

**ČESKÉ VYSOKÉ  
UČENÍ TECHNICKÉ  
V PRAZE**

**FAKULTA  
STROJNÍ**



**TEZE  
DISERTAČNÍ  
PRÁCE**



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

ÚSTAV MECHANIKY TEKUTIN A TERMODYNAMIKY

TEZE DISERTAČNÍ PRÁCE

Úplav za dvěma válci ve stupňovité konfiguraci

*Ing. Rut Vitkovičová*

Doktorský studijní program: Strojní inženýrství

Studijní obor: Termomechanika a mechanika tekutin

Školitel: *prof. Ing. Jiří Nožička, CSc.*

Teze disertace k získání akademického titulu "doktor", ve zkratce "Ph.D."

Praha

září 2018

Název anglicky: The wake behind two cylinders in a staggered configuration

Disertační práce byla vypracována v prezenční formě doktorského studia na Ústavu mechaniky tekutin a termodynamiky Fakulty strojní ČVUT v Praze.

Disertant: Ing. Rut Vitkovičová  
Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky,  
Fakulta strojní ČVUT v Praze  
Technická 4, Praha 6

Školitel: prof. Ing. Jiří Nožička, CSc.  
Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky,  
Fakulta strojní ČVUT v Praze  
Technická 4, Praha 6

Školitel-specialista: Ing. Jan Čížek, Ph.D.  
Fakulta strojní ČVUT v Praze  
Technická 4, Praha 6

Oponenti:

Teze byly rozeslány dne: .....

Obhajoba disertace se koná dne ..... v ..... hod.

v zasedací místnosti č. 17 (v přízemí) Fakulty strojní ČVUT v Praze, Technická 4, Praha 6 před komisí pro obhajobu disertační práce ve studijním oboru Termomechanika a mechanika tekutin.

S disertací je možno se seznámit na oddělení vědy a výzkumu Fakulty strojní ČVUT v Praze, Technická 4, Praha 6.

prof. Ing. Jiří Nožička, CSc.  
předseda oborové rady oboru  
Termomechanika a mechanika tekutin  
Fakulta strojní ČVUT v Praze

## **Anotace**

Tato práce se zabývá ovlivněním úplavu válce pomocí druhého válce umístěného v úplavu. Pro sedm zvolených pozic druhého válce, čtyři poměry průměrů těchto válců a řadu režimů Reynoldsových čísel v rozmezí od 240 do 8700 byla sledována změna chování proudového pole. Z měření metodou CTA byly vyšetřeny frekvence vyskytující se v úplavech, vizualizace proudění poskytla informace o chování proudění, o interakcích smykových vrstev a úplavů, formování vírů a vírových stezek. Metodou PIV byla získána rychlostní pole a pole vířivosti. Současně data z vizualizací a z PIV poskytla základ pro analýzu proudění pomocí metody POD. Z této metody byly získány vlastní tvary hlavních struktur proudění ve vztahu ke vstupním datům. POD módy z dat PIV z polí vířivosti a rychlosti pomohla analyzovat a identifikovat struktury v POD módech z dat z vizualizace. Z provedených experimentů a jejich následné analýzy tak mohly být definovány oblasti v úplavu válce z hlediska vlivu na lokální poruchy a celkovou nestabilitu úplavu. Podrobným rozbořem výsledků byly nalezeny i mechanismy, které ovlivňují velikosti dominantních frekvencí v úplavu a jejich závislost na velikosti druhého válce a Reynoldsova čísla. Pro tři Reynoldsova čísla a čtyři poměry velikostí válců byla vytvořena schémata struktur charakterizující danou konfiguraci při daném Reynoldsově čísle.

## **Summary**

This work deals with an influence of a wake of a circular cylinder by the second cylinder placed in the wake. For seven selected positions of the second cylinder, four ratios of these cylinders diameters and a number of Reynolds numbers ranging from 240 to 8700, a change in the behavior of the flow pattern was observed. From the CTA method, frequencies occurring in the wakes were examined, a visualization of flow field provided information on flow behavior, interactions of shear layers and wakes, vortex formation and vortex streets. A velocity and a vortex field was obtained by the PIV. The data from the visualization and the PIV provided the basis for flow analysis using a POD method. It was obtained eigenmodes of the main flow structures in relation to the input data from this method. POD modes from the PIV from vorticity and velocity fields helped to analyze and identify structures in POD modes from visualization. From the experiments and their subsequent analysis, the regions in the wake of the circular cylinder could be defined in terms of influence on local disturbances and overall instability of the wake. A detailed analysis of the results has also found mechanisms that influence the magnitude of dominant wake frequencies and their dependence on the size of the second cylinder and the Reynolds number. For the three Reynolds numbers and the four cylinder size ratios, the schemes of the structures characterizing the configuration of the given Reynolds number were created.

# OBSAH

<b>1. ÚVOD .....</b>	<b>5</b>
1.1 MOTIVACE .....	5
1.2 SOUČASNÝ STAV ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY .....	5
1.3 CÍLE PRÁCE .....	8
<b>2. EXPERIMENT .....</b>	<b>9</b>
2.1 NASTAVENÍ .....	9
1.2 EXPERIMENTÁLNÍ METODY .....	9
<b>3. METODIKA ZPRACOVÁNÍ EXPERIMENTÁLNÍCH DAT....</b>	<b>10</b>
<b>4. VÝSLEDKY MĚŘENÍ.....</b>	<b>13</b>
4.1 VLIV GEOMETRICKÉHO USPOŘÁDÁNÍ VÁLCŮ A REYNOLDSOVA ČÍSLA NA STRUKTURY A MECHANIZMY V ÚPLAVECH VÁLCŮ .....	13
4.2 VLIV GEOMETRICKÉHO USPOŘÁDÁNÍ VÁLCŮ A REYNOLDSOVA ČÍSLA NA FREKVENCE ODTRHÁVÁNÍ STRUKTUR V ÚPLAVU .....	15
<b>5. ROZBOR .....</b>	<b>19</b>
5.1 IDENTIFIKACE DOMINANTNÍCH STRUKTUR Z ANALÝZY POD .....	19
5.2 URČENÍ ZÁVISLOSTI STROUHALOVA ČÍSLA NA ČÍSLA REYNOLDSOVĚ.....	25
5.3 SHRNUÍ A ZHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ A POZNATKŮ .....	27
<b>6. ZÁVĚR .....</b>	<b>30</b>
<b>7. POUŽITÁ LITERATURA .....</b>	<b>33</b>

## Seznam použitých symbolů

### Řecké symboly

$\alpha$	[°]	úhel
$\lambda_i$	[-]	i – tá vlastní hodnota matice
$\nu$	[m <sup>2</sup> /s]	kinematická viskozita
$\rho$	[kg/m <sup>-3</sup> ]	hustota
$\varphi_i$	[-]	i – tý POD mód

### Latinské symboly

$a_i$	[-]	i- tý časově závislý POD koeficient
$A$	[-]	koeficient funkce Sh - Re
$B$	[-]	koeficient funkce Sh - Re
$C$	[-]	koeficient funkce Sh - Re
$D$	[m]	průměr prvního válce
$d$	[m]	průměr druhého válce
$E_i$	[-]	i – tá poměrná energie
$f$	[Hz]	frekvence
$G$	[-]	kovariační matice
$K$	[-]	počet módů
$M$	[-]	počet fluktuačních složek
$N$	[-]	počet snímků
$R$	[m]	vzdálenost středů válců
$t$	[s]	čas
$u$	[m/s]	rychlost ve směru x
$v_i$	[-]	i – tý vlastní vektor
$x, y, z$	[m]	kartézské souřadnice
$i$	[1]	indexová proměnná
$i, j, k$	[1]	kartézské složky

## **Podobnostní kritéria**

Re Reynoldsovo číslo

Sh Strouhalovo číslo

## **Zkratky**

BB Base Bleed

CTA Constant temperature anemometry

IS Induced Separation

LDA Laser Doppler Anemometry

LDV Laser Doppler Velocimetry

PIV Particle Image Velocimetry

POD Proper Orthogonal Decomposition

PSD Power Spectral Density

SBB Single Bluff-body

SLR Shear Layer Reattachment

SVS Synchronized Vortex Shedding

TR PIV Time Resolved Particle Image Velocimetry

VI Vortex Impingement

VPE Vortex Pairing and Enveloping

VPSE Vortex Pairing, Splitting and Enveloping



# 1. Úvod

Tato práce se věnuje charakteru proudění v úplavu válce a možnosti jeho ovlivnění právě pomocí druhého válce umístěného v úplavu. Na základě výzkumu jiných autorů byly stanoveny oblasti v úplavu za válcem, které mohou významně ovlivnit charakter proudění, resp. mají vliv na jeho stabilitu. Tyto oblasti byly prozkoumány a analyzovány pro odlišná nastavení a byl sledován význam vlivu těchto nastavení.

## 1.1 *Motivace*

Studování proudění a obtékání těles je výzvou pro vědce již několik století. Nicméně v době, kdy technický pokrok začal mít větší vliv na ekonomiku, tak nová technická řešení jsou posuzována mimo jiné i na základě jejich ekonomické rentability. A tento trend s postupem času je mnohdy určující pro technické realizace.

Proto nejzajímavější optimalizační technická řešení jsou taková, která co nejjednodušším způsobem dosáhnou žádoucích vlastností či chování dané technické aplikace. Z tohoto důvodu je dlouhodobým trendem v technických aplikacích optimalizace pomocí jednoduchých prvků či úprav a rozmístění v konstrukci. Jedním z nabízejících se řešení je vhodné umístění těles ve tvaru válců pro usměrnění, řízení či pouze predikci chování proudových polí v anebo okolo těchto zařízení. Proto je nutné dobře porozumět procesům a dějům, které se odehrávají v proudových polích kolem těchto těles. Zkoumání úplavu za válcem patří dlouhodobě k hlavním tématům mechaniky tekutin. Nicméně přechod ze stabilního proudění do proudění nestabilního, vznik a chování turbulentních struktur a především možnosti tyto struktury a stabilitu proudění ovlivňovat a posléze i řídit jsou témata, která stále nebyla plně prozkoumána. Právě pochopení těchto jevů, identifikace struktur v proudění a možnost jejich predikce umožňuje v technických aplikacích buď potlačit nežádoucí jevy, jako např. vibrace apod. anebo naopak podpořit jevy žádoucí jako je např. promíchávání proudových polí.

## 1.2 *Současný stav řešené problematiky*

Pro řešení proudového pole kolem dvou válců a porozumění dějům, jež se zde odehrávají, je nutné se zabývat celým komplexem znalostí, jež se mohou podílet na pochopení této problematiky. K popisu charakteristiky proudění je často využíváno bezrozměrných parametrů. Nabíhající rychlost je často vyjadřována pomocí bezrozměrného Reynoldsova čísla

$$Re = u \cdot D/\nu. \quad (1)$$

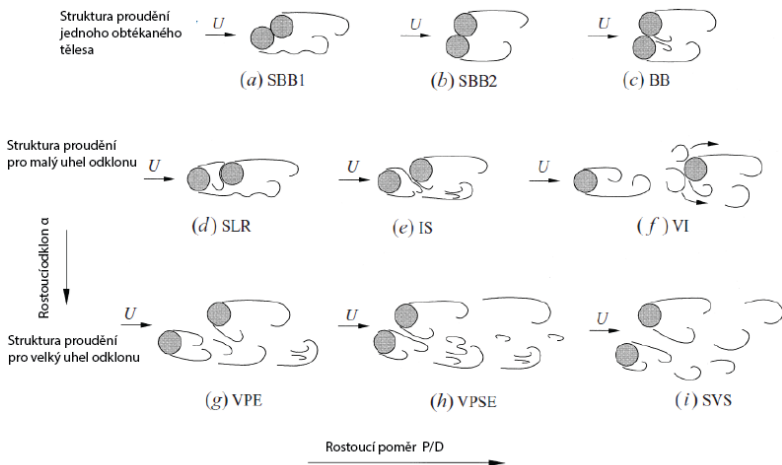
Bezrozměrná frekvence odtrhávání úplavu za válcem bývá vyjádřena nejčastěji v podobě Strouhalova čísla

$$Sh = f \cdot D/u. \quad (2)$$

Důležitým výchozím poznatkem pro studium proudění okolo válců je proudění okolo samostatného válce, jež bylo popsáno mnoha autory, jako např. Roshko [1], Williamson [2], Zdravkovich [3] a další.

Pokud je do blízkosti jednoho válce umístěno jiné těleso, resp. jiný válec, úplav změní své chování. Dochází zde k vzájemným interakcím smykových vrstev od obou válců, k interakcím vírů a úplavů a ke kombinovaným interakcím. Tito autoři ve svých výzkumech zkoumají interakce pomocí různých experimentálních a numerických metod, proto oblasti okolo dvou válců definují ne zcela shodně.

Zdravkovich ve své práci [4] hovoří o čtyřech oblastech vycházejících z měření silových působení, jež se můžou v úplavu za válcem nalézat. Strykowski a Sreenivasan v [5] definují regiony na základě experimentálních a numerických simulací pro nízká Reynoldsova čísla ( $Re = 40 - 80$ ) a různé poměry průměrů válců ( $D/d = 3-20$ ). Hwang and Choi ve své práci [6] se snaží najít oblasti v úplavu válce, jejichž ovlivněním by došlo ke zmírnění nestabilit v úplavu. Rozsáhlá studie vizualizací a PIV měření byla provedena Sumnerem et al. [7]. Výzkum probíhal pro  $D/d = 1$  a Reynoldsova čísla mezi 850 až 1900. Autoři definovali 9 charakteristických typů proudění okolo dvou válců, jež mění chování vírových struktur a smykových oblastí v úplavu (obr. 1).



**Obr. 1** Struktury proudění za válci o stejném průměru pro  $Re = 850 - 1900$ , a) SBB1, typ 1, b) SBB2, typ 2, c) BB, d) SLR, e) IS, f) VI, g) VPE, h) VPSE, i) SVS, převzato z [7]

Při proudění typu SBB1 a SBB2 (Samostatné prizmatické těleso – angl. Single bluff body), se proudové pole chová jako u samostatného tělesa. Rozdíl mezi SBB1 a SBB2 je v úhlu natočení druhého válce. U proudění BB (Base – bleed) je mezi válci úzká štěrбина. Při vzájemném úhlu natočení do  $30^\circ$ , lze pozorovat 3 typy proudění: SLR (Připojení smykové vrstvy – angl. Shear layer reattachment), IS (Indukovaná separace – angl. Induced separation) a VI (Narážení vírů – angl. Vortex impingement). Při SLR dochází k připojení smykové vrstvy z předního válce ke vnějšímu povrchu válce druhého, což způsobuje to, že proud neprochází mezerou mezi válci. Proudění IS je charakteristické tím, že smyková vrstva prvního válce se nepřipojí k válci druhému, ale stáčí se do mezery mezi válci a za prvním válcem vzniká malá oblast úplavu, která vede ke vzniku menších vírů s vyšší frekvencí odtrhávání než je tomu u samostatného válce. Při proudění typu VI se za předním válcem formuje vlastní úplav jako za válcem samostatným, který přímo interaguje s povrchem druhého válce a výrazně ovlivňuje úplav tvořící se za druhým válcem. Poslední skupinu proudění tvoří typy VPE (Párování a zabalování vírů – angl. Vortex pairing and enveloping), VPSE (Párování, dělení a zabalování vírů – angl. Vortex pairing, splitting and enveloping). Pro ně je charakteristické párování a synchronizování vírů na vnitřní straně válců. Rozdíl mezi nimi je v tom, že při typu VPSE dochází k rozdělení páru vírů formovaných podél mezery a vzniká v Karmánově vírové stezce třetí řada vírů. U proudění typu SVS (Synchronizované odtrhávání vírů – angl. Synchronized vortex shedding) se za válci formují samostatné vírové stezky, které se párují navzájem z obou stran mezery mezi válci.

Jak vypadají podobné konfigurace při vyšších  $Re$ , ukazuje ve své práci Hu a Zhou [8] ( $Re = 7000$ ) a na ně navazující práce Zhou et al. [9] ( $Re$  od 1500 do  $20 \cdot 10^5$ ) a Wong et al. [10] ( $Re$  od 1500 do  $20 \cdot 10^5$ ).

Většina studií zde uvedených, která vedla k zakreslení regionů a jejich charakteristice pro případ válců o stejném průměru. Nicméně se tyto studie nezabývali tím, co se začne odehrávat v úplavu, když se změní poměr průměrů samotných válců a co je tou dominantní strukturou v daném proudění.

Jednou z dalších možností řešení a analýzy charakteru proudových polí a jejich struktur je metoda Proper Orthogonal Decomposition (POD) neboli vlastní ortogonální dekompozice, která umožňuje analýzu velkého souboru dat tím, že zredukuje řád popisu děje. To vede ke snadnější identifikaci procesů, jež se ve sledovaném systému vyskytují.

Použitím metody POD při řešení proudění v mechanice tekutin lze získat vlastní tvary proudění, které odpovídají strukturám s největším energetickým příspěvkem proudění. Tyto struktury nemusí nutně odpovídat koherentním strukturám proudění, ale spíše korespondují s ději, jež statisticky nejvíce přispívají k energii proudu [11]. Jako vstupní data, které jsou zpracovávány metodou POD, mohou

být použity rychlostní pole, pole vířivosti [12], pole tlaků anebo i vizualizace proudění [13]. Analýzou proudového pole okolo dvou válců pomocí POD je možné získat jednak dominantní frekvence vyskytující se v úplavech válců, a jednak struktury, jež mají největší vliv na formování úplavu.

Určitou možnost využití této metody skýtá i takováto analýza dat z vizualizací. Autoři Brevis a Garcia-Villalba [13] demonstruje, že pomocí POD lze z vizualizací proudového pole za jedním válcem získat užitečné informace o struktuře proudění a o mohutnosti jednotlivých struktur. Při použití vstupních dat z vizualizace pro POD metodu je třeba věnovat pozornost skutečnosti, že se zde nepracuje s fyzikální veličinou ale pouze s vizuální změnou. Proto se jeví jako velmi užitečné důkladněji prozkoumat, jakým způsobem lze takto analyzovaná data interpretovat.

### *1.3 Cíle práce*

Jako hlavní cíle práce byly zvoleny:

- 1) Stanovit vliv geometrického uspořádání válců a Reynoldsova čísla na stabilitu v úplavu, jeho topologii a dominantní frekvence.
- 2) Identifikovat základní struktury v proudění vzniklých interakcí smykových vrstev a struktur formovaných oběma válci a jejich vliv na výsledné dominantní frekvence v úplavu.
- 3) Vyšetřit experimentálně ovlivnění dominantní struktury v úplavu změnou polohy druhého válce.
- 4) Implementovat metodu analýzy proudění POD na identifikaci struktur proudění a zhodnotit použitelnost dosažitelných výsledků.

Ke splnění vytyčených cílů bylo nutné provést řadu dílčích kroků, mezi něž patří:

- a) Nezávislými experimentálními měřeními zjistit: Strouhalova čísla v několika místech v úplavu za oběma válci pro 7 konfigurací válců a řadu Reynoldsových čísel pomocí metody CTA, z PIV měření pro jedno Reynoldsovo číslo a 7 vzájemných poloh analyzovat úplav vyhodnocením rychlostních polí a vířivosti a z vizualizace získat popis struktur v úplavu pro 7 pozic válců, pro 3, resp. 4 poměry průměrů válců a pro 3, resp. 2 Reynoldsova čísla.
- b) Analyzovat proudová pole metodou POD z vizualizací, nalézt módy, frekvence, oblast vlivu úplavu válců, nalézt vztah jednotlivých módů k dějům probíhajících v úplavu.
- c) Porovnat pro jedno Reynoldsovo číslo výsledky POD z vizualizace a z PIV, identifikovat problémy spojené s analýzou vizualizace pomocí POD.

## 2. Experiment

### 2.1 Nastavení

Pro vyšetření dějů odehrávajících se v úplavu dvou válců byla provedena měření pro kombinaci dvou válců o poměrech průměrů  $D/d = 1, 1,67, 2,5$  a  $5$ , kde  $D$  vždy znamená průměr válce umístěného v předu a  $d$  označuje průměr válce umístěného za prvním válcem ve směru proudění. Pozice druhého válce v úplavu za válcem prvním byly zvoleny na základě výsledků výzkumů uvedenými v literatuře Strykowski a Sreenivasan v [5] a od Hwang and Choi [6]. Tito autoři ve svých pracích definují oblasti, jejichž ovlivněním pomocí dalšího válce v úplavu dojde k zmenšení nestabilit v úplavu při nízkých Reynoldsových číslech. Cílem bylo zjistit, zda a jak velký význam má tato oblast při vyšších Reynoldsových číslech. V tabulce 1 jsou uvedeny Pozice těchto válců, na obr. 2a) jsou Pozice poloh porovnané s oblastmi uvedenými ve výše zmíněné literatuře a na obr. 2b) je znázornění těchto Pozic v souřadném systému.

**Tabulka 1** Souřadnice Pozic válců

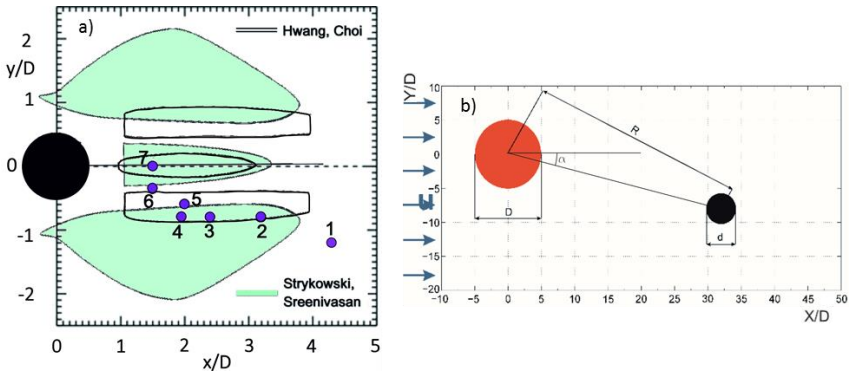
Číslo Pozice	x/D	y/D	R/D	$\alpha$ [°]
1	4,3	1,25	4,48	16
2	3,2	0,8	3,30	14
3	2,4	0,8	2,53	18
4	1,95	0,8	2,11	22
5	2	0,6	2,09	17
6	1,5	0,35	1,54	13
7	1,5	0	1,50	0

### 1.2 Experimentální metody

Metoda CTA byla zvolena pro přesné určení frekvencí v úplavu za válci a následnému vyhodnocení Strouhalových čísel.

Měření pomocí žhavené sondy proběhla v několika etapách. V první etapě byly změřeny frekvence v úplavu za jedním válcem [RV1] pro rozsah Reynoldsových čísel 147 – 8680. Pomocí těchto experimentů byla validován měřicí postup. Frekvence v úplavu byly měřeny v 15 bodech. V druhé etapě měření pomocí CTA byly již sledovány frekvence v úplavech za dvěma válci pro tři poměry průměrů válců  $D/d = 1$  a  $2,5$  a šestnáct režimů Reynoldsových čísel od 285 do 2500. Žhavená sonda byla v těchto případech polohována do 120 až 140 míst v úplavu válců v jedné rovině. Pomocí vícekanálového systému StreamWare Pro byla sledována změna fluktuace nejen v závislosti na čase, ale i v závislosti na poloze sondy v úplavu. Měření tímto systémem se uskutečnila pro jeden poměr průměru

válců  $D/d = 2,5$  a sadu patnácti Reynoldsových čísel od 240 do 8700. Sondy se nacházely vždy v jedné rovině kolmé na směr proudění ve vzdálenosti od 55 do 88 mm za prvním válcem. Rozteč mezi sondami byla 52 mm. Více je uvedeno v [RV2] a [RV3].



**Obr. 2 a) Pozice středů druhého válce v proudovém poli za válcem prvním a zobrazení oblastí, jež potlačují nestability od autorů Hwang a Choi [6] a Strykowski a Sreenivasan [5], b) souřadný systém a definice rozměrů**

Měření PIV probíhalo v cirkulačním aerodynamickém tunelu s otevřeným měřicím prostorem. Podrobnější popis a nastavení tohoto experimentu společně s parametry měřicího stanoviště jsou uvedeny v [RV3]. Byl měřen jeden režim pro  $Re = 500$ ,  $D/d = 2,5$  a sedm, dříve definovaných, Pozic dvou válců. Pro každou Pozici byla získána série 2500 obrázků, která následně byla zpracována pomocí softwaru FlowManager od firmy Dantec Dynamics. Byla vyhodnocena rychlostní pole a pole vířivosti.

Vizualizační měření byla provedena v malém cirkulačním vodním tunelu Pomocí vizualizace barvivem bylo sledováno proudové pole pro poměry průměrů válců  $D/d = 1, 1,67, 2,5$  a  $5$ , pro 7 dříve definovaných poloh a tři Reynoldsova čísla: 500, 1200 a 2500 (Pro  $D/d = 5$  byla vizualizace provedena pouze pro dvě  $Re$ : 1200 a 2500). Detailnější popis, parametry měření a nastavení tohoto experimentálního zařízení jsou uvedeny v [RV4].

### 3. Metodika zpracování experimentálních dat

**CTA:** Z měření pomocí CTA byly získány obsáhlé soubory dat v různých formátech, jež musely být zpracovávány odlišnými postupy, které ale měly vždy stejný výstup: grafy spektrální výkonové hustoty pro každý měřený bod a soubor s hodnotou maximální frekvence a dopočteného Strouhalova čísla. Surová data

z měření byla ukládána do textových souborů, v případě měření systémem MiniCTA, nebo do nich musela být exportována, v případě měření systémem StreamWare Pro.

Pro každý typ vstupních dat byl v programovém prostředí MATLAB naprogramovaný kód, který umožnil získat výše požadované výstupy. K získání závislosti spektrální výkonové hustoty (PSD) na frekvenci [RV3] byla využita funkce peridiogram z knihovny MATLABu a pro ověření korektního nastavení byly výsledky získané z této funkce porovnány s výsledky získanými pomocí funkce pwelch, taktéž z knihovny MATLABu.

**Metoda Vlastní ortogonální dekompozice (POD):** Metoda POD je statistická technika, kterou lze využít při analýze dějů, u nichž lze očekávat nějaké dominantní opakující se jevy [14]. K získání dominantních módů lze dospět dvěma způsoby: přímou metodou a metodou snímků (snapshots). [15]

Oba přístupy vycházejí ze stejného předpokladu, a to, že existuje okamžitá flukтуаční složka proudového pole, kterou můžeme vyjádřit jako:

$$u_N(x, t) = \sum_{i=1}^N a_i(t) \varphi_i(x) , \quad (3)$$

kde  $u(x, t)$  vyjadřuje flukтуаční složku,  $a_i(t)$  reprezentují časově závislé POD koeficienty a  $\varphi_i(x)$  představují vlastní nezávislé ortonormální funkce POD módů [RV5].

Metoda snímků je využita při zpracování dat předložených v této práci, proto dále bude v textu věnována pozornost pouze tomto přístupu.

Předtím, než je provedena samotná dekompozice, je nutné sestavit matici flukтуаčních složek  $U = [u_1, u_2 \dots u_N]$  definovanou v prostoru a čase v  $M$  bodech a  $N$  snímcích. Flukтуаční složky mohou být jak skalární funkce, tak funkce vektorové. V prvním kroku řešena pro  $N$  matic s flukтуаční složkou proudění  $U$  kovarianční matice  $G$ , pro kterou platí:

$$G = U^T U . \quad (4)$$

Dalším krokem je nalezení vlastních hodnot a vlastních funkcí matice  $G$  ze vztahu:

$$Gv^i = \lambda^i v^i , \quad (5)$$

kde  $v^i$  jsou vlastní vektory a  $\lambda^i$  jsou vlastní hodnoty. Z vlastních hodnot seřazených v sestupném pořadí ( $\lambda^1 > \lambda^2 > \lambda^3 \dots > \lambda^N$ ), vlastních vektorů  $v^i$  a matice fluktuací  $U$  lze dopočítat POD módy ze vztahu, tedy vlastní ortonormální funkce [16]

$$\varphi_i(x) = U \cdot v_i \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} . \quad (6)$$

POD módy jsou seřazeny v sestupném pořadí dle vlastních vektorů, a proto první módy jsou co do významu dějů odehrávajících se ve sledované oblasti nejvýznamnější, je v nich obsažena většina energie fluktuací.

Časově závislé POD koeficienty, jejichž frekvenční spektrum odpovídá frekvencím dějů ve sledované oblasti, vyjadřuje vztah

$$a_i(t) = v_i \sqrt{\lambda_i}. \quad (7)$$

Jak moc přispívají jednotlivé módy k celkovému charakteru proudění, lze dopočítat z vlastních čísel proudění. Ty reprezentují energii obsaženou v módech, jejíž poměrnou hodnotu je možné vyjádřit ze vztahu:

$$E_i = \frac{\lambda^i}{\sum_{i=1}^N \lambda^i}. \quad (8)$$

Zde je namístě poznamenat, že pokud se metoda POD využívá pro analýzu dat, jež nemají relevantní energetický význam, spíše než jako energii, resp. poměr energií, je třeba chápat význam vlastních hodnot jako mohutnost daného jevu v proudění.

Ze získaných vlastních vektorů a vlastních čísel lze vykreslit jednotlivá pole módů, v nichž lze spatřit dominantní převládající vlastnosti proudu a jejich význam v závislosti na energii, resp. mohutnosti příslušného jevu. Jevy, které převážně utvářejí charakter proudění lze nalézt v prvních POD módech.

**Vizualizace:** Videosekvence se záznamem vizualizace proudění okolo dvou válců byly zpracovány dvěma způsoby.

Prvním bylo získání kvalitních snímků pro samotný popis dějů. Původní videozáznamy jsou barevné s odlišnou značkovací barvou pro každý válec. Barvy usnadňují sledování formování vírů na videozáznamu, nicméně pro prezentaci a zvýraznění struktur je výhodnější převést barvy do odstínů šedé.

Druhý způsob zpracování byla analýza videosnímků metodou vlastní ortogonální dekompozice (POD). Tato analýza byla provedena pomocí vlastního kódu zapsaného v programovém prostředí MATLAB. Prvním krokem bylo převedení videosekvencí do odstínů šedé a zapsání jednotlivých snímků do matic. Následně se z videosekvence vybral takový úsek, který musel splňovat vizualizační kritéria. Prvním kritériem, jež bylo důležité pro eliminaci chyb vyhodnocení, bylo kritérium konstantního sycení. Dalším důležitým požadavkem byla míra sycení barvivem – proudění nesmělo být přesaturováno barvivem, ale zároveň ho bylo třeba v míře dostatečné pro zvýraznění struktur. Počet snímků byl obvykle v rozmezí 700 – 1300. Z testování metody vyplynulo, že vliv počtu snímků na vlastní tvary nebyl v podstatě patrný, u poměrné mohutnosti se jednalo u prvních módů o rozdíl do 1% z celkové mohutnosti. Tato diference nemusela



být ale způsobena pouze počtem snímků, ale podstatné bylo, jestli také daný úsek zaznamenával kompletní periodu úplavu. Po zvolení úseku záznamu byly snímky upraveny mediánovým filtrem a mírně zesvětleny. Následně od všech snímků byla odečtena jejich střední hodnota, aby první mód mohl odpovídat strukturám v úplavu válců a ne samotnému proudu. V dalším kroku následovaly výpočty korelační matice, vlastních vektorů a vlastních čísel. Z výpočtů byly získány POD koeficienty  $a$ , jednotlivé módy  $\phi$  a poměrné mohutnosti. Následně byly vykresleny průběhy POD koeficientů pro prvních 7 módů, z frekvenčních spekter byly z POD koeficientů získány dominantní frekvence a dopočítána Strouhalova čísla. Z těchto POD módů byly dále vykresleny pole vlastních tvarů proudění.

**PIV:** Z měření pomocí PIV byly získány pro definované polohy za válcem série 2500 snímků. V programu FlowManager byly spočítány adaptivní korelace pro každý snímek a z nich vektorová statistika. Z adaptivních korelací byly v tomtéž programu dopočítány hodnoty vířivosti.

V programovém prostředí MATLAB byly takto získané dílčí výsledky dále zpracovávány. Z fluktuací rychlostí ve zvolených bodech byly dopočítány dominantní frekvence v úplavech válců a z vektorové statistiky rychlostí byla vykreslena rychlostní pole. Pomocí metody POD, taktéž v programovém prostředí MATLAB, byly vyhodnoceny jednotlivé módy jednak z rychlostních polí a jednak z polí vířivosti. Postup analýzy metodou POD byl obdobný jako v případě vizualizace.

## 4. Výsledky měření

### 4.1 *Vliv geometrického uspořádání válců a Reynoldsova čísla na struktury a mechanismy v úplavech válců*

Z vizualizačních pozorování byly získány série snímků, na kterých lze pozorovat vývoj a interakce struktur v úplavu. Více jak minutové videozáznamy poskytují dobrý základ pro pochopení jevů odehrávajících se v úplavu [RV3]. Pro porovnání byly pořízeny i snímky samostatných válců (ukázka obr. 3). Pro pochopení dějů a proudění byly využity taktéž data získaná z měření PIV.

Pro Pozici 1 z vizualizačních měření vyplynulo, že druhý válec v úplavu má nejvyšší vliv na vývoj struktur v celkovém úplavu pro  $D/d = 1$ , ale i přesto jeho poloha nebrání zformování se válce prvního stezky ještě před jeho povrchem. Za druhým válcem se obvykle stíhá zformovat jeho vlastní vírová stezka, zejména od vnější smykové vrstvy, ale v oblasti za válci se slučuje (synchronizací anebo u vyšších  $D/d$  rozbitím) s vírovou stezkou válce prvního.

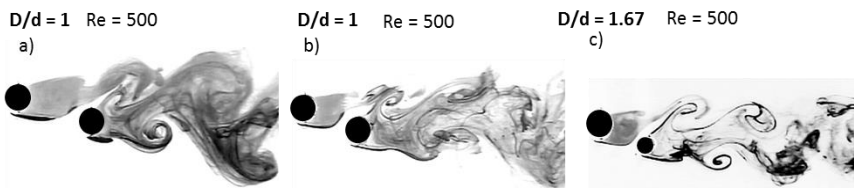


**Obr. 3 Vizualizace úplavu za samostatným válcem  $D = 10 \text{ mm}$ ,  $Re = 500$**

U Pozice 2 jsou už patrné spojené a silně protažené smykové vrstvy prvního válce, které v úrovni válce druhého indukují oddělení jeho vnitřní smykové vrstvy. U nižších Reynoldsových čísel je patrné proudění mezi válci (silněji u nižších  $D/d$ ), které při  $Re = 2500$  téměř vymizí. Na obr. 4a) je ukázka této pozice pro  $D/d = 1$  a  $Re = 500$ .

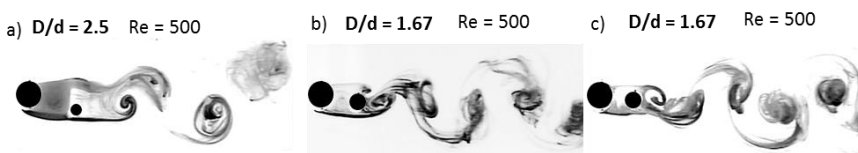
V Pozici 3 je blízký úplav prvního válce stlačen a proudění mezerou mezi válci je výraznější pro všechny  $D/d$ . V tomto případě smykové vrstvy obou válců spolu výrazně interagují, což vede zejména u  $D/d = 1,67$  a  $2,5$  k časté ztrátě stability formujícího se úplavu. Na obr. 4b) je ukázka této pozice pro  $D/d = 1$ ,  $Re = 500$ .

U Pozice 4 je markantněji patrné stlačení blízkého úplavu a proudění mezi válci výrazně ovlivňuje interakci smykových vrstev prvního válce a vnitřní smykové vrstvy druhého válce. To opět vede k poruchám v úplavu, zejména při odlišných velikostech válců (mimo  $D/d = 5$ ). Na obr. 4c) je ukázána poměr  $D/d = 1,67$  a  $Re = 500$ .



**Obr. 4** Porovnání úplavu válců pro a) Pozici 2,  $D/d = 1$ ,  $Re = 500$ , b) Pozici 3,  $D/d = 1$ ,  $Re = 500$ , c) Pozici 4,  $D/d = 1,67$ ,  $Re = 500$

Pozice 5 je vůči Pozici 4 nepatrně posunuta, nicméně charakter proudění je zde výrazně změněn. Pro  $D/d = 1$  je blízký úplav velmi stlačen a spojené smykové vrstvy prvního válce již nejsou tak protaženy. Spolu s vnitřní smykovou vrstvou zadního válce vytvářejí vírovou stezku. Pro vyšší  $D/d$  není blízký úplav tak stlačen a pro  $D/d \geq 2,5$  již smykové vrstvy prvního válce obtékají jak vnější tak vnitřní povrch válce druhého. Na obr. 5a) je ukázána poměr  $D/d = 2,5$  a  $Re = 500$ .



**Obr. 5** Porovnání úplavu válců pro a) Pozici 5,  $D/d = 2,5$ ,  $Re = 500$ , b) Pozici 6,  $D/d = 1,67$ ,  $Re = 500$ , c) Pozici 7,  $D/d = 1,67$ ,  $Re = 500$

V Pozici 6 druhého válce se proudění okolo obou válců chová jako v případě jednoho tělesa. Smykové vrstvy druhého válce se neoddelují od povrchu, ale splývají se smykovými vrstvy válce prvního a dále spolu vytváří společnou

vírovou stezku. Pouze zde výrazněji vystupuje spodní smyková vrstva, protože druhý válec je lehce mimo horizontální osu prvního válce. Na obr. 5b) je ukázána poměr  $D/d = 1,67$  a  $Re = 500$ .

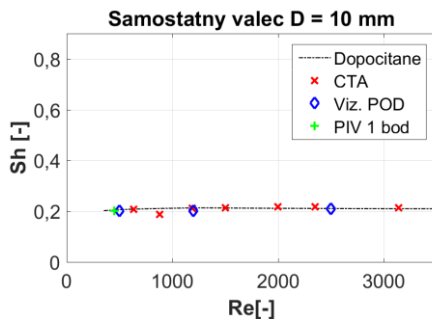
Pozice 7 je pozicí tandemovou a vizuální chování proudění je obdobné jako u Pozice 6. Oproti Pozici 6 je zdrojem nestabilit v úplavu převážně jen odlišná frekvence odtrhávání smykových vrstev u konfiguraci válců s různými průměry. Na obr. 5c) je ukázána poměr  $D/d = 1.67$  a  $Re = 500$ .

#### 4.2 Vliv geometrického uspořádání válců a Reynoldsova čísla na frekvence odtrhávání struktur v úplavu

Ze všech provedených měření bylo možné získat frekvenční analýzy úplavu ve všech vzájemných pozicích válců. Z měření CTA byly získávány informace o frekvencích v úplavu v rozsáhlé síti bodů za oběma válci [RV6], [RV7] a v některých případech i ze dvou sond najednou. Analýzou rychlostního pole pomocí metody PIV byly zjištěny dominantní frekvence dvěma způsoby: 1. ze zvoleného místa v úplavu z fluktuace rychlostí, 2. z následně provedené POD z frekvenční analýzy POD koeficientů. V případě vizualizace byl použit stejný postup získání frekvencí a to analýzou z POD koeficientů.

Mezi první měření patřila měření frekvencí a dopočítání Strouhalových čísel za samostatným válcem [RV8]. Na obr. 6 jsou uvedeny výsledky provedených měření v porovnání s dopočítanou hodnotou vycházející ze vztahů od autorů Fey et al. [17]. Hodnota Strouhalova čísla z POD analýzy rychlostních polí zde není uvedena, protože je totožná s hodnotou získanou z fluktuací rychlostního pole.

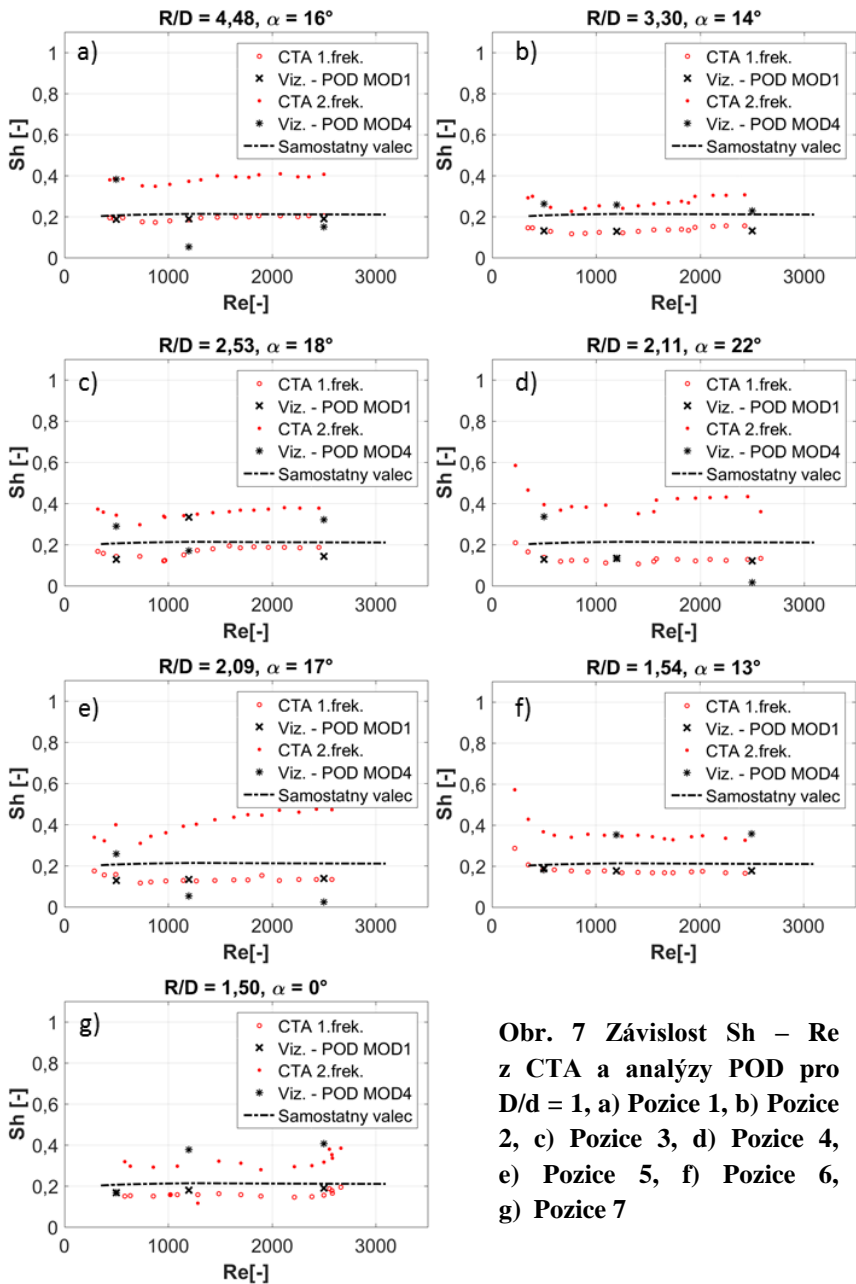
V případě umístění druhého válce do úplavu prvního se autoři jako Zdravkovich [4], Sumner et al. [7] a další zmiňují o skutečnosti, že v úplavech za těmito válci se obvykle objevují dvě dominantní frekvence – jedna související s předním válcem (vyšší frekvence) a druhá se zadním válcem (nižší frekvence). Proto jsou v následujících grafech pro většinu Reynoldsových čísel vyznačeny dvě hodnoty čísla Strouhalova. U měření metodou CTA byly druhé frekvence určeny z frekvenčních spekter (konkrétně z hodnot spektrální výkonové hustoty – PSD) u metody POD byla jako druhá dominantní frekvence brána frekvence 4. módu.



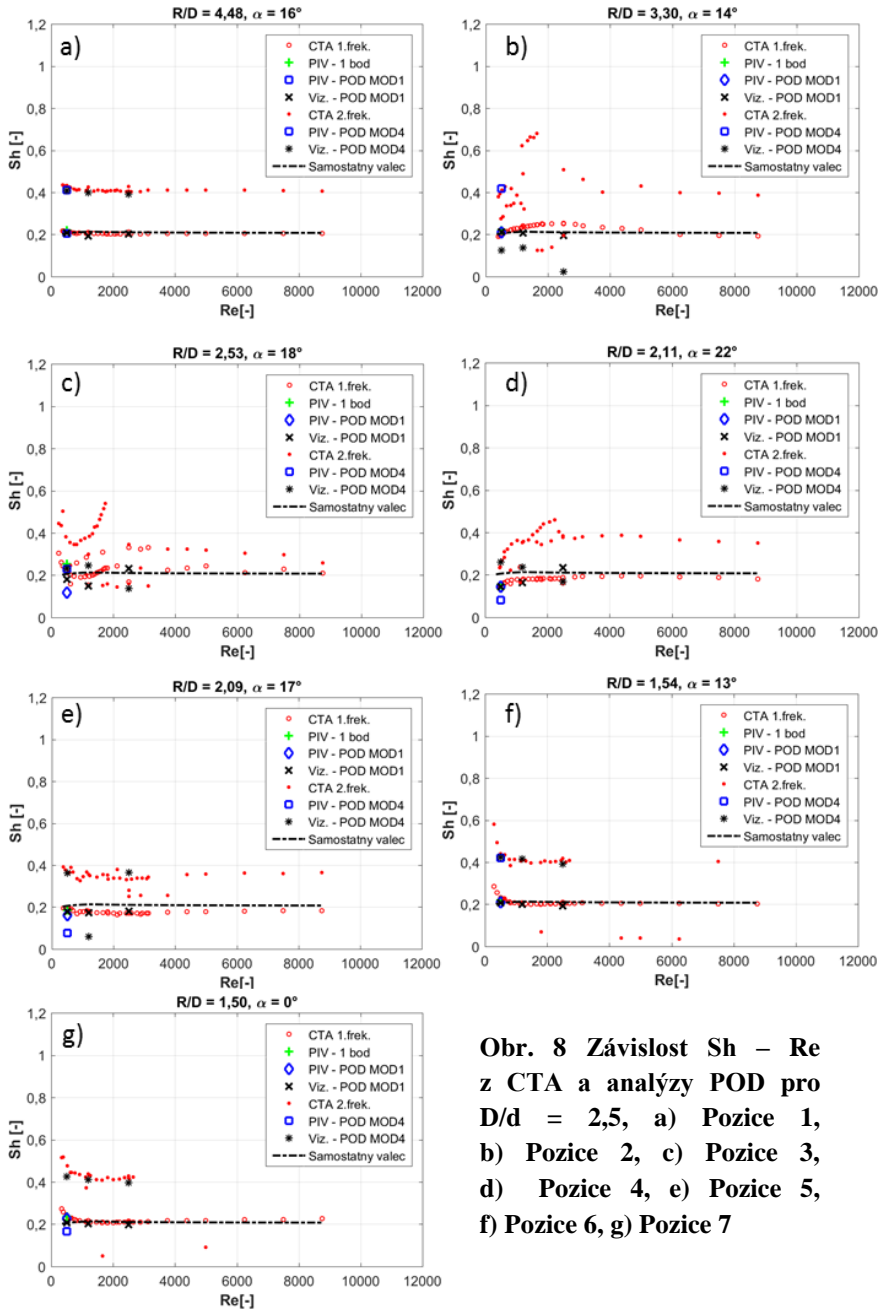
**Obr. 6 Porovnání Strouhalových čísel získaných z měření s hodnotami dopočítanými dle Fey et. al [17]**

Na obr. 7 jsou ukázány závislosti  $Sh - Re$  pro  $D/d = 1$  pro jednotlivé Pozice z měření CTA a analýzy POD z vizualizací porovnané s průběhem Strouhalových čísel u samostatného válce. V Pozici 1 (obr. 7a)) evidentně druhý válec příliš neovlivňuje výslednou frekvenci úplavu, hodnoty Strouhalova čísla jsou téměř totožné jako hodnoty u samostatného válce. V Pozici 2 (obr. 7b)) už dochází k výraznějším změnám, dominantní frekvence v úplavu se snižuje. Nicméně průběh druhých silných frekvencí v úplavu, který není tak hladký a liší se od hodnot druhých frekvencí z POD, ukazuje na výskyt lokálních poruch v úplavu. V Pozici 3 (obr. 7c)) nastává obdobná situace jako u Pozice 2, ale zde ž se projevují poruchy a změna režimu proudění u dominantních frekvencí. Zhruba do hodnoty  $Re = 1000$  hodnoty Strouhalova čísla klesají, poté začnou stoupat zhruba do hodnoty 1500. Až do maximální měřené hodnoty  $Re = 2500$  mají konstantní průběh. V této Pozici se výrazněji liší Strouhalova čísla z CTA a z POD. To je patrné dáno tím, že žhavená sonda polohovaná v síti bodů za úplavem je citlivější na drobné fluktuace, které se zde vyskytují, kdežto POD bere sledovanou oblast jako celek. Pozice 4 (obr. 7d)) je průběhem svých Strouhalových čísel podobná Pozici 2, pouze u nižších Reynoldsových čísel je znatelný rozdíl, Strouhalova čísla zde mají vyšší hodnotu. Při srovnání Strouhalových čísel Pozic 4 a 5 (obr. 7e)) a jejich vývoje s rostoucím Reynoldsovým číslem lze dojít k myšlence, že se jedná o totožné polohy. Nicméně charakter proudění se spíše promítá do Strouhalových čísel u 4. módu z POD analýzy pro  $Re = 500$  a  $Re = 1200$ , kde u Pozice 5 hodnoty Strouhalova čísla jsou nižší. V Pozici 6 (obr. 7f)) Strouhalova čísla kopírují trend Pozic 4 a 5 s tím, že hodnoty jsou posunuty blíže k hodnotám samostatného válce, ale stále jsou nižší. Z hladkého průběhu hodnot lze vyčíst, že v úplavech obou válců se neobjevují výraznější poruchy, čemuž i odpovídá velmi dobrá shoda Strouhalových čísel z obou měření. U Pozice 7 (obr. 7g)) jsou hodnoty Strouhalových čísel odlišné od předpokladu, že dva válce za sebou budou vykazovat obdobné chování jako samostatný válec. Zde je patrné úplav oslaben protaženými smykovými vrstvami, což se právě projeví v hodnotách dominantních frekvencí, ale pouze u měření pomocí žhavené sondy.

Na obr. 8 jsou představeny výsledky z měření frekvencí metodou CTA, PIV a analýzou POD pro  $D/d = 2,5$  s hodnotami samostatného válce. Strouhalova čísla v Pozici 1 (obr. 8a)) mají obdobný průběh, jako tomu bylo v případě  $D/d = 1$ . V Pozici 2 (obr. 8b)) jsou už patrné zřetelné rozdíly. Z měření CTA jsou hodnoty Strouhalových čísel mírně odlišné, než z měření POD. Důvodem je patrně ta samá skutečnost, jako tomu bylo u  $D/d = 1$  Pozice 3. Nicméně Strouhalova čísla dominantní frekvence z CTA jsou vyšší než je tomu u samostatného válce a silných frekvencí a jejich průběhu vyplývá, že v této Pozici se vyskytují silných frekvencí a jejich průběhu vyplývá, že v této Pozici se vyskytují lokální nestability.



**Obr. 7** Závislost  $Sh - Re$  z CTA a analýzy POD pro  $D/d = 1$ , a) Pozice 1, b) Pozice 2, c) Pozice 3, d) Pozice 4, e) Pozice 5, f) Pozice 6, g) Pozice 7



**Obr. 8** Závislost  $Sh - Re$  z CTA a analýzy POD pro  $D/d = 2,5$ , a) Pozice 1, b) Pozice 2, c) Pozice 3, d) Pozice 4, e) Pozice 5, f) Pozice 6, g) Pozice 7

U Pozice 3 (obr. 8c)) dochází nejvýraznějšímu rozrušení úplavu prvního válce. Z měření CTA se velmi obtížně určuje, která frekvence je v tomto případě dominantní, protože (podobně jako u Pozice 2) silně závisí jednak na poloze žhavené sondy. Hlavním důvodem, proč jsou pozorovány takové rozdíly frekvencí napříč úplavem, je rozdílnost frekvencí formování smykových vrstev od jednotlivých válců a opakované narušování formování vírové stezky prvního válce smykovými vrstvami druhého válce. Pozice 4 (obr. 8d)) nevykazuje tak výrazně chaotický blízký úplav. Blízký úplav je více stlačen a tedy k formování vírových stezek dochází až za druhým válcem. Z grafu na obr. 24 je zároveň zřejmé, že tato Pozice druhého válce zmenšuje výrazně dominantní frekvence v úplavu (zejména pro nižší Reynoldsova čísla). V Pozici 5 (obr. 8e)) se nevytváří samostatná vírová stezka za druhým válcem. Stlačením blízkého úplavu předního válce a rozdělením jeho smykových vrstev dochází k oslabení úplavu, což se projeví nižšími dominantními frekvencemi a tedy i nižšími Strouhalovými čísly oproti samostatnému válci. Zadní válec nacházející v Pozici 6 (obr. 8f)) v tomto místě výrazněji nenarušuje úplav válce prvního, pouze vnáší do systému více možných poruch. Situace je zde obdobná jako u  $D/d = 1$ . V Pozici 7 (obr. 8g)) je u menšího válce tendence odtrhávání smykových vrstev při jiné frekvenci, než je tomu u válce prvního. Ač jsou hned v zárodku tyto odtrhávající se vrstvy absorbovány smykovými vrstvami prvního válce, vnáší do nich poruchy proudění. Absence druhých výraznějších frekvencí u vyšších Reynoldsových čísel ukazuje na naprostou synchronizaci úplavů a „sjednocení“ obou válců do jednoho tělesa, z pohledu proudění.

U poměrů  $D/d = 1,67$  a 5 byly zjištěny frekvence pouze z POD vizualizace pro tři, resp. dvě Reynoldsova čísla. U  $D/d = 1,67$  lze v těchto třech měřených režimech pozorovat obdobnou situaci, jako tomu bylo u  $D/d = 2,5$ . V případě  $D/d = 5$  Strouhalova čísla jsou pro  $Re = 1200$  a  $2500$  podobná případu samostatného válce, pouze v případě Pozice 3, 5 a 6 jsou při  $Re = 1200$  jsou Strouhalova čísla lehce nižší.

## 5. Rozbor

### 5.1 Identifikace dominantních struktur z analýzy POD

Videosnímky vizualizací, kromě identifikace a popisu viditelných jevů v úplavu, byly zpracovány dále metodou analýzy vlastní ortogonální dekompozice (POD) [RV5]. Metoda analýzy POD byla taktéž použita na data získaná z měření PIV: rychlostní pole a pole vířivosti [RV5].

To hlavní, co určuje charakter proudu, je obsaženo v několika prvních POD módech, což vyplývá z hodnoty poměrné energie, resp. mohutnosti daného jevu. Obvykle vlastní tvary POD koeficientů mají párový charakter, což znamená, že vykreslené tvary mají podobnou hodnotu poměrné energie, resp. mohutnosti a

velmi podobnou strukturu, jež se liší pouze fázovým posunem, tedy tvar prvního a druhého módu bude téměř totožný<sup>1</sup>, stejně tak třetího a čtvrtého atd. Nicméně z analýzy velkého množství dat lze vypožorovat, že existují případy, kdy v některém z prvních módů nejsou obsaženy jasné struktury úplavu, ale spíše tvar proudu a to i když je odečtena střední hodnota snímků. Nejčastěji se toto vyskytuje u třetího módu, proto tedy byly v podkapitole 4.2 uváděny hodnoty Strouhalova čísla módu jedna a čtyři.

Pro porovnání změn v jednotlivých módech byla provedena nejdříve POD analýza pro data z měření samostatného válce pro průměry 10 a 20 mm. Z dat získaných z PIV měření bylo analyzováno rychlostní pole pouze pro  $D = 10$  mm. Tang et al. ve svém článku [12] prezentují obdobné výsledky (vstupní data z PIV).

U POD módů získaných jak z dat PIV z rychlostního pole a pole vířivosti tak z dat z vizualizací se získají tvarově odlišné struktury (viz obr. 9). Volba vstupních dat má vliv na výsledné tvary módů, protože POD analýza zpracovává a zvýrazňuje, jak se daná vstupní veličina podílí na celkovém charakteru proudu [11]. Z tohoto důvodu jsou patrné odlišnosti, i když ne nějak zásadní. Pokud je cílem získat informace o tvarech koherentních struktur, tak se jeví jako nejvhodnější vstupní veličina vířivost [11]. Pro zjištění vazby kinetické energie k jednotlivým dějům a tvarům proudění jsou výhodnější zase jako vstupní data rychlostní pole. Vzhledem k tomu, že změna intenzity odstínu šedé nemá žádný fyzikální význam, v jednotlivých módech jde spíše o zvýraznění struktur proudu a analogii s ostatními fyzikálními veličinami.

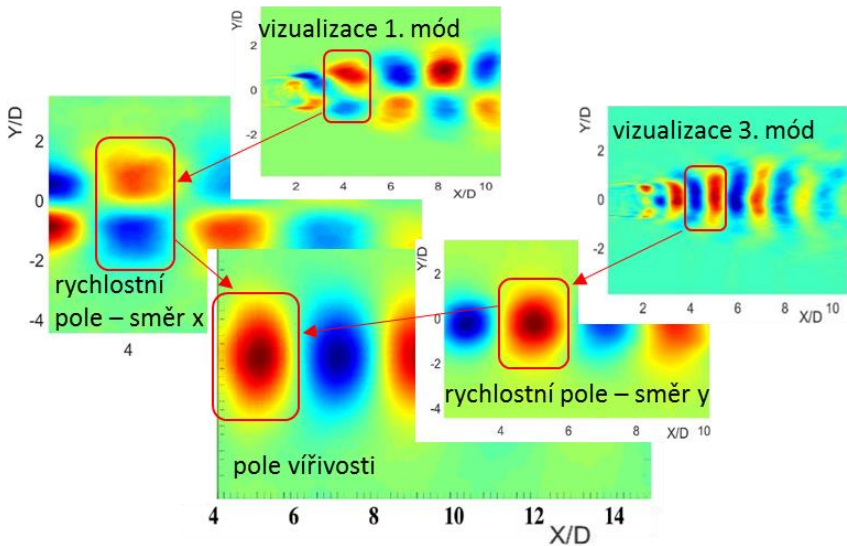
Na obr. 9 je ukázána souvislost mezi strukturami ze všech typů vstupních dat. V červeném rámečku je identifikovaná totožná struktura, ale pokaždé je představena z jiného úhlu pohledu, resp. z pohledu vstupní veličiny. První POD mód z vizualizace odpovídá prvnímu módu z rychlostního pole ve směru  $x$  a to jak tvarově, tak i co se týče Strouhalova čísla. Oba při tom ukazují pohyb struktur ve směru proudění. Třetí POD mód z vizualizace a první mód z rychlostního pole ve směru  $y$  zobrazují dominantní pohyb ve směru příčném, ale oproti předchozímu případu jsou zde trochu odlišné vlastní tvary a stejně tak i Strouhalova čísla. V případě prvního módu z rychlostního pole jak ve směru  $x$  tak ve směru  $y$  jsou dominantní frekvence, resp. Strouhalova čísla shodná. V případě prvního a třetího módu z vizualizace tomu tak není. Třetí mód má jako dominantní frekvenci dvojnásobek dominantní frekvence prvního módu. Zároveň jsou – li porovnány vlastní tvary, jeden tvar struktury u prvního módu z rychlostního pole odpovídá dvěma tvarům třetího módu z vizualizace, tak jak je to naznačeno na obrázku. To vysvětluje, proč je dominantní frekvence třetího módu dvojnásobná, oproti všem prvním módům. Na to, že dvě struktury tohoto módu jsou obdobou téhož u prvního

---

<sup>1</sup> To platí v případě, kdy je odečtena z dat střední hodnota ze všech snímků. V případě, kdy odečtena není, je v prvním módu obsažena energie, resp. mohutnost samotného proudu.



módu rychlostního pole do směru  $y$ , ukazují především vzdálenost od válce a také rozměry útvaru.

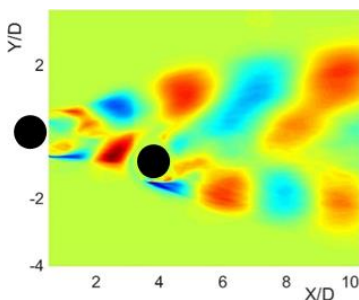


**Obr. 9** Identifikace struktur úplavu za jedním válce z různých dat POD (pole vířivosti [12])

Nejvíce se asi uvedené analýzy POD liší v hodnotě poměrné energie, resp. mohutnosti. Pokud jde o analýzu z dat z rychlostních polí, tak u provedených měření první dva módy v sobě nesou 48% kinetické energie, Tang et al. [12] ( $Re = 5800$ ) uvádí přibližně 69% a Zhang et al. [18] ( $Re = 8000$ ) dospěl k hodnotě 56,6%. Rozdíl zde může patrně vznikat důsledkem odlišných Reynoldsových čísel a změnou struktury proudění. Autoři Tang et al. [12] uvádějí, hodnotu energie, resp. entropie z polí vířivosti pro první dva módy přibližně 68%, tedy téměř totožnou s kinetickou energií. Podobná hodnota energií ukazuje na to, že v tomto případě v proudění se většina energie soustřeďuje v koherentních strukturách. Poměrná mohutnost struktur z analýzy POD z vizualizací se pro první dva módy při  $Re = 500$  pohybuje okolo 27%, pro  $Re = 1200$  to je 37% a pro  $Re = 2500$  má poměrná mohutnost prvních dvou módů hodnotu 41%. Z toho je zřejmé, že mohutnost prvních módů v tomto případě pro daný rozsah Reynoldsových čísel má tendenci se zvyšujícím se Reynoldsovým číslem narůstat. To ostatně potvrzuje i práce autorů Breivise a Garcii-Villalby [13] ( $Re = 16200$ ), kteří uvádějí hodnotu poměrné mohutnosti prvních dvou módů 53% (vstupní data z vizualizace). Nicméně jak ukazuje uvedený výsledek autorů Zhang et al. [18], při určitém Reynoldsově čísle může poměrná energie, resp. mohutnost v prvních módech začít klesat, alespoň tedy v případě dat z rychlostních polí. Zde ale vyvstává otázka,

zda to platí právě pro POD z libovolných vstupních dat, či se to váže k jednomu typu dat. Tuto otázku mohou vysvětlit další výzkumy.

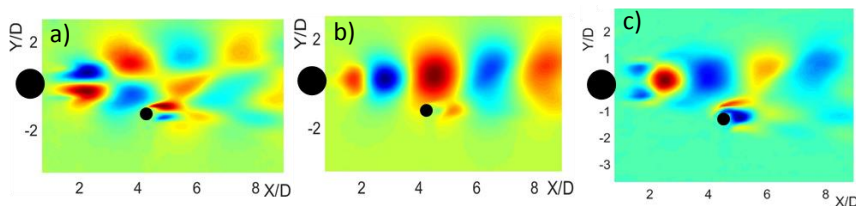
Pozice 1 druhého válce je pozicí, která nemá ani v jedné konfiguraci tak výrazný vliv na kompletní úplav. Tvary pro všechny poměry  $D/d$  mají obdobný charakter, liší se převážně pouze v mohutnosti jednotlivých struktur. Na obr. 10 je ukázán první POD mód pro  $D/d = 1$  a  $Re = 500$ .



**Obr. 10 První POD mód pro  $D/d = 1$  a  $Re = 500$**

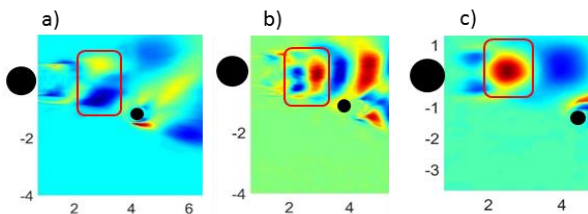
U POD módů získaných z dat PIV (obr. 11), z rychlostního pole a pole vířivosti, jsou vidět na první pohled tvarově odlišné struktury vůči strukturám POD módů z vizualizace stejně, jako tomu bylo v případě samostatného válce. Na obrázku prvního módu z vířivosti (obr. 11c)) se mezi prvním a druhým válcem vyskytují 4 útvary. Vzhledem k tomu, co bylo uvedeno v předchozích odstavcích o vlastních

tvarech POD módů z vířivosti, lze konstatovat, že tyto útvary jsou koherentními strukturami. Dva modré<sup>2</sup> útvary značí dva víry v blízkém úplavu. Dvě následující struktury jsou víry v Karmánově stezce. Totéž lze rozpoznat i z prvního módu z rychlostních polí pro směr X i Y. Obdobu těchto struktur lze nalézt i v POD módech z vizualizací, jak je naznačeno na obr. 12, kde je identifikována struktura (vír) v oblasti mezi válci pro  $D/d = 2,5$ ,  $Re = 500$ , jak v prvním tak ve třetím módu. V červeném obdélníku jsou vyznačeny totožné víry (obr. a) je mód 1, obr. b) mód 3, obr. c) odpovídající struktura z POD vířivosti).



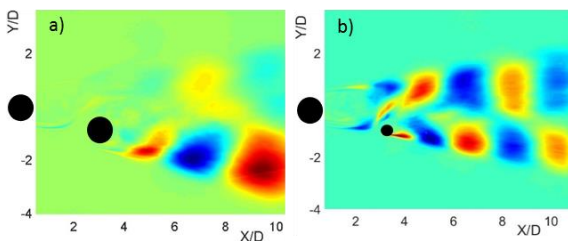
**Obr. 11 Pozice 1,  $D/d = 2,5$ ,  $Re = 500$ , a) první mód rychlostní pole ve směru X, b) první mód rychlostní pole ve směru Y, c) první mód vířivost**

<sup>2</sup> Škála modré barvy u POD módů značí záporné hodnoty a červená škála kladné hodnoty vlastní funkce. Stupnice barevné škály zde není uváděna z důvodu absence jejího fyzikálního význam (v případě POD z vizualizace). Barevná škála je zde významná pouze z hlediska porovnání struktur a jejich tvarů pro jednotlivé módy.



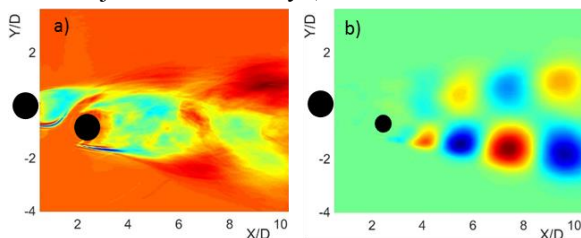
**Obr. 12** Identifikace struktury za prvním válcem pro  $D/d = 2,5$ ,  $Re = 500$ , a) první mód vizualizace, b) třetí mód vizualizace, c) první mód vířivost

V Pozici 2 pro  $D/d = 1$  (obr. 13) jsou nejmohutnější struktury vytvářeny vnější smykovou vrstvou druhého válce. U zvyšujícího se poměru  $D/d$  se zvyšuje i smykových vrstev prvního válce narůstá. Na obr. 13 jsou ukázány první POD módy pro  $D/d = 1$  a  $Re = 500$  (obr. 13a) a  $D/d = 2,5$  a  $Re = 500$  (obr. 13b)).



**Obr. 13** První mód POD z vizualizací pro Pozici 2,  $Re = 500$  a)  $D/d = 1$ , b)  $D/d = 2,5$

U Pozice 3 z vizualizací vyplynulo, že v případě, kdy  $D/d = 1$ , dochází k nesynchronizovanému formování vířů ze smykových vrstev pro, což se evidentně projevuje na prvním POD módu tohoto poměru. U  $Re = 500$  (obr. 14a)) není rozpoznatelný ani náznak koherentní struktury, spíše viditelný útvar prezentuje proud. U vyšších Reynoldsových čísel se již v prvním módu vyskytují projevy smykových vrstev a jejich rozvoje ve vírovou stezku. S narůstajícím poměrem  $D/d$  se zřetelně zvyšuje význam druhého válce a jeho vírové stezky ( $D/d = 1,67$ ,  $Re = 2500$ , obr. 14b)), což není úplně

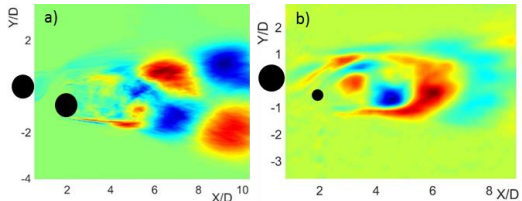


**Obr. 14** První mód POD z vizualizací pro Pozici 3, a)  $D/d = 1$ ,  $Re = 500$ , b)  $D/d = 1,67$ ,  $Re = 2500$

nejmenší nebo druhá nejmenší poměrná mohutnost struktur a následující dva

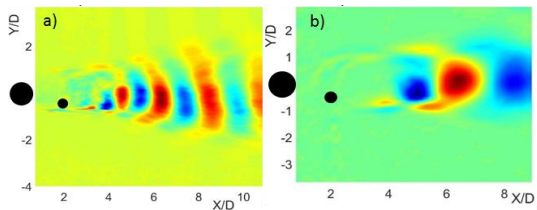
módy mají hodnotu jen o něco menší. Z toho plyne, že v této Pozici dochází k narušování formování jasných struktur a patrně zde dochází ke střídání formací struktur (režimů).

U Pozice 4 je úplav předního válce výrazně stlačen a smykové vrstvy prvního válce společně s vnitřní smykovou vrstvou druhého válce vytváří víry a synchronizují se tak s vírovou stezkou od vnější smykové vrstvy druhého válce (obr. 15a). S narůstajícím Reynoldsovým číslem většího významu nabývá vírová stezka od zadního válce a jeho vnější smykové vrstvy, což může mít velký podíl na snížení velikosti dominantní frekvence pro rozmezí Reynoldsových čísel cca od 500 do 4000 s výjimkou poměru  $D/d = 5$ . Zejména POD z vířivosti názorně potvrzuje výrazný vliv zadního válce (obr. 15b)).



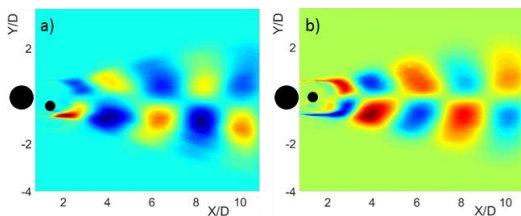
**Obr. 15 První mód POD pro Pozici 4,**  
**a) z vizualizací,  $D/d = 1$ ,  $Re = 500$ ,**  
**b) vířivosti,  $D/d = 2,5$ ,  $Re = 500$**

V Pozici 5 nedochází k tak výraznému narušování struktur, jako v Pozicích předchozích. To dokládají i vlastní tvary proudění v třetím módu při  $Re = 500$  ve všech třech poměrech  $D/d$  (na obr. 16a) je ukázán třetí mód pro  $D/d = 2,5$ ,  $Re = 500$ ). Stejně jako u samostatného válce lze zde rozeznat a přesně identifikovat koherentní strukturu (vír), jaký lze nalézt i na obrázku prvního módu z vířivosti (obr.16b)). Celkově se dá říci, že u této Pozice již není patrná vlastní vírová stezka druhého z válců, přesto ale druhý válec výrazně ovlivňuje celkový úplav, jeho Pozice má podíl na výrazném snížení Strouhalova čísla. Současně poměrné mohutnosti a energie jsou v prvních dvou módech u této Pozice jedny z nejvyšších (výjimku tvoří  $D/d = 1$  a  $Re = 500$  a 1200).



**Obr. 16 Pozice 5, a) třetí mód z vizualizací,**  
 **$D/d = 2,5$ ,  $Re = 500$ , b) první mód z vířivosti,**  
 **$D/d = 2,5$ ,  $Re = 500$**

U Pozice 6 analýze metodou POD umožňuje zřetelněji vidět, co může být zdrojem dříve zmíněných poruch. V podstatě téměř u všech konfigurací a Reynoldsových čísel vystupuje v prvním módu výrazná vnější smyková vrstva od druhého válce, což ukazuje obrázek 17a). S narůstajícím poměrem  $D/d$  a lehce i se vzrůstajícím Reynoldsovým číslem její význam trochu slábne, pouze u  $D/d = 5$  není v podstatě patrný.



**Obr. 17 První mód POD z vizualizací pro  $D/d = 2,5$ , a) Pozice 6,  $Re = 500$ , b) Pozice 7,  $Re = 1200$**

V Pozici 7 jde už o tandemovou konfiguraci, kdy se smykové vrstvy druhého válce napojují na smykové vrstvy válce prvního. Vlastní tvary úplavů všech konfigurací jak v prvním tak i v třetím módu jsou velmi podobné vlastním tvarům POD u samostatného válce (obr. 17b). Rozdíly lze pozorovat pouze

v místě začátku formování dominantních struktur.

### 5.2 Určení závislosti Strouhalova čísla na čísle Reynoldsově

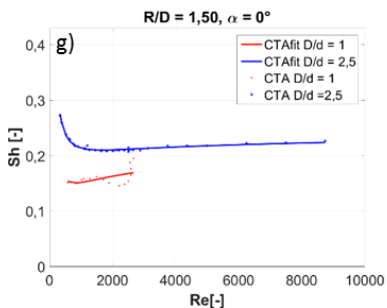
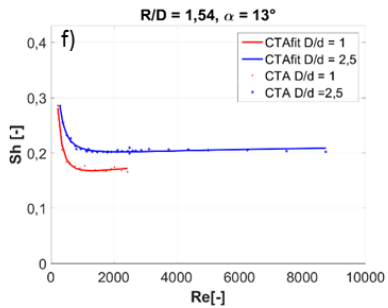
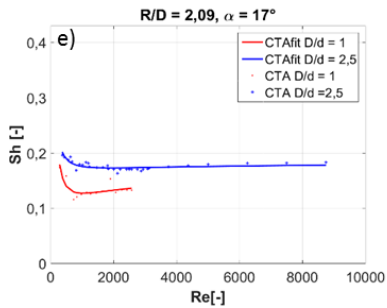
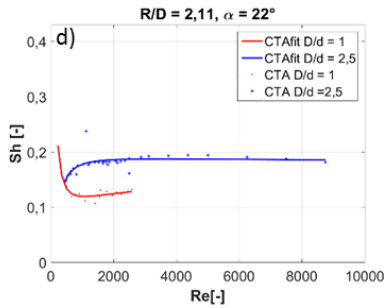
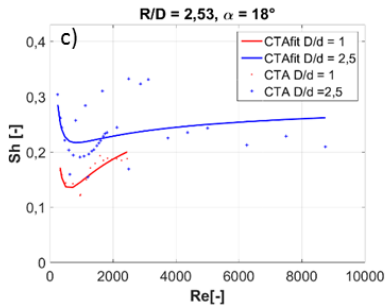
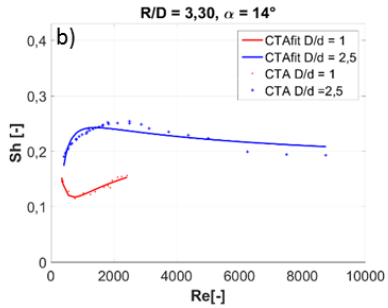
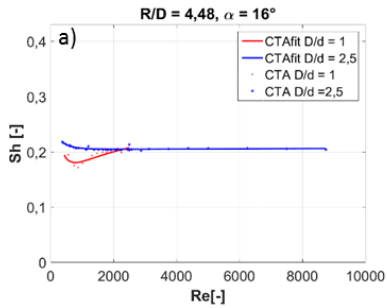
Z měření CTA pro poměry válců  $D/d = 1$  a  $2,5$  mohly být určeny vztahy závislosti Strouhalova čísla na Reynoldsově čísle pro každou polohu. Williamson ve své práci [19] uvádí, že velmi dobrých výsledků pro hledání závislosti  $Sh - Re$  lze dosáhnout pomocí tříprvkové mocninné řady, kdy se Strouhalovo číslo může vyjádřit jako:

$$Sh = \left( A + \frac{B}{\sqrt{Re}} + \frac{C}{Re} \right), \quad (9)$$

kde koeficienty A, B a C jsou nalezeny z proložení dané funkce naměřenými daty a jsou uvedeny v tabulce 2. Na obr. 18 jsou na grafech závislosti  $Sh - Re$  ukázány průběhy proložení a porovnání s daty získanými z měření.

**Tabulka 2 Koeficienty pro funkční závislost  $Sh - Re$  pro  $D/d = 1$  a  $D/d = 2,5$**

Číslo Pozice	Koeficient A		Koeficient B		Koeficient C	
	$D/d = 1$	$D/d = 2,5$	$D/d = 1$	$D/d = 2,5$	$D/d = 1$	$D/d = 2,5$
1	0,3164	0,2103	-7,513	-0,576	103,80	14,08
2	0,2906	0,1471	-9,331	7,145	125,40	-133,90
3	0,3950	0,3114	-12,86	-5,500	158,30	79,78
4	0,1864	0,1744	-4,379	1,498	71,36	-44,45
5	0,1933	0,1905	-4,241	-1,546	67,78	33,77
6	0,2236	0,2285	-4,003	-2,490	71,79	58,13
7	0,2426	0,2525	-5,260	-3,478	75,19	71,02



**Obr. 18** Porovnání závislosti  $Sh - Re$  pro  $D/d = 1$  a  $2,5$ ,  
a) Pozice 1, b) Pozice 2, c) Pozice 3,  
d) Pozice 4, e) Pozice 5, f) Pozice 6,  
g) Pozice 7

Z grafů vyplývá velmi dobrá shoda mezi hodnotou Strouhalova čísla z funkční závislosti s hodnotou Strouhalova čísla z měření pro většinu pozic druhého válce, pouze u  $D/d = 1$  a Pozice 3 a 7 a u  $D/d = 2.5$  a Pozic 2 a 3 je výraznější odchylka naměřených dat. V případě Pozice 7 může být důvodem změna odehrávající se kolem  $Re = 2500$  a absence dat pro vyšší hodnoty. Ve zbylých případech je nejspíše příčinou ten fakt, že CTA reflektuje stav v jednom bodě, POD ukazuje na frekvenci nějakého děje, který je reprezentován módem.

Z průběhů funkčních závislostí také vyplývá, že existují polohy, které jsou si podobné trendem vývoje Strouhalova čísla. V Pozicích 5, 6 a 7 je patrný podobný trend vývoje pro oba poměry  $D/d$ . Z toho je možné usuzovat, že tyto Pozice jsou méně citlivé na změnu  $D/d$ , resp. pro oba poměry se v úplavu odehrávají děje vedoucí k podobnému výsledku.

### 5.3 Shrnutí a zhodnocení výsledků a poznatků

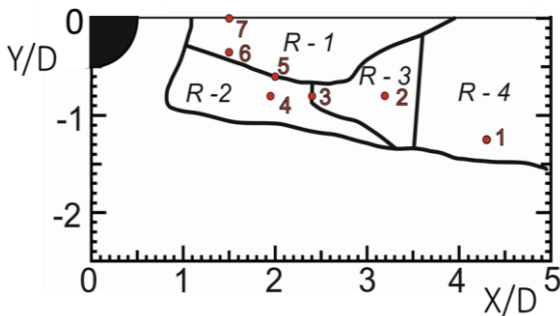
Pokud by byly posuzovány polohy z hlediska snížení nestabilit v úplavu a jako hlavní kritérium by bylo bráno Strouhalovo číslo, nejvýhodnější pozicí by byla Pozice 5. Zde dochází k výraznému snížení hodnot dominantních frekvencí, resp. Strouhalových čísel a zároveň už se zde nevyskytuje tolik poruch, jako v Pozicích 2, 3 a 4. K zajímavým jevům dochází v Pozici 3. Její hodnota souřadnice ve směru  $y$  je totožná jako pro Pozice 2 a 4, na  $x$ -ové souřadnici se nachází mezi nimi, přesto zde ale dochází k většímu výskytu poruch. To ukazuje na rozhraní mechanismů formování struktur, protože u Pozice 2 se již má tendenci tvořit vírová řada a u Pozice 4 zase smyková vrstva prvního válce není tak oslabena protažením jako u Pozice 3. Pozice 4 a 5 se nachází téměř ve stejné  $x$ -ové vzdálenosti od středu prvního válce, přesto ale posun o  $0,2D$  znatelně ovlivní formování úplavu. Tím, že je druhý válec posunut k horizontální středové ose prvního válce, začíná se toto uskupení chovat jako jedno těleso. Není to totožný případ jako v Pozici 6, která je ve vertikálním směru vzdálena o  $0,25 D$ , ale patrně se zde opět nachází oblast přechodu mezi dvěma typy formování úplavů. Co se týče Pozice 7, tak ta vede k zmenšení Strouhalova čísla pouze u  $D/d = 1$ , u vyšších poměrů nebyly zaznamenány vyšší odchylky od případu samostatného válce. Totéž lze říci i o Pozici 1.

Na základě podrobného studia vizualizací bylo možné charakterizovat tvary proudění a sestavit schémata typových struktur pro každou Pozici a pro každé pozorované Reynoldsovo číslo. Na obr. 19 je ukázka těchto typových struktur pro 7 Pozic válců, tři poměry  $D/d$ : 1, 1,67 a 2,5 a dvě Reynoldsova čísla: 500 a 2500.

Z poznatků a výsledků uvedených v této práci a částečně i z poznatků získaných ostatními autory uvedenými v úvodu ([5], [6], [7], [8], [9]) bylo možné sestavit upravenou mapu oblastí pozic druhého válce s odlišným vlivem na chování a vlastnosti úplavu. Toto rozložení oblastí je zobrazeno na obrázku 20.

D/d	Pozice 1		Pozice 2		Pozice 3		
	500	2500	500	2500	500	2500	
Re							
1							
1,67							
2,5							
D/d	Pozice 4		Pozice 5		Pozice 6		
	500	2500	500	2500	500	2500	
Re							
1							
1,67							
2,5							
D/d	Pozice 7		<b>Obr. 19 Schéma typových struktur pro 7 Pozic válců, tři poměry D/d: 1, 1,67 a 2,5 a dvě Reynoldsova čísla: 500 a 2500</b>				
	Re	500					2500
1							
1,67							
2,5							





**Obr. 210 Mapa oblastí vlivu druhého válce a jednotlivé Pozice válců**

Oblast R – 1 je charakteristická spojením smykových vrstev obou válců. Smykové vrstvy prvního válce buď přiléhají k samotnému povrchu druhého válce, nebo se kolem něj obtékají a strhávají jeho smykové vrstvy (u poměru  $D/d > 1$ ). V obou případech se tvoří jedna vírová stezka a tedy chování úplavu za válci se blíží chování úplavu za samostatným tělesem.

Tato oblast pro  $D/d = 1$  mírně snižuje dominantní frekvence úplavu, resp. Strouhalova čísla vůči samostatnému válci, pro  $D/d > 1$  jsou dominantní frekvence podobné ve srovnání se samostatným válcem. Pokud se jedná o druhé nejsilnější frekvence v úplavu, jejich hodnota se pohybuje okolo dvojnásobku dominantní frekvence a nedochází zde k výraznějším odchýlkám. Pouze u  $D/d = 2,5$  u vyšších Reynoldsových čísel byla nalezena pouze jedna frekvence v úplavu.

Oblast R – 2 je charakteristická výrazným stlačením blízkého úplavu prvního válce a protažením jeho spojených smykových vrstev až do oblastí za válcem druhým. Vlivem těchto mechanismů na formování úplavu je zde vyšší pravděpodobnost výskytu poruch. Tato oblast je taktéž citlivější na změnu poměru  $D/d$ . Pro  $D/d = 1$  zde dochází k výraznému snížení dominantních frekvencí, s nárůstem poměru  $D/d$  se rozdíl oproti Strouhalovým číslům samostatného válce snižuje. Pro  $D/d = 2,5$  jsou hodnoty výrazně nižší zhruba do  $Re = 3000$  a pak se přibližují samostatnému válce a pro  $D/d = 5$  už jsou téměř totožné. U druhých výrazných frekvencí v úplavu dochází k mírným odchýlkám v jejich trendu závislosti na čísle Reynoldsově. Pro  $D/d = 1$  jsou hodnoty těchto frekvencí téměř trojnásobné, se zvyšujícím se  $D/d$  se blíží dvojnásobku.

Rozhraní mezi oblastí R – 1 a R – 2, kde se nalézá pozice 5, kombinuje vlastnosti obou oblastí. Pro všechny poměry  $D/d$  dochází ke snížení dominantní frekvence oproti samostatnému válci, u  $D/d = 1$  a 1,67 je toto snížení dokonce výrazné. Zároveň se v úplavech nevyskytuje tolik poruch, jako v regionu R – 2. Druhé silné frekvence v úplavech jsou zhruba dvojnásobné kromě  $D/d = 1$ , kde zhruba od  $Re = 500$  dochází k jejich výraznému nárůstu až zhruba na 3,5 násobek dominantních frekvencí.

Oblast R – 3 lze charakterizovat jako oblast se značným rozdílem v chování v závislosti na velikost  $D/d$ . V případě  $D/d = 1$  se v oblasti nevyskytuje mnoho

poruch a dominantní frekvence je výrazně snížena oproti samostatnému válci. Pro vyšší poměry  $D/d$  nastává jiná situace. V úplavu se vyskytuje více poruch a narůstá hodnota dominantní frekvence. Vlivem citelného oslabení úplavu prvního válce výrazným natažením jeho vnější smykové vrstvy získává úplav válce druhého silnější vliv. To vede právě již k zmiňovaným poruchám a výskytu více silných frekvencí v úplavech.

Na rozhraní oblastí  $R - 2$  a  $R - 3$ , kde se nalézá Pozice 3, dochází opět ke kombinaci jevů vyskytujících se v sousedních regionech. Rozdíl oproti rozhraní  $R - 1$  a  $R - 2$  je, že zde dochází k výraznému nárůstu poruch šířících se všemi směry. V úplavech je obtížné najít jednu dominantní frekvenci z měření žhavenou sondou, protože velmi záleží na její poloze v úplavu. To ukazuje na výskyt několika silných struktur a jejich interakce v pozorovaném úplavu válců.

Druhý válec umístěný v oblasti  $R - 4$  výrazněji neovlivňuje úplav prvního válce, pouze silnější vliv má v případě, kdy  $D/d = 1$ . V tomto případě dochází ke snížení dominantní frekvence oproti samostatnému válci. Co se týče výskytu poruch, tak nebyly zde výrazněji zaznamenány.

## 6. Závěr

Při stanovení vlivu geometrického uspořádání válců a Reynoldsova čísla na stabilitu v úplavu, jeho topologii a dominantní frekvence byly z výsledků měření, analýz a rozborů pro daný rozsah poměrů průměrů válců stanoveny oblasti v úplavu válce, jež jsou charakteristické svými mechanismy tvorby vírové stezky, dominantními frekvencemi, výskytu poruch a tvary vlastních struktur. Bylo zjištěno, že existují takové polohy v úplavu, kde přítomnost druhého válce nějak zásadním způsobem neovlivní celkový úplav, obzvláště pokud je  $D/d > 1$ . Jedná se o Pozici 1 v oblasti  $R - 4$ . V případě  $D/d = 1$  dochází k mírnému oslabení dominantní frekvence. Pokud je druhý válec umístěný v oblasti  $R - 2$  a  $R - 3$ , může způsobit výrazný nárůst lokálních poruch, jež stěžují identifikaci jedné dominantní frekvence v oblasti do  $10D$  a zároveň přispět k nezanedbatelnému pohybu struktur ve směru podélné osy válce. Tato situace byla ve větší či menší míře pozorována u tří Pozicí 2, 3 a 4. V těchto Pozicích a mírněji v Pozici 5 vede nárůst nabíhající rychlosti k výraznějším změnám ve formování struktur a i průběhu Strouhalových čísel. Z měření CTA i analýz POD vyplynulo, že umístění válce do úplavu válce jiného o stejném průměru vede ve všech zkoumaných případech ke snížení velikosti dominantní frekvence. To ale neplatí pro poměry  $D/d > 1$ . V Pozici 3 a mírně i v Pozici 2 totiž nastává situace, kdy dochází k problému s určením jedné dominantní frekvence. V Pozicích 1, 6 a 7 u  $D/d > 1$  zůstává velikost dominantní frekvence vůči samostatnému válci v podstatě nezměněna. Z měření metodou CTA bylo možné pro jednotlivé polohy získat funkční závislost Strouhalova čísla na čísla Reynoldsově pro  $D/d = 1$  a  $D/d = 2,5$ . Z grafického

porovnání vyplývá, že Pozice 5, 6 a 7 v oblasti R - 1 mají podobný trend vývoje a tudíž lze říci, že v těchto konfiguracích se pro oba poměry D/d odehrávají podobné děje, resp. děje vedou k podobným výsledkům.

Identifikace základních struktur v proudění vzniklých interakcí smykových vrstev formovaných oběma válci z provedených měření a rozborů ukázala, že ve sledované oblasti od 1,5D do 3,2D ve směru osy x hraje významnou roli protažená smyková vrstva prvního válce. Ve vzdálenosti 1,5D při úhlu natočení  $0^\circ$  a  $13^\circ$  není příliš oslabena, pouze přiléhá k povrchu druhého válce a zde se spojuje s jeho smykovými vrstvami. Jak se druhý válec vzdaluje od prvního a více se zvětšuje úhel jeho natočení, smyková vrstva prvního válce se protahuje a zeslabuje. V blízkosti povrchu druhého válce tato vrstva indukují oddělení jeho vnitřní smykové vrstvy a má tendenci s ní se zabalovat a tvořit víry. Nicméně vlivem oslabení a tendencí druhého válce tvořit menší víry s jinou frekvencí (to platí především pro  $D/d > 1$ ) dochází při jejich vzájemné interakci k poruchám, které jsou ale dále v úplavu utlumovány. Toto je zejména patrné v Pozicích 2, 3a a 4. Pokud vnější smyková vrstva druhého válce přímo neinteraguje se smykovou vrstvou druhého válce, ale přesto válec svou polohou zasahuje přímo do úplavu válce prvního, dochází k nezanedbatelnému vlivu na celkové formování úplavu zvláště vlivem vnější smykové vrstvy druhého válce. Právě způsob interakce a míra oslabení smykových vrstev prvního válce může napovědět, jak se budou lišit dominantní frekvence úplavu dané konfigurace válců od frekvencí válce samostatného.

Pro experimentální vyšetření úplavu dvou válců ve stupňovité konfiguraci byly vybrány 3 experimentální metody: měření fluktuací rychlostí v úplavu žhavenou sondou – metoda CTA, měření rychlostních polí pomocí metody TR PIV a vizualizace proudění. Metodou CTA byly získány informace o významných frekvencích v nejširším intervalu Reynoldsových čísel od 240 do 8700. Metodou PIV byla získána sada dat pro Reynoldsovo číslo 500 a poměr válců  $D/d = 2.5$ , jež byla následně analyzována metodou POD. Třetím typem měření zkoumající úplav byla vizualizace proudění pro  $D/d = 1, 1,67, 2,5$  a  $5$  a  $Re = 500, 1200, 2500$ . Tak bylo možné prozkoumat vývoj struktur a současně, stejně jako v případě měření PIV, data z vizualizací byla následně analyzována metodou POD.

Analýza dat pomocí metody vlastní ortogonální dekompozice (POD) byla aplikována na data z měření PIV a na data získaná z vizualizací. Z PIV byly použity dva typy dat – rychlostní pole a pole vířivosti. Analýzou POD z nich byly získány vlastní tvary proudění vždy vztažené ke vstupní veličině a jejich poměrné energie, resp. mohutnosti. POD rychlostí ve svých módech ukázalo na nejsilnější pohybující se struktury a poměrná energie zde vyjadřovala energii kinetickou (v ploše). První POD módy vířivosti zase ukázaly na nejsilnější koherentní struktury a jejich poměrnou energii – enstrofii. POD módy vizualizací ukázaly na významné struktury a jejich poměrnou mohutnost (zde nelze hovořit o energii) na základě

střídání intenzity šedé. Ve výsledcích byla následně hledána analogie k módům POD z rychlosti a vířivosti. K rozklíčování struktur a jejich významu právě přispěly i ostatní měření a rozborů. Proto bylo možné identifikovat jednotlivé struktury v proudu, určit jejich význam a získat tak celkový přehled o proudovém poli. Ze spočítaných koeficientů POD byly frekvenční analýzou zjištěny dominantní frekvence každého módu a z nich zjištěna Strouhalova čísla. Porovnáním s daty z CTA se ukázalo, že Strouhalova čísla si ve většině případů odpovídají. V případech, kdy tomu tak nebylo, další rozborů ukázaly, že v konfiguracích, kde je větší výskyt poruch, dochází ke zřetelným změnám ve velikosti dominantní frekvence v závislosti na pozici žhavené sondy. V některých případech POD nejsilnější struktury v prvních dvou módech se svou poměrnou hodnotou mohutnosti liší jen o málo od struktur v módech následujících. Proto pokud k tomu v některých konfiguracích došlo, poukazovalo to na to, že stanovení jedné dominantní frekvence charakterizující zkoumanou oblast úplavu v podstatě nelze, což i potvrdila data z CTA. Z rozborů vlastních tvarů POD z vizualizací bylo ukázáno v konfrontaci s POD z polí vířivosti a rychlosti a s analýzou samotné vizualizace, jak lze interpretovat struktury obsažené v prvních módech a identifikovat pravděpodobné koherentní struktury. Z předložených výsledků je jednoznačně patrné, že POD metoda může významně pomoci v identifikaci struktur v proudění a to nejen ze vstupních dat, jejichž podstatou je změna fyzikální veličiny, ale také z dat, kde se mění pouze vizuální charakter a jde tedy o analogii odpovídající právě fyzikálním dějům v proudovém poli.

Tato práce se zabývala základním výzkumem proudového pole kolem válců, a proto její smysl především spočívá ve využití zde uvedených poznatků pro další výzkum v dané oblasti anebo v aplikaci na konkrétní problémy řešené v konstrukci strojů, zařízení a jiných oborech, které se setkávají s prouděním. Největší nový přínos oboru mechanika tekutin spočívá v definování oblastí v úplavu válce z hlediska vlivu na lokální poruchy a celkovou nestabilitu úplavu. Byly nalezeny mechanismy, jež vedou ke snížení dominantní frekvence úplavu pomocí druhého válce umístěného v úplavu v souvislosti s jeho velikostí a velikostí Reynoldsova čísla. Byla vypracována schémata struktur objevujících se v úplavu pro dané konfigurace a tři Reynoldsova čísla. Neméně významným a novým přínosem je taktéž nalezení funkční závislosti Strouhalova čísla na číslu Reynoldsově pro dva různé průměry a sadu pozic druhého válce v úplavu. Tato funkční závislost dobře dokumentuje vliv změny poměru průměrů válců na dominantní frekvence v úplavu. A na závěr další nový přínos, který má přesah daného oboru, spočívá ve využití analýzy POD na obrazová data. Byl vytvořen systém identifikace struktur z těchto dat pomocí analogie a nástin interpretace velikostí poměrných mohutností vlastních tvarů proudění obsažených v jednotlivých módech.

## 7. Použitá literatura

- [1] Roshko, A. (1954): On the Development of Turbulent Wakes from Vortex Streets, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington DC
- [2] Williamson, C. H. K. (1996). Vortex Dynamics in the Cylinder Wake. *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 28, 477-539.
- [3] Zdravkovich, M. M. (1997) *Flow Around Circular Cylinders*. Oxford University Press.
- [4] Zdravkovich, M. M. (1987): The effects of interference between circular cylinders in cross flow, *Journal of Fluids and Structures*, vol. 1, Issue 2, 239-261
- [5] Strykowski, P. J., Sreenivasan, K. R. (1990): On The Formation Of Vortex ‘Shedding’ At Low Reynolds Numbers, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 218, 71—107
- [6] Hwang, Y., Choi, H. (2006): Control of Absolute Instability by Basic-Flow Modification In A Parallel Wake At Low Reynolds Number, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 560, 465-475.
- [7] Sumner, D., Price, S.J., Païdoussis, M.P. (2000): Flow-Pattern Identification For Two Staggered Circular Cylinders In Cross-Flow, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 411, 263-303
- [8] Hu, J. C., Zhou, Y. (2008): Flow Structure Behind Two Staggered Circular Cylinders. Part 1. Downstream Evolution And Classification, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 607, 51 - 80
- [9] Zhou, Y., Feng, S. X., Alam, M. M., Bai, H. L. (2009): Reynolds Number Effect On The Wake Of Two Staggered Cylinders, *Physics of Fluids*, vol. 21, 125105
- [10] Wong, C.W., Zhou, Y., Alam, M. M., Zhou, (2014): Dependence of Flow Classification on the Reynolds Number for a Two-cylinder Wake, *Journal of Fluids and Structures*, vol. 49, 485-497
- [11] Kostas, J., Soria, J., Chong, M. S. (2005): A Comparison Between Snapshot Pod Analysis of PIV Velocity and Vorticity Data, *Experiments in Fluids*, vol. 38, 146–160
- [12] Tang, S. L, Djenidi, L., Antonia, R. A., Zhou, Y. (2015): Comparison Between Velocity- and Vorticity- Based Pod Methods In A Turbulent Wake, *Experiments in Fluids*, 56 - 169
- [13] Brevis, W., García-Villalba, M. (2011): Shallow-Flow Visualization Analysis By Proper Orthogonal Decomposition, *Journal of Hydraulic Research*, vol. 49, issue 5, 586-594
- [14] Chatterjee, A. (2000): An Introduction to The Proper Orthogonal Decomposition, *Current Science*, vol. 78, issue 7, 808-817
- [15] Holmes, P., Lumley, J. L., Berkooz, G., (1996): *Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry*, Cambridge Monogr. Mech., Cambridge University Press
- [16] Berkooz, G., Holmes, P., Lumley, J. L. (1993): The Proper Orthogonal Decomposition in the Analysis of Turbulent Flows, *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 25, issue 1, 539-575
- [17] Fey, U., König, M., Eckelmann, H. (1998): A New Strouhal–Reynolds-Number Relationship for The Circular Cylinder in the Range  $47 < Re < 2 \times 10^5$ , *Physics of Fluids*, vol.10, Issue 7, 1547-1549

- [18] Zhang, Q., Liu, Y., Wang, S. (2014): The Identification Of Coherent Structures Using Proper Orthogonal Decomposition And Dynamic Mode Decomposition, *Journal of Fluids and Structures*, vol. 49, 53-72
- [19] Williamson, C.H.K., Brown, G.L. (1998): A Series In  $1/\sqrt{\text{Re}}$  To Represent The Strouhal–Reynolds Number Relationship Of The Cylinder Wake, vol. 12, Issue 8, 1073-1085

### 7.1 Literatura autorky uvedená v disertační práci

- [RV1] Vitkovičová, R., Skála, V., Čížek, J., Nožička, J. (2014): Experimental Investigation of the Flow Pattern Behind a Cylinder, *Fluid mechanics and thermodynamics - Proceedings of Students' Work in the Year 2013/2014*, Eds.: Ježek, J., Nožička, J., Adamec, J., Šafařík, P., ČVUT, Praha, 2014, pages 53-61, EAN 978-80-86786-36-0
- [RV2] Vitkovičová, R., Yokoi, Y. (2016): The Experimental and Numerical Investigation of a Wake behind Two Circular Cylinders in Staggered Arrangement, In: *Book of Abstracts of 7th International Conference On Vortex Flows And Vortex Models*, Edited by Kornev, N., Rostock, 20. - 22.09.2016. Menzel - Verlag, Ostseebad Kuhlungsborn, pages 89 – 90, ISBN 978-3-946694-00-7
- [RV3] Vitkovičová, R., Nožička, J., Čížek, J., Skála, V. (2015): Experimental Investigation of the Interaction of Two Cylinders in the Flow Pattern, In: *Proceedings of Experimental Fluid Mechanics 2014*, Edited by Dančová, P., Vít, T., *The European Physical Journal Web of Conferences*, vol. 92, 02110, Number of pages: 6
- [RV4] Yokoi Y., Vitkovičová R. (2017): Experimental Investigation of the Mutual Interference Flow of two Circular Cylinders by Flow Visualization, In: *Proceedings of Experimental Fluid Mechanics 2016*, Edited by Dančová, P., *The European Physical Journal Web of Conferences* vol.143, 02146, Number of pages: 6
- [RV5] Vitkovičová, R. (2018): Analýza úplavu za dvěma válci metodou POD, In: *Proceedings of 32th Symposium on Anemometry*, Edited by Chara, Z., Litice, 29. - 30.05.2018. Praha: Institute of Hydrodynamics ASCR, str. 86 - 93, ISBN 978-80-87117-17-0.
- [RV6] Vitkovičová, R., Skála, V. (2016): Dominant Frequencies in the Wake of the Two Cylinders, In: *Proceedings of the 35th Meeting of Departments of Fluid Mechanics and Thermomechanics*, Edited by Olšiak, R., Prikkel, K., *The American Institute of Physics Conference Proceedings*, vol.1768, 020024, Number of pages: 6
- [RV7] Vitkovičová, R., Skála, V. (2016): Interaction of two Circular Cylinders in the Flow Field at Low Reynolds Numbers, In: *Proceedings of Experimental Fluid Mechanics 2015*, Edited by Dančová, P., Veselý, M., *The European Physical Journal Web of Conferences*, vol. 114, 02138, Number of pages: 4
- [RV8] Vitkovičová, R., Skála, V., A Čížek, J. (2013): Experimentální vyšetřování nestacionárního proudění za válcem. In: *Sborník příspěvků Mezinárodní Masarykovy konference pro doktorandy a mladé vědecké pracovníky 2013*. Hradec Králové: MAGNANIMITAS. 4. vyd. 2013. ISBN 978-80-87952-00-9, str. 4251-4259



