

**ČESKÉ VYSOKÉ  
UČENÍ TECHNICKÉ  
V PRAZE**

**FAKULTA  
STROJNÍ**



**TEZE  
DISERTAČNÍ  
PRÁCE**



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE  
FAKULTA STROJNÍ  
ÚSTAV MECHANIKY, BIOMECHANIKY A MECHATRONIKY

TEZE DISERTAČNÍ PRÁCE

# Návrh metodiky pro predikci poklesu tuhosti únavově zatěžovaných kompozitních konstrukcí

*Ing. Michal Král*

Doktorský studijní program: Strojní inženýrství

Studijní obor: Mechanika tuhých a poddajných těles a prostředí

Školitel: prof. Ing. Stanislav Holý, CSc.

Teze disertace k získání akademického titulu "doktor", ve zkratce "Ph.D."

Název anglicky: The proposal of methodology for the prediction of stiffness reduction of composite structures under fatigue loading

Disertační práce byla vypracována v prezenční formě doktorského studia na Ústavu mechaniky, biomechaniky a mechatroniky Fakulty strojní ČVUT v Praze.

Disertant: Ing. Michal Král  
Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky, Fakulta strojní,  
ČVUT v Praze  
Technická 4, Praha 6, Dejvice 166 07

Školitel: prof. Ing. Stanislav Holý, CSc.  
Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky, Fakulta strojní,  
ČVUT v Praze  
Technická 4, Praha 6, Dejvice 166 07

Školitel-specialista: Ing. Bohuslav Cabrnch, Ph.D.  
Útvar kompozitní technologie, Výzkumný a zkušební letecký  
ústav, a.s.  
Beranových 130, 199 05 Praha - Letňany

Oponenti:

Teze byly rozeslány dne: .....

Obhajoba disertace se koná dne ..... v ..... hodin v zasedací místnosti č. 17 (v přízemí) Fakulty strojní ČVUT v Praze, Technická 4, Praha 6 před komisí pro obhajobu disertační práce ve studijním oboru Mechanika tuhých a poddajných těles a prostředí.

S disertací je možno se seznámit na oddělení vědy a výzkumu Fakulty strojní ČVUT v Praze, Technická 4, Praha 6.

Prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.  
předseda oborové rady oboru Mechanika tuhých a poddajných těles a prostředí  
Fakulta strojní ČVUT v Praze

# Obsah

1	Přehled problematiky.....	1
1.1	Únavové poškození vláknových kompozitů.....	1
1.1.1	Mechanismy poškození a jejich rozvoj.....	1
1.1.2	Modely predikce životnosti.....	3
1.1.3	Přehled a diskuze vybraných specifík souvisejících s měřením únavových charakteristik vláknových kompozitů.....	6
1.2	Dílčí souhrn a diskuze poznatků.....	7
2	Cíle disertační práce.....	8
3	Struktura navržené metodiky modelování poklesu tuhosti.....	9
3.1	Napjatost a tuhost lamin.....	10
3.1.1	Konstitutivní rovnice ortotropního materiálu.....	10
3.1.2	Modelování změn tuhosti lamin.....	11
3.2	Modelový materiálový systém.....	12
3.3	Diskuze a volba charakteru zátěžných cyklů a hladin zatížení.....	12
4	Postupy pro experimentální měření změn mechanických vlastností.....	13
4.1	Metodika měření zbytkového modulu pružnosti v tahu.....	13
4.1.1	Testování navržené metodiky.....	14
4.2	Zbytkový modul pružnosti ve smyku.....	18
4.2.1	Metodika stanovení změn modulu pružnosti ve smyku.....	18
4.2.2	Posouzení příčiny nárůstu modulu pružnosti ve smyku.....	19
4.3	Dílčí souhrn a diskuze poznatků.....	28
5	Návrh modelu poklesu tuhosti a jeho implementace do MKP softwaru.....	29
5.1	Návrh modelu poklesu tuhosti.....	29
5.2	Implementace modelu poklesu tuhosti do MKP softwaru.....	34
6	Verifikační výpočty a experimentální měření.....	37
6.1	Únavová tahová zkouška zkušebního tělesa s orientací výztuže [(0/90) <sub>8</sub> ]... ..	37
6.1.1	Diskuze výsledků a zhodnocení přesnosti predikce.....	38
6.2	Únavová tahová zkouška zkušebního tělesa s kvaziizotropní skladbou.....	40
6.2.1	Naměřená experimentální data.....	40
6.2.2	Diskuze výsledků a zhodnocení přesnosti predikce.....	41
6.3	Únavová zkouška prostě podepřeného nosníku se skladbou [(0/90) <sub>8</sub> ].....	43
6.3.1	Výsledky měření a diskuze.....	44
6.3.2	Posouzení změn mechanických vlastností v části nosníku vystavené tlakovému namáhání.....	45
7	Závěr a zhodnocení práce.....	46
7.1	Splnění cílů práce.....	47
7.2	Přínosy disertační práce.....	48

# 1 Přehled problematiky

## 1.1 Únavové poškození vláknových kompozitů

Problematika únavového poškození vláknových kompozitů je velmi komplexní. Výzkum v dané oblasti trvá přibližně 50 let a lze konstatovat, že metodika, která by umožnila dimenzování cyklicky zatěžovaných kompozitních konstrukcí se zahrnutím všech možných projevů tohoto poškození, doposud nebyla navržena. Odezva laminátů na únavové zatížení je zásadně ovlivněna mnoha aspekty. Mezi nejčastěji zmiňované patří typ vlákna a matrice, forma výztuže, skladba vrstev kompozitu, přítomnost odstupňování vrstev, vnější vlivy a charakter zatížení [1]. Z tohoto seznamu částečně vyplývá také komplexnost a s tím spojená finanční nákladnost výzkumu. Z jednoho typu výztuže a matrice je možné navrhnout značné množství skladeb laminátů a odezva na cyklické zatížení bude pro každou z nich jiná. Situace se dále komplikuje, vezmeme-li v potaz i možnost odstupňování vrstev a variabilitu podmínek zatěžování.

### 1.1.1 Mechanismy poškození a jejich rozvoj

Únavové poškození u kompozitních materiálů je charakteristické rozvojem několika mechanismů poškození. Prvotní poškození nastává krátce po začátku cyklického zatěžování a zasažená oblast se rozrůstá. V zasažené oblasti může docházet k postupnému rozvoji mnoha mechanismů poškození. Důsledkem rozvoje poškození je změna tuhosti v zasažené oblasti. V celé kompozitní součásti pak dochází k výrazným redistribucím napětí a klesá namáhání v nejméně zatížené oblasti dílu za současného přetížení méně namáhaných oblastí. Rozdílné mechanismy poškození lze očekávat např. v laminátu s jednosměrnou výztuží a v laminátu s tkaninovou výztuží [2].

Vznik a rozvoj poškození u *jednosměrně vyztužených laminátů* je zájmem výzkumu mnoho desítek let a je dobře pospán. První trhliny v matrici se formují nejdříve ve vrstvách, jejichž orientace není rovnoběžná se směrem zatěžování. Při dalším zatěžování se trhliny v matrici objevují i v ostatních vrstvách. S rostoucím počtem cyklů se zvyšuje hustota trhlin a dochází k jejich vzájemnému prorůstání. Tyto procesy jsou též doprovázeny značným poklesem tuhosti. Růst trhlin pokračuje do doby, kdy se v každé vrstvě vytvoří určitý počet trhlin, dojde k redistribuci namáhání a vytvoření určité rovnováhy [2].

Mezi další mechanismy poškození patří oddělení vlákna od matrice. Jeho vznik a rozvoj je závislý zejména na únavové odolnosti jejich rozhraní. Dále dochází k tzv. delaminaci. Její iniciace je lokalizována v blízkosti volných hran a

odstupňování vrstev. Vysoké hodnoty interlaminárního smykového napětí je možné nalézt i v okolí trhlin v matrici a porušení vláken. Oblast postižená delaminací postupně roste. K porušení vláken dochází ve velké míře zejména v posledním stadiu únavového procesu. Avšak v menším měřítku dochází k porušení vláken během celého života konstrukce. V případě cyklického zatěžování jednosměrného kompozitu pulsujícími tahovými cykly lze tedy očekávat tyto základní mechanismy poškozování [2]: trhliny v matrici, oddělení vláken od matrice (označováno též jako porucha mezifázového rozhraní), slučování trhlin, delaminace, lom vláken.

Výše uvedený popis se týká laminátů vyztužených jednosměrnou výztuží při zatížení pulsujícími cykly v tahu. Podkladů pro studium poškozování kompozitů při tlakovém únavovém zatížení je podstatně méně. Zkoušení laminátů v tlaku je komplikované kvůli možnosti ztráty stability zkušebních těles, která mají tvar plochých tyčí. Výzkum v této oblasti provedli např. Rotem a Nelson [3]. Autoři se shodují, že oproti zatěžování v tahu se zde uplatňují další mechanismy poškození. Např. při střídavém zatížení dochází v tahové oblasti k oddělení vláken od matrice a delaminaci tak, jak bylo popsáno výše. V tlakové oblasti posléze nastává lom oddělených vrstev a vláken při ztrátě stability.

Vnitřní struktura laminátů s *tkaninovou výztuží* je oproti jednosměrným laminátům složitější. Vlákná nejsou přímá, ale zakřivená a jsou vzájemně propletena. Pro popis poškození autoři často používají idealizovaný model laminy a z ní odvozenou reprezentativní buňku, viz např. [2]. Skládá se ze tří základních prvků – pramenců osnovy, pramenců útku a oblastí vyplněných matricí. Pramence osnovy a útku jsou většinou uvažovány jako jednosměrné kompozity.

Mechanismy poškozování jsou nejčastěji děleny na mikrostrukturální a makroskopické, viz např. [2]. Jako mikrostrukturální jsou uvažovány mechanismy poškození odehrávající se uvnitř impregnovaných pramenců osnovy a útku a makroskopické mechanismy poškozování jsou mechanismy, které se odehrávají na dalších úrovních struktury [2]. Mikrostrukturální mechanismy poškozování jsou stejné jako v případě jednosměrných kompozitů a byly popsány v předchozích odstavcích (trhliny v matrici, poruchy mezifázového rozhraní, lom vláken, slučování trhlin). Mezi makrostrukturální mechanismy poškozování autoři řadí příčné trhliny v útku, smykové porušení v osnově, tvorba trhlin v oblasti čistě pryskyřice, porucha rozhraní osnova/útek, delaminace mezi vrstvami a lom pramenců v tahu [2].

## 1.1.2 Modely predikce životnosti

Modelů pro predikci životnosti kompozitních materiálů bylo navrženo značné množství. Jednotlivé modely se od sebe liší zejména v použitém přístupu. První navržené přístupy vycházely z metodik vyvinutých pro kovové materiály. Dále byly sestaveny např. přístupy založené na sledování degradace mechanických vlastností a také na sledování základních mechanismů poškození. Společným rysem všech metodik modelování je snaha o zavedení kritéria porušení a stanovení životnosti. Volba modelu predikce životnosti je dána přesnou definicí mezního stavu. Pokud je jako mezní stav určen pouze lom součásti, je možné vycházet z modelů založených na S-N křivkách a Goodmanových diagramech. Naopak v případech, kdy je jako mezní stav určen pokles tuhosti pod určitou mez, je nutné volit modely, které umožňují pokles tuhosti predikovat. Klasifikace modelů predikce životnosti je vždy otázkou názoru. Příklady klasifikace a popisy navržené autoritami v oboru je možné dohledat např. v [1]. Z literatury je patrný fakt, že značná část modelů byla navržena a testována pro jednoosé namáhání pulsujícími cykly v tahu.

V následujícím přehledu jsou diskutovány modely, které jsou buď typickými a často citovanými zástupci v dané kategorii modelů nebo jsou zajímavé z hlediska zaměření disertační práce.

**Modely únavového života** zavádějí kritérium porušení na základě dat získaných z S-N křivek a Goodmanových diagramů. Tyto modely predikují počet cyklů do porušení při pevně daných podmínkách zatěžování. Náročnost z hlediska experimentálních prací je u tohoto přístupu vysoká. Typickým zástupcem je model autorů Hashin a Rotem navržený a testovaný pro jednosměrné lamináty [4]. Model rozlišuje mezi porušením ve směru vláken, ve směru kolmo na vlákna a porušením ve smyku v rovině laminátu.

**Modely postupného poškození** jsou v zahraniční literatuře označovány jako „Progressive damage models” a jsou dále děleny na dvě či více podkategorií. *První podkategorie* zahrnuje modely, které přímo predikují kumulaci konkrétního mechanismu porušování. Při experimentech se často pracuje s vrubovanými zkušebními tělesy, aby se docílilo vzniku požadovaného mechanismu poškození. Typickým zástupcem je model autorů Bergmann a Prinz [5].

*Druhá podkategorie* je tvořena modely, které korelují mezi růstem určitého mechanismu poškození a poklesem mechanických vlastností. Lze zmínit např. model navržený autory Liu a Lessard [6]. Model je definován rovnicí (1.1) pro rychlost růstu globálního parametru poškození:



$$\frac{dD}{dN} = \frac{A \cdot (\sigma_{max})^C}{B \cdot D^{B-1}}, \quad (1.1)$$

kde  $D$  je globální parametr poškození.  $A$ ,  $B$  a  $C$  jsou koeficienty modelu a  $\sigma_{max}$  je horní napětí zátěžného cyklu. Globální parametr poškození  $D$  je vyjádřen ve vztahu k mechanismu poškození trhlinami v matrici jako  $C_m \cdot D_m$  a dále jako  $C_d \cdot D_d$  ve vztahu k mechanismu poškození růstem plochy delaminace. Proměnná  $D_m$  je funkcí hustoty trhlin,  $D_d$  je funkcí plochy delaminace. Proměnné  $C_m$  a  $C_d$  jsou konstanty závislé na skladbě a ostatních materiálových proměnných. Pro globální parametr poškození dále platí následující vztah (1.2), který parametr poškození dává do souvislosti se zbytkovou tuhostí:

$$D = 1 - \frac{E(n)}{E_0}, \quad (1.2)$$

kde  $E_0$  je panenský modul pružnosti a  $E(n)$  je zbytkový modul pružnosti. Autoři předpokládají, že mezi parametry poškození vyjádřenými pomocí plochy delaminace a zbytkové tuhosti platí lineární vztah. Stejný předpoklad platí mezi parametry poškození vyjádřenými pomocí hustoty trhlin a zbytkové tuhosti. Z těchto předpokladů odvozují různé formulace rovnic pro výpočet životnosti, které je nutné dále kalibrovat pomocí dat z S-N křivek.

Do *třetí podkategorie* jsou zařazeny modely, které přímo simulují rozvoj mechanismů poškození. Tento přístup bývá často označován také jako mikromechanické modelování a je velmi úzce spjat s použitím metody konečných prvků. Mikromechanické modelování je dále úzce spjato s přístupem víceškálového modelování. Pro predikci únavového poškození je toto spojení velmi účelné, protože v momentě, kdy je detekováno první poškození, dojde k přerozdělení napětí a také porušení předpokládané periodicity struktury. Tento postup byl propracován např. v [7] pro kompozity s jednosměrnou výztuží. Prvotní poškození zde autor modeluje pomocí mikro mechanického přístupu, kde uvažuje periodicitu struktury laminátu. K predikci tohoto poškození v podobě trhliny v matrici je použita detailní reprezentativní buňka na úrovni vlákna a matrice bez uvažování homogenizace mechanických vlastností. Pro popis přerozdělení namáhání je autorem dále sestaven model na úrovni lamin, nazývaný jako mezo model. Ten není vzhledem k nutnosti úspory výpočtového času řešen detailně na úrovni vlákna a matrice, ale autor provedl homogenizaci materiálových charakteristik a dále použil ortotropní materiálový model. Pro další související výpočty však autor přistoupil k vytvoření detailního modelu části laminy z několika reprezentativních buněk. Autor konstatuje, že motivací pro sestavení metodiky je možnost predikce rozvoje poškození v podobě trhlin v matrici a nikoliv predikce změn mechanických

vlastností. Ovšem porovnání predikce poklesu tuhosti s experimentálními daty je v práci provedeno a je dosaženo dobré shody.

**Fenomenologické modely zbytkové pevnosti a tuhosti** jsou další velmi často zmiňovanou kategorií modelů. Modely *zbytkové pevnosti* mají výhodu ve vrozeném kritériu porušení. K porušení dojde v momentě, kdy zbytková pevnost dosáhne hodnoty maximálního napětí zátěžného cyklu. Při měření zbytkové pevnosti byly pozorovány dva odlišné typy průběhu, viz [8]. První byl nazván jako „wear out“ a je charakteristický pozvolným poklesem zbytkové pevnosti. Vyskytuje se při zkouškách na nízkých hladinách zatížení. Druhý typ průběhu byl pojmenován jako „sudden death“ a je charakteristický zprvu zanedbatelným poklesem pevnosti a nakonec dojde k velmi prudkému poklesu. Toto chování se vyskytuje při zkouškách na vysokých hladinách zatížení.

Modely *zbytkové tuhosti* popisují poškození na základě degradace tuhosti během únavového zatěžování. Parametr poškození bývá vyjádřen pomocí rovnice (1.2). Lze předpokládat, že v momentě lomu zkušebního tělesa není jeho tuhost rovna nule, ale dosahuje určité nenulové zbytkové hodnoty. Z rovnice (1.2) pak vyplývá, že v momentě lomu není parametr poškození roven jedné, což je rozpor se zažitou praxí. Snaha o řešení tohoto problému vedla k zavedení i jiných definic parametru poškození zahrnující hodnotu zbytkového modulu při lomu. Sidorroff a Subargio v [9] publikovali model, který úspěšně ověřili při cyklických zkouškách tříbodovým ohybem při deformačním zatěžování. Model je formulován systémem rovnic (1.3):

$$\begin{aligned} \frac{dD}{dN} &= \frac{A \cdot (\Delta\varepsilon)^C}{(1-D)^b} && \text{v tahu,} \\ \frac{dD}{dN} &= 0 && \text{v tlaku,} \end{aligned} \quad (1.3)$$

kde proměnné  $A$ ,  $b$  a  $C$  představují koeficienty modelu, které je nutné identifikovat na základě experimentálních dat. Výraz  $\Delta\varepsilon$  představuje amplitudu aplikované poměrné deformace. Model byl nadále převzat a modifikován řadou jiných autorů.

### 1.1.2.1 Poznámky k aplikaci modelů predikce životnosti

Při studiu literatury lze velmi často nalézt komentáře autorů, kde je konstatováno, že modelování únavového poškození v kompozitech je velmi komplikované. Nežádádka dochází k nevysvětlitelné změně v chování zdánlivě totožných zkušebních těles, což vede k velkým rozptylům ve výsledcích. Souhrn hlavních i dílčích poznatků a nedostatků při modelování únavového poškození

vláknových kompozitů sestavil a publikoval Fong [10]. Jeho poznatky jsou shrnuty v následujícím přehledu:

- Poškození se rozvíjí na několika úrovních – od atomů, přes jednotlivé konstituenty, laminy až po zkušební tělesa a celé konstrukce.
- Je prakticky nemožné vyrobit zkušební tělesa s totožnou vnitřní strukturou.
- Často dochází ke špatné interpretaci výsledků získaných na jedné úrovni struktury.
- Chybné zobecnění – např. křivka poklesu tuhosti je dělena na tři části, ale použitý model zbytkové tuhosti popisuje pouze první dvě fáze.
- Přílišné zjednodušení – vztah definující funkci pro aproximaci dat je příliš jednoduchý.
- Mechanismus poškození není shodný pro všechny hladiny zatížení a mění se jak s hladinou zatížení, tak se stádiem únavového poškození.
- Nelze opomíjet historii zatěžování. Pořadí aplikace hladin při blokovém zatěžování může způsobit nezanedbatelné rozdíly v životnosti.
- Životnost se snižuje rychleji, pokud je sekvence při blokovém zatěžování měněna častěji po menším počtu cyklů. Zkušební tělesa podrobená malým blokům zatížení mají menší průměrný život než tělesa podrobená velkým blokům zatížení, ačkoli celkový počet cyklů je stejný. Tento jev je nazývaný „Efekt smíšených cyklů“ a studoval ho např. Schaff a Davidson [11].
- Nelze opomíjet frekvenci zatížení. Vzhledem k malé schopnosti matrice odvádět vzniklé vnitřní teplo je nutné frekvenci zatěžování udržovat na přijatelné hodnotě. Při změně teploty se výrazně mění mechanické vlastnosti polymerních matic. Nelze opomenout ani vliv ochlazování v některých reálných aplikacích.

### 1.1.3 Přehled a diskuze vybraných specifík souvisejících s měřením únavových charakteristik vláknových kompozitů

V následujících odstavcích jsou shrnuta hlavní a často diskutovaná specifika únavových zkoušek kompozitních materiálů. Některé otázky nejsou do dneška vyřešeny v obecné rovině a řešení buď neexistuje, nebo existuje jen pro konkrétní případ skladby, podmínky zatěžování atd.

#### 1.1.3.1 Zkoušení v tlakové oblasti zatěžování

Konstrukce z vláknových kompozitů mají obvykle charakter tenkostěnných skořepin. I zkušební tělesa mají tvar plochých tyčí, kde šířka je výrazně větší než

tloušťka. Tendence těchto konstrukcí ke ztrátě stability při tlakovém zatěžování je dobře známá. Při zkouškách je nezbytné zajistit, aby tělesa byla vystavena pouze tlakovému zatížení a nikoli vzpěru, kde dochází k vybočení střednicové plochy, zanesení parazitního ohybu a v krajním případě zborcení zkušební tělesa.

Pro zkoušky v tlakové oblasti zatěžování je nutné volit výrazně kratší zkušební tělesa, což ale nepříznivě ovlivňuje délku měřicí části. V případě skladeb, které vykazují malou ohybovou tuhost, je nutné použít stabilizující přípravky zvané „anti-buckling guide“. Jejich použití zabrání katastrofální ztrátě stability zkušební tělesa, ale vzhledem k nutným vůlím nelze zcela zabránit drobným vybočením střednicové plochy zkušební tělesa a zanesení parazitního ohybového namáhání.

### 1.1.3.2 Vznik nepřijatelných módů porušení v důsledku tvaru zkušebních těles

Žádná z dostupných norem, které definují podmínky pro únavové zkoušky vláknových kompozitů, nepopisuje geometrický tvar zkušebních těles. Pouze se odkazují na normy pro statické zkoušky. Při použití zkušebních těles ve tvaru plochých prizmatických tyčí však dochází k porušení v oblasti konce čelistí stroje nebo v oblasti konce příložek. Důvodem je koncentrace napětí, která v uvedených místech vzniká. Byly testovány různé varianty konstrukčního a technologického provedení ukončení příložek. Podrobná studie tohoto problému byla provedena v [12].

Porušení v místě koncentrace napětí na konci příložky je nepřijatelný mód porušení. Získaná hodnota životnosti v tomto vrubu ale nemusí být zcela nepoužitelná. Data lze vhodně zpracovat prostředky statistiky. Takový postup navrhl např. Sendeckyj [13].

## 1.2 Dílčí souhrn a diskuze poznatků

Při studiu literatury je patrné, že velká skupina modelů predikce životnosti byla navržena a testována při jednoosém zatěžování. Tento fakt je znepokojivý. Nelze přehlížet fakt, že kompozitní konstrukce mohou mít složitou geometrii a mohou být vystaveny zcela obecným módům zatěžování. Nejsložitější mód zatěžování, který byl v dostupných studiích aplikován, byl ohyb prizmatických zkušebních těles tvaru plochých tyčí.

Fakt, že i samotný pokles tuhosti může být definován jako mezní stav, byl již diskutován. Metodika, která umožní provést odhad změny tuhosti a redistribuce namáhání, může velmi výrazně přispět k přesnosti stanovení kritických průřezů a

tím i záloh bezpečnosti. Zároveň umožní popsat změny v tuhosti konstrukce a vliv na její další charakteristiky, které tuhost ovlivňuje. Metodika, u které lze předpokládat obecné uplatnění, musí splňovat zásadní kritérium, které lze formulovat následovně:

- Musí být ve všech ohledech snadno uchopitelná a aplikovatelná. Toto kritérium lze dále rozvést do následujících dílčích požadavků:
  - Výpočtová náročnost ve smyslu strojového času a požadované složitosti výpočtových modelů musí zůstat na přijatelné úrovni.
  - Nároky na data, potřebná pro identifikaci použitých modelů, musí být splnitelné dostupnými prostředky. Je vhodné vycházet ze známých a normalizovaných postupů, aby bylo dosaženo porozumění ze strany zadavatele, popř. orgánů majících dohled nad návrhem konstrukce.
  - Výsledky, které metodika poskytne, musí být jasně a jednoznačně interpretovatelné ve smyslu stanovení zálohy bezpečnosti, pravděpodobnosti vzniku fatální poruchy a podobně.

## 2 Cíle disertační práce

Na základě poznatků získaných při literární rešerši, zvyšujících se požadavků na přesnost dimenzování a na únosnost konstrukcí vyrobených z vláknových kompozitů vyplývá následující hlavní cíl práce:

- **Navrhnout metodiku pro predikci poklesu tuhosti únavově zatěžovaných konstrukcí vyrobených z kompozitních materiálů.**

Vedle přínosu této práce v podobě nových poznatků pro obor mechaniky kompozitních materiálů a jejich porušování by měl být brán ohled na použitelnost navržených postupů také v technické praxi. Z tohoto požadavku vyplývají některá omezení popsána níže. Splnění hlavního cíle práce je podmíněno splněním souvisejících dílčích úkolů, které jsou podrobně specifikovány v následujícím seznamu:

- **Vypracovat a verifikovat postupy pro experimentální měření změn vybraných mechanických vlastností.**

Při studiu literárních zdrojů a dostupných normalizovaných postupů bylo zjištěno, že neexistují jasně definované postupy pro měření poklesu základních mechanických vlastností kompozitních materiálů. V literatuře je patrná značná improvizace. Při návrhu těchto postupů by měl být kladen důraz na přijatelné požadavky na experimentální zařízení, aby je byly schopné splnit standardně vybavené laboratoře zabývající se materiálovými zkouškami.

- **Navrhnout model pro predikci poklesu tuhosti při únavovém zatěžování.** Součástí návrhu by měla být i metodika jeho identifikace s pomocí dat získaných postupem naznačeným v předchozím bodě. Model by měl být implementován do MKP softwaru, což umožní verifikaci modelu pomocí řady úloh a realizaci praktických výpočtů.
- **Provést verifikaci navržené metodiky pomocí vhodně navržených experimentálních měření a výpočtových úloh.**

Má-li být navržená metodika použitelná pro praktické aplikace, je důsledná verifikace veškerých navržených postupů nezbytná. Při verifikaci bude kladen důraz na úlohy s nehomogenním polem napjatosti. Přesnost predikce není možné posoudit pouze při jednoosém tahu.

### 3 Struktura navržené metodiky modelování poklesu tuhosti

Z poznatku shrnutých v přehledu problematiky vyplývá, že lze volit ze dvou přístupů - přístup fenomenologického modelování poklesu tuhosti a dále mikromechanického modelování spojeného s filozofií tzv. víceškálového modelování. Oba tyto přístupy se odlišují mimo jiné hlavně v úrovni struktury, na které poškození popisují.

Návrh nového přístupu modelování poklesu tuhosti vychází z požadavků definovaných v cílech práce. Vzhledem k předpokladu použití navržené metodiky k modelování poklesu tuhosti i tvarově složitých konstrukcí je nezbytné spojení navrženého algoritmu se softwarem založeným na metodě konečných prvků. Analýza napjatosti a obecně veškeré kontrolní výpočty se dnes provádějí v drtivé většině případů s jejím použitím. Nespornou výhodou je její rychlost, minimální omezení z hlediska složitosti geometrie řešené součásti a možnost použít jednu výpočtovou síť pro více typů analýz.

Zásadní otázka, která nastává, zní: „Na jaké úrovni struktury laminátu je optimální modelovat pokles tuhosti?“ Aby bylo možné tuto otázku zodpovědět, je nutné zvážit veškerá zjištěná fakta, požadavky a kritéria, která byla stanovena a jsou shrnuta v následujících bodech.

- Modelování na úrovni vlákna, matrice a jejich rozhraní (mikrouroveň) je náročné z hlediska vstupních parametrů a složitosti potřebných výpočtových modelů.
- Modelování na úrovni laminátu (makrouroveň) je neefektivní, protože data potřebná pro identifikaci těchto modelů budou použitelná vždy jen pro danou

skladbu laminátu. Je prakticky nemožné vytvořit databázi materiálových dat, protože z mnoha důvodů nelze naměřit charakteristiky všech možných skladeb. Tímto přístupem nelze posoudit vliv lokálních jevů souvisejících se změnou počtu vrstev a jinými vruby.

- Výpočtové modely založené na metodě konečných prvků používané pro kontrolní výpočty laminátových skořepin pracují standardně na úrovni lamin, kde je na laminu nahlíženo jako na ortotropní a kvazihomogenní materiál.

Kompromisem, který vyhoví všem kritériím a požadavkům, je popsat pokles tuhosti na úrovni lamin. Pokud bude dále na laminy pohlíženo jako na ortotropní, kvazi homogenní materiál, bude přijatelné vyjít z MKP modelů, které jsou běžně používané ke kontrolním výpočtům. Na úrovni lamin tedy dojde k homogenizaci poškození pomocí změn mechanických vlastností. Vzhledem k rozhodnutí popisovat pokles tuhosti na úrovni lamin, jsou v následující podkapitole připomenuty základní poznatky o jejich tuhosti a napjatosti.

## 3.1 Napjatost a tuhost lamin

Návrh modelu poklesu tuhosti je proveden s předpokladem, že každá z lamin je vystavena obecné rovinné napjatosti. U vláknových kompozitů, vyztužených kontinuálními vlákny s přednostní orientací, ovšem není možné vzniklý stav víceosé napjatosti řešit výpočtem redukovaného napětí tak, jak bývá zvykem u kovových materiálů. Ačkoli výpočtové softwary většinou nabízejí ve výsledcích rozložení redukovaného napětí, většinou dle von Misesovi hypotézy, u vláknových kompozitů má tento výsledek pouze informativní charakter ve smyslu detekce místa s vysokou intenzitou vnitřních sil.

### 3.1.1 Konstitutivní rovnice ortotropního materiálu

Konstitutivní rovnice popisuje vtaž mezi napětím a deformací v bodě tělesa. Pro dvoudimensionální případ lze tuto rovnici vyjádřit pomocí vztahu (3.1):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}, \quad (3.1)$$

kde výrazy  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$  jsou normálová napětí laminy ve směru 1 a 2, výraz  $\tau_{12}$  je smykové napětí v rovině dané směry 1 a 2. Výrazy  $\varepsilon_1$  a  $\varepsilon_2$  jsou deformace laminy ve směru 1 a 2, výraz  $\gamma_{12}$  je zkos v rovině dané směry 1 a 2. Prvky matice konstant tuhosti lze vyjádřit pomocí rovnic (3.2) - (3.5):

$$C_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}}, \quad (3.2)$$

$$C_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}}, \quad (3.3)$$

$$C_{12} = \frac{\nu_{12} \cdot E_2}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}} = \frac{\nu_{21} \cdot E_1}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}}, \quad (3.4)$$

$$C_{66} = G_{12}, \quad (3.5)$$

kde  $E_1$  je modul pružnosti v tahu ve směru 1,  $E_2$  je modul pružnosti v tahu ve směru 2,  $G_{12}$  je modul pružnosti ve smyku v rovině dané osami 1 a 2 a  $\nu_{12}$  a  $\nu_{21}$  jsou hlavní a vedlejší Poissonovo číslo. Pro popis všech prvků matice tuhosti je nutné získat celkem pět výše uvedených proměnných  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$ ,  $\nu_{12}$  a  $\nu_{21}$ . Lze dokázat, že pouze čtyři z těchto pěti proměnných jsou nezávislé.

Moduly pružnosti  $E_1$ ,  $E_2$  a  $G_{12}$  hrají klíčovou roli v napěťově-deformační odezvě lamin a tím i celé kompozitní konstrukce na vnější zatížení. Čtvrtou nezávislou proměnnou je jedno z Poissonových čísel. Materiálové charakteristiky  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$  a  $\nu_{12}$  jsou tuhostní charakteristiky, které výpočtové softwary umožňují definovat jako vstupní parametry 2D ortotropního materiálového modelu.

### 3.1.2 Modelování změn tuhosti lamin

Tuhost laminy je popsána výše uvedenou maticí tuhostních konstant a jednotlivé prvky této matice jsou vyjádřeny prostřednictvím čtyř nezávislých materiálových charakteristik. Pro stanovení těchto materiálových charakteristik při statickém zatěžování existuje řada normalizovaných experimentálních postupů. Vzhledem k tomu, že lze jen těžko provést experimentální měření s jednou laminou, jsou tyto experimenty realizovány se zkušebními tělesy o více vrstvách se shodnou orientací.

V případě únavového zatěžování laminy, kde je předpokládán pokles její tuhosti, se odpovídajícím způsobem mění hodnoty jednotlivých prvků matice tuhostních konstant. Proto se musí měnit i čtyři výše zmíněné materiálové charakteristiky. V rámci metodiky navržené v této práci se předpokládá, že popis změn tuhosti laminy je možné vystihnout popisem změn těchto materiálových charakteristik. Pokud bude správně popsána změna tuhosti lamin, měla by být popsána i změna tuhosti celé kompozitní konstrukce. To samozřejmě platí za předpokladu, že nedojde k rozsáhlému rozvoji poškození na rozhraní lamin, které není uvedeným postupem zohledněno.



Je nutné navrhnout model, který bude schopen predikovat pokles tuhosti jednotlivých lamin. Vzhledem k požadavku na modelování členitých konstrukcí s obecným stavem napjatosti musí být model zobrazen natolik, že po identifikaci bude schopen uspokojivě predikovat pokles tuhosti na libovolných hladinách zatížení (v oboru přijatelných hladin zatížení). V kombinaci s metodou konečných prvků lze nehomogenní pole napjatosti mapovat a změnu materiálových charakteristik řešit samostatně pro jednotlivé vrstvy každého konečného prvku, kde je již poškození homogenizováno. Základní myšlenka tohoto přístupu byla poprvé zveřejněna v rámci [D1] a [D2]. V rámci publikací [D3], [D4] a [D5] byla následně metodika rozpracována.

## 3.2 Modelový materiálový systém

Materiálový systém, který je v rámci práce použit pro testování navržených postupů, pro identifikaci modelu a jeho verifikaci je složen z polymerní matrice a skelných vláken. Jako matrice je použita epoxidová pryskyřice Araldit LY5052 s tužidlem Aradur 5052. Jako výztuž je použita vyvážená skelná tkanina s plátňovou vazbou US Style 7781 Interglas 92626 o gramáži 296 g/m<sup>2</sup>. Zkušební tělesa byla vyrobena infuzní technologií VARTM (Vacuum Assisted Resin Transfer Molding).

Statické mechanické vlastnosti materiálu byly stanoveny experimentálně na základě norem ASTM D3039 / 3039M - 17 a ASTM D3518 / 3518M - 13. Statická pevnost v tahu činí 337,97 MPa a statická pevnost ve smyku pro offset 0,2% činí 29,17 MPa.

## 3.3 Diskuze a volba charakteru zátěžných cyklů a hladin zatížení

Před započítáním prací na vývoji metodiky popisované v rámci této práce byla provedena studie charakteru cyklického zatížení, které se vyskytuje v konstrukcích řešených na útvary Kompozitní technologie ve VZLÚ, a.s. Jedná se zejména o konstrukce s rotujícími nosnými plochami (typickým příkladem je letecká vrtule, či lopatka axiálního ventilátoru). Dominujícím typem cyklu je cyklus pulsující a mívající v tahu. Proto bylo rozhodnuto, že veškeré experimentální práce budou realizovány s uvažováním cyklu pulsujícího v tahu se součinitelem asymetrie  $R = 0,1$ . Tato hodnota je určitým kompromisem mezi cykly pulzujícími a mívajícími.

Dále je nutné diskutovat a zdůvodnit volbu hladin zatížení. Konkrétní hodnoty jsou uvedeny v následujících kapitolách. Při návrhu metodiky pro predikci poklesu tuhosti únavově zatěžovaných kompozitních konstrukcí se předpokládalo použití u

konstrukcí, kde nesmí dojít k únavovému lomu. Konstrukce mohou být během provozu zatíženy značným počtem zátěžných cyklů a horní mez není možné univerzálně stanovit. Z praktického hlediska jsou zajímavé hladiny zatížení, kde hodnota životnosti dosáhne alespoň  $5 \cdot 10^5$  cyklu. Při návrhu hladin zatížení pro provedení experimentů byla tato hodnota uvažována jako limitní. Hladiny zatížení byly voleny tak, aby průměrná životnost zkušebních těles dosáhla minimálně této hodnoty.

## 4 Postupy pro experimentální měření změn mechanických vlastností

Cílem této kapitoly je navrhnout postup pro měření změn mechanických vlastností lamin. Součástí kapitoly je také diskuze možných postupů pro měření změn mechanických vlastností při cyklickém namáhání se zaměřením na změny tuhosti a vhodné postupy jsou diskutovány. Otázka měření zbytkových mechanických vlastností je zde diskutována velmi detailně, protože z hlediska sběru dat pro identifikaci dále navrženého modelu poklesu tuhosti se jedná o klíčovou otázku. Normy, které se zabývají únavovými zkouškami kompozitních materiálů, otázku měření zbytkových mechanických vlastností detailně neřeší. I v dostupných publikacích je zřejmá výrazná improvizace. Poznatky uvedené v této podkapitole byly zveřejněny v rámci vlastních publikací [D8], [D10] a [D11].

### 4.1 Metodika měření zbytkového modulu pružnosti v tahu

Při návrhu metodiky se vycházelo z dostupných normalizovaných postupů ASTM D3039 / D3039M - 17 [14] a dále ASTM D3479 / D3479M - 12 [15]. Základní myšlenka navrženého postupu je taková, že je realizováno cyklické zatěžování zkušebního tělesa a po absolvování předem definovaného počtu cyklů je únavové zatěžování přerušeno a je provedena statická tahová zkouška dle ASTM D3039 / D3039M - 17 při níž jsou změřeny žádané veličiny. V rámci práce jsou řešeny první dvě oblasti této křivky - tedy počáteční náhlý pokles a dále následující přibližně lineární pokles. Třetí, nelineární stádium, které odpovídá rychlému růstu poškození a končí lomem, řešeno není.

Při předběžných odhadech se předpokládalo, že na nejvyšší hladině zatížení (horní napětí cyklu odpovídá 50% meze statické pevnosti, součinitel asymetrie cyklu je roven 0,1), bude pokles tahového modulu pružnosti přibližně 20%. Dále se předpokládalo, že budou zkoušeny tři hladiny zatížení (horní napětí cyklu odpovídá

30% a 40% meze statické pevnosti, součinitel asymetrie cyklu je roven 0,1). Vzhledem k poměrně malému rozdílu mezi předpokládanými změnami modulu pružnosti na navržených hladinách zatížení, byla pozornost zaměřena na maximalizaci přesnosti náměrů. Je známým faktem, že únavové charakteristiky vykazují samy o sobě vysoké rozptyly a bylo nutné minimalizovat vliv dalších nepřesností zanesených při statických zkouškách. Hrozilo nebezpečí, že se nepodaří nalézt statisticky významné rozdíly mezi výsledky jednotlivých hladin zatížení.

Vzhledem k výše uvedeným faktům byl navržen postup, kdy na každé hladině zatížení jsou zkoušena čtyři zkušební tělesa. U každého tělesa je nejdříve změřen panenský modul pružnosti a modul je dále proměřen vždy po absolvování předem definovaného počtu cyklů. Každé toto statické měření zbytkového modulu pružnosti v tahu je navíc zopakováno třikrát. Aplikací tohoto postupu je získáno dvanáct hodnot zbytkového modulu pružnosti pro každý počet zátěžných cyklů. V rámci prvotních experimentů bylo navrženo křivku zbytkového modulu proměřit v celkem 11 bodech, které odpovídají následujícím počtům zátěžných cyklů: 200, 500, 1000, 2000, 5000, 10 000, 50 000, 100 000, 200 000, 300 000 a 500 000.

#### 4.1.1 Testování navržené metodiky

Pro posouzení, zda navržená metodika splní očekávání, byly realizovány únavové zkoušky s celkem dvanácti zkušebními tělesy na třech hladinách zatížení. Zátěžné cykly měly součinitel asymetrie 0,1 a horní napětí cyklu odpovídalo 169 MPa, 135 MPa a 101 MPa. Cílem těchto experimentů bylo získat informaci o velikosti poklesu modulu pružnosti v závislosti na počtu cyklů a hladině zatížení. Aby bylo dobře zřetelné, jak se liší zbytkový modul po určitém počtu cyklů na různých hladinách zatížení je vhodné data prezentovat v normovaném tvaru. Ten lze určit tak, že se hodnoty zbytkového modulu pružnosti vztáhnou k počáteční (panenské) hodnotě. Vyjádření zbytkových hodnot v normovaném tvaru je v literatuře velmi časté. Změny hodnot modulu pružnosti jsou malé a zejména na nízkých hladinách zatížení mohou v určitém rozsahu cyklů být menší, než rozdíl v panenských hodnotách modulu pružnosti mezi jednotlivými zkušebními tělesy.

Pro porovnání poklesu modulu pružnosti na různých hladinách zatížení musí být data statisticky zpracována. Při odhadu statistických parametrů je nutné vzít v potaz, že je zpracováván výběrový a nikoli základní soubor. Pro správný výpočet statistických charakteristik musí být zvolen odpovídající typ statistického rozdělení. Odhadem bylo stanoveno, že data vykazují normální rozdělení. Odhad byl ověřen pomocí Shapirova - Wilkova testu normality [16]. Byla uvažována hladina

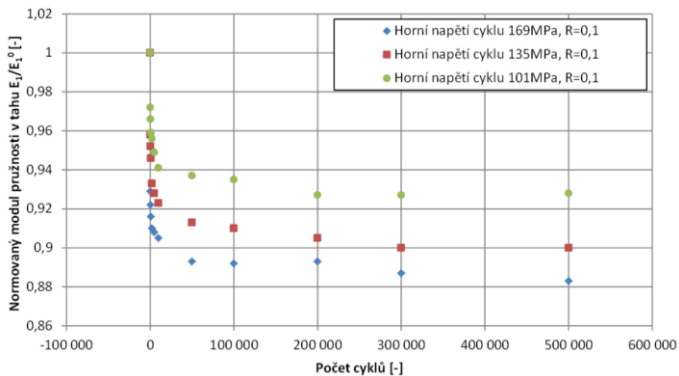
významnosti 0,05. Tento test je velmi často užíván pro malé výběry a je pro ně doporučen normou ČSN 01 0225 [17].

Tab. 4.1 - Normované hodnoty zbytkového modulu pružnosti v tahu čtyř zkušebních těles zatížených na hladině s horním napětím cyklu 169 MPa a součinitelem asymetrie cyklu 0,1. U zkušebních těles TSH9 a TSH10 došlo k únavovému lomu.

<i>n</i>			0	200	500	100 000	300 000	500 000
$\sigma_{max}$ [MPa]	<i>R</i> [-]		$E_1^n/E_1^0$ [-]	$E_1^n/E_1^0$ [-]	$E_1^n/E_1^0$ [-]	$E_1^n/E_1^0$ [-]	$E_1^n/E_1^0$ [-]	$E_1^n/E_1^0$ [-]
TSH8	169	0,1	1,000	0,921	0,913	0,888	0,889	0,896
			1,000	0,915	0,916	0,885	0,889	0,862
			1,000	0,924	0,920	0,890	0,892	0,866
TSH9	169	0,1	1,000	0,917	0,914	0,897	0,876	únavový lom
			1,000	0,932	0,931	0,901	0,880	
			1,000	0,918	0,919	0,889	0,883	
TSH10	169	0,1	1,000	0,924	0,919	0,868	0,877	únavový lom
			1,000	0,932	0,919	0,886	0,889	
			1,000	0,944	0,925	0,896	0,895	
TSH11	169	0,1	1,000	0,938	0,930	0,910	0,902	0,895
			1,000	0,932	0,923	0,896	0,882	0,884
			1,000	0,938	0,933	0,901	0,895	0,894
Aritmetický průměr			-	0,928	0,922	0,892	0,887	0,883
Směrodatná odchylka			-	0,009	0,007	0,011	0,008	0,015
Variační koeficient [%]			-	1,021	0,718	1,190	0,895	1,748
<i>W</i>			-	0,940	0,925	0,943	0,958	0,819

Výsledek tohoto testu je testová statistika *W*, která je porovnávána s kritickou, tabelovanou hodnotou [17]. Dále je uveden aritmetický průměr, směrodatná odchylka a variační koeficient. Tyto parametry byly spočteny a tabulkově zpracovány pro všechny tři hladiny zatížení. V tab. 4.1 je uveden příklad zpracování části dat hladiny s horním napětím cyklu 169 MPa. Normalita dat byla potvrzena u dat všech tří hladin až na několik výjimek. Tyto výjimky byly způsobeny výskytem odlehklých hodnot. Je nutné vzít v potaz i fakt, že z hlediska statistiky se stále pracuje s malým výběrem (jako malý výběr je v ČSN 01 0225 uvažováno 3 - 50 pozorování). Výskyt odlehklých hodnot je v technické praxi běžným jevem. Hodnoty zbytkového modulu pružnosti vykazují po absolvování  $5 \cdot 10^5$  cyklu pokles v rozmezí 7,2 - 11,7% v závislosti na hladině zatížení. Grafické zpracování všech dat v podobě závislosti aritmetického průměru na počtu cyklů je uvedeno v obr. 4.1.

Pokles modulu pružnosti vykazuje předpokládané chování, tj. na vyšších hladinách zatížení je pokles výraznější. Nicméně rozdíly ve zbytkových hodnotách modulu pružnosti pro sousední hladiny zatížení jsou malé a vzhledem k tomu, že jsou srovnávány aritmetické průměry výběrů, což jsou pouze odhady, hrozí nebezpečí, že rozdíly nejsou dostatečně statisticky významné. Základní způsob, jak v grafickém vyjádření vizuálně posoudit statistickou významnost rozdílu mezi aritmetickými průměry výběrů, je vyznačení směrodatné odchylky, popř. minima a maxima obou výběrů pomocí tzv. chybových úseček. Tento postup neposkytl jednoznačně přesvědčivé závěry. Existují i silnější statistické metody pro posouzení shody dvou aritmetických průměrů. Jedná se mimo jiné o tzv. t-test, kde je testována hypotéza o shodě aritmetických průměrů. Dále byla testována shoda rozptylů pomocí F-testu.



Obr. 4.1- Normovaný modul pružnosti v závislosti na počtu cyklů na třech hladinách zatížení s horním napětím cyklu 169 MPa, 135 MPa a 101 MPa a součinitelem asymetrie cyklu 0,1.

Předpokladem obou testů je, že data vykazují normální rozdělení, což nebylo ve všech případech potvrzeno. Z tohoto důvodu nemohou být vyhodnocena data pro všechny počty zátěžných cyklů, protože by to bylo v rozporu se závaznými předpoklady použité metody. Posouzení bylo provedeno vždy pro dvě sousední zátěžné hladiny, tj. pro 101 MPa a 135 MPa a dále pro 135 MPa a 169 MPa. Hladina významnosti byla uvažována 0,05. Hypotéza o shodě aritmetických průměrů byla ve všech případech zamítnuta. Aritmetické průměry se významně liší. Naopak hypotéza o shodě rozptylů byla zamítnuta pouze ve dvou případech. Příklad výsledků porovnání hladin 135 MPa a 169 MPa je uveden v tab. 4.2.

Při testování navržené metodiky měření zbytkového modulu pružnosti v tahu nebyl nalezen žádný fakt, který by vylučoval její použití. Opět se potvrdilo, že při měření únavových charakteristik je nezbytné pracovat s dostatečně velkým

statistickým souborem. V opačném případě hrozí, že z dat nebude možné vyvodit jednoznačné závěry. Pro další podobné experimenty je doporučováno provádět statické měření opakovaně.

Tab. 4.2 - Výsledky testování shody aritmetických průměrů a rozptýlů zbytkového modulu pružnosti na hladině se součinitelem asymetrie cyklu 0,1 a horním napětím cyklu 135 MPa a 169 MPa

$n$		200	2 000	5 000	200 000	300 000	500 000	
$\sigma_{max}$ [MPa]	Zkušební těleso	$E_i^n/E_i^0$ [-]	$E_i^n/E_i^0$ [-]	$E_i^n/E_i^0$ [-]	$E_i^n/E_i^0$ [-]	$E_i^n/E_i^0$ [-]	$E_i^n/E_i^0$ [-]	
135	TSH12	0,951	0,932	0,931	0,904	0,913	0,903	
		0,962	0,937	0,924	0,914	0,909	0,910	
		0,953	0,937	0,925	0,921	0,909	0,908	
	TSH13	0,960	0,931	0,925	0,904	0,889	0,889	
		0,961	0,938	0,926	0,898	0,885	0,898	
		0,959	0,940	0,932	0,898	0,889	0,892	
	TSH14	0,954	0,938	0,929	0,893	0,912	0,898	
		0,971	0,958	0,946	0,910	0,924	0,917	
		0,958	0,933	0,933	0,907	0,904	0,897	
	TSH15	0,950	0,904	0,916	0,902	0,883	0,893	
		0,957	0,921	0,927	0,907	0,892	0,896	
		0,961	0,926	0,923	0,904	0,894	0,899	
	169	TSH8	0,921	0,906	0,910	0,887	0,889	0,896
			0,915	0,902	0,905	0,885	0,889	0,862
			0,924	0,904	0,910	0,885	0,892	0,866
TSH9		0,917	0,896	0,907	0,888	0,876	-	
		0,932	0,907	0,895	0,894	0,880	-	
		0,918	0,899	0,908	0,882	0,883	-	
TSH10		0,924	0,903	0,898	0,890	0,877	-	
		0,932	0,918	0,897	0,896	0,889	-	
		0,944	0,913	0,908	0,902	0,895	-	
TSH11		0,938	0,928	0,922	0,906	0,902	0,895	
		0,932	0,915	0,912	0,897	0,882	0,884	
		0,938	0,923	0,920	0,908	0,895	0,894	
F- test		0,11258	0,40433	0,61627	0,61870	0,10308	0,07553	
t - test		<b>3,1.10<sup>-9</sup></b>	<b>5,0.10<sup>-5</sup></b>	<b>1,9.10<sup>-6</sup></b>	<b>0,00151</b>	<b>0,00811</b>	<b>0,00683</b>	

## 4.2 Zbytkový modul pružnosti ve smyku

Cílem této podkapitoly by měl být návrh metodiky pro stanovení poklesu modulu pružnosti ve smyku  $G_{12}$  laminy namáhané cyklickým smykovým napětím obdobně, jako to bylo v podkapitole 4.1 provedeno pro modul pružnosti v tahu. Během řešení tohoto dílčího cíle bylo však zjištěno, že při zatížení laminy cyklickým smykovým napětím nedochází k poklesu modulu pružnosti ve smyku, ale k jeho růstu.

V další části podkapitoly je popsána a diskutována příčina růstu modulu pružnosti ve smyku včetně vlivu tohoto nepředpokládaného mechanismu na další vývoj návrhu metodiky pro predikci poklesu tuhosti cyklicky zatížených kompozitních konstrukcí. Poznatky uvedené v podkapitole 4.2 byly zveřejněny v rámci vlastních publikací [D10] a [D11].

### 4.2.1 Metodika stanovení změn modulu pružnosti ve smyku

Nejdříve byla provedena rešerše normalizovaných postupů pro stanovení modulu pružnosti ve smyku  $G_{12}$  při statické zkoušce. Často používaný experimentální postup vychází z normy ASTM D3518 / D3518M - 13 [18]. Tento postup má bezesporu dvě výhody. Jedná se o tahovou zkoušku zkušební tělesa ve tvaru ploché tyče s orientací všech vrstev  $\pm 45^\circ$ . Pro cyklické zatížení tak lze použít běžně dostupné pulsátory. Pro snímání deformace v podélném a příčném směru lze užít extenzometry. Odpadá tak problém s nedostatečnou životností lepených odporových tenzometrů. Nevýhodou je, že laminy nejsou vystaveny prostému smykovému napětí.

Mezi další normalizované postupy patří smykové testy s dvojitým a trojitým vedením dle ASTM D4255 / D4255M [19], zkouška tělesa s V vrubem dle ASTM D5379 / ASTM D5379M [20], která je obdobou zkoušek s dvojitým a trojitým vedením. Dále lze zmínit krut tenkostěnné trubky dle ASTM D5448 / D5448M [21]. Modifikace těchto statických zkoušek pro cyklické zatěžování však naráží na problémy v podobě zadírání lineárních vedení v používaných přípravcích nebo neschopnosti vyrobit zkušební tělesa z použitého materiálového systému. Vzhledem k výše uvedeným faktům bylo nutné vyjít z normy ASTM D3518 / D3518M - 13.

#### 4.2.1.1 Návrh a testování metodiky

Navržená metodika je obdobou metodiky, která byla navržena pro posouzení poklesu modulu pružnosti v tahu a je popsána v předchozím textu. Předpokládalo

se, že zbytkový modul pružnosti ve smyku bude stanoven opět na třech hladinách zatížení. Jako statická pevnost ve smyku se uvažuje hodnota smluvní a např. norma ASTM D3518 / D3518M - 13 doporučuje použít hodnotu napětí odpovídající deformaci 0,2% (označováno jako 0,2% Offset Strength). Hladiny zatížení, na kterých byly sledovány změny modulu pružnosti ve smyku, byly stanoveny odhadem. Hodnoty horních smykových napětí cyklů činí 25 MPa, 20 MPa a 16 MPa (tyto hodnoty odpovídají 85,7%, 68,6% a 54,9% statické smykové pevnosti  $F_{12}$  při offsetu 0,2%, která je 29,17 MPa). V původním návrhu se předpokládalo, že nejvyšší hladina zatížení bude odpovídat hornímu smykovému napětí cyklu 20 MPa, aby záloha vůči statické smykové pevnosti byla blízká hodnotě 1,5, a dále budou navrženy dvě hladiny nižší. Po zjištění růstu tuhosti byla strategie změněna. Z důvodu popisu zjištěného jevu byla zvolena jedna hladina vyšší s horním smykovým napětím cyklu 25 MPa.

Účel zkoušek se změnil z vytvoření dostatečného statistického souboru dat pro identifikaci modelu na posouzení citlivosti na jednotlivé testovací zásahy při zjišťování příčiny nárůstu modulu pružnosti ve smyku. Pro tento účel není nutný tak rozsáhlý soubor dat jako pro identifikaci modelu poklesu tuhosti a proto byly měřeny menší soubory dat. Jak bude v dalším textu patrné, nebylo toto rozhodnutí zcela správné a v některých ohledech způsobilo komplikace. Z důvodu menších souborů dat není provedeno ani tolik rozsáhlé statistické vyhodnocení (test normality, test shody průměrů a rozptylů).

#### 4.2.2 Posouzení příčiny nárůstu modulu pružnosti ve smyku

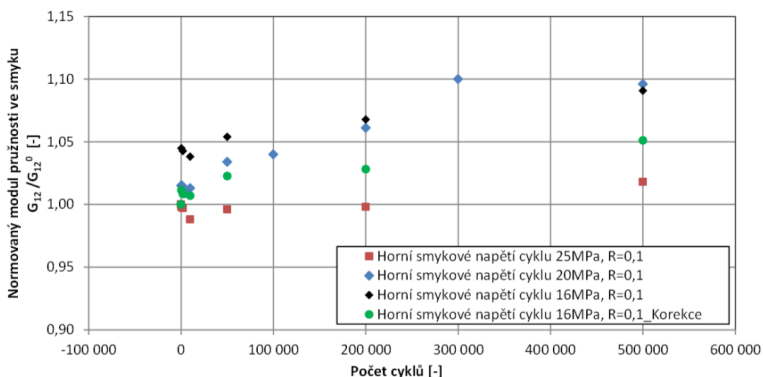
V prvním kroku byly samozřejmě vyloučeny banální příčiny, tj. byla opakovaně provedena kalibrace siloměrů a extenzometrů. Dále byla vyrobena jiná sada zkušebních těles ze stejného typu, ale jiné šarže pryskyřice a tkaniny. Také bylo provedeno měření se zkušebním tělesem ve tvaru dle doporučení normy, tj. ve tvaru prizmatické, ploché tyče. Tyto zásahy však nevedly ke změně odezvy materiálu.

Měření byla započata na hladině s horním smykovým napětím cyklu 20 MPa, kde byl průměrný nárůst modulu pružnosti ve smyku 9,6%. Dále byly zkoušeny hladiny zatížení 16 MPa a 25 MPa. Grafické porovnání všech tří hladin zatížení pro plný rozsah cyklů je uvedeno na obr. 4.2. Výsledky byly opět ovlivněny výskytem odlehklých hodnot. U zkoušek na hladině s horním smykovým napětím cyklu 16 MPa, je však vzhledem k výrazně menšímu statistickému souboru vliv těchto odlehklých hodnot významný. V uvedených grafech jsou proto pro hladinu s horním

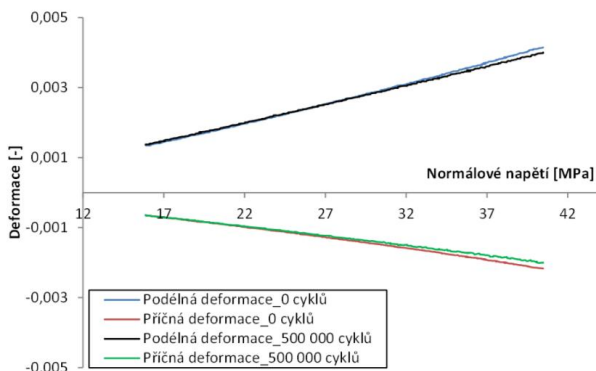


smykovým napětím cyklu 16 MPa uvedeny dvě křivky, kde křivka označená slovem „Korekce“ je vytvořena bez uvažování sporných dat.

Modul pružnosti ve smyku byl vyhodnocován dle normy ASTM D3518 / D3518M – 13. Nárůst hodnot takto získaného modulu pružnosti ve smyku by měl být důsledkem změn měřené podélné a příčné deformace, které jsou při zkoušce měřeny biaxiálním extenzometrem. Při analýze naměřených dat se tato domněnka potvrdila. V obr. 4.3 je uveden příklad porovnání statického měření modulu pružnosti ve smyku u tělesa zatíženého na hladině s horním smykovým napětím cyklu 20 MPa. Změna charakteristiky je velmi dobře patrná.



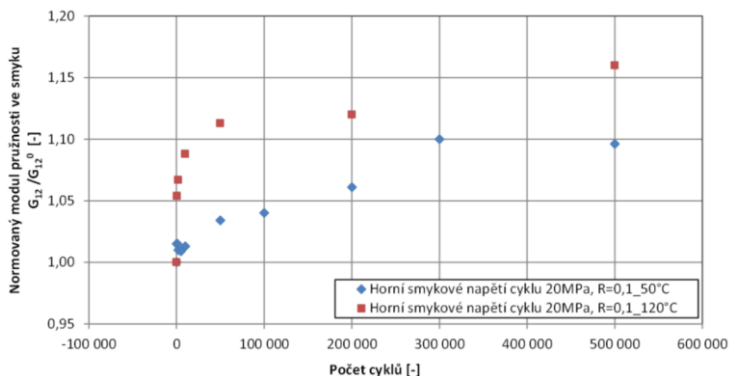
Obr. 4.2 - Závislost normovaného modulu pružnosti ve smyku na počtu cyklů při zatížení na hladině s horním smykovým napětím cyklu 25 MPa, 20 MPa a 16 MPa.



Obr. 4.3- Závislost podélné a příčné deformace na napětí při statické zkoušce panenského zkušebního tělesa se skladbou  $[(\pm 45^\circ)_8]$  a po zatížení  $5 \cdot 10^5$  cyklů.

Na základě všech výše popsaných výsledků byla vyslovena hypotéza, že výsledná odezva zkušebních těles je ovlivněna více mechanismy, kde některé způsobují růst a některé pokles hodnot modulu pružnosti ve smyku. Dále je zjevné, že minimálně jeden z těchto jevů je ovlivněn hladinou zatížení. Pokles modulu pružnosti ve smyku bude bezpochyby spojen s rozvojem mechanismů poškození, což je v souladu se základní teorií. Při zkoumání příčiny nárůstu modulu pružnosti ve smyku byla pozornost zaměřena na chování matrice. Je známým faktem, že mechanické vlastnosti epoxidových matric jsou závislé na teplotě a čase dotvrzení. Ačkoli byla frekvence zatěžování 10 Hz, což je v souladu s obecnými doporučeními, mírný ohřev a případné dotvrzení matrice nelze vyloučit. Proto byly pro srovnání realizovány únavové zkoušky na hladině zatížení s horním smykovým napětím cyklu 20 MPa, kde tělesa byla dotvrzena při 120°C místo původních 50°C po dobu 4 hodin (teplota skelného přechodu matrice byla posunuta na výrazně vyšší hodnotu). Předpokládalo se, že pokud by k ohřevu docházelo a matrice tak opravdu byla dotvrzována, byl by tento jev při dotvrzení na vyšší teplotu zmírněn nebo potlačen.

Grafické porovnání výsledků těles dotvrzených při 50°C a těles dotvrzených při 120°C je uvedeno na obr. 4.4. Vliv vyšší teploty dotvrzení na odezvu materiálu je zřejmý, jen s opačnou tendencí než bylo předpokládáno. Nárůst hodnot je naopak větší. Jednoznačně se potvrdilo, že chování zkušebních těles je ovlivněno dalšími mechanismy probíhajícími v matrici a to velmi výrazně. Pro detailnější popis souvisejících jevů bylo nutné posoudit odezvu samotné matrice na cyklické zatěžování.



Obr. 4.4 - Závislost norm. modulu pružnosti ve smyku na počtu cyklů při zatížení na hladině s horním smykovým napětím cyklu 20 MPa. Porovnání těles dotvrzených na teplotě 50°C a 120°C.

#### 4.2.2.1 Posouzení vlivu cyklického zatěžování na tuhost matrice

Vzhledem k negativním zkušenostem s tahovými zkouškami nevyztužené matrice, získanými ve VZLÚ, a.s. v minulosti bylo rozhodnuto, že zatěžování bude realizováno v ohybu pomocí stroje primárně určeného pro DMA analýzy. Jednalo se o přístroj DMA Q800 s třístupňovým chladicím zařízením ACS-3 od výrobce TA Instruments. Použit byl upínací nástavec „Dual Cantilever“, kde je zkušební těleso uloženo jako oboustranně vetknutý nosník. Fotografie zkušebních těles o průřezu 10 x 3 mm uložených v přípravku je uvedena na obr. 4.5.



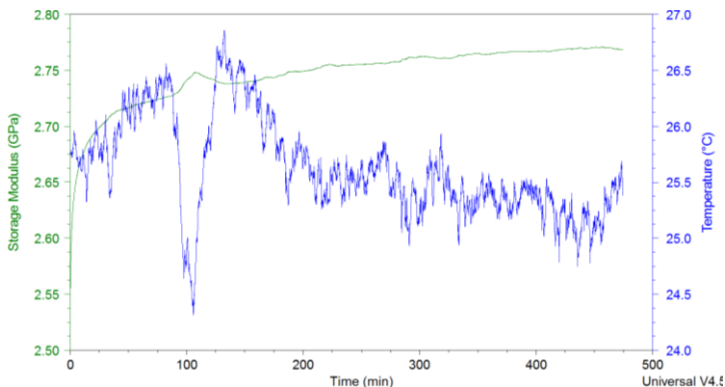
*Obr. 4.5 - Detail způsobu upnutí zkušebního tělesa ve stroji pro DMA analýzy v nástavci „Dual Cantilever“*

Frekvence zatěžování byla 10 Hz. Výraznou výhodou stroje je jeho citlivost při malých zatěžovacích silách, která vyplývá z toho, že stroj je určen pro měření malých změn v materiálu. Mimo tuto výhodu stroje existuje i řada nevýhod. Maximální síla, kterou je schopen stroj zatěžovat je 14 N. Cyklickým zatěžováním bylo docíleno maximálního napětí 4,6 MPa se součinitelem asymetrie cyklu  $R = -1$ . Při DMA analýze se standardně vyhodnocuje tzv. komplexní dynamický modul pružnosti, kde jeho reálná část, tzv. Storage modulus je veličina srovnatelná s obecně známým elastickým modulem pružnosti. Na svislé ose v následujících obrázcích je proto uvedeno „Storage modulus“.

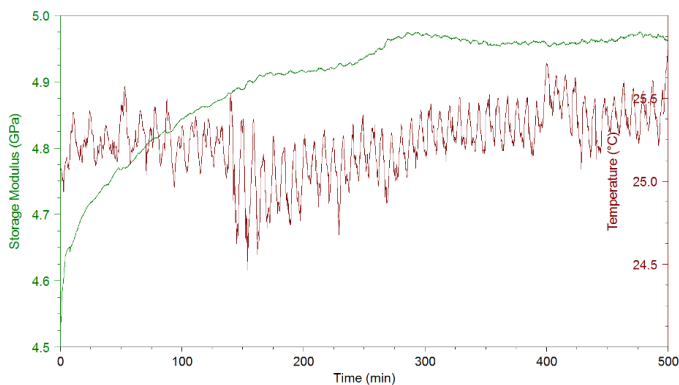
Příklad výsledku je uveden v obr. 4.6. Potvrdilo se, že při cyklickém zatěžování dochází k růstu modulu pružnosti matrice a toto chování se vyskytuje u zkušebních těles dotvrzených při obou teplotách 50°C a 120°C. Zároveň bylo zjištěno, že matrice vykazuje významnou závislost na teplotě.

V dalším kroku byla snaha o posouzení vlivu charakteru a hladiny zatížení. Proto byly zkoušky zopakovány. Byl použit nástavec pro třibodový ohyb. U standardního tělesa o příčném průřezu 10 x 3 mm bylo dosaženo maximálního

napětí 8,8 MPa. U tělesa s příčným průřezem 5 x 3 mm bylo dosaženo hodnoty napětí 17,6 MPa. V obou případech byl zátěžný cyklus pulsující se součinitelem asymetrie o hodnotě 0,1. Teplota dotvrzení zkušebních těles byla 50°C v obou případech. Příklad výsledků je uveden na obr. 4.7. Je patrné, že se výrazně odlišuje počáteční hodnota modulu pružnosti. Rozdíl oproti stejně dotvrzenému zkušebnímu tělesu zatíženého v nastavci Dual Cantilever činí 1500 - 2000 MPa. Důvod tohoto rozdílu byl již uveden – stroj je určen pro měření změn v materiálu a nikoli pro klasické materiálové zkoušky. Výrobce pryskyřice uvádí, že hodnota modulu pružnosti určeného při ohybové zkoušce se nachází mezi 2700 - 3500 MPa v závislosti na dotvrzovacím cyklu.



Obr. 4.6 - Závislost modulu pružnosti matrice Araldit LY5052 s tvrdidlem Aradur 5052 dotvržené při 50°C na čase a průběh teploty při zkoušce. Zkušební těleso bylo zatíženo jako oboustranně vetknutý nosník.

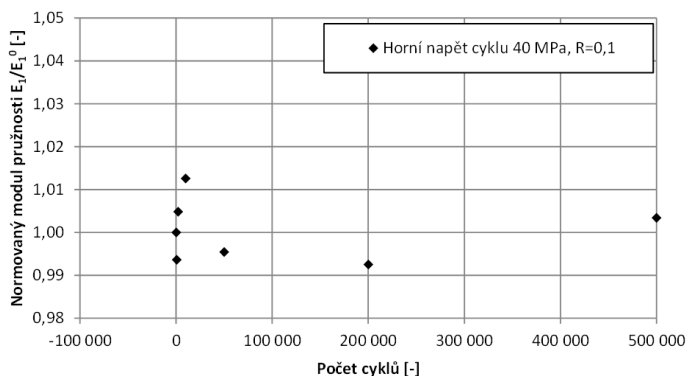


Obr. 4.7 - Závislost modulu pružnosti matrice Araldit LY5052 s tvrdidlem Aradur 5052 dotvržené při 50°C na čase a průběh teploty při zkoušce. Zkušební těleso bylo zatíženo třibodovým ohybem.

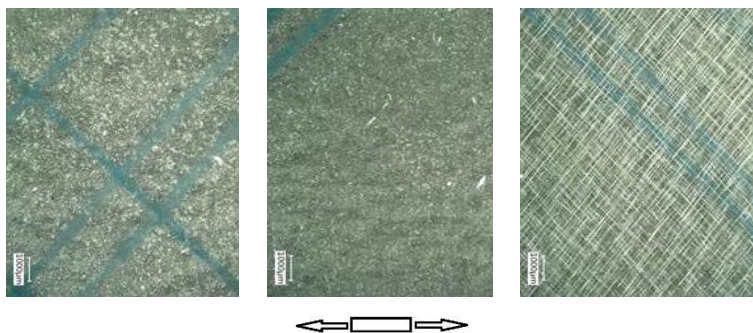
Z výsledků získaných při třibodovém ohybu vyplynulo, že hladina zatížení v intervalu 8,8 MPa – 17,6 MPa nehraje významnou roli. Jako pravděpodobnější se jeví vliv charakteru zatížení. Tento závěr vyplynul z porovnání výsledků získaných při rozdílných způsobech namáhání zkušebního tělesa, kde zatížení pulsujícím cyklem při třibodovém ohybu způsobilo vyšší nárůst modulu pružnosti zkušebních těles než zatížení symetricky střídavým cyklem při zatížení v nástavci „Dual Cantilever“.

Vyslovená hypotéza, že odezva zkušebních těles s orientací  $\pm 45^\circ$  je ovlivněna více mechanismy, z nichž některé způsobují pokles a některé nárůst modulu pružnosti ve smyku je potvrzena. Výsledné chování je pak dáno převažujícím mechanismem. Uvedené chování matrice však nebude způsobené výhradně orientací výztuže. K tomuto chování bude pravděpodobně docházet i u vzorků s odlišnou skladbou. Který jev bude dominantní, bude nejspíše dané hladinou zatížení. Z tohoto důvodu byl zopakován experiment s tělesem se skladbou [(0/90)<sub>8</sub>]. Hladina zatížení byla zvolena s horním napětím cyklu 40 MPa, což je hodnota významně nižší, než tomu bylo v předchozích případech, kde nejnižší hladina měla horní napětí cyklu 101 MPa. Výsledky jsou graficky zpracovány v obr. 4.8. V grafickém vyjádření výsledků je patrné, že průběh mění třikrát tendenci a změny jsou celkově velmi malé (v rámci 2%).

Za předpokladu správnosti hypotézy o více mechanismech ovlivňujících výslednou odezvu kompozitu, z nichž jeden je rozvoj poškození matrice, by měl být patrný rozdíl v jejím poškození mezi jednotlivými hladinami zatížení. Z tohoto důvodu bylo provedeno pozorování povrchu zkušebních těles pomocí digitálního mikroskopu Keyence VHX-6000. Na obr. 4.9 jsou zobrazeny povrchy zkušebních těles při dvacetinásobném zvětšení. Tyto fotografie byly pořízeny na tělesech s orientací výztuže [( $\pm 45$ )<sub>8</sub>] po zatížení  $5 \cdot 10^5$  cykly na hladinách s horním smykovým napětím 16 MPa, 20 MPa a 25 MPa. Zde se jednoznačně potvrzuje, že na povrchu nejvíce zatíženého tělesa (fotografie vpravo) je rozvinuto významné poškození, zatímco na obou nižších hladinách nebylo naopak použitým aparátem detekováno poškození žádné. Jedná se o trhliny v matrici orientované pod úhlem  $45^\circ$ . Toto zjištění je v souladu s výsledky měření změn tuhosti laminátu, kde na hladině s horním smykovým napětím 25 MPa byl projev mechanismu způsobující pokles výrazný.



Obr. 4.8 - Normovaný modul pružnosti v závislosti na počtu cyklů na hladině zatížení s horním napětím cyklu 40 MPa a součinitelem asymetrie cyklu 0,1.



Obr. 4.9 - Detail povrchu matrice zkušebních těles se skladbou  $[(\pm 45)_8]$  po zatížení  $5 \cdot 10^5$  cykly na hladinách s horním smykovým napětím cyklu 16 MPa, 20 MPa a 25 MPa (zleva). Zvětšení je 20.

Vzhledem k výše popsaným výsledkům, které vznikly měřením změny modulu pružnosti samotné matrice a pozorovaným poškozením povrchu zkušebních těles, které koresponduje s výslednou odezvou kompozitu lze hypotézu o více mechanismech ovlivňujících odezvu zkušebních těles považovat za potvrzenou.

Až dosud byl zkoušen jeden typ matrice od výrobce Huntsman. Nebyla vyloučena možnost, že zjištěné chování materiálu matrice je jedinečné právě pro uvedený typ matrice. Proto byla část experimentů zopakována s jiným typem matrice (Epikote Resin MGS LR 385 s tvrdidlem Epikure Curing Agent MGS LH 385) od výrobce Hexion. Opět byla testována dvě zkušební tělesa dotvrzená na 50°C a 120°C. Zatěžování bylo realizováno v nástavci Dual Cantilever, tedy jako ohyb oboustranně vetknutého nosníku. I u tohoto typu matrice bylo potvrzeno shodné chování a docházelo k růstu tuhosti.

Příčina růstu tuhosti zkušebních těles kompozitu byla popsána. Dále je nutné z uvedených poznatků učinit závěry, které ovlivní směr dalších prací při návrhu metodiky pro predikci poklesu tuhosti únavově zatěžovaných kompozitních konstrukcí. V tab. 4.3 jsou shrnuty výsledky všech zkoušek samotné matrice. Konečné hodnoty modulu pružnosti byly v některých případech odhadnuty kvůli jejich znehodnocení způsobenému nestabilní teplotou. V tab. 4.4 jsou uvedeny parametry zatížení a charakterizována výsledná odezva měřených skladeb laminátu na některých hladinách zatížení. Cílem této tabulky je posoudit vliv zatížení matrice na průběh žádaných veličin - modulu pružnosti v tahu a ve smyku. Průběh je v tab. 4.4 charakterizován slovně, kde přívlastek jednoznačný znamená, že uvedená tendence byla nalezena jednoznačně v celém průběhu zatěžování. Naopak přívlastek nejednoznačný znamená, že se tendence vícekrát měnila a není možné rozhodnout, zda došlo spíše k poklesu, či růstu. A nakonec přívlastek spíše vyjadřuje, že se tendence měnila, ale vizuální kontrolou lze rozhodnout, který jev ve smyslu nárůst / pokles je dominantní. Zároveň jsou zde uvedeny dopočtené hodnoty osové deformace, které platily u panenského zkušebního tělesa a vzhledem k silovému zatížení se dále měnily. Je zde uvedena i kvaziizotropní skladba, která bude diskutována v dalších částech práce a proto je zde uvedena také.

Aby bylo možné korelovat mezi jednotlivými výsledky uvedenými v tab. 4.3 a tab. 4.4, bylo nutné pracovat s deformacemi. U vyztužených laminátů je napětíově – deformační odezva významně ovlivněna typem a orientací výztuže. Pracovat při popisu zatížení matrice u vyztuženého kompozitu s napětími vztaženými k příčnému průřezu zkušebních těles by bylo irelevantní. Dále je nutné uvést fakt, že při ohybovém zatížení matrice není ve zkušebním tělese konstantní pole napjatosti. V tab. 4.3, kde jsou výsledky získané z ohybových zkoušek, je uvedena hodnota v nejvíce namáhaném místě nosníku. Deformace u těles zatížených v třibodovém ohybu jsou uvedeny v závorce. Důvodem je výše zmíněná nepřesnost náměru modulu pružnosti.

I přes tento postup se však jednoznačné závěry příliš učinit nedají. Např. u skladby  $[(0/90)_8]$  je při deformaci 1668  $\mu\text{s}$  nejednoznačný průběh, nedochází zde k růstu. Oproti tomu u skladby  $[(\pm 45)_8]$  dochází k pozorovatelnému růstu i při deformaci 4067  $\mu\text{s}$ . Jistý náznak shody lze odvodit z porovnání skladby  $[(0/90)_8]$  na hladině s horní deformací 4211  $\mu\text{s}$  a skladby  $[(0/90/ \pm 45/ 0/90/ \pm 45)_s]$  na hladině s horní deformací 4167  $\mu\text{s}$ . Procentuální rozdíl je značný, ale nelze vyloučit, že kdyby byl laminát se skladbou  $[(0/90/ \pm 45/ 0/90/ \pm 45)_s]$  zatížen mírně vyšší deformací, došlo by k jednoznačnému poklesu a výsledky by se tak výrazně přiblížily.

Tab. 4.3 - Souhrn výsledků zkoušek materiálu matrice a její citlivosti na různé testovací zásahy.

Typ matrice a teplota dotvrzení	$E^0$ [MPa]	$E^n$ [MPa]	$\epsilon_{max}^0$ [μs]	R [-]	Uložení nosníku	n [-]	$E^n/E^0$ [-]
Araldit_50°C	2556	2769	<b>1800</b>	-1	Oboustranně vetknutý	285 000	1,083
Araldit_120°C	2400	2600	<b>1917</b>	-1	Oboustranně vetknutý	225 000	1,083
Araldit_50°C (10 mm)	4538	4963	<b>(1939)</b>	0,1	Prostě podepřený	300 000	1,094
Araldit_50°C (5mm)	4925	5400	<b>(3574)</b>	0,1	Prostě podepřený	300 000	1,096
MGS_50°C	2988	3207	<b>1539</b>	-1	Oboustranně vetknutý	140 000	1,073
MGS_120°C	2785	3070	<b>1652</b>	-1	Oboustranně vetknutý	153 000	1,102

Tab. 4.4 – Vliv hladiny zatížení a teploty dotvrzení na změny tuhosti různých skladeb laminátů. Panenský modul pružnosti  $E_0$  skladeb  $[(\pm 45)_8]$  a  $[(0/90/\pm 45/0/90/\pm 45)_s]$  ve směru aplikovaného zatížení byl stanoven výpočtem.

Skladba	$E^0$ [MPa]	$\sigma_{max}$ [μs]	$\epsilon_{max}^0$ [μs]	Teplota dotvrzení [°C]	Průběh	Procentuální rozdíl 0 - 500 cyklů [%]
$[(0/90)_8]$	23982	101	<b>4211</b>	50	jednoznačný pokles	<b>-7,2</b>
$[(0/90)_8]$	23982	40	<b>1668</b>	50	nejednoznačný	<b>+0,3</b>
$[(\pm 45)_8]$	9835	50	<b>5084</b>	50	spíše nárůst	<b>+1,8</b>
$[(\pm 45)_8]$	9835	40	<b>4067</b>	50	spíše nárůst	<b>+9,6</b>
$[(\pm 45)_8]$	9835	40	<b>4067</b>	120	jednoznačný nárůst	<b>+16,0 (+12,3)</b>
$[(\pm 45)_8]$	9835	32	<b>3254</b>	50	spíše nárůst	<b>+9,1 (+5,0)</b>
$[(0/90, \pm 45, 0/90, \pm 45)_s]$	18239	76	<b>4167</b>	50	spíše pokles	<b>-1,7</b>

Nelze vyloučit, že výsledná změna mechanických vlastností matrice a tím i odezva laminátu je ovlivněna i jevy, které vznikají v důsledku interakce na rozhraní vlákno a matrice – např. lokální koncentrace napětí. V literatuře je opakovaně zmiňováno, že chování matrice samotné a matrice v podobě konstituentu se mnohdy výrazně liší, viz např. [7]. Zde nastává významný problém, protože pro popis ovlivnění odezvy kompozitu je nutné popsat mechanismy probíhající v matici, které je problematické popsat u čisté, nevyztužené matrice. Posouzení mechanismu růstu tuhosti matrice nezávisle na teplotě dotvrzení vyžaduje mezioborovou spolupráci s materiálovými inženýry se zaměřením na inženýrství polymerních



látek. Proto byly zahájeny konzultace s pracovníky Ústavu polymerů Vysoké školy chemicko-technologické v Praze.

Vzhledem k výše uvedeným zjištěním lze pro další postup v rámci disertační práce odhadnout pouze hodnoty kritických hodnot napětí, pod jejichž hodnotou nenastává pokles tuhostních charakteristik daných skladeb. Uvedené hodnoty platí pro daný materiálový systém a silové zatěžování pulsujícím cyklem se součinitelem asymetrie 0,1. Pro skladbu [(0/90)<sub>8</sub>] byla tato hodnota stanovena na 38 MPa. Jedná se o normálové napětí vztažené k příčnému průřezu zkušební tělesa působící ve směru jedné z materiálových os. Vzhledem ke shodné orientaci vrstev se zároveň jedná o normálové napětí každé z lamin. Na hladině s horním napětím cyklu 40 MPa, která byla proměřena, byl průběh nejednoznačný a místy docházelo k poklesu. Proto byla hodnota ještě mírně snížena. Pro skladbu [(±45)<sub>8</sub>] byla odhadnuta hodnota normálového napětí vztaženého k příčnému průřezu zkušební tělesa 50 MPa, což po zpracování dle postupu v normě ASTM D3518 / D3518M – 13 odpovídá hladině smykového napětí 25 MPa. Vzhledem ke shodné orientaci vrstev se také jedná o smykové napětí každé z lamin. Tato hladina zatížení byla testována. Nárůst zde byl 1,8%, což je hodnota zanedbatelná. Odhadovat hodnotu vyšší nemá smysl, protože by se jednalo téměř o smluvní statickou pevnost ve smyku. Pro skladbu [(0/90/ ±45/ 0/90/ ±45)<sub>s</sub>] byla hodnota normálového napětí vztaženého k příčnému průřezu zkušební tělesa odhadnuta na 60 MPa. Vzhledem ke skladbě se v tomto případě nejedná o napětí jednotlivých vrstev.

### 4.3 Dílčí souhrn a diskuze poznatků

V rámci této kapitoly bylo učiněno množství zajímavých poznatků, které velmi ovlivnily další postup při návrhu modelu zbytkové tuhosti a i další související práce. Jednak se ukázalo, že při cyklickém zatěžování může do výsledné odezvy laminátu výrazně promlouvat i matrice. Dále se ukazuje, že změna mechanických vlastností matrice obecně nemusí souviset pouze s dotvrzením díky ohřevu materiálu. Provedené experimenty s maticemi dotvrzenými na výrazně vyšší teplotu na to poukazují. U samotné matrice dotvrzení na vyšší teplotu nezpůsobilo zásadní změnu v odezvě. Nepodařilo se objasnit, proč došlo u zkušebních těles se skladbou [(±45)<sub>8</sub>] dotvrzených na vyšší teplotu k výrazně vyššímu nárůstu tuhosti (viz obr. 4.4). Nelze vyloučit, že odezva zkušebních těles je ovlivněna i dalšími mechanismy, které se nepodařilo objevit a popsat. Mezi jejich příčiny může patřit i výše zmíněná interakce v mezifázovém rozhraní.

Při experimentech se zkušebními tělesy se skladbou [(0/90)<sub>8</sub>] se podařilo naměřit množství kvalitních výsledků, díky kterým bude navržen model pro

predikci poklesu modulu pružnosti v tahu při tahovém namáhání. Navržená metodika měření poklesu modulu pružnosti v tahu se osvědčila v plném rozsahu. Avšak i tato data jsou pravděpodobně ovlivněna změnami tuhosti matrice, ačkoli ve výsledné odezvě zcela převýšilo její mechanické poškození. To by mohl být důvod, že změny v hodnotě modulu pružnosti plně nekorespondují s literárními údaji, kde se u podobných materiálových systémů a hladin zatížení uvádí pokles modulu pružnosti až 20%.

Po zjištění příčiny růstu hodnot modulu pružnosti ve smyku se ukázalo, že navrhovat model, který bude predikovat pokles modulu pružnosti ve smyku při smykovém namáhání lamin, nemá opodstatnění, protože mírný pokles zde nastává až na hodnotách smykových napětí, které jsou nepřijatelné kvůli nízké bezpečnosti vůči smluvní mezi pevnosti. To samé platí i pro tlakovou oblast namáhání, kde se nepodařilo pokles tuhosti ani prokázat, což bude diskutováno v podkapitole 6.3.2.

## 5 Návrh modelu poklesu tuhosti a jeho implementace do MKP softwaru

V kapitole 3 byla uvedena základní myšlenka celé metodiky a bylo zde stanoveno, že pro splnění všech vyčtených cílů je nezbytné, aby byl pokles tuhosti popsán na úrovni lamin. Dále je nutné, aby model uspokojivým způsobem predikoval pokles tuhosti na všech přípustných hladinách zatížení.

Navržený model je fenomenologické povahy. Při jeho odvození bylo na laminy pohlíženo jako na ortotropní a kvazihomogenní materiál. Je sledována pouze změna tuhosti lamin a příčiny, které k ní vedou, v podobě vzniku a rozvoje poškození, model nijak nezohledňuje. Na úrovni lamin je poškození homogenizováno pomocí změn mechanických vlastností. Při znalosti změn tuhosti lamin je možné posoudit změny tuhosti celé kompozitní konstrukce. Poznatky uvedené v kapitole 6 byly postupně zveřejněny v rámci [D3], [D7] a [D11].

### 5.1 Návrh modelu poklesu tuhosti

Model poklesu tuhosti popisuje změny prvků matice konstant tuhosti  $C_{ij}$ . Jak bylo uvedeno, tyto prvky jsou definovány pěti proměnnými, z nichž pouze 4 jsou nezávislé. Ze závěru vyplývajících z předchozí kapitoly vyplývá nutnost modelovat pokles hodnoty modulu pružnosti v tahu  $E_1$  a  $E_2$  za předpokladu, že hodnota odpovídajícího tahového napětí je vyšší, než hodnota kritická. V případě modelového materiálového systému a báze cyklů  $5.10^5$  je tato hodnota 38 MPa.

Ve srovnání s většinou doposud publikovaných fenomenologických modelů, které se zabývaly poklesem tuhosti určité skladby laminátu a které na zkušební těleso pohlížely jako na homogenizované kontinuum a možná víceosá napjatost jednotlivých lamin nebyla řešena, je zde situace komplikovanější. Žádná zjednodušení nejsou přípustná, protože pokles tuhosti je řešen na úrovni lamin a jejich skutečný stav napjatosti musí být zohledněn.

Navržený model poklesu tuhosti lze v diferenciálním tvaru obecně formulovat pro směr  $l$  pomocí rovnice (5.1) :

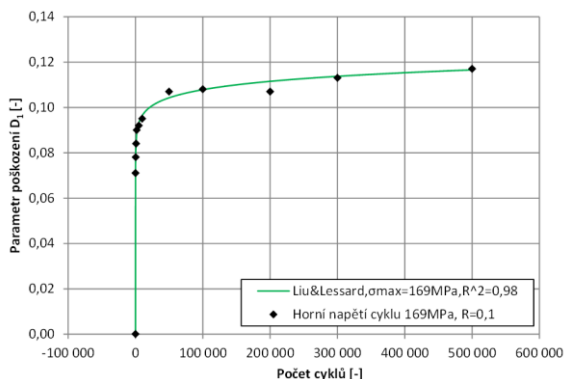
$$\frac{dD_l}{dn} = f(D_l, \sigma_l), \quad D_l = 1 - \frac{E_l^n}{E_l^0}, \quad (5.1)$$

kde  $D_l$  vyjadřuje poškození v ose  $l$ . Proměnná  $E_l^n$  vyjadřují zbytkový modul pružnosti v tahu v ose  $l$ . Proměnná  $E_l^0$  je panenská hodnota. Výraz  $\sigma_l$  je osově napětí působící na laminu ve směru  $l$ . Výraz  $n$  vyjadřuje počet zátěžných cyklů. Odvození je zde provedeno pro směr  $l$  a navržený model bude zobecněn na konci této kapitoly.

Vzhledem k tomu, že parametr poškození a zbytkový modul pružnosti je možné vzájemně snadno přepočítat pomocí vtahu (1.2), je následující odvození modelu provedeno pro parametr poškození. Je třeba nalézt funkci, která je v modelu obecně zapsána předpisem  $f(D_l, \sigma_l)$ . V literatuře je často zmiňovaný tříparametrický model, který byl použit autory Liu a Lessard v rámci návrhu modelu postupného poškozování popsáno v [6]. Model je pro směr  $l$  formulován rovnicí (5.2):

$$\frac{dD_l}{dn} = \frac{A_l \cdot (\sigma_{lmax})^{C_l}}{B_l \cdot (D_l)^{B_l-1}}, \quad (5.2)$$

kde  $A_l$ ,  $B_l$  a  $C_l$  jsou koeficienty modelu a  $\sigma_{lmax}$  je horní napětí zátěžného cyklu ve směru  $l$ . Výraz  $D_l$  je parametr poškození ve směru  $l$ . Vzhledem k často zmiňované robustnosti tohoto modelu, byl model po základním testování vybrán jako hledaný předpis. V rámci této práce je však model použit odlišně. Jednak ve smyslu jiného vyjádření koeficientu poškození  $D$  a dále ve smyslu metodiky identifikace jeho koeficientů.



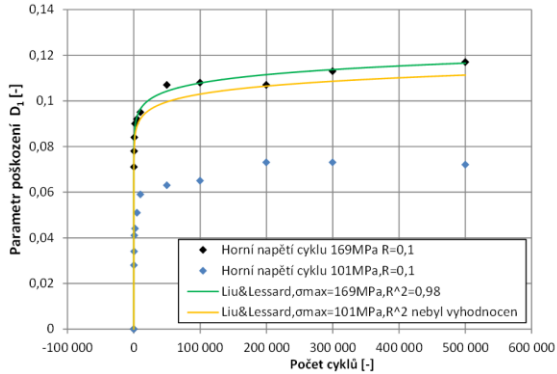
Obr. 5.1 - Parametr poškození  $D_1$  na hladině zatížení s horním napětím zátěžného cyklu 169MPa a součinitelem asymetrie cyklu 0,1 a regrese modelem Liu a Lessard.

Zavedením počáteční podmínky  $D_1(n=0)=0$  pro rovnici (5.2), separací proměnných a integrací je možné získat řešení ve tvaru (5.3).

$$D_1 = (A_1 \cdot (\sigma_{1max})^{C_1} \cdot n)^{1/B_1} \quad (5.3)$$

Proměnné, které se vyskytují v rovnici (5.3) jsou shodné s proměnnými v rovnici (5.2). V obr. 5.1 je zobrazena experimentálně změřená závislost parametru poškození na počtu cyklů a regrese modelem. Stanovení koeficientů modelu  $A_1$ ,  $B_1$  a  $C_1$  bylo provedeno pomocí metod regresního počtu.

Je nutné zmínit a nadále zvážit skutečnost, že model (5.2) byl sestaven pro tahové zatěžování, kde ve zkušebním tělese bylo konstantní napětí. Pokud má být tento model schopný predikovat pokles tuhosti v konstrukci, kde je v každém bodě jiná hodnota napětí, je nutné, aby predikoval pokles tuhosti uspokojivě na všech přijatelných hladinách zatížení. V obr. 5.2 je uveden graf, kde jsou vyobrazeny experimentálně změřené závislosti parametrů poškození na počtu zátěžných cyklů pro dvě hladiny zatížení. Je zde uvedena regrese dat modelem Liu a Lessard (zelený průběh), který byl identifikován na datech pro hladinu zatížení s horním napětím cyklu 169 MPa (černé body). Pokud dojde ke změně napětí ze 169 MPa na 101 MPa, odpovídající křivka (označena žlutou barvou) prochází zcela mimo data získaná na hladině s horním napětím cyklu 101 MPa (modré body). Model autorů Liu a Lessard prakticky postrádá prediktivní schopnost.



Obr. 5.2 - Experimentálně stanovené parametry poškození pro hladiny napětí 101 MPa a 169 MPa. Regrese dat modelem Liu a Lessard, kde koeficienty modelu byly identifikovány na datech hladiny napětí 169 MPa. Zelený průběh odpovídá napětí 169 MPa a žlutý průběh predikci pro napětí 101 MPa.

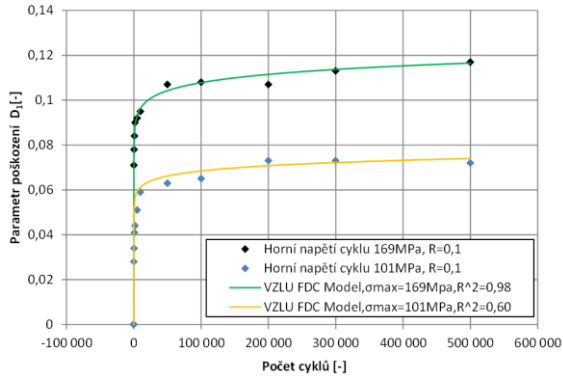
Za účelem uspokojivé regrese pro různé hodnoty hladiny zatížení (ovšem pro stejnou hodnotu součinitele asymetrie cyklu) je model (5.2) v rámci této práce modifikován. Uspokojivé regrese více hladin zatížení je dosaženo rozšířením modelu o další člen, který je funkcí napětí. Tento modifikovaný model byl nazván „VZLU FDC Model“ a je vyjádřen rovnicí (5.4):

$$\frac{dD_1}{dn} = \frac{(\gamma_1 \cdot \sigma_{1max} + \kappa_1)^{B_1} \cdot A_1 \cdot (\sigma_{1max})^{C_1}}{B_1 \cdot (D_1)^{B_1-1}} \quad (5.4)$$

kde proměnná  $D_1$  je parametr poškození laminy vystavené tahovému cyklickému zatížení, výraz  $\sigma_{1max}$  je horní napětí zátěžného cyklu. Výrazy  $A_1$ ,  $B_1$  a  $C_1$  jsou výše diskutované koeficienty modelu, které určují zejména tvar křivky. Nově zavedené koeficienty  $\gamma_1$ ,  $\kappa_1$  umožňují lépe zohlednit vliv aplikovaného napětí na rychlost růstu poškození. Pro identifikaci všech koeficientů je nutné znát data ze dvou hladin zatížení. Zavedením počáteční podmínky  $D_1 (n=0)=0$  pro rovnici (5.4), separací proměnných a integrací je možné získat řešení ve tvaru (5.5).

$$D_1 = (\gamma_1 \cdot \sigma_{1max} + \kappa_1) + (A_1 \cdot (\sigma_{1max})^{C_1} \cdot n)^{1/B_1} \quad (5.5)$$

Proměnné vyskytující se v rovnici (5.5) jsou vysvětleny pod rovnicí (5.4). Při pohledu na obr. 5.3 je patrné zásadní zlepšení regrese obou hladin zatížení. Vizualní kontrola kvality regrese dat modelem (5.4) nenaznačuje žádné nedostatky.



Obr. 5.3 - Experimentálně stanovený parametr poškození pro hladiny napětí 101 MPa a 169 MPa a regrese dat modelem VZLU FDC Model.

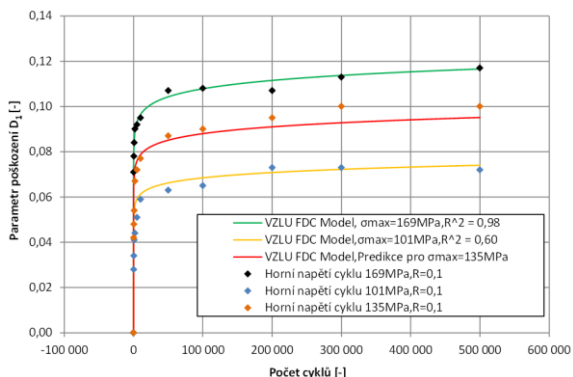
Je nutné též verifikovat schopnost modelu predikovat libovolnou hladinu zatížení. Za tímto účelem byla naměřena ještě další hladina s horním napětím cyklu 135 MPa. Přesnost predikce modelu VZLU FDC Model je možné posoudit v obr. 5.4. Predikce je velmi přesná až do  $1 \cdot 10^5$  zátěžných cyklů. S rostoucím počtem cyklů se predikce s experimentálními daty rozchází. Avšak vzhledem k tomu, že jsou predikovány únavové charakteristiky, lze kvalitu predikce považovat za uspokojivou. Model je možné převést do tvaru pro popis průběhu zbytkového modulu pružnosti, viz rovnice (5.6):

$$E_I^n = E_I^0 \cdot \left[ 1 - (\gamma_1 \cdot \sigma_{I_{max}} + \kappa_1) + (A_1 \cdot (\sigma_{I_{max}})^{C_1} \cdot n)^{1/B_1} \right], \quad (5.6)$$

kde proměnná  $E_I^n$  vyjadřuje zbytkový modul pružnosti,  $E_I^0$  je panenský modul pružnosti v tahu.

V úvodu této podkapitoly byl učiněn předpoklad, že pokles tuhosti ve směru 1 a 2 bude možné popsat stejným modelem. Oba submodely pro poškození a pokles tuhosti laminy v tahu ve směru 1 a 2 jsou proto navrženy. Výsledný model pro predikci poškození a poklesu tuhosti laminy zatížené cyklickým tahovým napětím ve směru 1 a 2 je definován rovnicemi (5.4) a (5.7). Pro kompletní identifikaci modelu je nutné znát data ze dvou hladin zatížení pro každý směr.

$$\frac{dD_2}{dn} = \frac{(\gamma_2 \cdot \sigma_{2_{max}} + \kappa_2)^B \cdot A_2 \cdot (\sigma_{2_{max}})^{C_2}}{B_2 \cdot (D_2)^{B_2-1}} \quad (5.7)$$



Obr. 5.4 - Data z obr. 5.2 doplněná o třetí hladinu zatížení s horním napětím cyklu 135 MPa a predikce modelem VZLU FDC Model pro hodnotu napětí 135 MPa.

## 5.2 Implementace modelu poklesu tuhosti do MKP softwaru

Implementace modelu poklesu tuhosti byla provedena za účelem jeho verifikace, která bude provedena porovnáním predikované zbytkové tuhosti zkušebních těles s výsledky únavových zkoušek a dále za účelem realizace praktických výpočtů. Cílem je řešit i tvarově složité konstrukce s komplikovaným zatížením a nehomogenním polem napjatosti. Implementace modelu do MKP softwaru je proto nezbytná. Analytický popis stavu napjatosti takových konstrukcí je obtížný a v některých případech nemožný.

Pro implementaci byl použit preprocesor Femap v kombinaci s řešičem Autodesk Nastran 2017. Implementační algoritmus byl vytvořen pomocí skriptovacího rozhraní API (Application Programming Interface), které nabízí preprocesor Femap. Strategie programování je zde shodná jako v jazyce VBA (Visual Basic for Applications).

Před samotným vytvořením implementačního algoritmu byly stanoveny požadavky, které jsou v souladu s cíli práce. Je požadováno, aby použitý konečněprvkový model mohl obsahovat různé typy prvků a různé materiálové modely. Tím je dosažena možnost použít s drobnými úpravami (např. lokální zahuštění sítě) výpočtové modely, které byly použity k předcházejícím výpočtům řešené konstrukce, např. pro základní statické dimenzování.

Výpočetní algoritmus je iterační povahy. U tvarově složitých konstrukcí s komplexním namáháním je nutné vždy uvažovat nehomogenní pole napjatosti, což již bylo zmíněno. Rychlost poklesu tuhosti u takové konstrukce bude jiný v každém

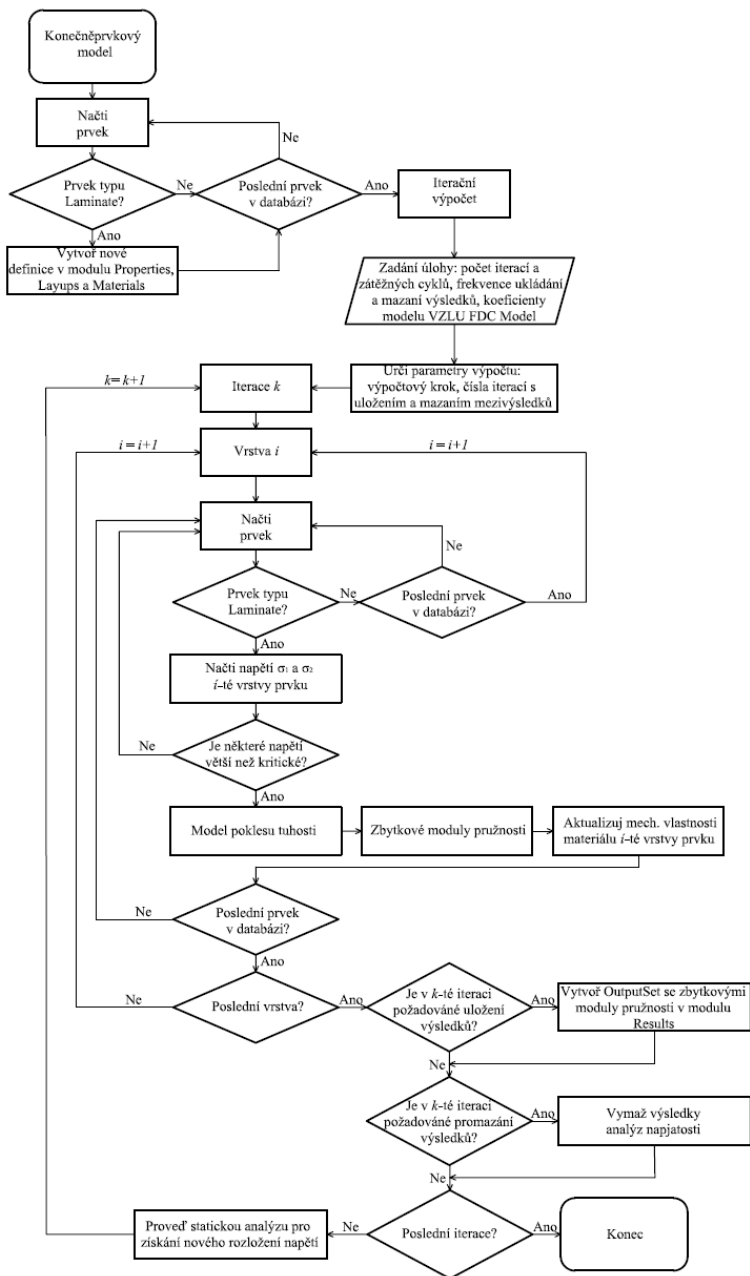
bodě konstrukce. Proto bude docházet k redistribucím napětí. V bodě materiálu, kde bude na počátku zatěžování nejvyšší namáhání, dojde k rychlému poklesu tuhosti a místo se odlehčí. Naopak dojde k přitížení míst, které byly namáhány méně. Výsledné rozložení zbytkové tuhosti a napjatosti není dopředu známé.

Aby bylo možné dále popsat filozofii iteračního výpočtu, je nutné nejdříve nastínit filozofii modelování kompozitních skořepin v preprocesoru Femap. Mezi jednotlivými preprocesory mohou být odlišnosti a další popis by mohl být bez vymezení určitých pojmů nepřehledný. Definice vlastností konečných prvků, materiálů a skladby probíhá v preprocesoru Femap obdobně jako v jiných preprocesorech v rámci několika modulů. Při modelování kompozitních skořepin jsou zásadní tři moduly. V rámci modulu „Materials“ je zvolen materiálový model a definovány mechanické vlastnosti materiálu. V rámci modulu „Layups“ je definována skladba kompozitu. V posledním modulu „Properties“ je zvolen typ prvku a dále je zvolena již definovaná skladba. Pro modelování tenkostěnných kompozitních konstrukcí se používají prvky typu „Laminate“. Posledním modulem, který bude zmíněn je modul „Results“. Ten již souvisí s postprocesingem. V tomto modulu jsou vytvářeny výsledkové soubory jednotlivých analýz, tzv. Outputsety.

Schéma výpočetního algoritmu je uvedeno na obr. 5.5. Výpočetní algoritmus nejdříve analyzuje konečněprvkový model. Identifikuje elementy, které jsou typu „Laminate“. U prvků typu „Laminate“ dojde pro každý prvek k vytvoření nové definice v modulech „Properties“, „Layups“ a dle počtu vrstev daného prvku i v modulu „Materials“. Tím je myšleno, že pokud je řešen např. laminát o 3 vrstvách, diskretizovaný pomocí 100 konečných prvků, tak je vytvořeno 100 nových definic v modulu „Properties“, 100 nových definic v modulu „Layups“ a 300 nových definic v modulu „Materials“.

V dalším kroku již začíná samotné iterační řešení degradace tuhosti. Algoritmus se zadaných hodnot počtu cyklů a počtu iterací vypočítá velikost výpočtového kroku. Tím je myšlen počet cyklů, pro který bude vyhodnocena degradace mechanických vlastností materiálu dané vrstvy prvku pro napjatost platnou v dané iteraci. Před další iterací bude samozřejmě provedena nová statická analýza pro získání nového rozložení napjatosti. Tímto způsobem je zohledněna redistribuce napětí.





Obr. 5.5 - Schéma iteračního výpočtu zbytkové tuhosti.

## 6 Verifikační výpočty a experimentální měření

Za účelem verifikace navržené metodiky a zejména predikční schopnosti modelu „VZLU FDC Model“ bylo navrženo několik modelových úloh. V rámci těchto úloh je porovnáván výsledek predikce zbytkové tuhosti s experimentálním měřením. V následujícím textu jsou tyto úlohy popsány.

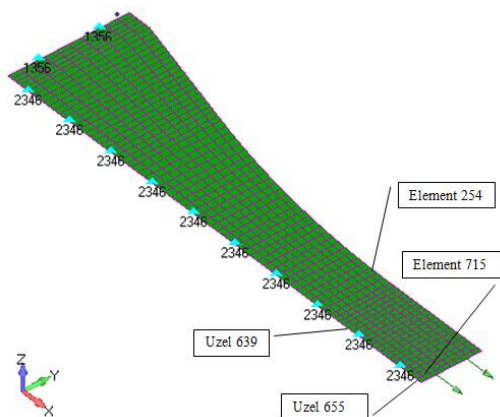
Zkušební tělesa použitá pro náměr dat popsaných v kapitole 6 byla bez výjimky vyrobena z modelového materiálového systému definovaného v kapitole 3. Vzhledem k tomu, že jde o kompozit vyztužený vyváženou tkaninou, je předpokládáno, že rozvoj poškození a pokles tuhosti ve směrech 1 a 2 lze popsat shodně identifikovaným modelem. Výsledky uvedené v kapitole 6 byly zveřejněny v rámci [D10] a [D11].

### 6.1 Únavová tahová zkouška zkušebního tělesa s orientací výztuže [(0/90)<sub>8</sub>]

V rámci této úlohy není verifikována predikční schopnost modelu „VZLU FDC Model“, ale spíše samotný iterační algoritmus. Tato úloha jako jediná disponuje vlastností v podobě plné homogenity pole napjatosti v prizmatické části zkušebního tělesa. Vzhledem k tomu byla výpočtem této úlohy ověřena nezávislost na počtu iterací v případě homogenního pole napjatosti.

Při tvorbě modelu byly využity dvě roviny symetrie. Model je zobrazen na obr. 6.1. Jako panenská hodnota modulu pružnosti v tahu  $E_1^0$  a  $E_2^0$  byla definována hodnota 23982 MPa. Geometricky nelineární chování by v tomto případě nemělo nastat a analýzy napjatosti byly řešeny jako lineární statické.

Výpočet byl proveden pro  $3 \cdot 10^5$  cyklů. Na všech měřených hladinách zatížení při tomto počtu cyklů se již zbytkový modul nachází v druhé části křivky, kde je křivka zbytkového modulu téměř lineární. Pokud bude predikce modelu až do tohoto bodu uspokojivá, lze předpokládat, že ve zbytku lineární oblasti bude zbytkový modul predikován též uspokojivě.

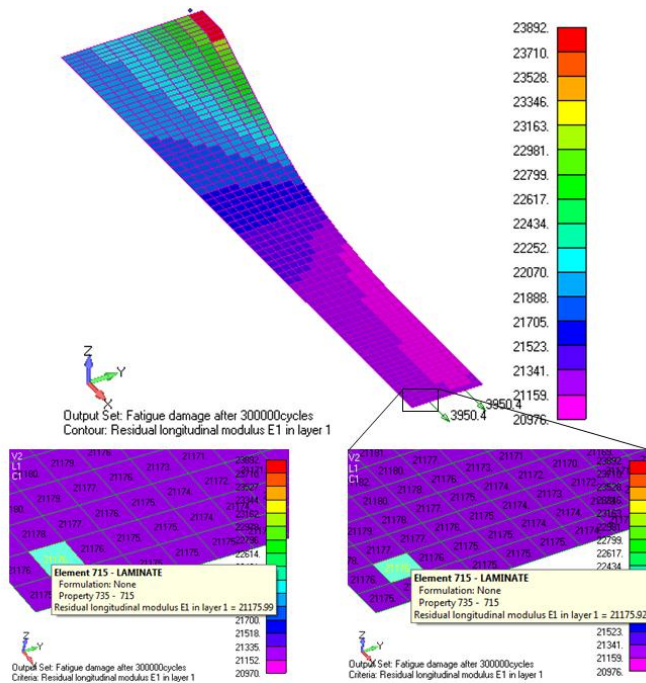


Obr. 6.1 - Výpočtový model zkušebního tělesa tvaru psi kosti pro tahové únavové zkoušky. Jsou uvažovány dvě roviny symetrie. V modelu jsou vyznačeny konečné prvky a uzly sítě, které budou diskutovány v následujícím textu.

### 6.1.1 Diskuze výsledků a zhodnocení přesnosti predikce

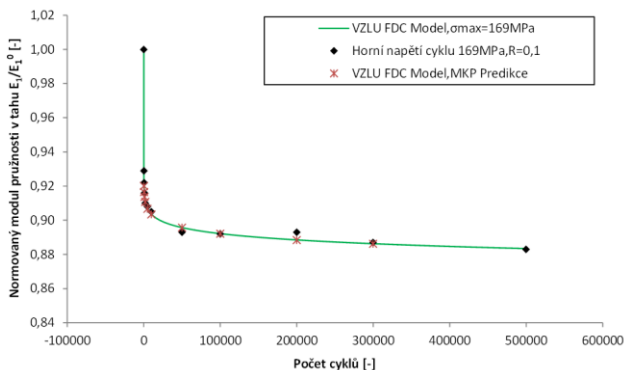
Posouzení shody výpočtu a experimentu bylo provedeno porovnáním hodnot zbytkového modulu predikovaného výpočtem s experimentálními daty. Zde uvedený výpočet byl proveden pro nejvyšší hladinu zatížení, tj. hladinu s horním napětím zátěžného cyklu 169 MPa. Výpočet byl opakován dvakrát s významně rozdílným počtem iterací. Počet iterací byl nejdříve 790 a posléze 2. Vzhledem ke skladbě a tahovému zatěžování je stav napjatosti všech vrstev shodný. Shodné je proto i rozložení zbytkových mechanických vlastností.

Rozložení zbytkového modulu pružnosti  $E_I^{300\ 000}$  (ve směru podélné osy zkušebního tělesa a osy zatěžování) v první vrstvě po zatížení  $3 \cdot 10^5$  cykly je uvedeno v horní části obr. 6.2. Tento výsledek byl získán z výpočtu provedeného pro vyšší počet iterací. V dolní části obr. 6.2 je uveden detail přímé části zkušebního tělesa, kde detail vpravo je z totožného výpočtu, tj. pro vyšší počet iterací. Detail vlevo byl získán z výpočtu provedeného pro nižší počet iterací. Pro srovnání jsou vyobrazeny výsledky elementu č. 715. Výsledek výpočtu pro rozdílné počty iterací je shodný až do prvního desetinného místa, což je výborná shoda. Absolutní shody není možné dosáhnout, protože v přechodu zkušebního tělesa do rozšíření je porušena homogenita pole napjatosti. V této oblasti bude k redistribucím namáhání docházet a to se po několika iteracích projeví v celém výpočtovém modelu.



Obr. 6.2 - Rozložení zbytkového modulu pružnosti  $E_1$  [MPa] v první vrstvě zkušební tělesa se skladbou [(0/90)<sub>s</sub>] predikované modelem VZLU FDC Model. Výpočet byl proveden pro 790 iterací. Je uveden detail elementu č. 715, kde detail vpravo odpovídá hodnotě s vyšším počtem iterací (790 iterací) a detail vlevo odpovídá hodnotě s nižším počtem iterací (2 iterace).

V obr. 6.3 je uveden graf, kde jsou porovnávány experimentální data, analytické vyjádření modelu VZLU FDC Model, a predikce tímto modelem implementovaným do MKP. Je možné si všimnout, že body odpovídajících MKP predikci leží na křivce analytického vyjádření modelu. Tato data byla získána z elementu 715, který již byl diskutován. Element se nachází v přímé, měřící části modelovaného zkušební tělesa, kde téměř nedochází k redistribucím napětí. Proto MKP predikce v podstatě opisuje analytické vyjádření modelu. Výše uvedené výsledky poukazují na správnou funkci implementačního algoritmu.



Obr. 6.3 - Porovnání experimentálních hodnot zbytkového modulu pružnosti  $E_1$  naměřených na hladině zatížení s horním napětím cyklu 169 MPa a součinitelem asymetrie cyklu 0,1 (černé body) s analytickým vyjádřením modelu VZLU FDC Model (zelená křivka) a MKP predikcí (hnědé body).

## 6.2 Únavová tahová zkouška zkušebního tělesa s kvaziizotropní skladbou

V rámci verifikačních úloh byl proveden výpočet a měření zbytkové tuhosti zkušebního tělesa se skladbou [(0/90/ ±45/ 0/90/ ±45)s]. Na makroúrovni se jedná o jednoosé namáhání, ale stav napjatosti jednotlivých lamin je komplexnější a proto je tato úloha vhodná jako další krok při verifikaci metodiky.

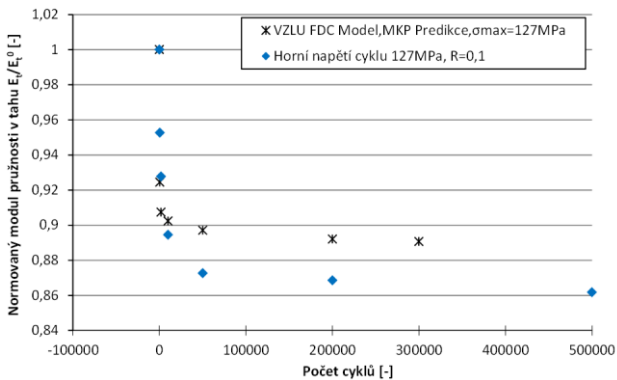
Pokles tuhosti byl sledován opět pomocí podélného extenzometru. Byl mapován pokles výsledného modulu pružnosti v tahu  $E_1$  dané skladby ve směru zatěžování (podélné osy zkušebního tělesa). Obdobným způsobem byl pokles tuhosti vyhodnocen i v MKP modelu. MKP model zůstal shodný jako v předchozím případě. Pouze byla změněna skladba v modulu Layup. Pokles tuhosti skladby byl vyhodnocen z nárůstu posuvů. V obr. 6.1 jsou označeny dva uzly sítě. V těchto uzlech byly odečteny posuvy ve směru zatěžování. Rozdíl posuvů těchto uzlů postupně rostl, což bylo dáno poklesem tuhosti. Při znalosti jmenovité rozteče uzlů, lze jednoduše odvodit panenský i zbytkový modul pružnosti a srovnat ho s experimentálními daty.

### 6.2.1 Naměřená experimentální data

Data byla měřena ve stejném uspořádání jako data pro skladbu [(0/90)<sub>8</sub>]. Byla použita zkušební tělesa se stejnou geometrií ve tvaru tzv. psí kosti. Data byla naměřena pro tři hladiny zatížení s horním napětím cyklu 76 MPa, 102 MPa a 127 MPa. Součinitel asymetrie zůstal shodný o hodnotě 0,1.

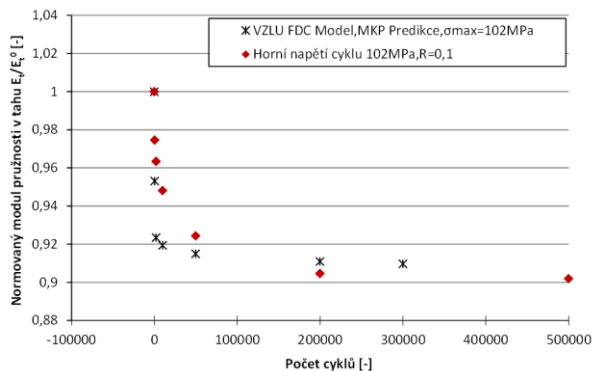
## 6.2.2 Diskuze výsledků a zhodnocení přesnosti predikce

Výpočet pomocí modelu VZLU FDC Model byl proveden pro všechny tři hladiny zatížení. Počet iterací byl 790 ve všech případech. Doba výpočtu činí přibližně 105 minut na jednu hladinu zatížení. Výsledky jsou prezentovány v grafické podobě. Výpočty byly provedeny pro zatížení 300 000 cyklů, protože bylo plánováno v tomto rozsahu provést také experimentální práce. Nakonec byl plán experimentů změněn a poslední společná hodnota predikovaných a experimentálních dat je pro 200 000 cyklů a porovnání je proto provedeno pro tuto hodnotu.

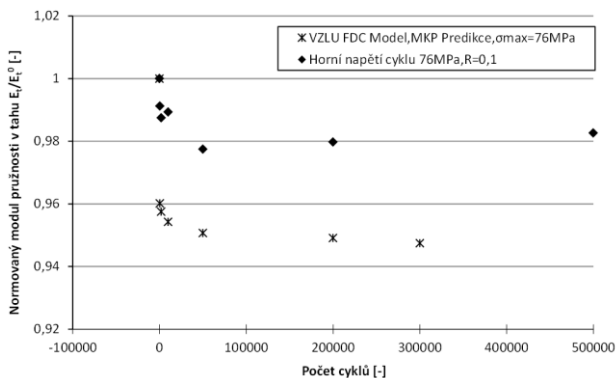


Obr. 6.4 - Porovnání experimentálně stanoveného zbytkového modulu pružnosti v tahu  $E_r$  kvaziizotropní skladby [(0/90/±45/0/90/±45)s] s predikcí modelem VZLU FDC Model na hladině zatížení s horním napětím cyklu 127MPa a součinitelem asymetrie cyklu 0,1.

Na hladině zatížení s horním napětím cyklu 127 MPa model zbytkovou tuhost kompozitu podhodnocuje, viz obr. 6.4. Až do hodnoty 200 000 cyklů je počet hodnot v grafu shodný pro predikci i experiment z důvodu přehlednosti. Po 200 000 cyklech je experimentálně stanovený pokles modulu pružnosti skladby 13,2%. VZLU FDC Model predikuje hodnotu 10,8%. Poměr predikce / experiment po 200 000 cyklech je 0,82. Dále je možné si všimnout výrazného rozdílu na počátku zatěžování. Model pro hodnotu 500 cyklů (druhá hodnota v pořadí) výrazně nadhodnocuje pokles modulu pružnosti. Na hodnotě 10 000 cyklů se situace mění a výraznější pokles ukazují experimentální data. I přes přijatelný rozdíl mezi predikcí a experimentem, zjištěný fakt, že model na této hladině zatížení podhodnocuje pokles tuhosti nelze přehlédnout. Predikce není na straně bezpečnosti. V praktickém případě by však byla zavedena záloha bezpečnosti, která by uvedený rozdíl kompenzovala.



Obr. 6.5 - Porovnání experimentálně stanoveného zbytkového modulu pružnosti v tahu  $E_t$  kvaziizotropní skladby [(0/90/±45/0/90/±45)s] s predikcí modelem VZLU FDC Model na hladině zatížení s horním napětím cyklu 102 MPa a součinitelem asymetrie cyklu 0,1.



Obr. 6.6 - Porovnání experimentálně stanoveného zbytkového modulu pružnosti v tahu  $E_t$  kvaziizotropní skladby [(0/90/±45/0/90/±45)s] s predikcí modelem VZLU FDC Model na hladině zatížení s horním napětím cyklu 76 MPa a součinitelem asymetrie cyklu 0,1.

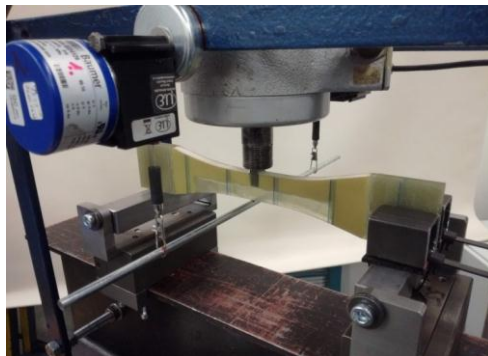
Nejlepší shody výpočtu s experimentálními daty bylo dosaženo pro hladinu zatížení s horním napětím 102 MPa, ačkoli i zde platí, že na počátku zatěžování v rozsahu 500 - 10 000 cyklů je výrazný rozdíl mezi predikcí a experimentem, viz obr. 6.5. Rozdíl mezi predikcí a naměřenými daty se pak snižuje a na hodnotě 200 000 cyklů je dosaženo velmi dobré shody. Výpočtem je predikován pokles 9,0% a experimentální data vykazují pokles 9,5 %. Poměr predikce / experiment je 0,95.

Experimentální výsledky hladiny s horním napětím cyklu 76 MPa byly s největší pravděpodobností ovlivněny změnami mechanických vlastností matrice, viz obr. 6.6. Model VZLU FDC Model nijak nezohledňuje jevy související se změnami mechanických vlastností matrice, což je pravděpodobně příčinou toho, že výrazně

nahodnocuje pokles modulu pružnosti zkušebních těles. Model predikuje pokles 5,1 % po absolvování 200 000 cyklů. Naměřená data vykazují pokles 2,0 %. Poměr predikce / experiment činí 2,55, což poukazuje na nepřijatelný rozdíl.

### 6.3 Únavová zkouška prostě podepřeného nosníku se skladbou [(0/90)<sub>8</sub>]

Ohybové zkoušky byly realizovány za účelem verifikace navržené metodiky pomocí úlohy, kde bude výrazně nehomogenní pole napjatosti. Ohybové zkoušky jsou pro tento účel vhodné, protože pole napjatosti v zatíženém nosníku nehomogenní je a zároveň jsou tyto zkoušky snadno realizovatelné. Cílem ohybových zkoušek je také posoudit změny mechanických vlastností lamin při tlakovém namáhání. Skladba obou laminátových částí navrženého nosníku je v tomto případě [(0/90)<sub>8</sub>].



*Obr. 6.7 - Uspořádání únavové zkoušky v třibodovém ohybu. Na fotografii jsou zachyceny i lankové snímače polohy, které jsou používány ke sledování průhybu při opakovaných statických zkouškách. Při cyklickém zatěžování jsou vyřazeny z funkce odebráním ocelové tyčky.*

Při návrhu zkušebních těles se snahy ubíraly směrem použití již navržených a ověřených zkušebních těles ve tvaru psí kosti. Bylo nutné zkušební tělesa zatížit ohybovým momentem v rovině lamin, což je obtížně realizovatelné kvůli nebezpečí ztráty stability zkušebního tělesa v oblasti vystavené tlaku. Pro eliminaci tohoto nebezpečí bylo navrženo zkušební těleso, které je řešeno jako sendvič. Je vyrobeno vlepěním pěnového jádra mezi dvě používaná tělesa ve tvaru tzv. psí kosti.

Pro výrobu jádra byla použita pěna. Pěnové jádro stabilizuje tlačенou část nosníku a zamezuje tak zborcení v této oblasti. V části, kde je napětí tahové, byla pěna úmyslně odstraněna, aby zde bylo nulové ovlivnění stavu napjatosti. Zavedení

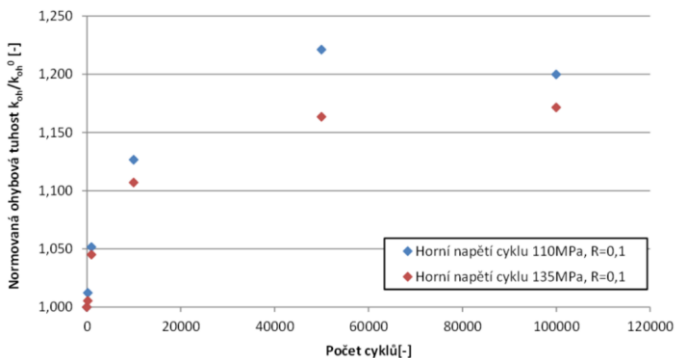


sil přímo do kompozitu nebylo možné. Proto byl použit insert pro rozvedení zatížení, který byl vlepen mezi laminátové nosníky a dále pojištěn osazením.

Cyklické zatěžování bylo realizováno na servohydraulickém pulsátoru, kde se podařilo docílit frekvence zatěžování 3 Hz. Průhyb byl sledován při opakovaných statických zkouškách. Tuhost byla vyhodnocována jako sečná tuhost pro bázi sil 300 - 680 N. Tímto postupem se podařilo kompenzovat vliv lankových snímačů, jejichž odpor nosník odlehčuje. Uspořádání zkoušky je uvedeno na obr. 6.7.

### 6.3.1 Výsledky měření a diskuze

Cyklické zatěžování bylo provedeno pro menší rozsah cyklů. Důvodem byla nižší frekvence zatěžování a výrazně vyšší cena zkoušky. Zkoušky byly zastaveny na hodnotě 100 000 cyklů. Tato hodnota je však postačující pro účely verifikace. Byly navrženy dvě hladiny zatížení, kde v nejméně zatíženém bodě nosníku bylo normálové napětí 135 MPa a 110 MPa. Hodnota součinitele asymetrie cyklu byla 0,1. Tuhost nosníku byla vyhodnocena u panenských zkušebních těles a dále po zatížení 200, 1000, 10 000, 50 000 a 100 000 cykly. Každé statické měření bylo opakováno dvakrát.



Obr. 6.8 - Závislost ohybové tuhosti zkušebních těles na hladinách s horním napětím cyklu 110 MPa a 135 MPa a součinitelem asymetrie cyklu 0,1 na počtu cyklů. Ohybová tuhost byla vyhodnocena pro bázi sil 300 N a 680 N. Skladba laminátu byla [(0/90)<sub>8</sub>] vřící podélné ose nosníku.

V obou případech došlo k růstu tuhosti. Na hladině s vyšším zatížením je nárůst tuhosti méně výrazný, což je pravděpodobně zapříčiněno výraznějším rozvojem poškození, ke kterému dojde v tažené části nosníku. V obr. 6.8 je provedeno grafické porovnání obou hladin zatížení.

Před započítáním ohybových zkoušek bylo očekáváno, že pokles ohybové tuhosti bude ovlivněn zvyšováním tuhosti matrice. Zjištěné výsledky byly i přes tato

očekávání překvapivé a nelze je bohužel použít k původnímu účelu - k verifikaci výpočetního algoritmu s implementovaným modelem VZLU FDC model pomocí výpočtu konstrukce se složitějším polem napjatosti. Opakování zkoušky na vyšší hladině zatížení nebylo provedeno. Vysokých hodnot napětí je dosaženo pouze v malém objemu materiálu a zvýšení tuhosti matrice bude mít pravděpodobně dominantní vliv.

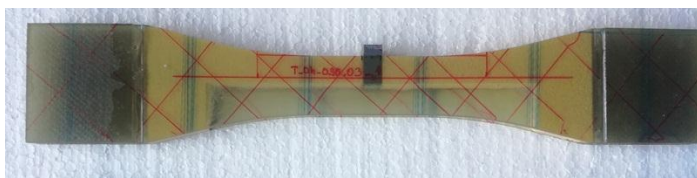
Ačkoli data nelze použít pro původní účel ve smyslu verifikace modelu, jsou zde uvedena, protože jsou součástí navrhované metodiky. Poukazují na fakt, že při řešení změn tuhosti konstrukce vystavené cyklickému zatěžování může dojít k výraznému růstu tuhosti, což může být pro některé konstrukce taktéž velmi nebezpečné. Tyto výsledky jsou zároveň příkladem, který podtrhuje náročnost a komplexnost modelování únavového poškození v kompozitních materiálech. Zkušební tělesa byla dále využita k posouzení zbytkové tuhosti v části nosníku vystavené tlakovému namáhání.

### 6.3.2 Posouzení změn mechanických vlastností v části nosníku vystavené tlakovému namáhání

Zkušební tělesa byla po provedení ohybových zkoušek rozebrána. Byla odstraněna pěna, insert a dále bylo odstraněno i lepidlo, čímž bylo dosaženo původní tloušťky zkušebních těles. Vzhledem k šířce zkušebních těles tvaru psi kosti, která činí v měřicí části 25 mm, byla zvolena šířka zkušebních těles pro posouzení změn v části nosníku vystavené tlakovému namáhání 10 mm, viz obr. 6.9 a obr. 6.10.

Vzhledem ke štíhlosti vzniklých zkušebních těles nebylo možné realizovat tlakové namáhání. Tuhost zkušebních těles byla ověřena při tahové zkoušce. Nabízí se otázka, zda poškození, které vznikne při cyklickém tlakovém namáhání a způsobí případný pokles tuhosti těles při tlakovém namáhání, bude detekovatelné při tahové zkoušce. Pokud bude pokles tuhosti v tlaku způsobený mechanismy poškození jako je porušení mezifázového rozhraní, tak by mělo dojít i k poklesu tuhosti tahové. S jistotou lze však říci, že by nemělo dojít k nárůstu tahové tuhosti.

Experiment byl proveden pro obě hladiny zatížení 110 MPa a 135 MPa. Pokles modulu pružnosti v tahu nenastal ani v jednom případě. Byl zjištěn růst modulu pružnosti a u hladiny 135 MPa byl tento růst výraznější. V závislosti na hladině zatížení, nastal růst proti průměru všech předchozích výsledků tahových zkoušek skladby [(0/90)<sub>8</sub>], mezi 4,24% - 8,61%.



Obr. 6.9 - Nářezový plán naznačený na tlačené straně zkušebních těles po provedení ohybové zkoušky



Obr. 6.10 - Zkušební tělesa získaná rozřezáním zkušebních těles uvedených na předchozím obrázku

## 7 Závěr a zhodnocení práce

Předkládaná disertační práce přináší nové poznatky v oblasti únavového poškození kompozitních materiálů ve formě vlákniny vyztužených plastů. V rámci práce byla navržena metodika pro predikci poklesu tuhosti cyklicky zatěžovaných kompozitních konstrukcí, která pokles tuhosti posuzuje na úrovni jednotlivých lamin kompozitního materiálu. Metodika je navržena tak, aby byl zohledněn možný obecný stav napjatosti lamin. V rámci práce byly podrobně diskutovány veškeré aspekty související s tímto návrhem, kde mezi hlavní lze zahrnout návrh modelu poklesu tuhosti a metodiky pro posouzení změn mechanických vlastností laminy. Model byl dále implementován do MKP softwaru a verifikován pomocí modelových úloh.

V literatuře se často uvádí, že poškození kompozitu, které může způsobit pokles mechanických vlastností, vzniká již na malých hladinách zatížení. Experimenty provedené v rámci této práce ukazují, že do změn mechanických vlastností zasahují i další mechanismy. V některých případech nemusí být růst tuhosti problematický, avšak nemůže být obecně přehlížen. Např. modální charakteristiky jsou ovlivněny jak poklesem tuhosti, tak jejím růstem. U řady konstrukcí je interval přípustných vlastních frekvencí omezen shora i zdola. V tomto případě je problematický i růst tuhosti. Pokus o popis změn mechanických vlastností matrice byl v rámci práce proveden s motivací sestavit alespoň přibližný model. Ovšem jediný experimentálně podložený závěr, který bylo možné učinit, poukazuje na vliv charakteru cyklického zatížení. Při zatížení pulsujícím cyklem byl růst tuhosti matrice vyšší. Výsledky diskutované v rámci práce byly průběžně publikovány v odborných periodících a na domácích i mezinárodních konferencích.

Navržená metodika byla též nasazena v rámci projektů řešených na útvuru Kompozitní technologie ve VZLÚ, a.s., viz [V1].

## 7.1 Splnění cílů práce

Hlavní cíl práce „**Navrhnout metodiku pro predikci poklesu tuhosti únavově zatěžovaných konstrukcí vyrobených z kompozitních materiálů**“ byl splněn. Metodika byla navržena a verifikována. V rámci řešení dílčích cílů byl objeven další mechanismus probíhající v matici při cyklickém zatěžování, který rozšířil oblast zájmu práce. Bohužel také zúžil možnost verifikace modelu, který zohledňuje pouze pokles tuhosti v důsledku mechanického poškození.

Dílčí cíl práce „**Vypracovat a verifikovat postupy pro experimentální měření změn mechanických vlastností**“ byl splněn. V rámci práce byla vytvořena metodika pro stanovení zbytkového modulu pružnosti v tahu při jednoosém zatěžování v tahu. Tento návrh se týkal vhodného zkušebního tělesa, postupu měření zbytkového modulu pružnosti s ohledem na minimalizaci vlivu různých chyb a nepřesností. Na základě tohoto návrhu byl proveden náměr hodnot zbytkového modulu pružnosti v tahu s použitím modelového materiálu a prostředky statistiky bylo posouzeno, zda navržená metodika poskytuje dostatečně významné výsledky. Dále je v práci řešen vliv smykového namáhání na modul pružnosti laminy ve smyku. Při souvisejících experimentech byl objeven mechanismus, který způsobuje nárůst tuhosti matrice při cyklickém zatěžování a bylo vyloučeno, že by primární příčinou byl ohřev matrice a její následné dotvrzení.

Dílčí cíl práce „**Navrhnout model pro predikci poklesu tuhosti při únavovém zatěžování**“ byl splněn. Model VZLU FDC Model byl navržen a byl použit pro predikci poklesu modulu pružnosti v tahu v obou materiálových osách 2D ortotropního materiálu. Predikovat pokles ostatních materiálových charakteristik nebylo nutné, protože jejich pokles vzhledem k růstu tuhosti matrice nenastal. Model by mohl být nasazen pro predikci prvních dvou stádií poklesu i dalších materiálových charakteristik, jejichž křivka poškození by vykazovala typický esovitý tvar. Dále byl sestaven postup identifikace koeficientů model. Model byl dále implementován do MKP softwaru.

Dílčí cíl práce „**Provést verifikaci navržené metodiky pomocí vhodně navržených experimentálních měření a výpočtových úloh**“ byl splněn částečně. Nejsložitější úloha, pomocí které byl model verifikován, je jednoosý tah zkušebního tělesa s kvaziizotropní skladbou. Na nejnižší hladině zatížení byla experimentální data ovlivněna jevy souvisejícími s růstem tuhosti matrice a zde byla predikce velmi nepřesná. Dále byly navrženy a provedeny experimenty pro stanovení poklesu

tuhosti zkušebního tělesa v třibodovém ohybu. Bohužel data byla ovlivněna růstem tuhosti matrice natolik, že pro verifikaci modelu byla zcela nepoužitelná.

## 7.2 Přínosy disertační práce

V rámci práce byl proveden výzkum změn mechanických vlastností vláknových kompozitů s tkaninovou výztuží při cyklickém zatížení a bylo tak rozšířeno poznání v této oblasti. V dostupné literatuře výrazně dominuje výzkum vláknových kompozitů s jednosměrnou výztuží. V rámci práce bylo prokázáno, že při řešení odezvy kompozitních materiálů na únavové zatížení při zvážení všech jeho důsledků, jako je například změna tuhosti, hraje výraznou roli i matrice. Zjištěné ovlivnění odezvy materiálu změnami v matici není bezvýznamné a v literatuře v souvislosti s nárůstem tuhosti při únavovém zatížení není diskutované. Snahy byly směřovány zejména k aplikaci celé navržené metodiky a modelu poklesu tuhosti k aplikaci v konstrukcích, které mají nehomogenní pole napjatosti. Tyto snahy jsou také v literatuře velmi vzácné.

Omezení fenomenologických modelů v podobě neschopnosti predikovat změny mechanických vlastností jako důsledek poškození na libovolné hladině zatížení a dále v podobě jejich omezení pouze na makroúroveň jsou často uváděné a posouvaly tuto kategorii modelů v některých ohledech do pozadí zájmu. V rámci této práce bylo prokázáno, že přístup fenomenologického modelování dokáže dostatečně zohlednit rozdíly v rozvoji poškození na různých hladinách zatížení a je toho možné dosáhnout i na nižších úrovních struktury, než je makroúroveň. I v tomto spočívá přínos této práce.

Praktický význam práce je značný. Navržený a ověřený postup experimentálního měření poklesu modulu pružnosti v tahu při jednoosém tahovém namáhání může být aplikován v technické praxi. Požadavky na přístrojové vybavení jsou přitom velmi rozumné. Výsledky uvedené v této práci naznačují, jaká lze očekávat statistická rozdělení. Za velmi dobrý návrh lze označit vícenásobné opakování statických měření posuzovaných charakteristik.

Pro praktické výpočty je velmi cenná možnost mapovat redistribuce namáhání v konstrukci. Změna namáhání některých prvků sestavy může zapříčinit přetížení a nedostatečnou zálohu různých částí konstrukce.

Samotné zjištění jak výrazně je odezva kompozitu ovlivněna změnami tuhosti matrice, je přínosné i pro technickou praxi. Při ohybových zkouškách tuhost narostla i o 20%. Tato hodnota není zanedbatelná a její vliv např. na frekvenční charakteristiky může být výrazný.

## Přehled literatury použité v tezích

- [1] Degrieck, J.; Van Paepegem, W.: Fatigue damage modeling of fibre-reinforced composite materials: Review. *Applied Mechanics Reviews*, ročník 54, číslo 4, 2001: s. 279- 300. ISSN 00036900, DOI: 10.1115/1.1381395.
- [2] Harris, B.: Fatigue in composites: science and technology of the fatigue response of fibre-reinforced plastics. Boca Raton: CRC Press, 2003. ISBN 18-557-3608-x.
- [3] Rotem, A.; Nelson, H.G.: Failure of a laminated composite under tension-compression fatigue loading. *Composites Science and Technology*, ročník 36 č. 1, 1989: s. 45-62, ISSN 02663538, DOI: 10.1016/0266-3538(89)90015-8.
- [4] Hashin, Z.; Rotem, A.: A Fatigue Failure Criterion for Fiber Reinforced Materials. *Journal of Composite Materials*, ročník 7, č.4, 1973: s. 448-464, ISSN 0021-9983, DOI: 10.1177/002199837300700404.
- [5] Bergmann, H. W.; Prinz, R.: Fatigue life estimation of graphite/epoxy laminates under consideration of delamination growth. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, ročník 27, č. 2, 1989: s. 323-341, ISSN 0029-5981, DOI: 10.1002/nme.1620270208
- [6] Liu, B.; Lessard, L. B.: Fatigue and damage-tolerance analysis of composite laminates: Stiffness loss, damage-modeling, and life prediction. *Composites Science and Technology*, ročník 51, č. 1, 1994: s. 43-51, ISSN 02663538, DOI: 10.1016/0266-3538(94)90155-4.
- [7] Měšťánek, P.: Únavové poškození kompozitních materiálů, *Disertační práce*, Západočeská univerzita v Plzni, 2014.
- [8] Rotem, A.: Fatigue and residual strength of composite laminates. *Engineering Fracture Mechanics*, ročník 25, č. 5, 1986: s. 819-827, ISSN 00137944, DOI: 10.1016/0013-7944(86)90044-5.
- [9] Sidoroff F.; Subagio B.: Fatigue damage modelling of composite materials from bending tests. In *Sixth International Conference on Composite Materials (ICCM-VI) & Second European Conference on Composite Materials (ECCM-II)*, Sborník přednášek, s. 432 -439, London, Elsevier, 1987.
- [10] Fong, J.T.: What Is Fatigue Damage? In *Damage in Composite Materials: Basic Mechanisms, Accumulation, Tolerance, and Characterization*, ASTM International, 1982, s. 243-266, ISBN 978-0-8031-0696-3, DOI: 10.1520/STP34330S.
- [11] Schaff, J. R.; Davidson, B.D.: Life Prediction Methodology for Composite Structures. Part I—Constant Amplitude and Two-Stress Level Fatigue. *Journal*

*of Composite Materials*, ročník 31, č. 2, 1997: s. 128-157, ISSN 0021-9983, DOI: 10.1177/002199839703100202.

- [12] Xu, J.: Meso-Scale Finite Element Fatigue Modelling of Textile Composite Materials. Disertační práce, Katholieke Universiteit Leuven, 2011.
- [13] Sendekyj, G.P.: Fitting Models to Composite Materials Fatigue Data. In *Test Methods and Design Allowables for Fibrous Composites*, ASTM International, 1981, s. 245-245-160. ISBN 978-0-8031-0700-7, DOI: 10.1520/STP29314S.
- [14] ASTM D3039 / D3039M-17, Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2017.
- [15] ASTM D3479 / D3479M-12, Standard Test Method for Tension-Tension Fatigue of Polymer Matrix Composite Materials, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2012.
- [16] Shapiro, S. S.; Wilk, M. B.: An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, ročník 52, č. 3/4, 1965: s. 591–611.
- [17] Jaro, F.; Rosa, Z.: ČSN 01 0225. Aplikovaná statistika. Testy shody empirického rozdělení s teoretickým. Vydavatelství úřadu pro normalizaci a měření, 1980.
- [18] ASTM D3518 / D3518M-13, Standard Test Method for In-Plane Shear Response of Polymer Matrix Composite Materials by Tensile Test of a  $\pm 45^\circ$  Laminate, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2013.
- [19] ASTM D4255 / D4255M-15a. Standard Test Method for In-Plane Shear Properties of Polymer Matrix Composite Materials by the Rail Shear Method, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2015.
- [20] ASTM D5379 / D5379M-12. Standard Test Method for Shear Properties of Composite Materials by the V-Notched Beam Method, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2012.
- [21] ASTM D5448 / D5448M-16. Standard Test Method for In-plane Shear Properties of Hoop Wound Polymer Matrix Composite Cylinders, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2016.

## Publikační činnost autora

Publikace se vztahem k tématu práce

- [D1] Král, M.; Hraška, M.; Holý, S.: Experimental Measurement and Numerical Modelling of Fatigue Properties of Glass Fiber Composite Materials, In *Mezinárodní konference Polymer Composites 2013*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2013, s. 108-117, ISBN 978-80-261-0213-7.
- [D2] Král, M.; Hraška, M.; Holý S.: Numerical modeling of fatigue properties of glass fiber composite materials on the base of experiments. *Czech Aerospace Proceedings*, ročník 2013, č. 3, 2013: s. 28-33, ISSN 1211 - 877X.
- [D3] Král M.: Numerical modeling of fatigue damage in fiber reinforced composites and the proposal of experimental verification. In *STČ 2014*. Prague: CTU, Faculty of Mechanical Engineering, 2014, s. 1-12, ISBN 978-80-01-05484-0, 2014.
- [D4] Král M., Cabrnch B., Hraška M., Holý S.: Development of phenomenologically based approach for fatigue calculations of fiber reinforced composite structures. In *Experimentální a výpočtové metody v inženýrství*. Ústí nad Labem: ÚJEP, ISBN 978-80-7414-725-8, 2014.
- [D5] Král M., Cabrnch B., Hraška M., Holý S.: Proposal of stiffness reduction model for composite structures under multiaxial fatigue loading. In *31<sup>th</sup> Danubia Adria Symposium on Advances in Experimental Mechanics*. Kempten, ISBN 978-3-00-046740-0, 2014.
- [D6] Král M., Cabrnch B., Hraška M., Holý S.: Development of Phenomenologically Based Approach for Fatigue Calculations of Fiber Reinforced Composite Structures. *Strojírenská technologie*. Ústí nad Labem: ÚJEP, ročník XIX, č. 4, 2014: s. 193-197, ISSN 1211-4162.
- [D7] Král, M.; Cabrnch, B.; Holý, S.: Stiffness Reduction Model for Composite Materials Under Cyclic Loading - Identification of Model Coefficients. In *Materials Today: Proceedings. 32<sup>nd</sup> Danubia Adria Symposium on Advances in Experimental Mechanics*, Starý Smokovec, Amsterdam: Elsevier, 2016: s. 1014-1018, ISSN 22147853, DOI: 10.1016/j.matpr.2016.03.039.
- [D8] Král, M.; Holý, S.: Stiffness Reduction Model for Composite Materials Under Cyclic Loading. In *32<sup>nd</sup> Danubia Adria Symposium on Advances in Experimental Mechanics*, Starý Smokovec, University of Žilina, ISBN 978-80-554-1094-4, 2015.
- [D9] Král, M.: Vliv cyklického zatěžování na mechanické vlastnosti kompozitů, *Diplomová práce*, České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní, 93 s., 2012.



- [D10] Král, M.; Cabrnoc, B.: Stiffness Reduction of Glass/Epoxy Laminate Under Fatigue Loading, In *EAN 2018 – 56th Conference on Experimental Stress Analysis*, s. 202 - 208, ISBN 97880270406629, 2018.
- [D11] Král, M.; Cabrnoc, B.; Holý, S.: Methodology for prediction of stiffness reduction of composite structures under fatigue loading. *Strojírenská technologie*. Ústí nad Labem: ÚJEP. (12/2018 přijato k publikování)
- [D12] Král, M.: Únava vlákný vyztužených kompozitů s polymerní matricí. In *Únava kompozitních materiálů a konstrukcí*, ÚTAM AVČR, 2014, s. 1-38, Dostupné z [http://www.csm-kompozity.wz.cz/Prezentace\\_UTAM.pdf](http://www.csm-kompozity.wz.cz/Prezentace_UTAM.pdf).

### Vybrané výzkumné zprávy se vztahem k tématu práce

- [V1] Cabrnoc, B.; Král, M.: Únavová analýza kompozitového čela vlaku. *Zpráva z řešení projektu č. TE01020038 „Centrum kompetence drážních vozidel“*, Výzkumný a zkušební letecký ústav, a.s., Praha, 2015.
- [V2] Král, M., Hraška M.: Vliv cyklického zatěžování na degradaci materiálových vlastností skelného laminátu s výztuží ve formě tkaniny. *Výzkumná zpráva VZLÚ R-5476*, Praha, 2012.
- [V3] Král, M.: Dokumentace funkčního vzorku zkušební tělesa pro cyklické ohybové zkoušky, *Výzkumná zpráva VZLÚ R-6423*, Praha, 2015.
- [V4] Král, M.: Návrh metodiky pro predikci poklesu tuhosti cyklicky zatěžovaných kompozitních konstrukcí, část I – Přehled problematiky a experimentální měření změn mechanických vlastností lamin, *Výzkumná zpráva VZLÚ R-6936*, Praha, 2018.
- [V5] Král, M.: Návrh metodiky pro predikci poklesu tuhosti cyklicky zatěžovaných kompozitních konstrukcí, část II – návrh modelu poklesu tuhosti, implementace do MKP a výpočet verifikačních úloh, *Výzkumná zpráva VZLÚ R-6937*, Praha, 2018.

# Anotace

Kompozitní materiály se v současné době používají i na konstrukce s vysokými požadavky na únosnost a životnost téměř ve všech odvětvích průmyslu. I přes dlouhodobý výzkum v této oblasti stále neexistuje ucelená metodika, která by umožňovala posoudit degradaci mechanických vlastností konstrukce. Cílem práce je navrhnout metodiku, která umožní posoudit pokles tuhosti i u konstrukcí, se složitou geometrií a komplexním stavem napjatosti. Metodika je navržena s ohledem na přiměřené požadavky na materiálová data vstupující do výpočtů. V technické praxi jsou tyto požadavky často limitující z finančních i časových důvodů. Za tímto účelem je navržen model poklesu tuhosti „VZLU FDC Model“, dále je implementován do MKP softwaru a verifikován pomocí modelových úloh. Součástí práce je také návrh a testování metodiky, která podává návod pro měření zbytkové tuhosti při tahových zkouškách. Tato data jsou nezbytná pro identifikaci navrženého modelu. Během experimentálních prací byl objeven mechanismus, který způsobuje nezanedbatelný růst tuhosti matrice, což výrazně ovlivňuje výslednou odezvu kompozitu. V rámci práce byly proto provedeny také experimenty s nevyztuženou maticí za účelem popisu tohoto mechanismu. Ze získaných poznatků jsou vyvozeny závěry a doporučení jak pro technickou praxi, tak pro navazující výzkum.

# Summary

Composite materials are used also for structures with high requirements on load bearing capacity and durability in all industrial sectors. Despite a long term research of fatigue of composite materials a satisfactory methodology which can describe this phenomenon including outer signs of damage has not been found yet. The main objective is to propose the methodology which allows determination of the stiffness reduction of structures with complex geometry and load conditions. The methodology is proposed with respect to achievable requirements to material data needed as an input to calculations. In engineering practice, these requirements are very often limiting from financial and time reasons. To achieve all mentioned objectives the stiffness reduction model “VZLU FDC Model” is proposed, implemented to commercial FE code and verified using model examples. The methodology for measurement of residual stiffness of composite layers using tensile tests is also proposed and tested in this dissertation. During experiments, the mechanism causing the increase of matrix stiffness was described and it was proved, that this mechanism affects the response of the whole composite. New knowledge is summarized and the consequences for industrial and research are defined.