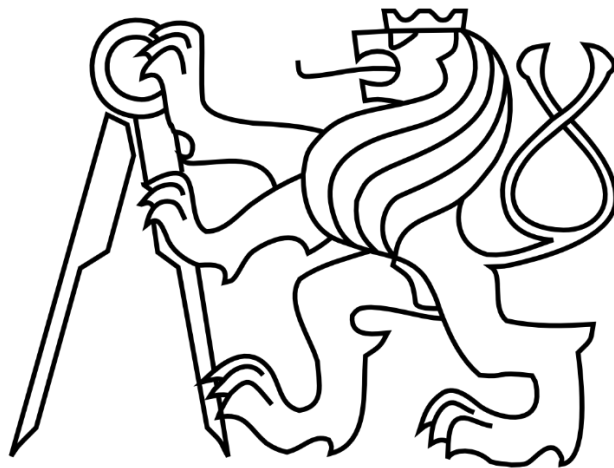


**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ  
V PRAZE**

**FAKULTA STROJNÍ**

Ústav automobilů, spalovacích motorů a kolejových vozidel



Bakalářská práce

Návrh sekundárního vypružení otočného  
podvozku nízkopodlažní tramvaje

A design of the secondary suspension of the  
pivoting bogie of the low-floor tram

Michael Bryan

2019

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Bryan** Jméno: **Michael** Osobní číslo: **466544**  
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**  
Zadávající katedra/ústav: **Ústav automobilů, spalovacích motorů a kolejových vozidel**  
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**  
Studijní obor: **bez oboru**

## II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

**Návrh sekundárního vypružení otočného podvozku nízkopodlažní tramvaje**

Název bakalářské práce anglicky:

**A design of the secondary suspension of the pivoting bogie of the low-floor tram**

Pokyny pro vypracování:

Vypracujte:

1. Rešerši koncepce řešení sekundárního vypružení u otočných podvozků nízkopodlažních tramvají.
2. Vyšetření základních prostorových možností zástavby sekundárního vypružení.
3. Rozbor silových účinků působících při jízdě na sekundární vypružení.
4. Stanovte základní technické parametry sekundárního vypružení.
5. Pevnostní výpočet navržených pružících prvků.
6. Průvodní technickou zprávou a sestavný výkres sekundárního vypružení v podvozku.

Seznam doporučené literatury:

Odborné časopisy, firemní literatura, patentová literatura, normy.

Skripta ČVUT:

KOLÁŘ, J.: Teoretické základy konstrukce kolejových vozidel

ŠÍBA, J.: Kolejová vozidla II.

ŠÍBA, J.: Kolejová vozidla II - pojezd

MARUNA, Z., HOFFMANN, V., KOULA, J. KROUPOVÁ, Z.: Metodika konstruování kolejových vozidel - osobní a nákladní podvozky

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

**doc. Ing. Josef Kolář, CSc., ústav automobilů, spalovacích motorů a kolejových vozidel FS**


Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **18.04.2019**

Termín odevzdání bakalářské práce: **10.07.2019**

Platnost zadání bakalářské práce:

  
doc. Ing. Josef Kolář, CSc.  
podpis vedoucí(ho) práce

  
doc. Ing. Oldřich Vitek, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

  
prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.  
podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací.  
Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

2.5.2019  
Datum převzetí zadání

Bryan  
Podpis studenta



## Abstrakt

Cílem této práce je návrh sekundárního vypružení pro otočný podvozek nízkopodlažní tramvaje. Bylo navrženo řešení sekundárního vypružení pomocí duplexní šroubovitě vinuté pružiny, na které jsou provedeny všechny potřebné pevnostní výpočty. Výpočet napětí v pružině vychází z normy EN 13 906-1. První část práce je věnována rešerši dosavadních otočných podvozků používaných u nízkopodlažních tramvajů. Za účelem vhodného návrhu sekundárního vypružení byl udělán rozbor statických a dynamických sil na vypružení. Byla určena vlastní frekvence vozu, která závisí na navržené tuhosti vypružení. Dále byly vyšetřeny prostorové podmínky pro sekundární vypružení pod sníženou podlahou a v prostoru pod sedadly cestujících. V závěru práce je navrženo uložení pružin v podvozku.

### Klíčová slova

Nízkopodlažní tramvaj, sekundární vypružení, otočný podvozek

## Abstract

The aim of this thesis is a design of secondary suspension for a pivoting bogie of a low-floor tramway. The designed solution is using a duplex helical coil spring, on which were made all necessary strength and stability calculations. Tension in the spring was calculated using standard EN 13 906-1. In first part of the thesis is a research of present pivoting bogies used for low-floor trams. In order to design appropriate secondary suspension an analysis of static and dynamic forces on the suspension was made. Natural frequencies of the vehicle were calculated, which rely on the designed stiffness of designed suspension. There was made a research on space conditions for secondary suspension under the low floor and in the space under passenger seats. Finally in the thesis is placement of the springs in the bogie designed.

### Key words

Low-floor tramway, secondary suspension, pivoting bogie



## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně pouze za odborného vedení vedoucího práce. Veškeré zdroje informací, ze kterých jsem čerpal, jsou uvedené v seznamu literatury.

*Dne*

*Podpis*



## Poděkování

Rád bych poděkoval mému vedoucímu práce doc. Ing. Josefu Koláři za cenné rady a užitečné materiály k vypracování bakalářské práce. Také bych rád poděkoval rodině za podporu během studia.



## Obsah

1	Úvod.....	8
1.1	Důvod užití otočného podvozku .....	8
2	Rešerše dosavadních otočných podvozků.....	11
2.1	Podvozek Komfort .....	11
2.2	Podvozek EVO.....	12
2.3	Alstom iXEGE .....	13
2.4	Alstom IPOMOS .....	14
2.5	Škoda 15T .....	16
2.6	Shrnutí.....	18
3	Návrh sekundárního vypružení.....	19
3.1	Hmotnostní bilance .....	19
3.2	Prvotní návrh tuhosti.....	20
3.3	Kontrola vlastní frekvence soustavy .....	20
3.4	Silové zatížení sekundárních pružin.....	22
3.4.1	Statické osové zatížení pružin.....	22
3.4.2	Svislé dynamické přetížení.....	23
3.4.3	Příčné zatížení pružin.....	24
3.5	Možnosti prostorové zástavby.....	25
4	Návrh jednoduché vinuté šroubovitě pružiny.....	28
4.1	Pevnostní kontrola navržené pružiny .....	28
5	Návrh duplexní vinuté šroubovitě pružiny .....	32
5.1	Rozdělení sil v rámci vnější a vnitřní pružiny .....	33
5.2	Přepočítání vlastní frekvence a dynamické přírážky pro danou pružinu. ....	34
5.3	Pevnostní výpočet navržených pružin.....	34



---

5.3.1	Dovolená napětí .....	34
5.3.2	Namáhání při osovém zatížení.....	34
5.3.3	Kombinované namáhání při osovém i příčném zatížení.....	35
5.3.4	Kontrola stability .....	38
5.3.5	Kontrola převrácení .....	39
6	Uspořádání vypružení v podvozku .....	40
	Závěr .....	42
	Použitá literatura a zdroje .....	43
	Seznam příloh .....	44



# 1 Úvod

S postupným zvyšováním požadavků na bezbariérovost hromadné dopravy se začaly vyvíjet nové typy tramvajových podvozků, které by tyto požadavky splňovaly. Jedním z kritérií nízkopodlažní tramvaje je poloha podlahy ve výšce 350 mm nad rovinou temene koleje (dále jen T.K.).

Moderní nízkopodlažní tramvaje jsou konstruovány jako sestava kloubově propojených průchozích článků. Aby se snížily náklady na výrobu těchto tramvají, jsou díly na jejich stavbu navrženy modulárně. Takto se dají postavit různé typy tramvají pomocí některých stejných nebo podobných součástí. Nejčastěji jsou tramvaje koncipovány jako částečně nízkopodlažní, třeba se sníženou podlahou v mezipodvozkových člancích, například Škoda 14T, nebo nízkopodlažní ze 100 %, např. Škoda 15T. V dnešní době se již vyvíjí pouze zcela nízkopodlažní tramvaje. Podvozky mohou být neotočné, kde se daný článek otáčí stejně s podvozkem pod ním a k natočení tramvaje dochází pouze v kloubech mezi články. Tyto tramvaje s neotočnými podvozky nejsou příliš vhodné k provozu ve spletitéch tramvajových sítích, s velkým počtem oblouků malých poloměrů, jako například v Praze, jelikož dochází k větší míře opotřebení kol i kolejí vlivem větších řídicích a vodících sil vznikajících na dvojkolích podvozku. [1]

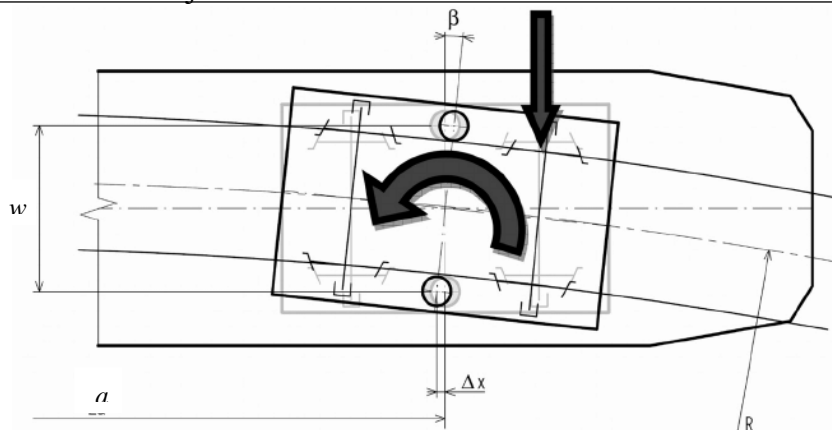
Pro zajištění dobrého jízdního komfortu používají moderní tramvaje dvoustupňové vypružení. Primární odpružení je mezi ložiskovým domkem nápravy nebo nápravnicí a rámem podvozku. Sekundární vypružení je mezi podvozkem a vozovou skříní. Návrh právě tohoto vypružení u otočného podvozku je cílem mé práce.

Aby bylo možné zajistit osu otáčení uprostřed podvozku je třeba příčný nosník rozkládající se mezi pružinami sekundárního vypružení. Tomu se říká kolébka, a právě v tomto případě je v jeho středu otočný čep nebo ložisko, které unáší skříň vozidla.

## 1.1 Důvod užití otočného podvozku

Podvozky standardních železničních kolejových vozidel jsou otočné. V traťových směrových obloucích, jejichž minimální poloměr na železnici je 150 m, je však natočení podvozku pod skříní vozidla malé a projevuje se malým vzájemným posunutím podvozku vůči skříní vozidla v místech sekundárního vypružení, viz obr. 1. Pro ukázkou uvedu zjednodušený výpočet deformace pružin sekundárního vypružení u hnacího čtyřnápravového vozidla, např. lokomotivy ř. 380 při průjezdu obloukem o  $R = 150$  m.





Obrázek 1: Natočení podvozku [12]

Úhel natočení podvozku

$$\sin \beta = \frac{a}{2R}$$

$$\tan \beta = \frac{\Delta x}{\frac{w}{2}}$$

Pro malý úhel  $\beta$  platí:  $\sin \beta \cong \tan \beta \cong \beta$ , z toho vyplývá

$$\Delta x = \frac{a \cdot w}{4R} \quad (1-1)$$

Kde  $a$  je vzdálenost os otáčení,  $R$  je poloměr oblouku a  $w$  je rozchod pružin. Po dosazení přibližných hodnot pro vůz ř. 380 dostávám

$$\Delta x = \frac{8700 \cdot 2000}{4 \cdot 150 \cdot 10^3} = 29 \text{ mm}$$

$\Delta x$  je pouze deformace v podélném směru. Při jízdě však skříň vozidla oproti podvozku navíc příčně vybočuje.

Celková deformace je definovaná

$$\Delta = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2},$$

kde  $\Delta y$  je deformace v příčném směru vlivem dynamických sil při průjezdu obloukem a bývá cca 60 mm. Takové radiální deformace  $\Delta$  jsou vysoké štíhle pružiny, označované jako flexi-coil pružiny, u standartních kolejových vozidel ještě schopné snést. Hodnoty v těchto výpočtech jsou pouze orientační.



Podobným postupem bych mohl určit deformaci pružiny tramvaje projíždějící obloukem o poloměru  $R = 20 \text{ m}$ . Pro takto malý poloměr  $R$  vychází velký úhel natočení podvozku  $\beta$ , a proto nelze použít náhradu goniometrických funkcí malého úhlu a vztah (1-1). Proto celkovou radiální deformaci pružiny  $\Delta$  danou natočením podvozku určím z kosinové věty upravené pro tento případ

$$\Delta^2 = \left(\frac{w}{2}\right)^2 + \left(\frac{w}{2}\right)^2 - 2 \left(\frac{w}{2}\right) \cdot \left(\frac{w}{2}\right) \cdot \cos \beta$$

kde úhel  $\beta$  určím ze vztahu

$$\sin \beta = \frac{a}{2R} = \frac{6700}{2 \cdot 20 \cdot 10^3} = 0,1675 \Rightarrow \beta = 9,64^\circ$$

Po úpravě kosinové věty dostávám vztah pro deformaci pružiny  $\Delta$

$$\Delta = \sqrt{\frac{w^2}{2} \cdot (1 - \cos \beta)} \quad (1-2)$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{1500^2}{2} \cdot (1 - \cos 9,64^\circ)} = 126,04 \text{ mm}$$

V tomto výpočtu příčné deformace  $\Delta$  není zohledněn vliv vybočování skříně při průjezdu obloukem na sekundární vypružení, jeho vliv je ale oproti vlivu od natočení zanedbatelný. Přesto je příčná deformace příliš velká a vedla by ke ztrátě stability pružiny. Tramvajové vypružení je podstatně menší, přibližně poloviční, oproti standartním kolejovým vozidlům. Pružiny mají větší příčnou tuhost a takovéto výchylky by ani nebyly schopny dosáhnout. Z toho je zřejmé, má-li se natáčet podvozek pod skříní, musí být otočný a jeho součástí bude i výše zmíněná kolébka. Proto se budu dále v rešerši zabývat pouze otočnými podvozky.



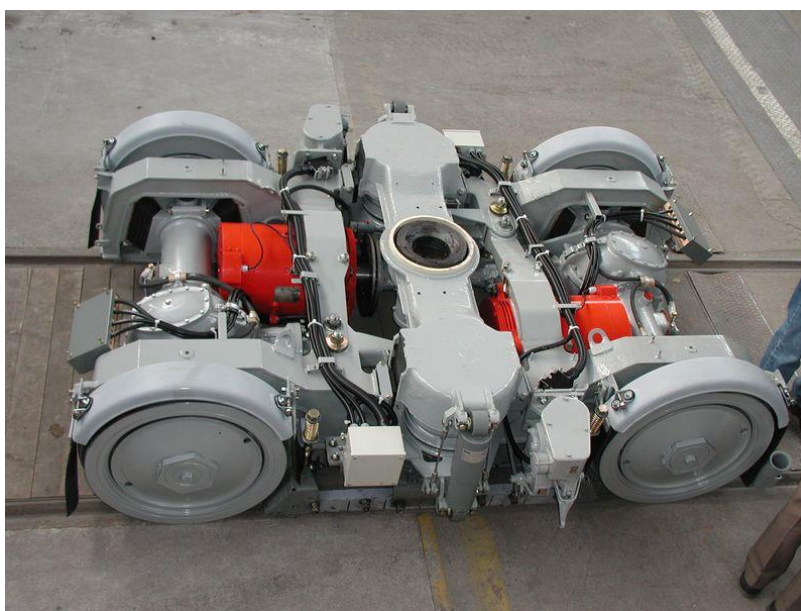
## 2 Rešerše dosavadních otočných podvozků

Nejjednodušším typem otočného podvozku je podvozek klasické vysokopodlažní tramvaje, proto nejprve uvedu podvozek vycházející z podvozků klasických tramvají řady T.

### 2.1 Podvozek Komfort

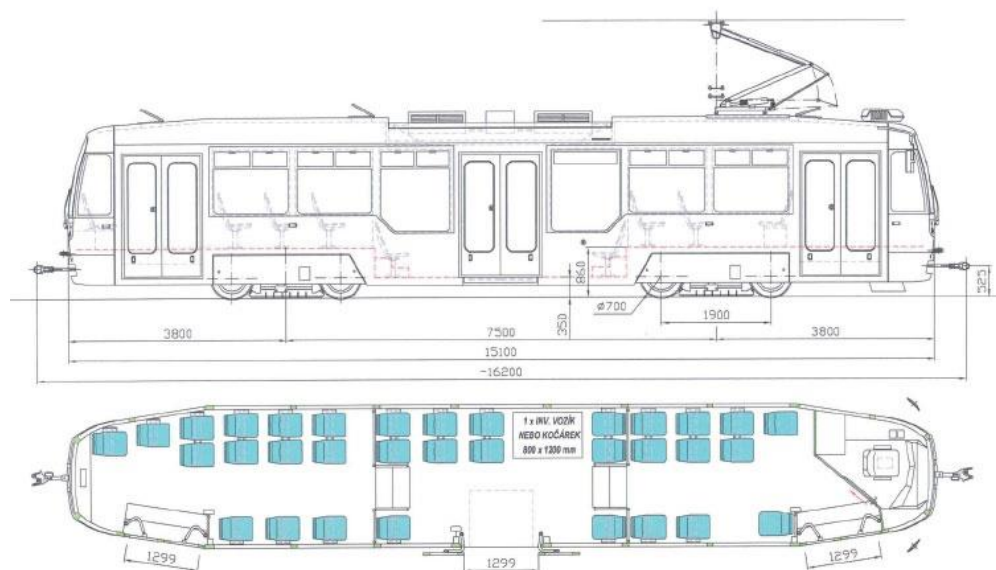
Podvozek Komfort se skládá ze dvou T dílů, které jsou propojeny pomocí dvou silentbloků, to zaručuje torzní poddajnost podvozku.

Primární vypružení je tvořeno pryžokovovými pružiny typu MEGI uloženými mezi ložiskovým domkem a rámem podvozku. Sekundární vypružení je tvořeno duplexními šroubovými pružinami s hydraulickými tlumiči. Vedení kolébky ve svislém směru je uskutečněno vodícími kameny. [3]



Obrázek 2: Podvozek Komfort [2]

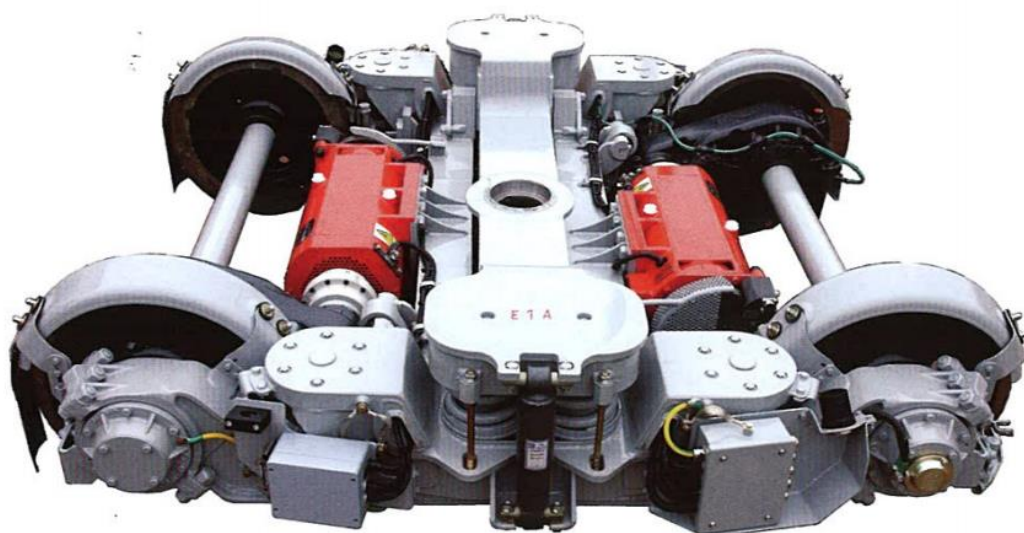
Na obrázku 3 je typový výkres tramvaje Vario LF se dvěma podvozky Komfort. Vůz je nízkopodlažní pouze v jeho střední části s výškou 350 mm nad TK. Zbytek podlahy je oddělen dvěma až třemi schody s výškou 860 mm nad TK. Stejný typ vozu jezdí i v Praze pod názvem T3P.LF. [3]



Obrázek 3: Typový výkres tramvaje VarioloLF [3]

## 2.2 Podvozek EVO

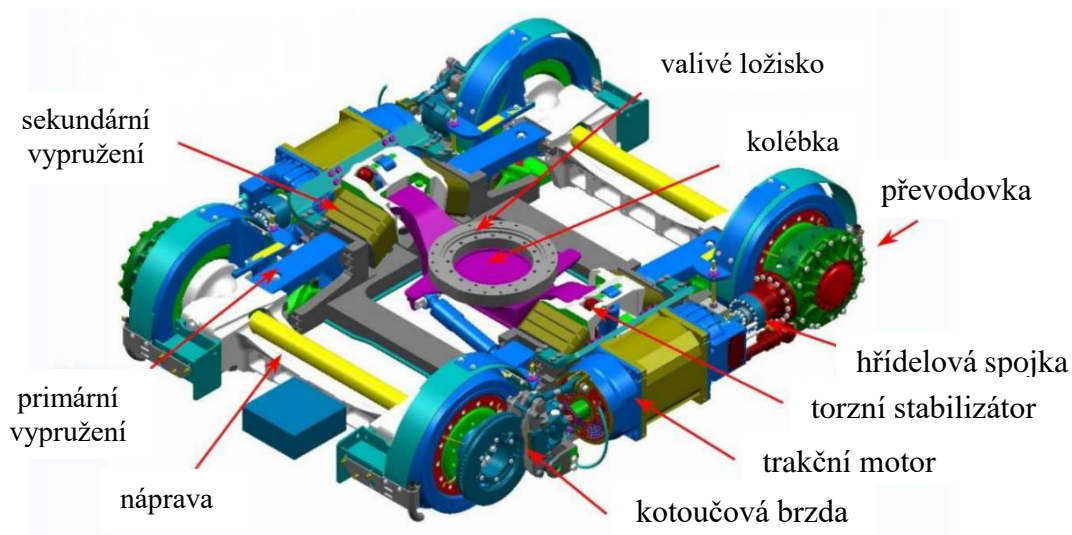
Pojezdy typové řady tramvajů EVO jsou tvořeny dvěma (nebo třemi) plně otočnými podvozky s pevnými nápravami. Podvozek má vnější rám tvaru H. Primární vypružení tvoří pryžokovové pružiny. Sekundární vypružení se skládá z dvojic šroubových pružin na každé straně se svislými hydraulickými tlumiči. Kola jsou odpružená s použitím svislých pryžokovových vložek. Trakční motory jsou zavěšeny po stranách příčniku příčně vzhledem k vozidlu. [4]



Obrázek 4: Podvozek EVO [4]

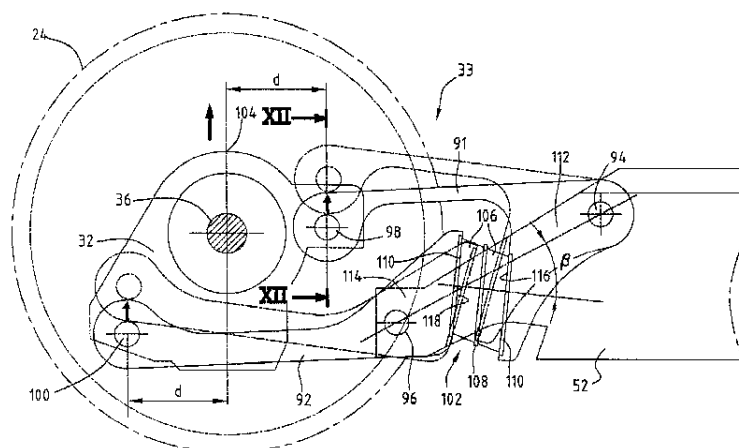
### 2.3 Alstom iXEGE

Podvozek iXEGE je jeden z prvních otočných podvozků umožňující nízkopodlažní část vozu i nad podvozkem. Je tvořen rámem, k němuž jsou přes táhla připojeny nápravnice s pevnými nápravami. Po stranách podvozku jsou podélně uloženy motory pohánějící přes převodovky jednotlivé nápravy.



Obrázek 5: Podvozek Alstom iXEGE [5]

Primární vypružení je uskutečněno párem spojovacích táhel u každého kola. Na jedné straně jsou přes čepy připojeny k rámu a na druhé k ložiskovému domku. Táhla jsou navzájem posunuta v podélném směru a na jejich konci u rámu podvozku je mezi nimi uložena dvouvrstvá pryžokovová pružina. Ta se deformuje v podélném směru, a tím umožňuje nízký profil podvozku v dané části. Mechanismus primárního vypružení je podrobně vidět na obrázku 6. Sekundární vypružení tvoří dvojice šikmo proti sobě uložených sendvičových pryžokovových pružin, které drží kolébku, jak je vidět na obrázku 5. Tato pružina dobře umožňuje svislou i příčnou výchylku skříně především díky smykové deformaci pryže mezi ocelovými pláty. Na obou koncích kolébky u pružin jsou vertikální tlumiče. V její spodní části pak jsou dva příčné tlumiče, každý z nich je pak uchycen ke straně rámu podvozku. Dále podvozek obsahuje stabilizační tyč. Ta je přes pouzdra přichycena k podélníkům rámu a na konci ramen ke kolébce. Stabilizační tyč omezuje pohyblivost skříně vůči podvozkem v podélném směru. [7]

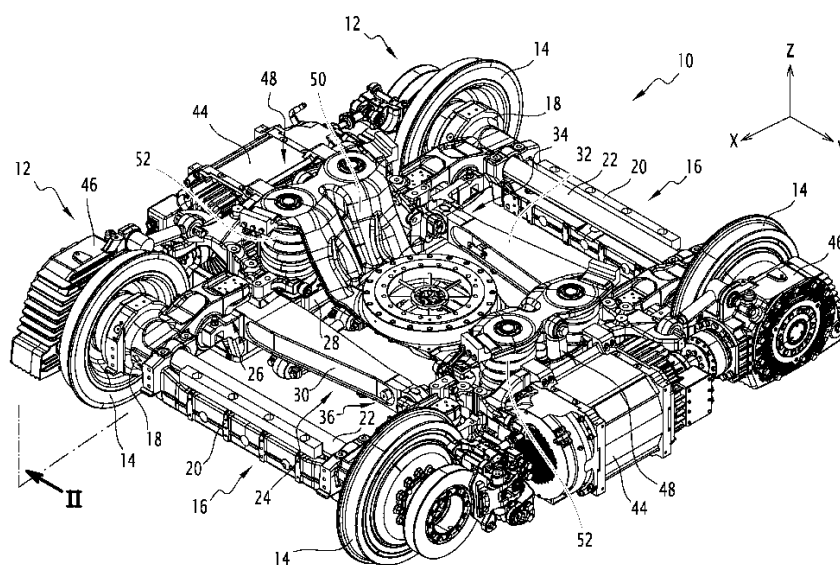
**FIG.12**

Obrázek 6: Detail primárního vypružení podvozku iXEGE [7]

## 2.4 Alstom IPOMOS

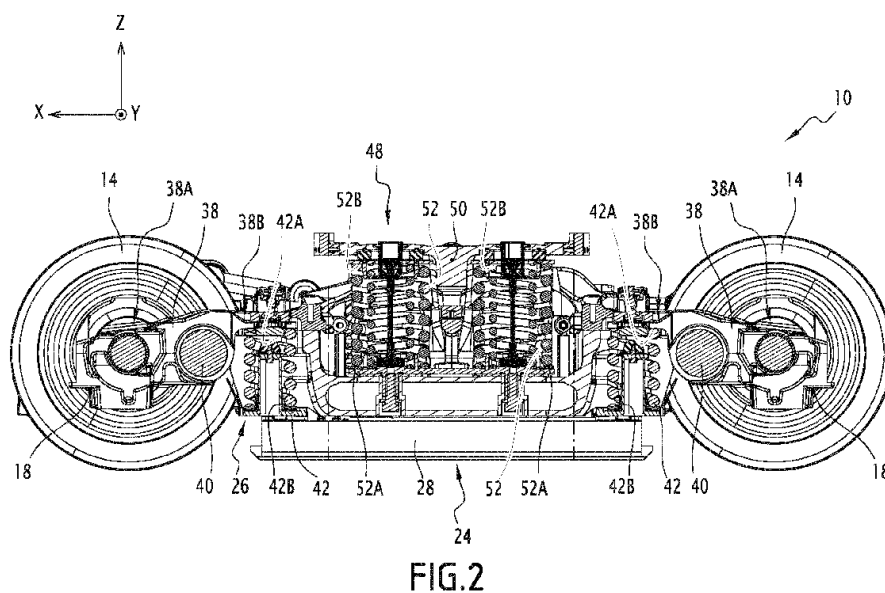
Podvozek tramvaje CITADIS, dalo by se říci, je to následovník podvozku iXEGE, kde jsou všechny pružiny pryžové. Pryž a jiné elastomerní materiály mají velkou výhodu v kompaktnosti a malých prostorových nárocích, při zachování dobrých pružících vlastností. To se obzvláště hodí u nízkopodlažních tramvají, kde je prostor pro mechanismus vypružení stísněný. Avšak tyto materiály mají značnou nevýhodu v účinnosti, která s časem klesá. Dále se účinnost zhoršuje při velmi vysokých nebo nízkých teplotách, kdy se mění pružnost materiálu v závislosti na teplotě. [8]

Proto je podvozek navržen s ocelovými šroubovými pružinami v primárním i sekundárním vypružení. Vnitřní rám podvozku je tvořen dvěma díly tvaru L spojenými do obdélníka. Příčnick je na jednom konci pevně spojen s podélníkem a na druhém je připojen k druhému podélníku přes čep. Takto flexibilní rám dovoluje kontakt všech čtyř kol s kolejnicemi, i když body dotyku nejsou v jedné rovině. [8]



Obrázek 7: Podvozek Ipomos [8]

Pevné nápravy jsou s rámem podvozku spojeny pomocí podélně uložených ramen primárního vypružení. Jeden konec ramene je chycen k ložiskovému domku u příslušného kola. Druhý konec je volný. Každé z těchto ramen je otočně spojené s konci podélníků podvozku pomocí čepu. Pružící prvek zde tvoří šroubová pružina uložená mezi sedly na podélníku a volném koci ramene. Toto řešení je výjimečné tím, že pružina je umístěna přibližně ve výšce osy dvojkolí. U běžných podvozků bývá pružina nad osou. Tímto uvolňuje více prostoru nad podvozkem. Sekundární vypružení tvoří dva páry duplexních šroubových pružin uložených na podélníku. Ty drží kolébku s ložisky, která nesou skříň vozu. [8]

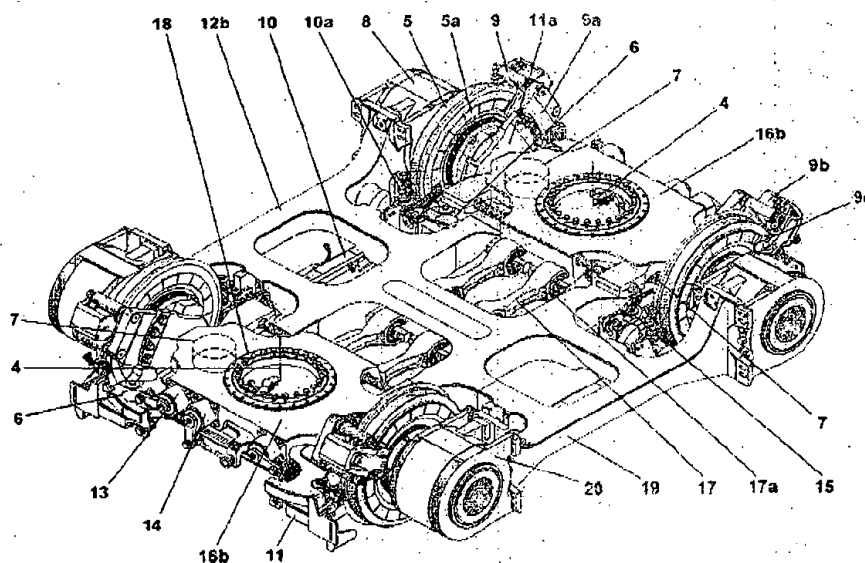


Obrázek 8: Detail vypružení podvozku Ipomos [8]

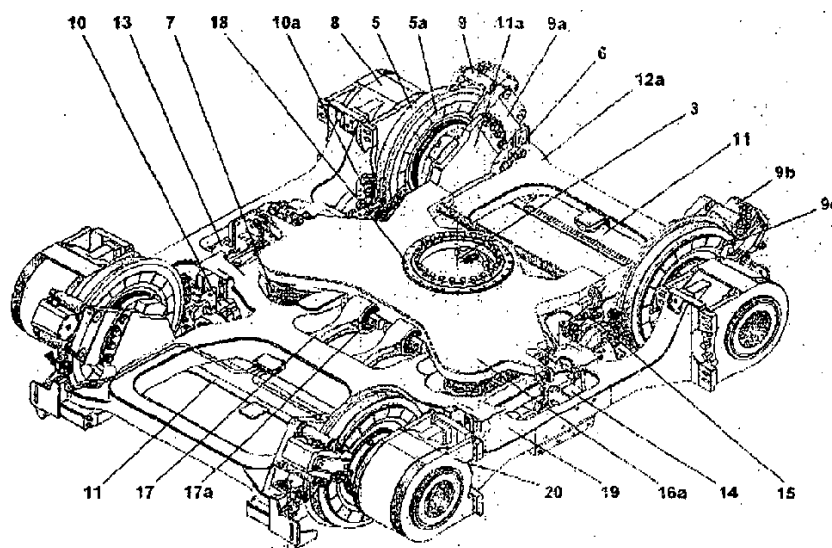
## 2.5 Škoda 15T

Tramvaj Škoda 15T s obchodním označením ForCity Alpha je plně nízkopodlažní tramvaj se čtyřmi otočnými trakčními podvozky. Tramvaj má dva typy podvozků. Střední podvozky (obr. 9) jsou typy Jacobsových podvozků, kdy jeden podvozek je společný dvěma skříním nebo článkům. Podvozek má dvě kolébky, které jsou uloženy mezi páry protilehlých kol. Krajní podvozek (obr. 10) má jednu kolébku, která je umístěna přibližně uprostřed podvozku, ale má posunutou osu otáčení směrem ke středu tramvaje, zhruba ve 2/3 rozvoru podvozku. To umožňuje širší průchozí uličku na koncích tramvaje tím, že se kola blíže středu tramvaje při průjezdu obloukem posouvají příčně vůči skříní méně než kola krajní. [9]





Obrázek 9: Střední podvozek tramvaje Škoda 15T [9]



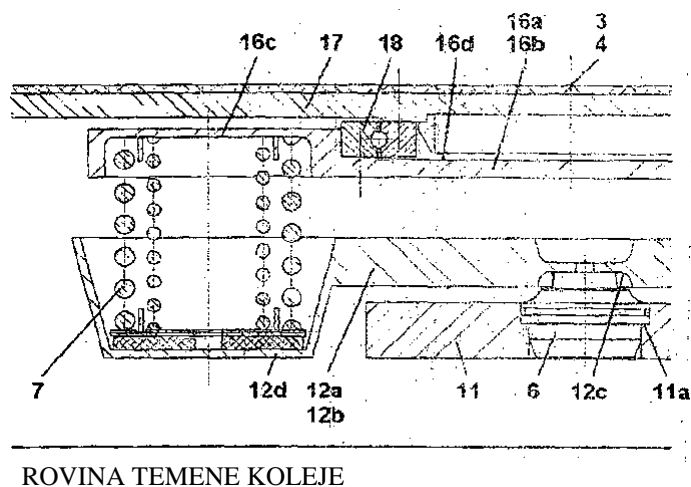
Obrázek 10: Krajní podvozek tramvaje Škoda 15T [9]

Samostatná kola jsou uchycena vně nápravnice (11), která je uchycena k podvozku (12) přes primární odpružení (6). Primární vypružení je uloženo v kapsách nápravnice a tvoří ho pryžové pružiny, pravděpodobně kuželového nebo valivého typu. Shora je pružina uložena do vybrání v podvozku, jak je vidět v detailu vypružení na obrázku 11.

Sekundární vypružení (7) tvoří čtyři duplexní pružiny na každém podvozku. Dolní sedlo pružiny je součástí rámu podvozku a je umístěno co nejnižší v úrovni nápravnice, tak aby pružiny sekundárního vypružení byli umístěny co nejbližší k T.K. Shora na



pružinách je pak umístěna kolébka s otočným ložiskem (18), které je pevně spojeno se spodkem vozidla (17).



Obrázek 11: Detail vypružení tramvaje Škoda 15T [9]

Díky tomuto uspořádání je nad podvozky možné zajistit dostatečnou šířku průchodu a zároveň výšku podlahy do 450 mm, která je pozvolně klesajícími rampami spojena se zbytkem vozu.

[9]

## 2.6 Shrnutí

Pro sekundární vypružení osobních vozů jsou nejlepší vzduchové pružiny, které mají progresivní charakteristiku vypružení. To znamená, že tuhost pružin roste se zátěží, a tím zajišťují konstantní vlastní frekvenci houpání skříně vozidla. Vzduchové pružiny pro svoji funkci potřebují stlačený vzduch, a tedy někde ve vozidle by musel být kompresor. Ten by v tramvaji zabíral prostor a zvyšoval hmotnost, dále by se muselo řešit jeho odhlučnění. Kvůli těmto nevýhodám se v tramvajích běžně nepoužívají.

Dále se nabízí pryžové pružiny, které pro svoji funkci potřebují velmi malý prostor, ale jsou náchylnější ke stárnutí oproti ocelovým pružinám.

Nejvýhodnější variantou pro sekundární vypružení vycházejí ocelové pružiny. Mají dlouhou životnost a jsou běžně dostupné. Řazením šroubových pružin s různými délkami paralelně nebo sériově lze dosáhnout lineárně lomené charakteristiky a tím je možné lépe udržet vlastní frekvenci vozidla v určitém rozsahu.

Proto jsem se rozhodl pro svůj návrh sekundárního vypružení použít ocelové vinuté šroubovitě pružiny.



### 3 Návrh sekundárního vypružení

Sekundární vypružení navrhuji pro jednočlánekovou nízkopodlažní tramvaj se dvěma otočnými podvozky. Pro výchozí návrh vycházím z hmotnosti a kapacity cestujících vyrobené tramvaje EVO 1. [4]

#### 3.1 Hmotnostní bilance

Pro základní návrh vypružení je klíčové znát parametry, za kterých bude pracovat. Zde uvádím hmotnosti cestujících a skříně. Hmotnost podvozku a dvojkolí mi stanovil ze zkušenosti vedoucí práce.

#### Hmotnost vozidla a jeho částí

Hmotnost prázdného vozu	$m_{PV}$	20000 kg
hmotnost prázdné skříně	$m_{PS}$	11500 kg
hmotnost jednoho podvozku	$m_{pk}$	4250 kg
hmotnost jednoho dvojkolí	$m_{dv}$	1000 kg

Tabulka 1 [4]

#### Užitná hmotnost dle kapacity cestujících

V tabulce 2 jsou přepočítané různé hmotnosti cestujících podle podlahové plochy ke stání a počtu sedadel. Podle normy ČSN 28 1300 počítám s průměrnou hmotností jedné osoby 70 kg.

počet míst k sezení	30 os
počet míst ke stání při obsazenosti $5 \text{ os}/\text{m}^2$	80 os
maximální obsaditelnost při $8 \text{ os}/\text{m}^2$	158 os
užitná hmotnost plného vozu (hmotnost cestujících) $m_{osmax}$	11060 kg
hmotnost cestujících při obsazenosti $5 \text{ os}/\text{m}^2$ $m_{os5}$	7700 kg

Tabulka 2 [4]

Obsazenost 8 osob na metr čtvereční je prakticky nemožná, alespoň u nás. Nicméně norma ji připouští a všechny prvky musejí být dimenzovány na tuto zátěž. Běžná obsazenost ve špičce je dle studie PID do  $5 \text{ os}/\text{m}^2$ . Maximální obsazenost pražských tramvají, které bylo dosaženo při zkouškách se pak pohybuje kolem  $6 - 7 \text{ os}/\text{m}^2$ . Proto v některých případech uvádím i síly a průběhy pro obsazenost  $5 \text{ os}/\text{m}^2$  ( $m_{os5}, F_{os5}$ ), která je blíže reálnému provozu. [13]



### 3.2 Prvotní návrh tuhosti

Nejdůležitější vlastností pružiny je její tuhost  $k$ , od ní se také budou odvíjet další parametry jako průměr drátu, střední průměr šroubovice nebo počet závitů.

Prvotní návrh tuhosti  $k_{Zmin}$  určím z užitého sednutí (osové deformace) ze zadání úlohy  $z_{sek} = 45 \text{ mm}$ , které mi bylo stanoveno vedoucím

$$k_{Z2min} = \frac{G_{už}}{z_{2už}} = \frac{m_{OSmax} \cdot g}{z_{2už}} = \frac{11060 \cdot 9,81}{45} = 2411 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

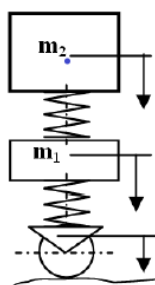
$$k_{Z1min} = \frac{G_{už}}{z_{1už}} = \frac{m_{OSmax} \cdot g}{z_{1už}} = \frac{11060 \cdot 9,81}{15} = 7233 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

[6]

### 3.3 Kontrola vlastní frekvence soustavy

Při jízdě vozidla po nerovné koleji dochází k rozkmitání skříně a podvozků. Vlastní frekvence netlumeného houpání skříně by se měla pohybovat v rozsahu 1–2 Hz u osobního vozidla, určeného k přepravě na krátkou vzdálenost, což odpovídá MHD. [10]

Jedná se o předběžný návrh, po dohodě s vedoucím mi bylo doporučeno uvažovat pouze model dvouhmotové soustavy, který popisuje houpání skříně a podvozků, to znamená pohyb ve svislém směru. Vlastní frekvence a tvary jsem získal z homogenního řešení pohybové rovnice netlumené dvouhmotové soustavy se dvěma stupni volnosti. Na obrázku 12 je znázorněn model této soustavy.



Obrázek 12: Náhradní schéma dvouhmotové soustavy [10]

Kde  $m_1$  je hmotnost vypružených hmot podvozku

$$m_1 = 2 \cdot m_{pk} - n_{dv} \cdot m_{dv} = 2 \cdot 4250 - 4 \cdot 1000 = 4500 \text{ kg}$$

a  $m_2$  je hmotnost skříně:

a) prázdné skříně  $m_2 = m_{PS} = 11\,500 \text{ kg}$

b) plné skříně  $m_2 = m_{LozS} = 22\,560 \text{ kg}$



Pro kontrolu jsem využil vztah z materiálů od mého vedoucího, kde mi vyšly stejné hodnoty frekvencí.

$$f_{1Z,2Z(PV)} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_{Z2}}{2m_2} + \frac{k_{Z1} + k_{Z2}}{2m_1} \mp \sqrt{\left(\frac{k_{Z2}}{2m_2} + \frac{k_{Z1} + k_{Z2}}{2m_1}\right)^2 - \frac{k_{Z1} \cdot k_{Z2}}{m_1 \cdot m_2}}} \quad (3.1)$$

[10]

### a) Vlastní frekvence prázdného vozu

Řešením příslušné rovnice soustavy nebo po dosazení do vztahu (3.1) mi vyšly hodnoty frekvencí pro prázdný vůz  $f_{1Z} = 1,97 \text{ Hz}$  a  $f_{2Z} = 7,46 \text{ Hz}$ .

### b) Vlastní frekvence plného vozu

Pro plný vůz mi vyšly frekvence  $f_{1Z} = 1,42 \text{ Hz}$  a  $f_{2Z} = 7,42 \text{ Hz}$ .

Vlastní frekvence svislého kmitání podvozku vůči koleji  $f_{1Z}$  vyšla v požadovaném rozmezí od 1 do 2 Hz. To znamená že navržené tuhosti jsou optimální a lze s nimi dále počítat. Závislost této frekvence na hmotnosti, respektive obsazenosti, jsem si pomocí vztahu (3.1) nechal v programu Matlab vykreslit do grafu 1.



Graf 1: Závislost vlastní frekvence na obsazenosti

Vlastní frekvence svislého kmitání skříně vychází v rozmezí od 7,42 do 7,47 Hz. Při návrhu konstrukce skříně je třeba uvažovat vlastní ohybovou frekvenci, ta se



ze zkušenosti pohybuje kolem 6–7 Hz. Je třeba navrhnout takovou tuhost, aby nedocházelo k rezonanci.

### 3.4 Silové zatížení sekundárních pružin

Pro výpočty budu předpokládat rovnoměrné rozložení hmotnosti ve voze. Skříň je nesena celkem 8 pružinami. Jeden pár pružin na každé straně podvozku. Celkové zatížení pružin můžu rozdělit podle orientace na dva základní typy: osově a příčné. Osově zatížení tvoří především tíhová síla od hmotnosti skříně a užité hmotnosti. Dále ho tvoří dynamické zatěžování, které je způsobeno jízdou vozidla po nerovné koleji.

#### 3.4.1 Statické osově zatížení pružin

Základní zatížení vychází z hmotnosti skříně a užité hmotnosti.

$$F_{zPV} = m_{PS} \cdot g = 11\,500 \cdot 9,81 = 112,815 \text{ kN}$$

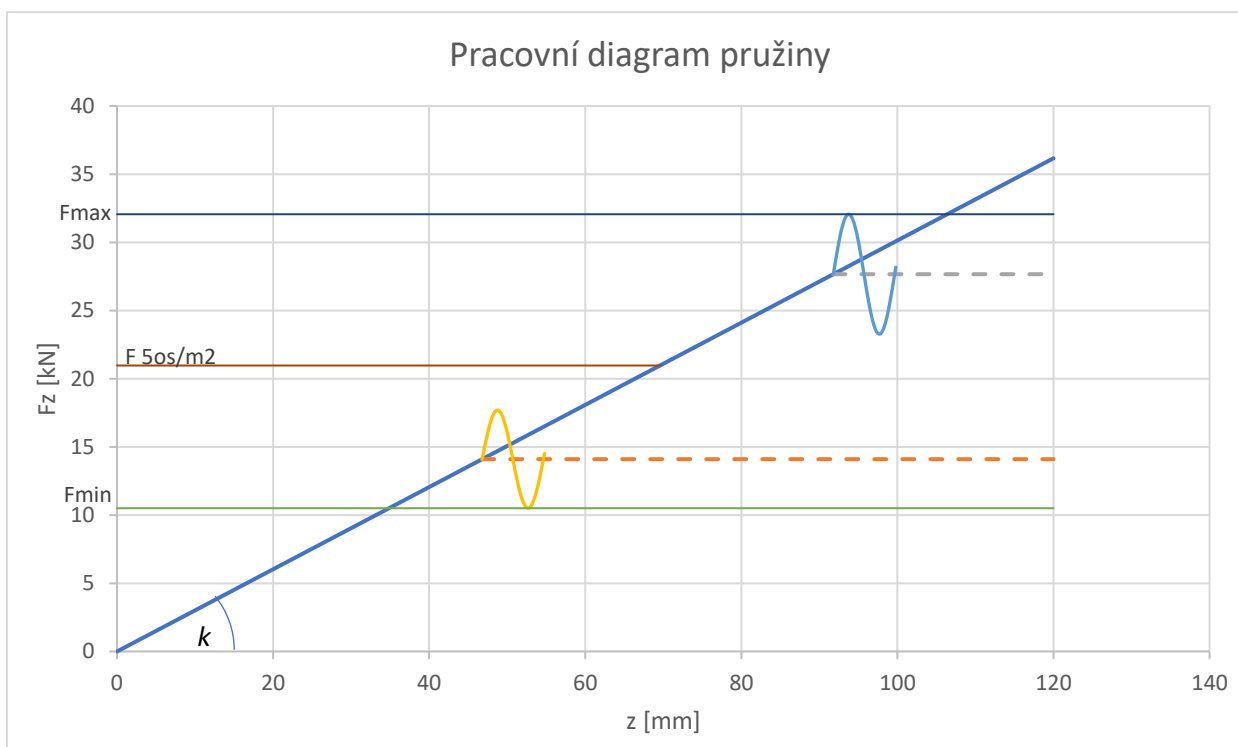
$$F_{zLož} = m_{LozS} \cdot g = 22\,560 \cdot 9,81 = 221,314 \text{ kN}$$

Osově síly na jednu pružinu tedy jsou:

$$F_{PV} = \frac{F_{zPV}}{8} = 14,102 \text{ kN}$$

$$F_{Loz} = \frac{F_{zLož}}{8} = 27,664 \text{ kN}$$

Statické hodnoty osových sil jsou vyneseny v grafu 2.



Graf 2: Diagram F-z

### 3.4.2 Svislé dynamické přitížení

Při jízdě po kolejích se projevují dynamické účinky ve formě houpání a jako přírážka ke statickému zatížení. Ta se liší s obsazeností tramvaje, proto ji počítám pro dva mezní stavy, pro prázdný a plný vůz. Dynamické zatěžování je v grafu 2 znázorněno částí funkce sinus.

Součinitel dynamické přírážky se stanoví ze vztahu

$$k_{d2} = a_2 + b \cdot \frac{0,2 \cdot V}{z_{stat}} = 0,05 + 1 \cdot \frac{0,2 \cdot 70}{z_{stat}} \quad (3.2)$$

kde  $a$  je konstanta odpružených hmot,  $b$  je konstanta respektující počet dvojkolí nebo náprav podvozku a  $V$  je maximální rychlost v  $km/h$ . Součinitel o hodnotě 0,2 je v tomto vztahu upraven po dohodě s vedoucím, aby vyhovoval podmínkám pro tramvaj. [6]

Pro výpočet potřebuji znát  $z_{stat}$ , což je hodnota deformace pružin primárního i sekundárního vypružení z volné délky  $L_0$  na délku stlačené pružiny příslušnou tíhovou silou.

$$z_{stat(PV)} = \frac{(m_1 + m_{2(PV)}) \cdot g}{k_1} + \frac{m_{2(PV)} \cdot g}{k_2}$$



$$z_{stat(PV)} = \frac{(4500 + 11500) \cdot 9,81}{7240} + \frac{11500 \cdot 9,81}{2420} = 68,3 \text{ mm}$$

$$z_{stat(Lož)} = \frac{(m_1 + m_{2(Lož)}) \cdot g}{k_1} + \frac{m_{2(Lož)} \cdot g}{k_2}$$

$$z_{stat(Lož)} = \frac{(4500 + 22560) \cdot 9,81}{7240} + \frac{22560 \cdot 9,81}{2420} = 128,1 \text{ mm}$$

Výsledný součinitel dynamické přírážky určím dosazením do vztahu (3.2):

$$k_{d(PV)} = 0,05 + 1 \cdot \frac{0,2 \cdot 70}{68,3} = 0,255$$

$$k_{d(Lož)} = 0,05 + 1 \cdot \frac{0,2 \cdot 70}{128,1} = 0,159$$

Nejmenší a největší možná síla na pružinu ve vozidle tedy budou

$$F_{min} = F_{PV} \cdot (1 - k_{d(PV)}) = 14\,102 \cdot (1 - 0,255) = 10\,506 \text{ N}$$

$$F_{max} = F_{Lož} \cdot (1 + k_{d(Lož)}) = 27\,664 \cdot (1 + 0,159) = 32\,063 \text{ N}$$

Lze také vyjádřit dynamické síly zvlášť a ty pak přičíst, popřípadě odečíst od sil statických.

$$F_{d(PV)} = k_{d(PV)} \cdot F_{PV} = 0,255 \cdot 14\,102 = 3\,596 \text{ N}$$

$$F_{d(Lož)} = k_{d(Lož)} \cdot F_{Lož} = 0,159 \cdot 27\,664 = 4\,399 \text{ N}$$

Přestože součinitel dynamické přírážky loženého vozu je menší než u vozu prázdného, výsledná dynamická síla je díky hmotnosti větší. Dynamické síly v grafu 2 představují amplitudy znázorněných průběhů sil.

### 3.4.3 Příčné zatížení pružin

Při jízdě v oblouku se k osovým silám přičítá příčné zatížení. Norma připouští nejvyšší možné příčné zrychlení při průjezdu obloukem  $a_y = 0,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Při uvažování možného bočního větru a bezpečnosti budu počítat s maximálním zrychlením  $a_{ymax} = 1,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Celkové příčné síly jsou

$$F_{yPS} = m_{PS} \cdot a_{ymax} = 11\,500 \cdot 1,1 = 12,650 \text{ kN}$$

$$F_{yLozS} = m_{LozS} \cdot a_{ymax} = 22\,560 \cdot 1,1 = 24,816 \text{ kN}$$





Příčné síly na jednu pružinu:

$$F_{yPV} = \frac{F_{yPS}}{8} = \frac{12,650}{8} = 1,581 \text{ kN}$$

$$F_{yLoz} = \frac{F_{yLozS}}{8} = \frac{24,816}{8} = 3,102 \text{ kN}$$

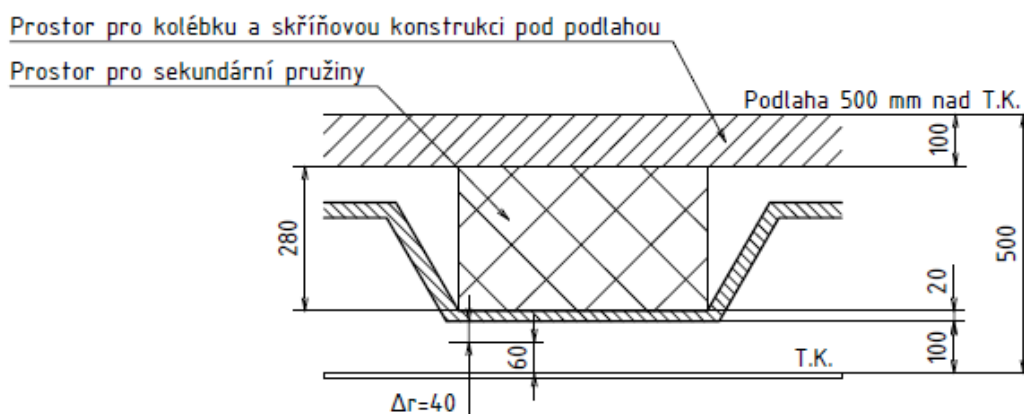
Maximální příčná deformace na dorážku by měla být  $y_{max} = 20 \div 25 \text{ mm}$ . Přesnou hodnotu dorážky určím později pro konkrétní navrženou pružinu. [6]

### 3.5 Možnosti prostorové zástavby

Nejprve jsem se pokusil určit, jak by mohla být pružina uložena pod celkově sníženou podlahou. Největším omezením délky pružin je výška podlahy, která je v místě podvozku 500 mm nad T.K.

Výrobce kol předlohového vozu EVO připouští maximální opotřebení kol z původního průměru  $D_{max} = 610 \text{ mm}$  na  $D_{min} = 530 \text{ mm}$ . Rozdíl poloměrů a tedy výška, o kterou klesne podvozek vlivem opotřebení kol, je  $\Delta r = 40 \text{ mm}$ . Přestože by v této variantě uložení byla nejspíš použita jiná kola, použiji tuto hodnotu jako orientační. [4]

Dále je třeba uvažovat pracovní stlačení primárního vypružení, které tvoří cca 20 mm a dostatečnou světlou výšku podvozku alespoň 40 mm. Jednoduché schéma umístění pružin při pohledu z boku na vůz je na obrázku 13.

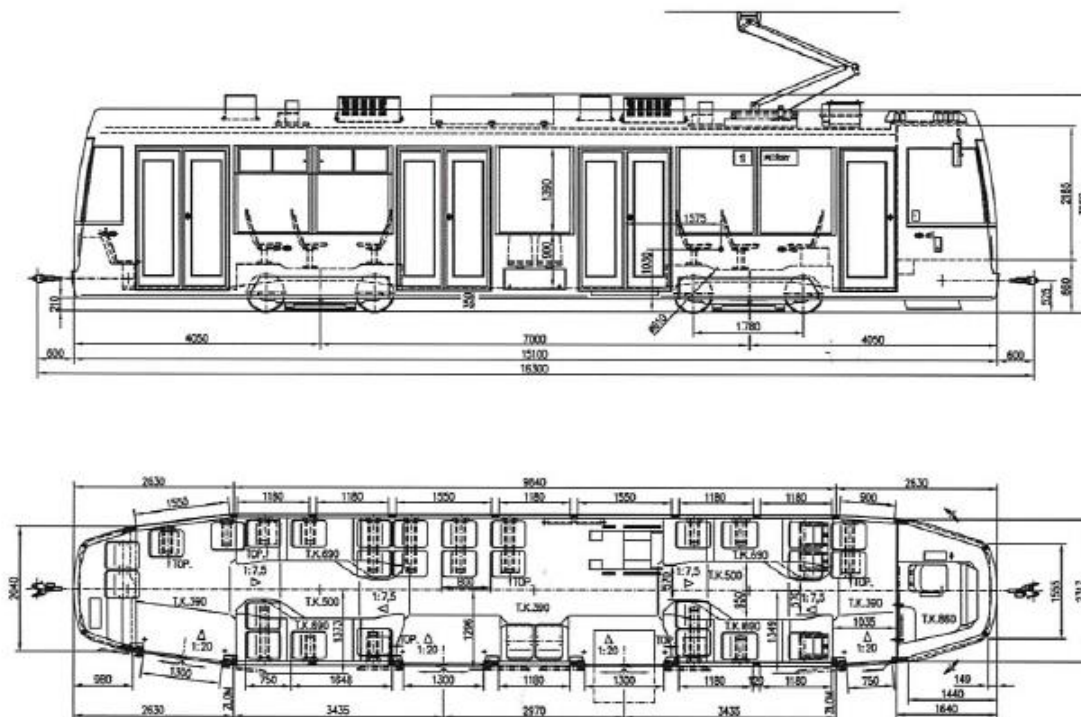


Obrázek 13: Schéma prostoru pro pružinu s celkově sníženou podlahou místě podvozku

Toto řešení je konstrukčně složitější, protože by bylo zapotřebí využít tzv. balkónky po bocích podélníků podvozku, aby bylo možno pružiny uložit takto nízko nad T.K. Navíc by se předpokládalo i použití menších průměrů kol, než jsou použita na předlohovém voze EVO ( $\varnothing D = 610 \text{ mm}$ ), která se pod takto nízkou podlahu nevejdou.

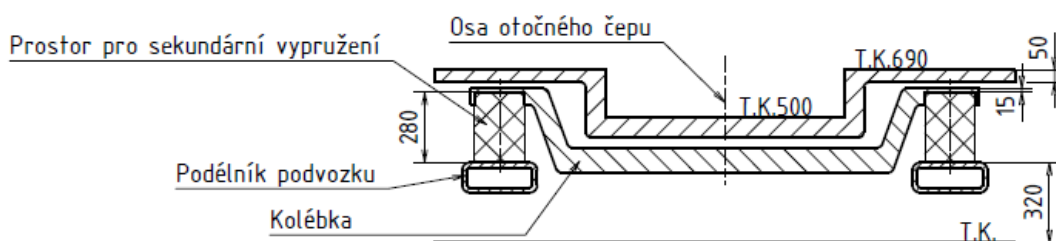


V dalším návrhu jsem se zaměřil na možnost mírně zvýšené podlahy nad podvozky, kde se ve voze nacházejí sedadla pro cestující. Vycházím z rozměrů skříně uvedených na typovém výkresu tramvaje EVO, viz obr. 14. Z něho je patrná zvýšená podlaha v místech otočných podvozků oproti zbytku vozu. V průchozí uličce mezi sedadly je to 500 mm nad T.K. a nad koly, tedy i prostorem pro vypružení, je výška podlahy pod sedadly 690 mm nad T.K.



Obrázek 14: Typový výkres jednočlánkové tramvaje EVO1 [4]

V tomto návrhu jsem pružiny uložil na podélník podvozku, který je přibližně ve výšce 320 mm nad T.K. Téměř v jeho úrovni se pak za provozu pohybuje středová část kolébky. Horní sedla pružin jsou součástí kolébky a jsou těsně (25 mm) pod podlahovou konstrukcí v místě sedadel.



Obrázek 15: Návrh uložení sekundárního vypružení pod sedadly v příčném řezu skříní

Toto uspořádání i přes výše položené pružiny umožňuje výšku prostoru pro sekundární vypružení 280 mm.



---

Maximální délka pružin pod prázdným vozem tedy je

$$L_{pV} = L_1 = 280 \text{ mm}$$

Na každé straně podvozku budou dvě sady pružin vedle sebe. Tím bude omezen jejich vnější průměr. Na základě jednoduché obrazové analýzy rámu podvozku z obrázku 4 jsem stanovil

$$D_{max} = 200 \text{ mm}$$



## 4 Návrh jednoduché vinuté šroubovitě pružiny

K výpočtu pružiny jsem použil program „SMITH-GOODMANN.xls“, který mi byl k dispozici od mého vedoucího práce. Navrhl jsem ji tak aby její rozměry splňovaly dané prostorové požadavky a aby pružina splňovala minimální tuhost  $k_{min} = 301,38 \text{ N/mm}$ . Nejprve jsem stanovil rozměry pružiny ( $d$  a  $D$ ) a poté jsem ladil tuhost  $k_0$  změnou počtu činných závitů  $n_c$ , ale tak aby při maximální zátěži na sebe nemohly dosednout závit pružiny. Výsledné rozměry jsou zobrazeny v tabulce 3.

Veličina		pružina
Střední průměr pružiny	<b>D =</b>	170 mm
Průměr drátu	<b>d =</b>	30 mm
Vnější průměr pružiny	<b>D<sub>a</sub> =</b>	200 mm
Vnitřní průměr pružiny	<b>D<sub>i</sub> =</b>	140 mm
Počet činných závitů	<b>n =</b>	5,00
Celkový počet závitů	<b>n<sub>c</sub> =</b>	6,50
Modul pružnosti ve smyku	<b>G =</b>	78 500 N/mm <sup>2</sup>
Modul pružnosti v tahu	<b>E =</b>	206 000 N/mm <sup>2</sup>
Délka (výška) pružiny pod <b>F<sub>PV</sub></b>	<b>L<sub>1</sub> =</b>	280 mm
Maximální příčná výchylka	<b>y<sub>max</sub> =</b>	20 mm
Osová tuhost pružiny	<b>k<sub>0</sub> =</b>	323,6 N/mm

Tabulka 3

Pro jistotu jsem si spočítal tuhost navržené pružiny podle vztahu (4-1). Tuhost se shoduje s vypočítanou programem „SMITH-GOODMANN.xls“.

$$k_o = \frac{Gd^4}{8D^3n_c} \quad (4-2)$$

$$k_o = \frac{78\,500 \cdot 30^4}{8 \cdot 170^3 \cdot 6,5} = 323,55 \text{ N/mm}$$

### 4.1 Pevnostní kontrola navržené pružiny

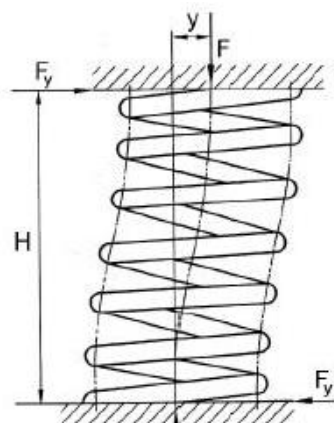
Pevnostní kontrolu jsem provedl pro dva zátěžové stavy: prázdný (PV) a plný vůz (Loz). při nejnepríznivějších podmínkách, tedy při maximální osově i příčné síle za daného stavu. Drát vinuté šroubovitě pružiny je namáhána především na krut a na smyk. Vliv ohybového momentu lze díky malému úhlu stoupání šroubovice zanedbat. V tomto



případě je uhel stoupání do 5°. Výsledné tečné napětí jsem spočítal podle vztahu (4-3) daného normou EN 13 906-1.

$$\tau_v = \frac{8}{\pi d^3} [F(D + y) + F_y(H - d)] \cdot \frac{i + 0,5}{i - 0,75}, \text{ kde } i = \frac{D}{d}$$

(4-3)



Obrázek 16: Působíště sil [10]

Osová síla  $F$  je statická síla na pružinu od příslušného zatížení zvětšená o dynamickou přírážku. V grafu 2 toto představují kladné amplitudy průběhů svislých sil.  $y$  je příčná výchylka, kterou jsem určil z příčné síly  $F_y$  vypočítané v kapitole 3.4.3 a příčné tuhosti. Příčná tuhost není konstantní a roste se svislým stlačením pružiny. Pro jednoduchost jsem použil hodnoty z programu „SMITH-GOODMANN.xls“ při statickém zatížení. Odchylka výsledného napětí od přesnějšího výpočtu příčné tuhosti s uvažováním dynamické síly se projevuje až na 1. desetinném místě. Jinak by se hodnoty příčných tuhostí pro tento typ uložení daly určit pomocí Wahlova vztahu. Hodnoty pro výpočet napětí jsou uvedené tabulce 4. [10]

stav		PV	Loz
osová síla	$F$ [N]	17 698	32 063
příčná tuhost	$k_p$ [N/mm]	224,3	227,9
příčná síla	$F_y$ [N]	1 581	3 102
příčná výchylka	$y$ [mm]	7,0	13,6
délka pružiny	$H$ [mm]	268,9	224,5

Tabulka 4



Dovolené napětí pro daný průměr drátu stanovený z Goodmanova diagramu v programu „SMITH-GOODMANN.xls“.

$\varnothing d$ [mm]	$\tau_d^H$ [N/mm <sup>2</sup> ]
30	760

Tabulka 5: Dovolené napětí

Při dosazení do vztahu (4-3) dostávám výsledná smyková napětí:

$$\tau_{v(PV)} = \frac{8}{\pi \cdot 30^3} \cdot [17\,698 \cdot (170 + 7) + 1\,581 \cdot (268,9 - 30)] \cdot \frac{5,67 + 0,5}{5,67 - 0,75}$$

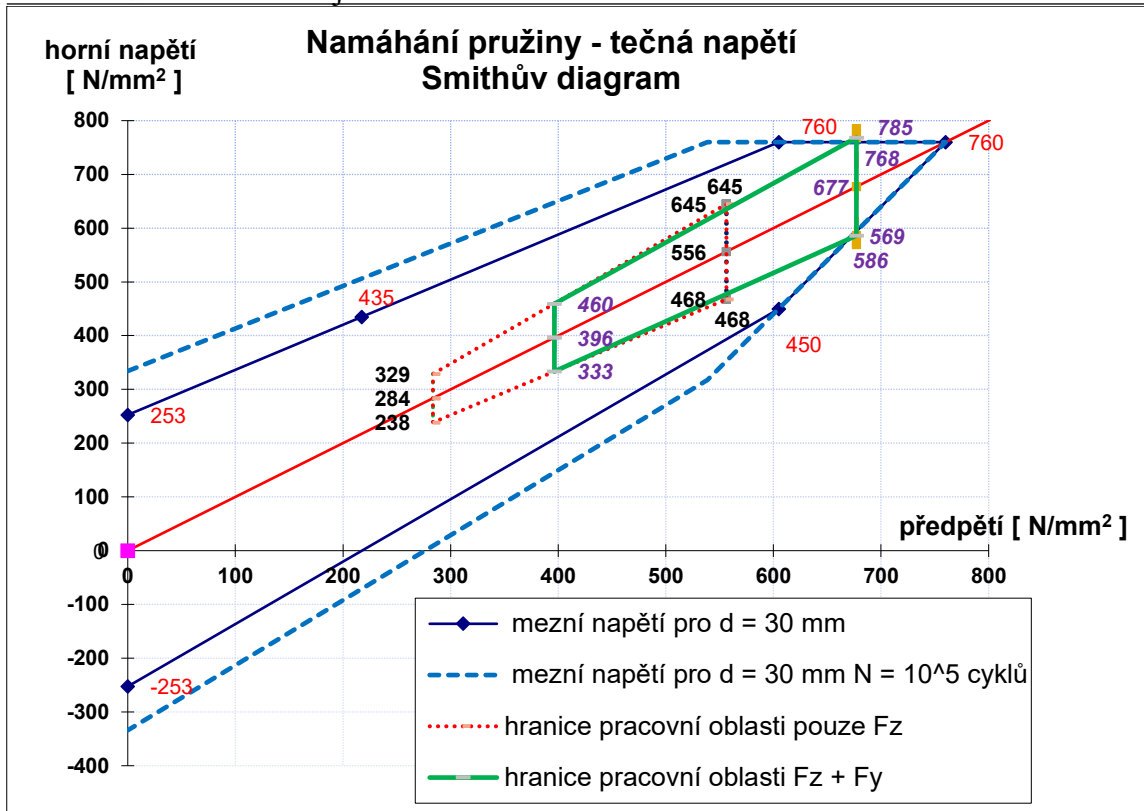
$$\tau_{v(PV)} = 415,23 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{v(Loz)} = \frac{8}{\pi d^3} [32\,063 \cdot (170 + 13,6) + 3\,102 \cdot (224,5 - 30)] \cdot \frac{5,67 + 0,5}{5,67 - 0,75}$$

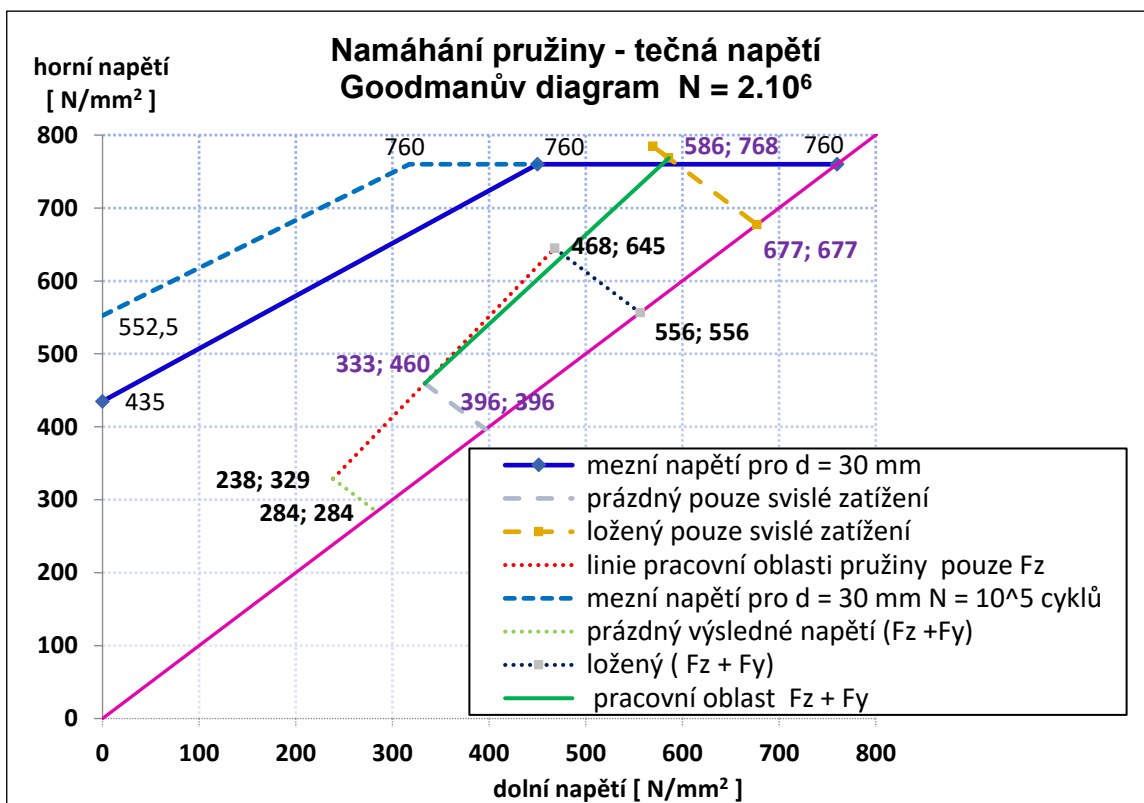
$$\tau_{v(Loz)} = 767,73 \text{ N/mm}^2$$

To je podstatně menší napětí než udával program „SMITH-GOODMANN.xls“. Je to tím, že program počítal s maximální příčnou deformací danou dorážkou  $y = 20 \text{ mm}$ . Proto jsem tento parametr upravil na výchylku z tabulky 4 a výsledky se s mými téměř shodovali. Další rozdíl byl ve výpočtu při stavu PV, kde program počítá pouze s jednou dynamickou přírážkou, a to pro ložený vůz. Kdežto reálně je dynamická přírážka pro různé stavy odlišná.

Při srovnání vypočítaného tečného napětí za stavu plného vozu, je zřejmé, že by pružina pevnostně neobstála, přestože splňuje minimální tuhost. Proto se pokusím navrhnout pružinu duplexní. V grafech 3 a 4 jsou graficky znázorněny výsledky výpočtu programem „SMITH-GOODMANN.xls“.



Graf 3: Smithův diagram jednoduché šroubovitě pružiny



Graf 4: Goodmanův diagram jednoduché šroubovitě pružiny



## 5 Návrh duplexní vinuté šroubovitě pružiny

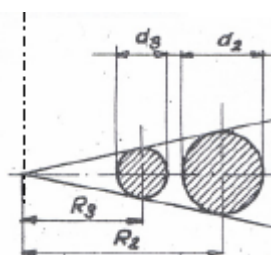
Duplexní pružinou se označuje soustava dvou (v případě tří – triplexní) do sebe vložených vinutých šroubovitých pružin, které se společně podílejí na vypružení jejich tuhosti se sčítají.

Předpokládám stejnou volnou délku vnitřní i vnější pružiny. Aby bylo při zatěžování v obou pružinách stejné napětí, musí platit poměr:

$$\frac{R_1}{d_1} = \frac{R_2}{d_2} \quad (5-1)$$

kde  $d$  je průměr drátu a  $R$  je poloměr středového válce šroubovice nebo polovina středového průměru  $D_s$ . Dále indexem „1“ označuji vnější pružinu a indexem „2“ vnitřní.

Na obrázku 17 jsou tyto poměry znázorněny.



Obrázek 17 [11]

Nejprve jsem stanovil průměr drátu vnější pružiny  $d$ , z něho jsem určil střední průměr pružiny  $D_s$ , který je omezen již stanoveným vnějším průměrem  $D_{max} = 200 \text{ mm}$ .

$$D_s = D_{max} - d$$

Poté jsem pomocí vztahu (5-1) s poměry průměrů drátů a poloměrů pružin určil parametry vnitřní pružiny tak, aby mezi vnitřním poloměrem a vnějším poloměrem vnitřní pružiny bylo alespoň 10 mm, jak mi bylo doporučeno vedoucím práce.

$$\frac{D_{1int} - D_{2ext}}{2} \geq 10 \text{ mm}$$

Tento postup jsem v programu „SMITH-GOODMANN.xls“ několikrát opakoval, než jsem dosáhl optimální tuhosti soustavy pružin. Konečná kombinace pružin je uvedena v tabulce 6.





Parametry navržené duplexní pružiny			
Veličina		vnější pružina	vnitřní pružina
Střední průměr pružiny	D =	172 mm	105 mm
Průměr drátu	d =	28 mm	17 mm
Vnější průměr pružiny	D <sub>a</sub> =	200 mm	122 mm
Vnitřní průměr pružiny	D <sub>i</sub> =	144 mm	88 mm
Počet činných závitů	n =	5,25	9
Celkový počet závitů	n <sub>c</sub> =	6,75	10,5
Modul pružnosti ve smyku	G =	78 500 N/mm <sup>2</sup>	78 500 N/mm <sup>2</sup>
Modul pružnosti v tahu	E =	206 000 N/mm <sup>2</sup>	206 000 N/mm <sup>2</sup>
Délka (výška) pružiny pod F <sub>PV</sub>	L <sub>1</sub> =	280 mm	280 mm
Maximální příčná výchylka	y <sub>max</sub> =	20 mm	20 mm
Osová tuhost pružin	k <sub>0</sub> =	225,8 N/mm	78,7 N/mm
celková osová tuhost k <sub>0</sub>		304,4 N/mm	

Tabulka 6: Parametry duplexní pružiny

### 5.1 Rozdělení sil v rámci vnější a vnitřní pružiny

Díky shodné volné délce pružin ( $L_{01} = L_{02}$ ) jsem mohl síly na jednotlivé pružiny určit z celkové síly na soustavu v poměru jejich osových tuhostí  $k_0$ .

Celkovou silou sílu můžu rozložit

$$F_c = k_c z = (k_1 + k_2)z = k_1 z + k_2 z = F_1 + F_2$$

a dílčí síla tedy bude

$$F_i = F_c \frac{k_i}{k_c}, \quad i = 1, 2$$

Jednotlivé síly a stlačení  $z$  jsou pro přehlednost uvedené v tabulce 7.

Síla	$F_c$ [kN]	$F_1$ [kN]	$F_2$ [kN]	$z$ [mm]
$F_{min}$	10,506	7,791	2,715	34,5
$F_{PV}$	14,102	10,458	3,644	46,3
$F_{50s}$	23,544	17,461	6,083	77,3
$F_{Loz}$	27,664	20,516	7,148	90,9
$F_{max}$	32,063	23,778	8,285	105,3

Tabulka 7: Rozdělení sil v duplexní pružině



## 5.2 Přepoččet vlastní frekvence a dynamické přírážky pro danou pružinu.

Kvůli změně tuhosti sekundárního vypružení navržených prvků oproti minimální tuhosti stanovené v kapitole 3.2 se změní i vlastní frekvence soustavy a nepatrně se změní i dynamické přírážky, které jsou na tuhosti závislé. Požadovaná tuhost je  $k_{min} = 301,38 \text{ N/mm}$  a tuhost navržené duplexní pružiny je  $k_o = 304,4 \text{ N/mm}$ . Rozdíl je tedy  $\Delta k = 3,02 \text{ N/mm}$ , který tvoří odchylku pouze 1%. Pro takto malý rozdíl není třeba frekvenci ani dynamickou přírážku přepočítávat a lze tyto hodnoty uvažovat i pro navrženou duplexní pružinu.

## 5.3 Pevnostní výpočet navržených pružin

Pro výrobu vintutých šroubovitých pružin navrhuji pružinovou ocel podle normy EN 10089 s těmito vlastnostmi:

- Modul pružnosti ve smyku  $G = 78\,500 \text{ N/mm}^2$
- Modul pružnosti v tahu  $E = 206\,000 \text{ N/mm}^2$

### 5.3.1 Dovolená napětí

Z Goodmannova diagramu v programu „SMITH-GOODMANN.xls“ jsem pomocí lineární interpolace stanovil dovolené horní napětí  $\tau_d^H$  pro použité průměry.

$\varnothing d \text{ [mm]}$	$\tau_d^H \text{ [N/mm}^2\text{]}$
28	770
17	825

Tabulka 8: Dovolená napětí

### 5.3.2 Namáhání při osovém zatížení

Drát pružiny je působením osové síly namáhán především na smyk a na krut. Vliv ohybového momentu je díky malému úhlu stoupání šroubovice zanedbatelný. Vlivem zakřivení prutu je největší smykové napětí od kroutícího momentu na vnitřním poloměru šroubovice. Za to největší smykové napětí od posouvající síly se vlivem kruhového tvaru nachází na vodorovné ose průřezu. Výsledné maximální napětí na vnitřním poloměru lze vyjádřit ze vztahu podle Wahla:

$$\tau = \tau_K + \tau_S = \frac{8FD}{\pi d^3} \cdot \left[ \frac{4 \frac{D}{d} - 1}{4 \frac{D}{d} - 4} \right] + \frac{4F}{\pi d^2} \cdot 1,23 \quad (5-2)$$



Poměr průměrů můžu nahradit součinitelem  $i = \frac{D}{d}$ , ten pro jednotlivé pružiny bude:

$$i_1 = \frac{172}{28} = 6,143$$

$$i_2 = \frac{105}{17} = 6,176$$

Podle teorie ze vztahu o poměrech průměrů (5-1) by se měli rovnat, ale není tomu tak kvůli zaokrouhlování rozměrů průměrů na celá čísla.

Do vztahu (5-2) jsem dosadil maximální osovou sílu:

$$\tau_1 = \frac{8 \cdot 23\,778 \cdot 172}{\pi \cdot 28^3} \cdot \left[ \frac{4 \cdot 6,143 - 1}{4 \cdot 6,143 - 4} \right] + \frac{4 \cdot 23\,778}{\pi \cdot 28^2} \cdot 1,23 = 545,31 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_2 = \frac{8 \cdot 8\,285 \cdot 105}{\pi \cdot 17^3} \cdot \left[ \frac{4 \cdot 6,176 - 1}{4 \cdot 6,176 - 4} \right] + \frac{4 \cdot 8\,285}{\pi \cdot 17^2} \cdot 1,23 = 518,87 \text{ N/mm}^2$$

Pro srovnání jsem se pokusil stejné napětí vyjádřit pomocí vztahu (4-3) daného normou EN 13 906-1 pouze s vynecháním členů vyjadřujících příčnou sílu a výchylku.

$$\tau_{v1} = \frac{8}{\pi \cdot 28^3} [23\,778 \cdot 172] \cdot \frac{6,143 + 0,5}{6,143 - 0,75} = 584,39 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{v2} = \frac{8}{\pi \cdot 17^3} [8\,285 \cdot 105] \cdot \frac{i}{6,176 - 0,75} = 554,77 \text{ N/mm}^2$$

Výsledky se liší kvůli odlišným vyjádřením vlivu příčné síly, přestože jsem s ní nepočítal. Rozdíl ve výsledcích je ale přijatelný a všechny jsou menší než mezní napětí.

### 5.3.3 Kombinované namáhání při osovém i příčném zatížení

Kontrolu provedu pro obě pružiny pouze pro stav plného vozu, který pro výpočet jednoduché pružiny v kapitole 4.1 vycházel jako kritický. Podobně jako u výpočtu jednoduché pružiny jsem si vypočítal a vypsals do tabulky 10 hodnoty potřebné k výpočtu napětí podle vztahu (4-3).

pružina		vnější	vnitřní
osová síla	$F$ [N]	23 778	8 285
příčná tuhost	$k_p$ [N/mm]	162,4	4,7
příčná síla	$F_y$ [N]	3015	87
příčná výchylka	$y$ [mm]	18,56	18,56
délka pružiny	$H$ [mm]	221	221

Tabulka 9



Z tabulky je zřejmé, že téměř veškerou příčnou sílu pobírá vnější pružina. Při vyčíslení zachycuje 97% celkové příčné síly. Oproti tomu v osové směru zachycuje 74 % síly.

Po dosazení do vztahu pro smykové napětí (4-3) daného normou EN 13 906-1 dostávám

$$\tau_{v1} = \frac{8}{\pi \cdot 28^3} [23\,778 \cdot (172 + 18,56) + 3015 \cdot (221 - 28)] \cdot \frac{6,143 + 0,5}{6,143 - 0,75}$$

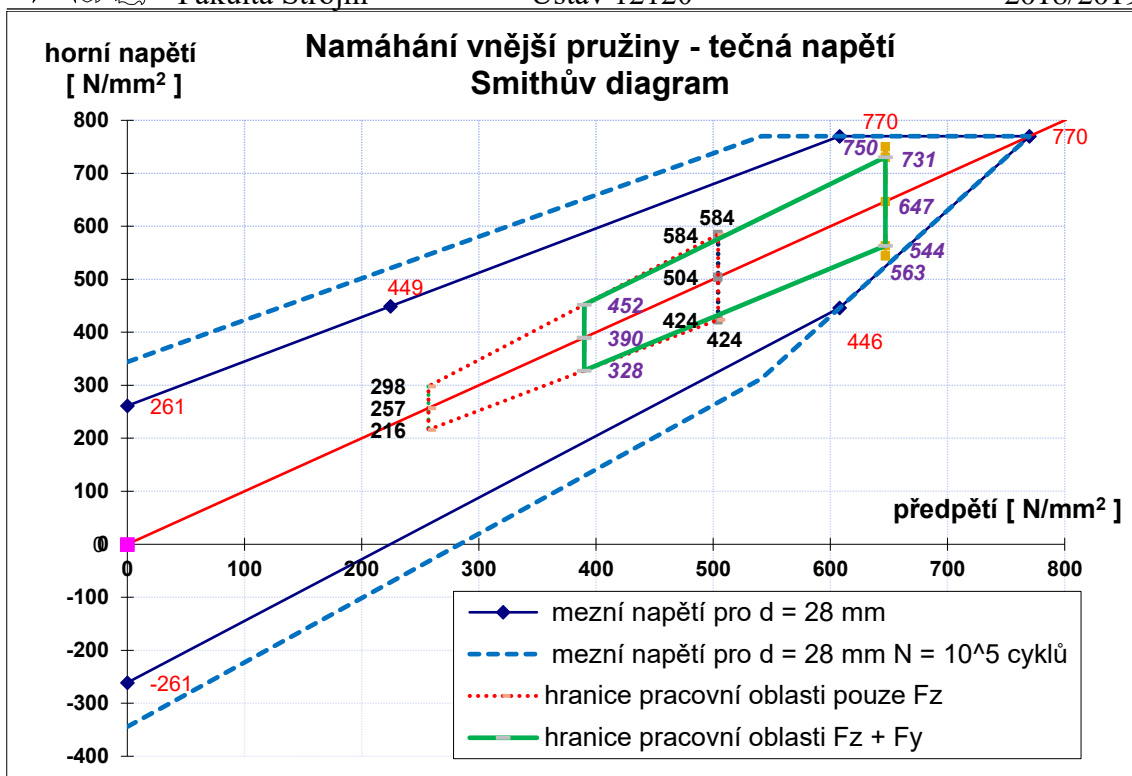
$$\tau_{v1} = 730,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{v2} = \frac{8}{\pi \cdot 17^3} [8\,285 \cdot (105 + 18,56) + 87 \cdot (221 - 17)] \cdot \frac{6,176 + 0,5}{6,176 - 0,75}$$

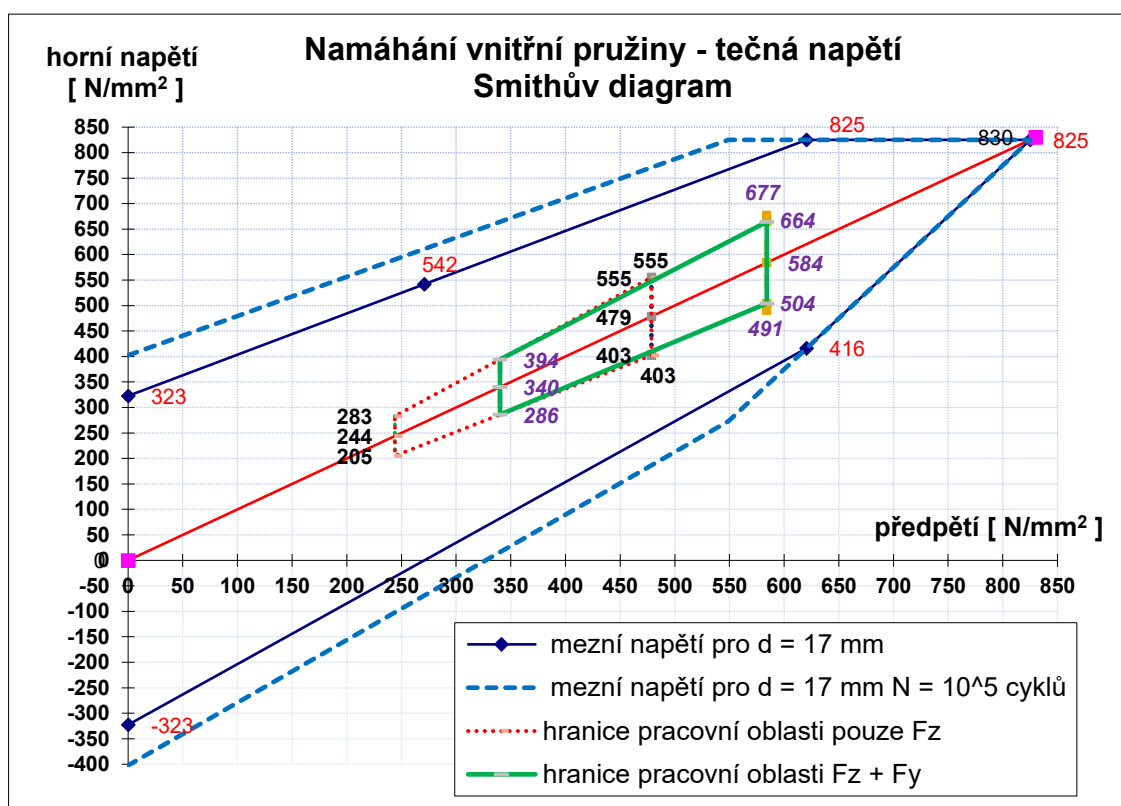
$$\tau_{v2} = 664,15 \text{ N/mm}^2$$

Tyto hodnoty maximálních napětí se u obou pružin shodují s výsledky programu „SMITH-GOODMANN.xls“ při kombinovaném zatížení  $F_{max}$ . Program zobrazuje vyšší napětí pro ložený vůz, je to tím že program počítá s pevnou dorážkou a příčná síla je určena výchylkou na dorážku a příčnou tuhostí, která u této duplexní pružiny klesá se stlačením. Tedy větší napětí bude při větší příčné síle určené menším osovým stlačením a stejné osové síle. Reálně však příčná síla takto narůstá nebude, protože se pružina díky dostatečné příčné tuhosti na dorážku nedostane. Maximum příčné síly může narůst pouze s obsazeností vozu.

V grafech 5 a 6 jsou zobrazeny výsledky vypočtených napětí programem „SMITH-GOODMANN.xls“ s nastaveným parametrem příčné dorážky  $y = y_{max} = 18,56 \text{ mm}$ , tedy maximální příčné výchylce, kterou daná duplexní pružina při stavu loženého vozu umožňuje. Dále je ve výpočtu nastavena síla na pružinu na narážce, ke které dojde při stlačení pružin na délku  $L_8 = 220 \text{ mm}$ , kdy dosednou pevné svíslé narážky.



Graf 5: Smithův diagram vnější pružiny



Graf 6: Smithův diagram vnitřní pružiny



## 5.3.4 Kontrola stability

Dalším kritériem bezpečnosti je stabilita pružiny. Pružinu si lze představit jako jednoduchý štíhlý prut nebo nosník namáhaný na vzpěr.

V tomto případě se jedná o čtvrtý případ vzpěru. V horním i dolním uložení dosedá celá obrobená plocha závěrného závitu pružiny a tím toto uložení lze považovat za oboustranně vetknuté, to je znázorněno na obrázku 18.



Tento případ uložení má koeficient

$$\nu = 0,5$$

Obrázek 18:  
Případ vzpěru [10]

Kritickou sílu, při které dojde ke zborcení pružiny, určím ze vztahu

$$F_{krit} = \frac{\frac{1}{\psi} \cdot \frac{\pi^2}{H_R^2}}{1 + \frac{\pi^2}{H_R^2} \cdot \frac{m}{\psi}} \quad (5-3)$$

kde  $m$  je součinitel tuhosti ve smyku a vypočítá se ze vztahu

$$m = \frac{8D^3 n_{\xi}}{HEd^4},$$

$\psi$  je součinitel tuhosti v ohybu

$$\psi = \frac{32Dn_{\xi}}{HEd^4} \cdot (2 + \mu)$$

a  $H_R$  je ekvivalentní výška pružiny

$$H_R = \nu \cdot H$$

[10]

Kritickou sílu je potřeba spočítat pro obě pružiny soustavy zvlášť a srovnat ji s maximální osovou silou  $F_{max}$ . Parametr  $H$  stanovím z délky pružiny při zatížení maximální silou  $F_{max}$ . Nejdříve jsem si číselně vyjádřil jednotlivé koeficienty rovnice (5-3).

$$m_1 = \frac{8 \cdot 172^3 \cdot 5,25}{221 \cdot 2,06 \cdot 10^5 \cdot 28^4} = 7,637 \cdot 10^{-6} N^{-1}$$

$$\psi_1 = \frac{32 \cdot 172 \cdot 5,25}{221 \cdot 2,06 \cdot 10^5 \cdot 28^4} \cdot (2 + 0,3) = 2,375 \cdot 10^{-9} N^{-1} mm^{-2}$$



$$m_2 = \frac{8 \cdot 105^3 \cdot 9}{221 \cdot 2,06 \cdot 10^5 \cdot 17^4} = 2,192 \cdot 10^{-5} N^{-1}$$

$$\psi_2 = \frac{32 \cdot 105 \cdot 9}{221 \cdot 2,06 \cdot 10^5 \cdot 17^4} \cdot (2 + 0,3) = 1,829 \cdot 10^{-8} N^{-1} mm^{-2}$$

$$H_R = 0,5 \cdot 221 = 110,5 \text{ mm}$$

Po dosazení dostávám kritickou sílu, která je v obou případech menší než zatěžující síla. Navržená duplexní pružina tedy kontrole na vzpěr vyhovuje.

$$F_{1krit} = \frac{1}{2,375 \cdot 10^{-9}} \cdot \frac{\pi^2}{110,5^2} = 94\,560 \text{ N} > F_{1max} = 23\,778 \text{ N}$$
$$1 + \frac{\pi^2}{110,5^2} \cdot \frac{7,637 \cdot 10^{-6}}{2,375 \cdot 10^{-9}}$$

$$F_{2krit} = \frac{1}{1,829 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{\pi^2}{110,5^2} = 22\,448 \text{ N} > F_{2max} = 8\,285 \text{ N}$$
$$1 + \frac{\pi^2}{110,5^2} \cdot \frac{2,192 \cdot 10^{-5}}{1,829 \cdot 10^{-8}}$$

Z jejich podílu můžu určit součinitel bezpečnosti ve vzpěru

$$\sigma_{1vz} = \frac{F_{1krit}}{F_{1max}} = \frac{94\,560}{23\,778} = 3,98$$

$$\sigma_{2vz} = \frac{F_{2krit}}{F_{2max}} = \frac{22\,448}{8\,285} = 2,71$$

### 5.3.5 Kontrola převrácení

Dále provedu kontrolu na převrácení, opět u obou pružin zvlášť. Pro uložení s oběma vetknutými konci platí podmínka

$$D > \left( y_{max} + \frac{F_{y_{max}}}{F_{max}} \cdot H \right)$$

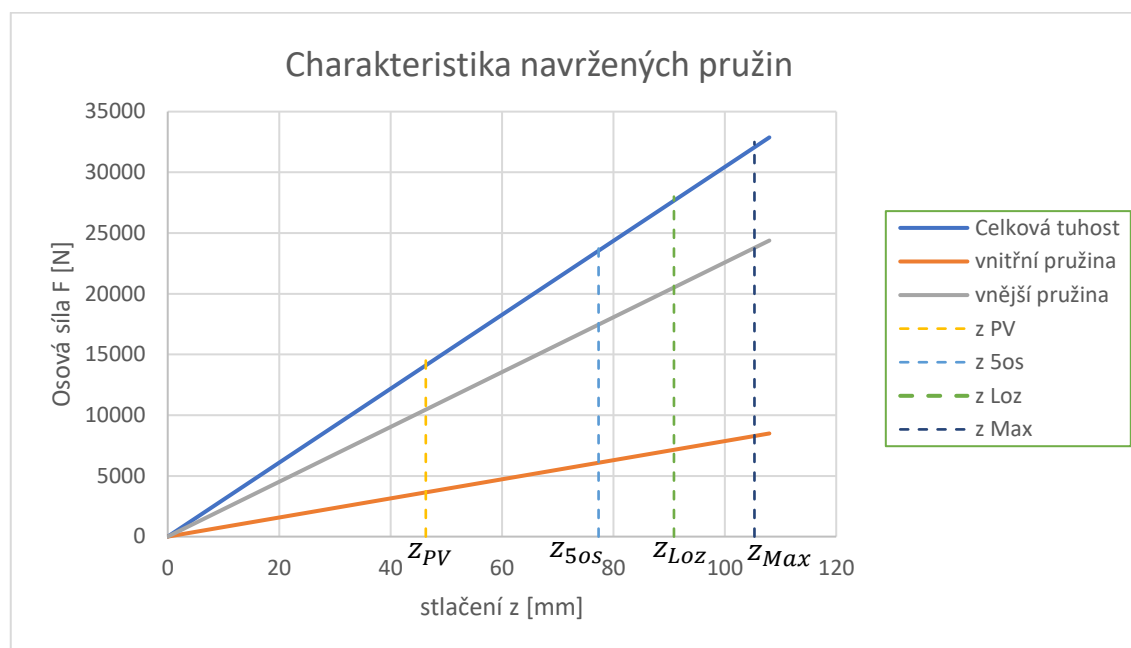
[10]

Do rovnice dosadím hodnoty z tabulky (10).

$$D_{1min} = 18,56 + \frac{3015}{23778} \cdot 221 = 46,6 \text{ mm} < 172 \text{ mm}$$

$$D_{2min} = 18,56 + \frac{87}{8285} \cdot 221 = 20,9 \text{ mm} < 105 \text{ mm}$$

Podmínka v obou případech vyhovuje, střední průměry obou pružin jsou tedy dostatečné velké a nedojde k jejich převrácení.



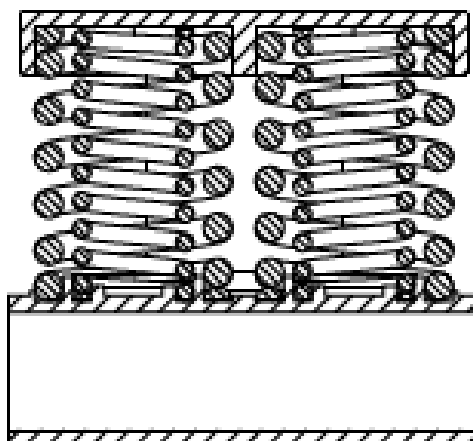
Graf 7: Charakteristika navržených pružin

V grafu 7 jsou znázorněny pracovní charakteristiky jednotlivých navržených pružin i celková charakteristika navrženého sekundárního vzpružení.

## 6 Uspořádání vypružení v podvozku

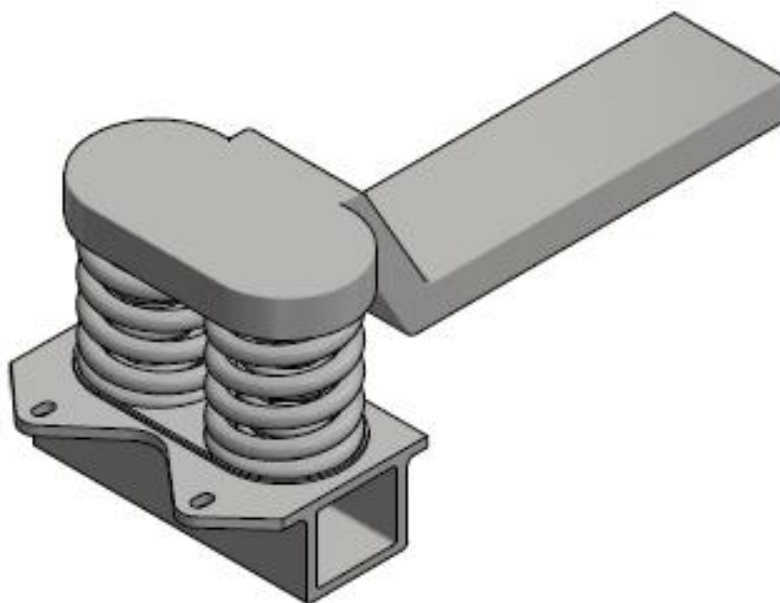
Pár duplexních pružin je umístěn na obou podélnících podvozku. V rámci jedné duplexní pružiny je smysl vinutí vnitřní oproti vnější pružině opačný. To slouží k částečné kompenzaci momentu v závěrných závitech. Sousední duplexní pružina pak bude mít smysly vinutí také opačné. To znamená že například pravý smysl vinutí bude mít přední vnější a zadní vnitřní pružina a pak levý smysl vinutí bude mít přední vnitřní a zadní vnější pružina. Názorněji je to na obrázku 19.





Obrázek 19: Řez pružinami

Dále jsem se rozhodl umístit do horního sedla do kolébky pryžovou podložku, která má za funkci tlumit rázy mezi ocelovými díly a zároveň snižuje hlučnost ve vozidle, tím že přerušuje kovové spojení mezi podvozkem a skříní vozidla. V dolním sedle jsem navrhl odtokové kanálky. Na obou koncích je vnější pružina středěna za vnější průměr a vnitřní pružina je středěna za vnitřní průměr na středícím trnu, který slouží i jako mechanická dorážka, aby se nemohlo stát, že na sebe dosednou závity pružin. Kvůli těmto středícím trnům a pryžové podložce bylo třeba zvětšit celkovou délku sekundárního vypružení o 15 mm. Tím se zmenšila vůle mezi kolébkou a skříní vozu z původních 25 mm na 10 mm, viz obr. 15. Celková výška sekundárního vypružení tedy je 295 mm. Maximální příčnou výchylku bych nastavil příčnou dorážkou na rámu podvozku na hodnotu  $y_{max} = 20 \text{ mm}$ . Tuto příčnou výchylku podle programu „SMITH-GOODMANN.xls“ pružiny pevnostně obstojí.



Obrázek 20: Sestava sekundárního vypružení

## Závěr

Pokusil jsem se navrhnout sekundární vypružení pomocí jednoduché vinuté šroubovitě pružiny, která ale pevnostně neobstála. Proto jsem navrhl duplexní pružinu, ke které jsem provedl potřebné pevnostní výpočty. S nejmenší bezpečností vychází smykové napětí na vnější pružině při maximálním zatížení. To dosahuje  $736 \text{ N/mm}^2$  oproti dovolenému napětí z Goodmanova diagramu  $770 \text{ N/mm}^2$ . Bezpečnost tedy vychází 1,05. Tato hodnota je ale spočítána pro zatížení, kterého tramvaj kvůli možné obsaditelnosti v provozu prakticky nedosáhne, ale je třeba s ním podle normy počítat.

Při návrhu sekundárního vypružení jsem uvažoval rovnoměrné rozložení zátěže na všechny pružiny. Při jízdě po zborcené koleji například při výjezdu z oblouku se mění kolové síly, a tedy se mění i síly na jednotlivé pružiny. To by mohlo být předmětem dalších výpočtů. Dále by se dalo navrhnout optimální tlumení k tomuto vypružení.

K návrhu uložení sekundárního vypružení by bylo potřeba přistupovat komplexně i s návrhem rámu podvozku. Já jsem podélník, tedy část rámu podvozku, na kterém jsou uloženy pružiny, při návrhu považoval jako dokonale tuhé těleso. Při modelování sestavy sekundárního vypružení v programu Inventor jsem provedl ze zvědavosti základní pevnostní analýzu, při které docházelo k výrazným deformacím použitého modelu podélníku v místech vetknutí. Rám podvozku je ale nad rámec této bakalářské práce.



## Použitá literatura a zdroje

- [1] KOLÁŘ, Josef. *Vývojové trendy v řešení nízkopodlažních článkových tramvají = Trends of development in conception of sectioned low-floor tramways*. Praha: ČVUT, ©2007. 27 s. ISBN 978-80-01-03937-3.
- [2] *PODVOZKY* [online]. [cit. 2019-03-06]. Dostupné z: <http://kos.cz/index.php?id=podvozky&setlang=cz>
- [3] *Tramvaj VarioLF* [online]. [cit. 2019-03-6]. Dostupné z: <http://www.pragoimex.cz/page/tramvaj-variolf-44>
- [4] *Bezbariérová tramvaj EVO 1* [online]. [cit. 2019-03-06]. Dostupné z: <http://www.pragoimex.cz/page/bezbarierova-tramvaj-evo-1-275>
- [5] KOLÁŘ, Josef. Design of a Wheelset Drive. *Transactions on Electrical Engineering* [online]. Praha: ERGO NOMEN, 2015, **2015**(1), 11-19 [cit. 2019-03-06]. ISSN 1805-3386. Dostupné z: <http://www.transoneleng.org/2015/20151.pdf>
- [6] KOLÁŘ, Josef. *Teoretické základy konstrukce kolejových vozidel*. Vyd. 1. Praha: Česká technika – nakladatelství ČVUT, 2009. 276 s. ISBN 978-80-01-04262-5.
- [7] ALSTOM TRANSPORT TECHNOLOGIES SAS. Bogie for railway vehicle. Původci: Alain Rodet, Christophe Eche a Yves Longueville. US. Patentový spis US 8371234 B2. 12.2.2013.
- [8] ALSTOM TRANSPORT TECHNOLOGIES SAS. Bogie for Railway Vehicle with a Suspension System. Původce: Alain Rodet. US. Patentový spis US 20130333590 A1. 19.12.2013.
- [9] VÚKV A.S. Podvozek s malou stavební výškou pro nízkopodlažní kolejové vozidlo, zejména tramvajové. Původci: Miloš Zelinger, Jan Kural a Tomáš Heptner. Česká republika. Patentový spis EP 2020355 B1. 24.10.2012
- [10] KOLÁŘ, Josef. *Teorie vozidel: přednášky – část kolejová vozidla* [online]. [cit. 2019-05-17]. Dostupné z: [https://studium.fs.cvut.cz/studium/u12120/2211054/TV-KV%202013\\_14.pdf](https://studium.fs.cvut.cz/studium/u12120/2211054/TV-KV%202013_14.pdf)
- [11] KOLÁŘ, Josef. *Konstrukce kolejových vozidel* [online]. [cit. 2019-05-17]. Dostupné z: <https://studium.fs.cvut.cz/studium/u12120/2211052/Microsoft%20PowerPoint%20-%20Konstrukce%20kolejov%C3%BDch%20vozidel.pdf>
- [12] Modelling of flexi-coil springs with rubber-metal pads in a locomotive running gear - Scientific Figure on ResearchGate. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/figure/Principle-of-acting-of-the-moment-against-bogie-rotation-on-the-front-bogie-of-railway\\_fig1\\_281966141](https://www.researchgate.net/figure/Principle-of-acting-of-the-moment-against-bogie-rotation-on-the-front-bogie-of-railway_fig1_281966141) [cit. 2019-03-06]
- [13] *Praktická zkouška obsaditelnosti vozidel PID* [online]. Praha: ROPID, 2016 [cit. 2019-07-04]. Dostupné z: [https://pid.cz/wp-content/uploads/system/zkouska\\_obsaditelnosti\\_sbornik\\_2016.pdf](https://pid.cz/wp-content/uploads/system/zkouska_obsaditelnosti_sbornik_2016.pdf)



## Seznam příloh

- Sestavný výkres sekundárního vypružení (A4)
- Kusovník sestavy (A4)