# ČVUT v Praze, Fakulta Strojní Ústav letadlové a dopravní techniky



# FAKULTA STROJNÍ

# Diplomová práce Flutterová analýza sportovního letounu

Studijní obor: Letadlová a kosmická technika Studijní program: Letectví a kosmonautika Vedoucí práce: Ing. Aleš Kratochvíl Ph.D.





### I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Cl	harouz	Jméno: Matěj	Osobní číslo: 408935
Fakulta/ústav: Fa	akulta strojní		
Zadávající katedra/ú	stav: Ústav letadlové	techniky	
Studijní program: Le	etectví a kosmonautika		
Studijní obor: Le	etadlová a kosmická teo	chnika	
I. ÚDAJE K DIPLOM	IOVÉ PRÁCI		
Název diplomové práce	9:		
Flutterová analýza s	portovního letounu		
Název diplomové práce	e anglicky:		
Sports airplane flutte	er analysis		
Pokyny pro vypracovár	ιί:		
<ol> <li>Vytvořit MKP strukturá</li> <li>Naladit strukturální mo</li> <li>Provést flutterovou an</li> <li>Navrhnout opatření pr</li> </ol>	ální model sportovního letou odel na základě naměřenýc alýzu letounu a stanovit krit o zvýšení rychlosti flutteru a	unu včetně modelu nestacioná h modálních parametrů z poze tickou rychlost flutteru. a prokázat výpočtem.	irního aerodynamického zatížení. emní frekvenční zkoušky.
Seznam doporučené lit MSC Nastran Design Se	eratury: Insitivity and Optimization U	Jser Guide	
Jméno a pracoviště veo	doucí(ho) diplomové prá	ce:	
Ing. Aleš Kratochvíl,	Ph.D., ústav letadlov	é techniky FS	
Jméno a pracoviště dru	uhé(ho) vedoucí(ho) nebo	o konzultanta(ky) diplomov	é práce:
Datum zadání diplomo	ové práce: 30.04.2019	Termín odevzdání	diplomové práce: 02.08.2019
Platnost zadání diplon	nové práce:	Detatin	DE: P
Ing Aleš Kratochvíl P	h.D. Ing	Robert Theiner, Ph.D.	prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis vedoucí(ho) práce	e podr	bis vedoucí(ho) ústavu/katedry	podpis děkana(ky)
II. PŘEVZETÍ ZADÁ	NÍ		
Diplomant bere na vědomí, že	; je povinen vypracovat diplomovo	u práci samostatně, bez cizí pomoci, a třeba uvést v diplomové práci	s výjimkou poskytnutých konzultací.
Seznam pouzite ineratury, jiny	en pramenu a jinen konzultantu je	neou avear a aplantare pidol.	041
10.4	2014		

.

.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

# Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v přiloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu §60 zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne.....

.....

Matěj Charouz

# Poděkování

Především bych chtěl poděkovat vedoucímu diplomové práce Ing. Aleši Kratochvílovi Ph.D. za trpělivost a vyčerpávající konzultace. Tato práce byla časově velice náročná, a během řešení problémů spíše přibývalo. Dále bych chtěl poděkovat kolegům ze společnosti Wingit Works za vstřícnost a zapůjčení licence MSC. Flight Loads. Závěrem patří poděkování rodičům za podporu při studijích a přítelkyni za trpělivost a pochopení při vzniku této práce.

### Anotace

Tato diplomová práce se zabývá flutterovou analýzou letounu Bristell B23. Cílem je vytvořit strukturální model se vztlakovou mechanizací a kormidly. Tento model pak naladit na odpovídající vlastní frekvence a tvary kmitání naměření z pozemní frekvenční zkoušky. Na základě získaných modálních charakteristik provést flutterovou analýzu. Poslední částí, kterou se diplomová práce zabývá, je návrh opatření proti flutteru.

### Abstract

The Diploma Thesis deals with the flutter analysis of the Bristell B23 aircraft. The goal is to create a structural model including ailerons and flaps and also to optimize this model to the natural frequencies and modes obtained from the ground frequency exam. The flutter analysis is done based on the resulting modal characteristics. The final part of the thesis deals with design improvements that could be done to prevent flutter.

# Klíčová slova

FLUTTER, Aeroelasticita, Flutterová analýza, MSC NASTRAN, MSC PATRAN, MSC FLIGHT LOADS

## **Keywords**

FLUTTER, Aeroelasticity, Flutter Analysis, MSC NASTRAN, MSC PATRAN, MSC FLIGHT LOADS

# Obsah

1.	Úvo	/od	
2.	Bris	istell B23	
3.	Poz	zemní frekvenční zkouška	
4.	Stru	rukturální model letounu	
4	.1	Tvorba strukturálního modelu	
	4.1.	1.1 Výpočet měrných hmotností	
	4.1.	1.2 Výpočet měrných statických a setrvačných momentů	
4	.2	Postup tvorby strukturálního modelu	
4	.3	Úprava těžištní osy pomocí trendu po rozpětí	
4	.4	Postup tvorby modelu s vztlakovou mechanizací a kormidly	
4	.5	Vliv trasy řízení	
5.	Mo	odální analýza	
5	.1 Te	Feoretické pozadí při výpočtu modální analýzy v MSC Nastran	
5	.2 No	Normování vlastních tvarů	
5	.3 Vo	/olba metody výpočtu	
6.	Opt	otimalizace a citlivostní analýza	
6	5.1 De	Definice funkce optimalizace	
6	5.2 De	Design Variables	
6	5.3 De	Design Response	
6	.4 Sa	Samotná optimalizace modelu	
6	5.5 Vý	/ýsledné modální charakteristiky a komparze výsledků	
	6.5.	5.1 Strukturální model – Pevné plochy – Symetrické tvary	
6 a	5.2 s blok	2 Strukturální model se vztlakovou mechanizací a kormidly – Symetrick okované řízení	:é tvary – Volné 50
6	5.4 9	1 Strukturální model – Pevné plochy – Antisymetrické tvary	
6 ř	i.5.5 s ízení	5 Strukturální model se vztlakovou mechanizací a kormidly – Symetrick ní	(é tvary – Volné 
6 B	5.5.6 S lokov	5 Strukturální model se vztlakovou mechanizací a kormidly – Antisyme ované řízení	trické tvary – 53
6	5.7 F	7 Rekapitulace optimalizace modální analýzy	
7. F	lutte	terová analýza	
7	'.1 M	Иetoda К а К-Е	

7.2 Metoda PK	
7.3 Postup tvorby aerodynamického modelu pro flutterovou analýzu	
7.3.1 Flat plate aero modeling	
7.3.2 Global data a Unsteady Aerodynamics	60
7.3.3 Propojení strukturálního a aerodynamického modelu	61
7.3.4 Linear Spline - Infinite beam	62
7.4 Vyhodnocení výsledků	64
7.6 Rekapitulace flutterové analýzy a zhodnocení výsledků	
7.7 Úprava strukturálního modelu a porovnání výsledků	
7.8 Úprava strukturálního modelu a srovnání výsledků	
7.8.1 Rekapitulace a srovnání obou modelů	
7.9 Opatření pro potlačení flutteru	
7.9.1 Návrh opatření a srovnání s původní flutterovou analýzou	
8. Závěr	75
9. Použitá Literatura	77
10 . Použitý software	
11. Příloha	79
11.1 Výsledky PFZ a modální analýzy – Symetrické tvary – Volné řízení	
11.2 Výsledky PFZ a modální analýzy – Symetrické tvary – Blokované řízení	
11.3 Výsledky PFZ a modální analýzy – Antisymetrické tvary – Volné řízení	
11.4 Výsledky PFZ a modální analýzy – Antisymetrické tvary – Blokované řízení	í94
11.5 Výsledné v-g-f diagramy – Symetrické tvary – Volné řízení	
11.6 Výsledné v-g-f diagramy – Symetrické tvary – Blokované řízení	
11.7 Výsledné v-g-f diagramy – Antisymetrické tvary – Volné řízení	
11.8 Výsledné v-g-f diagramy – Antisymetrické tvary – Blokované řízení	
11.8 Tabulky – Úpravy pomocí trendu po rozpětí	
11.8 Grafy – Úpravy pomocí trendu po rozpětí	
11.9 Graf – Rozsah redukovaných frekvencí	
11.10 Výkres letounu B23	

# Seznam obrázků

Obrázek 1 - Bristell B23 [4]	. 16
Obrázek 2 - Schéma pozemní frekvenční zkoušky [4]	. 18
Obrázek 3 - Pneumatické uvolnění při PFZ [5]	. 19
Obrázek 4 – Snímač [5]	. 19
Obrázek 5 - Výkres pozic jednotlivých snímačů při PFZ - pohled 1	. 24
Obrázek 6 - Výkres pozic jednotlivých snímačů při PFZ - pohled 2	. 24
Obrázek 7 - Aeroelastický souřadný systém [2]	. 28
Obrázek 8 - Počátek souřadného systému [6]	. 28
Obrázek 9 - Schéma definování štítku PBAR v .bdf souboru [7]	. 29
Obrázek 10 - Vektor v [7]	. 30
Obrázek 11 - Schéma elementu typu CONM2 [7]	. 30
Obrázek 12 - 1. iterace strukturálního modelu - pohled 1	. 32
Obrázek 13 - 1. Iterace strukturálního modelu - pohled 2	. 32
Obrázek 14 - Schéma zapojení kormidel a vztlakové mechanizace pro strukturální model	. 36
Obrázek 15 - Úryvek zdrojového kódu pro MSC Nastran	. 36
Obrázek 16 - Finální strukturální model - pohled 1	. 37
Obrázek 17 - Finální strukturální model - pohled 2	. 37
Obrázek 18 - Schéma trasy řízení pro křidélko [4]	. 38
Obrázek 19 - Schéma rozkladu složitého dynamického pohybu na jednotlivé módy [8]	. 39
Obrázek 20 - Vizualizace jednoho vypočteného módu letounu Bristell B23	. 39
Obrázek 21 - Definováni typu normalizace v .bdf souboru	.41
Obrázek 22 - Citlivostní koeficient - grafické znázornění [12]	. 44
Obrázek 23 - Schéma definování proměnné DESVAR v .bdf souboru [7]	. 45
Obrázek 24- Schéma definování DVPREL1 v .bdf souboru [7]	. 45
Obrázek 25 - Schéma definování DRESP1 v .bdf souboru [7]	. 46
Obrázek 26- Schéma definování DRESP1 a DEQATN v . bdf souboru [7]	. 46
Obrázek 27 - Schéma definování DTABLE v .bdf souboru [7]	. 46
Obrázek 28 - Design model pro první dva módy	. 47
Obrázek 29 -S1 a 1.VOT naměření při PFZ	. 49
Obrázek 30 - S1 a 1.VOT MSC Nastran	. 49
Obrázek 31 - Rozdělení geometrie modelu na jednotlivé panely	. 58
Obrázek 32 - Výsledná vytvořená síť	. 59
Obrázek 33 - Splinové funkce [11]]	. 61
Obrázek 34 - Definování splinové funkce v .bdf souboru [7]	. 63
Obrázek 35 - Zapsání splinové funkce v .bdf souboru	. 63
Obrázek 36 - V-G-F diagram	. 64
Obrázek 37 – Antisymetrické tvary – Blokované řízení v-g diagram pro 0m	. 65
Obrázek 38- Antisymetrické tvary – Blokované řízení v-f diagram pro 0m	. 65
Obrázek 39- Antisymetrické tvary - Volné řízení - v - g diagram pro 0m	. 65
Obrázek 40 Antisymetrické tvary - Volné řízení - v - f diagram pro 0m	. 65
Obrázek 41 - Symetrické tvary - Blokované řízení - v - g diagram pro 0m	. 66
Obrázek 42 Symetrické tvary - Blokované řízení - v - f diagram pro 0m	. 66

Obrázek 43 - Symetrické tvary - Volné řízení - v - g diagram pro 0m	. 66
Obrázek 44 Symetrické tvary - Volné řízení - v - f diagram pro 0m	. 66
Obrázek 45 - Antisymetrické tvary - Volné řízení - AT1+1.AR-KLL v-g diagram	. 67
Obrázek 46 – Antisymetrické tvary - Volné řízení - AT1+1.AR-KLL v-f diagram	. 67
Obrázek 47 - Schéma definování hodnot DMIG v .bdf souboru [7][7]	. 68
Obrázek 48 - Schéma s ID jednotlivých GRIDŮ (Nodů)	. 69
Obrázek 49 - Antisymetrické tvary - Volné řízení -1.AR-KR - původní model	. 70
Obrázek 50 - Antisymetrické tvary - Volné řízení -1.AR-KR – upravený model	. 70
Obrázek 51 - Grafické znáz. opatření a) Hmotnostní b) Aktivní řízení c) Aerodynamické [5] .	. 72
Obrázek 52 - Původní model – AT1 – v-g diagram	. 73
Obrázek 53 - Model s upravenou torzní tuhostí - AT1 - v-g diagram	. 73
Obrázek 54 Antisymetrické tvary - Volné řízení - původní model - v-g-f diagram	. 74
Obrázek 55 Antisymetrické tvary - Volné řízení - model se zvýšenou torzní tuhostí- v-g-f	
diagram	. 74
Obrázek 56 - 1. SR-VK Fr = 3,2 Hz	. 79
Obrázek 57- 1.SR-KL Fr = 21.9 Hz	. 80
Obrázek 58 - SH1 Fr = 25,1 Hz	. 80
Obrázek 59 - OSOP Fr = 28,8 Hz	. 81
Obrázek 60- 1.SR KR Fr = 28,9 Hz	. 81
Obrázek 61 - ST1 fr = 44.8 Hz	. 82
Obrázek 62 - S2 fr =54,5 Hz	. 82
Obrázek 63 - 1.ST-KL fr = 68,7 Hz	. 83
Obrázek 64 - ST2 Fr = 76,7 Hz	. 83
Obrázek 65 - 1.ST-KR fr = 81.6	. 84
Obrázek 66 - 1.SR-VK fr = 7.7 Hz	. 84
Obrázek 67- 1.SR-KL fr = 21,9 Hz	. 85
Obrázek 68- 1.SR-VK fr = 30,6 Hz	. 86
Obrázek 69 - 1.ST-KL fr = 68,7 Hz	. 86
Obrázek 70 - 1.ST-KR fr = 81,7 Hz	. 87
Obrázek 71 - 1.AR-KR fr = 6,3 Hz	. 88
Obrázek 72 - 1.R - SK Fr = 9,4 Hz	. 88
Obrázek 73- 1.TT fr = 14,3 Hz	. 89
Obrázek 74 - 1.AR-KL fr = 21,9 Hz	. 89
Obrázek 75 - 1.SOT fr = 22,9 Hz	. 90
Obrázek 76 - A1 fr = 26,2 Hz	. 90
Obrázek 77 - 1.AR-VK fr=30,8 Hz	. 91
Obrázek 78 - AT1 fr = 37,6 Hz	.91
Obrázek 79 - PZSOP fr = 61.2 Hz	. 92
Obrázek 80 - A2 - fr = 64,4 Hz	. 92
Obrázek 81 - AH1 fr = 68,8 Hz	. 93
Obrázek 82 - 1.AT-KR fr = 95 Hz	. 93
Obrázek 83 - 1.AR-KR fr = 22,9 Hz	. 94
Obrázek 84 - 1.AR-KL fr = 21,9 Hz	. 94
Obrázek 85- 1.R-SK f = 9.5 Hz	. 95

Obrázek 86 - 1.AR-VK fr = 35,1 Hz	95
Obrázek 87 - 1.AR-KR fr = 94,8 Hz	96
Obrázek 88 - V-g-f diagram H = 0m	97
Obrázek 89 - V-g-f diagram H = 0m	
Obrázek 90 - V-g-f diagram H = 4500 ft	
Obrázek 91 - V-g-f diagram H = 9000 ft	100
Obrázek 92 - V-g-f diagram H = 14 000 ft	
Obrázek 93 - V-g-f diagram H = 14 000 ft	102
Obrázek 94- V-g-f diagram H = 0m	103
Obrázek 95 - V-g-f diagram H = 0m	104
Obrázek 96- V-g-f diagram H = 4500 ft	105
Obrázek 97 - V-g-f diagram H = 9000 ft	106
Obrázek 98 - V-g-f diagram H = 14 000 ft	107
Obrázek 99 - V-g-f diagram H = 14 000 ft	
Obrázek 100 - V-g-f diagram H = 0 ft	
Obrázek 101 - V-g-f diagram H = 0 ft	110
Obrázek 102 - V-g-f diagram H = 4 500 ft	111
Obrázek 103 - V-g-f diagram H = 9 000 ft	112
Obrázek 104 - V-g-f diagram H = 14 000 ft	113
Obrázek 105 - V-g-f diagram H = 14 000 ft	114
Obrázek 106 - V-g-f diagram H = 0 ft	115
Obrázek 107 - V-g-f diagram H = 0 ft	116
Obrázek 108 - V-g-f diagram H = 4 500 ft	117
Obrázek 109 - V-g-f diagram H = 9 000 ft	118
Obrázek 110 - V-g-f diagram H = 14 000 ft	119
Obrázek 111 - V-g-f diagram H = 14 000 ft	120

# Seznam tabulek

Tabulka 1- Technická data [4]	17
Tabulka 2- Hmotnostní konfigurace	17
Tabulka 3 - Data z PFZ pro křídlo	20
Tabulka 4 - Data z PFZ pro trup a ocasní plochy	20
Tabulka 5 - Data z PFZ pro klapky	20
Tabulka 6 - Data z PFZ pro křidélka	21
Tabulka 7 - Data z PFZ pro výskové kormidlo	21
Tabulka 8 - Data z PFZ pro směrové kormidlo	21
Tabulka 9 - Jednotlivá data pro pravé křídlo	23
Tabulka 10 - Jednotlivá data pro pravou VOP	23
Tabulka 11 - Jednotlivá data pro SOP	23
Tabulka 12 - Hodnoty jednotlivých koncentrovaných hmot	25
Tabulka 13 - Hodnoty jednotlivých statický a setrvačných momentů pro křídlo	27
Tabulka 14 - Hodnoty jednotlivých statický a setrvačných momentů pro VOP	27
Tabulka 15 - Hodnoty jednotlivých statický a setrvačných momentů pro SOP	27
Tabulka 16 - Systém jednotek MSC Nastran [7]	29
Tabulka 17 - Úprava oblasti výškového kormidla pomocí trendu	33
Tabulka 18 - Hodnoty přídavných setrvačných momentů od trasy řízení	38
Tabulka 19 - Rozdělení výpočetních metod [11]	42
Tabulka 20 - Rozděleni jednotlivých výpočetních metod [11]	42
Tabulka 21 - Jednotlivé konfigurace pro optimalizaci	47
Tabulka 22 - Srovnání číselných výsledků - základní strukturální model	48
Tabulka 23 - Srovnání číselných výsledků - Volné řízení - Symetrické tvary	50
Tabulka 24 - Srovnání číselných výsledků - Blokované řízení - Symetrické tvary	50
Tabulka 25 - Srovnání číselných výsledků - základní strukturální model"	51
Tabulka 26 - Srovnání číselných výsledků - Volné řízení - Symetrické tvary	52
Tabulka 27 - Srovnání číselných výsledků - Blokované řízení - Symetrické tvary	53
Tabulka 28 - Letové hladiny	55
Tabulka 29 - Definované hodnoty MK párů	60
Tabulka 30 - Seznam protiopatření	72
Tabulka 31 - Úprava měrných hmot, statických a setrvačných momentů	121
Tabulka 32 - Úprava měrných hmot, setrvačných a statických momentů	122

# Seznam grafů

Graf 1 - Graf Trendu rozložení vyjádřený v procentech	
Graf 2 - Trend po rozpětí Výškového kormidla	
Graf 3 - Původní a stávající vykreslení těžištní osy	
Graf 4 - Rozložení tuhostí před a po optimalizaci	
Graf 5 - Rozložení tuhostí před a po optimalizaci	51
Graf 6-Trend rozložení m, Jnh, Snh v % křídla	123
Graf 7-Trend hmot. statického a setrvačného momentu křídla	123
Graf 8 - Těžištní osy křídla	124
Graf 9 - Trend hmot. statického a setrvačného momentu SOP	124
Graf 10 – Výsledná těžištní osa SOP	125
Graf 11 - Graf rozsahu redukovaných frekvencí	125

# Seznam použitých symbolů

$\overline{m_{k\check{ m r}}}$	Měrná hmotnost křídla
$\overline{m_{vop}}$	Měrná hmotnost VOP
$\overline{m_{sop}}$	Měrná hmotnost SOP
$m_{1_{k\check{r}}}$	Hmotnost křídla oblast 1
$m_{1_{vop}}$	Hmotnost VOP oblast 1
$m_{1_{sop}}$	Hmotnost SOP oblast 1
$\overline{S_{nh}}_{k\check{r}}$	Měrný Statický moment křídla
$\overline{S_{nh}}_{non}^{n}$	Měrný Statický moment VOP
$\overline{S_{nh}}_{son}$	Měrný Statický moment SOP
$S_{nh1k\check{r}}$	Statický moment křídla oblast 1
$S_{nh1won}$	Statický moment VOP oblast 1
$S_{nh1son}$	Statický moment SOP oblast 1
$l_{k\check{r}}$	Polorozpětí křídla
l <sub>vop</sub>	Polorozpětí VOP
l <sub>sop</sub>	Polorozpětí SOP
$\overline{J_{nh}}_{k_{r}}$	Měrný Setrvačný moment křídla
$\overline{J_{nh}}_{non}^{n}$	Měrný Setrvačný moment VOP
$\overline{J_{nh}}_{son}$	Měrný Setrvačný moment SOP
J <sub>nh1<sub>k</sub>ř</sub>	Setrvačný moment křídla oblast 1
J <sub>nh1<sub>vop</sub></sub>	Setrvačný moment VOP oblast 1
J <sub>nh1sop</sub>	Setrvačný moment SOP oblast 1
<i>S</i> 1	1. Symetrický ohyb křídla
<i>S</i> 2	2. Symetrický ohyb křídla
ST1	1. Symetrická torze křídla
ST2	2. Symetrická torze křídla
A1	1. Antisymetrický ohyb křídla
A2	2. Antisymetrický ohyb křídla
AT1	1. Antisymetrická torze křídla
AH1	1. Antisymetrický ohyb VOP
SH1	1. Symetrický ohyb VOP
SPZ	Předozadní pohyb křídla
OSOP	1. Ohyb SOP
PZSOP	Předozadní pohyb SOP
1. <i>VOT</i>	1. Vertikální ohyb trupu
2. <i>VOT</i>	2. Vertikální ohyb trupu
TT1	1. <i>Torze trupu</i>
1. <i>SOT</i>	1. Stranový ohyb trupu
1.SR - KL	1. Symetrická rotace klapky
1.ST - KL	1. Symetrická torze klapky
1.SR - KR	1. Symetrická rotace křidélka
2.SR - KR	2. Symetrická rotace křidélka

1.ST - KR	1. Symetrická torze křidélka
1.SR - VK	1. Symetrická rotace VK
1.AR - KL	1. Antisymetrická rotace klapky
1. AT - KL	1. Antisymetrická torze klapky
1. AR – KR	1. Antisymetrická rotace křidélka
2. <i>AR</i> – <i>KR</i>	2. Antisymetrická rotace křidélka
1.AT - KR	1. Antisymetrická torze křidélka
1.AR - VK	1. Antisymetrická rotace VK
1. <i>R</i> – <i>SK</i>	1. Rotace směrovky
$x_{T,0}$	Poloha těžíštní osy
M	Matice hmotnosti
Κ	Matice tuhosti
φ	Vlastní vektor kmitání
ω	Úhlová frekvence
Κ	Koeficient vlastních frekvencí
$x_i$	Koeficient i – té vlastní frekvence (PFZ)
f <sub>it</sub>	Hodnota – té vlastní frekvence (Strukturalní model)
M <sub>hh</sub>	Modální hmotnostní matice
$B_{hh}$	Modální matice tlumení
$Q_{hh}(m,k)$	Matice aerodynamických sil
m	Machovo číslo
k	Redukovaná frekvence
ω	Úhlová frekvence
g	Konstrukční tlumení
v	Hustota vzduchu
$u_h$	Modální hmotnostní matice
M <sub>hh</sub>	Modální matice tlumení
B <sub>hh</sub>	Modální matice tlumení
ρ	Hustota vzduchu
ν	Rychlost
$u_h$	Modální vektor amplitudy
С	Refernční délka
$Q_{hh}^l$	Modální matice tlumení
p	$Vlastní číslo = \omega(j+i)$
$k_{min}$	Minimální redukovná frekvence
k <sub>max</sub>	Maximalníí redukovná frekvence

#### 1. Úvod

Aeroelasticita je odvětví fyziky a inženýrství, které zkoumá vzájemné působení mezi inerciálními, elastickými a aerodynamickými silami, ke kterým dochází, když je elastické těleso vystaveno proudění tekutiny. Vznik této vědní disciplíny je datován do 30. let minulého století. Studium aeroelasticity může být široce rozděleno do dvou oblastí. Jednu oblast tvoří aeroelasticita statická, která se zabývá statickou nebo trvalou reakcí pružného tělesa na tok tekutiny nebo plynu. Druhou oblast tvoří dynamická aeroelasticita, která se naopak zabývá dynamickou reakcí tělesa. Aeroelasticita čerpá ze studie mechaniky tekutin, mechaniky tuhých těles, strukturální dynamiky a dynamických systémů. Syntéza aeroelasticity s termodynamikou je známá jako aerotermoelasticita a její syntéza s teorií řízení je známá jako aeroservoelasticita. Touha po lepších letových vlastnostech a výkonech je důvod, proč konstruktéři odlehčují letoun až téměř na hraniční mez. S tím je spojen pokles tuhosti a narůst výskytu aeroelastických jevů. Nejčastějším jevem, se kterým se aeroelasticita běžně potýká, je flutter.

Flutter je dynamická nestabilita, respektive mezní případ stability dynamické odezvy částí či celého letounu za letu na impulzní zatížení. Při překročení tzv. kritické rychlosti flutteru je zpětná vazba netlumená, to znamená, že malá porucha (např. přírůstek zatížení, či deformace) se postupně zvětšuje až dojde k poruše konstrukce [1]. V současnosti je díky neustálému vývoji výpočetní techniky a numerických modelů možné popsat rozmanitá strukturní schémata. Složitost a rozmanitost dané problematiky naznačují jisté odchylky výpočetního modelu od reality. K tomu, aby se eliminovala velká část odchylek napomohl rozvoj experimentální aeroelasticity, kde hlavní roli sehrálo zvyšování přesnosti a citlivosti měřících aparatur. Výstupy z experimentální aeroelasticity (např. z pozemní frekvenční zkoušky) se považují za základní stavební pilíře pro sestavení jednotlivých numerických modelů [2].

Cílem této práce je provést flutterovou analýzu celého letounu Bristell B23 a navrhnout opatření proti flutteru. Za těmito účely je vytvořen strukturální model celého letounu, jehož modální charakteristiky jsou laděny v optimalizačním software MSC. Nastran. Hlavní důraz je kladen na shodu vlastních frekvencí a tvarů kmitání MKP modelu s daty naměřenými z pozemní frekvenční zkoušky. Poté je na modelu provedena flutterová analýza a vyšetřen průkaz flutterové odolnosti podle předpisu CS 23.629.

### 2. Bristell B23

Firma BRM AERO, která se zaměřuje především na individuální zakázky, je svým zákazníkům schopna realizovat zástavby a modifikace všeho druhu, dle jejich přání. Každý zákazník tak může získat jedinečný exemplář letounu, který odpovídá nejlépe jeho představám. Jednou z priorit společnosti BRM AERO je důraz na inovace a kontinuální vývoj vyráběných letounů [3].

Letoun B23 (obrázek 1) je vytvořen z duralové nýtované konstrukce pro 2 osoby v kategorii CSA – VLA, která se certifikuje dle CS – 23. Tento letoun ještě nebyl uveden na trh a je stále ve vývoji.



Obrázek 1 - Bristell B23 [4]

ROZMĚRY				
Rozpětí křídla	9,157	[m]		
Plocha křídla	-	$[m^2]$		
Plošné zatížení křídla	-	$[kg/m^2]$		
Délka letounu	6,288	[m]		
Výška letounu	2,407	[m]		
Šířka kabin	-	[m]		
	Hmotnosti			
Prázdná hmotnost	421,5	[kg]		
Maximální vzletová	781	[kg]		
hmotnost				
Užitečné zatížení	-	[kg]		
Objem palivových nádrží	88	[ <i>l</i> ]		
Zavazadlový prostor v trupu	15	[kg]		
Zavazadlový prostor	2 x 20	[kg]		
v křídlech				
Provozní násobky	+4 / -2	[g]		
	Provozní rychlosti			
Návrhová rychlost vd	322	[km/h]		

Tabulka 1- Technická data [4]

### 3. Pozemní frekvenční zkouška

Jak již bylo zmíněno v úvodu, data získaná z pozemní frekvenční zkoušky, jsou hlavním vstupem pro sestavení numerických modelů. Pro optimalizaci vytvořeného numerického modelu je nutné znát cílové hodnoty optimalizace. Ty jsou známy právě z výsledků pozemní frekvenční zkoušky.

Účelem této zkoušky je získat modální parametry pro výpočet flutterové odolnosti. Výsledkem PFZ jsou pak jednotlivé vlastní tvary, frekvence a konstrukční tlumení. Tyto hodnoty se většinou měří ve dvou hmotnostních variantách. Modální charakteristiky pro křídlo, ocasní plochy a trup se nacházejí v tabulce 3 až 8.

Lehká Varianta			Těžká varianta		
Prázdný letoun	421,5	[kg]	Prázdný letoun	-	[kg]
Pilot	55	[kg]	Pilot	-	[kg]
Palivo	0	[l]	Palivo	-	[l]
Celkem	476,5	[kg]	Celkem	-	[kg]

Tabulka 2- Hmotnostní konfigurace

Pozemní frekvenční zkouška spočívá v uvolnění letounu ve všech šesti stupních volnosti. Nejčastěji je letoun zavěšen na rám, který musí mít o řád nižší vlastní frekvenci než samotný letoun. Pro velké dopravní letouny, kde se rám těžko použije, lze použít pneumatické uchycení podvozku (obrázek 3). Frekvenční zkouška se provádí v bezhlučném prostředí a za stálé teploty.



Obrázek 2 - Schéma pozemní frekvenční zkoušky [4]

Na letoun se pak umístí několik 1-osových piezoelektrických akcelerometrů (desítky až stovky), které zaznamenávají frekvenci v daném bodě (pohyb – deformace – náboj). Snímač se skládá ze základny, z piezoelektrických členů a kroužků. Pří instalaci snímačů se musí dávat pozor na správné umístění, respektive není žádoucí umístit snímač na uzlový bod. Snímače se zpravidla upevňují pomocí magnetu, přísavek nebo pomocí čelistí. Letoun se pak budí pomocí elektrodynamických budičů. Nejčastěji se používají dva budiče, které se umisťují zespoda konstrukce na křídlo nebo vodorovnou ocasní plochu. Budič je vybaven siloměrem. Měří pouze amplitudu, nikoliv vektor. Pro velmi malé díly, kde by budič měl několikanásobně vyšší hmotnost než samotný díl, se používá modální kladívko. Data jsou vyhodnocována Furierovou transformací a následně zpracována do podoby přenosové funkce ve tvaru:

$$M\ddot{x} + B\dot{x} + kx = F \tag{1}$$

$$\omega^2 \cdot m \cdot x + i \cdot \omega \cdot b \cdot x + k \cdot x = F \tag{2}$$

$$H = \frac{A}{F} \tag{3}$$

$$H = \frac{1}{-\omega^2 + i \cdot b \cdot \omega + k} \tag{4}$$



Obrázek 3 - Pneumatické uvolnění při PFZ [5]



Obrázek 4 – Snímač [5]

#### Křídlo - Lehká konfigurace Křídlo - Těžká konfigurace Mód Tlumení Mód Frekvence Tlumení Frekvence Vlastní Vlastní [1] [Hz] [%] tvary [1] [Hz] [%] tvary 11,3 10,5 1. 0,2 S1 1. 1,1 S1 2. 26,2 3,5 A1 2. 24,8 2,5 A1 3. 30,9 3,1 SPZ 3. 30,4 2,2 SPZ 1,4 4. 37,6 AT1 4. 38,6 3,4 AT1 5. 44,8 5. 45,9 0,7 S2 3,5 ST1 6. 54,5 2,6 S2 6. 57,2 1,7 ST1 7. 64,4 1,4 A2 7. 2,0 62,8 A2 8. 76,7 0,4 8. 81,6 0,4 ST2 ST2

Tabulka 3 - Data z PFZ pro křídlo

Trup - Lehká konfigurace			Trup - Těžká konfigurace				
Mód	Frekvence	Tlumení	Vlastní	Mód	Frekvence	Tlumení	Vlastní
[1]	[Hz]	[%]	tvary	[1]	[Hz]	[%]	tvary
1.	11,3	1,43	1.VOT	1.	10,6	0,9	1.VOT
2.	14,3	1,19	1.TT	2.	14,3	0,9	1.TT
3.	22,9	1,91	1.SOT	3.	21,8	3,0	1.SOT
4.	25,1	1,9	SH1	4.	26,4	1,7	SH1
5.	28,8	4,3	O-SOP	5.	29,1	5,4	O-SOP
6.	61,2	0,3	PZ-SOP	9.	61,3	0,6	PZ-SOP
7.	68,8	0,9	AH1	10.	69,2	0,9	AH1
8.	74,6	0,0	2.VOT	11.	76,8	0,9	2.VOT
		- /					

Tabulka 4 - Data z PFZ pro trup a ocasní plochy

Klapky zasunuté			Klapky vysunuté (43°)				
Mód	Frekvence	Tlumení	Vlastní	Mód	Frekvence	Tlumení	Vlastní
[1]	[HZ]	[%]	tvary	[L]	[HZ]	[%]	tvary
1.	21,9	7,8	1.SR-KL	1.	22,0	6,9	1.SR-KL
2.	24,1	5,9	1.AR-KL	2.	25,7	3,4	1.AR-KL
3.	68,7	5,3	1.ST-KL	3.	66,3	1,9	1.ST-KL
4.	76,7	1,5	1.AT-KL	4.	72,4	2,2	1.AT-KL

Tabulka 5 - Data z PFZ pro klapky

Křidélka - Volné řízení			к	řidélka - Bl	okované i	ŕízení	
Mód	Frekvence	Tlumení	Vlastní	Mód	Frekvence	Tlumení	Vlastní
[1]	[Hz]	[%]	tvary	[1]	[Hz]	[%]	tvary
1.	6,3	1,6	1.AR-KR	1.	23,0	2,1	1.AR-KR
2.	28,9	4,9	1.SR-KR	2.	31,6	2,6	1.SR-KR
3.	38,2	0,1	2.AR-KR	3.	81,7	3,4	1.ST-KR
4.	81,6	2,5	1.ST-KR	4.	81,7	1,6	1.AT-KR
5.	95,0	1,1	1.AT-KR				

Tabulka 6 - Data z PFZ pro křidélka

Výškové kormidlo - Volné řízení			Výškové kormidlo - Blokované řízení				
Mód [1]	Frekvence [Hz]	Tlumení [%]	Vlastní tvarv	Mód [1]	Frekvence [Hz]	Tlumení [%]	Vlastní tvarv
1.	3,2	16,0	1.SR-VK	1.	7,7	7,8	1.SR-VK
2.	30,8	2,3	1.AR-VK	2.	35,1	1,2	1.AR-VK
3.	77,8	4,6	2.SR-VK	3.	79,0	3,8	2.SR-VK

Tabulka 7 - Data z PFZ pro výskové kormidlo

Směrové kormidlo - Volné řízení			Smè	érové kormi říz	dlo - Blok ení	ované	
Mód [1]	Frekvence [Hz]	Tlumení [%]	Vlastní tvary	Mód [1]	Frekvence [Hz]	Tlumení [%]	Vlastní tvary
1.	9,4	16,0	1.R-SK	1.	9,5	7,8	1.R-SK

Tabulka 8 - Data z PFZ pro směrové kormidlo

#### 4. Strukturální model letounu

Metoda tvorby strukturálního modelu spočívá v nahrazení systému (např. křídla, VOP, SOP) pouze jednoduchým 1D nosníkem, který je umístěn v elastické ose a s koncentrovanými hmotami v ose těžištní. Nosník, který je dělen na jednotlivé elementy, zde zastupuje celkovou tuhost reálného letounu. Jednotlivé elementy pak charakterizují tuhost letounu odpovídající délce elementu. Jelikož nosník je nutné konečně rozdělit, je zde patrný problém spočívající ve skokové změně tuhosti po rozpětí křídla, VOP a SOP. Druhou podmínkou je shoda (podobnost) setrvačných sil. Jedná se o náhradu spojitých veličin (hmotnost, setrvačný a statický moment) za veličiny diskrétní. Hmoty, které zastupují spojitou hmotnost, musí ležet v těžištní ose a zároveň setrvačný a statický moment těchto hmot musí odpovídat reálnému křídlu [2]. Ve zkratce se jedná o strukturální model s koncentrovanými hmotami, vyznačující se malým počtem stupňů volnosti, a přitom s dostatečně přesným popisem modálních charakteristik ve sledovaném pásmu. Rozmezí sledovaného pásma se pohybuje okolo 0–120 Hz.

#### 4.1 Tvorba strukturálního modelu

Pro tvorbu MKP modelu je nutné získat polohu jak elastické, tak těžištní osy. Dále je potřeba zjistit jednotlivé statické a setrvačné momenty a rozložení hmotností. Elastická osa byla odborně odhadnuta v 25% hloubky křídla daného letounu pro obě křídla, VOP a SOP. Pro trup platí, že elastická osa bude pro tento model v ose trupu. Těžištní osu je třeba dopočítat pomocí statických momentů. Pro určení jednotlivých koncentrovaných hmotností je zapotřebí znát celkovou hmotnost křídel, VOP i SOP. Vzhledem k rozsahu pracnosti této práce, zde bude uveden výpočet pouze pro pravou polovinu letounu, zejména pro křídlo, VOP a SOP.

Pravé křídlo					
Hmotnost	40,044	[kg]			
Statický moment	21,335	$[kg \cdot m]$			
Setrvačný moment	16,980	$[kg \cdot m^2]$			

Tabulka 9 - Jednotlivá data pro pravé křídlo

Pravá vertikální ocasní plocha					
Hmotnost 6,226 [kg]					
Statický moment	2,899	$[kg \cdot m]$			
Setrvačný moment	1,628	$[kg \cdot m^2]$			

Tabulka 10 - Jednotlivá data pro pravou VOP

Pravá svislá ocasní plocha					
Hmotnost	4,893	[kg]			
Statický moment	2,190	$[kg \cdot m]$			
Setrvačný moment	1,41	$[kg \cdot m^2]$			

Tabulka 11 - Jednotlivá data pro SOP

#### 4.1.1 Výpočet měrných hmotností

V prvním případě je nutné si křídlo rozdělit na několik úseků. V této práci byly zvoleny takové úseky, které odpovídaly vzdálenosti mezi jednotlivými snímači. Pozice jednotlivých snímačů při PFZ je možno vidět na obrázku 5 a 6. Křídlo tedy bylo rozděleno do osmi oblastí. Svislá ocasní plocha a vertikální ocasní plocha je pak rozdělena na oblasti 4.



Obrázek 5 - Výkres pozic jednotlivých snímačů při PFZ - pohled 1



Obrázek 6 - Výkres pozic jednotlivých snímačů při PFZ - pohled 2

Po rozdělení dílčích ploch na jednotlivé oblasti je možné přejít k výpočtu jednotlivých měrných hmotností, statických a setrvačných momentů.

Výpočet celkové měrné hmotnosti jednotlivých dílčích ploch:

$$\overline{m_{k\check{r}}} = \frac{m_{k\check{r}}}{l_{k\check{r}}} = \frac{40,044}{3,3045} = 12,118 \left[ kg \cdot m^{-1} \right]$$
(5)

$$\overline{m_{vop}} = \frac{m_{vop}}{l_{vop}} = \frac{6,226}{1,545} = 4,030 \ [kg \cdot m^{-1}] \tag{6}$$

$$\overline{m_{sop}} = \frac{m_{sop}}{l_{sop}} = \frac{4,893}{1,02} = 4,796 \ [kg \cdot m^{-1}] \tag{7}$$

Výpočet hmotnosti oblasti 1 dílčích ploch:

$$m_{1_{k\check{r}}} = \overline{m_{k\check{r}}} \cdot dy_{1_{k\check{r}}} = 12,118 \cdot 0,166$$

$$m_{1_{k\check{r}}} = 2,006[kg]$$
(8)

$$m_{1_{vop}} = \overline{m_{vop}} \cdot dy_{1_{vop}} = 4,030 \cdot 0,35$$
 (9)  
 $m_{1_{vop}} = 1,41[kg]$ 

$$m_{1_{sop}} = \overline{m_{sop}} \cdot dz_{1_{sop}} = 4,796 \cdot 0,3$$
 (10)  
 $m_{1_{sop}} = 1,439[kg]$ 

#### Ostatní oblasti jsou uvedeny v následující tabulce hodnot.

Pravé křídlo		VOP		Pravé křídlo	
Oblast $dy$	Hmotnost	Oblast dy	Hmotnost	Oblast dz	Hmotnost m
[m]	[kg]	[m]	[kg]	[m]	[kg]
0,166	0,166	0,35	1,41	0,3	1,439
0,45	0,45	0,38	1,531	0,22	1,055
0,375	0,375	0,4	1,612	0,24	1,151
0,375	0,375	0,415	1,672	0,26	1,125
0,45	0,45	-	-	-	-
0,4594	0,4594	-	-	-	-
0,4906	0,4906	-	-	-	-
0,5389	0,5389	-	-	-	-

Tabulka 12 - Hodnoty jednotlivých koncentrovaných hmot

#### 4.1.2 Výpočet měrných statických a setrvačných momentů

Analogicky jako u výpočtu měrných hmotností byl použit stejný postup u měrných statických momentů. Pro upřesnění je zde uveden výpočet oblasti 1.

Výpočet celkového měrného statického momentu dílčích oblastí:

$$\overline{S_{nh_{k\check{r}}}} = \frac{S_{nh_{k\check{r}}}}{l_{k\check{r}}} = \frac{21,335}{3,3045} = 6,456 \ [kg] \tag{11}$$

$$\overline{S_{nh}}_{vop} = \frac{S_{nh_{vop}}}{l_{vop}} = \frac{2,899}{1,545} = 1,876 \ [kg] \tag{12}$$

$$\overline{S_{nh_{sop}}} = \frac{S_{nh_{sop}}}{l_{sop}} = \frac{2,190}{1,02} = 2,14[kg]$$
(13)

Výpočet statického momentu oblasti 1 dílčích ploch:

$$S_{nh_{k\check{r}}} = \overline{S_{nh_{k\check{r}}}} \cdot dy_{1_{k\check{r}}} = 6,456 \cdot 0,166$$

$$S_{nh_{k\check{r}}} = 1,069 [kg \cdot m]$$
(14)

$$S_{nh1_{vop}} = \overline{S_{nh_{vop}}} \cdot dy_{1_{vop}} = 1,876 \cdot 0,35$$

$$S_{nh1_{vop}} = 0,656 \ [kg \cdot m]$$
(15)

$$S_{nh_{sop}} = \overline{S_{nh_{sop}}} \cdot dz_{1_{sop}} = 2,14 \cdot 0,3$$

$$S_{nh_{sop}} = 0,644 \ [kg \cdot m]$$
(16)

#### Výpočet celkového měrného setrvačného momentu dílčích ploch:

$$\overline{J_{nh}}_{k\check{r}} = \frac{J_{nh_{k\check{r}}}}{l_{k\check{r}}} = \frac{16,98}{3,3045} = 5,138 \ [kg \cdot m] \tag{17}$$

$$\overline{J_{nh}}_{vop} = \frac{J_{nh_{vop}}}{l_{vop}} = \frac{1,628}{1,545} = 1,053 \ [kg \cdot m]$$
(18)

$$\overline{J_{nh}}_{sop} = \frac{J_{nh}}{l_{sop}} = \frac{1,41}{1,02} = 1,382[kg \cdot m]$$
(19)

Výpočet setrvačného momentu oblasti 1 dílčích ploch:

$$J_{nh_{k\check{r}}} = \overline{J_{nh_{k\check{r}}}} \cdot dy_{1_{k\check{r}}} = 5,138 \cdot 0,166$$
(20)  
$$J_{nh_{k\check{r}}} = 0,850 \ [kg \cdot m^2]$$

$$J_{nh_{vop}} = \overline{J_{nh_{vop}}} \cdot dy_{1_{vop}} = 1,053 \cdot 0,35$$
(21)  
$$J_{nh_{vop}} = 0,368 [kg \cdot m^{2}]$$
  
$$J_{nh_{sop}} = \overline{J_{nh_{sop}}} \cdot dy_{1_{sop}} = 1,382 \cdot 0,3$$
(22)

$$J_{nh1_{sop}} = 0,414 \left[ kg \cdot m^2 \right]$$

Ostatní oblasti jsou uvedeny v následující tabulkách hodnot:

Oblast $dy \ [m]$	Statický moment $[kg\cdot m]$	Setrvačný moment $[kg\cdot m^2]$
0,166	1,069	0,850
0,45	2,905	2,312
0,375	2,421	1,926
0,375	2,421	1,926
0,45	2,905	2,312
0,4594	2,966	2.360
0,4906	3,167	2,520
0,5389	3,479	2,769
T      40		1° 1 ×/ 11

Tabulka 13 - Hodnoty jednotlivých statický a setrvačných momentů pro křídlo

Oblast $dy \ [m]$	Statický moment $[kg\cdot m]$	Setrvačný moment $[kg \cdot m^2]$
0,35	0,368	0,656
0,38	0,400	0,713
0,4	0,423	0,750
0,415	0,437	0,778

Tabulka 14 - Hodnoty jednotlivých statický a setrvačných momentů pro VOP

Oblast $dz \ [m]$	Statický moment $[kg\cdot m]$	Setrvačný moment $[kg\cdot m^2]$
0,3	0,644	0,414
0,22	0,472	0,304
0,24	0,515	0,331
0,26	0,558	0,359

Tabulka 15 - Hodnoty jednotlivých statický a setrvačných momentů pro SOP

#### 4.2 Postup tvorby strukturálního modelu

Při sestavování samotného MKP modelu je zde nutné si určit souřadný systém v němž bude model definován. Jelikož se tato práce zabývá aeroelastickou analýzou, je vhodné zvolit "aeroelastický souřadný systém" (obrázek 7), aby se předešlo zbytečné transformaci souřadných soustav. Tento systém spočívá v tom, že kladný směr osy *y* směřuje kolmo od roviny symetrie, osa *x* definuje směr nabíhajícího proudu vzduchu a kladný směr osy *z* je definován podle zvyklostí. Počátek souřadného systému je znázorněn na obrázku 8.



Obrázek 7 - Aeroelastický souřadný systém [2]



Obrázek 8 - Počátek souřadného systému [6]

Dále je zapotřebí si ujasnit a zvolit jednotky, ve kterých bude nosníkový model letounu definován. V této práci se bude výhradně používat program MSC Nastran s uživatelským rozhraním MSC Patran a MSC Flight Loads. Tento program má svůj unikátní systém jednotek, který bude uveden v tabulce 16.

Délka	[ <i>m</i> ]	Délka	[mm]	
Síla	[ <i>Pa</i> ]	Síla	[MPa]	
Hmotnost	[Kg]	Hmotnost	[ <i>t</i> ]	
Hustota	$[kg \cdot m^3]$	Hustota	$[t \cdot mm^3]$	
Moment setrvačnosti	$[kg \cdot m^2]$	Moment setrvačnosti	$[t \cdot mm^2]$	
Kvadratický modul	$[m^4]$	Kvadratický modul	$[mm^4]$	
Čas	[ <i>s</i> ]	Čas	[ <i>s</i> ]	
Rychlost	$[m \cdot s^{-1}]$	Rychlost	$[mm \cdot s^{-1}]$	
Frekvence	[ <i>Hz</i> ]	Frekvence	[Hz]	

Tabulka 16 - Systém jednotek MSC Nastran [7]

Na první pohled je z tabulky patrné, že byl zvolen první systém jednotek programu MSC Nastran i za cenu toho, že se délka bude udávat v metrech, protože druhý systém jednotek je zbytečně složitý a bylo by komplikované a pracné vše přepočítávat.

Jako první jsou vytvořeny nody (GRIDy) po celkovém rozpětí křídla. Definují polohu elastické osy. Elastické osa je v tomto případě 0,25% hloubky křídla. Tyto nody jsou propojeny pomocí elementu BAR (v .bdf dokumentu definován jako PBAR – *Simple Beam property* a CBAR – *Simple Beam Element Connection* ). Element Bar je definován 18 vlastnostmi. Nicméně pro nosníkový model uživatel definuje pouze průřez (A), setrvačný moment k ose *x* (I1), setrvačný moment k ose *y* (I2) a polární moment setrvačnosti (J). Schéma zápisu štítku PBAR a CBAR je vyobrazeno obrázkem 9.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
PBAR	PID	MID	А	I1	I2	J	NSM		
	C1	C2	D1	D2	E1	E2	F1	F2	
	K1	K2	I12						

Obrázek 9 - Schéma definování štítku PBAR v .bdf souboru [7]

Poté musí být nosníku přidělen materiál, který se definuje v .bdf souboru pod štítkem MAT1. U materiálu uživatel nevyplňuje hustotu, protože by pak výpočet probíhal s hmotným nosníkem, což je nežádoucí. Dalším důležitým prvkem je nastavení správné orientace elementu. Ten se definuje orientací vektoru v (obrázek 10). Vektor v určuje orientaci průřezových charakteristik, vypočtených sil a napětí.



Obrázek 10 - Vektor v [7]

Dále je zapotřebí vytvořit nody, do kterých se v následujících krocích vloží jednotlivé koncentrované hmoty. Tyto body (nody) musí ležet na těžištní ose. Poloha těžištní osy se vypočítá na základě již známých statických momentů.

$$x_{T.O} = \frac{S_{nh}}{m} \tag{23}$$

V dalším kroku musí uživatel vytvořit takzvané mass elementy, které "sváže" s již vytvořenými nody v předchozím kroku. Tyto elementy jsou prezentovány za pomocí štítku CONM2. Tento prvek nahrazuje koncentrovanou hmotnost, která je charakterizována matici 6x6 (24) a je velmi vhodný pro tvorbu nosníkových modelů. Druhá alternativa je element typu CONM1, který definuje hmotnost v obecném tvaru [7]. Uživatel zde určuje hodnotu koncentrované hmotnosti pro danou oblast. Schéma štítku COMN2 je vyobrazeno na obrázku 11.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CONM2	EID	G	CID	М	X1	X2	X3		
	I11	I21	I22	I31	I32	133			

Obrázek 11 - Schéma elementu typu CONM2 [7]

$$CONM2 = \begin{bmatrix} m & & & & \\ & m & & & \\ & & I11 & & \\ & & -I21 & I22 & \\ & & & -I31 & -I32 & I33 \end{bmatrix}$$
(24)

Kde pak:

$$m = \int \rho dV \tag{25}$$

$$I11 = \int \rho(x_2^2 + x_3^2) dV \qquad I21 = \int \rho x_1 x_2 dV$$
  

$$I22 = \int \rho(x_1^2 + x_3^2) dV \qquad I31 = \int \rho x_1 x_3 dV$$
  

$$I33 = \int \rho(x_1^2 + x_2^2) dV \qquad I32 = \int \rho x_2 x_3 dV$$

Kde  $x_1$ ;  $x_2$ ;  $x_3$  jsou vzdálenosti od počátku souřadného systému definovaného .bdf souboru.

K připojení koncentrovaných hmot k nosníku, ležící v elastické ose, jsou použity rigid elementy typu RBAR. Jsou to absolutně tuhé prvky, ve kterých uživatel definuje závislé a nezávislé nody. Déle je nezbytně nutné určit jejich požadovaný stupeň volnosti. Mass element typu CONM2 se musí připojit odpovídajícímu nodu na nosníku ležící na elastické ose. V tomto případě závislý prvek představuje koncentrovaná hmotnost se všemi stupni volnosti. Nezávislý prvek je pak odpovídající nod na nosníku, který má opět všechny stupně volnosti.

Předposledním a nutným krokem pro zahájení výpočtu je volba okrajových podmínek. Ty se v programu nachází pod štítkem SPCADD, který spjatý se štítkem SPC1. Okrajová podmínka se vytvoří na nodu, jenž leží na ose symetrie letounu. Danému nodu se zakáže rotace i translace kolem všech tří os souřadného systému. Posledním, ne však nutným krokem, je vytvoření elementů typu PLOTEL [7]. Tyto elementy jsou nehmotné prvky, které slouží k vizualizaci daného modelu. Jde o vytvoření nodů na náběžně a odtokové hraně křídla, které pomáhají pozdější vizualizaci výsledků. Bez nich by bylo prakticky nemožné určit o jaký mód se jedná [2]. První iterace strukturálního modelu letounu je pak vyobrazena na obrázku 12 a 13.



Obrázek 12 - 1. iterace strukturálního modelu - pohled 1



Obrázek 13 - 1. Iterace strukturálního modelu - pohled 2

#### 4.3 Úprava těžištní osy pomocí trendu po rozpětí

Na obrázku 11 lze vidět, že vypočítaná těžištní osa strukturálního modelu pevných ploch zasahuje přes oblast osy otáčení do oblasti samotného křidélka. Na obrázku 12 lze vidět, jak těžištní osa zasahuje rapidně do oblasti samotného směrového kormidla. Takovýto stav je bohužel neakceptovatelný pro budoucí konstrukci strukturálního modelu se vztlakovou mechanizací a kormidly. Aby se tento problém zcela eliminoval, byl použit pro měrné hmotové charakteristiky letounu získané na základě experimentu takzvaný trend po rozpětí. Jedná se v podstatě o vynásobení jednotlivých měrných hmotností, statických a setrvačných momentů soustavou koeficientů tak, aby se po úpravě těžištní osa posunula směrem blíže k elastické ose a zároveň, aby se suma těchto upravených hmot, statických a setrvačných momentů, rovnala sumě před úpravou. Podrobné informace o změně jednotlivých hodnot jsou vyobrazeny v následujících tabulce 17 a grafech 1 až 3. Ostatní části letounu jsou uvedeny v příloze. Poté, co byly upraveny jednotlivé měrné veličiny, byly analogicky přepočítány koncentrované hmotnosti, statické a setrvačné momenty pro oblasti zmíněné v první iteraci strukturálního modelu. Výsledná těžištní osa pro výškové kormidlo je pak znázorněna v grafu 3.

Výchozí stav Výškového kormidla							
Souřad	Procenta	Měrná m	Proce	Měrný statický	Proce	Měrný setrvačný	
nice Y	rozpětí	VOP	nta	moment	nta	moment	Procenta
(m)	(%)	(kg/m)	(%)	(kg/m/m)	(%)	(kg.m2/m)	(%)
0	0	4,0303	1	1,876835336	1	1,053994931	1
0,35	0,226537	4,0303	1	1,876835336	1	1,053994931	1
0,73	0,47249	4,0303	1	1,876835336	1	1,053994931	1
1,13	0,73139	4,0303	1	1,876835336	1	1,053994931	1
1,545	1	4,0303	1	1,876835336	1	1,053994931	1
Suma		20,155		9,38417		5,26997	
		Tre	end po r	ozpětí Výškového k	ormidla	a	
						Měrný setrvačný	
Souřad	Procenta	m VOP	Proce	Měrný statický	Proce	moment	
nice Y	Rozpětí	(kg/m)	nta	moment	nta	(kg.m2/m)	Procenta
(m)	(%)	Trend	(%)	(kg/m/m) Trend	(%)	Trend	(%)
0	0	4,53735	1	2 <i>,</i> 398595336	1,27	1,423103931	1
0,35	0,226537	4,537356	1	2 <i>,</i> 398595336	1,27	1,423103931	1
0,73	0,472491	4,186717	0,913	1,985691562	0,78	1,044719751	0,641
1,13	0,731391	3,461256	0,733	1,413256785	0,475	0,750655165	0,362
1,545	1	3,429013	0,725	1,188036544	0,355	0,628391753	0,246
Suma		20.155		9.38417		5.26997	

Tabulka 17 - Úprava oblasti výškového kormidla pomocí trendu



Graf 1 - Graf Trendu rozložení vyjádřený v procentech



Graf 2 - Trend po rozpětí Výškového kormidla



Graf 3 - Původní a stávající vykreslení těžištní osy

#### 4.4 Postup tvorby modelu s vztlakovou mechanizací a kormidly

Po aplikaci tzv. trendu po rozpětí v předchozí podkapitole, byl zhotoven nový strukturální model, který je vhodný pro následnou nástavbu kormidel vztlakové mechanizace. Jedná se v podstatě o strukturální model pevných ploch doplněný o osu otáčení, setrvačný moment a koncentrovanou hmotu daného kormidla. Nejdříve bylo zapotřebí zjistit souřadnice osy otáčení z výkresové dokumentace [6]. Osa otáčení je pak v modelu zastoupena dvojící nodů, které leží na sobě v průsečíku osy otáčení daného kormidla. Koncentrovaná hmota (CONM2) se setrvačným momentem daného kormidla je pak umístěna v těžištní ose kormidla, jejíž poloha je opět dopočítána ze statických momentů, které jsou známé z pozemní frekvenční zkoušky. Dalším krokem je pak zanést do modelu tuhosti kormidel. Ty jsou zavedeny pomocí pružin. V modelu tedy byly použity elementy typu CELAS1.

Štítek CELAS1, který má vliv na vlastní frekvence rotace daného kormidla, je definován mezi výše zmíněnou dvojicí nodů ležící na průsečíku osy otáčení a tuhostí s příslušným stupněm volnosti. Tento element je vhodný i pro použití simulace torzní tuhosti kormidla.

Pak tedy tento element spojuje příslušné nody v těžištní ose daného kormidla. Dalším a posledním krokem je propojení všech nodů ve směru hloubky křídla. K tomuto účelu slouží MPC prvky typu RBAR a RBE2. RBAR, který byl již zmíněn v kapitole 4.2, spojuje těžištní osu kormidla a osu otáčení, kde se nachází dvojice na sobě ležících nodů. MPC prvek RBE2 pak spojuje právě nody, které leží na průsečíku osy otáčení. Jeden nod je označen obdobně jako u prvku RBAR za závislý a druhý za nezávislý. Stupně volnosti u toho prvku se dají definovat pouze u jednoho z příslušných nodů.



Obrázek 14 - Schéma zapojení kormidel a vztlakové mechanizace pro strukturální model

Dle výše uvedeného postupu v kapitolách 4.2 a 4.4 je v práci uvedena ukázka zdrojového kódu pro řešič MSC NASTRAN pro symetrické módy (obrázek 15). Vzhledem k rozsáhlému kódu se jedná však pouze o první nod (grid) pro křídlo. Schéma strukturálního modelu s přidanými kormidly, vztlakovou mechanizací a upravenou těžištní osou pomocí trendu po rozpětí je vyobrazen na obrázku 16 a 17.

```
NAZEV
        EID
                           PLOCHA
                                   11
12
соля 1 1 1 2 0, 1, 1, 1,

$ Elements and Element Properties for region : KONCENTROVANA HMOTA 1 Křídlo

CONM2 10 12 3.03
$ Material Record : Material
$---1-$$---2-$$---3-$$---4--$$---5--$$---6--$$---7--$$---8--$$---9--$$--10--$
MAT1 1 2.1+10 7.8+8 0.3
MAT1 1 2.1+10 7.8+8 0.3

$--1-$$--2-$$--8-$$--9-$$--8-$$--9-$$

RBAR 102 108 70 123456 123456

$--1-$$--2-$$--3-$$--4-$$--5-$$--6-$$--7-$$--8-$$-9-$$-10-$ PLOTEL KRIDLO
PLOTEL 1111 71 72
$---1--$$---2--$$---3--$$---4--$$---6--$$---7--$$---8--$$---9--$$--10--$
$ Nodes of the Entire Model
GRID*
                                             .375979989767075 0.
* .764500021934509
$ Loads for Load Case : Modalka
SPCADD
          2
                   1
$---1--$$---2--$$-
SPC1 1 7
```

Obrázek 15 - Úryvek zdrojového kódu pro MSC Nastran


Obrázek 16 - Finální strukturální model - pohled 1



Obrázek 17 - Finální strukturální model - pohled 2

### 4.5 Vliv trasy řízení

Na obrázku 16 lze vidět, že do konečného strukturálního modelu byl vnesen vliv trasy řízení. Při pohybu kormidel dochází samozřejmě i k pohybu táhel letounu, kde vznikají nezanedbatelné setrvačné momenty. Hodnoty jednotlivých momentů jsou převzaty z PFZ. Do strukturálního modelu se tento vliv vnáší pak pomocí přídavných setrvačných momentů, které leží v ose otáčení daného kormidla blíže k ose symetrie. Všechny tyto přídavně setrvačné momenty jsou uvedeny v tabulce 18.

		SYMETRICKÉ	TVARY	NESYMETRICKÉ TVARY		
		ΔJ [kg.m2] Trasy řízení	ΔJ [kg.m2] na jedno polo- kormidlo	ΔJ [kg.m2] Trasy řízení	ΔJ [kg.m2] na jedno polo- kormidlo	
Křidálka	Volné	0,04204	0,02102	0,05255	0,02628	
Riueika	Blokované	0,03153	0,01577	0,03942	0,01971	
VIZ	Volné	0,07745	0,03873	0,00000	0,00000	
VI	Blokované	0,05809	0,02905	0,00000	0,00000	
SIZ.	Volné	-	-	0,17663	0,17663	
Sn	Blokované	-	-	0,13247	0,13247	
Klapka	Volné	0,00659	0,00329	0,00659	0,00329	
	Blokované	0,00659	0,00329	0,00659	0,00329	

Tabulka 18 - Hodnoty přídavných setrvačných momentů od trasy řízení



Obrázek 18 - Schéma trasy řízení pro křidélko [4]

### 5. Modální analýza

Modální analýza je podobor dynamiky, která se zabývá zkoumáním a popisem kmitajících těles a soustav. Je to užitečná metoda pro řešení různých provozních problémů (například kmitající konstrukce letounu). Modální analýzu lze provádět na základě experimentu (v našem případě například PFZ) nebo pomocí metody konečných prvků. Nelepším řešením je pak tyto postupy spojit, protože pak lze upřesnit některé parametry z experimentu na samotném matematickém výpočtu. Modální analýza se snaží popsat posuzovanou soustavu na základě měření odezvy na známé buzení. Dynamické chování soustavy se pak rozkládá na jednotlivé samostatné a nezávislé pohyby, které se nazývají vibrační módy (viz obrázek 19). Tyto módy lze popsat pomocí několika modálních parametrů, jakou jsou například vlastní frekvence, vlastní tvary kmitu a tlumení daného módu. Podstata modální analýzy spočívá v rozkladu složitého dynamického pohybu daného tělesa nebo soustavy na jednotlivé módy (resp. vlastní tvary kmitání), které mohou namáhat konstrukci. Proto je potřeba tyto jednotlivé módy identifikovat a znát jejich způsoby namáhání na těchto frekvencích. Jednotlivé módy jsou vypočteny z naměřených odezev konstrukce ve formě amplitud a fází [8]. Modální analýzu je možné velmi dobře vizualizovat pomocí různých výpočetních programů. V této práci byl pro modální analýzu použit výpočetní program MSC Nastran + Patran – Student edition.



3.88-01 2.05-02

Obrázek 19 - Schéma rozkladu složitého dynamického pohybu na jednotlivé módy [8]

Obrázek 20 - Vizualizace jednoho vypočteného módu letounu Bristell B23

#### 5.1 Teoretické pozadí při výpočtu modální analýzy v MSC Nastran

MSC Nastran s uživatelským rozhraním Patran disponuje vlastním řešičem modální analýzy. Je to řešič s označením SOL 103. Řešení rovnice pohybu pro jednotlivé módy vyžaduje speciální formu redukované pohybové rovnice. Řešič v tomto případě tedy neuvažuje tlumení a zatížení konstrukce a používá rovnici ve tvaru (27). K vyřešení této rovnice se předpokládá harmonické řešení ve tvaru (28). Harmonická forma řešení znamená, že všechny stupně volnosti vibrační struktury se pohybují synchronním způsobem. Konstrukční uspořádání nemění svůj základní tvar během pohybu. Mění se pouze jeho amplituda. Použitím harmonického řešení v diferenciální rovnici se po matematické úpravě získá finální tvar rovnice (29). Tato rovnice se nazývá rovnicí charakteristickou, ze které se pak hledají vlastní čísla (vlastní tvary kmitání) ve tvaru (30). Pro vypočtení vlastních tvarů frekvencí pro daný tvar kmitání je použit vztah (31) [9], [10].

$$M \cdot \ddot{x} + K \cdot x = 0 \tag{27}$$

#### Kde: M ... ... matice hmotnosti

K ... ... matice tuhosti

$$x = \varphi \cdot \sin \, \omega t \tag{28}$$

 $Kde: \varphi \dots \dots vlastní vektor kmitání$ 

 $\omega \dots \dots \hat{u}hlová frekvence$ 

$$K - \omega^2 \cdot M \cdot \varphi = 0 \tag{29}$$

$$\det\left(K - \lambda^2 M\right) \cdot x = 0 \tag{30}$$

 $Kde: \lambda = \omega^2$ 

$$f_i = \frac{\omega_i}{2 \cdot \pi}$$
(31)

*Kde* :  $\omega_i = \sqrt{\lambda}$ 

#### 5.2 Normování vlastních tvarů

V MSC. Nastran existují tři možnosti normalizace: MASS, MAX a POINT. Tyto normalizace se definují v .bdf souboru ve štítku EIGRL (viz obrázek 21). Normalizace MASS je standardní metoda normalizace vlastního vektoru. Tato metoda měří každý vlastní vektor tak, aby výsledkem byla jednotková hodnota zobecněné hmotnosti rovna jedné (viz vztah (32).

$$\{\varphi_i\}^T \cdot M \cdot \varphi_i = 1 \tag{32}$$

Výhoda této metody je hlavně ve snížení hardwarových požadavků na výpočet modální analýzy. A je tedy i doporučována autorem programu. Normalizace POINT umožnuje uživateli zvolit určitou složku deformace, která je normována na hodnotu 1 nebo -1. Tato normalizace není doporučována, jelikož při složitých konstrukcích může docházet k numerickým potížím. Poslední normalizací je normalizace MAX. Tato metoda normuje každý výsledný vlastní vektor vzhledem k největší složce. Tento normalizační přístup je vhodný pro získání informací o individuálním módu. V této práci byla použita metoda normalizace typu MASS. [7]

```
$
$
               SYMETRICKE MODY
                                         $
$
SOL 103
CEND
TITLE = BRISELL_MODALKA
ECHO = NONE
RESVEC = NO
SUBCASE 1
 TITLE=BRISELL_MODALKA
 SUBTITLE=BRISTELL
 METHOD = 1
 SPC = 2
 VECTOR(PLOT, SORT1, REAL)=ALL
 SPCFORCES(PLOT,SORT1,REAL)=ALL
BEGIN BULK
PARAM
     POST
          0
     WTMASS 1.
PARAM
     PRTMAXIM YES
PARAM
EIGRL
     1
          1.
               150.
                     30
                          0
                                         MASS
```

Obrázek 21 - Definováni typu normalizace v .bdf souboru

## 5.3 Volba metody výpočtu

MSC. Nastran pro určení vlastních čísel odpovídajícím vlastním tvarům disponuje hned několika typy numerických metod uvedených v tabulce 19.

Číslo metody	Název metody		
1	Lanczos		
2	Givens		
3	Householder		
4	Modifikovaná Givensova		
5	Modifikovaná Householdera		
6	Inverzní mocnina4á		
7	Sturmova modifikovaná inverzní		

Tabulka 19 - Rozdělení výpočetních metod [11]

Důvodem pro sedm různých numerických metod je to, že žádná metoda není nejlepší pro všechny problémy. Metody extrakce vlastních čísel patří do obou následujících skupin znázorněných v tabulce 20. Ve zkratce se jedná o metody sledovací a metody transformační. Transformační metoda převádí rovnici na takový tvar, ze kterého jsou vlastní vektory jednoduše určeny. [2] Sledovací metoda je v tomto případě synonymum pro metodu iterační. Dochází zde k určovaní jednoho vlastního vektoru za druhým pomocí iteračních postupů.

	Givensova metoda
Transformační metody	Householderova metoda
	Modifikovaná Givensova metoda
	Modifikovaná Householderova metoda
Sledovací metody	Inverzní mocniná
	Sturmova modifikovaná inverzní

Tabulka 20 - Rozděleni jednotlivých výpočetních metod [11]

Metoda Lanczos je pro většinu modelů nejvhodnější metodou. Je to upřednostňovaná metoda pro většinu středně velkých až velkých modelů. Tato metoda kombinuje ty nejlepší vlastnosti všech uvedených metod. Metoda Givensova a Householderova se používá naopak na menší modely. V této práci byla použita metoda Lanczos. I sami výrobci programu MSC Nastran tuto metodu doporučují.

## 6. Optimalizace a citlivostní analýza

Optimalizace je široká oblast technologie. Ve zkratce se jedná o hledání nejlepšího nebo nejlépe ideálního řešení daného problému. Aby se pomocí optimalizace našel nejlepší výsledek, je zapotřebí si zavést pár důležitých pojmů. Při optimalizaci je nutné znát cíl optimalizace (Objective), strukturální model (Design model), konstrukční omezení (Design Variables) a poslední vedlejší omezení (Side constraints).

Citlivostní analýza se pak používá při větším počtu proměnných. Citlivostní analýza zkoumá a sleduje míru změny strukturální odezvy na konstrukčních parametrech, které jsou v tomto případě vstupy pro analýzu. Tyto konstrukční parametry mohou být různé. Zpravidla se jedná o materiálové charakteristiky, geometrii jednotlivých dílů, tloušťky skořepiny, rozměry nosníku, poloměry otvorů atd. V oblasti civilního inženýrství se optimalizací zkoumá například změna rezonančního kmitočtu v kabině automobilu změnou tloušťky panelů [11]. V této práci se zkoumá nejoptimálnější rozložení tuhostí po rozpětí křídla, VOP a SOP tak, aby se dosáhlo požadovaných naměřených frekvencí a tvarů kmitu.

Program MSC Nastran pracuje tak, že na základě citlivostní analýzy stanovuje takzvané citlivostní koeficienty. Tyto citlivostní koeficienty jsou vypočítány explicitně a pokud jsou následně použity v optimalizačním algortimu, tak výrazně zvyšují jeho efektivitu. Jsou definovány jako rychlost změny odezvy *r* s ohledem na změnu konstrukční proměnné *x*. Tyto koeficienty se vyhodnocují při konkrétním návrhu charakterizované vektorem konstrukčních proměnných *X*<sup>0</sup> (obrázek 22). Optimalizační algoritmus zná aktuální stav daného konstrukčního návrhu (konstrukce) a určuje odezvu při změně jednotlivých proměnných. Program MSC Nastran optimalizuje dvěma způsoby. Jeden způsob optimalizace je na základě minimalizace, druhý na základě maximalizace. Podrobný rozdíl mezi oběma metodami tato práce odkazuje na literaturu *Design Sensitivity and Optimization User Guide* [12]. V této práci je použita optimalizace na základě minimalizace.



Obrázek 22 - Citlivostní koeficient - grafické znázornění [12]

### 6.1 Definice funkce optimalizace

V předchozí kapitole byl uveden cíl této práce v oblasti optimalizace a jaká optimalizační metoda bude použita. Dalším krokem je pak definování funkce optimalizace. Tato funkce se opět definuje v .bdf souboru pod štítkem DEQATN. Celý popis této rovnice je znázorněn vztahem 33.

$$F = K \cdot \sum_{i=1}^{n} \left[ x_i \cdot \left( \frac{f_{it} - f_i}{f_{it}} \right)^2 \right]$$
(33)

*Kde* : *K* ... ... *Koeficient vlastních frekvenc*í

 $x_i \dots \dots Koeficient i - té vlastní frekvence (PFZ)$ 

 $f_{it}$  ... ... Hodnota i – té vlastní frekvence (Strukturalní model)

#### **6.2** Design Variables

Toto konstrukční omezení, které je optimalizátoru známo, lze měnit tak, aby vyhovovalo optimalizaci. V programu MSC Nastran jsou tyto hodnoty definovány v .bfd souboru pomocí štítku DESVAR. Uživatel definuje 4 parametry. Dva parametry (XLB a XUB) spočívají v definování horní a dolní hranice, které Nastran během procesu optimalizace nepřekročí. Další parametr (XINIT) je počáteční hodnota proměnné, kterou Nastran bude optimalizovat. Posledním parametrem je tzv. DELXV. Je to hodnota kroku, kterou Nastran používá při optimalizaci. Pokud je tento parametr nevyplněný, defaultní hodnota je nastavena na 0.5. Jak se DESVAR definuje v .bdf souboru je znázorněno na obrázku 23.

DESVAR ID LABEL XINIT XLB XUB DELXV DDVAL
---

Obrázek 23 - Schéma definování proměnné DESVAR v .bdf souboru [7]

Po zavedení proměnných typu DESVAR je nutné definovat vazby mezi proměnnými a elementem jako takovým. Jedná se zejména o vlastnosti elementu jako je například torzní a ohybová tuhost. Tato vazba se zavádí pomocí štítku DVPREL1. Uživatel zde definuje 4 parametry. Prvním parametrem je typ elementu (TYPE). Jedná se o element, který uživatel chce svázat s proměnou DESVAR. Druhým parametrem je pak identifikační číslo elementu (PID). Dalším parametrem je vlastnost elementu (PNAME), kterou chce uživatel optimalizovat. V této práci jde zejména o tuhost. Posledním parametrem je pak identifikační číslo proměnné DESVAR (DVID), se kterou dané vlastnosti elementu chce uživatel vazbit. Jak se DVPREL1 definuje v .bdf souboru je znázorněno na obrázku 24.

DVPREL1	ID	TYPE	PID	PNAME/ FID	PMIN	PMAX	C0	
	DVID1	COEF1	DVID2	COEF2	DVID3	-etc		

Obrázek 24- Schéma definování DVPREL1 v .bdf souboru [7]

### 6.3 Design Response

Dalším krokem je nutnost zadat, co má být vlastně optimalizováno. V této práci to jsou vlastní frekvence a tvary kmitání. To je zajištěno štítkem DRESP1. V tomto štítku uživatel definuje v podstatě pouze typ sledované veličiny (RTYPE) a správné pořadí sledovaných veličin (ATTA). V DRESP2 se pak uživatel odkazuje na definované konstanty v DTABLE a také na hodnoty v jednotlivých iterací v DRESP1. Ve štítku DTABLE uživatel zadává název konstanty (LABL) a přiřazuje jí hodnotu pomocí VALU. Poté už stačí zapsat rovnici ve tvaru, který je uveden v kapitole 6.1. Schéma definování těchto tří štítků je vyobrazeno na obrazcích 25-27.

DRESP1	ID	LABEL	RTYPE	PTYPE	REGION	ATTA	ATTB	ATT1	
	ATT2	-etc							

Obrázek 25 - Schéma definování DRESP1 v .bdf souboru [7]

DRESP2	1	LBUCK	5	3					
	DESVAR	101	3						
	DTABLE	PI	YM						
	DNODE	14	1						
DEQATN	5	F1(A, B, C, D, R)=A+B*C-(D**3+10.0)+sin(C*R)							

Obrázek 26- Schéma definování DRESP1 a DEQATN v . bdf souboru [7]

DTABLE	LABL1	VALU1	LABL2	VALU2	LABL3	VALU3	LABL4	VALU4	
	LABL5	VALU5	LABL6	VALU6	LABL7	VALU7	LABL8	VALU8	
		-etc							

Obrázek 27 - Schéma definování DTABLE v .bdf souboru [7]

Pro úplnou představu je v této práci uvedena ukázka zdrojového kódu .bdf souboru pro symetrické módy. Jedná se o "zkrácenou část", kde lze vidět zapsání pouze pro první dva módy první rotace a torze křidélka.

```
$-----$ DESIGN MODEL -----$
$_____$
$-----$$
DESVAR * 58PRUZIN
                           1.39254554E+03 1.0000000E-07+D
                                                        58V
*D 58V 1.0000000E+10 1.75000000E-01
DESVAR *
               59PRUZIN
                              9.54904079E+02 1.0000000E-07+D
                                                        59V
*D 59V 1.0000000E+10 1.75000000E-01
$------VZTAH MEZI VARIABLE A DESIGN PROPERTIES------$
                                                    +DP58
DVPREL1 58
          PELAS 4954
                       K1
+DP58 58
          1.0

        DVPREL1
        59
        PELAS
        4955

        +DP59
        59
        1.0
        1.0

                       Κ1
                                                    +DP59
$-----$
DRESP1 1 KR1
DRESP1 2 KRT1
                FREQ
                                  6
                                  13
                 FREQ
$---1--$$---2--$$---3--$$---4--$$---5--$$---6--$$---7--$$---8--$$---9--$$--10--$
DRESP2,500,FREK,200,,,,,+DRE21
+DRE21,DTABLE,f1T,f2T,K,X1,X2,+DRE22
+DRE22,DRESP1,1,2
$-----$
DEQATN 200 F(F1T,F2T,K,X1,X2,f1,f2) =
                                                    +DEQ1
+DEQ1 K*(X1*((f1T-f1)/f1T)**2 + X2*((f2T-f2)/f2T)**2)
$-----$
$-----$$
$---1--$$---2--$$---3--$$---4--$$---5--$$---6--$$---7--$$---8--$$---9--$$--10--$
DTABLE, f1T, 6.3, f2T, 95.0, +DT1
+DT1,K,1.0,X1,1.0,X2,1.0
```

Obrázek 28 - Design model pro první dva módy

### 6.4 Samotná optimalizace modelu

Jako vstupní data pro optimalizaci byl použit strukturální model z kapitoly 4.4. Cíl optimalizace této práce, jak už bylo několikrát zmíněno, je naladit vlastní frekvence a vlastní tvary tak, aby se model shodoval s naměřenými hodnotami z pozemní frekvenční zkoušky. Vzhledem k náročnosti práce a úpravou strukturálního modelu pomocí trendu po rozpětí se v této práci optimalizuje pouze lehká varianta letounu. Jedná se tedy o 6 konfigurací, které jsou uvedeny v tabulce 21.

LEHKÁ VARIANTA B23					
KATEGORIE	NÁZEV				
	Pevné plochy				
SYMTERICKÉ TVARY	Blokované řízení				
	Volné řízení				
	Pevné plochy				
ANTISYMETRICKÉ TVARY	Blokované řízení				
	Volné řízení				

Tabulka 21 - Jednotlivé konfigurace pro optimalizaci

### 6.5 Výsledné modální charakteristiky a komparze výsledků

V této kapitole jsou uvedena srovnání jednotlivých optimalizovaných módů z modální analýzy pomocí MSC Nastran a pozemní frekvenční zkoušky. Jedná se o srovnání jak vizualizační, tak číselné. Lehká konfigurace představuje letoun bez paliva v nádržích a s pilotem o minimální váze 55 kilogramů.

### 6.5.1 Strukturální model – Pevné plochy – Symetrické tvary

První případ, který práce uvádí, je naladění 8 základních módů. Jedná se o základní model bez kormidel a vztlakové mechanizace. V tomto modelu bylo předpokládáno rozložení torzních a ohybových tuhostí takové, které by mohlo odpovídat reálnému rozložení tuhostí letounu. Výsledné srovnání je uvedeno v tabulce 22. Vstupní a výsledné rozložení ohybových tuhostí je pak znázorněno v grafu 4. Porovnání prvního optimalizovaného módu na frekvenci 11,3 je pak znázorněno na obrázcích 29 až 30. Vizualizace ostatních módu bude uvedena v příloze.

Název módu	MSC NASTRAN	PFZ	ODCHYLKA
	[Hz]	[Hz]	[%]
S1	11,30	11,31	0,012
ST1	44,80	44,84	0
S2	54,50	54,47	0,003
ST2	76,70	76,65	0,005
1.VOT	11,30	11,31	0,012
SH1	25,10	25,11	0,001
2.VOT	76,70	76,65	0,005
O-SOP	28,80	28,80	0

Tabulka 22 - Srovnání číselných výsledků - základní strukturální model



Graf 4 - Rozložení tuhostí před a po optimalizaci



Obrázek 30 - S1 a 1.VOT MSC Nastran

### 6.5.2 Strukturální model se vztlakovou mechanizací a kormidly – Symetrické

### tvary – Volné a blokované řízení

Jako vstup pro tuto optimalizaci bylo vycházeno z naladěného strukturálního modelu s pevnými plochami. Na tento model byla pak přidána kormidla a vztlaková mechanizace podle kapitoly 4.4. Výsledné srovnání je uvedeno v tabulce 23 a 24.

Název módu	Číslo módu -vgf	MSC NASTRAN [Hz]	PFZ [Hz]	ODCHYLKA [%]
S1	8	11,30	11,31	0,012
ST1	13	44,80	44,84	0,02
S2	14	54,499	54,5	0,01
ST2	17	76,70	76,65	0,005
1.VOT	8	11,30	11,31	0,012
SH1	10	25,09	25,10	0,02
2.VOT	17	76,70	76,65	0,005
O-SOP	11	28,80	28,83	0,003
1.SR-KL	9	21,90	21,9	0
1.SR-KR	12	28,90	28,9	0
1.ST-KL	16	68,70	68,7	0
1.ST-KR	19	81,60	81,6	0
1.SR-VK	6	3,20	3,2	0

Tabulka 23 - Srovnání číselných výsledků - Volné řízení - Symetrické tvary

Název módu	Číslo módu -vgf	MSC NASTRAN	<b>PFZ</b>	ODCHYLKA
		נייבן	ני יבן	[70]
S1	8	11,30	11,31	0,012
ST1	13	44,82	44,84	0,04
S2	14	54,49	54,5	0,01
ST2	17	76,70	76,65	0,005
1.VOT	8	11,30	11,31	0,012
SH1	10	25,11	25,10	0,01
2.VOT	17	76,70	76,65	0,005
O-SOP	11	28,80	28,83	0,04
1.SR-KL	9	21,90	21,9	0
1.SR-KR	12	30,60	30,6	0,03
1.ST-KL	16	68,70	68,7	0
1.ST-KR	19	83,90	81,7	2,3
1.SR-VK	6	7,779	7,7	0,01

Tabulka 24 Srovnání číselných výsledků - Blokované řízení - Symetrické tvary

### 6.5.4 Strukturální model – Pevné plochy – Antisymetrické tvary

V tomto modelu byly použity stejné vstupní torzní a ohybové tuhosti, který by se měly blížit realitě. Výsledné srovnání je uvedeno v tabulce 25. Vstupní a výsledné rozložení tuhostí je pak znázorněno v grafu 5.

Název módu	MSC NASTRAN [Hz]	PFZ [Hz]	ODCHYLKA [%]
A1	26,20	26, 19	0,011
AT1	37,60	37,64	0,125
A2	64,40	64,42	0,042
1.SOT	22,90	22,89	0,017
1.TT	14,30	14,30	0
AH1	68,80	68,77	0,040
PZ-SOP	61,20	61,19	0,009

Tabulka 25 - Srovnání číselných výsledků - základní strukturální model



Graf 5 - Rozložení tuhostí před a po optimalizaci

## 6.5.5 Strukturální model se vztlakovou mechanizací a kormidly – Symetrické

### tvary – Volné řízení

Jako vstup pro tuto optimalizaci byl použit model s pevnými plochami. Na tento model byla pak vytvořena kormidla a vztlaková mechanizace podle kapitoly 4.4. Výsledné srovnání je uvedeno v tabulce 26.

Název módu	Číslo módu -vgf	MSC NASTRAN	<b>PFZ</b> [Hz]	ODCHYLKA
		[12]	[, ,_]	[,0]
A1	9	26,201	26, 19	0,001
AT1	11	37,202	37,64	0,112
SPZ	N/A	N/A	30,90	N/A
A2	14	64,398	64,42	0,02
1.TT	6	14,31	22,89	0,01
1.SOT	8	22,903	14,30	0.001
AH1	15	68,803	68,77	0,001
SOP-PZ	13	61,198	61,19	0,002
1.AR-KL	7	21,898	21,90	0,002
1.AT-KL	N/A	N/A	76,70	N/A
1.AR-KR	4	6,300	6,30	0
1.AT-KR	17	95,020	95,00	0,020
1.AR-VK	10	30,808	30,80	0,002
1.R-SK	5	9,401	9,40	0,1

Tabulka 26 - Srovnání číselných výsledků - Volné řízení - Symetrické tvary

### 6.5.6 Strukturální model se vztlakovou mechanizací a kormidly -

### Antisymetrické tvary – Blokované řízení

Jako vstup pro tuto konfiguraci práce vychází z naladěného strukturálního modelu s volným řízením. Tato konfigurace spočívá pouze ve změně tuhosti rotace kormidel ve strukturálním modelu. Tato změna má pak simulovat zablokovaná kormidla. Výsledné srovnání je uvedeno v tabulce 27.

Název módu	Číslo módu -vgf	MSC NASTRAN [Hz]	<b>PFZ</b> [Hz]	ODCHYLKA [%]
A1	9	26,219	26,2	0,01
AT1	11	35,732	37,6	0,35
SPZ	N/A	N/A	30,9	N/A
A2	14	64,347	64,4	0,03
1.TT	5	14,300	14,3	0
1.SOT	6	22,894	22,9	0,05
AH1	15	68,98	68,8	0,02
SOP-PZ	13	61,213	61,2	0,02
1.AR-KL	8	24,001	24,1	0,01
1.AT-KL	N/A	NA	76,7	N/A
1.AR-KR	7	22,953	23	0,2
1.AT-KR	16	99,112	95	4,3
1.AR-VK	10	35,093	35,1	0,01
1.R-SK	4	9,504	9,5	0,001

Tabulka 27 - Srovnání číselných výsledků - Blokované řízení - Symetrické tvary

#### 6.5.7 Rekapitulace optimalizace modální analýzy

Tato práce vyšetřuje šest konfigurací letounu B23. Nutné podotknout, že se jedná o lehkou variantu letounu. Těchto šest výstupů optimalizace bude následně použito pro flutterovou analýzu. Flutterové analýze se tato práce věnuje v následujících kapitolách. Pro optimalizaci těchto jednotlivých konfigurací je použit výpočetní program MSC Nastran. Optimalizační metoda, která byla v této práci použita, je založena na principu minimalizací a podrobněji popsána v kapitole 6.

Cílem této optimalizace je přiblížení (naladění) jednotlivých vlastních frekvencí a vlastních tvarů naměřených při pozemní frekvenční zkoušce. Tento cíl byl až na několik výjimek (odchylka menší než 5%) dodržen. Dva frekvenční módy však nebyly nalezeny. Jedná se předozadní pohyb křídla a torzi kapky. Předozadní pohyb však nebyl naměřen ani na pozemní frekvenční zkoušce, byl pouze analyticky dopočítán. Za zmínku pak stojí porovnání jednotlivých vlastních tvarů v přílohách 11.1-11.4. Některé optimalizované módy z MSC Nastran se pak liší od skutečně naměřených. Jedná se zejména o antisymetrickou rotaci výškového kormidla. Tento vlastní tvar se bohužel v Nastranu naladit nepovedlo.

# 7. Flutterová analýza

Po naladění již výše zmíněných letových konfigurací pomocí optimalizace modální analýzy v kapitolách 6.4 až 6.5, je dalším a posledním krokem pro vyhodnocení kritické rychlosti flutteru analýza flutterová. Pro výpočet flutterové analýzy je použit výše zmíněný výpočetní program MSC Nastran a jeho modul MSC Flight Loads. Flutterová analýza určuje dynamickou stabilitu systému (v tomto případě letounu). Flutterová analýza se dá provést hned třemi metodami. Metody jsou velmi podrobně rozebrány v aeroelastické uživatelské příručce: *Aeroelastic Analysis User's Guide [11]*. V této práci budou těmto metodám věnovány dvě následující podkapitoly. Flutterová analýza byla provedena v 6 letových hladinách, které jsou znázorněny tabulkou 28. Nejnižší a nejvyšší výška byla rozšířena o toleranci +20  $C^0$  od nominální teploty dle MSA podle předpisu CS 23.2245 (b) / CS-VLA 629.

Výpočtová	Uvažovaná	Hustota
výška	teplota	$[kg \cdot m^3]$
[m]	[ <i>C</i> <sup>0</sup> ]	
0	-5	1,316
0	+15	1,225
1 372	6,1	1,072
2 743	-2,8	0,933
4 267	-12,7	0,796
4 267	7,3	0,739

Tabulka 28 - Letové hladiny

#### 7.1 Metoda K a K-E

Jako první práce uvádí metodu K. Metoda K byla objevena v Americe roku 1935 Theodorem Theodorsenem. Aerodynamické síly jsou zde zastoupeny v podobě setrvačných komplexních zatížení. Základní rovnice pro K metodu je rovnice (34). Druhou metodou je metoda K-E. Metoda K-E je upravená K metoda, která se používá v případě, že se může zanedbat viskózní tlumení konstrukce [11].

$$\left[-M\cdot\omega^2 + iB\cdot\omega + (1+ig)*K - \left(\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\nu^2\right)\cdot Q(m,k)\right]\{u_h\} = 0$$
(34)

Kde: M..... Modální hmotnostní matice

B ... ... Modální matice tlumení

 $Q(m,k) \dots \dots Matice aerodynamických sil$ 

m ... ... Machovo číslo

k ... ... Redukovaná frekvence

 $\omega \dots \dots \hat{U}hlová frekvence$ 

g ... ... Konstrukční tlumení

 $\rho \dots \dots Hustota vzduchu$ 

 $v \dots \dots Rychlost$ 

 $u_h \dots \dots Hustota vzduchu$ 

 $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \tag{35}$ 

$$k = \frac{\omega \cdot c}{2 \cdot \nu} \tag{36}$$

Kde: c...... Referenční délka

#### 7.2 Metoda PK

Metoda P-K je v praxi nejrozšířenější metodou vůbec. Byla vyvinuta v Británii a první aplikace proběhla v roce 1928. Velmi rychle konverguje k výsledku. Základní rovnice pro P-K metodu je rovnice (37). Řešení této rovnice je pak zapsáno vztahem (38). [11]

$$\left[Mp^{2} + \left(B - \frac{\frac{1}{4}\rho \cdot c \cdot v \cdot Q_{hh}^{l}}{k}\right) \cdot \rho + \left(K - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^{2}Q\right)\right] \cdot \{u_{h}\} = 0$$
(37)

Kde: M...... Modální hmotnostní matice

B ... ... Modální matice tlumení

 $\rho \dots \dots \dots$  Hustota vzduchu

 $v \dots \dots Rychlost$ 

u<sub>h</sub> ... ... Modální vektor amplitudy

c ... ... Refernční délka

Q ... ... Modální matice tlumení

 $Q_{hh}^{l}$ ..... Modální matice aerodynamické tuhosti

 $p \dots \dots Vlastní číslo = \omega(j + i)$ 

$$[A - pI] \cdot \{u_h\} = 0 \tag{38}$$

$$Kde: A = \begin{bmatrix} 0 \\ -M_{hh}^{-1} \cdot \left[ K_{hh} - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot Q_{hh}^R \right] & -M_{hh}^{-1} \cdot \left[ B_{hh} - \frac{\frac{1}{4} \cdot \rho \cdot c \cdot v \cdot Q_{hh}^I}{k} \right] \end{bmatrix}$$

### 7.3 Postup tvorby aerodynamického modelu pro flutterovou analýzu

Pro tvorbu aerodynamického modelu je zapotřebí si stanovit geometrii letounu pomocí panelů, které budou reprezentovat nosnou plochu (LIFT SURFACES). Tato geometrie byla převzata ze strukturálního modelu z kapitoly 4.4. Rozdělení dílčí geometrie na jednotlivé panely je znázorněno na obrázku 31. Při tvoření tohoto modelu byl zcela vynechám trup. Jako pre-proces. program, pro stanovení všech aeroelastických dat, je zde použit výše zmíněný MSC Flight loads [14].



*Obrázek 31 - Rozdělení geometrie modelu na jednotlivé panely* 

### 7.3.1 Flat plate aero modeling

V tomto kroku je zapotřebí vytvořit aerodynamické entity, které jsou důležitou částí flutterové analýzy. Ve zkratce se jedná o vytvoření MKP sítě o hustotě, která je doporučená v manuálu MSC Nastran, a je definována vztahem (39). Dalším kritériem sítě je poměr stran. Ten by neměl být větší než 1:3 [2]. Posledním kritériem je pak návaznost jednotlivých elementů ve směru osy *x*, tedy ve směru osy symetrie letounu. Vytvořenou síť lze podrobněji vidět na obrázku 32 [14].

$$\Delta x \le 0.32 \cdot \frac{v_{min}}{f_{max}} \tag{39}$$



Obrázek 32 - Výsledná vytvořená síť

#### 7.3.2 Global data a Unsteady Aerodynamics

Záložka Global data se nachází v modulu Flight Loads v oddílu Aerodynamics. Definuje se zde typ modelu, který je určen k analýze. Uživatel má zde na výběr, jestli bude definovat celý model nebo jenom jeho polovinu. Dále uživatel definuje střední aerodynamickou tětivu, referenční hustotu, plochu křídla a souřadný systém, ve kterém se model nachází.

Další záložkou je Unsteady Aerodynamics. V tomto kroku se definují takzvané MK páry. Jsou to v podstatě dvojice hodnot Machových čísel a redukovaných frekvencích. Oblast průkazu flutterové analýzy se pohybuje okolo 1,2 násobku návrhové rychlosti letounu, což je zhruba pro letoun Bristrell B23 387 km/h. Pro tuto práci bylo zvoleno Machovo číslo rovné 0. Oblast redukované frekvence K je definováno vztahem (40) a (41). Rozsah a hodnoty redukovaných frekvencí jsou uvedeny v tabulce 29 a grafu 6, který je uveden v příloze.

$$k_{min} = \frac{\omega_{min} \cdot c_{min}}{v_{max}} \tag{40}$$

 $Kde: \cdot c_{min} = \frac{b_{sat\_min}}{2}$ 

$$k_{max} = \frac{\omega_{max} \cdot c_{max}}{v_{min}} \tag{41}$$

MK páry						
M [1]	K [Hz]					
0	0,9024					
0	2,256					
0	3,6096					
0	4,9632					
0	6,3168					
0	7,52					
0	8,8936					
0	10,2272					
0	11,5808					
0	13,3856					

 $Kde: \cdot c_{max} = \frac{b_{sat\_max}}{2}$ 

Tabulka 29 - Definované hodnoty MK párů

#### 7.3.3 Propojení strukturálního a aerodynamického modelu

Nutno podotknout, že strukturální a aerodynamický model jsou dva zcela rozdílné modely. Pro průkaz flutteru, nebo jinou aeroelastickou analýzu, je zapotřebí tyto dva zcela odlišné modely spojit dohromady. Toto propojení se řeší v záložce Aero – Structure Coupling. V této záložce uživatel definuje takzvané splinové funkce. Tyto funkce právě propojují tyto dva výše zmíněné modely dohromady tak, aby docházelo k přenosu sil nebo deformací současně mezi modely. MSC Nastran nabízí hned 3 tyto funkce. Prvním z nich je funkce Surface spline, která se doporučuje používat pro křídla o vysoké štíhlosti. Další funkce se nazývá Linear spline. Tato funkce zobecňuje nekonečný nosník umožňující torzní a ohybovou deformaci. Poslední funkcí je Explicit spline. Ve zkratce se jedná o funkci, kterou si určuje uživatel sám. V Této práci byla použita funkce Linear spline a bude jí věnována následující kapitola [11],[2].



Obrázek 33 - Splinové funkce [11]]

#### 7.3.4 Linear Spline - Infinite beam

Funkce Linear spline je takzvaná nosníková funkce  $w_{(x)}$ . Tato funkce (spline) prochází známými průhyby křídla z modální analýzy  $w_{(i)} = w(x_i)$  s natočením  $\Phi_{(i)} = \phi(x_i)$ . Tato funkce je zapsána ve tvaru (42-44). Pro podrobnější matematické rozepsaní splinových funkcí práce odkazuje na Aeroelastic Analysis User's Guide [11].

$$w_{(x)} = a_0 + a_1 x + \sum_{i=1}^n \left( -\frac{M_i (x - x_i) |x - x_i|}{4EI} + \frac{P_i |x - x_i|^3}{12EI} \right)$$
(42)

$$\Phi_{(x)} = \frac{dw}{dx} = a_1 + \sum_{i=1}^n \left( -\frac{M_i |x - x_i|}{2EI} + \frac{P_i (x - x_i) |x - x_i|}{4EI} \right)$$
(43)

$$\begin{cases} {}^{W(x)}_{\Phi(x)} \end{cases} = \begin{bmatrix} 1 x & \frac{|x - x_i|^3}{12EI} & \dots & -\frac{(x - x_i)|x - x_i|}{4EI} & \dots \\ 0 & 1 & \frac{(x - x_i)|x - x_i|}{4EI} & \dots & -\frac{|x - x_i|}{2EI} & \dots \end{bmatrix} \begin{cases} {}^{u_0}_{a_1} \\ {}^{P_i}_{\vdots} \\ {}^{P_n}_{M_1} \\ \vdots \\ {}^{M_n}_{M_n} \end{cases}$$
(44)

Tato funkce se pak definuje v .bdf souboru jako SPLINE7. V tomto štítku uživatel uvádí tedy následující hodnoty. První z nich je hodnota CAERO. Zde se definuje aero panel z kapitoly 7.3.1, který chce uživatel interpolovat. Další hodnotou, která se uvádí je AELIST. AELIST je soubor elementů, které se nacházejí právě už v definovaném aero panelu. Dále se pak definuje SETG. Je to ve zkratce soubor nodů (gridů) strukturálního modelu, který chce uživatel "svázat" s aero panelem. Poté se definují štítky DZ,DT a DZR. DZ je koeficient flexibility lineárního uchycení a DTOR je koeficient torzní a ohybové tuhosti. DRZ pak je koeficient flexibility rotačního uchycení. Defaultně tyto hodnoty jsou rovné 0. Posledními třemi hodnotami je souřadný systém modelu, metoda uchycení splinu a poslední hodnotou je volba přenosů účinků mezi modely. MSC Nastran nabízí hned tři volby. První volbou je FORCE, která slouží k přenosu aerodynamických sil na strukturální model. Druhou volbou je metoda DISPLACEMENT a slouží k přenosu deformací strukturálního modelu na model aerodynamický. Poslední metodou je metoda BOTH, která kombinuje předešlé dvě metody. V této práci je zvolena metoda BOTH. Definování jednotlivých štítků je znázorněno na obrázku 34. Zápis v .bdf souboru je pak zobrazen na obrázku 35.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
SPLINE7	EID	CAERO	AELIST		SETG	DZ	DTOR	CID	
				USAGE	METHOD	DZR	IA2	EPSBM	

Obrázek 34 - Definování splinové funkce v .bdf souboru [7]

SPLINE7	9	114001	1		1	1.	1.	0
				BOTH	FBS6	1.	1.	
AELIST	1	114001	114002	114003	114004	114005	114006	114007
	114008	114009	114010	114011	114012	114013	114014	114015
	114016	114017	114018	114019	114020	114021	114022	114023
	114024	114025	114026	114027	114028	114029	114030	114031
	114032	114033	114034	114035	114036	114037	114038	114039
	114040	114041	114042	114043	114044	114045	114046	114047
	114048	114049	114050	114051	114052	114053	114054	114055
	114056	114057	114058	114059	114060	114061	114062	114063
	114064	114065	114066	114067	114068	114069	114070	114071
	114072	114073	114074	114075	114076	114077	114078	114079
	114080	114081	114082	114083	114084	114085	114086	114087
	114088	114089	114090	114091	114092	114093	114094	114095
	114096	114097	114098	114099	114100	114101	114102	114103
	114104	114105	114106	114107	114108	114109	114110	114111
	114112	114113	114114	114115	114116	114117	114118	114119
SET1	1	51	52	53	54	55	56	57
	58	63	64	65	66			

Obrázek 35 - Zapsání splinové funkce v .bdf souboru

#### 7.4 Vyhodnocení výsledků

Průkaz flutterové odolnosti je pak vyhodnocen podle předpisu CS 23.629. Tento předpis vyžaduje průkaz flutteru do rychlosti 1,2 násobku maximální rychlosti letounu. Výsledkem flutterové analýzy je takzvaný v-g-f diagram. Ten je vyobrazen na obrázku 36. Znázorňuje v podstatě mezní stav mezi stabilní a nestabilní oblastí, která je v grafu reprezentována pomoci hodnoty g = 0. Pokud hodnoty konstrukčního tlumení nejsou známy, pak se mez stability posouvá na hodnotu g = 0,003. Flutter pak nastává tehdy, pokud křivka tlumení daného frekvenčního módu protne mezní stav do oblasti kladného tlumení (fialová křivka). Pokud křivka mezní stav neprotne, k flutteru nedojde. Vyhodnocení proběhlo na všech modelech, co obsahují kormidla a vztlakovou mechanizaci pro volné a blokované řízení.



#### Obrázek 36 - V-G-F diagram

Mezní stav stability je pro tuto práci roven g = 0, jelikož jsou známy hodnoty vnitřního tlumení a byly zahrnuty do výpočtu. Pokud tedy kterákoliv křivka vyhodnocených modelů protne tuto hodnotu, signalizuje buzené kmitání, tedy flutter. Výsledky flutterové analýzy jsou znázorněny na obrázcích 37-44. Jedná se pouze o let v nulové výšce. Pro vizualizaci je použit program FLUTTER PLOTTER, jehož autor je Vladimír Ajgl [13].











Obrázek 39- Antisymetrické tvary - Volné řízení - v - g diagram pro Om



Obrázek 40 Antisymetrické tvary - Volné řízení - v - f diagram pro Om











Obrázek 43 - Symetrické tvary - Volné řízení - v - g diagram pro Om



Obrázek 44 Symetrické tvary - Volné řízení - v - f diagram pro Om

### 7.6 Rekapitulace flutterové analýzy a zhodnocení výsledků

Flutterová analýza byla provedena konkrétně na 6-ti modelech odpovídajících lehké variantě letounu B23. Modely byly analyzovány v rozsahu rychlostí 25 – 500 km/h a v šesti letových hladinách. Modely byly následně zhodnoceny podle předpisu CS 23.629, ve kterém se musí prokázat flutterová odolnost do rychlosti  $1,2 \cdot v_d$ . Toto kritérium všechny modely splňují, nicméně stojí za povšimnutí, že u modelu, který byl optimalizován na antisymetrické tvary s volným řízením, dochází k buzenému kmitání (tedy flutteru) na rychlosti 410 km/h (viz obrázek 45). Nicméně tato rychlost je už za hranící průkazu flutterové odolnosti. Výsledky byly porovnány s výsledky flutterové analýzy na fakultě strojní, kde byla použita jiná metoda flutterové analýzy. Zde se rozcházely výsledky pro jednotlivá kormidla. To může být způsobeno špatnou pozicí statického a setrvačného momentu kormidla v globální matici tuhosti. Těmto pozicím se práce věnuje v následujících kapitolách.



Obrázek 45 - Antisymetrické tvary - Volné řízení - AT1+1.AR-KLL v-g diagram



Obrázek 46 – Antisymetrické tvary - Volné řízení - AT1+1.AR-KLL v-f diagram

### 7.7 Úprava strukturálního modelu a porovnání výsledků

V předchozí kapitole byl zmíněn tlumící jev kormidel. Místo toho, aby kormidla přecházela do oblasti nestability s rostoucí rychlostí letounu, tedy do flutteru, tak nastává pravý opak. To může být způsobeno špatnou pozicí statického a setrvačného momentu kormidel v globální matici hmotnosti. MSC Nastran s těmito křížovými vazbami neumí pracovat. Tento problém by měl jít vyřešit metodou manuálního doplnění pozic jednotlivých statických a setrvačných momentů skrze .bdf soubor. V Quick Reference Guide lze vyčíst, že toto doplnění pozic je možné pomocí štítku DMIG. Jedná se o dvouřádkový štítek, který se skládá z hlavičky a těla. V hlavičce se definuje hned několik hodnot, které zde nebudou podrobně rozebrány. V těle se pak definují hodnoty GJ a CJ. Hodnotou GJ uživatel definuje číslo sloupce v globální matici hmotnosti pomocí identifikačního čísla GRIDU (nodu) ze strukturálního modelu. CJ pak definuje počet stupňů volnosti. Dalšími nutnými hodnotami, které je potřeba definovat, jsou Gi, Ci a A1. Pomocí Gi uživatel určuje číslo řádku v matici pomocí identifikačního čísla GRIDU (nodu) ze strukturálního modelu. Ci je pak opět počet stupňů volnosti pro definovaný řádek. A1 je pak reálná hodnota, kterou chce uživatel vložit na již určenou pozici. Zadání jednotlivých hodnot je znázorněno na obrázku 47. Pro lepší představu definování těchto křížových vazeb globální matice tuhosti je přiloženo grafické schéma (45) a obrázek 48.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DMIG	NAME	"0"	IFO	TIN	TOUT	POLAR		NCOL	
Column	Entry Fo	rmat:							
DMIG	NAME	GJ	CJ		G1	C1	A1	B1	
	G2	C2	A2	B2	-etc				

#### Header Entry Format:

Obrázek 47 - Schéma definování hodnot DMIG v .bdf souboru [7]

Křížové vazby jsou červeně zvýrazněny. Globální matice tuhosti je z důvodu nedostatku místa na stránce značně zkrácena.



Obrázek 48 - Schéma s ID jednotlivých GRIDŮ (Nodů)

### Schéma globální matice hmotnosti: (45)



### 7.8 Úprava strukturálního modelu a srovnání výsledků

Po úpravě všech šesti modelů metodou manuálního doplnění křížových vazeb v globální matici hmotnosti bylo nutné modely opět naladit na požadované frekvence a tvary kmitání dané pozemní frekvenční zkouškou. Další úpravu pak podstoupila vztlaková klapka, kde byl odebrán prostřední nod pro snadnější vkládání koncentrovaných hmot. Vzhledem k velkému počtu diagramů práce uvádí pouze srovnání první antisymetrické rotace křidélka. Ostatní výsledky jsou uvedeny v příloze.







Obrázek 50 - Antisymetrické tvary - Volné řízení -1.AR-KR – upravený model

#### 7.8.1 Rekapitulace a srovnání obou modelů

U všech šesti modelů byla nutná úprava výše zmíněných křížových vazeb v globální matici hmotnosti u všech kormidel. Modely byly znova přeladěny pomocí optimalizace modální analýzy na požadované tvary kmitání a vlastní frekvence. Poté byla provedena flutterová analýza obdobně jako v kapitole 7. Avšak i přes všechna snažení úpravy globální matice tuhosti se kormidla chovají takřka identicky. Problém by už jedině mohl být ve shodnosti vlastních tvarů, protože některé z nich neodpovídají realitě. Samotná optimalizace strukturálního modelu na dané frekvence letounu naměřené pozemní frekvenční zkouškou zabrala více jak 6 měsíců práce a další optimalizace na požadované vlastní tvary je ještě mnohem časově náročnější, protože tato optimalizace bude zasahovat opět do vlastních frekvencí letounu. V praxi pak na takovém to modelu pracuje celý tým pracovníků, kteří používají vhodnější nástroje pro optimalizaci dynamických modelů.

### 7.9 Opatření pro potlačení flutteru

Cílem opatření je zvýšit kritickou flutterovou rychlost. Je hned několik typů opatření, které se snaží flutter potlačit. Většina typů opatření je vyobrazena v tabulce 30 a na obrázku 51. Zejména se jedná o statické vyvážení kormidel. Toto vyvážení způsobí, že se anulují křížové vazby v matici setrvačnosti mezi ohybem pevné plochy a rotací kormidla. Tím pádem se pak tyto dva módy energeticky nepodpoří. Pokud se se zvyšující rychlostí letu k sobě přiblíží, nebudou spolu interagovat a flutter nenastane. Výhodou tohoto opatření je nízký zásah do konstrukce. Nevýhodou pak je zvyšující se hmotnost a setrvačné síly kormidla, což může mít negativní vliv na vyvážení letounu. Zároveň se pak musí dbát na dostatečnou tuhost ramene.

Číslo protiopatření	Тур
1	Aerodynamické vyvážení
2	Hmotnostní vyvážení
3	Přidání tlumičů do trasy řízení
4	Aktivní řízení
5	Zvýšení tuhosti pevné plochy





Obrázek 51 - Grafické znáz. opatření a) Hmotnostní b) Aktivní řízení c) Aerodynamické [5]
#### 7.9.1 Návrh opatření a srovnání s původní flutterovou analýzou

Tato kapitola se soustředí na navržení opatření a zvýšení kritické rychlosti flutteru. Model optimalizovaný na antisymetrické tvary a vlastní frekvence s volným řízením vykazuje flutter okolo rychlosti 400 km/h. Způsobuje ho první antisymetrická torze křídla. Pro zvýšení flutterové odolnosti je zapotřebí zvýšit torzní tuhost křídla a zadefinovat ji do .bdf souboru. Srovnání nově navýšené a původní torzní tuhosti je vyneseno v grafu 7. Po zvýšení torzní tuhosti byla opět provedena flutterová analýza. Srovnání torzních módů je k vidění na obrazcích 52-53. Celý v-g-f diagram pro let v nulové výšce lze pak vidět na obrázcích 54 a 55. Jak lze vidět po zvýšení torzní tuhosti křídla flutter nenastává ani za hranicí průkazu flutterové analýzy.



Graf 7 - Srovnání torzních tuhostí modelů



Obrázek 52 - Původní model – AT1 – v-g diagram



Obrázek 53 - Model s upravenou torzní tuhostí - AT1 - v-g diagram



Obrázek 54 Antisymetrické tvary - Volné řízení - původní model - v-g-f diagram



Obrázek 55 Antisymetrické tvary - Volné řízení - model se zvýšenou torzní tuhostí- v-g-f diagram

#### 8. Závěr

Diplomová práce se zabývá flutterovou analýzou letounu B23 Bristell prováděnou dle předpisu CS-23, pomocí MKP softwaru MSC. Nastran. Práce se skládá ze čtyř částí. První část je věnována tvorbě strukturálního modelu, který je tvořen nehmotnými nosníkovými elementy, koncentrovanými hmotami, absolutně tuhými nosníky a kinematickými vazbami. V této části bylo zapotřebí spočítat měrné hmotnosti, setrvačné a statické momenty. Poté pomocí konstrukčního programu byla v MSC Nastran navrhnuta geometrie podle dodaných výkresů letounu. Některá data musela být odborně odhadnuta (zejména elastická osa a jednotlivé ohybové a torzní tuhosti letounu). V prvním navrhnutém modelu výsledná těžištní osa procházela skrze osy otáčení většiny kormidel. To vyžadovalo úpravu již vypočtených měrných hmotností, setrvačných a statických momentů zavedením gradientu po rozpětí.

V dalším kroku byla provedena modální analýza a optimalizace kvadratických momentů, respektive tuhosti nosníkových elementu modelu tak, aby vlastní frekvence a vlastní tvary kmitání odpovídaly vlastním tvarům a frekvencím naměřeným během pozemní frekvenční zkoušky. Tato část je nerozsáhlejší částí celé diplomové práce. Celkem bylo optimalizováno šest modelů pro lehkou variantu letounu s maximální odchylkou od naměřených hodnot z pozemní frekvenční zkoušky do 5%.

Následně byla provedena flutterová analýza pro stanovení kritické rychlosti flutteru letounu, podle předpisu CS 23.629. Flutterová analýza proběhla u všech modelů pro šest letových hladin. Letoun B23 v celém rozsahu rychlostí do  $1,2 \cdot v_d$  nevykazuje žádné tendence ke vniku flutteru. Nad rychlostí  $1,2 \cdot v_d$  nastává flutter pro první antisymetrickou torzi křídla při frekvenci 31,5 Hz na rychlosti 410 km/h. Tato rychlost je však za hranicí průkazu flutterové odolnosti.

Výsledky byli porovnány s výsledky flutterové analýzy na fakultě strojní, kde byla použita jiná metoda flutterové analýzy. Zde se rozcházeli výsledky pro jednotlivá kormidla, proto bylo nutné upravit křížové vazby v globální matici tuhosti ve strukturálním modelu a vyšetřit tak stabilizující účinek kormidel. Po přiřazení správných pozic statických a setrvačných momentů v globální matici tuhosti proběhla znova celá flutterová analýza. Bohužel se i přes všechna snažení kormidla chovají takřka identicky.

Za zmínku také stojí jednotlivé vlastní tvary. Ty se od naměřených tvarů z PFZ v některých případech výrazně liší (například 1. AR-VK). Samotná optimalizace strukturálního modelu na dané frekvence letounu naměřené pozemní frekvenční zkouškou zabrala více jak 6 měsíců práce a další optimalizace na požadované vlastní tvary je ještě mnohem časově náročnější, protože tato optimalizace bude zasahovat opět do vlastních frekvencí letounu. Z toho vyplývá, že MSC Nastran není až zas tolik vhodný pro optimalizaci modálních parametrů, a v praxi by se pro získání optimalizovaných modálních charakteristik použily jiné nástroje.

Poslední částí diplomové práce bylo navrženo opatření proti vzniku flutteru způsobeného první antisymetrickou torzí křídla, pomocí zvýšení torzní tuhosti křídla. Ta byla zvýšena podle grafu 7. Po zvýšení torzní tuhosti flutter nenastává ani za rychlostí  $1,2 \cdot v_d$ .

#### 9. Použitá Literatura

- [1] Doc.Ing. SLAVÍK, Svatomír Csc. *Aeroelasticita leteckých konstrukcí*. Praha, 1997. Skriptum. ČVUT v Praze.
- [2] STEINER, Ladislav. *Aeroelastická analýza křídla sportovního letounu*. Praha, 2014. Diplomová práce. ČVUT v Praze.
- [3] BRM AERO, BRISTELL aircraft manufacturer. Copyright © 2010 [cit. 24.07.2019]. Dostupné z: <u>https://www.bristell.com/</u>
- [4] Doc. Ing. SLAVÍK Csc., Ing. KRATOCHVÍL Ph.D., Ing. THEINER Ph.D. FLUTTER ANALYSIS OF THE BRISTELL B23 AIRPLANE. Praha, 2019. ČVUT v Praze
- [5] CHAROUZ, Matěj. *Aeroelasticita Flutter a Frekvenční zkouška*. Praha, 2018. Aeroelasticita. ČVUT v Praze.
- [6] Technický výkres letounu B23
- [7] MSC.Nastran 2018 Quick Reference Guide. U.S.A. : MSC.Software Corporation, 2017.
- [8] Ekosoftware s.r.o., nejen software pro hluk a vibrace. Ekosoftware s.r.o., Copyright © [cit. 24.07.2019]. Dostupné z: <u>https://www.ekosoftware.cz/</u>
- [9] Pages professionnelles de l'Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace [online].
  Copyright © [cit. 24.07.2019]. Dostupné z: <u>https://personnel.isae-upaero.fr/IMG/pdf/Modal\_FRA\_with\_Nastran.pdf</u>
- [10] NASTRAN | Aerospace Engineering. Copyright © 2019 [cit. 24.07.2019]. Dostupné z: <u>https://www.aerospacengineering.net/tag/nastran/</u>
- [11] MSC.Nastran 2019 v68, Aeroelastic Analysis User's Guide, U.S.A. : MSC.Software Corporation, 2014.
- [12] *MSC.Nastran 2005 v3, Design Sensitivity and Optimalization User's Guide,* U.S.A. : MSC.Software Corporation, 2014.
- [13] AJGL, Vladimír. *Modální analýza a flutterové vlastnosti ocasních ploch sportovního letounu stanovené pomocí MKP softwaru NASTRAN*. Praha, 2009. Diplomová práce. ČVUT v Praze
- [14] MSC.Nastran 2018, *MSC.FlightLoads and Dynamics User's Guide Version 2001*. U.S.A. : MSC.Software Corporation, 2014.

## 10. Použitý software

- [1] Nastran 2018 64-Bit Student edition , MSC Software, <u>https://www.mscsoftware.com/</u>
- [2] Patran 2018 64-Bit Student edition, MSC Software, <u>https://www.mscsoftware.com/1</u>
- [3] Autocad 2018 64-Bit Student edition, Autodesk, <u>https://www.autodesk.cz/</u>
- [4] Solidworks 2012 64-Bit Student edition, Dassault Syst, <u>https://www.solidworks.com/</u>
- [5] Flight Loads 2018 64-Bit, MSC Software, <u>https://www.mscsoftware.com/1</u>
- [6] Microsoft Word 2016, 64 Bit, Microsoft, <u>https://www.microsoft.com</u>
- [7] Microsoft Excel 2016, 64 Bit, Microsoft, <u>https://www.microsoft.com</u>

### 11. Příloha

# 11.1 Výsledky PFZ a modální analýzy – Symetrické tvary – Volné řízení





MSC Software

Patran® defaut\_Deformation : Student Edition Max 3.05.01 @Nd 89









Patran 2019 (Student Edition) 24-Jul-19 13 12 13 Deform: SC1:BRISTELL, A3:Mode 10 : Freq. = 28.9, Eigenvectors, Translational,



Obrázek 60- 1.SR. - KR Fr = 28,9 Hz



Patran® default\_Deformation Student Edition Max 3 22-01 @Nd 88

Obrázek 62 - S2 fr =54,5 Hz





Patran® defaut\_Deformation: Student Edition Max 5.28-01 @Nd 30

MSC Software

Obrázek 64 - ST2 Fr = 76,7 Hz

Kridelka Aileron Eigen-Shape (ST-KR J82			
		282	<u>-182-7</u>
	Z832 Z y		_yd x
782-		282	<b>1</b> 82
	z xr y		x _yd z

Patran 2019 (Student Edition) 24-Jul-19 13 22:06 Deform: SC1:BRISTELL, A3:Mode 17 : Freq. = 81.6, Eigenvectors, Translational,



MSCXSoft

Patran® default\_Deformation

*Obrázek 65 - 1.ST-KR fr = 81.6* 

# 11.2 Výsledky PFZ a modální analýzy – Symetrické tvary – Blokované řízení



*Obrázek 66 - 1.SR-VK fr = 7.7 Hz* 



Patras 2019 (Student Edition) 24-Jul-19 13 23:46 Defirm: SCI BRISTELL, A2 Mode 7 : Freq = 21 9, Eigenvectors, Translationa



MSC Software

Patran® default\_Deformation : Student Edition Max 3.05-01 @Nd 89

Obrázek 67- 1.SR-KL fr = 21,9 Hz



Patran 2019 (Student Edition) 24-Jul-19 13:31:17 Deform: SC1:BRISTELL, A2 Mode 10 : Freq. = 30.604, Eigenrectors, Translational,





Obrázek 68- 1.SR-VK fr = 30,6 Hz



Patran 2019 (Student Edition) 24-Jul-19.13.32:41 Deform: SC1:BRISTELL, A2:Mode 14 : Freq. = 68.7, Eigenvectors, Translational,



Patran® default\_Deformation: Student Edition Max 2.63-01 @Nd 89



Kridelka Aileron Eigen-Shape (ST-KR )82			
		282	<u>_182</u>
	z y y		z _yei×
			- 182
1782			
	z xc y		x _yd z

Patran 2019 (Student Edition) 24-Jul-19 13:34:24 Deform: SC1:BRISTELL, A2 Mode 17 : Freq. = 63.972, Eigenvectors, Translational,



MSC Software







## 11.3 Výsledky PFZ a modální analýzy – Antisymetrické tvary – Volné řízení

Obrázek 72 - 1.R - SK Fr = 9,4 Hz





MSC Software

Patran® default\_Deformation : Student EditionMax 1.54-01 @Nd 89

Obrázek 74 - 1.AR-KL fr = 21,9 Hz



Patran 2019 (Student Edition) 24-Jul-19 14:43:36 Deform: SC1:BRISTELL, A8: Mode 8 : Freq. = 22 S21, Eigenvectors, Translational,



y\_\_\_\_Z MSC Software

defaut\_Deformation : Patran®Max 3 01-01 @Nd 97 Frame: 5 Student EditionScale = -1.00+00





Patran 2019 (Student Edition) 24-Jul-19 15:00-15 Deform: SC1:BRISTELL, A8 Mode 9 : Freq = 26.292, Eigenvectors, Translati



Obrázek 76 - A1 fr = 26,2 Hz



Patran 2019 (Student Edition) 24-Jul-19 15:02 27 Deform: SC1-BRISTELL, A8 Mode 10 : Freq. = 30.8, Eigenvectors, Translational,





Obrázek 77 - 1.AR-VK fr=30,8 Hz



Patran 2019 (Student Edition) 24-Jul-19 15:07:35 Deform: SC1 ERISTELL, A9:Mode 11 : Freq = 37.234, Eigenvectors, Translational,



default\_Deformation: Patran®Max356-01@Vd30 Frame 1 Student EditionScale = 1.00+00

Obrázek 78 - AT1 fr = 37,6 Hz



Patren 2019 (Student Edition) 24-Jul-19 15:08:39 Deform: SC1:BRISTELL, A9:Mode 13 : Freq. = 61.198, Eigenrectors, Translational,



default\_Deformation: Patran\_Max 6 98-01 @Vd 103 Frame: 2 Student EditionScale = 7.07-01

Obrázek 79 - PZSOP fr = 61.2 Hz







Obrázek 82 - 1.AT-KR fr = 95 Hz

### 11.4 Výsledky PFZ a modální analýzy – Antisymetrické tvary – Blokované řízení





MSC Softwars

Patran® default\_Deformation : Student EditionMax 1.70-01 @Nd 89

Obrázek 84 - 1.AR-KL fr = 21,9 Hz



Patran 2019 (Student Edition) 24-Jul-19 15:27:24 Deform: SC1:BRISTELL, A2:Mode 4 : Freq. = 9.5, Eigenvectors, Translational,



MSC Software



Obrázek 85- 1.R-SK f = 9.5 Hz



Patran 2019 (Student Edition) 24-Jul-19 15:28:25 Deform: SC1:BRISTELL, A2:Mode 10 : Freq. = 35.093, Eigenvectors, Translational,





Patran® defaut\_Deformation : Student EditiorMax 2.59-01 @Nd 97

Obrázek 86 - 1.AR-VK fr = 35,1 Hz

Kridelka Alleron Eigen-Shape Blokovane_1 AT-KR			
		282	0-182
	282 Z y		z _yel x
		282	<b>-</b> 182
	z x= y		yx _yd z

Patran 2019 (Student Edition) 24-Jul-19 15 31:56 Deform: SC1:BRISTELL, A2 Mode 17 : Freq. = 99.11, Eigenvectors, Translational,

8.15-01

MSCXSoftware

Patran® default\_Deformation : Student EditiorMax 9.15-01 @Nd 87

Obrázek 87 - 1.AR-KR fr = 94,8 Hz



11.5 Výsledné v-g-f diagramy – Symetrické tvary – Volné řízení

Obrázek 88 - V-g-f diagram H = 0m



Obrázek 89 - V-g-f diagram H = 0m



Obrázek 90 - V-g-f diagram H = 4500 ft



Obrázek 91 - V-g-f diagram H = 9000 ft



Obrázek 92 - V-g-f diagram H = 14 000 ft



*Obrázek 93 - V-g-f diagram H = 14 000 ft* 



11.6 Výsledné v-g-f diagramy – Symetrické tvary – Blokované řízení Graf tlumení

Obrázek 94- V-g-f diagram H = 0m



Obrázek 95 - V-g-f diagram H = 0m



Obrázek 96- V-g-f diagram H = 4500 ft



Obrázek 97 - V-g-f diagram H = 9000 ft



*Obrázek 98 - V-g-f diagram H = 14 000 ft* 



*Obrázek 99 - V-g-f diagram H = 14 000 ft*


11.7 Výsledné v-g-f diagramy – Antisymetrické tvary – Volné řízení

Obrázek 100 - V-g-f diagram H = 0 ft



Obrázek 101 - V-g-f diagram H = 0 ft



*Obrázek 102 - V-g-f diagram H = 4 500 ft* 



Obrázek 103 - V-g-f diagram H = 9 000 ft



Obrázek 104 - V-g-f diagram H = 14 000 ft



*Obrázek 105 - V-g-f diagram H = 14 000 ft* 



11.8 Výsledné v-g-f diagramy – Antisymetrické tvary – Blokované řízení

Obrázek 106 - V-g-f diagram H = 0 ft



Obrázek 107 - V-g-f diagram H = 0 ft



*Obrázek 108 - V-g-f diagram H = 4 500 ft* 



Obrázek 109 - V-g-f diagram H = 9 000 ft



*Obrázek 110 - V-g-f diagram H = 14 000 ft* 



*Obrázek 111 - V-g-f diagram H = 14 000 ft* 

	-			- I I							
Výchozí stav Křída											
Souřad	Procenta		Proce	Měrný statický	Proce	Měrný setrvačný					
nice Y	rozpětí	m	nta	moment	nta	moment	Procenta				
(m)	(%)	(kg/m)	(%)	(kg/m/m)	(%)	(kg.m2/m)	(%)				
0	0	11,89	1	6,31	1	5,05	1				
0,1656	0,501	11,89	1	6,31	1	5,05	1				
0,6156	0,186	11,89	1	6,31	1	5,05	1				
0,99	0,299	11,89	1	6,31	1	5,05	1				
1,3656	0,413	11,89	1	6,31	1	5,05	1				
1,8155	0,549	11,89	1	6,31	1	5,05	1				
2,275	0,688	11,89	1	6,31	1	5,05	1				
2,7656	0,833	11,89	1	6,31	1	5,05	1				
3,304	1	11,89	1	6,31	1	5,05	1				
Suma		107,03		56,95		45,53					
Trend po rozpětí Křídla											
						Měrný setrvačný					
Souřad	Procenta	m	Proce	Měrný statický	Proce	moment					
nice Y	Rozpětí	(kg/m)	nta	moment	nta	(kg.m2/m)	Procenta				
(m)	(%)	Trend	(%)	(kg/m/m) Trend	(%)	Trend	(%)				
0	0	15	1	8,55	1	1,28	1				
0,1656	0,501	15	1	8,55	1	1,28	1				
0,6156	0,186	14,5	0,95	8,04	0,94	3,07	0,87				
0,99	0,299	13,1	0,87	7,134	0,83	2,13	0,73				
1,3656	0,413	12,6	0,84	6,66	0,77	1,87	0,64				
1,8155	0,549	11,78	0,78	6,05	0,70	2,05	0,58				
2,275	0,688	10,02	0,66	4,98	0,58	1,56	0,43				
2,7656	0,833	7,45	0,49	3,55	0,41	1,11	0,29				
3,304	1	7,45	0,49	3,40	0,39	1,22	0,29				
Suma		107.03		56 95		45 53					

## 11.8 Tabulky – Úpravy pomocí trendu po rozpětí

Tabulka 31 - Úprava měrných hmot, statických a setrvačných momentů

Výchozí stav SOP										
Souřad	Procenta	Měrná m	Proce	Měrný statický	Proce	Měrný setrvačný				
nice Y	rozpětí	SOP.	nta	moment	nta	moment	Procenta			
(m)	(%)	(kg/m)	(%)	(kg/m/m)	(%)	(kg.m2/m)	(%)			
1,268	0,554	4,79	1	2,14	1	1,38	1			
1,568	0 <i>,</i> 68	4,79	1	2,14	1	1,38	1			
1,788	0,78	4,79	1	2,14	1	1,38	1			
2,02	0,88	4,79	1	2,14	1	1,38	1			
2,28	1	4,79	1	2,14	1	1,38	1			
Suma		23,98		10,73		6,91				
Trend po rozpětí SOP										
		Měrná m				Měrný setrvačný				
Souřad	Procenta	SOP	Proce	Měrný statický	Proce	moment				
nice Y	Rozpětí	(kg/m)	nta	moment	nta	(kg.m2/m)	Procenta			
(m)	(%)	Trend	(%)	(kg/m/m) Trend	(%)	Trend	(%)			
1,268	0,554	6,144	1	1,79	1	2,066	1			
1,568	0,68	6,144	1	2,30	1	2,066	1			
1,788	0,78	4,691	0,697	2,00	0,869	1,155	0,341			
2,02	0,88	3,501	0,449	1,91	0,829	0,811	0,092			
2,28	1	3,501	0,449	1,87	0,812	0,811	0,092			
Suma		23,98		10,73		6,91				

Tabulka 32 - Úprava měrných hmot, setrvačných a statických momentů









Graf 7-Trend hmot. statického a setrvačného momentu křídla



Graf 8 - Těžištní osy křídla



Graf 9 - Trend hmot. statického a setrvačného momentu SOP



Graf 10 – Výsledná těžištní osa SOP

## 11.9 Graf – Rozsah redukovaných frekvencí



Graf 11 - Graf rozsahu redukovaných frekvencí

## 11.10 Výkres letounu B23

