



**FAKULTA
STROJNÍ
ČVUT V PRAZE**

Ústav letecké techniky

**Návrh a výpočet vrtule pro distribuovaný
pohon**

**Design and computation of propeller for
distributed propulsion**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

2019

Kryštof Bednár

Studijní program: B2342 TEORETICKÝ ZÁKLAD STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

Studijní obor: 2301R000 Studijní program je bezoborový

Vedoucí práce: Ing. Pavel Hospodář

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Bednár** Jméno: **Kryštof** Osobní číslo: **466528**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávající katedra/ústav: **Ústav letadlové techniky**
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**
Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Návrh a výpočet vrtule pro distribuovaný pohon

Název bakalářské práce anglicky:

Design and computation of propeller for distributed propulsion

Pokyny pro vypracování:

Cílem této práce je návrh vrtule pro distribuované elektrické pohony. Hlavními body jsou definovány:

- 1) rešerše dostupných tunelových měření vrtulí
- 2) návrh vrtule na základě znalostí charakteristik z tunelového měření [1]
- 3) sestavení programu pro výpočet indukovaných rychlostí i integrálních charakteristik vrtule
- 4) návrh vrtule pro potřeby distribuovaných pohonů na základě lit. [2]

Seznam doporučené literatury:

- [1] Hartman, E. P.; Biermann, D. The Aerodynamic Characteristics of Full-Scale Propellers Having 2, 3, and 4 Blades of Clark Y and R.A.F. 6 Airfoil Sections, NACA Technical Report 640.
[2] Michael D. Paterson, Nicholas K. Borer, and Brian German. A Simple Method for High-Lift Propeller Conceptual Design, 54th AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA SciTech Forum, (AIAA 2016-0770)

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

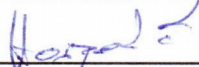
Ing. Pavel Hospodář, VZLU Praha

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **30.04.2019**

Termín odevzdání bakalářské práce: **02.08.2019**

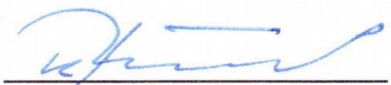
Platnost zadání bakalářské práce: _____



Ing. Pavel Hospodář
podpis vedoucí(ho) práce



Ing. Robert Theiner, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry



prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

29.4.2019

Datum převzetí zadání

Bednár

Podpis studenta

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně. Veškeré použité podklady, ze kterých jsem čerpal informace, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

V Praze dne 30.06.2019

Bednár
.....

Poděkování

Děkuji Ing. Pavlovi Hospodářovi za odborné vedení práce, věcné připomínky, dobré rady a vstřícnost při konzultacích a vypracování bakalářské práce.

ABSTRAKT

Práce řeší návrh vrtule z naměřených hodnot a následně návrh pro distribuovaný pohon. Nejprve seznamuje s výpočtovým aparátem jak samotného návrhu, tak i následného zjištění charakteristik navržené lopatky. Pro vybrané vstupní parametry jsou v této práci znázorněny výsledky.

ABSTRACT

This bachelor's thesis deal with a design of a propeller for distributed propulsion systems. At first there's an explanation of the mathematical tools used for the design and the calculation of characteristics of the designed propeller. Results for a set of input parameters are shown in the work.

KLÍČOVÁ SLOVA

vrtule, lopatka, distribuovaný pohon

KEYWORDS

propeller, blade, distributed propulsion

Obsah

1 Úvod	9
2 Výpočet vlastností vrtule	10
2.1 Zákon zachování energie.....	10
2.2 Teorie lopatkových řezů (ang. Blade element theory-BET).....	17
2.3 Teorie hybnosti řezu lopatky (ang. Blade element momentum theory-BEMT).....	19
2.4 Návrhový výpočet vrtule pro distribuovaný elektrický pohon.....	23
2.5 Korekce tečného indukčního faktoru a' u kořene lopatky.....	24
3 Návrh vrtule	25
3.1 Návrh z tunelového měření.....	25
3.2 Návrh vrtule pro distribuovaný pohon.....	27
3.3 Porovnání návrhů.....	30
4 Vytvoření uživatelského rozhraní	32
5 Závěr	33

Seznam použitých veličin

Značka	Jednotky	Popisek
A_i	$[m^2]$	plocha v místě i
a	$[-]$	axiální indukční faktor
a_m	$[-]$	modifikovaný axiální faktor
a'	$[-]$	tečný indukční faktor
b	$[-]$	podmínka rychlosti poklesu a'
c	$[m]$	tětiva
C_D	$[-]$	součinitel odporu
C_L	$[-]$	součinitel vztlaku
C_L'	$[-]$	upravený součinitel vztlaku
C_T	$[-]$	tahový součinitel
C_P	$[-]$	výkonový součinitel
D	$[N]$	třecí síla
f	$[-]$	lokální Prandtlův ztrátový faktor
F	$[-]$	Prandtlův ztrátový faktor
H_i	$[Pa]$	celkový tlak v místě i
L	$[N]$	vztlaková síla
\dot{m}	kg/s	hmotnostní tok
n	$1/min$	otáčky
N_b	$[-]$	počet listů vrtule
P	$[W]$	výkon
p_i	$[Pa]$	tlak v místě i
R	$[m]$	poloměr vrtule
T	$[N]$	tah
U_a	$[m/s]$	rozdíl rychlosti proudění za a před vrtulí
U_i	$[m/s]$	rychlost vzduchu v místě i
u_i	$[m/s]$	axiální složka rychlosti proudění
v_i	$[m/s]$	radiální složka rychlosti proudění
w_i	$[m/s]$	tečná složka rychlosti proudění
W	$[m/s]$	vektorový součet všech složek rychlostí
Ω	$[1/s]$	obvodová rychlost proudění
η	$[-]$	účinnost

λ	[-]	rychlostní poměr
ρ	kg/m ³	hustota proudícího vzduchu
σ	[-]	lokální pevnost prstence
α	[rad]	úhel náběhu
β	[rad]	úhel natočení vrtule
ϕ	[rad]	úhel nastavení

1 Úvod

Distribučovaný pohon byl používán v počátcích letectví, kvůli nedostatečnému výkon tehdejších motorů. DoX2RI, Latécoère 631, Short S-17 Kent, XR60-1, H-4 Hercule, Antonov An-225 Mriya jsou příklady letounů, které mají či měly distribuovaný pohon. Zvýšení počtu motorů bylo dáno požadavkem přenosu větší váhy. Dnes s rozmachem elektrických motorů se opět uvažuje nad možnostmi jejich využití v letectví. U automobilů, zjednodušeně, byl vyměněn spalovací motor za elektrický, když kapacita baterek pohánějící motor byla natolik velká, že umožnila použitelný dojezd elektrických aut. U letadel podobná záměna nejde tak jednoduše. Palivo má daleko větší energetickou hustotu tj. Poměr výkonu k váze (kWh/kg) než současné baterie a tedy pro dosažení stejné hodnoty energie je zapotřebí daleko větší hmotnosti baterek než paliva. Tím dojde k velkému zvýšení celkové hmotnosti letounu po přechodu ze spalovacích motorů na elektrické. Musí se tedy snížit hmotnost letounu a nebo zajistit menší spotřeba energie. Z toho plyne, že se musí k návrhu pohonu pomocí elektrických motorů přistupovat jiným způsobem. Nabízí se využít zrychlený proud vzduchu za vrtulí. Díky tomu lze zmenšit následně plochu křídla, jelikož vztlak závisí na rychlosti proudění. Elektrický motor má oproti spalovacímu motoru několik výhod. Je méně hlučný, jeho výkon nezávisí na nadmořské výšce (přesněji na dostupnosti kyslíku), je menší, má jednodušší provedení a má velice podobné vlastnosti i při změně jeho měřítka.

Největší výkon je potřeba při startu letounu a pro následné stoupání. Pro většinu cesty se udržuje takzvaný cestovní režim, kde není potřeba takového výkonu jako při startu. V případě distribuovaného pohonu by bylo možné právě při cestovním režimu vypnout určitý počet motorů a tím šetřit spotřebovanou energii. A pro elektrické motory je vypínání a zapínání jednodušší než pro motory spalovací.

Použití lehčích motorů umožňuje několik věcí. Díky jejich menší hmotnosti se může zvýšit počet motorů na křídle a tím dosáhnout konstantní rozložení rychlosti proudění vzduchu za vrtulí po celém křídle. Díky zvýšenému dynamickému tlaku lze dosáhnout potřebného vztlaku na křídle s menší plochou křídla. Menší hmotnost motoru umožňuje jeho umístění na úplný konec křídla a touto konfigurací je možné docílit snížené tvorby koncových vírů vznikajících na konci křídla, čímž se zmenší hodnota indukovaného odporu.

Cílem této práce je vytvoření návrhu vrtule distribuovaného pohonu. Výsledkem je vypočtená geometrie lopatek ze zadaných parametrů vrtule a vlastností letounu v určitém režimu. Návrh a výpočet je proveden v prostředí Matlab ve formě jednoduchého uživatelského rozhraní.

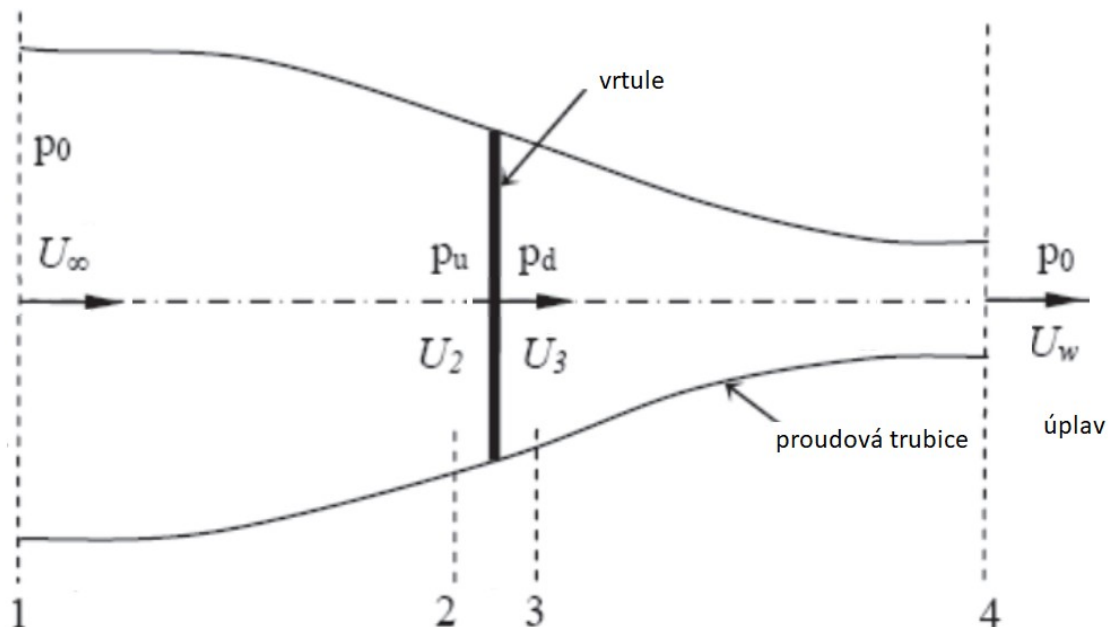
V této práci je nejprve vysvětlen postup vytvoření výpočtového modelu (kap. 2 a 3). Další část se zabývá porovnáním výpočtu vlastností vrtule a odpovídajícího tunelového měření. V konečné části se práce zaměřuje na porovnání návrhu vrtule pro distribuovaný pohon a návrhu vrtule z tunelového měření. (kap. 4).

2 Výpočet vlastností vrtule

Teorie hybnosti řezu lopatky, (anglicky Blade element momentum theory - BEMT), je matematický model, jehož pomocí je možné přiblížit vlastnosti navrhované lopatky. Tato metoda je výsledkem spojení dvou metod: blade element theory a zákona o zachování energie. Nejprve bude ukázáno teoretické odvození rovnic vycházející ze zachování energie, poté teorie lopatkových řezů (angl. blade element theory - BET) a nakonec budou představeny rovnice BEMT vyplývající ze spojení obou teorií.

2.1 Zákon zachování energie

Odvození rovnic pro momentovou teorii vychází převážně z Bernoulliho rovnice pro zachování mechanické energie v tekutině. Pro popis situace, kdy vzduch proudí kolem motoru se celá oblast v okolí vrtule rozdělí na čtyři části (obr. 1).



obr. 1: Model proudění vzduchu v okolí vrtule (upraveno z [1])

Pro odvození následující rovnic je potřeba několika předpokladů [1] :

- Hmotnost nezaniká ani nevzniká v studovaném prostoru.
- Hmotnostní tok je všude stejný.
- Proudění vzduchu je laminární.
- Axiální rychlost proudění je těsně před a ihned za vrtulí stejná.

Některé ze zmíněných předpokladů jsou formulovány v následujících rovnicích:

$$U_2 = U_3 = U_R \quad (1)$$

$$\dot{m} = \rho A U_R = \rho A_\infty U_\infty = \rho A_w U_w \quad (2)$$

Pro změnu hybnosti proudu platí:

$$T = \dot{m}(U_w - U_\infty) \quad (3)$$

Lze tedy napsat dvě Bernoulliho rovnice pro oblast mezi oblastí 1 a 2, 3 a 4 (viz obr. 1). Získáme tím následující rovnice:

$$p_0 + \frac{1}{2} U_\infty^2 \rho = p_u + \frac{1}{2} U_R^2 \rho \quad (4)$$

$$p_d + \frac{1}{2} U_R^2 \rho = p_0 + \frac{1}{2} U_w^2 \rho \quad (5)$$

Po přechodu proudu vzduchu vrtulí se náhle změní tlak p_u , který není roven p_d (obr. 1). Z těchto dvou rovnic se vyjádří tlaková změna v závislosti na axiálních rychlostech před a za vrtulí:

$$p_d - p_u = \frac{1}{2} \rho (U_w^2 - U_\infty^2) \quad (6)$$

Přes tuto tlakovou změnu se může vypočítat celková síla působící v místě vrtule jako :

$$dT = p' dA = (p_u - p_d) A = \frac{1}{2} \rho (U_w^2 - U_\infty^2) dA \quad (7)$$

S pomocí rovnic (3) a (2) se vyjádří rychlost U_R :

$$U_R = \frac{U_\infty + U_w}{2} \quad (8)$$

Je-li definován axiální indukční faktor vztahem [2] :

$$a = \frac{U_R - U_\infty}{U_\infty} = \frac{U_a}{U_\infty} \quad (9)$$

Lze pomocí předešlých rovnic upravit vztah pro tahovou sílu vztaženou k nekonečně malé ploše vrtule :

$$dT = \frac{1}{2} \rho dA U_\infty^2 (1 - (1 + 2a)^2) = \frac{4}{2} \rho a U_\infty^2 (1 + a) dA \quad (10)$$

Výkon se vypočte jako součin síly a rychlosti:

$$dP = T U_R = T U_\infty (1-a) = \frac{4}{2} \rho a U_\infty^3 (1+a)^2 dA \quad (11)$$

Jelikož indukční faktor je bezrozměrná veličina je možné zdefinovat součinitele tahu C_T a výkonu C_P jako :

$$C_P = 4a(1+a)^2 \quad (12)$$

$$C_T = 4a(1+a) \quad (13)$$

Tah i výkon mohou být přepsány do následujícího tvaru:

$$P = \frac{1}{2} C_P U_\infty^3 A \rho \quad (14)$$

$$T = \frac{1}{2} C_T U_\infty^2 A \rho \quad (15)$$

$$H_1 - H_0 = (p_d - p_u) + \frac{1}{2} \rho (w^2 r^2) = p' + \frac{1}{2} \rho (w^2 r^2) \quad (20)$$

Druhý člen této rovnice vyjadřuje vliv rotačního pohybu na tlakový spád. Tlak v místě 4 (obr. 2) se nemůže kvůli víření považovat stejný jako před vrtulí. Celkový rozdíl tlaku před a za vrtulí lze vyjádřit :

$$\begin{aligned} p_0 - p_w &= H_0 - \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 - (H_1 - \frac{1}{2} \rho (u_w^2 - w_w^2 r^2)) \\ p_0 - p_w &= \frac{1}{2} \rho (u_w^2 - w_w^2 r^2) - \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 + (H_0 - H_1) \\ p_0 - p_w &= \frac{1}{2} \rho (u_w^2 - U_\infty^2) + \frac{1}{2} \rho (w_w^2 r^2 - w^2 r^2) - p' \end{aligned} \quad (21)$$

Bernoulliho rovnicí mezi oblastí 2 a 3 získáme tlakový spád $p' = p_u - p_d$. Vzduch v této oblasti bude tlačěn lopatkami, a proto bude mít stejnou rychlost jako lopatka :

$$p_u + \frac{1}{2} \rho (\Omega)^2 r^2 = p_d + \frac{1}{2} \rho (\Omega + w)^2 r^2 \quad (22)$$

$$p_d - p_u = p' = \frac{1}{2} \rho (\Omega^2 - (\Omega - w)^2) r^2 = \rho r^2 w (\Omega - \frac{w}{2}) \quad (23)$$

Tím získáme nový vztah pro tlakový spád mezi oblastí 1 a 4. Vše je za předpokladu, že vír vzduchu se nezpomaluje :

$$\begin{aligned} p_0 - p_w &= \frac{1}{2} \rho (u_w^2 - U_\infty^2) + \frac{1}{2} \rho (w_w^2 r^2 - w^2 r^2) - \rho r^2 w_w (\Omega - \frac{w_w}{2}) \\ p_0 - p_w &= \frac{1}{2} \rho (u_w^2 - U_\infty^2) - \rho r^2 w_w (\Omega - \frac{w_w}{2}) \end{aligned} \quad (24)$$

Tah na elementu dA lze vyjádřit pomocí vztahu :

$$dT = p' dA = \rho r^2 w (\Omega - \frac{w}{2}) dA \quad (25)$$

Kdy platí pro $dA = 2\pi r dr$ a tečný indukční faktor a' je definován jako [3] :

$$a' = \frac{w}{2\Omega} \quad (26)$$

Potom lze upravit výraz pro dT na :

$$dT = 4\pi \rho r^2 \Omega^2 a' (1 - a') r dr \quad (27)$$

Z rovnosti vztahů pro element dA tahové síly (10) a (27) :

$$4\pi\rho r^2\Omega^2 a'(1-a')rdr = 4\pi\rho aU_\infty^2(1+a)rdr \quad (28)$$

lze vyjádřit závislost $a' = f(a)$ a $a = f(a')$:

$$(a)^2 + a - \frac{r^2\Omega^2(1-a')a'}{U_\infty^2} = 0 \quad (29)$$

$$(a')^2 - a' + \frac{U_\infty^2(1+a)a}{r^2\Omega^2} = 0 \quad (30)$$

Kvadratické rovnice (29) a (30) mají dvě řešení :

$$a'_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{4U_\infty^2(1+a)a}{r^2\Omega^2}}}{2} \quad (31)$$

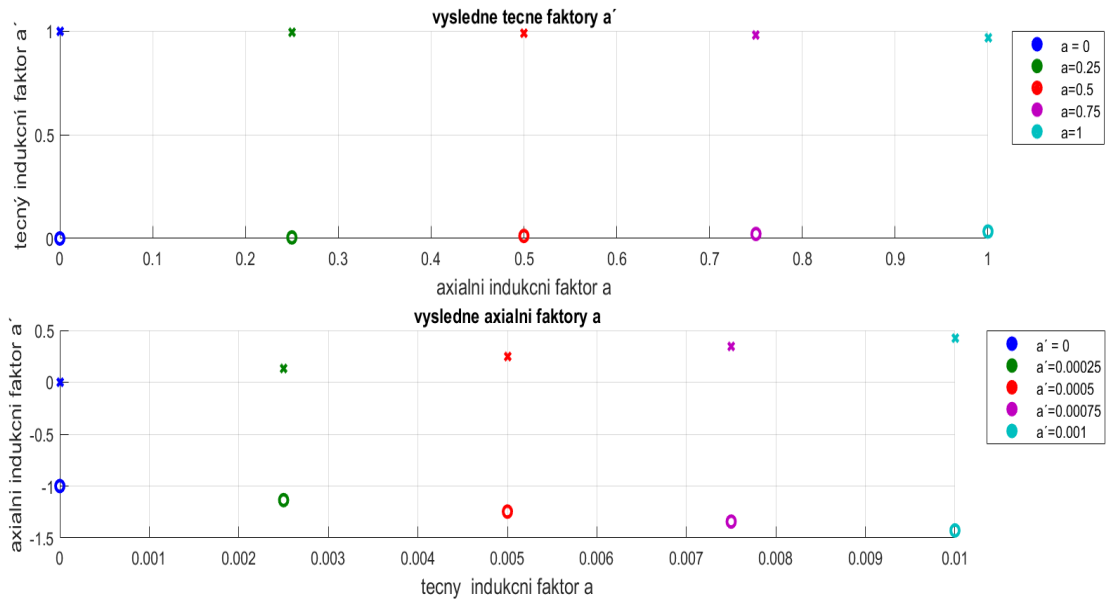
$$a_{1,2} = \frac{-1 \mp \sqrt{1 + \frac{4r^2\Omega^2(1-a')a'}{U_\infty^2}}}{2} \quad (32)$$

Z těchto řešení je nutné vybrat hodnotu faktorů a a a' s reálným fyzikálním smyslem. Faktory nemohou být větší než jedna, jelikož v tom případě by samotná složka indukované rychlosti měla stejnou nebo větší hodnotu než rychlost proudění vzduchu. To by znamenalo velikou zátěž na vrtuli v důsledku velkého tlakového spádu. Zároveň z jejich definic, že tyto faktory nemohou mít zápornou hodnotu, protože hodnoty indukovaných rychlostí musí mít hodnotu kladnou. V prostředí Matlab byly vykresleny pomocí rovnic (31) a (32) závislosti faktorů na sobě (obr 3). Z předešlého textu je patrné, že pro výpočet a' resp a platí :

$$a'_{1,2} = \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{4U_\infty^2(1+a)a}{r^2\Omega^2}}}{2} \quad (33)$$

$$a_{1,2} = \frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{4r^2\Omega^2(1-a')a'}{U_\infty^2}}}{2} \quad (34)$$

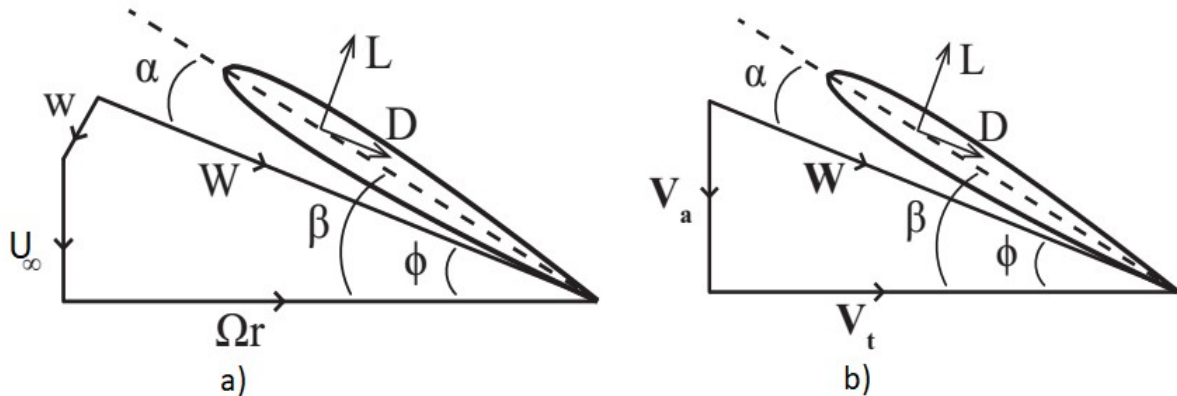
2.1 Zákon zachování energie



obr. 3: Hodnoty faktorů a' (a) a a (b) vypočtené pro zadané hodnoty a resp. a' křížky zobrazují řešení pro kladnou hodnotu odmocniny determinantu, kroužky zobrazují řešení pro zápornou hodnotu odmocniny determinantu

2.2 Teorie lopatkových řezů (angl. Blade element theory-BET)

BET je metoda pro předpověď vlastností vrtulí. Základem je rozdělení vrtule na nezávislé části (řezy), pro které se určí vztlak a odpor (obr. 4). Z nich se pomocí transformace vyjádří tahová síla a kroučící moment v daném řezu, jak je následně odvozeno.



obr. 4: Řez vrtulí se znázorněním rychlostí a sil (čerpáno z [2])

Vztlaková (značeno L) a třecí (značeno D) síla se vypočítá pomocí následující rovnice :

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} c_l A \rho W^2 \\ D &= \frac{1}{2} c_D A \rho W^2 \end{aligned} \quad (35)$$

Vrtule používá generovanou vztlakovou sílu na pohánění celého letadla vpřed, a tedy se této síle říká tahová. Vektor tahové síly je rovnoběžný s vektorem rychlosti proudění vzduchu před vrtulí \vec{U}_∞ (obr. 4), ale má opačnou orientaci. Pro každý řez vrtule tak získáme příspěvek k celkové tahové síle.

$$dT = \frac{1}{2} \rho W^2 c N_b [c_L \cos(\Phi) - c_D \sin(\Phi)] dr = \frac{1}{2} \rho W^2 c N_b C_T dr \quad (36)$$

Stejný postup se využije pro výpočet točivého momentu :

$$\frac{dQ}{r} = \frac{1}{2} \rho W^2 c N_b [c_L \sin(\Phi) + c_D \cos(\Phi)] dr = \frac{1}{2} \rho W^2 c N_b C_Q dr \quad (37)$$

Celkovou hodnotu tahové síly a točivého momentu získáme integrací přes poloměr lopatky, což reálně při výpočtu je součet příspěvků silových účinků v jednotlivých řezech. Pomocí točivého momentu se vyjádří výkon pomocí součinu momentu a úhlové rychlosti.

Definice součinitelů C_T a C_P :

$$dC_T = \frac{dT(r) dr}{\rho A(W)^2} = \frac{dT(r) dr}{\rho n^2 D^4}$$
$$dC_P = \frac{dP(r) dr}{\rho A(W)^2} = \frac{dP(r) dr}{\rho n^3 D^5}$$
(38)

Po integrování součinitele tahu (C_T) a součinitele výkonu (C_P) na poloměru lopatky platí:

$$C_T = \frac{T}{\rho A(W)^2} = \frac{T}{\rho n^2 D^4}$$
$$C_P = \frac{P}{\rho A(W)^2} = \frac{P}{\rho n^3 D^5}$$
(39)

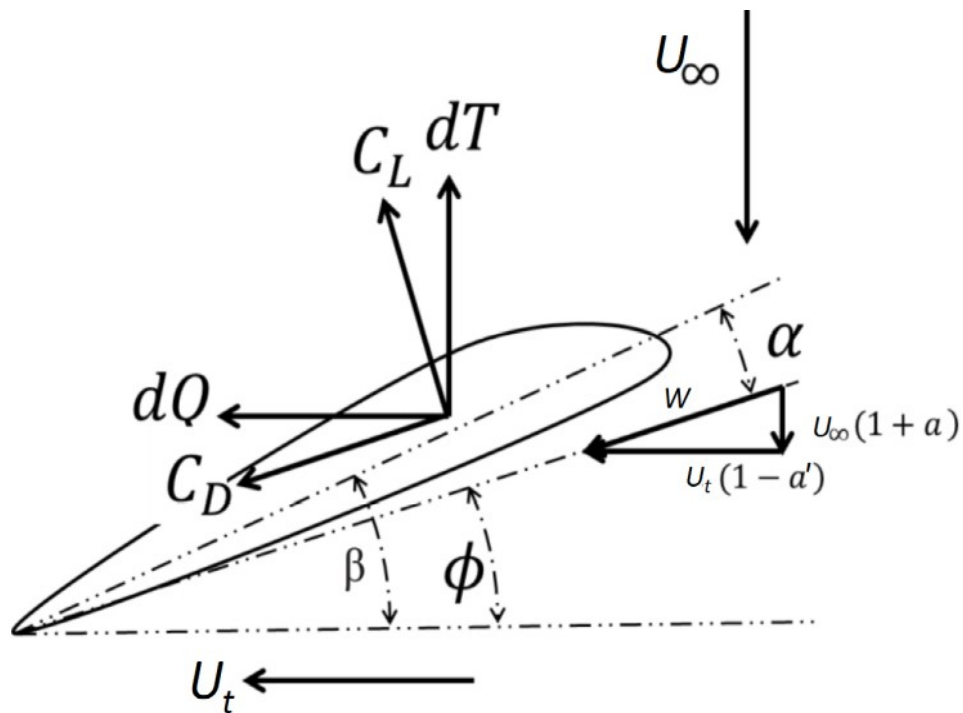
Součinitele tahu (C_T) a součinitele výkonu (C_P) se využívají pro znázornění charakteristik vrtule [4]. Charakteristiky vrtule se mění se změnou rychlosti proudění vzduchu a při změně otáček, a proto se zavedl pro jejich zobrazování bezrozměrný rychlostní poměr, který je definován jako [4] :

$$\lambda = \frac{U_\infty}{nD};$$
(40)

2.3 Teorie hybnosti řezu lopatky (ang. Blade element momentum theory-BEMT)

Pro reálné výpočty se používá BEMT, ve kterém se pro výpočet tahu (T) a momentu (Q) vyjádří rychlost proudu vzduchu za vrtulí W pomocí indukčních faktorů a , a' na základě vztahů odvozených z obr. 5 :

$$\begin{aligned} W &= \frac{(U_\infty(1+a))}{\sin \phi} \\ W &= \frac{(U_t(1-a'))}{\cos \phi} \end{aligned} \quad (41)$$



obr. 5: Řez lopatkou s vyznačenými rychlostmi a úhly (upraveno z [2])

Po dosazení vztahu (41) do rovnice (36) a (37) pro element tahu a momentu získáme :

$$\begin{aligned} dT &= \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \frac{(1+a)^2}{\sin^2(\phi)} c N_b C_T dr \\ dQ &= \frac{1}{2} \rho U_\infty U_t r \frac{(1+a)(1-a')}{\sin(\phi) \cos(\phi)} c N_b C_Q dr \end{aligned} \quad (42)$$

Na základě rovnosti vztahů (42) a (10) se vyjádří axiální (a) a tečný (a') faktor :

$$a = \frac{1}{\frac{2\pi r}{N_b c} 4 \sin^2 \phi - 1} = \frac{1}{\frac{4 \sin^2 \phi}{\sigma C_T} - 1} \quad (43)$$

$$a' = \frac{1}{\frac{2\pi r}{N_b c} 4 \sin \phi \cos \phi + 1} = \frac{1}{\frac{4 \sin \phi \cos \phi}{\sigma C_Q} + 1}$$

Kde σ značí :

$$\sigma = \frac{2\pi r}{N_b c} \quad (44)$$

Pro vyjádření ztrát na konci lopatky, kde v důsledku vyrovnávání tlaku dochází ke snížení tahu, se zavádí Prandtlův ztrátový faktor F (ang. Prandtl tip loss correction factor) a lokální Prandtlův ztrátový faktor f (local Prandtl tip loss correction factor):

$$F = \frac{2}{\pi} a \cos(\exp(-f)) \quad (45)$$

$$f = \frac{N_b}{2} \frac{R-r}{r \sin \phi} \quad (46)$$

Faktor F se aplikuje do výpočtu tahu dle [3]:

$$a_m = \frac{a}{F} \quad (47)$$

A tedy pro výpočet indukčních faktorů a a a' platí :

$$a = \frac{1}{\frac{4 F \sin^2 \phi}{\sigma C_T} - 1} \quad (48)$$

$$a' = \frac{1}{\frac{4 F \sin \phi \cos \phi}{\sigma C_Q} + 1}$$

Úhel ϕ (obr. 5) lze vyjádřit rovnicí :

$$\phi = \operatorname{atan}\left(\frac{U_\infty(1+a)}{\Omega r(1-a')}\right) \quad (49)$$

a úhel natočení β lopatky se vyjádří :

$$\beta = \alpha + \phi \quad (50)$$

Výpočet a a a' je iterační proces, kde vstupními parametry jsou geometrie vrtule, otáčky vrtule, rychlost proudění a vlastnosti aerodynamického profilu lopatky. Výchozí bod iterace je nulová hodnota indukčních faktorů a a a' . Dalším krokem je vypočítání úhlu ϕ , pomocí něj se vypočítá F a následně se přepočítají hodnoty indukčních faktorů a a a' rovnicí (48) a tyto hodnoty se porovnávají s výchozími. Tento proces se opakuje do té doby, než jsou rozdíly menší nebo rovny požadované výpočetní přesnosti.

Z vypočtených indukčních faktorů lze vyjádřit indukované rychlosti U_a a w :

$$\begin{aligned} U_a &= a U_\infty \\ w &= \Omega r a' \end{aligned} \quad (51)$$

A vypočítat rychlost W z rychlostního trojúhelníku dle obr. 5:

$$W = \frac{(U_\infty + U_a)}{\sin \phi} \quad (52)$$

Tah a moment lze vypočítat pomocí rychlosti W dosazením do rovnic (36).

Pro porovnání charakteristik vrtulí se používají součinitelé tahu a výkon (C_T resp. C_P). Je tudíž nutné si vyjádřit výkon P :

$$P = Q \Omega \quad (53)$$

Potom lze dosazením do rovnic (38) (39) vyjádřit součinitele C_T a C_P při daném rychlostním poměru λ (rovnice (40)) či v jeho rozpětí.

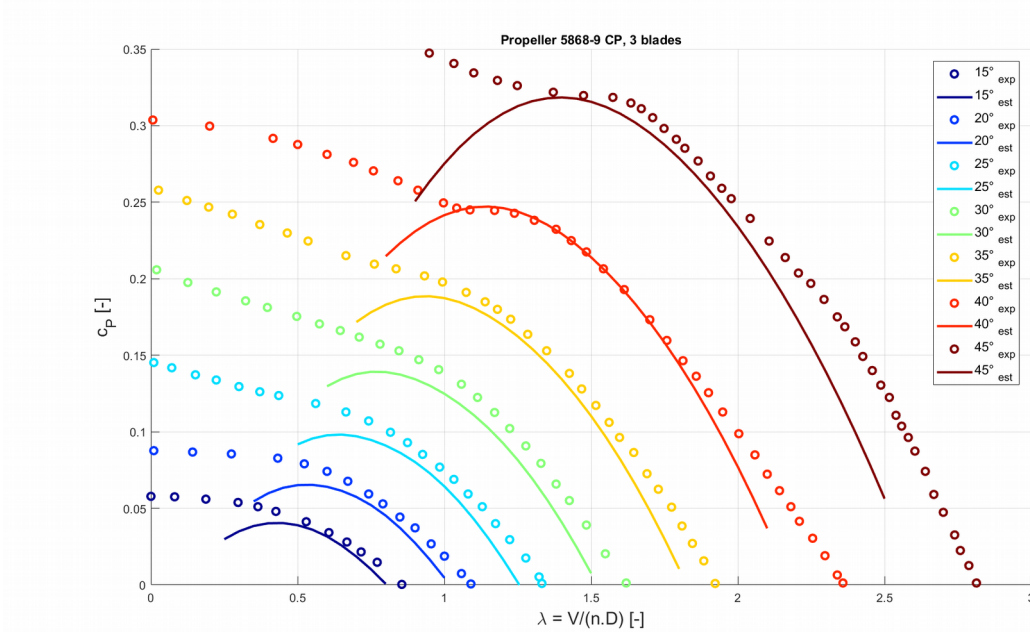
Dalším krokem je určení účinnosti lopatky. Účinnost se vypočítá pomocí koeficientů C_T a C_P :

$$\eta = \frac{C_T}{C_P} \frac{V_\infty}{nD} = \frac{C_T}{C_P} \lambda \quad (54)$$

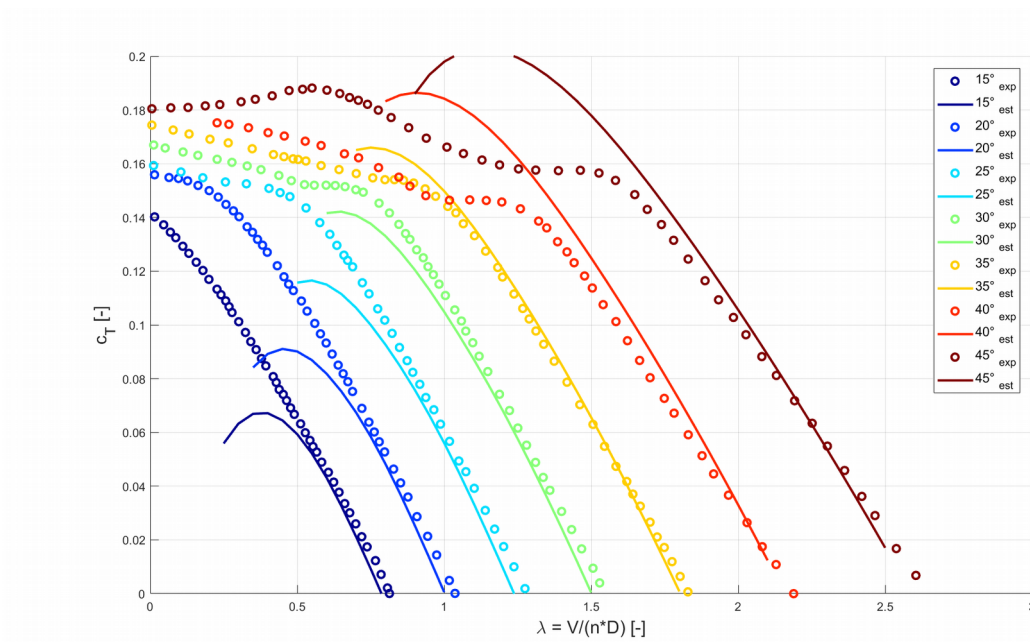
Jedná se o kontrolní část výpočtu. Bylo by nesmyslné vytvořit lopatku vrtule, která by splňovala vstupní parametry i požadavky na tah a výkon, ale měla velmi nízkou účinnost. Z rovnice (53) je zřejmá nepřímá závislost účinnosti na otáčkách vrtule. Dojde-li k zvýšení účinnosti v důsledku změny otáček, je nutné zpětně zkontrolovat, zda vrtule stále splňuje zadané požadavky.

Na obr. (6) a (7) je porovnání vypočítaných charakteristik s naměřenými hodnotami vrtulí s různými úhly natočení β v 75% poloměru lopatky z [4]. Výsledky výpočtů se musí považovat za aproximativní, protože nejsou zcela totožné s naměřenými hodnotami.

2.3 Teorie hybnosti řezu lopatky (ang. Blade element momentum theory-BEMT)



obr. 6: Porovnání naměřených a vypočtených hodnot výkonového součinitele pro vrtuli se 3 listy



obr. 7: Porovnání naměřených a vypočtených hodnot tahového součinitele pro vrtuli se 3 listy

2.4 Návrhový výpočet vrtule pro distribuovaný elektrický pohon

Vztlak křídla lze zvýšit zvětšením plochy křídla, či zvýšením rychlosti proudění vzduchu. V kap. 2.1 bylo ukázáno, že proud vzduchu za vrtulí je rychlejší než před vrtulí, což lze využít ke zvýšení vztlaku na křídle. V případě distribuovaného pohonu je za každou vrtulí proud vzduchu zrychlen a přispívá ke zvýšení vztlaku na odpovídajícímu úseku křídla. Pro vyjádření zvýšení vztlakového součinitele se využije upravený vztlakový součinitel C_L' , který se vyjádří pomocí indukované rychlosti za vrtulí, resp. pomocí axiálního indukčního faktoru a . Vztlak na křídle lze vyjádřit vztahem:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 C_L' A &= \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 (1+a)^2 C_L A \\ C_L' &= C_L (1+a)^2 \end{aligned} \quad (55)$$

Je nutné, aby rychlost proudu vzduchu jdoucí na křídlo byla po celé jeho délce konstantní, a tedy i součinitel vztlaku byl stejný po celém křídle. Proto je nutné docílit, aby za každou vrtulí byla stejná a konstantní rychlost proudění vzduchu. To definuje požadavek na výsledné vlastnosti vrtule.

Pro výpočet vrtule byly použity zadané parametry uvedené v tabulce 1. Poláry pro daný profil vrtule můžou být získány pomocí programu XFLR [6] a pomocí nich jsou určeny úhel α a hodnoty C_L a C_D .

Tabulka 1: zadané parametry pro výpočet geometrie vrtule

počet listů	Nb
výkon motoru	P
odhad otáček	n
rychlost proudu vzduchu	U_∞
průměr vrtule	D

Cílem je dosáhnout konstantní rychlosti proudu vzduchu za vrtulí. Je tedy potřeba, aby i rozdíl rychlosti proudu před a za vrtulí (indukovaná rychlost (u_a) rovnice (9)) byl konstantní. Z rovnice (9) vyplývá, že pro dosažení konstantní indukované rychlosti musí být i axiální indukční faktor a konstantní. Ze závislosti indukčních faktorů $a'=f(a)$ (rovnice (33)) se vypočítá tečný indukční faktor a' po poloměru vrtule, za předpokladu konstantního a (představující rovnoměrné rozložení indukované rychlosti po poloměru lopatky), který se vypočítá pomocí požadované indukované rychlosti za vrtulí u_a .

Řešení rovnice (33) může být z matematického hlediska v oboru komplexních čísel. Takové řešení je fyzikálně nemožné, proto se zavádí podmínka, že pokud řešení rovnice (33) se vyskytne v oboru komplexních čísel, tak hodnota a' bude rovna reálné části řešení, která bude vždy rovna jedné polovině. V tomto případě je potřeba zpětně dopočítat axiální indukční faktor a dle rovnice (34).

2.4 Návrhový výpočet vrtule pro distribuovaný elektrický pohon

Z rovnic (50) a (49) se vypočítá axiální indukční faktor a , úhel natočení vrtule β , který je součástí geometrie vrtule a úhel stoupání ϕ , pomocí něhož je vypočítána tětíva vrtule. Výpočet tětívy vychází z rovnosti rovnic (36) a (11):

$$dT = 1/2 \rho W^2 c N b [c_l \cos(\phi) - c_d \sin(\phi)] dr = 4 \pi r \rho V_\infty^2 a (1+a) F dr \quad (56)$$

$$c = \frac{8 \pi r V_\infty^2 a (1+a) F}{W^2 c N b [c_l \cos(\phi) - c_d \sin(\phi)]} = \frac{8 \pi r V_\infty^2 a (1+a) F}{W^2 N b [c_l \cos(\phi) - c_d \sin(\phi)]} \quad (57)$$

Vyjádřením W^2 pomocí součtu vektorů rychlosti:

$$W^2 = [\Omega r (1-a')]^2 + [V_\infty (1+a)]^2 \quad (58)$$

se získá výsledný tvar vztahu pro tětívu

$$c = \frac{8 \pi r V_\infty^2 a (1+a) F}{N b [\Omega r (1-a')]^2 + [V_\infty (1+a)]^2 [c_l \cos(\phi) - c_d \sin(\phi)]} \quad (59)$$

Na konci lopatky se indukovaná rychlost rychle snižuje. Proto se efektivně nevyužije celý poloměr lopatky r , a tedy se pro výpočet použije úprava vedoucí k potlačení těchto ztrát.

2.5 Korekce tečného indukčního faktoru a' u kořene lopatky

Kvůli rychlému nárůstu tečného indukčního faktoru a' u kořene lopatky vycházejí veliké nárůsty úhlu natočení a tětívy u kořene lopatky. Tyto geometrie vrtulí způsobují nepříznivé maximum indukované rychlosti u kořene lopatky a navíc mohou být takové vrtule obtížně vyrobitelné. Pro korekci rychlého nárůstu a' se použije úprava, ve které se omezí její narůst. [3]

Velké změny v hodnotě a' u kořene lopatky jsou důsledkem porušení předpokladu, že hodnota úhlové rychlosti dodané do proudu vzduchu je malá. Proto se korigují změny a' vůči poloměru vztahem :

$$\frac{da'}{d\left(\frac{r}{R}\right)} < b \quad (60)$$

Hodnota b se určí empiricky na základě výsledků indukovaných rychlostí a geometrie lopatky. [3]

3 Návrh vrtule

Návrh vrtule vychází z charakteristik letounu. V této práci se zabýváme pouze cestovním režimem letounu. Při cestovním režimu letounu je potřeba udržet rychlost, neboli tahová síla se musí vyrovnat odporové síle. Pro tuto práci byly vybrány specifikace letounu EV-55 [5] a pomocí programu XFRLR [6] bylo namodelováno jeho křídlo a ve stejném programu proveden výpočet jeho charakteristik při různém úhlu náběhu pro danou cestovní rychlost. Po zpracování dat byl určen potřebný výkonový součinitel C_p (z rovnice (39)) k udržení rychlosti v závislosti na rychlostním poměru λ . V následující tabulce jsou uvedeny dané hodnoty cestovního režimu letounu a konstanty vzduchu.

Tabulka 2: Konstantní hodnoty použity ve výpočtu

v – rychlost letounu	110 m/s
m – hmotnost letounu	4600 kg
A – plocha křídel	24,95 m ²
ρ - hustota vzduchu	1,225 kg/m ³
Daný výkon P	200 kW
N_b - počet listů	3
D – průměr vrtule	3 m

Pro možnost porovnání obou návrhů vrtulí je zvolen stejný průměr, počet listů a také rychlost proudění vzduchu stejný.

3.1 Návrh vrtule z tunelového měření

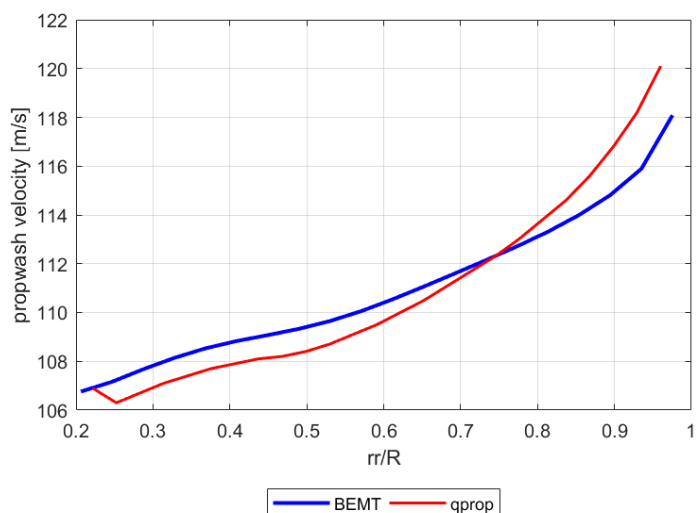
Závislost naměřených hodnot tahového a výkonového součinitele uvedené v [4] v závislosti na rychlostním poměru λ . Mezi naměřenými hodnotami C_p a účinnosti se interpolovaly křivky pro jiné úhly nastavení. Určily průsečíky interpolovaných hodnot C_p a potřebného C_p získaného vztahem (39) na základě zadaného výkonu (tab. 2). Z x-ové souřadnice průsečíků se následně určili jednotlivé účinnosti. Poté se akorát vybrala vrtule s největší účinností. Tímto postupem se určil úhel natočení 45° v 75 % poloměru lopatky, a tím se získala i celková geometrie lopatky (tětiva se nemění). Následně se vypočítala hodnota otáček pomocí definice rychlostního poměru. Následoval výpočet vlastností navržené vrtule pomocí programů BEMT a qprop.

3.1 Návrh vrtule z tunelového měření

Tabulka 3: Výsledné hodnoty pro návrh vrtule z měření

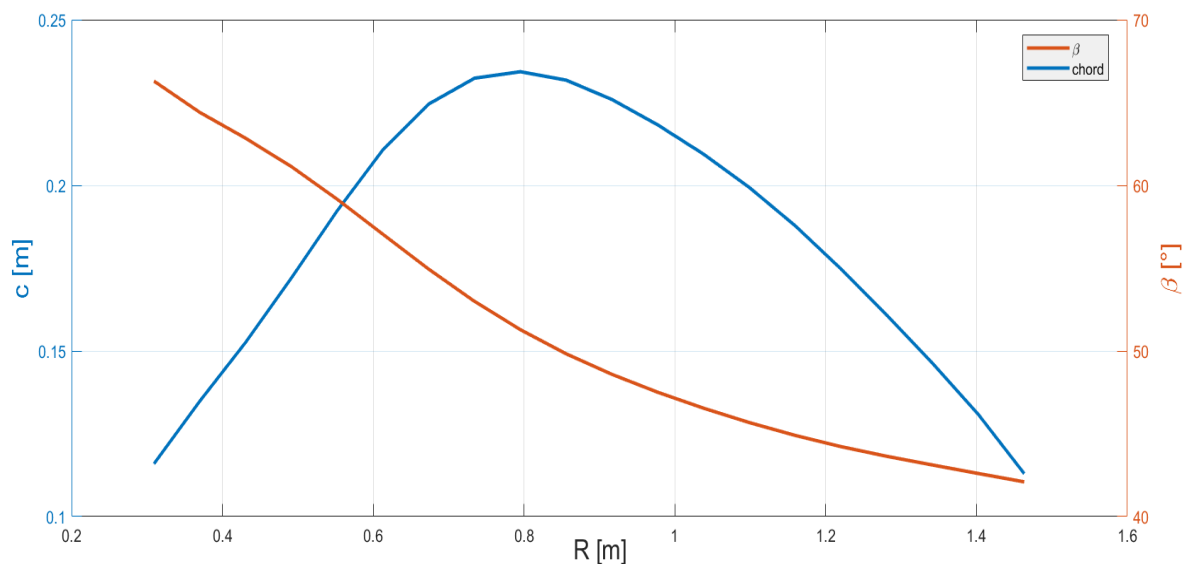
Výpočtový program	Tah [kN]	Výkon motoru [kW]	Účinnost [%]
BEMT	1.55	200	86
qprop	1.5	200	82

Na obr. (8) je porovnání rychlostí proudění za vrtulí vypočtené programem BEMT a qprop.



obr. 8: Porovnání rychlosti proudění za vrtulí

Na obr. (9) je znázorněná geometrie navržené lopatky.

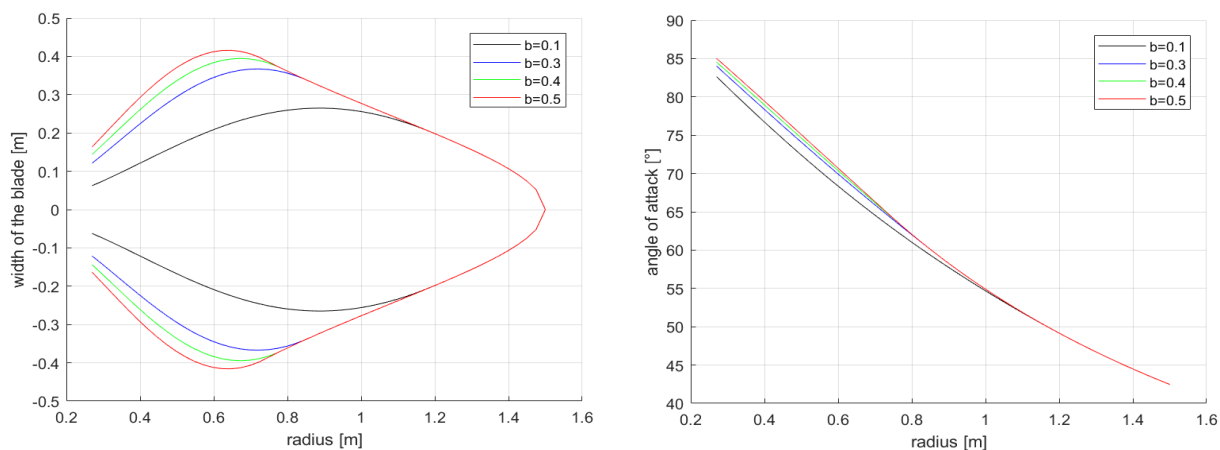


obr. 9: Geometrie lopatky

3.2 Návrh vrtule pro distribuovaný pohon

Hlavním cílem práce bylo navrhnout takovou vrtuli, aby se dosáhlo konstantní rychlosti proudění vzduchu za vrtulí, a tím se zvýšil vztlak na křídle. Výpočty byly provedeny pomocí programu BEMT (v prostředí Matlab) a v programu qprop. Dosažené výsledky oběma programy se shodovaly v průběhu vypočtené indukované rychlosti, ale v absolutních hodnotách se lišily.

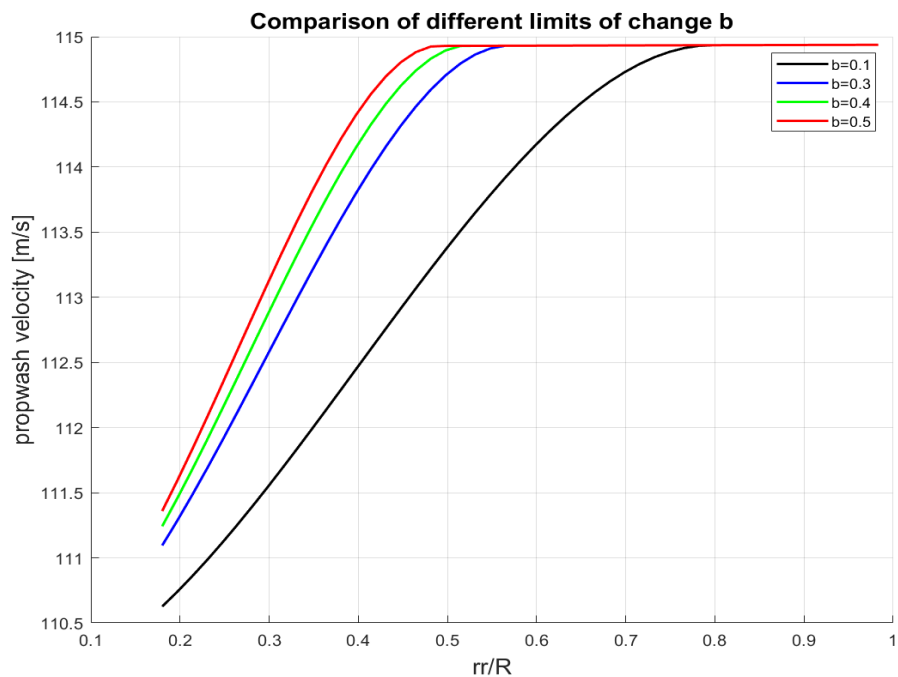
Hodnota b (omezení změny tečného indukčního faktoru) se určovala pomocí výsledné geometrie, dokud tětíva prudce nevzrostla u kořene lopatky. Hodnotu b lze měnit dle vstupních parametrů. Pro výchozí hodnotu b pro výpočet byla použita hodnota $b = 1,25$ uváděná v [3]. Po několika krocích iterace byla určena pro zadané parametry této práce hodnota $b=0,1$. Na obr. (10) je znázornění, jak hodnota b ovlivňuje finální geometrii listu, a na obr. (11) je znázorněn průběh indukované rychlosti.



obr. 10: Rozdíly ve vypočtené geometrii při různém b (vlevo úhel natočení, vpravo tětíva)

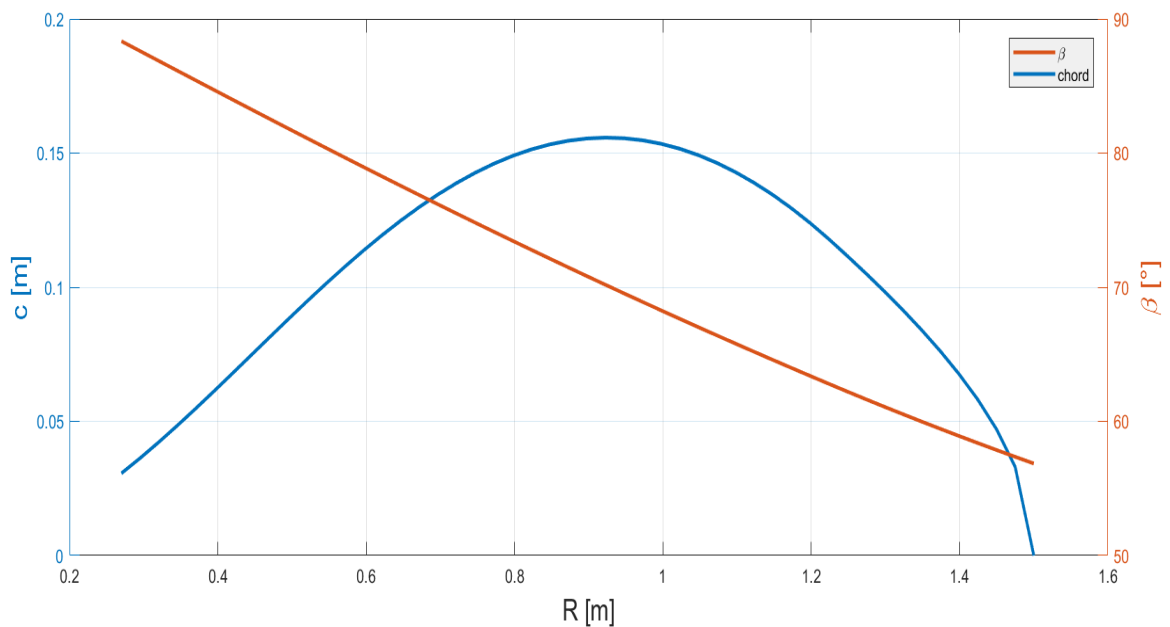
Z obr. (11) je vyplývá, že pro velké b nastane maximum indukované rychlosti (kap. 3.2) blízko u kořene lopatky. Pro malé b se indukovaná rychlost ustálí až ve 40% poloměru lopatky, což také není žádoucí.

3.2 Návrh vrtule pro distribuovaný pohon

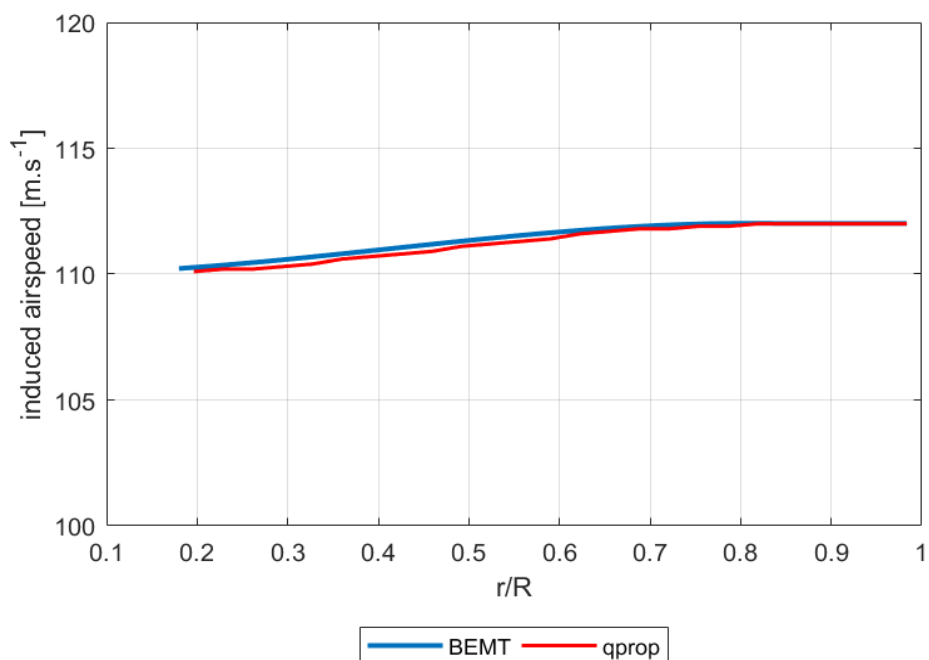


obr. 11: Výsledná indukovaná rychlost vypočtena BEMT

Na obr. (12) a je znázorněna geometrie navržené vrtule a na obr. (13) (rychlost proudění za vrtulí).



obr. 12: Geometrie navržené vrtule pro distribuovaný pohon



obr. 13: Porovnání rychlostí proudění za vrtulí

Pro všechny vypočtené návrhy hodnoty rychlosti proudění vzduchu za vrtulí v qprop vycházely o málo menší než z BEMT. Návrhový výpočet pro distribuovaný pohon vychází z BEMT, a proto pro zpětné vypočítání vlastností vyjdou vstupní parametry vrtule a celkové hodnoty tahu mohou vyjít zcela nesmyslné. Bude se tedy vycházet jenom z výsledků programu qprop.

Tabulka 4: Výsledné hodnoty pro návrh vrtule pro distribuovaný pohon

Výpočtový program	Tah [kN]	Výkon motoru [kW]	Účinnost [%]
BEMT	1.4	200	78
qprop	1.35	200	74

Tato vrtule není navržena ke generování tahu, ale k získání konstantní rychlosti proudění vzduchu za vrtulí. Z tohoto důvodu tah vychází menší a účinnost taktéž.

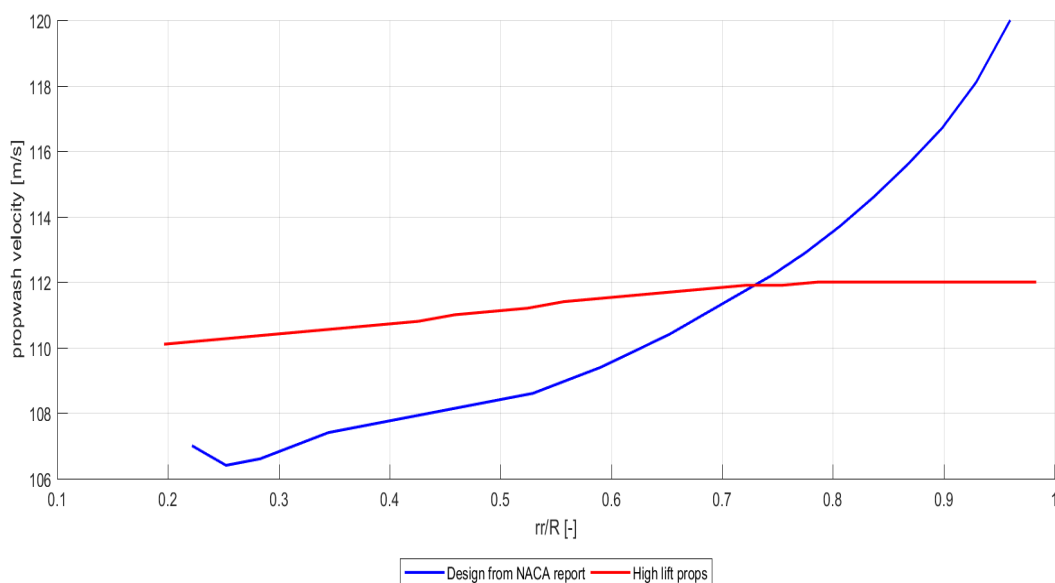
3.3 Porovnání návrhů

Obě navržené vrtule splňují podmínku potřebného tahu 1 kN. Hodnoty byly porovnávány mezi sebou, návrh z tunelového měření se bral jako základní. V následující tabulce je shrnuto porovnání obou návrhů.

Tabulka 5: Porovnání obou návrhů vrtulí

	Návrh z tunelového měření	Návrh pro distribuovaný pohon
Tah	1.5	1.4
Procentuální rozdíl tahu	-	-7 %
Výkon motoru	200	200
Procentuální rozdíl výkonu	-	-
Účinnost	82.5 %	78 %

Je zjevné, že navržená vrtule pro distribuovaný pohon není navržena za účelem generování tahu. Hlavním cílem návrhu bylo dosažení konstantní rychlosti proudění za vrtulí. Na obr. (14) je porovnání rychlostí proudění za vrtulí na poloměru lopatky z obou návrhů.



obr. 14: Porovnání rychlosti proudění za vrtulemi obou návrhů

Návrh pro distribuovaný pohon dle výpočtu vytvoří téměř konstantní průběh rychlosti proudění za vrtulí. Pokud by se počítalo s větším počtem motorů, mohl by se požadavek na tah od jedné vrtule snížit, tím požadovat menší potřebný výkon od motorů a zároveň snížit jejich hmotnost. Hlavním cílem v případě druhé navržené vrtule je zvýšení součinitele C_L a tím i zvýšení vztlaku na

3.3 Porovnání návrhů

křídle. Pomocí indukované rychlosti se následně dopočítá nový součinitel C_L dle vztahu rovnice (55). Vypočítá se průměrná rychlost proudění vzduchu za vrtulí pomocí váženého průměru:

$$U_{\infty_{avg}} = \frac{\sum \pi(r_{i+1}^2 - r_i^2) 0.5(U_{\infty_{i+1}} + U_{\infty_i})}{\pi(R^2 - r_{kořen}^2)} \quad (61)$$

Získá se tak hodnota axiálního indukčního faktoru a pomocí rovnice (9), která se následně dosadí do rovnice (55). Tím se získá upravený součinitel vztlaku C_L' . Po dosazení do zmíněných rovnic vyšly tyto hodnoty upraveného C_L .

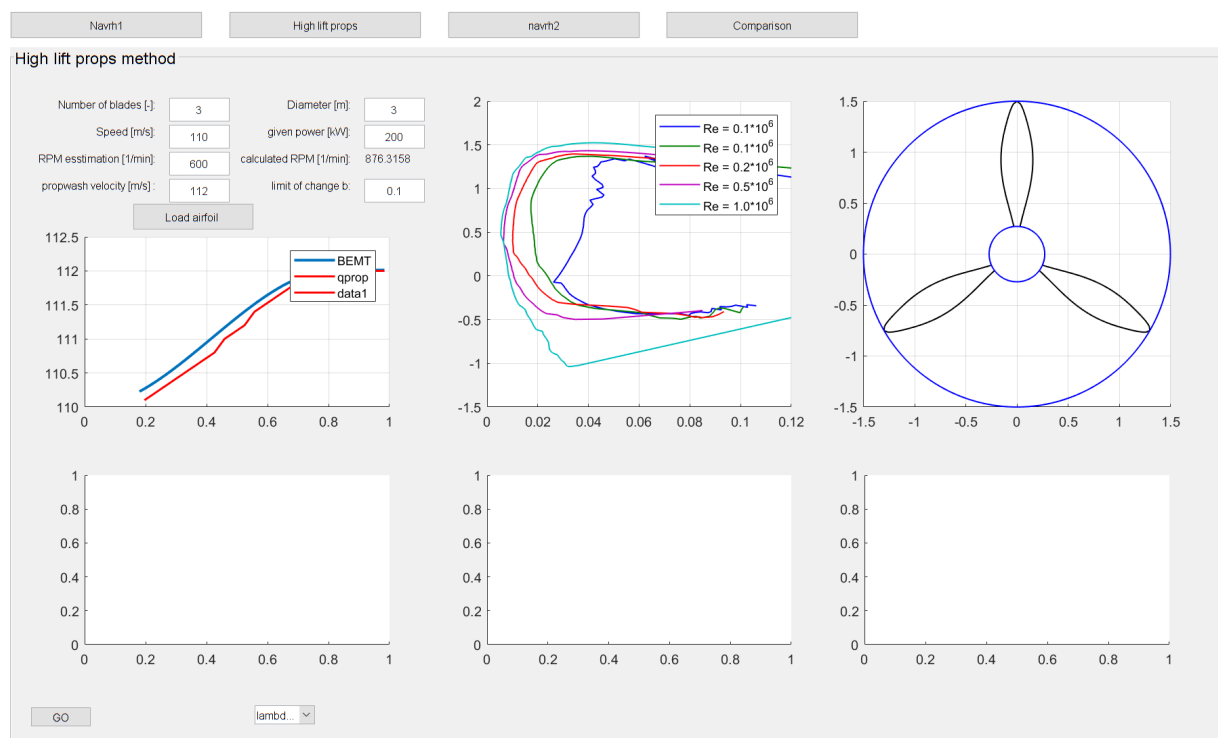
	Návrh z měření	Návrh pro distribuovaný pohon
C_L'	C_L	1.014 C_L

Z obr. (14) je zřejmé, že návrh vrtule pro distribuovaný pohon má konstantnější průběh rychlosti proudění za vrtulí a tudíž vážený průměr se bude téměř shodovat s hodnotou rychlosti proudění. Pro návrh z měření se též může vypočítat upravený součinitel vztlaku, nicméně tato hodnota by byla velice zkreslena, jelikož průběh součinitele vztlaku v závislosti na poloměru lopatky není konstantní jako v případě návrhu vrtule pro distribuovaný pohon a tudíž se nemůže počítat s upravenou hodnotou součinitele vztlaku.

Je vidět, že příspěvek není moc velký. V konceptu SCEPTOR [7] je vidět, že motory pohánějící vrtule po délce křídla se vypnou při cestovním režimu, vyjímaje motorů na koncích křídel. Je tedy možné, že tyto vrtule se mohou spíš využít při vzletu letounu, či při jeho přistání. Bylo by nutné ověřit tuto domněnku.

4 Vytvoření uživatelského rozhraní

Pro výpočty bylo vytvořeno uživatelské rozhraní, které umožňuje provedení návrhového výpočtu s možností interaktivní změny vstupních parametrů. Vkládanými parametry jsou požadovaná výsledná rychlost za vrtulí, hodnota otáček vrtule, rychlost letu, průměr vrtule a výkonu motoru. Výsledky výpočtu jsou průběh axiální indukované rychlosti po poloměru vrtule, geometrie vrtule a její charakteristiky při různých rychlostních poměrech. Program zároveň vygeneruje textový soubor s geometrií vrtule.



obr. 15: Uživatelské rozhraní s vykreslenými charakteristikami a geometrií navržené vrtule

Výstup uživatelského rozhraní je prezentován na obrázku (15). Pod vstupními parametry jsou uvedené průběhy indukované rychlosti v závislosti na poloměru lopatky, prostřední graf znázorňuje poláry pro různá Reynoldsova čísla použitého profilu, nahoře vpravo je vykreslená geometrie vrtule a v dolní části jsou grafy znázorňující charakteristiky vrtule v závislosti na rychlostním poměru λ .

5 Závěr

V této práci byl proveden návrhový výpočet vrtule s cílem získat konstantní rychlost proudění vzduchu za vrtulí. Výsledky byly ověřeny pomocí programu qprop a shodovaly se s výpočtem pomocí programu BEMT. Pro ověření výpočtu je třeba vytvořit fyzický model vrtule s navrženou geometrií a pomocí tunelového měření zkontrolovat vypočtené charakteristiky vrtule, zejména se zaměřit na proud vzduchu za vrtulí.

Citace

- [1] GLAUERT, H., *Aerodynamic Theory Vol-iv* [online]. Berlín, 1935 [cit. 2019-06-14]. Dostupné z: <https://archive.org/details/in.ernet.dli.2015.20038/page/n3>
- [2] Emrah Kulunk (July 5th 2011). *Aerodynamics of Wind Turbines, Fundamental and Advanced Topics in Wind Power*, Rupp Carriveau, IntechOpen, DOI: 10.5772/17854. [cit. 2019-06-14]. Dostupné z: <https://www.intechopen.com/books/fundamental-and-advanced-topics-in-wind-power/aerodynamics-of-wind-turbines>
- [3] PATTERSON, Michael. *CONCEPTUAL DESIGN OF HIGH-LIFT PROPELLER SYSTEMS FOR SMALL ELECTRIC AIRCRAFT* [online]. USA, 2016 [cit. 2019-06-14]. Dostupné z: <https://smartech.gatech.edu/handle/1853/55569>. Disertační práce. Georgia Institute of technology.
- [4] HARTMAN, E. P. a D. BIERMANN. *The Aerodynamic Characteristics of Full-Scale Propellers Having 2, 3, and 4 Blade of Clark Y and R.A.F 6 Airfoil Sections* [online]. 1. leden 1938, , 30 [cit. 2019-06-14]. Dostupné z: <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19930091715>
- [5] EV-55 Outback Evektor. *Evektor* [online]. [cit. 2019-06-30]. Dostupné z: <https://www.evektor.cz/en/ev-55-outback>
- [6] XFLR5. *XFLR5* [online]. 2019 [cit. 2019-06-30]. Dostupné z: <http://www.xflr5.com/xflr5.htm>
- [7] KAMLET, Matt. *Concept to Reality’: NASA Marks Milestones in Development of Electric X-57*. NASA [online]. USA, 2019 [cit. 2019-06-28]. Dostupné z: <https://www.nasa.gov/centers/armstrong/features/Major-Milestones-for-NASAs-Electric-X-Plane.html>