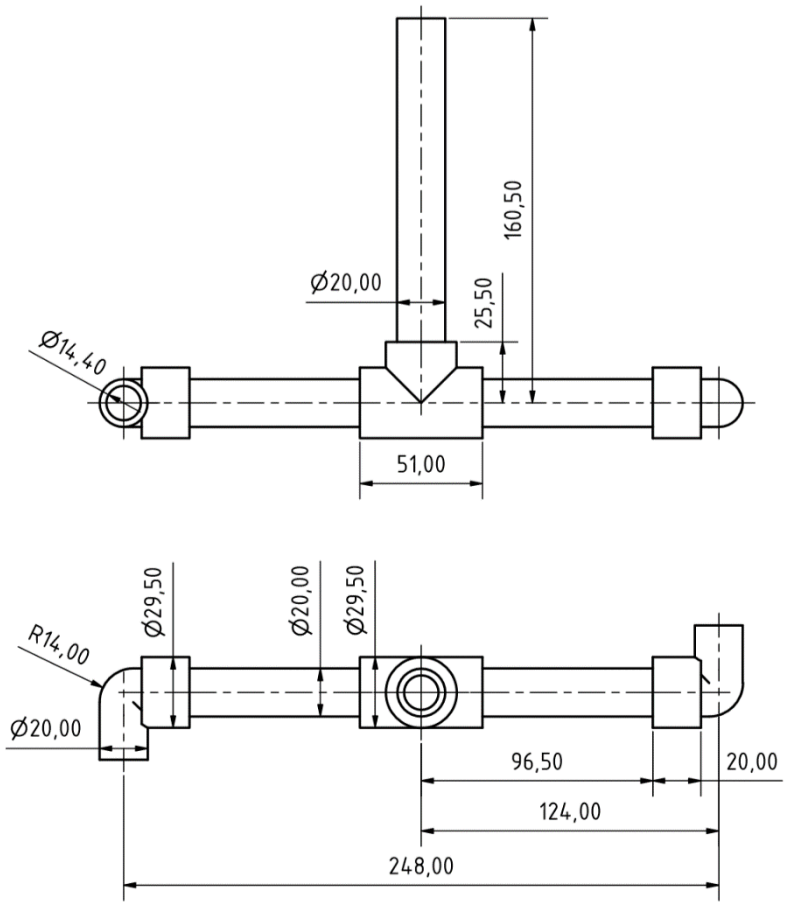
7.1 Příloha 1

Pevná část Segnerova kola



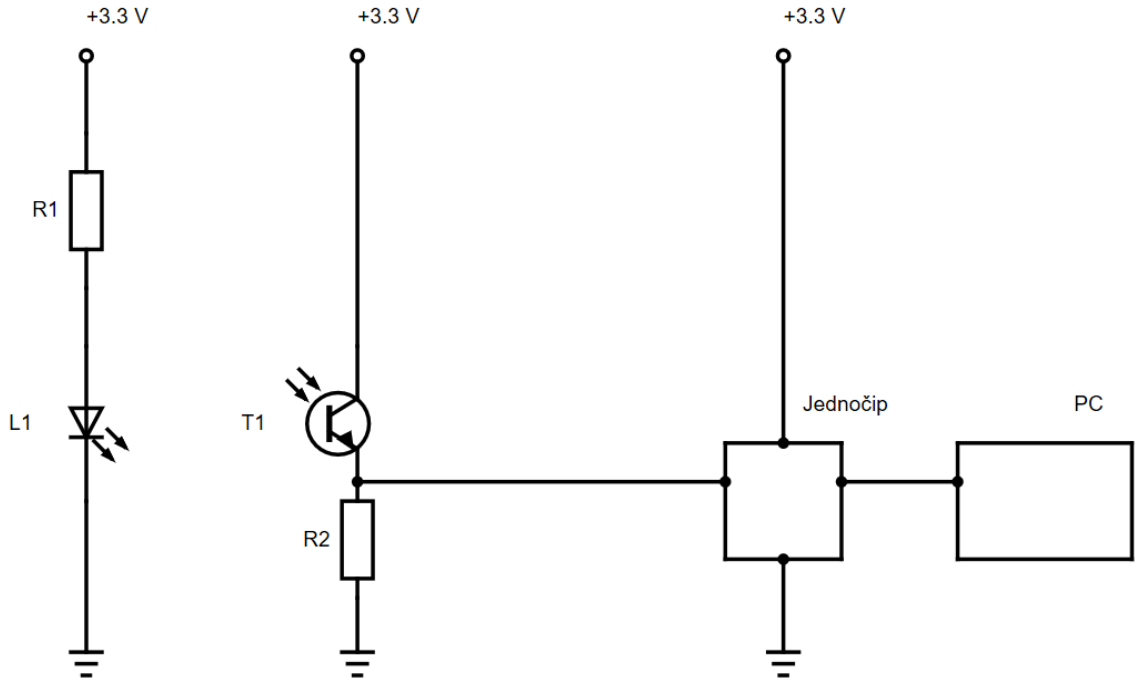
7.2 Příloha 2

Rotační část Segnerova kola



7.3 Příloha 3

Schéma elektrického obvodu měřící soustavy



7.4 Příloha 4

Program pro snímání dat v jednočipovém počítači

```
#include <application.h>
#include <bc_usb_cdc.h>
bc_led_t led;
void application_init(void)
{
   bc_usb_cdc_init();                                    // Inicializa USB
   bc_gpio_init(BC_GPIO_P17);                            // Initialize input signal pin
   bc_gpio_set_mode(BC_GPIO_P17, BC_GPIO_MODE_INPUT);
   RCC->APB2ENR |= RCC_APB2ENR_TIM22EN;                  // Enable timer TIM22
   TIM22->PSC = 3200; // 1 tick / 100 us
   TIM22->CNT = 0;
   TIM22->EGR = TIM_EGR_UG;
   TIM22->CR1 |= TIM_CR1_CEN;
   while (bc_gpio_get_input(BC_GPIO_P17) == 0){};        // wait for pulse start (0->1)
   while (bc_gpio_get_input(BC_GPIO_P17) != 0) { };      // wait for pulse stop (1->0)
   TIM22->CNT = 0;                                       // timer reset
}
void application_task(void)
{
   while (bc_gpio_get_input(BC_GPIO_P17) == 0){};        // wait for pulse start (0->1)
   while (bc_gpio_get_input(BC_GPIO_P17) != 0) { };      // wait for pulse stop (1->0)
   bc_tick_t ticks = TIM22->CNT;                         // get timer ticks
   TIM22->CNT = 0;                                       // timer reset
   char buffer [10];                                     // write ticks to usb
   sprintf (buffer,"%llu \r\n",ticks);
  bc_usb_cdc_write(buffer, strlen(buffer));
   bc_scheduler_plan_current_now();                      // plan next measure
}
```

7.5 Příloha 5

Výpočtové programy

Program pro numerický výpočet diferenciální rovnice

```
function rovnice=rychlost(t,om)
global R rho m g A2 A1 u l I tend Mt Md
vs=u*m-(u*u*g*A2*t)/A1;
if t < tend
   v=vs*tanh((vs*t)/l);
else
   v=0;
end
M=(rho*A2*2*R*v*(v-om*R)-Mt);
if t<0.1
   if M<0
      rovnice=0;
   else
      rovnice=(rho*A2*2*R*v*(v-om*R)-Md)/I;
   end
else
   rovnice=(rho*A2*2*R*v*(v-om*R)-Md)/I;
end
end
```

Program pro vykreslení grafu

```
global H g u l A1 A2 m I rho R tend Mt Md
H=0.22;                 % [m]        pocatecni vyska hladiny
L=0.18;                 % [m]        delka svisle casti
R=0.13;                 % [m]        delka ramena
A1=0.066052;            % [m^2]      plocha nadoby
A2=0.000163;            % [m^2]      pruzez trubek
g=9.8137;               % [m/s^2]    tihove zrychleni
u=0.7409;               % [-]        vytokovy soucinitel
I=0.000447;             % [kgm]      moment setrvacnosti kola
rho=998;                % [km/m^3]   hustota vody
Mt=0.00085;             %[Nm]        treci moment
Md=0.00057;             %[Nm]        treci moment za pohybu
m=sqrt(2*g*H);          % [m/s]      idealni pocatecni vytokova rychlost
l=2*L+R;                % [m]        redukovana delka potrubi

tend=(A1/(2*A2*u))*sqrt((2*H)/g);
tspan=[0 tend+20];
om0=0;
[t,om]=ode23t('rychlost', tspan, om0);
om=max(0,om);
plot(t,om, 'LineWidth',1.2)
```