

**ČESKÉ VYSOKÉ
UČENÍ TECHNICKÉ
V PRAZE**

**FAKULTA
STROJNÍ**



**DIPLOMOVÁ
PRÁCE**

2019

**VOJTĚCH
HALAMKA**

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Halamka Jméno: Vojtěch Osobní číslo: 439165
Fakulta/ústav: Fakulta strojní
Zadávající katedra/ústav: Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky
Studijní program: Strojní inženýrství
Studijní obor: Mechatronika

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Optimalizace řízení pohonové osy stroje

Název diplomové práce anglicky:

Optimization of control of machine drive axis

Pokyny pro vypracování:

- 1) Seznamte se s metodami řízení pohonových os strojů.
- 2) Seznamte se s metodami identifikace dynamických modelů pohonových os strojů.
- 3) Vytvořte simulační model pohonové osy stroje s kaskádní regulací s využitím identifikovaného modelu mechanické části.
- 4) Navrhněte kritéria pro optimalizaci parametrů kaskádní regulace včetně parametrů použitých filtrů.
- 5) Proveďte optimalizaci těchto parametrů na modelu vycházejícího z experimentální identifikace reálné osy stroje.
- 6) Vyhodnoťte chování výsledné řízené soustavy na simulačním modelu a případně experimentálně.

Seznam doporučené literatury:

- [1] P. Souček, Servomechanismy ve výrobních strojích, Vydavatelství ČVUT v Praze, Praha, 2004.
- [2] S. Gumussoy, D. Henrion, M. Millstone and M.L. Overton, Multiobjective Robust Control with HIFOO 2.0, Proceedings of the IFAC Symposium on Robust Control Design, Haifa, 2009. Available: <http://www.cs.nyu.edu/overton/software/hifoo>
- [3] R. De Callafon, B. Moaveni, J. Conte, J., General Realization Algorithm for Modal Identification of Linear Dynamic Systems. J. Eng. Mech. 2008, Vol. 134(9), pp. 712-722.
- [4] T. Katayama, Subspace Methods for System Identification. Springer-Verlag London Limited 2005.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

prof. Ing. Zbyněk Šika, Ph.D., odbor mechaniky a mechatroniky FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: 24.04.2019

Termín odevzdání diplomové práce: 16.08.2019

Platnost zadání diplomové práce: _____

prof. Ing. Zbyněk Šika, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

prof. Ing. Milan Růžička, C.Sc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis díkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Anotační list

Jméno autora:	Bc. Vojtěch Halamka
Název diplomové práce:	Optimalizace řízení pohonové osy stroje
Anglický název:	Optimization of control of machine drive axis
Akademický rok:	2018/2019
Studijní program:	Strojní inženýrství
Obor studia:	Mechatronika
Ústav/odbor:	Mechaniky, mechatroniky a biomechaniky Odbor mechaniky a mechatroniky
Vedoucí bakalářské práce:	Prof. Ing. Zbyněk Šika Ph.D.
Bibliografické údaje:	Počet stran: 61 Počet obrázků: 41 Počet příloh: 1
Klíčová slova:	Osa obráběcího stroje, Kaskádní regulace, Rychlostní vazba, Rychlostní regulátor, Identifikovaný model, Kvalita řízení, Optimalizace parametrů řízení
Keywords:	Machine tool axis, Cascade regulation, Velocity feedback, Velocity controller, Identified model, Quality of control, Optimization of control parameters
Anotace:	Práce se zabývá tvorbou metodiky ladění parametrů smyček kaskádní regulace osy obráběcího stroje. Metodika byla vyvíjena na rychlostní vazbě, která obvykle přináší nejvíce problémů a její ladění je nejobtížnější. Tato metodika byla následně aplikována na identifikovaný model mechanické soustavy s proudovou vazbou osy obráběcího stroje při různém zatížení.
Abstract:	The thesis deals with the creation of methodology of tuning feedback parameters of cascade control of machine tool axis. The methodology was developed on velocity feedback, which usually brings a lot of problems and its tuning is the most difficult. This methodology was subsequently applied to the identified model of the mechanical system with the current feedback of the machine tool axis at different loads.

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat panu prof. Ing. Zbyňku Šikovi Ph.D. a panu Ing. Petru Benešovi, Ph.D. za poskytnutí materiálů, konzultací a výpomoci při tvorbě této práce. Dále bych chtěl poděkovat přátelům, spolužákům a hlavně rodině za podporu nejen finanční, ale i duševní po celou dobu mého magisterského studia.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně za použití uvedené literatury.

V Praze dne

Bc. Vojtěch Halamka

Obsah

1. Úvod	12
2. Cíle práce	13
3. Metody řízení pohonových os strojů	14
3.1. Proudová vazba	14
3.2. Rychlostní vazba	14
3.3. Polohová vazba	14
4. Metody identifikace dynamických modelů	15
4.1. Metoda ERA (Eigenvalue Realization Algorithm)	15
4.1.1. Konstrukce Markovových parametrů	15
4.1.2. Vyjádření Markovovi matice a parametrů	16
4.1.3. Vyjádření matice pozorovatelnosti a říditelnosti	16
4.1.4. Matice diskrétního stavového popisu	17
5. Optimalizační metody	18
5.1. Numerické metody pro cílové funkce několika proměnných	18
5.1.1. Simplexová metoda	18
Algoritmus optimalizace	18
Generování výchozího simplexu	19
5.1.2. Rosenbrockova metoda	19
Algoritmus optimalizace	19
Nastavení první iterace	20
5.2. Genetické algoritmy	21
5.2.1. Algoritmus optimalizace	21
6. Model rychlostní regulace osy obráběcího stroje	22
6.1. Základní schéma analytického modelu	22
6.2. Rychlostní regulátor	22
6.2.1. PI regulátor	22
Diferenciální rovnice	23
Obrazový přenos	23
Stavový popis	23
6.2.2. Úzkopásmová zádrž (Notch filter)	23

Diferenciální rovnice	25
Obrazový přenos	26
Stavový popis	26
6.2.3. Dolní propust (Low-Pass filter).....	26
Diferenciální rovnice	27
Obrazový přenos	27
Stavový popis	27
6.3. Transformace mezi fyzikálními a strojovými parametry	27
6.3.1. Dopředná transformace (strojové bez redukce → fyzikální)	28
PI regulátor	28
Úzkopásmové zadržky.....	28
Dolní propust.....	28
6.3.2. Zpětná transformace (fyzikální → strojové bez redukce).....	28
PI regulátor	28
Úzkopásmové zadržky.....	28
Dolní propust.....	29
6.4. Mechanická soustava s proudovou vazbou	29
6.4.1. Náhrada proudové vazby.....	29
Diferenciální rovnice	29
Obrazový přenos	29
Stavový popis	29
6.4.2. Momentová konstanta motoru.....	29
Diferenciální rovnice/stavový popis.....	29
Obrazový přenos	29
6.4.3. Mechanika osy obráběcího stroje.....	30
Proporcionální tlumení [7]	30
Rayleigho tlumení [8].....	32
Redukce stavového MIMO modelu na SISO model	32
6.5. Celkový stavový popis	33
6.5.1. Stavový popis otevřené smyčky (open loop)	33
6.5.2. Stavový popis uzavřené smyčky (close loop)	33
6.6. Celkový obrazový přenos	34
6.6.1. Transformace stavového popisu na obrazový přenos	34
6.6.2. Vyjádření pomocí blokové algebry	34
Přenos otevřené smyčky (open loop)	34

Přenos uzavřené smyčky (close loop)	34
7. Upravený model rychlostní regulace pro práci s analytickým a identifikovaným modelem mechanické soustavy	35
7.1. Základní schéma.....	35
7.2. Celkový stavový popis – sériová konstrukce otevřené smyčky.....	35
7.3. Celkový stavový popis – bloková konstrukce otevřené smyčky.....	36
7.3.1. Stavový popis série úzkopásmových zádrží.....	36
7.3.2. Stavový popis rychlostního regulátoru.....	36
Bez dolní propusti	36
S dolní propustí	37
7.4. Stavový popis otevřené smyčky (open loop)	37
7.5. Stavový popis uzavřené smyčky (close loop)	37
7.6. Analytický (testovací) model mechanické soustavy	37
7.7. Prvotní testování modelu rychlostního regulátoru s filtry.....	38
8. Ladění regulátoru osy s filtry pomocí optimalizace.....	39
8.1. Návrh kritérií optimalizace řízení, formulace cílové funkce a volba okrajových podmínek optimalizačního algoritmu.....	39
8.1.1. Zohlednění průběhu amplitudové charakteristiky.....	39
Oblast přesného řízení	39
Šedá oblast.....	40
Oblast útlumu	40
8.1.2. Zohlednění odezvy na jednotkový skok.....	40
8.1.3. Zohlednění kritéria stability	41
8.1.4. Celková cílová funkce	42
8.1.5. Okrajové podmínky optimalizace	42
8.2. Optimalizace parametrů regulátoru a její přípravné kroky	43
8.2.1. Krok č.0 – Prvotní nastavení	43
8.2.2. Krok č.1 – Volba počátečních parametrů úzkopásmových zádrží	44
8.2.3. Krok č.2 – Nalezení hodnot zesílení <i>Kh</i> pro zaručenou stabilitu	45
8.2.4. Krok č.3 – Volba parametrů a vah dílčích cílových funkcí.....	46
8.2.5. Krok č.4 – Optimalizační algoritmus	49
8.2.6. Krok č.5 – Opětné vykreslení výsledku optimalizace.....	49

8.3.	Testování optimalizačního ladění na identifikovaných modelech osy stroje s různou zátěží	51
8.3.1.	Zátěžný stav č.1: hm0 – Bez zátěže	51
8.3.2.	Zátěžný stav č.2: hm1 – Nižší zatížení (Přidáno závaží o hmotnosti 5 tun)	53
8.3.3.	Zátěžný stav č.3: hm2 – Vyšší zatížení (Přidána 2 závaží, celkově 10 tun)	55
8.3.4.	Porovnání zátěžných stavů	57
8.4.	Vyhodnocení ladění pomocí optimalizace	59
9.	Závěr.....	60

Seznam obrázků

Obrázek 1: Schéma kaskádní regulace [1]	14
Obrázek 2: Simplex v dvourozměrném prostoru [5].....	18
Obrázek 3: Rosenbrockova metoda pro dvourozměrný prostor optimalizačních parametrů [5]	20
Obrázek 4: Schéma genetického algoritmu [6]	21
Obrázek 5: Základní schéma modelu rychlostní regulace osy obráběcího stroje [1].....	22
Obrázek 6: Strojové parametry úzkopásmové zádrže	24
Obrázek 7: Vliv poměru Ω_1, Z_i a Ω_2, Z_i na velikost redukce RZ_i	24
Obrázek 8: Vliv ξ_1, Z_i na velikost propadu DZ_i	25
Obrázek 9: Vliv ξ_2, Z_i na šířku pásma zádrže WZ_i	25
Obrázek 10: Vliv ξ_{DP} na průběh amplitudové charakteristiky	27
Obrázek 11: Schéma náhradního modelu osy obráběcího stroje	30
Obrázek 12: Základní schéma upraveného modelu rychlostní regulace osy obráběcího stroje [1]	35
Obrázek 13: Porovnání amplitudových charakteristik	38
Obrázek 14: Porovnání fázových charakteristik	38
Obrázek 15: Volba cílové funkce [1]	39
Obrázek 16: Odečtení maximálního překmitu u odezvy na jednotkový skok [1]	41
Obrázek 17: Průběh dílčí cílové funkce kritéria stability.....	41
Obrázek 18: Ukázka volby hodnot frekvencí a kroků pro vykreslení amplitudové charakteristiky mechanické soustavy	43
Obrázek 19: Ukázka určení počtu a zádržných frekvencí úzkopásmových zádrží	44
Obrázek 20: Ukázka odhadu velikosti šířky pásma úzkopásmových zádrží.....	44
Obrázek 21: Ukázka počátečních optimalizačních parametrů	45
Obrázek 22: Ukázka okrajových podmínek optimalizačních parametrů	46
Obrázek 23: Určení okrajových frekvencí f_{12} a f_{23}	47
Obrázek 24: Ukázka počáteční, konečné a okrajových frekvencí a volba vzorkovacího kroku v jednotlivých oblastech.....	47
Obrázek 25: Upravené zadání počátečních optimalizačních parametrů	48
Obrázek 26: Ukázka odezvy na jednotkový skok	48
Obrázek 27: Ukázka parametrů pro výpočet cílové funkce	49

Obrázek 28: Porovnání amplitudové charakteristiky při použití počátečních a optimalizovaných parametrů.....	50
Obrázek 29: Porovnání odezvy na jednotkový skok při použití počátečních a optimalizovaných parametrů.....	50
Obrázek 30: Zátěžný stav č.1 – Amplitudová charakteristika	52
Obrázek 31: Zátěžný stav č.1 – Fázová charakteristika	52
Obrázek 32: Zátěžný stav č.1 – Odezva na jednotkový skok.....	53
Obrázek 33: Zátěžný stav č.2 – Amplitudová charakteristika	54
Obrázek 34: Zátěžný stav č.2 – Fázová charakteristika	54
Obrázek 35: Zátěžný stav č.2 – Odezva na jednotkový skok.....	55
Obrázek 36: Zátěžný stav č.3 – Amplitudová charakteristika	56
Obrázek 37: Zátěžný stav č.3 – Fázová charakteristika	56
Obrázek 38: Zátěžný stav č.3 – Odezva na jednotkový skok.....	57
Obrázek 39: Porovnání amplitudových charakteristik pro různé zatížení	58
Obrázek 40: Porovnání fázových charakteristik pro různé zatížení.....	58
Obrázek 41: Porovnání odezvy na jednotkový skok po optimalizaci pro různé zatížení.....	59

Seznam souborů na přiloženém CD

- PDF verze diplomové práce (DP_HalamkaV.pdf)
- Složka obsahující kód optimalizačního algoritmu (Optimalizační algoritmus)

1. Úvod

Řízení obráběcích a dalších výrobních strojů je problematika, která se v průběhu let vyvíjí. Zatímco na prvních strojích se nenacházela složitá řídicí elektronika a proces ladění byl pouze mechanického rázu, v současnosti je situace odlišná. Regulátory mají nyní obvykle strukturu kaskádní regulace se třemi smyčkami a umožňují vkládání mnoha filtrů a dalších komponent.

Jednotlivé parametry regulátoru se navzájem složitě ovlivňují a tím pádem je postupné ruční ladění obtížné. Z tohoto důvodu vznikají požadavky na současné a co nejvíce automatizované ladění regulátoru alespoň vždy v jedné smyčce. Principiálně ladění kaskádní regulace probíhá vždy po smyčkách od proudové, přes rychlostní, až po polohovou. Důležitou motivací pro automatizované postupy je také skutečnost, že ruční postupné ladění často vyžaduje velmi rozsáhlé zkušenosti obsluhy a jeho průběh může být odlišný pro různé stroje a různé osy těchto strojů.

Problematicke automatizace ladění kaskádní regulace je věnována i tato diplomová práce. Je navržena a na reálných datech ze stroje testována metodika ladění parametrů regulátoru pomocí optimalizace včetně kroků přípravy tohoto optimalizačního procesu. Velká pozornost je věnována formulaci dílčích cílových funkcí tak, aby optimalizační postup shrnoval všechny důležité aspekty posouzení kvality řízení. Pro testování optimalizačního ladění jsou použity experimentálně identifikované modely os, protože tento postup je jednoznačně nejrychlejší cestou ke spolehlivému modelu, a navíc má také potenciál relativně snadné automatizace.

Metodika je použitelná na kteroukoliv ze tří vazeb kaskádní regulace (polohová, rychlostní, proudová), nicméně je v této práci primárně připravena a testována na vazbě rychlostní. Důvodem je skutečnost, že ladění této smyčky je nejobtížnější a nejvíce ovlivněné modálními vlastnostmi mechanické části osy obráběcího stroje. Kaskádní regulace se samozřejmě vyskytuje i na jiných typech výrobních strojů a výsledky práce mají tak obecnější charakter.

Pro účely diplomové práce je postup implementován v prostředí Matlab, nicméně byl zvolen postup programování pomocí co nejelementárnějších příkazů z důvodů snadné přenositelnosti do jiného prostředí.

Práce je členěna na základě bodů zadání sumarizovaných ve druhé kapitole. Třetí až pátá kapitola je věnována stručné rekapitulaci stavu relevantní problematiky, šestá a sedmá jsou věnovány tvorbě celkového modelu. Nejdůležitější je kapitola osmá věnovaná formulaci a metodice optimalizační úlohy a jejímu testování na reálných datech. Práci uzavírá stručný závěr.

2. Cíle práce

V této kapitole jsou rozepsány jednotlivé cíle práce a jsou k nim přiřazeny kapitoly, ve kterých se daný problém řeší.

- **Seznamte se s metodami řízení pohonových os strojů.**

Základní koncept řízení pohonových os strojů je popsán v kapitole 3.

- **Seznamte se s metodami identifikace dynamických modelů pohonových os strojů.**

V kapitole 4 byla provedena rešerše metod identifikace, pomocí kterých lze získat model mechanické soustavy osy obráběcího stroje.

- **Vytvořte simulační model pohonové osy stroje s kaskádní regulací s využitím identifikovaného modelu mechanické části.**

Tvorba modelu pohonové osy stroje je popsána v kapitolách 6 a 7.

- **Navrhněte kritéria pro optimalizaci parametrů kaskádní regulace včetně parametrů použitých filtrů.**

Optimalizační úloha je formulována v kapitole 8.

- **Proveďte optimalizaci těchto parametrů na modelu vycházejícího z experimentální identifikace reálné osy stroje.**

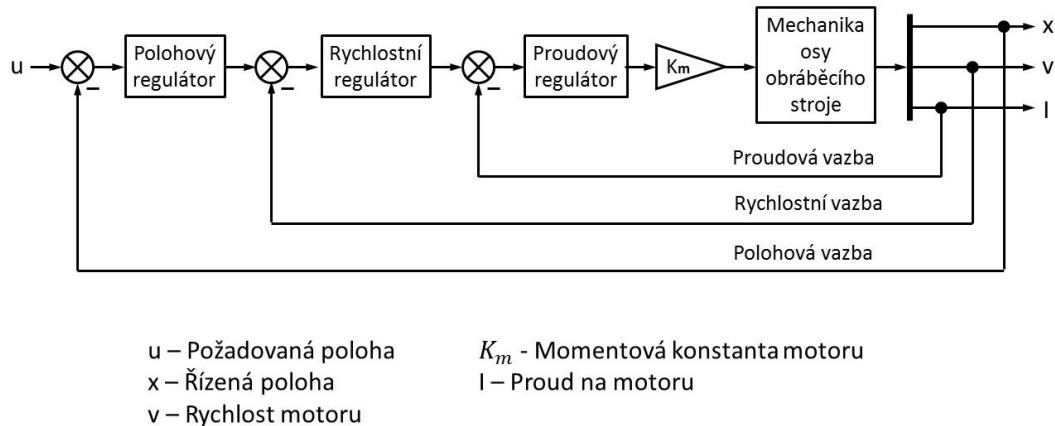
V kapitole 8.3 jsou vypsány výsledky optimalizace pro identifikovaný model osy stroje při různém zatížení.

- **Vyhodnoťte chování výsledné řízené soustavy na simulačním modelu a případně experimentálně.**

Diskuze nad výsledky optimalizace je provedena v kapitole 8.4 a 9.

3. Metody řízení pohonových os strojů

Nejčastějším způsobem řízení pohonových os je kaskádní regulace. Toto řízení se skládá ze 3 do sebe vnořených vazeb. Klíčovým prvkem vazby je regulátor, jehož funkcí je převod regulační odchylky na akční zásah. Základem regulátorů je PI regulátor (rychlostní a proudový regulátor) nebo P regulátor (polohový regulátor), které mohou být rozšířeny o filtry (např.: úzkopásmová zadrž nebo dolní propust). [1]



Obrázek 1: Schéma kaskádní regulace [1]

3.1. Proudová vazba

Proudová vazba slouží především jako kompenzace vlivu indukčnosti a vlivu indukovaného napětí v motoru. Tyto vlivy působí proti napětí zdroje a tím je snížena síla (moment) motoru při vysokých rychlostech.

Uvnitř vazby dochází k přechodu od rychlostní regulace na řízení síly (lineární motory) nebo momentu (rotační motory). [1]

3.2. Rychlostní vazba

Zejména u některých typů pohonů (lineárních i rotačních) je velkým problémem rychlostní poddajnost, kdy je velmi vysoká závislost rychlosti na zatížení motoru. Napravení tohoto problému je zajištěno rychlostní vazbou s PI regulátorem. Rychlostní regulátor převádí rozdíl žádané a skutečné rychlosti motoru na požadovaný proud, který je následně přiveden na proudový regulátor. [1]

Rychlostní smyčka obvykle přináší nejvíce problémů a její ladění je obvykle nejobtížnější. Z tohoto důvodu byla vyvíjena metodika automatického ladění testována právě na ni.

3.3. Polohová vazba

Primárním cílem polohové vazby je zajistit absolutní statickou tuhost při vnějším zatížení stroje. Vstupem polohového regulátoru je rozdíl žádané a skutečné polohy a výstupem žádaná rychlost motoru. Vzhledem k tomu, že rychlost a poloha jsou matematicky svázány, není třeba volit jako základ polohového regulátoru PI regulátor, ale stačí pouze P regulátor. [1]

4. Metody identifikace dynamických modelů

Model mechanické soustavy osy obráběcího stroje s proudovou vazbou (viz kapitola 7) byl získán separací z identifikovaného modelu rychlostní vazby. Tento model byl identifikován na základě naměřených dat požadované rychlosti motoru v_z a skutečné rychlosti motoru v_s , které byly zaznamenány s časovým krokem Δt .

$$\vec{u}_i = v_z(i \cdot \Delta t) \quad (4.1)$$

$$\vec{y}_i = v_s(i \cdot \Delta t) \quad (4.2)$$

Vstupy identifikace jsou tedy naměřená výstupní data $\vec{y}_0, \vec{y}_1, \dots, \vec{y}_q$ odpovídající vstupům $\vec{u}_0, \vec{u}_1, \dots, \vec{u}_q$. Koeficientem q je označeno celkový počet časových kroků. Pro takto strukturovaná data je nejčastěji využívána metoda ERA [2], [3] nebo metody z ní odvozené (např.: MOESP a N4SID [3], [4]).

4.1. Metoda ERA (Eigenvalue Realization Algorithm)

Výstupem metody ERA jsou parametry diskrétního stavového popisu v balancovaném tvaru (vektor stavů je stejně říditelný jako pozorovatelný). Stavový popis je identifikován ve tvaru popsaném rovnicemi (4.3) a (4.4).

$$\vec{x}_{i+1} = \underline{A} \vec{x}_i + \underline{B} \vec{u}_i \quad (4.3)$$

$$\vec{y}_i = \underline{C} \vec{x}_i + \underline{D} \vec{u}_i \quad (4.4)$$

4.1.1. Konstrukce Markovových parametrů

Prvním krokem identifikace je konstrukce Markovových parametrů z impulsové odezvy (4.5) při uvažování nulových počátečních podmínek.

$$\begin{aligned} \vec{x}_0 &= \vec{0} \\ \vec{y}_0 &= \underline{D} \vec{u}_0 = \underline{D} \\ \vec{x}_1 &= \underline{A} \vec{x}_0 + \underline{B} \vec{u}_0 = \underline{B} \vec{u}_0 \\ \vec{y}_1 &= \underline{C} \vec{x}_1 + \underline{D} \vec{u}_1 = \underline{C} \underline{B} \vec{u}_0 + \underline{D} \vec{u}_1 \\ \vec{x}_2 &= \underline{A} \vec{x}_1 + \underline{B} \vec{u}_1 = \underline{A} \underline{B} \vec{u}_0 + \underline{B} \vec{u}_1 \\ \vec{y}_2 &= \underline{C} \vec{x}_2 + \underline{D} \vec{u}_2 = \underline{C} \underline{A} \underline{B} \vec{u}_0 + \underline{C} \underline{B} \vec{u}_1 + \underline{D} \vec{u}_2 \\ \vec{x}_3 &= \underline{A} \vec{x}_2 + \underline{B} \vec{u}_2 = \underline{A}^2 \underline{B} \vec{u}_0 + \underline{A} \underline{B} \vec{u}_1 + \underline{B} \vec{u}_2 \\ \vec{y}_3 &= \underline{C} \vec{x}_3 + \underline{D} \vec{u}_3 = \underbrace{\underline{C} \underline{A}^2 \underline{B}}_{\underline{h}_3} \vec{u}_0 + \underbrace{\underline{C} \underline{A} \underline{B}}_{\underline{h}_2} \vec{u}_1 + \underbrace{\underline{C} \underline{B}}_{\underline{h}_1} \vec{u}_2 + \underbrace{\underline{D}}_{\underline{h}_0} \vec{u}_3 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Obecně lze zapsat konstrukci Markovových parametrů rovnicí (4.6).

$$\underline{h}_0 = \underline{D}, \underline{h}_k = \underline{C} \underline{A}^{k-1} \underline{B} \quad (4.6)$$

Jednotlivé Markovovy parametry jsou poté zapsány do Markovovy matice \underline{H} . Koeficient p označuje horizont predikce (řád modelu) a platí $p \ll q$. Volba řádu je významná, příliš nízký řád by nepostihl část dynamiky, a naopak příliš vysoký řád by mohl vnést do systému nežádoucí dynamiku (typicky způsobenou šumem v naměřených datech) a navíc by zvyšoval výpočtovou náročnost.

$$\underline{H} = [\underline{h}_0 \quad \underline{h}_1 \quad \cdots \quad \underline{h}_p] \quad (4.7)$$

4.1.2. Vyjádření Markovovi matice a parametrů

Pro vyčíslení Markovovi matice \underline{U} je nejprve nutné definovat matici vstupů \underline{U} a matici výstupů \underline{Y} .

$$\underline{U} = \begin{bmatrix} \vec{u}_0 & \vec{u}_1 & \vec{u}_2 & \cdots & \vec{u}_p & \cdots & \vec{u}_q \\ \vec{0} & \vec{u}_0 & \vec{u}_1 & \cdots & \vec{u}_{p-1} & \cdots & \vec{u}_{q-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \cdots & \vec{u}_0 & \cdots & \vec{u}_{q-p} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$\underline{Y} = [\vec{y}_0 \quad \vec{y}_1 \quad \cdots \quad \vec{y}_q] \quad (4.9)$$

Pro takto formulované matice platí závislost (4.10) a po provedení pseudoinverze matice vstupů získáváme vzorec pro určení Markovovy matice (4.11) a jejím rozložením získáme i jednotlivé Markovovy parametry.

$$\underline{Y} = \underline{H} \underline{U} \quad (4.10)$$

$$\underline{H} = \underline{Y} \underline{U}^T (\underline{U} \underline{U}^T)^{-1} \quad (4.11)$$

4.1.3. Vyjádření matice pozorovatelnosti a říditelnosti

Matice pozorovatelnost \underline{P} a říditelnosti \underline{Q} jsou vyjádřeny z Hankelovy matice \underline{H}_1 pomocí singulárního rozkladu.

$$\underline{H}_1 = \underline{P} \underline{Q} = \begin{bmatrix} \underline{h}_1 & \underline{h}_2 & \cdots & \underline{h}_p \\ \underline{h}_2 & \underline{h}_3 & \cdots & \underline{h}_{p+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{h}_p & \underline{h}_{p+1} & \cdots & \underline{h}_{2p-1} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\underline{H}_2 = \underline{P} \underline{A} \underline{Q} = \begin{bmatrix} \underline{h}_2 & \underline{h}_3 & \cdots & \underline{h}_{p+1} \\ \underline{h}_3 & \underline{h}_4 & \cdots & \underline{h}_{p+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{h}_{p+1} & \underline{h}_{p+2} & \cdots & \underline{h}_{2p} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Singulárním rozkladem je Hankelova matice rozložena na diagonální matici singulárních čísel \underline{D} a ortonormální matice \underline{V} a \underline{U} . Diagonální matice je dále rozložena na Hankelovy matice singulárních čísel $\underline{\Gamma}_V$ a $\underline{\Gamma}_U$.

$$\underline{H}_1 = \underline{V} \underline{D} \underline{U}^T = \underline{V} \underline{\Gamma}_V \underline{\Gamma}_U \underline{U}^T \quad (4.14)$$

Matice pozorovatelnosti a říditelnosti jsou dány rovnicemi (4.15) a (4.16).

$$\underline{P} = \underline{V} \underline{\Gamma}_V \quad (4.15)$$

$$\underline{Q} = \underline{\Gamma}_U \underline{U}^T \quad (4.16)$$

4.1.4. Matice diskrétního stavového popisu

Matice \underline{A} je vyjádřena pseudoinverzí z posunuté Hankelovy matice \underline{H}_2 .

$$\underline{A} = \underbrace{(\underline{P}^T \underline{P})^{-1} \underline{P}^T}_{\underline{P}^+} \underline{H}_2 \underbrace{\underline{Q}^T (\underline{Q} \underline{Q}^T)^{-1}}_{\underline{Q}^+} \quad (4.17)$$

Matice \underline{B} je možné určit jako prvních s sloupců matice \underline{Q} a matice \underline{C} jako prvních r sloupců matice \underline{P} .

$$\underline{B} = \underline{Q} \underline{E}_s, \underline{E}_s = [\underline{I}_s \quad \underline{0} \quad \cdots \quad \underline{0}]^T \quad (4.18)$$

$$\underline{C} = \underline{E}_r^T \underline{P}, \underline{E}_r = [\underline{I}_r \quad \underline{0} \quad \cdots \quad \underline{0}]^T \quad (4.19)$$

Matice \underline{D} odpovídá nultému Markovovu parametru.

$$\underline{D} = \underline{h}_0 \quad (4.20)$$

5. Optimalizační metody

5.1. Numerické metody pro cílové funkce několika proměnných

Numerické metody patří mezi metody lokální optimalizace. Cílem těchto metod optimalizace je najít nejbližší bod v prostoru parametrů, ve kterém se nachází minimum cílové funkce (5.1).

$$CF = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \min \quad (5.1)$$

5.1.1. Simplexová metoda

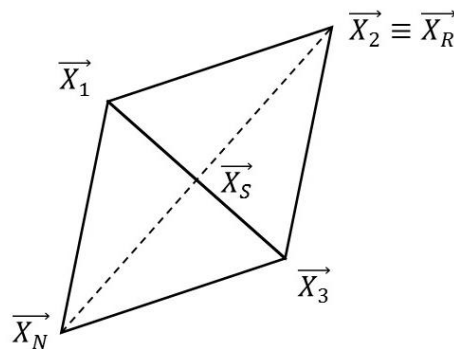
Základem této metody je tzv. simplex. Simplex je útvar, který má v n-dimenzionálním prostoru parametrů n+1 vrcholů. Ve dvojrozměrném prostoru je simplex rovnostranný trojúhelník a ve trojrozměrném čtyřstěn. [5]

$$\vec{X}_j = [x_{1,j} \quad x_{2,j} \quad \dots \quad x_{n,j}]^T \quad (5.2)$$

Algoritmus optimalizace

Algoritmus této metody lze shrnout ve třech bodech [5]:

- Ve všech vrcholech simplexu se vyčíslí hodnota cílové funkce. Vrchol s nejhorší hodnotou cílové funkce \vec{X}_R je vypuštěn a nahrazen novým vrcholem \vec{X}_N , který vznikne na spojnici vypuštěného vrcholu a střediska vrcholů zbývajících \vec{X}_S (Obrázek 2). Výpočet nového vrcholu je dán rovnicí (5.3).



Obrázek 2: Simplex v dvourozměrném prostoru [5]

$$x_{i,N} = 2 \frac{\sum_{j=1}^{n+1} (x_{i,j}) - x_{i,R}}{n} - x_{i,R}, i = 1, 2, \dots, n \quad (5.3)$$

- Zároveň není dovoleno se vracet do vypuštěného bodu. Pokud je nový vrchol nejhorší, volí se vrchol s druhou nejhorší hodnotou cílové funkce.
- Pokud vrchol s nejlepší hodnotou cílové funkce zůstává na místě více jak m kroků, je zkrácena hrana simplexu na polovinu. Volba počtu kroků m je odvozena od dimenze prostoru proměnných (5.4).

$$m = 1,65 \cdot n + 0,05 \cdot n \quad (5.4)$$

Generování výchozího simplexu

Při generování výchozího simplexu je využita jeho symetrie. Optimalizační proměnné v $n+1$ vektorech se pak volí podle následující tabulky:

		Optimalizační parametry						
		$x_{1,j}$	$x_{2,j}$	\dots	$x_{i,j}$	\dots	$x_{n-1,j}$	$x_{n,j}$
Vrcholy simplexu	\vec{X}_1	0	0	\dots	0	\dots	0	0
	\vec{X}_2	p	q	\dots	q	\dots	q	q
	\vdots	\vdots	\vdots		\vdots		\vdots	\vdots
	\vec{X}_{t+1}	q	q	\dots	p	\dots	q	q
	\vdots	\vdots	\vdots		\vdots		\vdots	\vdots
	\vec{X}_n	q	q	\dots	q	\dots	q	p
	\vec{X}_{n+1}	q	q	\dots	q	\dots	q	q

Tabulka 1: Generování výchozího simplexu [5]

Hodnota parametrů p a q je funkcí volené délky hrany simplexu a . Výpočet těchto parametrů je popsán rovnicemi (5.5) a (5.6).

$$p = \frac{a}{n\sqrt{2}}(\sqrt{n+1} + n - 1) \quad (5.5)$$

$$q = \frac{a}{n\sqrt{2}}(\sqrt{n+1} - 1) \quad (5.6)$$

Simplexová metoda je často používaná pro svou jednoduchost a rychlost algoritmu.

5.1.2. Rosenbrockova metoda

Rosenbrockova metoda patří do skupiny metod souřadnicové komparace. Hledání minima cílové funkce je prováděno v iteracích a jednotlivé iterace se skládají z n jednorozměrných minimalizací. [5]

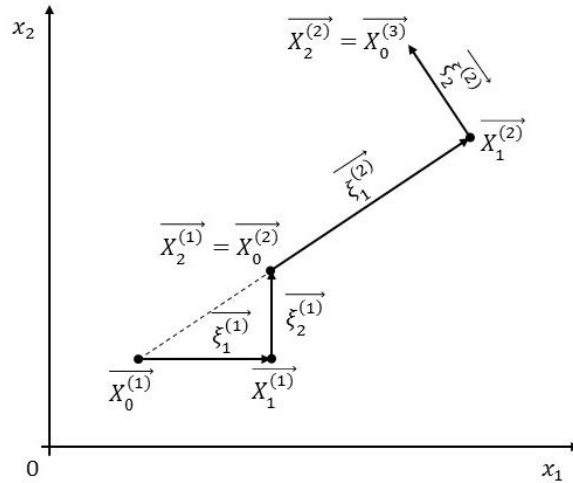
Algoritmus optimalizace

- Po ukončení předchozí iterace jsou určeny nové směry minimalizace $\vec{\xi}_1^{(k)}$ až $\vec{\xi}_n^{(k)}$. První směr je definován jako spojnice výchozího bodu předchozí iterace $\vec{X}_0^{(k-1)}$ a nové iterace $\vec{X}_0^{(k)}$. Ostatní směry jsou na první směr kolmé.
- V bodě $\vec{X}_0^{(k)}$ a v novém bodě $\vec{X}_1^{(k)}$ ve směru $\vec{\xi}_1^{(k)}$ a vzdálenosti s_1 je vyčíslena hodnota cílové funkce. Pokud je hodnota v novém bodě nižší, dochází k přesunu a velikost kroku

s_1 je zvýšena ($s_1 = \alpha s_1$). Pokud je hodnota v novém bodě naopak vyšší, k přesunu nedochází a hodnota kroku s_1 je negována a snížena ($s_1 = -\beta s_1$).

- Stejná procedura je provedena i pro ostatní směry ($\vec{\xi}_2^{(k)}$ až $\vec{\xi}_n^{(k)}$).

Tento cyklus se opakuje, dokud není dosaženo alespoň jednoho úspěšného a neúspěšného přesunu z výchozího do nového bodu v každém směru. [5]



Obrázek 3: Rosenbrockova metoda pro dvourozměrný prostor optimalizačních parametrů [5]

Nastavení první iterace

V n -rozměrném prostoru parametrů je zvolen počáteční bod $\vec{X}_0^{(1)}$. V tomto bodu jsou zvoleny směry $\vec{\xi}_i^{(1)}$ minimalizace, které odpovídají jednotlivým směrům os (5.7).

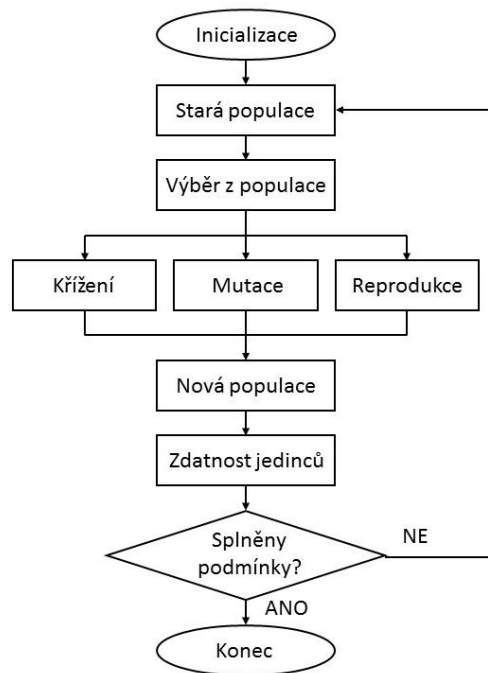
$$\begin{aligned}\vec{\xi}_1^{(1)} &= [1 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T \\ \vec{\xi}_2^{(1)} &= [0 \quad 1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T \\ \vec{\xi}_n^{(1)} &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 1]^T\end{aligned}\tag{5.7}$$

5.2. Genetické algoritmy

Genetické algoritmy [6] patří k metodám globální optimalizace. Princip těchto algoritmů spočívá v simulaci evoluce. Evoluce je zde rozdělena do jednotlivých populací, kde jednotliví jedinci v populaci představují jedno řešení optimalizační úlohy.

5.2.1. Algoritmus optimalizace

- Prvním krokem je inicializace, kdy je vygenerována nultá (výchozí) populace P_0 složená z náhodně vybraných jedinců.
- Následně je proveden výběr z populace na základě tzv. fitness funkce, která posuzuje zdatnost jednotlivých jedinců.
- Z jedinců s vysokou zdatností vzniká nová populace pomocí evolučních operací:
 - Křížení = sloučení dvou jedinců
 - Mutace = náhodná změna části jedince s pravděpodobností $P \in (0,1)$
 - Reprodukce = kopíruje jedince beze změny
- V dalším kroku je zkoumána zdatnost jedinců nové generace a zda splňují podmínky pro ukončení optimalizace.
- Pokud jsou podmínky splněny je cyklus ukončen. Pokud naopak nová generace podmínky nesplňuje stává se starou populací a evoluční cyklus se opakuje



Obrázek 4: Schéma genetického algoritmu [6]

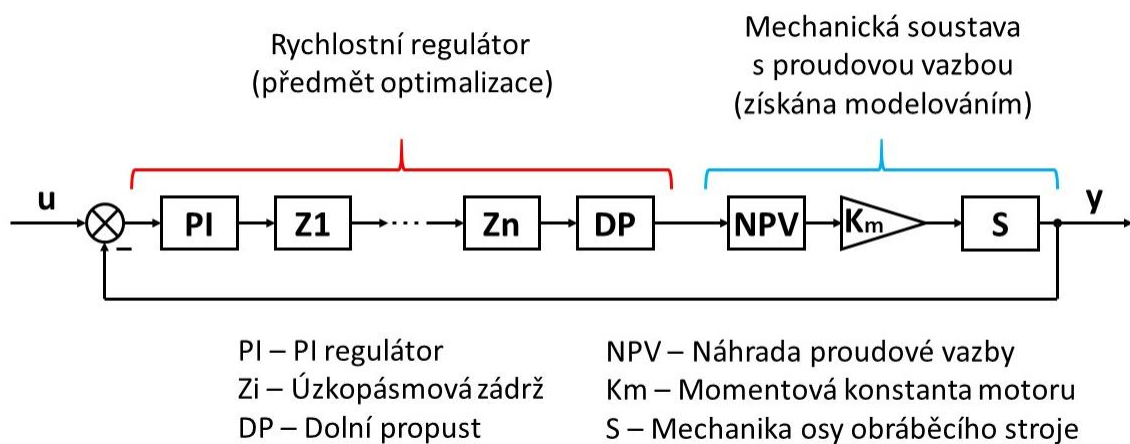
6. Model rychlostní regulace osy obráběcího stroje

Prvním krokem k formulaci optimalizační úlohy řízení pohonné osy obráběcího stroje bylo sestavení modelu osy. Pro tento model byly zvoleny 2 způsoby matematického popisu: celkový obrazový přenos $G(s)$ a celkový stavový popis.

Ve výsledném algoritmu se pracuje především s celkovým stavovým popisem, ale pro úplnost jsou v této kapitole zpracovány obě zložené struktury modelu.

6.1. Základní schéma analytického modelu

Model vychází z konceptu kaskádního řízení osy obráběcího stroje. Skládá se ze sériového zapojení dvou vyšších celků (rychlostní regulátor a mechanická soustava s proudovou vazbou) a negativní zpětné vazby (Obrázek 5).



Obrázek 5: Základní schéma modelu rychlostní regulace osy obráběcího stroje [1]

Celek rychlostního regulátoru se skládá z PI regulátoru, n úzkopásmových zadrž (pro potřeby algoritmu byly vypracovány varianty s 2 až 8 zadržemi) a dolní propusti. Jednotlivé vnitřní parametry těchto bloků byly předmětem ladění pomocí optimalizace.

6.2. Rychlostní regulátor

Pro určení celkových matematických popisů byly nejprve určeny dílčí obrazové přenosy a stavové popisy jednotlivých bloků.

Oba tyto popisy vychází z diferenciální rovnice chování bloku. Obrazové přenosy byly získány substitucí časové derivace Laplaceovým operátorem a následným vyjádřením přenosu jako podílu výstupní a vstupní veličiny. Dílčí stavové popisy pak byly získány metodou postupné integrace nebo substitucí derivací nižších řádů.

6.2.1. PI regulátor

Prvním blokem rychlostního regulátoru je PI regulátor. Funkcí PI regulátoru je převod regulační odchylky na akční veličinu. V tomto případě je regulační odchylka rozdílem požadované a skutečné rychlosti suportu osy.

Model PI regulátoru je dán 2 parametry: proporcionální zesílení K a integrační časová konstanta T_i .

Diferenciální rovnice

$$\dot{y} = K\dot{u} + \frac{K}{T_i}u \quad (6.1)$$

Obrazový přenos

$$G_{PI}(s) = K \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (6.2)$$

Stavový popis

$$\dot{x}_{PI} = [0]_{A_{PI}} \cdot x_{PI} + [-K]_{B_{PI}} \cdot u \quad (6.3)$$

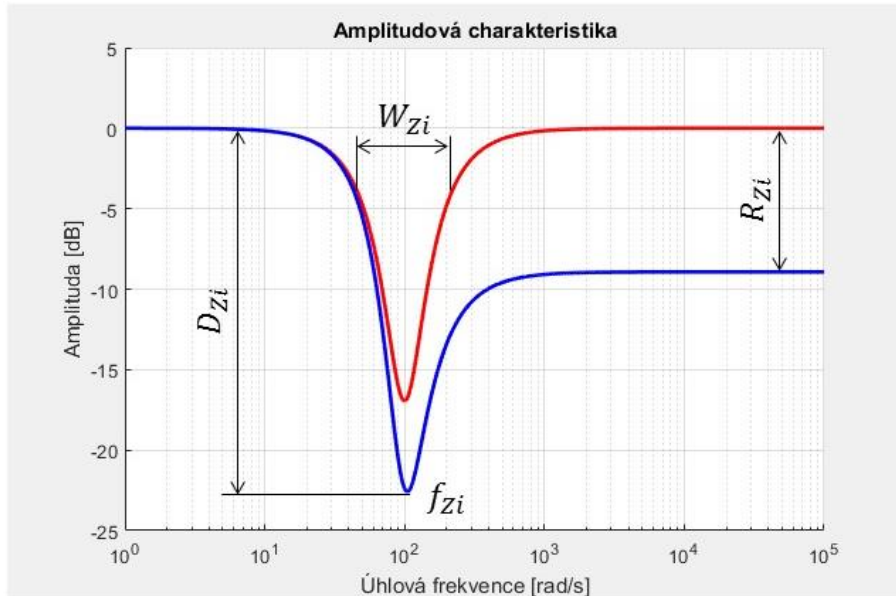
$$y = \left[-\frac{1}{T_i} \right]_{C_{PI}} \cdot x_{PI} + [K]_{D_{PI}} \cdot u \quad (6.4)$$

6.2.2. Úzkopásmová zádrž (Notch filter)

Další částí rychlostního regulátoru je série úzkopásmových zádrží. Jejich účelem je eliminace účinků vlastních frekvencí mechanické části pohonové osy na její chování. Volba počtu úzkopásmových zádrží se odvíjí z průběhu amplitudové Bodeho charakteristiky a je detailně popsána v kapitole 8.2.2.

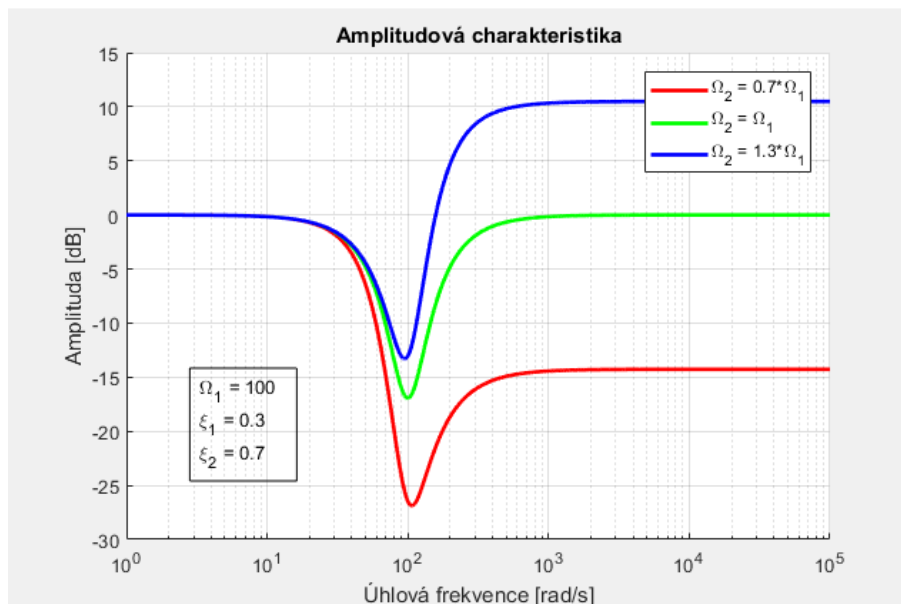
Parametry modelu jsou dvě úhlové frekvence ($\Omega_{1,Zi}$, $\Omega_{2,Zi}$) a dva poměrné útlumy ($\xi_{1,Zi}$, $\xi_{2,Zi}$). Tyto parametry vychází z SI jednotkové soustavy a jsou nadále označovány jako fyzikální parametry.

Většina výrobců řídicí elektroniky (např.: Siemens a Heidenhain) používá parametry, které vychází z amplitudové Bodeho charakteristiky. Tyto parametry jsou zde označovány jako strojové nebo se přímo odkazují na jméno výrobce (např.: Heidenhain parametry).

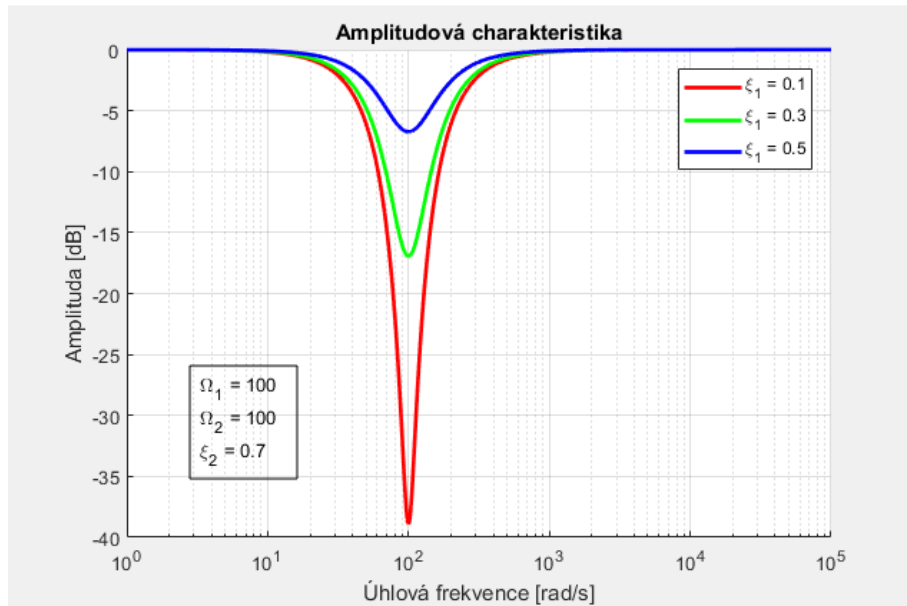


Obrázek 6: Strojové parametry úzkopásmové zadržky

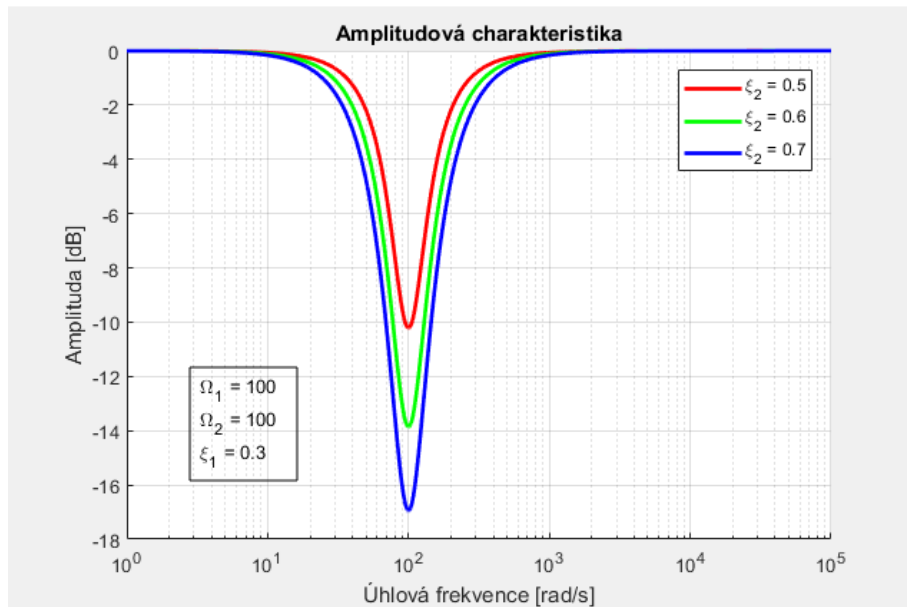
Mezi strojové parametry úzkopásmové zadržky patří zadržovací frekvence f_{Zi} , šířka pásma W_{Zi} , propad na zadržovací frekvenci D_{Zi} a redukce za zadržovací frekvenci R_{Zi} (Obrázek 6). Velikost $\Omega_{1,Zi}$ v rad/s přímo odpovídá velikosti zadržovací frekvenci f_{Zi} v Hz, poměr úhlových frekvencí $\Omega_{1,Zi}$ a $\Omega_{2,Zi}$ ovlivňuje velikost redukce R_{Zi} (Obrázek 7), poměrný útlum $\xi_{1,Zi}$ ovlivňuje šířku pásma W_{Zi} (Obrázek 8) a $\xi_{2,Zi}$ ovlivňuje velikost propadu D_{Zi} (Obrázek 10). Pro poměrné útlumy obvykle platí, že $\xi_{1,Zi} > 0$ a $0.5 < \xi_{2,Zi} < 0.7$. [1]



Obrázek 7: Vliv poměru $\Omega_{1,Zi}$ a $\Omega_{2,Zi}$ na velikost redukce R_{Zi}



Obrázek 8: Vliv $\xi_{1,zi}$ na velikost propadu D_{zi}



Obrázek 9: Vliv $\xi_{2,zi}$ na šířku pásma zádrže W_{zi}

Diferenciální rovnice

$$\frac{1}{\Omega_{2,zi}^2} \ddot{y} + \frac{2\xi_{2,zi}}{\Omega_{2,zi}} \dot{y} + y = \frac{1}{\Omega_{1,zi}^2} \ddot{u} + \frac{2\xi_{1,zi}}{\Omega_{1,zi}} \dot{u} + u \quad (6.5)$$

Obrazový přenos

$$G_{zi}(s) = \frac{\frac{1}{\Omega_{1,Zi}^2} s^2 + \frac{2\xi_{1,Zi}}{\Omega_{1,Zi}} s + 1}{\frac{1}{\Omega_{2,Zi}^2} s^2 + \frac{2\xi_{2,Zi}}{\Omega_{2,Zi}} s + 1} \quad (6.6)$$

Stavový popis

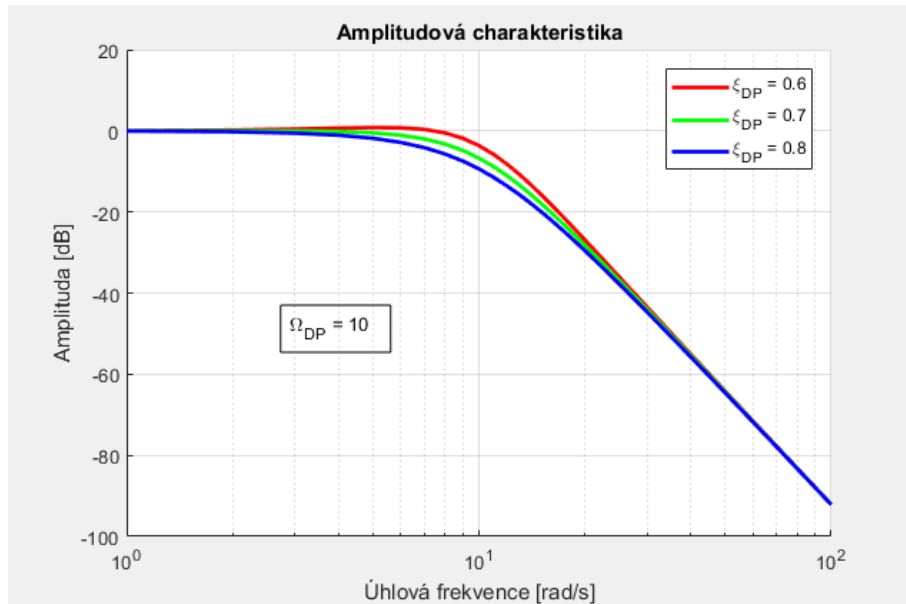
$$\dot{\vec{x}}_{zi} = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_{2,Zi}^2 \\ 1 & -2\xi_{2,Zi}\Omega_{2,Zi} \end{bmatrix}_{A_{zi}} \cdot \vec{x}_{zi} + \begin{bmatrix} \left(\frac{\Omega_{2,Zi}}{\Omega_{1,Zi}}\right)^2 - 1 \\ \frac{2}{\Omega_{1,Zi}^2} (\xi_{2,Zi}\Omega_{2,Zi} - \xi_{1,Zi}\Omega_{1,Zi}) \end{bmatrix}_{B_{zi}} \cdot u \quad (6.7)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_{2,Zi}^2 \end{bmatrix}_{C_{zi}} \cdot \vec{x}_{zi} + \left[\left(\frac{\Omega_{2,Zi}}{\Omega_{1,Zi}}\right)^2 \right]_{D_{zi}} \cdot u \quad (6.8)$$

6.2.3. Dolní propust (Low-Pass filter)

Posledním blokem rychlostního regulátoru je dolní propust. Tento filtr zde slouží jako pojistka, kdyby se během optimalizace nepodařilo pomocí úzkopásmových zádrží eliminovat vliv vlastních frekvencí stroje. Použití dolní propusti tedy není vždy vyžadováno a tento fakt bylo nutné zohlednit při tvorbě modelu.

Model dolní propusti je popsán dvěma parametry: úhlovou frekvencí Ω_{DP} a poměrným útlumem ξ_{DP} . Obdobně jako u úzkopásmových zádrží lze popsat dolní propust strojovými parametry. Mezní frekvence f_{DP} je opět vyjádření úhlové frekvence Ω_{DP} v Hz a poměrný útlum ξ_{DP} zůstává nezměněn. Velikost poměrného útlumu ξ_{DP} se volí mezi 0,6 a 0,8, tato velikost ovlivňuje průběh přechodu na mezní frekvenci Ω_{DP} (Obrázek 10).



Obrázek 10: Vliv ξ_{DP} na průběh amplitudové charakteristiky

Diferenciální rovnice

$$\frac{1}{\Omega_{DP}^2} \ddot{y} + \frac{2\xi_{DP}}{\Omega_{DP}} \dot{y} + y = u \quad (6.9)$$

Obrazový přenos

$$G_{DP}(s) = \frac{1}{\frac{1}{\Omega_{DP}^2} s^2 + \frac{2\xi_{DP}}{\Omega_{DP}} s + 1} \quad (6.10)$$

Stavový popis

$$\dot{\vec{x}}_{DP} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Omega_{DP}^2 & -2\xi_{DP}\Omega_{DP} \end{bmatrix}_{A_{DP}} \cdot \vec{x}_{DP} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Omega_{DP}^2 \end{bmatrix}_{B_{DP}} \cdot u \quad (6.11)$$

$$y = [1 \quad 0]_{C_{DP}} \cdot \vec{x}_{DP} + [0]_{D_{PD}} \cdot u \quad (6.12)$$

6.3. Transformace mezi fyzikálními a strojovými parametry

Vstupem optimalizačního algoritmu jsou fyzikální parametry, ale do řídicího systému stroje jsou zadávány strojové parametry jednotlivých bloků rychlostního regulátoru. Z tohoto důvodu bylo nutné definovat dopřednou a zpětnou transformaci mezi fyzikálními a strojovými parametry.

Optimalizace regulátorů byla testována na datech ze stroje, u něž v regulátoru není možnost redukce zesílení u úzkopásmových zádrží ($R_{Zi} = 0$) (např.: systém Heidenhain a jiné). Toto omezení je zaručeno rovností úhlových frekvencí $\Omega_{1,Zi}$ a $\Omega_{2,Zi}$ (6.15). Takto omezené strojové parametry jsou dále označovány jako strojové bez redukce.

6.3.1. Dopředná transformace (strojové bez redukce → fyzikální)

PI regulátor

$$K = \frac{K_h}{2 \cdot \pi} \quad (6.13)$$

$$T_i = \frac{K_h}{T_{ih}} \quad (6.14)$$

Úzkopásmové zadržé

$$\Omega_{12,Zi} = \Omega_{1,Zi} = \Omega_{2,Zi} \quad (6.15)$$

$$f_{Zi} = \frac{\Omega_{12,Zi}}{2 \cdot \pi} \quad (6.16)$$

$$W_{Zi} = \frac{\xi_{2,Zi} \cdot \Omega_{12,Zi}}{\pi} \quad (6.17)$$

$$D_{Zi} = 20 \frac{\log \left(\frac{\xi_{1,Zi} \cdot \Omega_{12,Zi}}{\pi \cdot W_{Zi}} \right)}{\log 10} \quad (6.18)$$

Dolní propust

$$f_{DP} = \frac{\Omega_{DP}}{2 \cdot \pi} \quad (6.19)$$

6.3.2. Zpětná transformace (fyzikální → strojové bez redukce)

PI regulátor

$$K_h = 2 \cdot \pi \cdot K \quad (6.20)$$

$$T_{ih} = \frac{K_h}{T_i} \quad (6.21)$$

Úzkopásmové zadržé

$$\Omega_{12,Zi} = 2 \cdot \pi \cdot f_{Zi} \quad (6.22)$$

$$\xi_{1,Zi} = \pi \left(\frac{W_{Zi}}{\Omega_{12,Zi}} 10^{\frac{D_{Zi}}{20}} \right) \quad (6.23)$$

$$\xi_{2,Zi} = \pi \frac{W_{Zi}}{\Omega_{12,Zi}} \quad (6.24)$$

Dolní propust

$$\Omega_{DP} = 2 \cdot \pi \cdot f_{DP} \quad (6.25)$$

6.4. Mechanická soustava s proudovou vazbou

6.4.1. Náhrada proudové vazby

Jelikož dynamika motoru s proudovým regulátorem je řádově rychlejší než rychlostní smyčka s mechanikou, používá se s výhodou zjednodušený model motoru s proudovým regulátorem v podobě systému prvního řádu. [1]

Model je popsán pouze jedním parametrem Ω_{NPV} .

Diferenciální rovnice

$$\frac{1}{\Omega_{NPV}} \dot{y} + y = u \quad (6.26)$$

Obrazový přenos

$$G_{NPV}(s) = \frac{1}{\frac{1}{\Omega_{NPV}} s + 1} \quad (6.27)$$

Stavový popis

$$\dot{x}_{NPV} = [-\Omega_{NPV}]_{A_{NPV}} \cdot x_{NPV} + [\Omega_{NPV}]_{B_{NPV}} \cdot u \quad (6.28)$$

$$y = [1]_{C_{NPV}} \cdot x_{NPV} + [0]_{D_{NPV}} \cdot u \quad (6.29)$$

6.4.2. Momentová konstanta motoru

Momentová konstanta motoru je štítková hodnota, která popisuje převod z hodnoty proudu vstupujícího do motoru na výstupní silový účinek. U rotačních motorů je výstupní silový účinek kroutící moment a u lineárních motorů síla ve směru posuvu.

Diferenciální rovnice/stavový popis

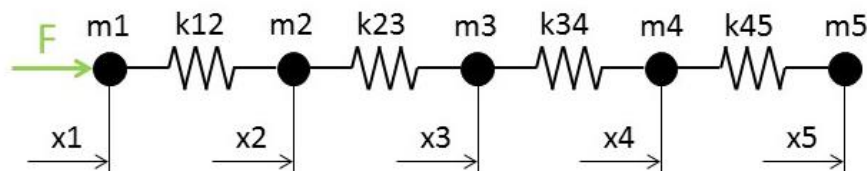
$$y = K_m \cdot u \quad (6.30)$$

Obrazový přenos

$$G_{K_m}(s) = K_m \quad (6.31)$$

6.4.3. Mechanika osy obráběcího stroje

Základní dynamické vlastnosti osy obráběcího stroje lze demonstrovat na jednoduchém poddajném řetězci. Konkrétně byl zvolen model mechaniky osy stroje ve formě soustavy pěti hmotných bodů v sériovém zapojení (Obrázek 11). Tento model byl následně rozšířen o proporciální tlumení v úplné formě nebo ve formě Rayleighho tlumení.



Obrázek 11: Schéma náhradního modelu osy obráběcího stroje

Pomocí metody uvolňování byly sestaveny Newtonovi rovnice. Tyto rovnice byly následně zapsány do maticového zápisu (6.32), kde \underline{M} je matice hmotností, \underline{K} matice tuhostí a \vec{f} je vektor vnějších sil.

$$\underline{M}\ddot{\vec{x}} + \underline{K}\vec{x} = \vec{f} \quad (6.32)$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 \end{bmatrix}_M \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_4 \\ \ddot{x}_5 \end{bmatrix}_\ddot{x} + \begin{bmatrix} k_{12} & -k_{12} & 0 & 0 & 0 \\ -k_{12} & k_{12} + k_{23} & -k_{23} & 0 & 0 \\ 0 & -k_{23} & k_{23} + k_{34} & -k_{34} & 0 \\ 0 & 0 & -k_{34} & k_{34} + k_{45} & -k_{45} \\ 0 & 0 & 0 & -k_{45} & k_{45} \end{bmatrix}_K \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}_x = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \end{bmatrix}_f \quad (6.33)$$

Proporcionální tlumení [7]

Pro zavedení proporcionálního tlumení bylo nejdříve nutné rozšířit maticový zápis o matici tlumení \underline{B} .

$$\underline{M}\ddot{\vec{x}} + \underline{B}\dot{\vec{x}} + \underline{K}\vec{x} = \vec{f} \quad (6.34)$$

Následně byli kartézské souřadnice transformovány na souřadnice modální (6.35). \underline{V} je modální matice vlastních tvarů kmitání, která je tvořena svislými vektory jednotlivých vlastních tvarů.

$$\vec{x} = \underline{V}\vec{q}, \underline{V} = [\vec{V}_1 \quad \vec{V}_2 \quad \dots \quad \vec{V}_5] \quad (6.35)$$

Dosazením (6.35) do (6.34) a následným vynásobením zleva transformovanou modální maticí vlastních tvarů byla získána rovnice (6.36).

$$\underline{V}^T \underline{M} \underline{V} \ddot{\underline{q}} + \underline{V}^T \underline{B} \underline{V} \dot{\underline{q}} + \underline{V}^T \underline{K} \underline{V} \underline{q} = \underline{V}^T \underline{f} \quad (6.36)$$

Proporciálního tlumení je takové, kdy vlastní tvary netlumené soustavy diagonalizují i matici tlumení viz (6.37). Tento model byt' zjednodušený obvykle velmi dobře popisuje dynamiku poddajných soustav strojů. Dosazením těchto vztahů do rovnice (6.36) byla získána vlastní pohybová rovnice pro modální souřadnice (6.38).

$$\underline{V}^T \underline{M} \underline{V} = \underline{I}, \underline{V}^T \underline{B} \underline{V} = 2\underline{b} \underline{\Omega}, \underline{V}^T \underline{K} \underline{V} = \underline{\Omega}^2 \quad (6.37)$$

$$\ddot{\underline{q}} + 2\underline{b} \underline{\Omega} \dot{\underline{q}} + \underline{\Omega}^2 \underline{q} = \underline{V}^T \underline{f} \quad (6.38)$$

Matice \underline{b} je diagonální matice poměrných útlumů a $\underline{\Omega}$ je diagonální matice vlastních frekvencí.

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_5 \end{bmatrix}, \underline{\Omega} = \begin{bmatrix} \Omega_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Omega_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Omega_5 \end{bmatrix} \quad (6.39)$$

Pro tvorbu stavového popisu byl definován stavový vektor ve tvaru popsáný rovnicí (6.40).

$$\vec{s} = [s_1 \quad s_2 \quad \cdots \quad s_5]^T, s_i = [\Omega_i q_i \quad \Omega_i^2]^T \quad (6.40)$$

Samotný stavový popis je pak popsán rovnicemi (6.41) a (6.42). Vstupem modelu jsou síly působící na hmotné body ve směru osy x (vektor vnějších sil \vec{f}). Výstupem pak jsou rychlosti jednotlivých hmotných bodů.

$$\dot{\vec{s}} = \underline{A}_{S,MIMO} \vec{s} + \underline{B}_{S,MIMO} \vec{u}, \vec{u} = \vec{f} \quad (6.41)$$

$$\vec{y} = \underline{C}_{S,MIMO} \vec{s} + \underline{D}_{S,MIMO} \vec{u}, \vec{y} = \vec{v} \quad (6.42)$$

Jednotlivé matice stavového popisu jsou popsány rovnicemi (6.43) a (6.44).

$$\underline{A}_{S,MIMO} = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -\Omega_1 & -b_1 \Omega_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Omega_2 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & -\Omega_2 & -2b_2 \Omega_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -2b_5 \Omega_5 \end{bmatrix}, \underline{B}_{S,MIMO} = \begin{bmatrix} \vec{0}^T \\ \vec{V}_1^T \\ \vec{0}^T \\ \vec{V}_2^T \\ \vdots \\ \vec{V}_5^T \end{bmatrix} \quad (6.43)$$

$$\underline{C}_{S,MIMO} = [\vec{V}_1 \quad \vec{0} \quad \vec{V}_2 \quad \vec{0} \quad \dots \quad \vec{V}_5 \quad \vec{0}], \underline{D}_{S,MIMO} = [\vec{0}] \quad (6.44)$$

Rayleigho tlumení [8]

Zjednodušenou formou proporcionálního tlumení je Rayleigho tlumení. Matice tlumení \underline{B} je modelována jako lineární kombinace matice hmotnosti \underline{M} a matice tuhosti \underline{K} .

$$\underline{B} = \alpha \underline{M} + \beta \underline{K} \quad (6.45)$$

Výpočet koeficientů Rayleigho tlumení α a β vychází ze závislosti poměrného útlumu a vlastní frekvence (6.46). Matematickou úpravou závislosti byla získána soustava rovnic pro výpočet těchto koeficientů (6.47).

$$b_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\Omega_i} + \beta \Omega_i \right) \quad (6.46)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\Omega_i} & 2\Omega_i \\ \frac{2}{\Omega_j} & 2\Omega_j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} b_i \\ b_j \end{bmatrix} \quad (6.47)$$

Při tvorbě byl zvolen stavový vektor ve tvaru (6.48), samotné matice stavového popisu jsou popsány v rovnicích (6.49) a (6.50).

$$\vec{s} = [\vec{x} \quad \vec{v}]^T \quad (6.48)$$

$$\underline{A}_{S,MIMO} = \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{I} \\ -\underline{M}^{-1}\underline{K} & -\underline{M}^{-1}\underline{B} \end{bmatrix}, \underline{B}_{S,MIMO} = \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{M}^{-1} \end{bmatrix} \quad (6.49)$$

$$\underline{C}_{S,MIMO} = [\underline{0} \quad \underline{I}], \underline{D}_{S,MIMO} = [\underline{0}] \quad (6.50)$$

Redukce stavového MIMO modelu na SISO model

V této fázi je stavový popis ve formě MIMO (multiple-input/multiple-output), zatímco zbytek modelu je ve formě SISO (single-input/single-output). Z tohoto důvodu byly zavedeny selektivní vektory \vec{f}_v a \vec{v}_v (6.51), které slouží k převodu z MIMO na SISO systém.

$$\vec{f}_v = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T, \vec{v}_v = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (6.51)$$

Pozice jedničky ve vektoru \vec{f}_v určuje na který hmotný bod působí vstupní síla F a pozice ve vektoru \vec{v}_v určuje hmotný bod, jehož rychlost je výstupem modelu. Výsledný popis je popsán rovnicemi (6.52) a (6.53).

$$\dot{\vec{s}} = \underbrace{A_{S,MIMO}}_{A_S} \vec{s} + \underbrace{B_{S,MIMO} \vec{f}_v}_{B_S} u, u = F \quad (6.52)$$

$$y = \underbrace{\vec{v}_v C_{S,MIMO}}_{C_S} \vec{s} + \underbrace{\vec{v}_v D_{S,MIMO} \vec{f}_v}_{D_S} u, y = v_1 \quad (6.53)$$

6.5. Celkový stavový popis

Celkový stavový popis byl vyjádřen ve dvou krocích. Prvním krokem bylo vyjádření stavového popisu sériového zapojení (otevřené smyčky) a následně byl tento popis rozšířen o zpětnou vazbu. Rozšířením o zpětnou vazbu byl získán stavový popis uzavřené smyčky (celkový stavový popis).

6.5.1. Stavový popis otevřené smyčky (open loop)

$$\dot{\vec{x}} = \underline{A}_{OL} \cdot \vec{x} + \underline{B}_{OL} \cdot u_{OL} \quad (6.54)$$

$$y = \underline{C}_{OL} \cdot \vec{x} + \underline{D}_{OL} \cdot u_{OL} \quad (6.55)$$

Pro ukázkou jsou zde vypsány matice stavového popisu otevřené smyčky při použití dvou úzkopásmových zádrží.

$$\begin{bmatrix} A_{PI} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{Z1} C_{PI} & A_{Z1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{Z2} D_{Z1} C_{PI} & B_{Z2} C_{Z1} & A_{Z2} & 0 & 0 & 0 \\ B_{DP} D_{Z2} D_{Z1} C_{PI} & B_{DP} D_{Z2} C_{Z1} & B_{DP} C_{Z2} & A_{DP} & 0 & 0 \\ B_{NPV} D_{DP} \cdots D_{Z1} C_{PI} & B_{NPV} D_{DP} \cdots D_{Z2} C_{Z1} & B_{NPV} D_{DP} C_{Z2} & B_{NPV} C_{DP} & A_{NPV} & 0 \\ B_S K_m D_{NPV} \cdots D_{Z1} C_{PI} & B_S K_m D_{NPV} \cdots D_{Z2} C_{Z1} & B_S K_m D_{NPV} D_{DP} C_{Z2} & B_S K_m D_{NPV} C_{DP} & B_S K_m C_{NPV} & A_S \end{bmatrix}_{A_{OL}} \quad (6.56)$$

$$\begin{bmatrix} X_{PI} \\ X_{Z1} \\ X_{Z2} \\ X_{DP} \\ X_{NPV} \\ X_S \end{bmatrix}_x \begin{bmatrix} B_{PI} \\ B_{Z1} D_{PI} \\ B_{Z2} D_{Z1} D_{PI} \\ B_{DP} D_{Z2} \cdots D_{PI} \\ B_{NPV} D_{DP} \cdots D_{PI} \\ B_S K_m D_{NPV} \cdots D_{PI} \end{bmatrix}_{B_{OL}} \begin{bmatrix} D_S K_m D_{NPV} D_{DP} D_{Z2} D_{Z1} C_{PI} \\ D_S K_m D_{NPV} D_{DP} D_{Z2} C_{Z1} \\ D_S K_m D_{NPV} D_{DP} C_{Z2} \\ D_S K_m D_{NPV} C_{DP} \\ D_S K_m C_{NPV} \\ C_S \end{bmatrix}_{C_{OL}} \begin{bmatrix} D_S K_m D_{NPV} D_{DP} D_{Z2} D_{Z1} D_{PI} \end{bmatrix}_{D_{OL}} \quad (6.57)$$

6.5.2. Stavový popis uzavřené smyčky (close loop)

Dosazením rozdílu výstupní a požadované hodnoty za vstup otevřené smyčky (6.58) a následnou úpravou byl získán stavový popis uzavřené smyčky (6.59),(6.60).

$$u_{OL} = y - u \quad (6.58)$$

$$\dot{\vec{x}} = \underbrace{\left(\underline{A}_{OL} - \underline{B}_{OL} \left(\underline{I} + \underline{D}_{OL} \right)^{-1} \underline{C}_{OL} \right)}_{\underline{A}_{CL}} \cdot \vec{x} + \underbrace{\left(\underline{B}_{OL} - \underline{B}_{OL} \left(\underline{I} + \underline{D}_{OL} \right)^{-1} \underline{D}_{OL} \right)}_{\underline{B}_{CL}} \cdot u \quad (6.59)$$

$$y = \underbrace{\left(\left(\underline{I} + \underline{D}_{OL} \right)^{-1} \underline{C}_{OL} \right)}_{\underline{C}_{CL}} \cdot \vec{x} + \underbrace{\left(\left(\underline{I} + \underline{D}_{OL} \right)^{-1} \underline{D}_{OL} \right)}_{\underline{D}_{CL}} \cdot u \quad (6.60)$$

6.6. Celkový obrazový přenos

Jak již bylo řečeno výsledný algoritmus využívá stavový popis modelu, ale některá kritéria optimalizace vychází z průběhu amplitudové charakteristiky, a proto bylo nutné vyjádřit celkový obrazový přenos.

Výhodné řešení je transformace stavového popisu na obrazový přenos nebo ho lze vyjádřit pomocí blokové algebry. Pro zjednodušení algoritmu byla zvolena transformace, ale druhá varianta byla také zpracována.

6.6.1. Transformace stavového popisu na obrazový přenos

$$G_{CL}(s) = \underline{C}_{CL} \left(s\underline{I} - \underline{A}_{CL} \right)^{-1} \underline{B}_{CL} + \underline{D}_{CL} \quad (6.61)$$

6.6.2. Vyjádření pomocí blokové algebry

Přenos otevřené smyčky (open loop)

$$G_{OL}(s) = G_{PI} \cdot G_{Z1} \cdot \dots \cdot G_{Zn} \cdot G_{DP} \cdot G_{NPV} \cdot G_{Km} \cdot G_S \quad (6.62)$$

Přenos uzavřené smyčky (close loop)

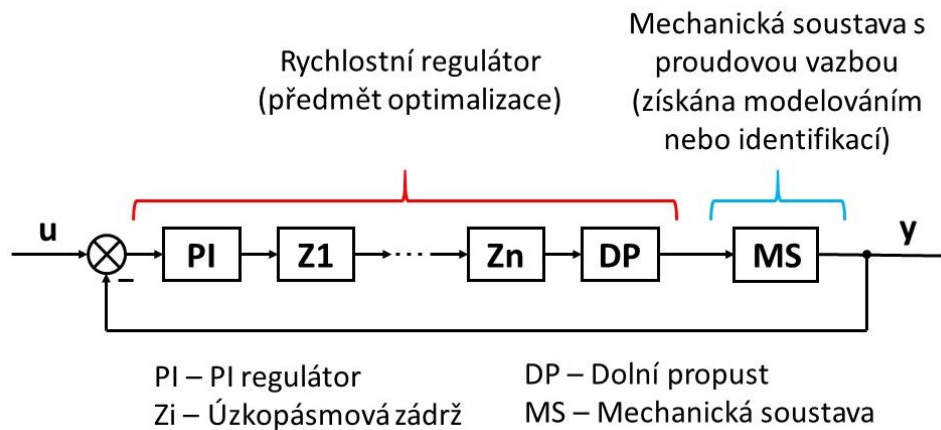
$$G_{CL}(s) = \frac{G_{OL}}{1 + G_{OL}} \quad (6.63)$$

7. Upravený model rychlostní regulace pro práci s analytickým a identifikovaným modelem mechanické soustavy

Vzhledem k tomu, že analytický model neumožňuje práci s identifikovaným modelem mechanické soustavy, bylo nutné upravit strukturu modelu. Zároveň byl model rozšířen o možnost výběru mezi variantou s nebo bez dolní propusti a byla zjednodušena implementace možnosti volby počtu úzkopásmových zádrží.

7.1. Základní schéma

Na rozdíl od analytického modelu je v upraveném modelu mechanická soustava sloučena do jednoho bloku, protože při procesu identifikace je získáván model mechanické soustavy jako celek. Analytický model mechanické soustavy je tedy modelován jako sériové zapojení náhrady proudové vazby, momentové konstanty motoru a modelu stroje (Obrázek 11).



Obrázek 12: Základní schéma upraveného modelu rychlostní regulace osy obráběcího stroje [1]

7.2. Celkový stavový popis – sériová konstrukce otevřené smyčky

Stavový popis otevřené smyčky byl nejprve sestaven obdobně jako v případě analytického modelu (7.1),(7.2). Tato konstrukce neumožňuje volbu mezi variantou s nebo bez dolní propusti, proto byla použita bloková konstrukce otevřené smyčky. Také zde je uvedena pro příklad varianta se dvěma úzkopásmovými zádržemi.

$$\begin{bmatrix} A_{PI} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{Z1}C_{PI} & A_{Z1} & 0 & 0 & 0 \\ B_{Z2}D_{Z1}C_{PI} & B_{Z2}C_{Z1} & A_{Z2} & 0 & 0 \\ B_{DP}D_{Z2}D_{Z1}C_{PI} & B_{DP}D_{Z2}C_{Z1} & B_{DP}C_{Z2} & A_{DP} & 0 \\ B_{MS}D_{BP}D_{Z2}D_{Z1}C_{PI} & B_{MS}D_{BP}D_{Z2}C_{Z1} & B_{MS}D_{BP}C_{Z2} & B_{MS}C_{BP} & A_{MS} \end{bmatrix}_{AOL} \quad (7.1)$$

$$\begin{bmatrix} X_{PI} \\ X_{Z1} \\ X_{Z2} \\ X_{DP} \\ X_{MS} \end{bmatrix}_x \begin{bmatrix} B_{PI} \\ B_{Z1}D_{PI} \\ B_{Z2}D_{Z1}D_{PI} \\ B_{DP}D_{Z2}D_{Z1}D_{PI} \\ B_{MS}D_{DP}D_{Z2}D_{Z1}D_{PI} \end{bmatrix}_{BOL} \begin{bmatrix} D_{MS}D_{DP}D_{Z2}D_{Z1}C_{PI} \\ D_{MS}D_{DP}D_{Z2}C_{Z1} \\ D_{MS}D_{DP}C_{Z2} \\ D_{MS}C_{DP} \\ C_{MS} \end{bmatrix}_{COL}^T \begin{bmatrix} D_{MS}D_{DP}D_{Z2}D_{Z1}D_{PI} \end{bmatrix}_{DOL} \quad (7.2)$$

7.3. Celkový stavový popis – bloková konstrukce otevřené smyčky

7.3.1. Stavový popis série úzkopásmových zadržů

Při blokové konstrukci otevřené smyčky je nejdříve sestaven stavový popis série úzkopásmových zadržů.

$$\dot{\vec{x}}_{SZ} = \underline{A}_{SZ} \cdot \vec{x}_{SZ} + \underline{B}_{SZ} \cdot u \quad (7.3)$$

$$y = \underline{C}_{SZ} \cdot \vec{x}_{SZ} + \underline{D}_{SZ} \cdot u \quad (7.4)$$

Tvar matic stavového popisu pro n úzkopásmových zadržů je popsán rovnicemi (7.5) a (7.6). V zápisu je použité zkrácené značení součinu matic \underline{D}_{Zi} (např.: $\underline{D}_{Z3 \rightarrow 1} = \underline{D}_{Z3} \underline{D}_{Z2} \underline{D}_{Z1}$).

$$\begin{bmatrix} \underline{A}_{Z1} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \underline{B}_{Z2} \underline{C}_{Z1} & \underline{A}_{Z2} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \underline{B}_{Zn-1} \underline{D}_{Zn-2 \rightarrow 2} \underline{C}_{Z1} & \underline{B}_{Zn-1} \underline{D}_{Zn-2 \rightarrow 3} \underline{C}_{Z2} & \cdots & \underline{A}_{Zn-1} & \mathbf{0} \\ \underline{B}_{Zn} \underline{D}_{Zn-1 \rightarrow 2} \underline{C}_{Z1} & \underline{B}_{Zn} \underline{D}_{Zn-1 \rightarrow 3} \underline{C}_{Z2} & \cdots & \underline{B}_{Zn} \underline{C}_{Zn-1} & \underline{A}_{Zn} \end{bmatrix}_{ASZ} \quad (7.5)$$

$$\begin{bmatrix} x_{Z1} \\ x_{Z2} \\ \vdots \\ x_{Zn-1} \\ x_{Zn} \end{bmatrix}_{x_{SZ}} \begin{bmatrix} \underline{B}_{Z1} \\ \underline{B}_{Z2} \underline{D}_{Z1} \\ \vdots \\ \underline{B}_{Zn-1} \underline{D}_{Zn-2 \rightarrow 1} \\ \underline{B}_{Zn} \underline{D}_{Zn-1 \rightarrow 1} \end{bmatrix}_{B_{SZ}} \begin{bmatrix} \underline{D}_{Zn-2} \underline{C}_{Z1} \\ \underline{D}_{Zn-3} \underline{C}_{Z2} \\ \vdots \\ \underline{D}_{Zn} \underline{C}_{Zn-1} \\ \underline{C}_{Zn} \end{bmatrix}_{C_{SZ}}^T \quad [\underline{D}_{Zn \rightarrow 1}]_{D_{SZ}} \quad (7.6)$$

7.3.2. Stavový popis rychlostního regulátoru

Dalším krokem je sestavení stavového popisu rychlostního regulátoru. V této fázi lze buďto zvolit variantu s nebo bez dolní propusti.

Bez dolní propusti

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{PI} \\ \dot{x}_{SZ} \end{bmatrix}_{x_C} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{PI} & \mathbf{0} \\ \underline{B}_{SZ} \underline{C}_{PI} & \underline{A}_{SZ} \end{bmatrix}_{A_C} \cdot \begin{bmatrix} x_{PI} \\ x_{SZ} \end{bmatrix}_{x_C} + \begin{bmatrix} \underline{B}_{PI} \\ \underline{B}_{SZ} \underline{D}_{PI} \end{bmatrix}_{B_C} \cdot u \quad (7.7)$$

$$y = [\underline{D}_{SZ} \underline{C}_{PI} \quad \underline{C}_{SZ}]_{C_C} \cdot \vec{x}_C + [\underline{D}_{SZ} \underline{D}_{PI}]_{D_C} \cdot u \quad (7.8)$$

S dolní propustí

$$\begin{bmatrix} \dot{\vec{x}}_{PI} \\ \dot{\vec{x}}_{SZ} \\ \dot{\vec{x}}_{DP} \end{bmatrix}_{x_C} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{PI} & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{B}_{SZ} \underline{C}_{PI} & \underline{A}_{SZ} & \underline{0} \\ \underline{B}_{DP} \underline{D}_{SZ} \underline{C}_{PI} & \underline{B}_{DP} \underline{C}_{SZ} & \underline{A}_{DP} \end{bmatrix}_{Ac} \cdot \begin{bmatrix} \vec{x}_{PI} \\ \vec{x}_{SZ} \\ \vec{x}_{DP} \end{bmatrix}_{x_C} + \begin{bmatrix} \underline{B}_{PI} \\ \underline{B}_{SZ} \underline{D}_{PI} \\ \underline{B}_{DP} \underline{D}_{SZ} \underline{D}_{PI} \end{bmatrix}_{Bc} \cdot u \quad (7.9)$$

$$y = [\underline{D}_{DP} \underline{D}_{SZ} \underline{C}_{PI} \quad \underline{D}_{DP} \underline{C}_{SZ} \quad \underline{C}_{DP}]_{Cc} \cdot \vec{x}_C + [\underline{D}_{DP} \underline{D}_{SZ} \underline{D}_{PI}]_{Dc} \cdot u \quad (7.10)$$

7.4. Stavový popis otevřené smyčky (open loop)

$$\begin{bmatrix} \dot{\vec{x}}_C \\ \dot{\vec{x}}_{MS} \end{bmatrix}_{\dot{x}} = \begin{bmatrix} \underline{A}_C & \underline{0} \\ \underline{B}_{MS} \underline{C}_C & \underline{A}_{MS} \end{bmatrix}_{A_{OL}} \cdot \begin{bmatrix} \vec{x}_C \\ \vec{x}_{MS} \end{bmatrix}_x + \begin{bmatrix} \underline{B}_C \\ \underline{B}_{MS} \underline{D}_C \end{bmatrix}_{B_{OL}} \cdot u_{OL} \quad (7.11)$$

$$y = [\underline{D}_{MS} \underline{C}_C \quad \underline{C}_{MS}]_{C_{OL}} \cdot \vec{x} + [\underline{D}_C \underline{D}_{MS}]_{D_{OL}} \cdot u_{OL} \quad (7.12)$$

7.5. Stavový popis uzavřené smyčky (close loop)

$$\dot{\vec{x}} = \underbrace{\left(\underline{A}_{OL} - \underline{B}_{OL} \left(\underline{I} + \underline{D}_{OL} \right)^{-1} \underline{C}_{OL} \right)}_{\underline{A}_{CL}} \cdot \vec{x} + \underbrace{\left(\underline{B}_{OL} - \underline{B}_{OL} \left(\underline{I} + \underline{D}_{OL} \right)^{-1} \underline{D}_{OL} \right)}_{\underline{B}_{CL}} \cdot u \quad (7.13)$$

$$y = \underbrace{\left(\left(\underline{I} + \underline{D}_{OL} \right)^{-1} \underline{C}_{OL} \right)}_{\underline{C}_{CL}} \cdot \vec{x} + \underbrace{\left(\left(\underline{I} + \underline{D}_{OL} \right)^{-1} \underline{D}_{OL} \right)}_{\underline{D}_{CL}} \cdot u \quad (7.14)$$

7.6. Analytický (testovací) model mechanické soustavy

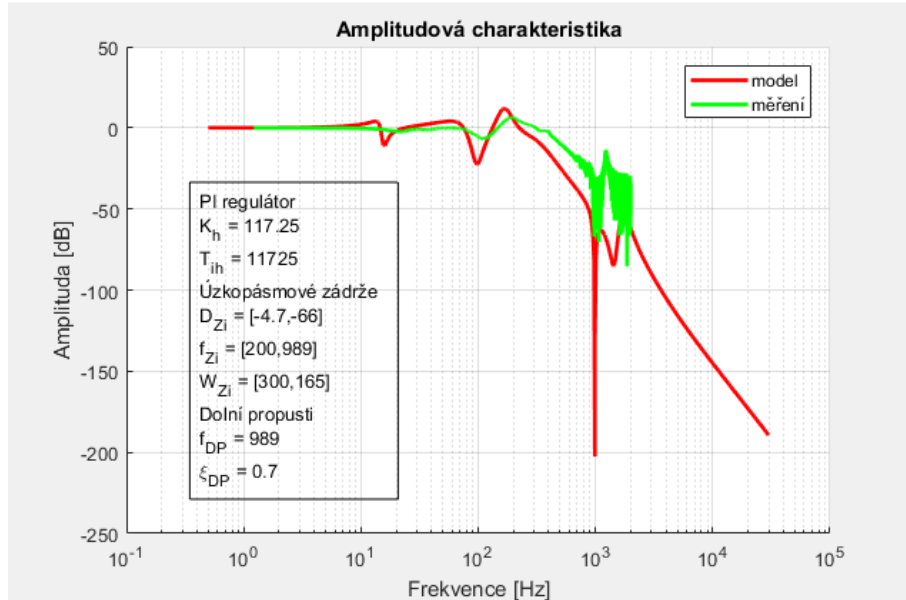
Upravený model je určen především pro práci s identifikovaným modelem mechanické soustavy, ale v případě potřeby lze použít i model analytický (7.15),(7.16).

$$\underline{A}_{MS} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{NPV} & \underline{0} \\ \underline{B}_M \underline{K}_m \underline{C}_{NVP} & \underline{A}_S \end{bmatrix}, \underline{B}_{MS} = \begin{bmatrix} \underline{B}_{NPV} \\ \underline{B}_S \underline{K}_m \underline{D}_{NVP} \end{bmatrix} \quad (7.15)$$

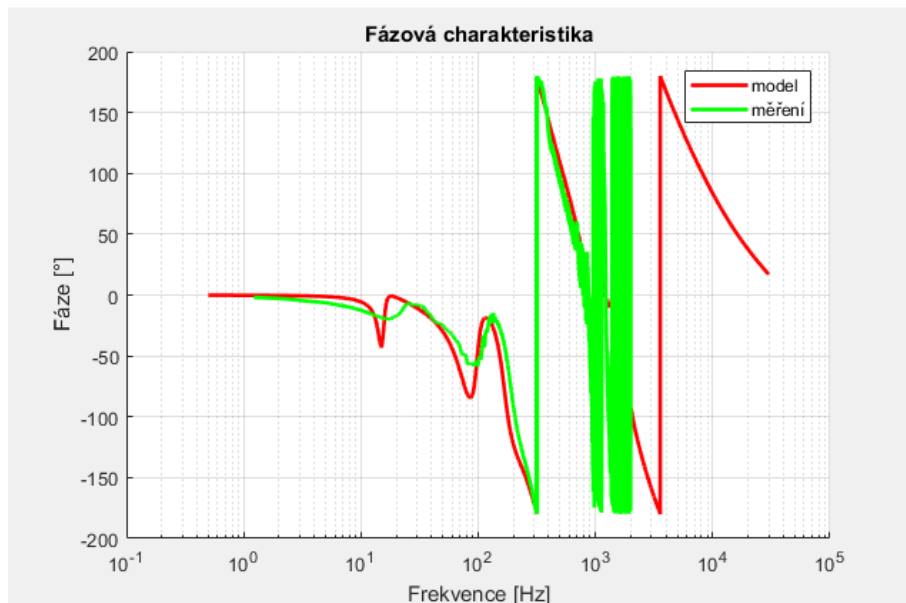
$$\underline{C}_{MS} = [\underline{D}_S \underline{K}_m \underline{C}_{NVP} \quad \underline{C}_M], \underline{D}_{MS} = [\underline{D}_S \underline{K}_m \underline{D}_{NVP}] \quad (7.16)$$

7.7. Prvotní testování modelu rychlostního regulátoru s filtry

Při prvotním testování byly porovnány průběhy amplitudové a fázové charakteristiky získané měřením na stroji při daných parametrech regulátoru a charakteristiky získané spojením identifikovaného modelu mechanické soustavy tohoto stroje a modelu regulátoru.



Obrázek 13: Porovnání amplitudových charakteristik



Obrázek 14: Porovnání fázových charakteristik

U obou charakteristik lze konstatovat uspokojivou podobnost chování. Identifikovaný model mechanické soustavy (včetně proudového regulátoru) i analytický model rychlostního regulátoru budou dále používány.

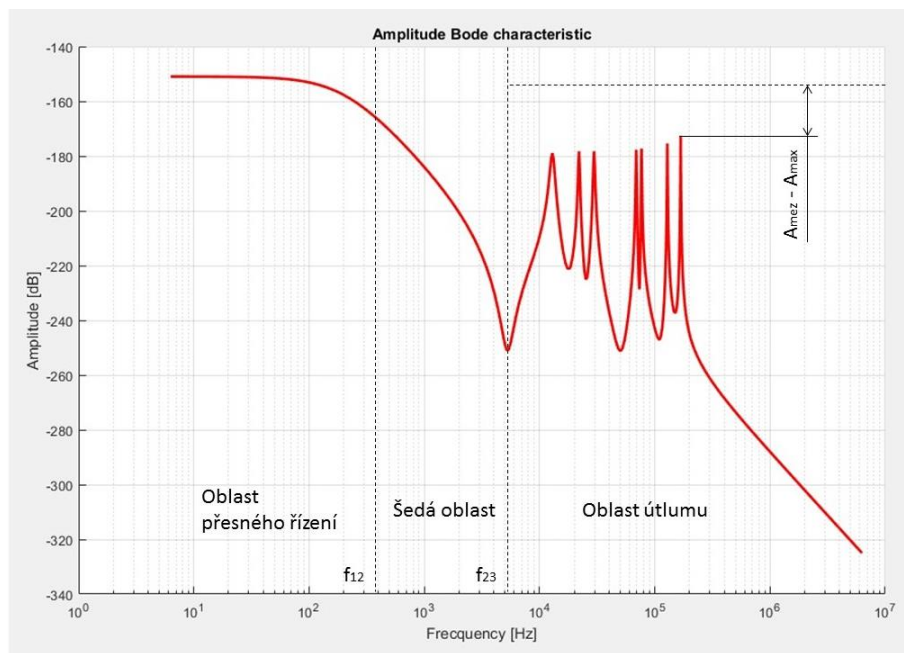
8. Ladění regulátoru osy s filtry pomocí optimalizace

8.1. Návrh kritérií optimalizace řízení, formulace cílové funkce a volba okrajových podmínek optimalizačního algoritmu

Druhým krokem formulace optimalizační úlohy byl návrh kritérií řízení a následná volba cílová funkce. Formulace cílové funkce vychází z průběhu amplitudové charakteristiky modelu osy obráběcího stroje a kritéria stability modelu

8.1.1. Zohlednění průběhu amplitudové charakteristiky

Průběh amplitudové charakteristiky byl rozdělen do tří oblastí (Obrázek 15). Tyto oblasti jsou odděleny okrajovými frekvencemi f_{12} a f_{23} .



Obrázek 15: Volba cílové funkce [1]

Oblast přesného řízení

V této oblasti je vyžadováno, aby odezva systému co nejpřesněji odpovídala požadovanému výstupu. Z toho vyplývá požadavek, aby se hodnoty amplitudy od počátku do okrajové frekvence f_{12} přibližovaly nule [1]. Dílčí cílová funkce pro tuto oblast byla formulována jako absolutní hodnota plochy mezi křivkou amplitudové charakteristiky a vodorovnou osou (8.1). Absolutní hodnota plochy zaručuje, že nedochází k odečítání plochy pro záporné hodnoty amplitudy.

$$CF_{a1} = \int_0^{f_{12}} |A(f)| df \quad (8.1)$$

Vzhledem k tomu, že amplitudová charakteristika je vykreslena diskrétně bylo tuto funkci nutné převést do numerické podoby (8.2).

$$CF_{a1} = \sum_{i=1}^{i_{12}} \left| \left(\frac{A_{i+1} + A_i}{2} \right) (f_{i+1} - f_i) \right| \quad (8.2)$$

Šedá oblast

V druhé oblasti dochází k přechodu od přesného řízení k útlumu. Vliv tvaru přechodu na kvalitu řízení není klíčový, a proto je dílčí cílová funkce této oblasti nulová. Ze stejného důvodu je oblast označena jako šedá.

$$CF_{a2} = 0 \quad (8.3)$$

Klíčovými parametry jsou tedy délka a umístění přechodu, které jsou dány okrajovými frekvencemi f_{12} a f_{23} . Postup volby těchto frekvencí je detailně popsán v kapitole 8.2.3.

Oblast útlumu

Poslední oblast amplitudové charakteristiky ovlivňují především vlastní frekvence mechanické soustavy. Cílem optimalizace je tento vliv eliminovat, respektive tento vliv potlačit pod určitou mez. Dosažení tohoto cíle je zajištěno okrajovou podmínkou optimalizace (8.8). [1]

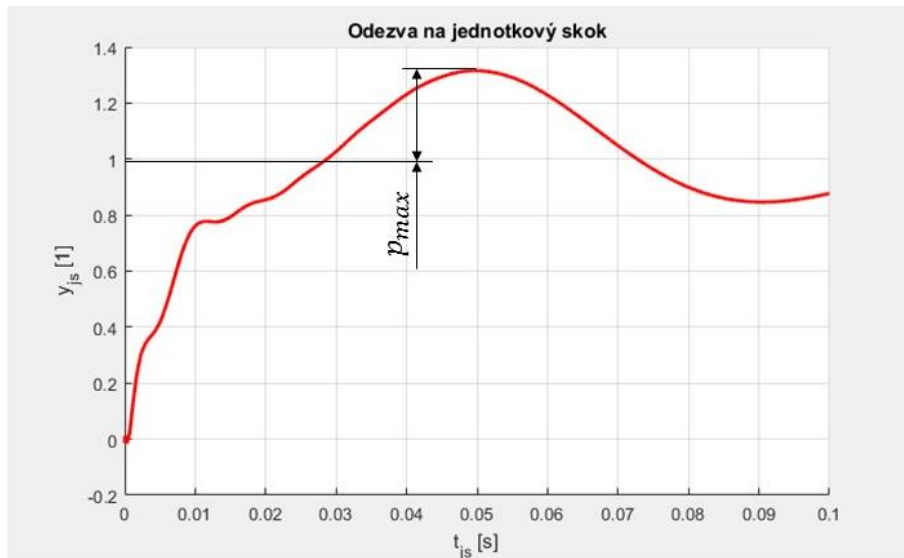
Zároveň je ale potřeba regulovat míru zásahu úzkopásmových zádrží, aby měly co nejnižší negativní dopad na chování systému. Minimalizace zásahu je zaručena přiblížením maximální hodnoty k mezní amplitudě. Dílčí cílová funkce je tedy definována jako absolutní hodnota rozdílu nejvyšší (maximální) a zvolené mezní amplitudy.

$$CF_{a3} = |A_{max} - A_{mez}| \quad (8.4)$$

8.1.2. Zohlednění odezvy na jednotkový skok

Druhým kritériem cílové funkce je hodnota překmitu při odezvě na jednotkový skok. Optimální hodnota překmitu není nulová. Tato skutečnost vychází z potřeby dostatečně rychlé reakce stroje na vnější podnět a obvykle se uvádí, že povolená hodnota překmitu je mezi 20 až 30 procenty. [1]

Pro účely optimalizace byla zvolena optimální hodnota překmitu 20 procent. Tato hodnota je zároveň považována za mezní a její dodržení je zaručeno okrajovou podmínkou (8.9).



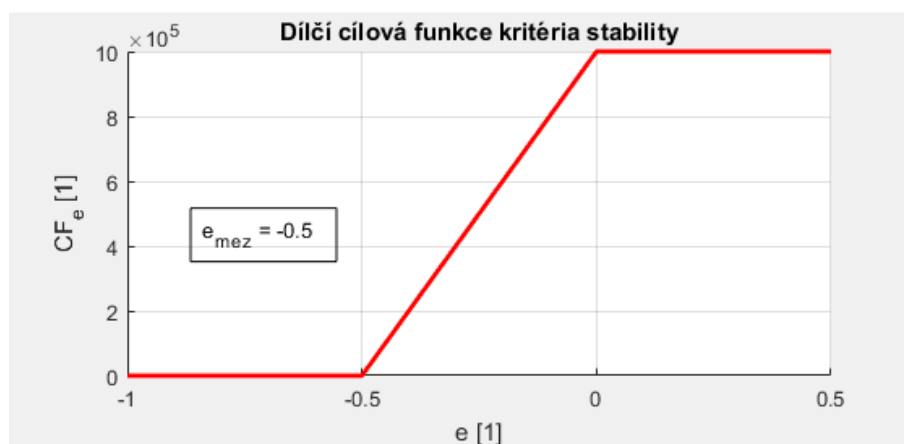
Obrázek 16: Odečtení maximálního překmitu u odezvy na jednotkový skok [1]

Z požadavku dostatečně rychlé reakce stroje na vnější podnět pak vychází snaha o přiblížení maximálního překmitu k optimální hodnotě. Dílčí cílová funkce je poté definovaná jako absolutní hodnota rozdílu mezi maximálním a optimálním překmitem.

$$CF_{js} = |p_{max} - p_{optim}| \quad (8.5)$$

8.1.3. Zohlednění kritéria stability

Poslední kritérium kvality řízení vychází z kritéria stability systému. Tímto kritériem je vzdálenost systému od meze stability. Tato vzdálenost (označena e) odpovídá nejvyšší reálné složce všech pólů.



Obrázek 17: Průběh dílčí cílové funkce kritéria stability

Závislost dílčí cílové funkce kritéria stability na vzdálenosti systému od meze stability (Obrázek 17) je rozdělena do 3 úseků. Pokud je vzdálenost systému od meze stability menší než mezní vzdálenost e_{mez} je systém zaručeně stabilní, a proto je hodnota dílčí cílové funkce nulová. V opačném případě, pokud je systém v nestabilní oblasti, je naopak hodnota dílčí cílové funkce velmi vysoká, aby při minimalizaci celkové cílové funkce byla zaručena stabilita

systemu. V poslední oblasti se systém přibližuje mezi stability. Tento přechod mezi stabilním a nestabilním stavem je popsán zvolenou lineární závislostí.

$$CF_e = \begin{cases} e < e_{mez} & \rightarrow CF_e = 0 \\ e_{mez} < e < 0 & \rightarrow CF_e = -\frac{10^6}{e_{mez}}e + 10^6 \\ e > 0 & \rightarrow CF_e = 10^6 \end{cases} \quad (8.6)$$

8.1.4. Celková cílová funkce

Celková cílová funkce je sumou součinnů jednotlivých dílčích funkcí a jejich vah. Váhy dílčích cílových funkcí jsou voleny, tak aby byl jejich vliv na hodnotu celkové cílové funkce vyrovnaný. Výjimkou je zahrnutí kritéria stability, kde je hodnota váhy vždy jednotková.

$$CF = \sum_{i=1}^3 (q_{ai} \cdot CF_{ai}) + q_{js} \cdot CF_{js} + CF_e \quad (8.7)$$

Použití všech kritérií nemusí být vždy vyžadováno a pokud tomu tak není, lze některé vyloučit z optimalizace nulováním váhy dílčí cílové funkce. Tento krok lze provést u kritérií, u kterých je splnění zajištěno okrajovou podmínkou optimalizace a dílčí cílová funkce slouží jako ukazatel kvality plnění tohoto kritéria (amplitudová charakteristika – oblast útlumu, odezva na jednotkový skok a kritérium stability).

8.1.5. Okrajové podmínky optimalizace

První kategorií podmínek optimalizace jsou okrajové podmínky jednotlivých optimalizačních strojových parametrů. Volba těchto podmínek závisí na uživatelské zkušenosti a možnostech řídicího softwaru.

Druhou kategorií jsou nerovnicové podmínky vycházející z kritérií optimalizace. První nerovnicová podmínka (8.8) zajišťuje, že v oblasti útlumu nedojde k překročení mezní amplitudy A_{mez} . Druhá nerovnicová podmínka (8.9) zajišťuje, že nebude překročen optimální překmit p_{optim} . Třetí nerovnicová podmínka (8.10) je založena na kritériu stability systému a zajišťuje, že se v optimalizovaném stavu, bude systém nacházet ve stabilní oblasti

$$A_{max} - A_{mez} < 0 \quad (8.8)$$

$$p_{max} - p_{optim} < 0 \quad (8.9)$$

$$e < 0 \quad (8.10)$$

8.2. Optimalizace parametrů regulátoru a její přípravné kroky

Posledním krokem formulace optimalizační úlohy byla tvorba optimalizačního algoritmu a volba jednotlivých parametrů optimalizace. Optimalizační algoritmus pracuje v pěti krocích. Volba jednotlivých kroků probíhá pomocí změny parametru *MOD_optim* v souboru *optim_run.m*.

Dalšími důležitými soubory jsou *optim_param.m* a *optim_data.m*. Soubor *optim_param.m* slouží k zadávání počátečních optimalizačních parametrů a jejich okrajových podmínek. V souboru *optim_data.m* jsou uloženy parametry potřebné k výpočtu celkové cílové funkce a jednotlivé modely mechanické soustavy.

Následující kapitoly (8.2.1 až 8.2.6) slouží jako ukázka práce s algoritmem.

8.2.1. Krok č.0 – Prvotní nastavení

Ještě před spuštěním prvního kroku je třeba uvést algoritmus do prvotního nastavení. Tato procedura je popsána v následujících krocích:

- Ve scriptu *optim_data.m* byl pomocí proměnné *MOD_model* zvolen identifikovaný model mechanické soustavy (*MOD_model = 2*). V případě zvolení analytického modelu (*MOD_model = 1*), lze zvolit mezi variantou proporčního tlumení (*MOD_stroj = 1*) nebo Rayleighova tlumení (*MOD_stroj = 2*).
- Byly nastaveny hodnoty počáteční, okrajových a konečné frekvence v Hz pro vykreslení amplitudové charakteristiky mechanické soustavy.
- Byly zvoleny hodnoty kroků mezi jednotlivými frekvencemi. Kroky by měly jednotné a dostatečně malé pro detailní vykreslení amplitudové charakteristiky mechanické soustavy.

```
%% Parametry amplitudové charakteristiky
% Hodnoty okrajových frekvencí
f_0 = 0;
f_12 = 1000;
f_23 = 2000;
f_kon = 10000;
% Velikosti vzorkovací kroků
step_1 = 0.1;
step_2 = 0.1;
step_3 = 0.1;
```

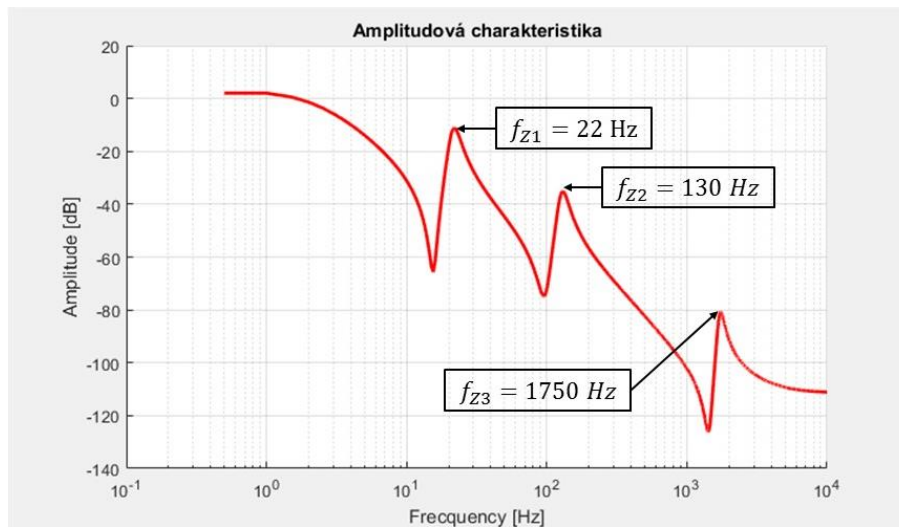
Obrázek 18: Ukázka volby hodnot frekvencí a kroků pro vykreslení amplitudové charakteristiky mechanické soustavy

- Hodnota délky simulace odezvy systému na jednotkový skok byla nastavena na dvě vteřiny (*t_kon = 2*).
- V souboru *optim_param.m* byla nastavena hodnota proměnné *DP* na nulu. Tímto je nastaveno, že dolní propust nebude použita, pokud nebude později rozhodnuto jinak.

8.2.2. Krok č.1 – Volba počátečních parametrů úzkopásmových zadržů

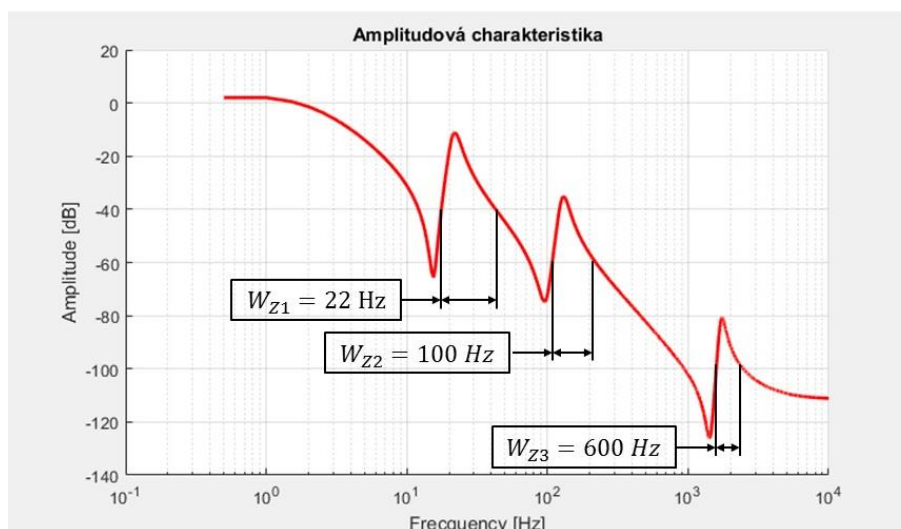
První krok optimalizačního algoritmu po spuštění vykreslí amplitudovou charakteristiku vybraného modelu mechanické soustavy. Na základě této charakteristiky byl pomocí nástroje *Data Cursor* určen počet a počáteční parametry úzkopásmových zadržů.

Jednotlivé zadržovací frekvence f_{zi} odpovídají poloze lokálních maxim amplitudové charakteristiky (Obrázek 19). Tyto odečtené hodnoty byly zadány do vodorovného vektoru *Freq* v souboru *optim_param.m*.



Obrázek 19: Ukázka určení počtu a zadržných frekvencí úzkopásmových zadržů

Podobně byl proveden odhad počátečních hodnot šířky pásma úzkopásmových zadržů (Obrázek 20). Hodnoty byly odečteny přibližně v polovině výšky lokálního maxima a zapsány do vektoru *Width*.



Obrázek 20: Ukázka odhadu velikosti šířky pásma úzkopásmových zadržů

Počáteční velikost propadu D_{zi} byla zvolena nízká (-5 dB), aby po vykreslení amplitudové charakteristiky uzavřené smyčky šlo rozeznat, zda lze některé úzkopásmové zadržky z optimalizace vyloučit.

8.2.3. Krok č.2 – Nalezení hodnot zesílení K_h pro zaručenou stabilitu

Před spuštěním kroku č.2 byly nastaveny v souboru *optim_param.m* hodnoty minimálního a maximálního zesílení (K_{heiden_min} a K_{heiden_max}) a velikost kroku K_{heiden_step} . Velikost a okrajové podmínky integrační konstanty PI regulátoru T_{ih} jsou voleny automaticky na základě velikosti zesílení.

Po spuštění kroku č.2 dojde k projití zesílení od minimální k maximální hodnotě po zadaném kroku a do vektoru K_{heiden_stab} jsou uloženy hodnoty zesílení, pro které je systém stabilní. Z vektoru je vypsána minimální, průměrná a maximální hodnota. Pro první nástřel zesílení byla zvolena průměrná hodnota.

```
%% Počáteční parametry Heiden
% PI regulátor
K_heiden = 30;
K_heiden_step = 1;
Ti_heiden = K_heiden/0.015; % Ti = 15 ms (NEMĚNIT! - Používaná hodnota)
% Úzkopásmové zádrže (2-8)
Freq = [22,130,1750]; % [Hz]
Width = [22,100,600]; % [Hz]
Damp = -5*ones(1,length(Freq)); % [dB]
% Dolní propust
DP = 0; % použití dolní propusti: 0-NE/1-ANO
Freq_DP = f_12; % [Hz]
DzDP = 0.7; % DzDP = 0.6-0.8 (NEMĚNIT! - Používaná hodnota)
```

Obrázek 21: Ukázka počátečních optimalizačních parametrů

Volba okrajových podmínek optimalizačních parametrů je zautomatizovaná (Obrázek 22), ale v případě potřeby lze zadávat vlastní hodnoty jako u počátečních parametrů.

```

%% Okrajové podmínky parametrů Heiden
% PI regulátor
K_heiden_min = 10;
K_heiden_max = 10000;
Ti_heiden_min = K_heiden_min/0.01; % Ti = 10 ms (NEMĚNIT! - Používaná hodnota)
Ti_heiden_max = K_heiden_max/0.1; % Ti = 100 ms (NEMĚNIT! - Používaná hodnota)
% Úzkopásmové zádrže
Damp_min = -100*ones(1,length(Damp)); % [dB]
Damp_max = zeros(1,length(Damp)); % [dB]
Freq_min = 0.8*Freq; % [Hz]
Freq_max = 1.2*Freq; % [Hz]
Width_min = zeros(1,length(Width)); % [Hz]
Width_max = 2*Width; % [Hz]
if DP == 0
    Freq_DP = [];
    DzDP = [];
    Freq_DP_min = []; % [Hz]
    Freq_DP_max = []; % [Hz]
    DzDP_min = [];
    DzDP_max = [];
else
    Freq_DP_min = 0.8*Freq_DP; % [Hz]
    Freq_DP_max = 1.2*Freq_DP; % [Hz]
    DzDP_min = 0.6;
    DzDP_max = 0.8;
end

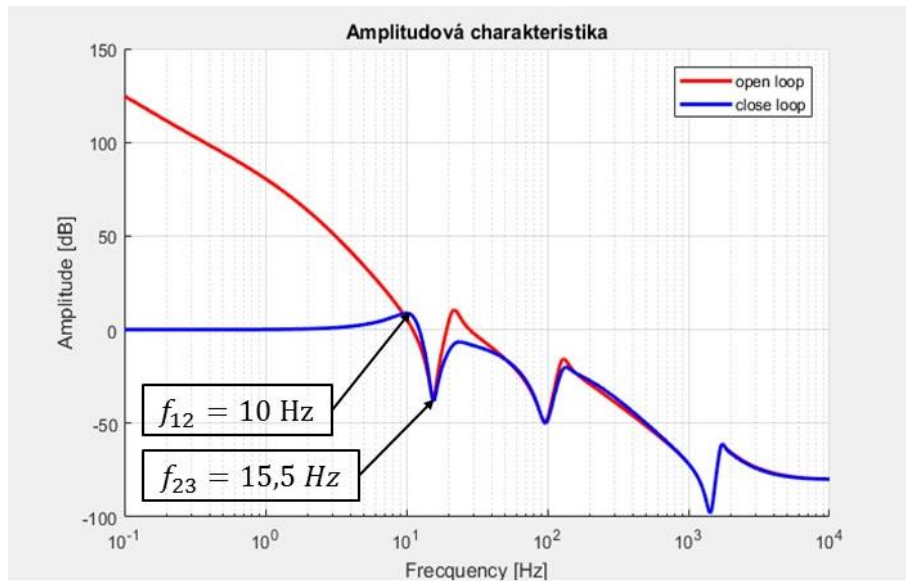
```

Obrázek 22: Ukázka okrajových podmínek optimalizačních parametrů

8.2.4. Krok č.3 – Volba parametrů a vah dílčích cílových funkcí

Třetí krok pracuje ve dvou cyklech. Před prvním spuštěním byly zadány v souboru *optim_data.m* hodnoty parametrů dílčích cílových funkcí: mezní amplituda $A_{mez}(A_{mez})$, optimální velikost překmitu $p_{optim}(p_{optim})$ a mezní hodnota vzdálenosti systému od meze stability $e_{mez}(e_{mez})$.

Při prvním spuštěním na základě průběhu amplitudové charakteristiky uzavřené smyčky byly nastaveny hodnoty okrajových frekvencí f_{12} (f_{I2}) a f_{23} (f_{23}). Hodnota frekvence f_{23} odpovídá prvnímu lokálnímu minimu. Volba f_{12} není striktně daná a snahou je maximalizovat velikost oblasti přesného řízení.



Obrázek 23: Určení okrajových frekvencí f_{12} a f_{23}

Zvolené hodnoty byly zadány do sekce parametry amplitudové charakteristiky v souboru *optim_data.m*.

```

%% Parametry amplitudové charakteristiky
% Hodnoty okrajových frekvencí
f_0 = 0.1;
f_12 = 10;
f_23 = 15.5;
f_kon = 1000;
% Velikosti vzorkovacího kroku
step_1 = 0.05;
step_2 = 0.1;
step_3 = 0.5;

```

Obrázek 24: Ukázka počáteční, konečné a okrajových frekvencí a volba vzorkovacího kroku v jednotlivých oblastech

Pokud se některé z lokálních maxim nachází výrazně pod mezní amplitudou, je možné vypustit odpovídající úzkopásmovou zadrž a v návaznosti snížit hodnotu konečné frekvence f_{kon} . Z tohoto důvodu byla vypuštěna třetí úzkopásmová zadrž (Obrázek 25) a snížena konečná frekvence (Obrázek 24).

Naopak pokud lokální maxima výrazně převyšují mezní amplitudu, je vhodné použít dolní propust. Použití dolní propusti je nastaveno změnou hodnoty proměnné DP v souboru *optim_param.m* na jedničku a její mezní frekvence je totožná jako okrajová frekvence f_{12} .

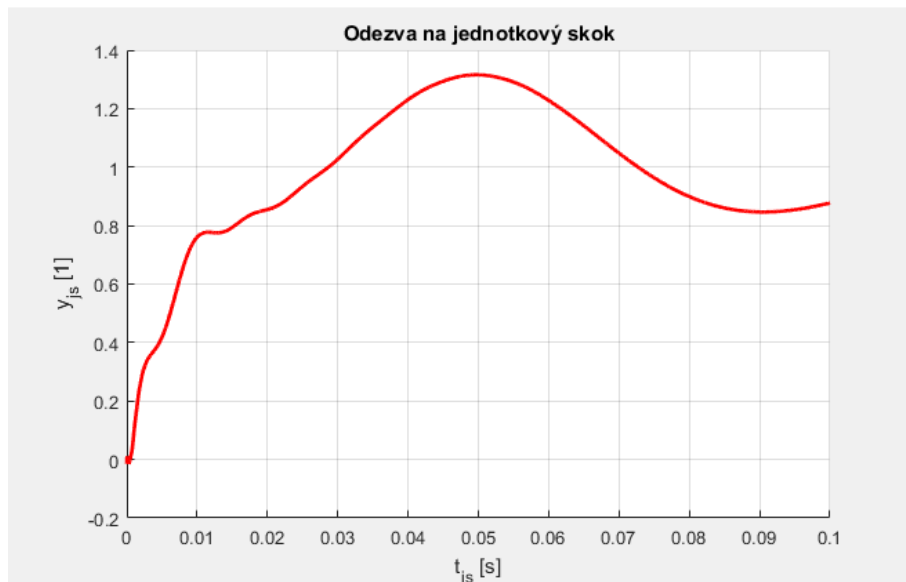
```

%% Počáteční parametry Heiden
% PI regulátor
K_heiden = 30;
K_heiden_step = 1;
Ti_heiden = K_heiden/0.015; % Ti = 15 ms (NEMĚNIT! - Používaná hodnota)
% Úzkopásmové zadržky (2-8)
Freq = [22,130]; % [Hz]
Width = [22,100]; % [Hz]
Damp = -5*ones(1,length(Freq)); % [dB]
% Dolní propust
DP = 0; % použití dolní propusti: 0-NE/1-ANO
Freq_DP = f_12;0 % [Hz]
DzDP = 0.7; % DzDP = 0.6-0.8 (NEMĚNIT! - Používaná hodnota)

```

Obrázek 25: Upravené zadání počátečních optimalizačních parametrů

Při spuštění je také vykreslena odezva systému na jednotkový skok (Obrázek 26). Délka simulace odezvy (t_{kon}) byla nastavena, tak aby byla zajištěna přítomnost maximální překmitu a zároveň byla snížena výpočtová náročnost simulace.



Obrázek 26: Ukázka odezvy na jednotkový skok

Při druhém spuštění byly vyhledány v okně workspace hodnoty dílčích cílových funkcí. Na základě těchto hodnot byly zvoleny velikosti vah (Tabulka 2), aby byl vliv jednotlivých dílčích cílových funkcí vyrovnaný. Pro zaručení suverenity kritéria stability je zároveň nutné, aby součin dílčí cílové funkce a její váhy byl vždy o několik řádů nižší než 10^6 .

Dílčí cílová funkce	Hodnota funkce		Velikost váhy	
	Průběh amplitudové charakteristiky	CF_{a1}	34,6555	q_{a1}
CF_{a2}		0	q_{a2}	0
CF_{a3}		13,4269	q_{a3}	1
Odezva na jednotkový skok	CF_{js}	0,1157	q_{js}	100
Kritérium stability	CF_e	0	q_e	1

Tabulka 2: Ukázka volby velikosti vah na základě hodnoty dílčí cílové funkce

Tyto zvolené hodnoty byly následně zadány do souboru *optim_data.m*.

```

%% Zahrnutí vlivu tvaru amplitudové charakteristiky
% Mezní amplituda
Amp_mez = -10;
% Váhy dílčích cílových fci
q_a1 = 1;
q_a3 = 1;

%% Zahrnutí odezvy na jednotkový skok
% váha dílčí funkce
q_js = 100;
% optimální velikost překmitu
p_optim = 0.2;
% parametry simulace
t_kon = 0.1;

%% Zahrnutí kritéria stability
% mezní hodnota vzdálenosti od meze stability
e_mez = -0.5;

%% Pracovní vektory
Amp_param = [f_0, f_12, f_23, f_kon, step_1, step_2, step_3];
q = [q_a1, 0, q_a3, q_js];

```

Obrázek 27: Ukázka parametrů pro výpočet cílové funkce

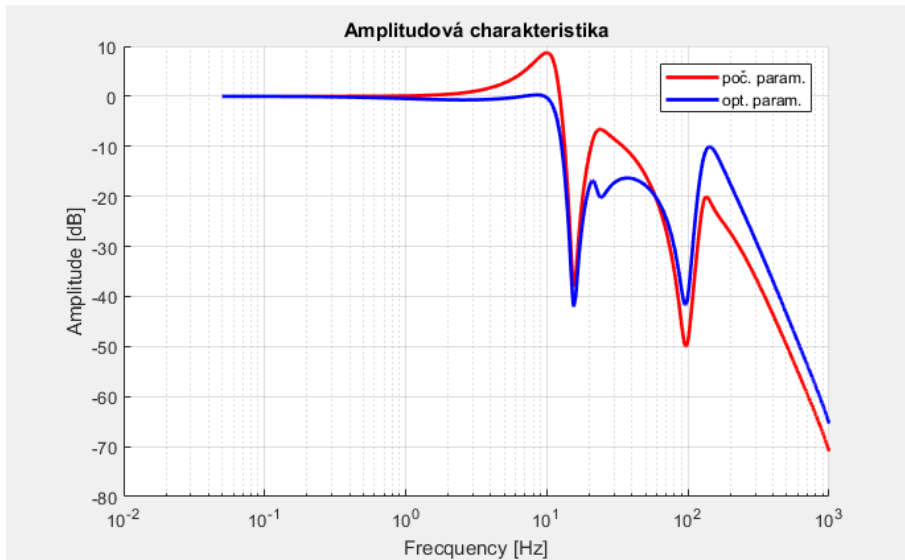
8.2.5. Krok č.4 – Optimalizační algoritmus

Čtvrtý krok slouží k samotnému spuštění optimalizační úlohy. Před spuštěním byla zvolena pomocí proměnné *MOD_method* v souboru *optim_run.m* metoda optimalizace. K optimalizaci je možné použít například funkci lokální optimalizace v MATLABu *fmincon* nebo některou verzi genetických algoritmů zajišťujících globální optimalizaci. Pro tento případ byla zvolena funkce *fmincon*.

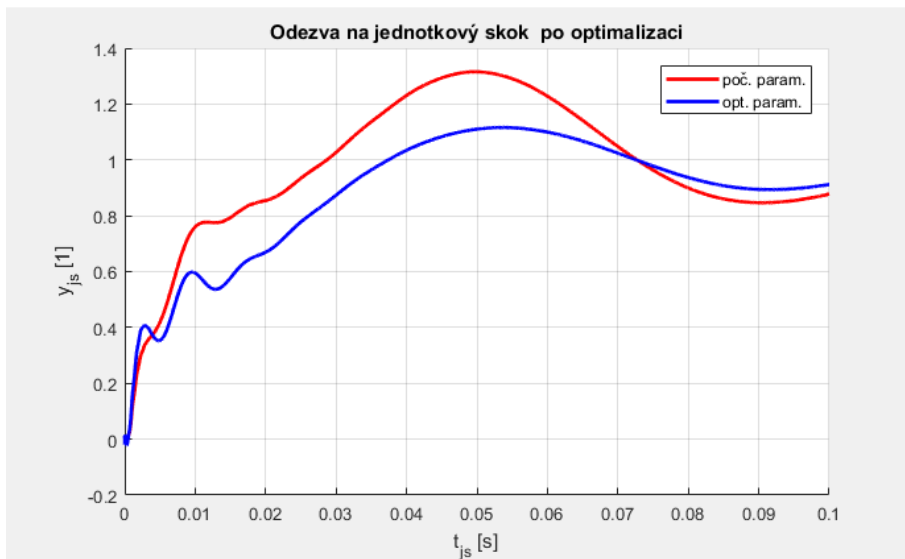
Po spuštění a proběhnutí optimalizační úlohy je vykreslena amplitudová a fázová charakteristika a odezva na jednotkový skok při použití počátečních a optimalizovaných parametrů (Obrázek 28 a Obrázek 29). Výsledky optimalizace jsou uloženy do souboru *opt_workspace.mat*.

8.2.6. Krok č.5 – Opětovné vykreslení výsledku optimalizace

Poslední krok slouží k opětovnému přístupu k datům optimalizační úlohy ze souboru *opt_workspace.mat*. Stejně jako v módu č.4 je po spuštění vykreslena amplitudová a fázová charakteristika a odezva na jednotkový skok při použití počátečních a optimalizovaných parametrů.



Obrázek 28: Porovnání amplitudové charakteristiky při použití počátečních a optimalizovaných parametrů



Obrázek 29: Porovnání odezvy na jednotkový skok při použití počátečních a optimalizovaných parametrů

8.3. Testování optimalizačního ladění na identifikovaných modelech osy stroje s různou zátěží

Optimalizační algoritmus byl aplikován na identifikované modely mechanické soustavy nejmenovaného stroje. Identifikace modelu byla provedena při různém zatížení stroje. Zatížení stroje bylo simulováno umístění závaží na osu stroje.

Parametry cílové funkce		
Mezní amplituda	A_{mez} [dB]	-20
Optimální překmit	p_{optim} [1]	0,2
Mezní vzdálenost od meze stability	e_{mez} [1]	0,5

Tabulka 3: Zvolené parametry výpočtu cílové funkce

Pro výpočet cílové funkce byly použita všechna kritéria kvality řízení.

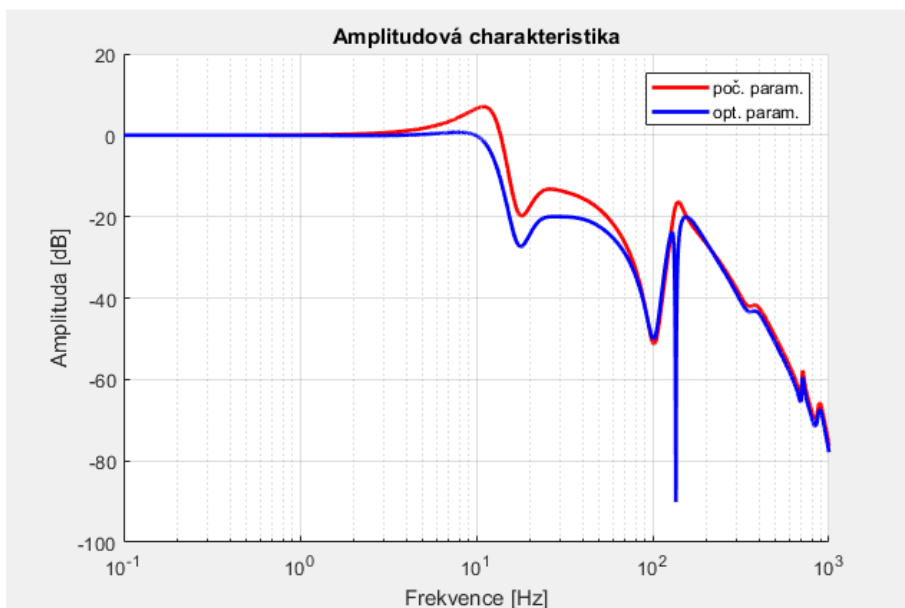
8.3.1. Zátěžný stav č.1: hm0 – Bez zátěže

Strojové parametry rychlostního regulátoru				
Blok	Parametr		Poč. param.	Opt. param.
PI regulátor	Zesílení	K_h [1]	30	27,7023
	Integrační konst.	T_{ih} [1]	2000	656,3242
Úzkopásmové zadržce	Zadržovací frekvence	f_{z1} [Hz]	25	24,6693
		f_{z2} [Hz]	135	135,3730
	Propad na zadržovací frek.	D_{z1} [dB]	-5	-7,1928
		D_{z2} [dB]	-5	-93,4601
	Šířka pásma	W_{z1} [Hz]	30	34,3881
W_{z2} [Hz]		80	24,1172	
Dolní propust	Mezní frekvence	f_{DP} [Hz]	[]	[]
	Poměrný útlum	ξ_{DP} [1]	[]	[]

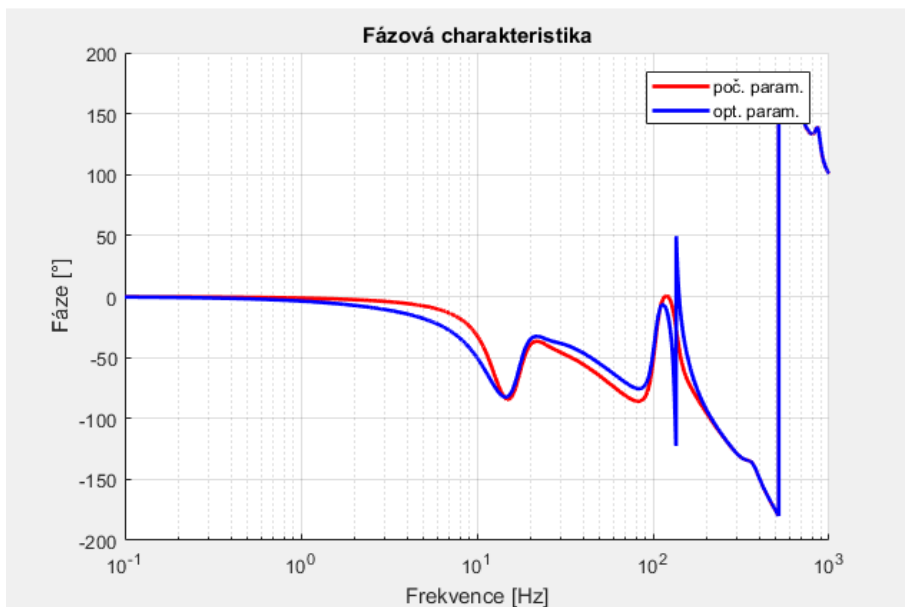
Tabulka 4: Porovnání počátečních a optimalizovaných strojových parametrů

Celková a dílčí cílové funkce					
Kritérium	Váhy DCL		Hodnota DCF		
	Zn.	Vel.	Zn.	Před optim.	Po optim.
Amplitudová charakteristika	q_{a1}	1	CF_{a1}	29,8877	3,6211
	q_{a2}	0	CF_{a2}	0	0
	q_{a3}	1	CF_{a3}	6,7785	9,8354e-04
Jednotkový skok	q_{js}	100	CF_{js}	0,0336	0,0687
Stabilita	q_e	1	CF_e	0	0
Celková cílová funkce				40,0291	10,4939

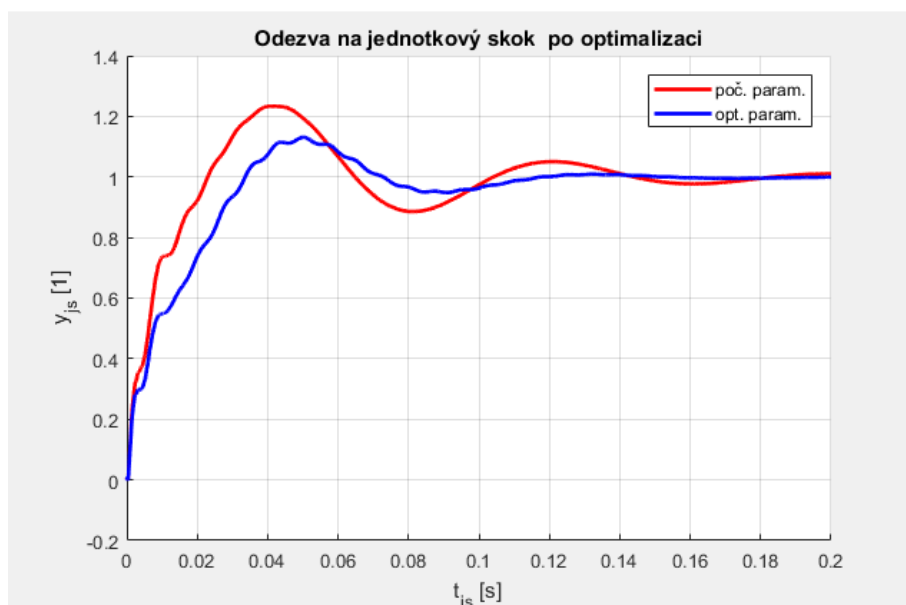
Tabulka 5: Porovnání hodnot DCF a CCF před a po optimalizaci



Obrázek 30: Zátěžný stav č.1 – Amplitudová charakteristika



Obrázek 31: Zátěžný stav č.1 – Fázová charakteristika



Obrázek 32: Zátěžný stav č.1 – Odezva na jednotkový skok

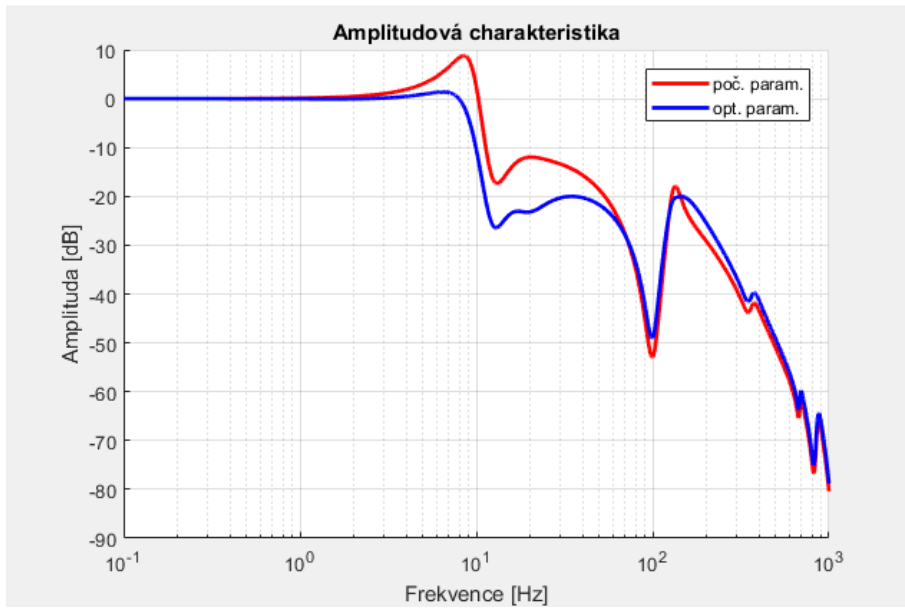
8.3.2. Zátěžný stav č.2: hm1 – Nižší zatížení (Přidáno závaží o hmotnosti 5 tun)

Strojové parametry rychlostního regulátoru				
Blok	Parametr		Poč. param.	Opt. param.
PI regulátor	Zesílení	K_h [1]	28,5	30,8021
	Integrační konst.	T_{ih} [1]	1900	483,7188
Úzkopásmové zadržovací	Zadržovací frekvence	f_{z1} [Hz]	19	19,1584
		f_{z2} [Hz]	131	131,0002
	Propad na zadržovací frek.	D_{z1} [dB]	-5	-10,8091
		D_{z2} [dB]	-5	-6,5702
	Šířka pásma	W_{z1} [Hz]	30	35,5198
W_{z2} [Hz]		100	44,3612	
Dolní propust	Mezní frekvence	f_{DP} [Hz]	[]	[]
	Poměrný útlum	ξ_{DP} [1]	[]	[]

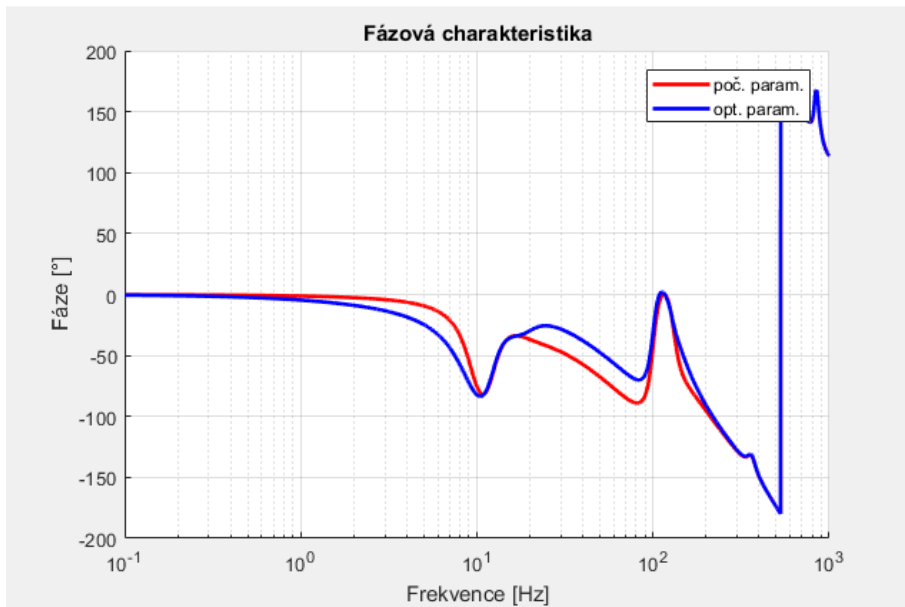
Tabulka 6: Porovnání počátečních a optimalizovaných strojových parametrů

Celková a dílčí cílové funkce					
Kritérium	Váhy DCL		Hodnota DCF		
	Zn.	Vel.	Zn.	Před optim.	Po optim.
Amplitudová charakteristika	q_{a1}	1	CF_{a1}	30,7652	6,1541
	q_{a2}	0	CF_{a2}	0	0
	q_{a3}	1	CF_{a3}	8,0366	0,0120
Jednotkový skok	q_{js}	100	CF_{js}	0,0397	0,0679
Stabilita	q_e	1	CF_e	0	0
Celková cílová funkce				42,7752	12,9557

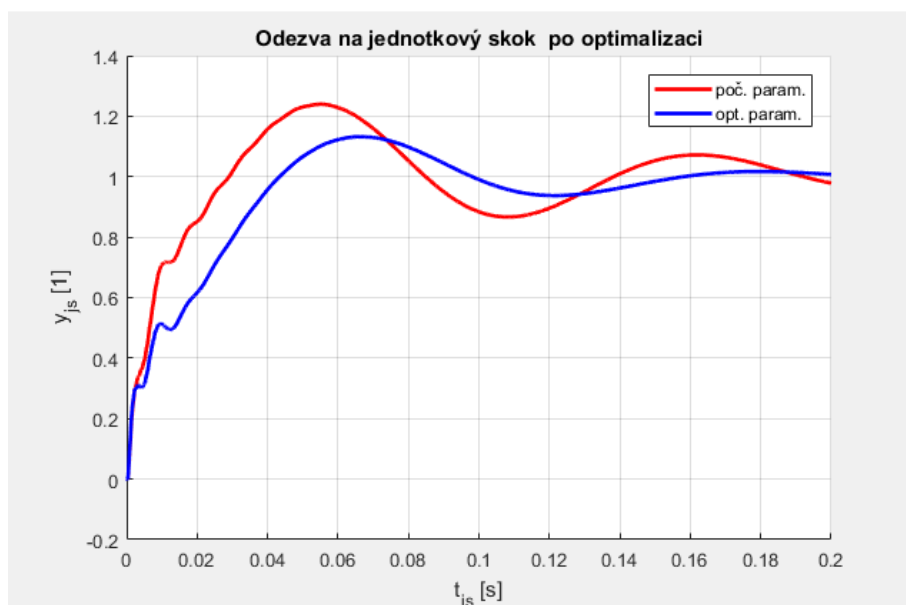
Tabulka 7: Porovnání hodnot DCF a CCF před a po optimalizaci



Obrázek 33: Zátěžný stav č.2 – Amplitudová charakteristika



Obrázek 34: Zátěžný stav č.2 – Fázová charakteristika



Obrázek 35: Zátěžný stav č.2 – Odezva na jednotkový skok

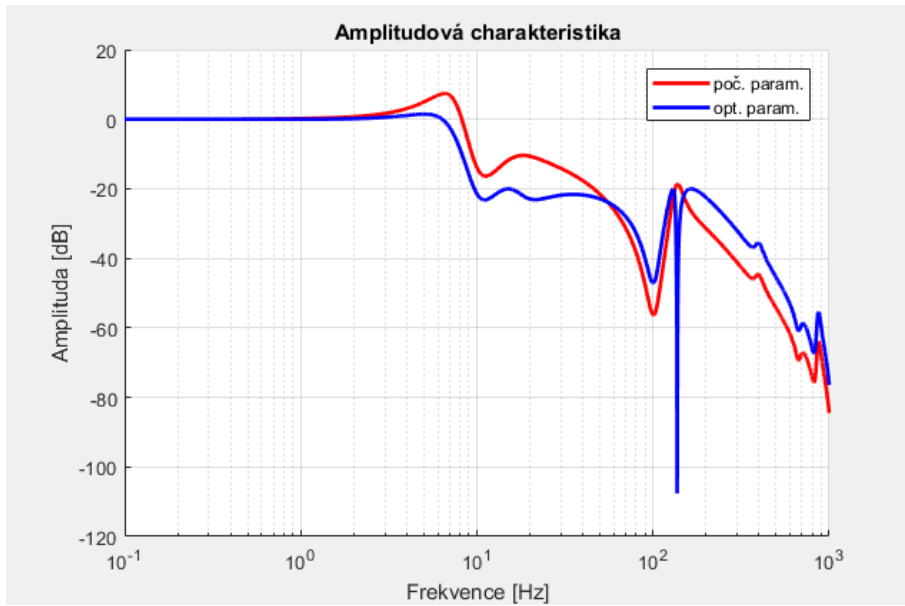
8.3.3. Zátěžný stav č.3: hm2 – Vyšší zatížení (Přidána 2 závaží, celkově 10 tun)

Strojové parametry rychlostního regulátoru				
Blok	Parametr		Poč. param.	Opt. param.
PI regulátor	Zesílení	K_h [1]	25	37,2644
	Integrační konst.	T_{ih} [1]	1666	441,3472
Úzkopásmové zadržovací	Zadržovací frekvence	f_{z1} [Hz]	17	18,5000
		f_{z2} [Hz]	135	137,0574
	Propad na zadržovací frek.	D_{z1} [dB]	-5	-13,8899
		D_{z2} [dB]	-5	-79,8121
	Šířka pásma	W_{z1} [Hz]	30	50,8045
		W_{z2} [Hz]	100	33,9455
Dolní propust	Mezní frekvence	f_{DP} [Hz]	[]	[]
	Poměrný útlum	ξ_{DP} [1]	[]	[]

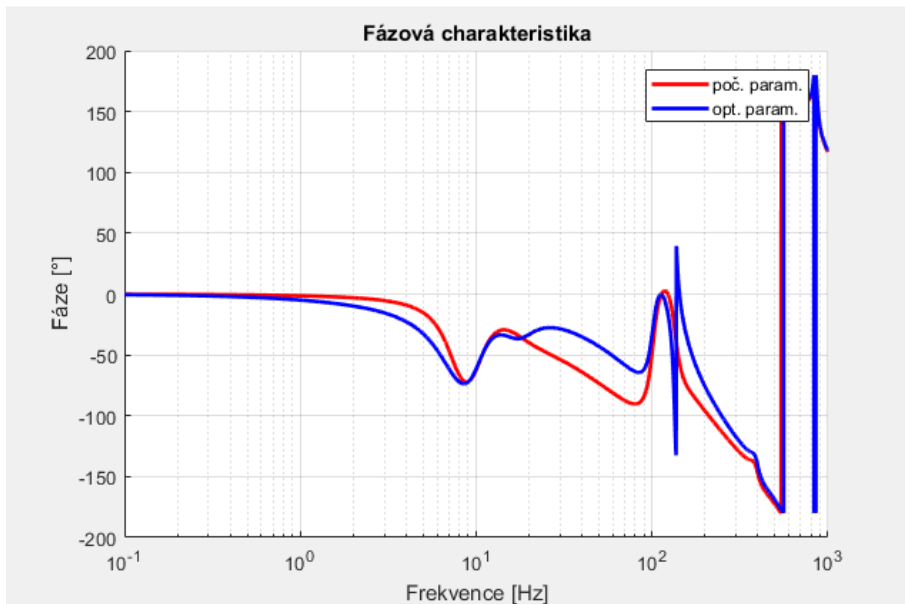
Tabulka 8: Porovnání počátečních a optimalizovaných strojových parametrů

Celková a dílčí cílové funkce					
Kritérium	Váhy DCL		Hodnota DCF		
	Zn.	Vel.	Zn.	Před optim.	Po optim.
Amplitudová charakteristika	q_{a1}	1	CF_{a1}	21,4489	4,7488
	q_{a2}	0	CF_{a2}	0	0
	q_{a3}	1	CF_{a3}	9,5952	3,2091e-04
Jednotkový skok	q_{js}	100	CF_{js}	0,0352	0,0631
Stabilita	q_e	1	CF_e	0	0
Celková cílová funkce				34,5655	11,0622

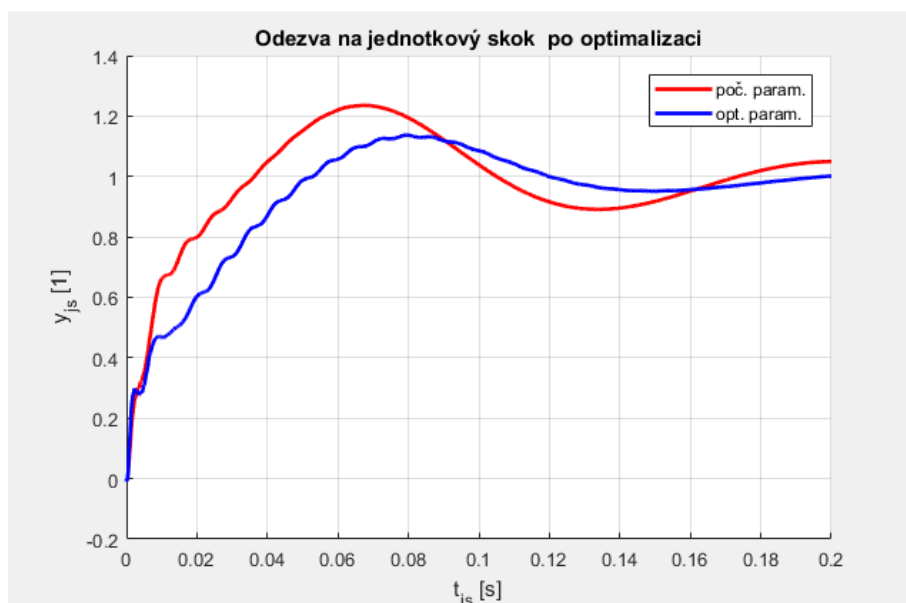
Tabulka 9: Porovnání hodnot DCF a CCF před a po optimalizaci



Obrázek 36: Zátěžný stav č.3 – Amplitudová charakteristika



Obrázek 37: Zátěžný stav č.3 – Fázová charakteristika



Obrázek 38: Zátěžný stav č.3 – Odezva na jednotkový skok

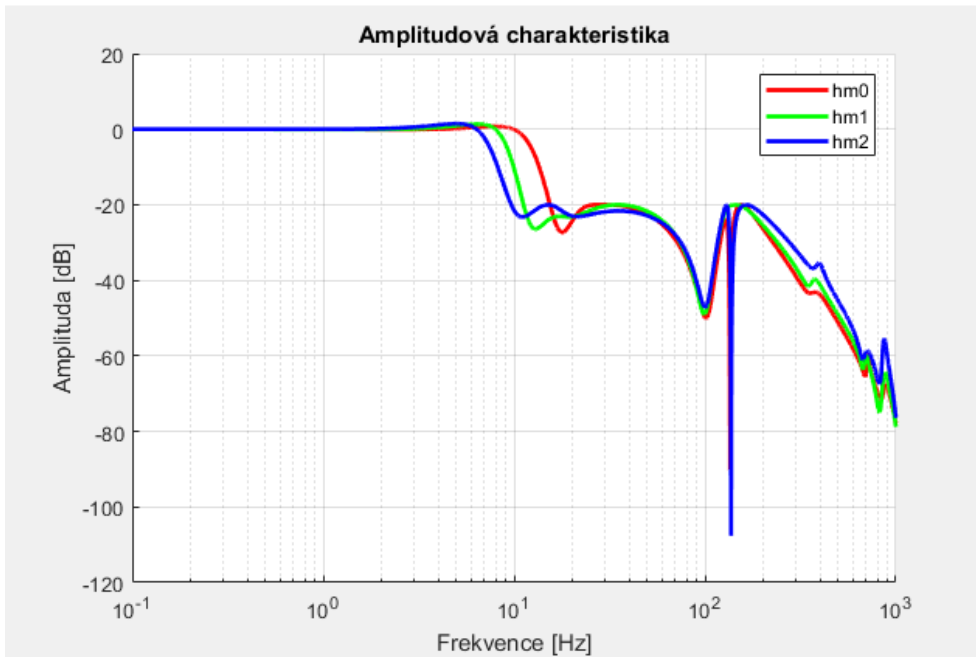
8.3.4. Porovnání zátěžných stavů

Strojové parametry rychlostního regulátoru					
Blok	Parametr		hm0	hm1	hm2
PI regulátor	Zesílení	K_h [1]	27,7023	30,8021	37,2644
	Integrační konst.	T_{ih} [1]	656,3242	483,7188	441,3472
Úzkopásmové zadržce	Zadržovací frekvence	f_{z1} [Hz]	24,6693	19,1584	18,5000
		f_{z2} [Hz]	135,3730	131,0002	137,0574
	Propad na zadržovací frek.	D_{z1} [dB]	-7,1928	-10,8091	-13,8899
		D_{z2} [dB]	-93,4601	-6,5702	-79,8121
	Šířka pásma	W_{z1} [Hz]	34,3881	35,5198	50,8045
		W_{z2} [Hz]	24,1172	44,3612	33,9455
Dolní propust	Mezní frekvence	f_{DP} [Hz]	[]	[]	[]
	Poměrný útlum	ξ_{DP} [1]	[]	[]	[]

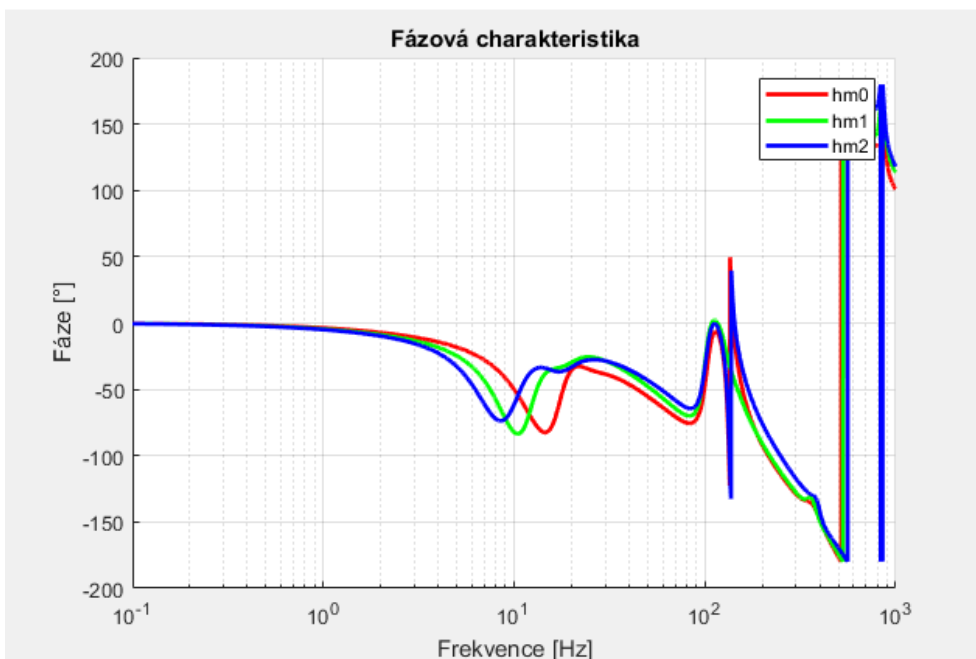
Tabulka 10: Porovnání optimalizovaných strojových parametrů pro různé zatížení

Celková a dílčí cílové funkce						
Kritérium	Váhy DCL		Hodnota DCF			
	Zn.	Vel.	Zn.	hm0	hm1	hm2
Amplitudová charakteristika	q_{a1}	1	CF_{a1}	3,6211	6,1541	4,7488
	q_{a2}	0	CF_{a2}	0	0	0
	q_{a3}	1	CF_{a3}	9,8354e-04	0,0120	3,2091e-04
Jednotkový skok	q_{js}	100	CF_{js}	0,0687	0,0679	0,0631
Stabilita	q_e	1	CF_e	0	0	0
Celková cílová funkce				10,4939	12,9557	11,0622

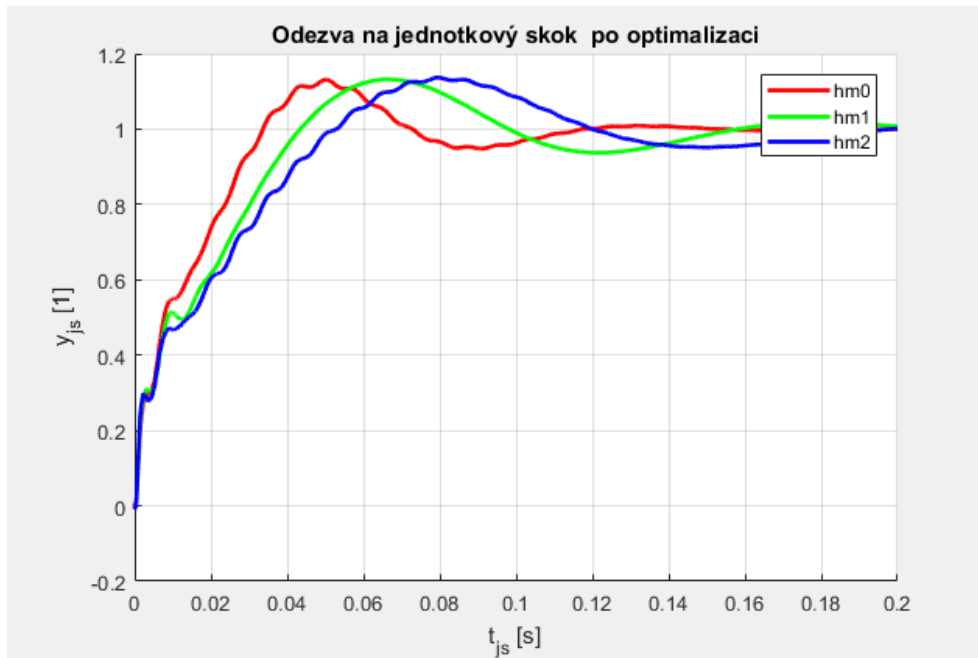
Tabulka 11: Porovnání hodnot DCF a CCF po optimalizaci pro různé zatížení



Obrázek 39: Porovnání amplitudových charakteristik pro různé zatížení



Obrázek 40: Porovnání fázových charakteristik pro různé zatížení



Obrázek 41: Porovnání odezvy na jednotkový skok po optimalizaci pro různé zatížení

8.4. Vyhodnocení ladění pomocí optimalizace

Testovací příklady používající identifikované modely různě zatížené osy obráběcího stroje prokázaly dobrou použitelnost zvolené metody automatického ladění využívající optimalizaci více cílových funkcí. Vzhledem k vzájemné provázanosti vlivu jednotlivých parametrů na různé aspekty chování je komplexní optimalizace správnou cestou. Postupné ladění jednotlivých parametrů je vzhledem k výše uvedenému problematické.

9. Závěr

V úvodu práce byla provedena rešerše problematiky řízení obráběcích strojů. Konkrétně byl zkoumán princip kaskádní regulace, který je základem pro optimalizaci řízení pohonové osy. Dále byly zkoumány metody identifikace modelu rychlostní vazby a detailně byla probána metoda ERA. Poslední kapitola úvodní rešerše se zabývala metodami optimalizace. V práci jsou detailně popsány dvě metody lokální optimalizace (simplexová a Rosenbrockova) a pro úplnost je zde popsán princip genetických algoritmů jako zástupců globální optimalizace.

Hlavním cílem práce bylo sestavit metodiku pro optimalizaci řízení pohonové osy stroje. Tato metodika vychází z optimalizace řízení rychlostní vazby. Rychlostní vazba byla vybrána, protože její ladění je obvykle nejsložitější a přináší nejvíce problémů. Prvním krokem formulace optimalizační úlohy bylo sestavení modelu rychlostní vazby. Nejdřív byl sestaven úplný model a ten byl následně upraven pro práci s identifikovaným modelem. Proces tvorby zahrnoval vyjádření stavových popisů všech dílčích bloků a ty poté byly kompletovány do vyšších celků.

Následně byly formulovány kritéria kvality řízení a okrajové podmínky optimalizace, které vychází z průběhu amplitudové charakteristiky, odezvy na jednotkový skok a kritéria stability (vzdálenosti systému od meze stability). Na základě těchto kritérií byly stanoveny dílčí a celková cílová funkce.

Posledním krokem pro kompletaci metodiky bylo vytvoření postupu pro určení počátečních podmínek jednotlivých parametrů optimalizace, volbu parametrů cílové funkce a volbu vah dílčích cílových funkcí. Volba počtu a počátečních podmínek úzkopásmových zádrží vychází amplitudové charakteristiky mechanické soustavy. Na základě amplitudové charakteristiky je poté zvolena počáteční hodnota zesílení K_h , rozhoduje se o použití dolní propusti a volí se váhy.

Tento postup byl aplikován na identifikovaný model stroje při různé zátěži a výsledky prokázaly použitelnost metodiky a fakt, že vzhledem ke komplexnosti problematiky řízení je výhodné optimalizovat všechny parametry současně a tím se vyhnout obtížím při postupném ladění jednotlivých parametrů.

I když se u této metodiky prokázala použitelnost je samozřejmě mnoho cest k jejímu dalšímu zlepšování, rozšiřování a dalšímu experimentálnímu testování. Dalšími kroky jsou například přímá aplikace metodiky na proudovou a polohovou regulaci, rozšíření o další parametry a podobně.

Použitá literatura

- [1] P. Souček, Servomechanismy ve výrobních strojích, Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004.
- [2] W. K. Gawronski, Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures, New York: Springer-Verlag New York, 2004.
- [3] T. Katayama, Subspace Methods for System Identification, London: Springer-Verlag, 2005.
- [4] R. D. Callafon, B. Moaveni a C. J., „General Realization Algorithm for Modal Identification of Linear Dynamic System,“ *J. Eng. Mech.*, sv. 134(9), pp. 712-722, 2008.
- [5] P. Lederer, Teorie a optimalizace mechanických systémů I, Praha: České vysoké učení technické v Praze, 1988.
- [6] C. Houck, J. Joines a A. Kay, *A Genetic Algorithm for Function Optimization: A MATLAB Implementation*, North California State University, 1994.
- [7] Z. Šika, J. Zavřel a M. Valášek, „Residual Modes for Structure Reduction and Efficient Coupling of Substructures,“ *Bulletin Of Applied Mechanics*, sv. 5(19), pp. 54-59, 2009.
- [8] A. Preumont, Vibration Control of Active Structures An Introduction, Solid Mechanics and its Application, Volume 96, 2002, Kluwer Academic Publishers, 2002.