



**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE**

**FAKULTA DOPRAVNÍ**

Bc. Eliška Turková

MLAT metoda v rámci sítě ADS-B přijímačů na FD

Diplomová práce

**2018**



K621..... Ústav letecké dopravy

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení studenta (včetně titulů):

**Bc. Eliška Turková**

Kód studijního programu a studijní obor studenta:

**N 3710 – PL – Provoz a řízení letecké dopravy**

Název tématu (česky): **MLAT metoda v rámci sítě ADS-B přijímačů na FD**

Název tématu (anglicky): **MLAT Method in the Network of ADS-B Receivers on FTS**

### Zásady pro vypracování

Při zpracování diplomové práce se řiďte osnovou uvedenou v následujících bodech:

- Analýza lokalizačních algoritmů
- Vytvoření programu v prostředí MATLAB realizující multilaterační výpočet z offline dat od ADS-B přijímačů
- Implementace programu na prostředí ADS-B přijímačů vlastněných v rámci ATM laboratoře na FD
- Hodnocení daného řešení a algoritmu z pohledu dosažení přesnosti polohové informace
- Návrh řešení pro zvýšení přesnosti užitého algoritmu



- Rozsah grafických prací: dle pokynů vedoucího diplomové práce
- Rozsah průvodní zprávy: minimálně 55 stran textu (včetně obrázků, grafů a tabulek, které jsou součástí průvodní zprávy)
- Seznam odborné literatury: NEVEN, W.H.L., T.J. QUILTER, R. WEEDON a R.A. HOGENDOORN. Wide Area Multilateration: Report on EATMP TRS 131/04.  
<http://www.mathworks.com/products/matlab/>  
Gaviria, I.: New strategies to improve multilateration systems in the air traffic control

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Stanislav Pleninger, Ph.D.**

Datum zadání diplomové práce: **30. července 2016**  
(datum prvního zadání této práce, které musí být nejpozději 10 měsíců před datem prvního předpokládaného odevzdání této práce vyplývajícího ze standardní doby studia)

Datum odevzdání diplomové práce: **30. listopadu 2018**  
a) datum prvního předpokládaného odevzdání práce vyplývající ze standardní doby studia a z doporučeného časového plánu studia  
b) v případě odkladu odevzdání práce následující datum odevzdání práce vyplývající z doporučeného časového plánu studia

doc. Ing. Jakub Kraus, Ph.D.  
vedoucí  
Ústavu letecké dopravy



doc. Ing. Pavel Hrubeš, Ph.D.  
děkan fakulty

Potvrzuji převzetí zadání diplomové práce.

.....  
Bc. Eliška Turková  
jméno a podpis studenta

V Praze dne.....29. srpna 2018

## Prohlášení

Nemám závažný důvod proti užívání tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracovala samostatně a že jsem uvedla veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne 30. listopadu 2018

.....  
Turková!

Bc. Eliška Turková

## **Poděkování**

Ráby bych tímto poděkovala Ing. Stanislavu Pleningerovi, PhD. za cenné připomínky a rady, které mi poskytl při tvorbě této práce. V neposlední řadě mé díky patří rodině a přátelům za to, že mi byli oporou po celou dobu studia.

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA DOPRAVNÍ

MLAT metoda v rámci sítě ADS-B přijímačů na FD

Diplomová práce

listopad 2018

Bc. Eliška Turková

#### ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá problematikou vytvoření nízkonákladového MLAT systému. Cílem této práce bylo vytvořit modul, který umožní zpracování dat z různých přijímačů a následné spočítání polohy cíle. Byl vytvořen kompletní skript v programu MATLAB. Práce dále navrhuje možnosti pro zlepšení přesnosti dosaženého řešení

#### ABSTRACT

The diploma thesis deals with the creation of a low cost MLAT system. The aim of this work was to create a module that allows the processing of data from different receivers and calculation of the target position. A complete script was created in MATLAB. The paper further suggests ways to improve the accuracy of the solution.

## KLÍČOVÁ SLOVA

MLAT, WAM, ADS-B, multilaterace, Matlab, Mode S, 3D, Bucher algoritmus

## KEY WORDS

MLAT, WAM, ADS-B, multilateration, Matlab, Mode S, 3D, Bucehr Algorithm

## Obsah

|  |    |
|--|----|
| Obsah.....                                   | 8  |
| Seznam použitých zkratk.....                 | 11 |
| Seznam použitých symbolů .....               | 12 |
| 1 Úvod.....                                  | 13 |
| 2 Přehledové (Sledovací) systémy.....        | 14 |
| 2.1 Historie radiolokace.....                | 14 |
| 2.2 Hyperbolické navigační systémy .....     | 15 |
| 2.3 Multilaterace .....                      | 16 |
| 2.3.1 Princip a uplatnění.....               | 17 |
| 2.3.2 SSR x MLAT .....                       | 19 |
| 2.3.3 ADS-B x MLAT .....                     | 20 |
| 2.3.4 Budoucnost .....                       | 21 |
| 3 Signály využívané v systému MLAT.....      | 22 |
| 3.1 Mode A/C.....                            | 22 |
| 3.2 Mode S .....                             | 22 |
| 3.3 ADS-B.....                               | 23 |
| 4 Metody výpočtu lokalizačního problému..... | 24 |
| 4.1 Lokalizační algoritmus.....              | 26 |
| 4.1.1 Otevřené algoritmy .....               | 27 |
| Statistické datové modely .....              | 28 |
| 4.1.2 Uzavřené algoritmy.....                | 28 |
| Numerické datové modely.....                 | 29 |
| Algebraické datové modely .....              | 29 |
| 4.1.3 Přehled lokalizačních algoritmů.....   | 30 |



|       |   |    |
|-------|---|----|
| 4.2   | Výpočet 3D polohy .....   | 31 |
| 4.2.1 | Smith and Able (Spherical Interpolation) .....                          | 32 |
|       | Základní charakteristiky algoritmu .....                                | 32 |
|       | Úprava rovnic [25] .....  | 33 |
| 4.2.2 | Schau and Robinson (Spherical Intersection) .....                       | 37 |
|       | Základní charakteristiky algoritmu .....                                | 37 |
|       | Úprava rovnic [23] .....  | 38 |
| 4.2.3 | Bancroft .....  | 40 |
|       | Základní charakteristiky algoritmu .....                                | 40 |
|       | Úprava rovnic [10] .....  | 40 |
| 4.2.4 | Hyperbolic Positioning Algorithm .....                                  | 43 |
|       | Základní charakteristiky algoritmu .....                                | 43 |
|       | Explicitní úprava rovnic [4] .....                                      | 44 |
| 5     | Návrh multilateračního systému pro laboratoř na FD v programu Matlab .. | 52 |
| 5.1   | Načtení zpráv a rozdělení zprávy na segmenty .....                      | 53 |
| 5.2   | Dekódování datové zprávy .....  | 54 |
| 5.2.1 | Filtrace zpráv DF17 .....   | 54 |
|       | Příklad filtrace zprávy DF17 .....                                      | 56 |
| 5.2.2 | Filtrace zpráv Type Code .....  | 56 |
|       | Příklad filtrace zprávy s rozsahem Type Code 9-18 .....                 | 57 |
| 5.3   | Odstranění duplicitních zpráv .....                                     | 58 |
| 5.4   | Třídící algoritmus a vyhledávací cyklus .....                           | 59 |
| 5.5   | Dekódování času přijetí zprávy .....                                    | 61 |
| 5.6   | Dekódování polohy z ADS-B zprávy .....                                  | 62 |

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 5.7   | Výpočet rozdílu času přijetí zpráv ..... | 63 |
| 5.8   | Multilaterační algoritmus.....           | 64 |
| 5.9   | Analýza výsledků .....                   | 65 |
| 6     | Aplikace na provoz.....                  | 66 |
| 6.1   | Výstupy a analýza přesnosti .....        | 66 |
| 6.2   | Návrhy pro zlepšení přesnosti.....       | 67 |
| 6.2.1 | Dodatečné filtrování dat.....            | 67 |
| 6.2.2 | Doplnění a úprava algoritmu .....        | 67 |
| 7     | Závěr.....                               | 68 |
| 8     | Použité zdroje.....                      | 69 |
| 9     | Seznam příloh.....                       | 77 |

## Seznam použitých zkratk

|         |  |   |
|---------|--|---|
| 2D      | Two Dimensional                              | Dvoudimenzionální                           |
| 3D      | Three Dimensional                            | Trojdimenzionální                           |
| A       | Algebraic                                    | Algebraický                                 |
| AA      | Address Field                                | -   |
| ADS-B   | Automatic Dependent Surveillance - Broadcast | Automatické závislé sledování               |
| ANSP    | Air Navigation Service Provider              | Poskytovatelé leteckých navigačních služeb  |
| AOA     | Angle of Arrival                             | Úhel přijetí signálu                        |
| CA      | Capability Field                             | -   |
| DF      | Downlink Format (Mode S)                     | DF kód (formát sestupového spoje)           |
| ES      | Extended Squitter                            | -   |
| FAA     | Federal Aviation Administration              | Federální letecká správa                    |
| FT      | Feet (dimensional unit)                      | Stopa (měrová jednotka)                     |
| GNSS    | Global Navigation Satellite System           | Globální navigační družicový systém         |
| GPS     | Global Positioning System                    | Globální navigační systém                   |
| HPA     | Hyperbolic Positioning Algorithm             | Hyperbolický poziční algoritmus             |
| ICAO    | International Civil Aviation Organization    | Mezinárodní organizace pro civilní letectví |
| IFF     | Identification Friend/Foe                    | Identifikace přítel /nepřítel               |
| LORAN   | Long Range Air Navigation System             | Radionavigační systém dalekého dosahu       |
| LS      | Least Squares [13]                           | -   |
| ME      | Message, Extended Squitter                   | -   |
| ML      | Maximum Likelihood [13]                      | -   |
| MLAT    | Multilateration                              | Multilaterace                               |
| N       | Numerical                                    | Numerický                                   |
| NextGen | Next Generation Air Transport System         | -   |
| NM      | Nautical Miles                               | Námořní míle                                |
| PI      | Parity/Identify                              | -   |
| RAF     | Royal Air Force                              | Královské letectvo                          |
| RTD     | Round Trip Delay                             | Obousměrné zpoždění                         |
| S       | Statistical                                  | Statistický                                 |
| SESAR   | Single European Sky ATM Research             | -   |
| SSR     | Secondary Surveillance Radar                 | Sekundární přehledový radar                 |
| TCAS    | Traffic Alert & Collision Avoidance System   | Provozní výstražný proti srážkový systém    |
| TDOA    | Time Difference of Arrival                   | Rozdíl času přijetí zprávy                  |
| TLOA    | Time Lag of Arrival [40]                     | „Doba šíření signálu“                       |
| TOA     | Time of Arrival                              | Čas přijetí                                 |
| TOE     | Time of Emission                             | Čas vyslání                                 |
| UTC     | Coordinated Universal Time                   | Světový koordinovaný čas                    |
| WAM     | Wide Area Multilateration [13]               | -   |

## Seznam použitých symbolů

|                                |  |   |
|--------------------------------|--|---|
| $(\cdot)^T$                    | Transpose  | Transponování                               |
| $(\cdot)^*$                    | Pseudoinverse matrix                             | Pseudoinverzní matice                       |
| $\langle \cdot, \cdot \rangle$ | Lorenz inner product                             | Vnitřní prvek Lorentzovi transformace       |
| $\theta$                       | Target position vector                           | Vektor cílové polohy                        |
| $\vartheta_i$                  | Position vector for the $i$ th receiving station | Polohový vektor pro $i$ -tý přijímač        |
| $\mathbf{m}$                   | Measurement vector                               | Vektor měřené veličiny                      |
| $N_s$                          | Number of stations                               | Počet stanic                                |
| $t_e$                          | Emission Time                                    | Čas vyslání signálu                         |
| $R_S$                          | Target range                                     | Vzdálenost cíle k vztažné přijímací stanici |

# 1 Úvod

V posledních letech letecká přeprava pravidelně meziročně roste. Není tajemstvím, že nebe začíná být letadly přeplněno a tím rostou i nároky na jejich řízení. Kvalita řídicí letového provozu je silně závislá na přesnosti poskytnuté polohové informace. Zvýšení přesnosti určení polohy sebou přináší mnoho benefitů, nejvýraznější v možnosti snížení minimálních rozstupů a tím i navýšení kapacity letových cest.

Téma diplomové práce MLAT metoda v rámci sítě ADS-B přijímačů na FD, vychází z již zpracované diplomové práce zpracované na fakultě dopravní ČVUT v roce 2016. Pan Umlauf měl k dispozici pouze 3 přijímače a proto mohl práci zpracovat pouze dvoudimenzionálně.

Cílem této práce je analyzovat vhodné lokalizační algoritmy pro multilateraci. Dále vytvořit program v prostředí Matlab, který na off-line datech z ADS-B přijímačů realizuje multilaterační výpočet. Následně tento program implementovat na prostředí ADS-B přijímačů vlastněných v rámci ATM laboratoře fakulty dopravní. Závěrem práce je vyhodnocení zvoleného algoritmu z pohledu přesnosti polohové informace a návrhy řešení pro zvýšení přesnosti.

Úvodní kapitola práce je věnována vysvětlení základní teorie a principů multilaterace. Jelikož problém úzce souvisí s vysílanými signály, je této problematice věnována kapitola třetí.

Čtvrtá kapitola obecně definuje lokalizační problém a pracovává teorii lokalizačních algoritmů. Dále detailněji teoreticky rozpracovává ty algoritmy, které jsou vhodné pro náš model.

Pátá kapitola je věnována analýze kódu modulu zpracovaného v prostředí Matlab. Blíže přibližuje jednotlivé segmenty kódu, který je součástí příloh. Další kapitola zpracovává vyhodnocení analyzovaných dat z programu a navrhuje postupy pro zvýšení přesnosti.

## 2 Přehledové (Sledovací) systémy

„Surveillance“ je definováno jako metoda pozorování vymezené oblasti za účelem určení polohy cílů v tomto prostoru a efektivní předání polohové informace k uživatelům, zajišťujících bezpečnou separaci cílů. Sledování je primární funkcí letecké zabezpečovací techniky pro podporu letových provozních služeb. Poskytovatelé leteckých navigačních služeb (Air Navigation Service Providers – ANSPs) jsou závislí na úrovni kvality přijatých dat. [16] [26]

### 2.1 Historie radiolokace

Využíváme-li k zjištění polohy cíle elektromagnetické vlnění v pásmu radiových vln, hovoříme o radiolokaci. K rozpoznávání cílů v tomto případě slouží radiolokátory – dnes známe pod rozšířeným názvem „radar“. Počátky radiolokace se datují do dvacátých let 20. století, kdy proběhly první úspěšné pokusy o měření výšky ionosféry. V letectví se tento princip začal využívat ve 30. letech, kdy Anglie vybudovala v okolí Londýna radiolokátory, jako obranu před německým letectvem.[16]

Největší podíl na sledování leteckého provozu mají pozemní přehledové sekundární radary (SSR - Secondary Surveillance Radar) a odpovídače letadel. SSR využívá nepřetržitě rotující anténu, která úzkým paprskem vysílá dotazy do okolí. Je-li dotaz přijat letadlem, jeho odpovídač vyšle zpět kódovanou odpověď, která je zachycena přijímačem radaru a dále zpracována. Výsledkem je určení polohy letadla, identifikace letadla, letová hladina a případně další informace v závislosti na typu odpovídače. [26]

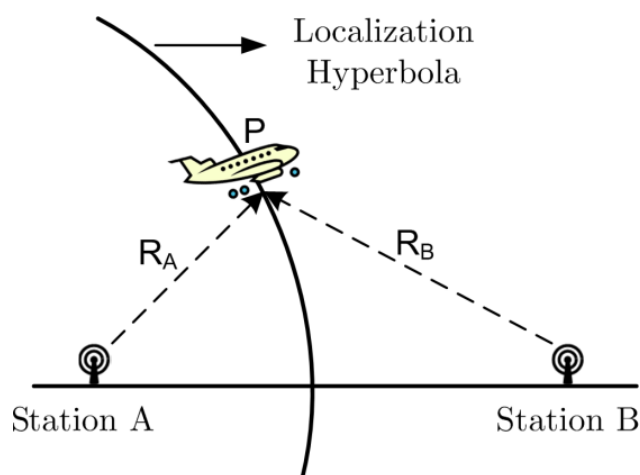
Během padesáti let využívání a přechodu od armádního využití k civilnímu, prošly sekundární radary mnoha vylepšeními. Nicméně základní princip zůstává neměnný. Instalace, údržba a provoz těchto radarů jsou značně nákladné. Navíc se SSR potýká s kapacitními problémy a problémy způsobenými okolním terénem, jako jsou hory a budovy, které negativně ovlivňují oblast pokrytí. Dále oběh antény trvá několik sekund, což způsobuje

poměrně vysokou obnovovací periodu polohy letadla. Proto se mnoho poskytovatelů odvrací od tradičních radarů a poohlíží se po nových technologiích.[26]

## 2.2 Hyperbolické navigační systémy

Během druhé světové války byla vyvinuta zařízení, která dokázala zaznamenat čas přijetí radiosignálu s přesností na miliontinu sekundy. Což umožnilo vývoj prvotních hyperbolických navigačních systémů. Jedním z prvních navigačních systémů, založeném na tomto principu, je systém GEE<sup>1</sup>, který byl využíván britským Královským letectvem (RAF – Royal Air Force) během druhé světové války. Dále následovaly LORAN (Long Range Air Navigation System), DECCA, LORAN-B, LORAN-C a OMEGA.[13]

Hyperbolické navigační systémy vysílají časově a fázově synchronizovaný elektromagnetický signál, který je zachycen letadlem. Jelikož je vzdálenost letadla od jednotlivých vysílačů odlišná, jsou jednotlivé signály zachyceny v různém čase/fázi. Využitím časových/fázových rozdílů a navigačního algoritmu je určena poloha cíle (letadla). [16]



Obrázek 1 Princip hyperbolického navigačního systému [13]

<sup>1</sup> GEE není zkratka, je to zkráceně „Grid“ [13]

Zachováme-li značení z obrázku výše, můžeme zpoždění označit jako

$$\Delta t_{\overline{AP}} = \frac{\overline{AP}}{c} = \frac{R_A}{c}; \Delta t_{\overline{BP}} = \frac{\overline{BP}}{c} = \frac{R_B}{c}, \quad (2.1)$$

kde  $c$  je rychlost světla a  $R_A$  a  $R_B$  jsou vzdálenosti letadla od stanice  $A$  a  $B$ . Je-li rozdíl vzdáleností bodu  $P$  od bodů  $A$  a  $B$  v absolutní hodnotě konstantní, pak bod  $P$  leží na hyperbole, jejíž ohnisky jsou body  $A$  a  $B$ . Tato hyperbola definuje množinu bodů - křivku (v případě 3D (Three Dimensional) plochu), na které se letadlo nachází, označovanou jako lokalizační hyperbola.[13]

$$\overline{AP} - \overline{BP} = c (\Delta t_{\overline{AP}} - \Delta t_{\overline{BP}}) = \gamma, \quad \gamma = \textit{konstanta} \quad (2.2)$$

Využitím další stanice je vypočítána další lokalizační hyperbola. Průsečík těchto hyperbol pak definuje polohu letadla (v rovině). Pro lokalizaci v prostoru je potřeba nalézt průsečík 3 hyperboloidů.

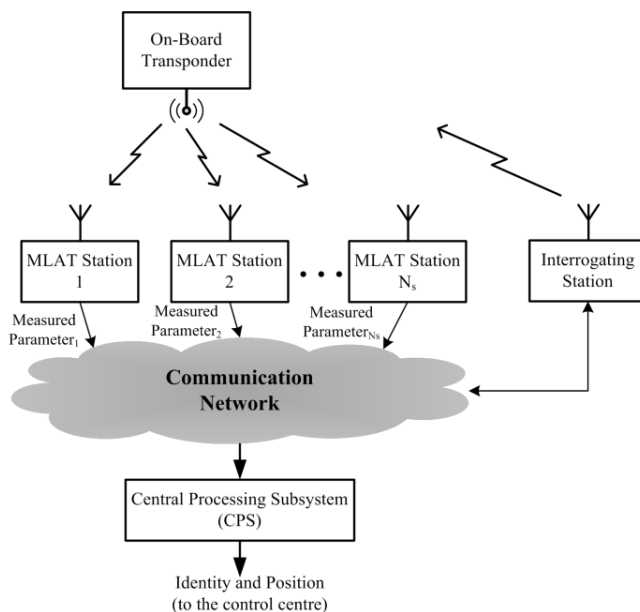
### 2.3 Multilaterace

Základní principy hyperbolické navigace dále umožnily vývoj multilaterace (MLAT - Multilateration). Hlavní odlišností MLAT systému a hyperbolických navigačních systémů je ten, že poloha cíle je vypočtena v pozemní centrální stanici, místo cíle samotného.[16]

MLAT metoda byla vyvinuta pro vojenské účely ke zpřesnění lokace nepřátelských letadel. První testy proběhly v roce 1970 v USA společností Bendix Corporation. Avšak tento systém byl zpočátku velmi nákladný, a proto byl jeho rozvoj zpomalen. S postupem času a příchodem odpovídače Módu S a TCAS (Traffic alert & collision avoidance system) byla myšlenka multilaterace znovu otevřena. Dnešní pokročilé multilaterační systémy kombinují hyperbolický a eliptický princip, též označovaný jako „měření



s dosahem“ (range aided measurement), který nevyužívá časový rozdíl přijetí signálu, ale dobu šíření signálu TLOA (Time Lag Of Arrival). [13] [40]



Obrázek 2 Obecné schéma MLAT systému [13]

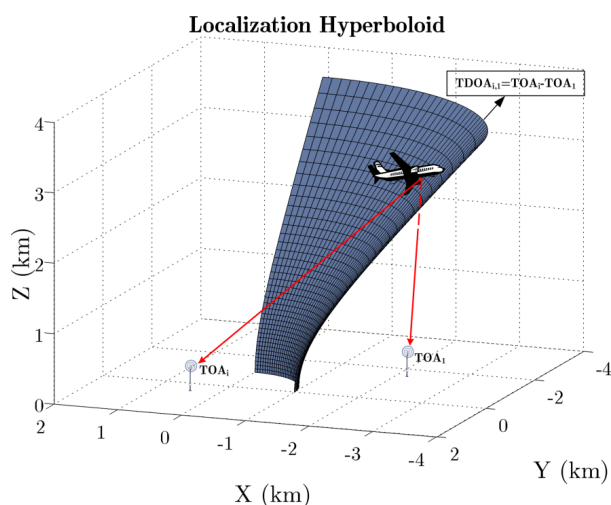
### 2.3.1 Princip a uplatnění

Jak už název napovídá, multilaterace využívá více složek. Primárně se jedná o pasivní radiolokační systém, který přijímá odpovědi od objektů a přesně určuje rozdíl času přijetí odpovědí.

Systém se skládá z několika přijímacích pozemních stanic (minimálně 3, pro určení polohy ve 2D (Two Dimensional)), které jsou strategicky umístěné v požadované oblasti. Ideálním rozmístěním je rovnostranný trojúhelník. Pokud je systém doplněn dotazovačem módu A/C/S, uplatňuje se v prostoru s nedostatečným krytím SSR, mluvíme o aktivní konfiguraci. Multilaterační systémy nevyžadují instalaci další avioniky, jelikož využívají běžné činnosti odpovídače módu A/C a S, stejně jako zprávy ADS-B (Automatic Dependent Surveillance – Broadcast) a vojenský IFF (Identification friend/foe). [16]

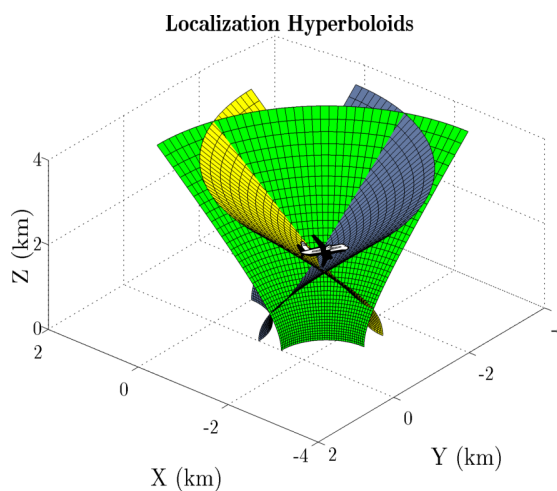
Principem pro určení polohy je z hlediska geometrických zákonitostí hyperbolická metoda. Považujeme-li stanice za ohniska, pak letadlo leží

na křivce/ploše, jejíž každý bod má konstantní rozdíl vzdáleností od dvou pevných bodů (přijímačů) se známou polohou. Řešíme-li úlohu ve 2D dimenzi, je touto křivkou hyperbola. V případě 3D se jedná o hyperboloid. [13]



Obrázek 3 Část hyperboloidu pro dva přijímače v MLAT systému [13]

Průnik těchto hyperbol/hyperboloidů pak určuje polohu letadla.



Obrázek 4 Průsečík tří hyperboloidů [13]

Multilaterační systémy měří fyzikální parametr signálu, vyslaného odpovídačem na každém z přijímačů, standardně je tímto parametrem čas

přijetí (TOA – Time of Arrival). Naměřené hodnoty jsou zpracovány v centrálním počítači, s cílem určení identifikace a pozice letadla. Dalšími parametry, které mohou být měřeny s cílem určení polohy, jsou: obousměrné zpoždění (RTD – Round Trip Delay), čas od vyslání signálu dotazovací stanicí do přijetí odpovědi na pozemní stanici; úhel přijetí signálu (AOA – Angle of Arrival) a časové dotazování, které spojuje hodnoty TOA jednoho cíle. [13]

Oblast pokrytí každého přijímače je velmi individuální. Na trhu se objevují přijímače různé kvality, dále je potřeba uvažovat konkrétní umístění přijímače, kdy může docházet ke stínění a tím snížení oblasti pokrytí. Čím je letadlo od pozemního přijímače vzdálenější, tím výše musí letadlo letět, aby se zvýšila pravděpodobnost zachycení vyslaného signálu. Nejvyšší pravděpodobnosti zachycení dosahují obecně multilaterační systémy ve výškách 3000-10000 FT (Feet). [6] [33]

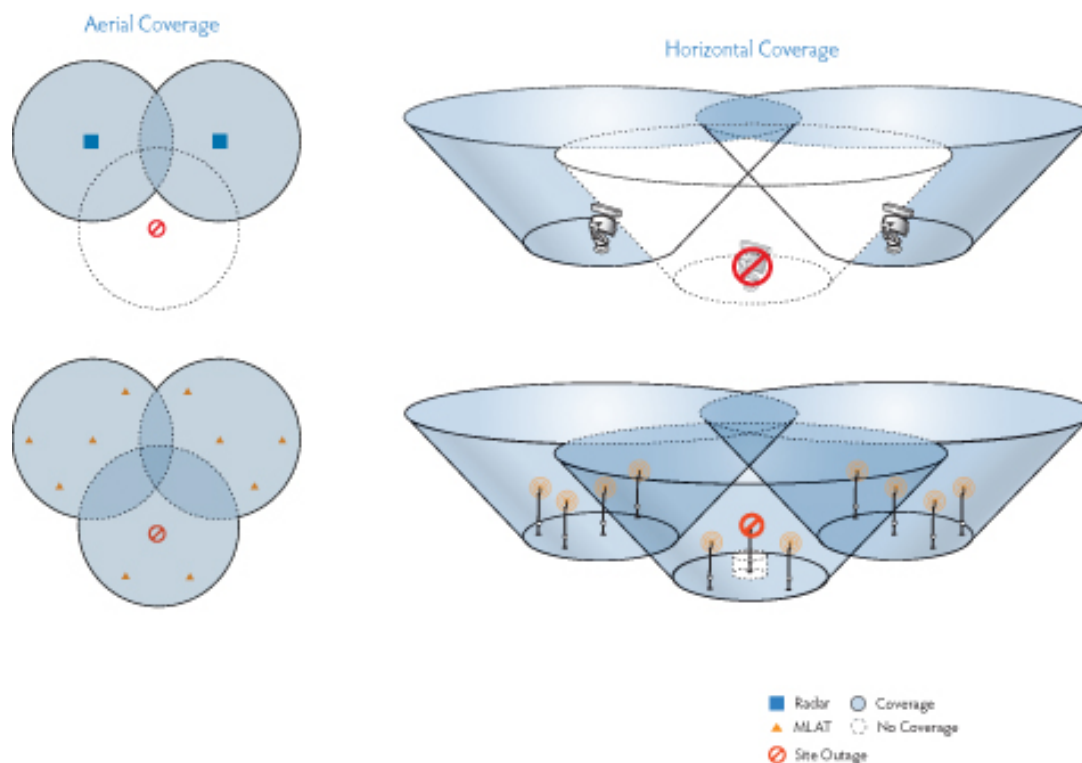
Jak již bylo zmíněno výše, podstatný je pro výpočet čas, kdy byl signál na přijímači zachycen; především časová zpoždění zachycení stejného signálu na jednotlivých přijímačích. Toto zpoždění je důsledkem geometrické konfigurace stanic. K analýze signálu a určení polohy je následně využít časoměrný systém TDOA (Time Difference Of Arrival.)

### **2.3.2 SSR x MLAT**

V minulosti mohl být požadavek na pokrytí určené oblasti realizován pouze SSR technologií, kde systémové limity často vedly ke kompromisům v pokrytí a potřebě podpůrných instalací k vyplnění nepokrytých mezer, nebo limitaci prostorů bezpečných pro let. Oproti tomu má metoda multilaterace jedinečnou schopnost – být přizpůsobena na míru a pokrýt požadavky v širokém okolí. [26]

Další výhodou MLAT systému, ve srovnání s radarovým uspořádáním vzdušného prostoru, je flexibilita v případě změn zavedených postupů a nových tratí. V SSR systému tyto změny s sebou vždy nesly výrazné náklady a investice. [26]

Problémy, které s sebou přináší výpadek přehledového radu, ať už plánovaný z důvodu údržby, či neplánovaný z důvodu selhání nebo poruchy, mají v multilateračních systémech menší dopad. Multilaterační systém má určitou úroveň redundance, která i v případě výpadku jednoho z přijímačů umožňuje zajistit provozní dostupnost a pokrytí. [30]



Obrázek 5 Porovnání SSR a multilateračního systému v případě výpadku jednoho z přijímačů [26]

### 2.3.3 ADS-B x MLAT

V budoucím konceptu přehledových systémů s hlavní rolí ADS-B by se sekundární radary měly stát pouze záložními systémy a z běžného provozu být vyřazeny. Například australská společnost Airservice Australia a FAA (Federal aviation Administration) uvedly plánované snížení instalací SSR o 50%. [26] Pro období přechodu jsou multilaterační systémy ideálním řešením, a to z několika důvodů.

Multilaterační systémy instalované v nových oblastech, případně ve stávajících oblastech řízení, za účelem nahrazení starších přehledových radarů, byly prvním krokem při přechodu na ADS-B. Nově instalovaná síť je schopna sledovat stávající provoz mód A/C/S, stejně jako letadla vybavená ADS-B technologií. [26]

Dále již nainstalovaná multilaterační síť může sloužit jako záložní a kontrolní systém pro ADS-B data. Multilaterační senzory také mohou sloužit jako pozemní přijímače pro ADS-B systém s podstatnou úsporou nákladů. V případě výpadku ADS-B systému, způsobeného například nepřesnostmi GNSS (Global Navigation Satellite System) technologie v důsledku sluneční aktivity, má pak poskytovatel plnohodnotný náhradní systém a celková provozní schopnost tím narůstá. [26]

#### **2.3.4 Budoucnost**

Klíčovým elementem budoucnosti managementu letecké dopravy, jako je evropský SESAR (Single European Sky ATM Research) a americký NextGen (Next Generation Air Transport System), je ADS-B. Jeden z hlavních důvodů, proč tato technologie není bezprostředně implementována a s jejím úplným zavedením se počítá až v roce 2025, jsou vysoké náklady na vybavení letadel potřebnou avionikou. [8] [26]

Na rozdíl od stávajících sekundárních radarů, letadla vybavená ADS-B vysílačem informují o své pozici každou sekundu. Informace navíc neobsahuje pouze polohovou zprávu, ale i identifikaci letadla, výšku, rychlost, vertikální rychlost, plánovanou trať a další užitečné informace. [26]

### 3 Signály využívané v systému MLAT

V předchozích kapitolách byly popsány teoretické základy multilaterace a její stručná historie. Cílem této kapitoly je popsat základní charakteristiky signálů, které jsou v multilateraci využívány. Všechna letadla vybavena odpovídačem, mají dle platných předpisů povinnost mít odpovídač během letu zapnutý. [12]

#### 3.1 Mode A/C

Základními složkami sekundárních přehledových systémů je pozemní stanice – dotazovač a palubní zařízení – odpovídač. Dotazování se odehrává na kmitočtu 1030 MHz a odpovědi na kmitočtu 1090MHz. Dotaz je označován jako Mode A/C podle toho, jaké doplňující informace jsou dotazovány. V případě Módu A se jedná o identifikaci letadla a v případě Módu C o barometrickou letovou výšku (s přesností 100 FT). [37]

Přesnost měření TOA nebo jiného parametru je zásadně ovlivněna kvalitou přijatého signálu, který může být negativně ovlivněn principem šíření signálu (rozptyl, odraz, vícestné šíření a pod.). Toto omezení je součástí všech multilateračních systémů, proto je zohledněno již během návrhu systému. Dalším omezením je rychlost aktualizace informace, která v případě střední/vysoké hustoty provozu může zapříčinit problémy s kapacitou. Dosah tohoto signálu je závislý na prostředí i hustotě provozu, obecně bývá kolem 250 NM (Nautical Miles). [13]

#### 3.2 Mode S

Signál Módu S je velmi podobný signálu Módu A/C. Na dotazovací signál frekvence 1030 MHz je odpovězeno na frekvenci 1090 MHz. Hlavním rozdílem je umožnění selektivního dotazování v Módu S. Což je režim, který uvolňuje kapacitu tím, že se dotazuje pouze vybraného cíle a potlačuje odpovědi ostatních. Cílené dotazování je možné, protože letadla předávají v odpovědi jedinečnou 24 bitovou ICAO (International Civil Aviation

Organization) adresu. Z přijaté odpovědi je možné získat TOA, ale i další parametry signálu, například směr přijetí signálu. [38]

Signál Módu S umožňuje v multilaterálních systémech jednoznačnou identifikaci letadla v oblasti pokrytí, navíc barometrická výška je určena s přesností 25 FT. Dosah signálu je opět kolem 250 NM a rychlost aktualizace informace je stále nízká, ale s možností selektivního dotazování rychlejší, než u Módu A/C. [13]

### **3.3 ADS-B**

Automatic Dependent Surveillance - Broadcast je systém automatického sledování, který je označován za budoucnost přehledových systémů. Významnou roli zaujímá v evropském projektu SESAR stejně jako v americkém NextGen. [30]

Technologie ADS-B přenáší komplexní data získaná z palubních systémů a zařízení letadla, jako je poloha, rychlost, identifikace, předpokládaná trajektorie a další užitečné informace. Navíc tato data vysílá automaticky každou sekundu. [26]

Plošné zavedení ADS-B technologie je omezeno především vysokými náklady spojenými s nutností vybavení letadel potřebnou avionikou. ADS-B technologie využívá odlišné metodiky přenosu od klasického radaru. Nejrozšířenější technologií je 1090ES (Extended Squitter), která odpovědi vysílá na stejné frekvenci 1090 MHz jako odpovídače Módu A/C a S. A proto můžeme na ADS-B přijímačích zachytit i odpovědi na dotazy od sekundárních radarů. [13]

## 4 Metody výpočtu lokalizačního problému

Z hlediska principu šíření elektromagnetických vln a vhodnému rozmístění přijímacích stanic, je signál vyslaný letadlem zachycen na přijímacích stanicích v různých časových okamžicích, jejich rozdíl nazýváme časovým zpožděním. Příčinou zpoždění je různá vzdálenost přijímačů od cíle. Známe-li zpoždění  $\Delta t$  a polohu přijímačů, můžeme dopočítat neznámou polohu cíle (letadla) v daném souřadnicovém systému. Existuje několik metod sestavení a řešení hyperbolických rovnic, přičemž všechny jsou založeny na obdobném principu, popsaném v následující kapitole. [13] [14]

Běžně při řešení problému známe zdroj, který produkuje fyzikální jev, a matematický model, popisující jeho chování. Pak je možné pro vstupní data stanovit řešení. V případě MLAT systému je situace opačná – pro známou odpověď hledáme pozici zdroje – proto tento problém nazýváme inverzním. [13]

$$\int_{\Omega} \text{zdroj} \times \text{systém} d\Omega = \text{odpověď} \quad (4.1)$$

Uvažujeme-li pozici letadla jako vektor  $\theta = [x, y, z]^T$  a měření jako  $\widehat{m}_{MLAT} = [\widehat{m}_1, \dots, \widehat{m}_i, \dots, \widehat{m}_M]^T$ , kde  $\widehat{m}_i$  označuje druh měřené veličiny v MLAT systému, např. TOA, TDOA, RTD, AOA a  $\mathcal{M}$  je celkový počet měření. Problém lokalizace může být matematicky vyjádřen jako:

$$\widehat{\theta} = \mathcal{M}\{\widehat{\mathbf{m}}_{MLAT}\}. \quad (4.2)$$

Pro řešení v prostoru (3D) je potřeba zachytit identický impuls, který je vyslaný zdrojem v určitý časový okamžik na všech čtyřech přijímačích. Výpočet je založen na hledání průsečíku tří nelineárních rovnic hyperboloidů.

Označíme-li vzdálenost cíle od  $i$ -tého vysílače  $r_i$ , lze ji vyjádřit jako nelineární funkci  $f_i(x, y, z)$ :



$$r_i = f_i(x, y, z) = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}, \quad (4.3)$$

$$i = 1, \dots, N_s$$

kde  $N_s$  je počet přijímačů MLAT systému jejichž pozice je známá jako  $S_i = (x_i, y_i, z_i)$ .

Pomocí funkce  $f$  a známé rychlosti šíření signálu  $c$ , lze dále vyjádřit čas přijetí signálu na přijímači TOA:

$$TOA_i = \frac{1}{c} f_i(x, y, z) + t_e, \quad (4.4)$$

kde  $t_e$  je čas vyslání signálu shodný pro všechny stanice.

U lokalizačních algoritmů využívaných v multilateraci převažuje metoda TDOA díky svojí relativní přesnosti a nenáročnosti výpočtu a nepotřebě znalosti pokročilých informací o vyslaném signálu. Rozdíl času přijetí je dvou-kroková metoda, která v prvním kroku měří čas přijetí na jednotlivých senzorech. Ve druhém kroku jsou naměřená data zpracována hyperbolickým principem s cílem určení polohy zdroje signálu. [13]

Uvažujme tedy přijímač  $S_1$  jako centrální, ke kterému bude poloha vztažena, pak lze časový rozdíl TDOA vyjádřit:

$$TDOA_{i1} = TOA_i - TOA_1, \quad i = 2, 3, \dots, N_s \quad (4.5)$$

kdy po úpravách a dosazení dostáváme rovnici:

$$TDOA_{i1} = \frac{1}{c} \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} - \frac{1}{c} \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} \quad (4.6)$$

Uvažujme-li chybu měření a šum  $n_{i1}$ , pak:

$$T\widehat{DOA}_{i1} = \frac{1}{c} \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} - \frac{1}{c} \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} + n_{i1} \quad (4.7)$$

Využitím rozdílu času přijetí tak odstraníme neznámou  $t_e$  z rovnice 4.4. Pro  $N_s$  stanic je možné vytvořit celkem  $\binom{N_s}{2}$  rovnic. Všechny tyto rovnice mohou být reprezentovány soustavou rovnic. Pozicí letadla je průsečík hyperboloidů, který je řešením soustavy rovnic o třech neznámých – souřadnic polohy letadla  $x, y, z$ . [13]

$$c \cdot \Delta t_{21} = \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} \quad (4.8)$$

$$c \cdot \Delta t_{31} = \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} \quad (4.9)$$

$$c \cdot \Delta t_{41} = \sqrt{(x - x_4)^2 + (y - y_4)^2 + (z - z_4)^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} \quad (4.10)$$

kde  $S_1 = (x_1, y_1, z_1)$ ,  $S_2 = (x_2, y_2, z_2)$ ,  $S_3 = (x_3, y_3, z_3)$ ,  $S_4 = (x_4, y_4, z_4)$  jsou známé polohy přijímačů.

Řešení soustavy rovnic je výsledkem lokalizačního algoritmu.

#### 4.1 Lokalizační algoritmus

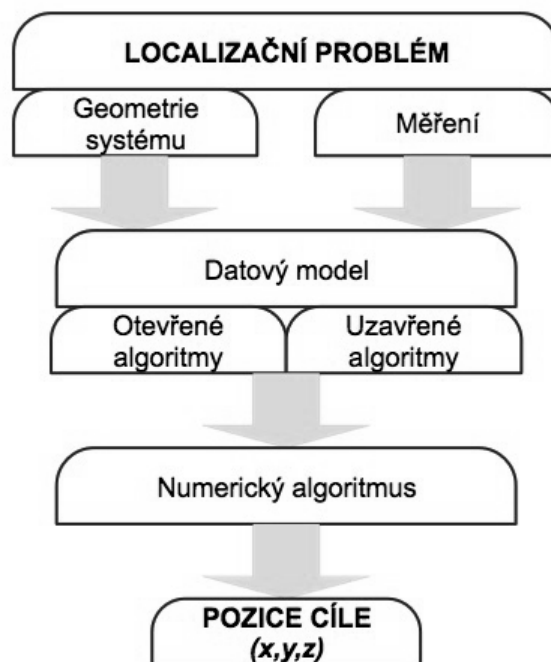
Existuje několik algoritmů, které lze k řešení problému popsaného v předchozí kapitole použít. Společným charakterem lokalizačních algoritmů je rozdělení úkolu lokalizace do dvou pod-úkolů: datového modelu, na jehož základě je vytvořen inverzní problém, a numerického algoritmu pro výpočet a vyjádření pozice cíle. [13]

*lokalizační algoritmus*

$$= \text{datový model} + \text{numerický algoritmus} \quad (4.11)$$

Datový model je obecná verze charakteristické rovnice. Typicky je charakteristická rovnice tvořena skalárními prvky a definuje vztahy mezi neznámými, měřenými hodnotami a pozicí přijímačů. Když skalární prvky převedeme do tvaru vektorové matice, pro množinu  $N_s$  stanic, hovoříme o datovém modelu. [13]

Různé lokalizační algoritmy pracují s rozdílnými datovými modely, které lze kategorizovat na statistické, numerické a algebraické. Dále se na základě datového modelu algoritmy pro zpracování dělí do dvou skupin: otevřené algoritmy a uzavřené algoritmy. [14]



Obrázek 6 – Obecné schéma lokalizačního problému v systému MLAT [13] (upraveno autorkou)

#### 4.1.1 Otevřené algoritmy

Základem otevřených algoritmů je linearizace rovnice 4.7 k získání lineárního vztahu mezi měřenou veličinou  $\hat{m}$  a pozicí cíle  $\theta$ .

$$T\widehat{DOA}_{i1} = \frac{1}{c} \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} - \frac{1}{c} \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} + n_{i1} \quad (4.7)$$

Algoritmy využívají statistické modely dat a jsou založeny na iteračním procesu (postupné zpřesňování polohy) a pro svoje spuštění potřebují primární zadání polohy cíle. Nejrozšířenějším algoritmem v multilateračních systémech je iterační algoritmus založený na Taylorovu rozvoji. [13]

Hlavním problémem této metody je zadání počáteční polohy. Nejvhodnější výchozí bod závisí na geometrii systému, rozsahu pokrytí, počtu dostupných stanic apod. Pro letištní přehledové systémy je většinou vhodné jako počáteční bod zvolit střed letiště. V případě aplikace při WAM (Wide Area Multilateration) je nutné použít uzavřenou formu algoritmu pro stanovení počáteční pozice. [13] [15]

#### *Statistické datové modely*

Modely založené na statistickém přístupu předpokládají určitou statistickou hypotézu o měřeních a cílové pozici a stanovují pravděpodobnostní model jejich vztahu. Většina těchto modelů je založena na principu maximální pravděpodobnosti (ML – Maximum Likelihood). Dále tyto modely vyžadují doplňující data o rozdělení chyb měření; většinou je uplatněno Gaussovo rozdělení. Také je potřeba ve výpočtu aplikovat iteraci a lineární aproximaci, z důvodu výrazné nelinearizace v místě neznámého cíle, což lze částečně omezit kvalitním počátečním odhadem pozice. [13]

#### **4.1.2 Uzavřené algoritmy**

Uzavřené algoritmy mohou pracovat s kvadratickým vztahem mezi měřením  $\hat{m}$  a neznámou pozicí cíle  $\theta$  nebo přímo definují lineární inverzní problém algebraickou úpravou hyperbolických rovnic. Proto může být výsledkem jedno, ale i dvě řešení. V případě nalezení dvou řešení je nutné zvolit to správné. [13]

Výhodou uzavřených algoritmů je, že není potřeba odhadovat počáteční pozici. Ale v případě řešení nelineárního vztahu, je i šum kvadratický, což zvyšuje nepřesnost řešení.

Vhodné uzavřené algoritmy pro řešení polohy v MLAT systému jsou například: Schmidt, Smith and Abel, Friedlander, Schau and Robinson, Chan and Ho, Bancroft, Bucher a Wikipedia® algoritmus. [13]

Vhodnost algoritmu pro řešení je ovlivněna počtem stanic, které v MLAT systému máme k dispozici pro příjem zpráv, stejně jako datovým modelem.

### *Numerické datové modely*

Modely s numerickým přístupem stanovují matematickou funkci, která definuje vztahy mezi neznámou cílovou pozicí, měřenými veličinami a parametrem odvozeným z cílové pozice, který je také neznámý. Pro zjednodušení řešení modely uvažují číselné aproximace, především numerickou nezávislost, mezi neznámou polohou a odvozeným parametrem. Většina z nich vychází z metody nejmenších čtverců (LS – Least Squares), kdy je stanovena chybová funkce a hledá se její minimum. [13]

Tyto modely jsou řešeny přímou optimalizací a nepožadují prvotní odhad pozice cíle. Obvykle jsou výpočetní nároky menší, než pro statistická data, ale zároveň je s hledáním řešení kvadraticky navyšován šum, čímž se výsledek stává méně přesným, a tedy ze statistického pohledu není zcela optimální. [13]

### *Algebraické datové modely*

Modely založené na algebraickém přístupu nevyužívají statistická data ani číselné aproximace. Pouze algebraicky upravují hyperbolické rovnice, dokud nenaleznou inverzní problém, který lineárně souvisí s neznámou pozicí cíle a známými parametry (měřená data a pozice přijímačů). Model vychází z geometrických zákonitostí, proto obvykle vyžadují více stanic pro vytvoření

charakteristické rovnice a do řešení mohou zavádět až krychlový šum. Proto nejsou výsledky opět optimální ze statistického hlediska, ale obdobně jako numerické modely je pro řešení vyžadován nižší výpočetní výkon. [13]

#### 4.1.3 Přehled lokalizačních algoritmů

V tabulce 4.1 je uveden přehled základních charakteristik nejpoužívanějších lokalizačních algoritmů pro dekódování polohy. Kde  $n=2$  pro 2D a  $n=3$  pro prostorovou (3D) lokalizaci a písmena A, S, N, stanovují datový model (A - algebraický, S - statistický, N - numerický).

Tabulka 4.1 – Přehled lokalizačních algoritmů [13] (upraveno autorkou)

| Algoritmus       | Datový model | Stanice pro jednu rovnici | Min. počet stanic | Typ řešení | Počet řešení | Šum                  |
|------------------|--------------|---------------------------|-------------------|------------|--------------|----------------------|
| Schmidt          | A            | 3                         | $n+2$             | přímé      | 1            | lineární krychlový   |
| Taylor           | S            | 2                         | $n+1$             | iterační   | 1            | lineární             |
| Smith a Able     | N            | 2                         | $n+1$             | přímé      | 1            | kvadratický          |
| Friedlander      | N            | 2                         | $n+1$             | přímé      | 1            | kvadratický          |
| Schau a Robinson | N            | 2                         | $n+1$             | přímé      | 2            | kvadratický          |
| Cahn a Ho        | N            | 2                         | $n+2$             | přímé      | 2            | kvadratický          |
| Bancroft         | A            | 1                         | $n+1$             | přímé      | 2            | lineární kvadratický |
| Wikipedia        | A            | 3                         | $n+2$             | přímé      | 1            | lineární krychlový   |
| Bucher (HPA)     | A            | 2                         | $n+1$             | Direct     | 2            | kvadratický          |
| Ezzat            | A            | 2                         | $n+2$             | Direct     | 1            | kvadratický          |

## 4.2 Výpočet 3D polohy

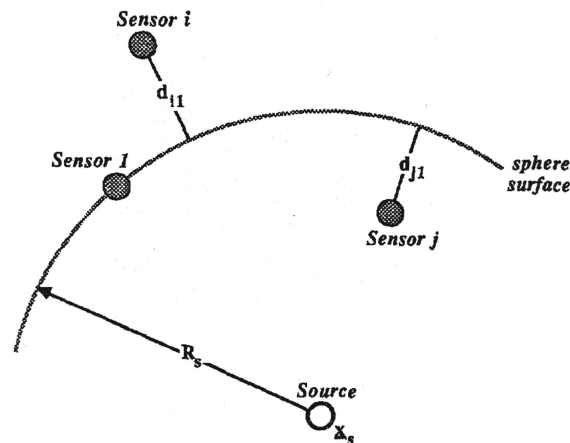
Z Tabulka 4.1 – Přehled lokalizačních algoritmů [13] (upraveno autorkou) můžeme limitujícími podmínkami počtu přijímačů provést redukci pouze na algoritmy, které jsou použitelné pro náš další postup. Cílem této práce je určení polohy ve 3 dimenzích, neznámá  $n$  v Tabulka 4.1 – Přehled lokalizačních algoritmů [13] (upraveno autorkou) tedy odpovídá 3. Fakulta dopravní, má pro své účely k dispozici 4 přijímací stanice, proto je možné využít pouze algoritmy vyžadující maximálně  $n+1$  stanic. Friedlander dále navrhuje využívat minimálně  $n+2$  stanic z důvodu singularity matice  $M$ . [13] Pro řešení WAM jsou iterační algoritmy obecně nevhodné, protože pro určení počáteční polohy je doporučeno využít uzavřeného algoritmu. [13] Proto není ani Taylorův rozvoj vhodnou metodou pro další zpracování. Na základě zmíněných omezení pak upravená tabulka vhodných algoritmů pro naše podmínky vypadá následovně:

Tabulka 4.2 – Souhrn lokalizačních algoritmů

| Algoritmus       | Datový model | Stanice pro jednu rovnici | Min. počet stanic | Typ řešení | Počet řešení | Šum                  |
|------------------|--------------|---------------------------|-------------------|------------|--------------|----------------------|
| Smith a Able     | N            | 2                         | $n+1$             | přímé      | 1            | kvadratický          |
| Schau a Robinson | N            | 2                         | $n+1$             | přímé      | 2            | kvadratický          |
| Bancroft         | A            | 1                         | $n+1$             | přímé      | 2            | lineární kvadratický |
| Bucher (HPA)     | A            | 2                         | $n+1$             | Direct     | 2            | kvadratický          |

#### 4.2.1 Smith and Able (Spherical Interpolation)

Smith a Able algoritmus je založen na sférické interpolaci, která definuje vzdálenosti ostatních stanic ve vztahu k referenční, resp. vzdálenosti ostatních stanic odpovídají kolmé vzdálenosti ke kružnici, jejímž středem je zdroj signálu a poloměrem vzdálenost zdroje a referenční stanice. [2]



Obrázek 7 Smith a Able algoritmus - sférická interpolace [2]

#### Základní charakteristiky algoritmu

- jedno krokový algoritmus
- poskytuje jedno řešení
- matematická manipulace rovnice 4.7

$$\begin{aligned} \widehat{TDOA}_{i1} = & \frac{1}{c} \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \\ & - \frac{1}{c} \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} + n_{i1} \end{aligned} \quad (4.7)$$

- charakteristická rovnice
  - pro sestavení je potřeba dvou přijímačů  $i$ -tý a referenční

$$2\boldsymbol{\theta}_i^T \boldsymbol{\theta} = R_i^2 - \widehat{m}_{i,1}^2 - 2R_s \widehat{m}_{i,1}, \quad i = 2, \dots, N_s \quad (4.8)$$

- neznámé: poloha cíle  $\boldsymbol{\theta}$ , vzdálenost cíle od referenční stanice  $R_s$
- numerický model dat



### Úprava rovnic [25]

Formulace níže je vyjádřena za předpokladu, že počátek souřadnicového systému je v pozici referenční stanice (stanice 1), tedy  $\boldsymbol{\vartheta}_i = \boldsymbol{\vartheta}_i - \boldsymbol{\vartheta}_1, R_1 = 0$  a  $R_s = r_1$

$$2\boldsymbol{\vartheta}_i^T \boldsymbol{\theta} = R_i^2 - \widehat{m}_{i,1}^2 - 2R_s \widehat{m}_{i,1}, \quad i = 2, \dots, N_s \quad (4.8)$$

S ohledem na nepřesnosti měření je rovnice výše vyjádřena chybovou rovnicí<sup>2</sup>

$$\epsilon_{i,1} = R_i^2 - \widehat{m}_{i,1}^2 - 2R_s \widehat{m}_{i,1} - 2\boldsymbol{\vartheta}_i^T \boldsymbol{\theta}, \quad i = 2, \dots, N_s \quad (4.9)$$

která vyjádřena ve vektorové formě:

$$\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\delta} - 2R_s \widehat{\boldsymbol{m}} - 2\boldsymbol{S}\boldsymbol{\theta} \quad (4.10)$$

kde:

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{N_s} & y_{N_s} & z_{N_s} \end{bmatrix}_{(N_s-1) \times 3} \quad (4.11)$$

$$\boldsymbol{\delta} = \begin{bmatrix} R_2^2 - \widehat{m}_{2,1}^2 \\ \vdots \\ R_{N_s}^2 - \widehat{m}_{N_s,1}^2 \end{bmatrix}_{(N_s-1) \times 1} \quad (4.12)$$

Pozice cíle je poté nalezena jako minimum chybové funkce metodou nejmenších čtverců.

---

<sup>2</sup> Odvození chybové rovnice je popsáno v následující kapitole **Odvození chybové rovnice**

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \frac{1}{2} \mathbf{S}^* (\boldsymbol{\delta} - 2R_s \hat{\mathbf{m}}) \quad (4.13)$$

kde  $\mathbf{S}^*$  je pseudoinverzní matice k matici  $\mathbf{S}$ . řešení může být vyjádřeno jako inverzní problém:

$$\mathbf{S} \hat{\boldsymbol{\theta}} = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\delta} - 2R_s \hat{\mathbf{m}}) \quad (4.14)$$

Jelikož  $R_s$  je stále neznámá, zavedeme druhou chybovou funkci substitucí, čímž získáme rovnici pro  $R_s$ .

$$\boldsymbol{\epsilon}' = \boldsymbol{\delta} - 2R_s \hat{\mathbf{m}} - \mathbf{S} \mathbf{S}^* (\boldsymbol{\delta} - 2R_s \hat{\mathbf{m}}) = (\mathbf{I} - \mathbf{S} \mathbf{S}^*) (\boldsymbol{\delta} - 2R_s \hat{\mathbf{m}}) \quad (4.15)$$

$$\boldsymbol{\epsilon}' = \mathbf{P}_S^\perp (\boldsymbol{\delta} - 2R_s \hat{\mathbf{m}}) \quad (4.16)$$

kde

$$\mathbf{P}_S^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{S} \mathbf{S}^* \quad (4.17)$$

Nyní je chybová funkce lineární a jejím řešením je minimalizace 2-normy metodou nejmenších čtverců rovnice  $\boldsymbol{\epsilon}'$ .

Výsledek je vyjádřen jako:

$$\hat{R}_S = \frac{\hat{\mathbf{m}}^T \mathbf{P}_S^\perp \mathbf{P}_S^\perp \boldsymbol{\delta}}{\hat{\mathbf{m}}^T \mathbf{P}_S^\perp \mathbf{P}_S^\perp \hat{\mathbf{m}}} \quad (4.18)$$

A hledaná pozice cíle je řešením rovnice:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{Smith\&Abel} = \frac{1}{2} \mathbf{S}^* \left( \mathbf{I} - \frac{\hat{\mathbf{m}}^T \mathbf{P}_S^\perp \mathbf{P}_S^\perp}{\hat{\mathbf{m}}^T \mathbf{P}_S^\perp \mathbf{P}_S^\perp \hat{\mathbf{m}}} \right) \boldsymbol{\delta} \quad (4.19)$$

Vyjádřeno inverzním problémem

$$\mathbf{G}_{Smith\&Abel} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{Smith\&Abel} = \hat{\mathbf{m}}_{Smith\&Abel} \quad (4.20)$$

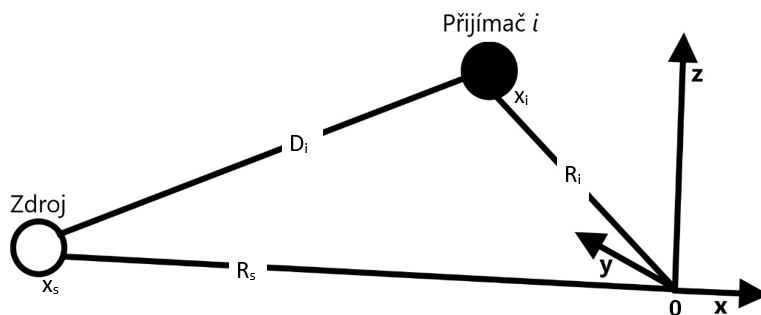
kde

$$\mathbf{G}_{Smith\&Abel} = \mathbf{S}, \quad \hat{\mathbf{m}}_{Smith\&Abel} = \frac{1}{2} \left( \mathbf{I} - \frac{\hat{\mathbf{m}} \hat{\mathbf{m}}^T \mathbf{P}_S^\perp \mathbf{P}_S^\perp}{\hat{\mathbf{m}}^T \mathbf{P}_S^\perp \mathbf{P}_S^\perp \hat{\mathbf{m}}} \right) \boldsymbol{\delta} \quad (4.21), (4.22)$$

K sestavení charakteristické rovnice je potřeba minimálně dvou stanic. Proto je k určení polohy cíle v  $n$  dimenzi potřeba  $n+1$  stanic. Algoritmus dává jedno řešení, které je ale výrazně ovlivněno kvadratickým šumem, který závisí na stabilitě výpočtu pseudoinverze  $\mathbf{S}$ . Výpočtové nároky na užití tohoto algoritmu jsou velmi malé. [13]

#### Odvození chybové rovnice [25]

Nechť  $\frac{d_{ij}}{c}$  značí  $TDOA$  mezi přijímači  $i$  a  $j$  ( $i, j = 1, \dots, N$ ),<sup>3</sup> kde  $N$  je počet přijímačů a  $c$  je rychlost šíření signálu. A  $x_i$  je vektorem prostorových souřadnic  $(x, y, z)$  přijímače  $i$  a pozice zdroje je značena  $x_s$ . Pak vzdálenost zdroje a přijímače  $i$ , je  $D_i = \|x_i - x_s\|$  a vzdálenost počátku k poloze přijímače  $i$  je



Obrázek 8 Diagram znázorňující geometrické vztahy [25] (upraveno autorkou)

definována jako  $R_i$ .

<sup>3</sup>  $m_{i,1} = r_i - r_1 = c \text{ TDOA}_{i,1}, \quad i = 2, \dots, N$  [13]

Získáváme následující základní vztahy:

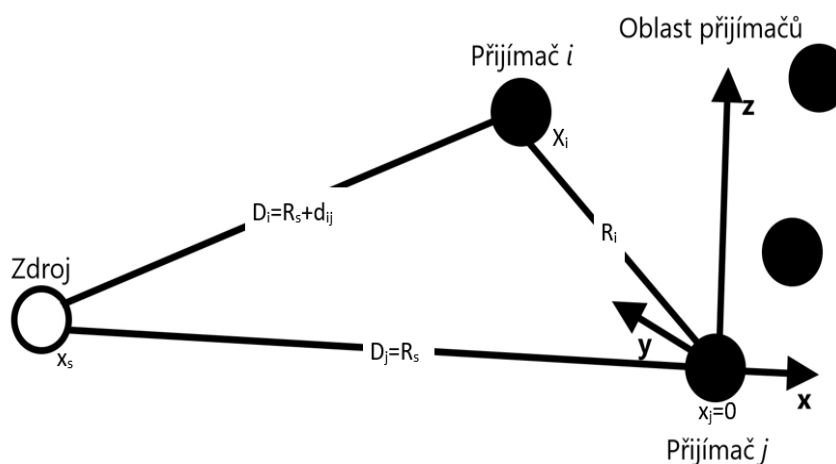
$$d_{ij} = D_i - D_j, \quad i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, N \quad (4.23)$$

$$D_i = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_s\| \quad (4.24)$$

$$D_i^2 = \|\mathbf{x}_i\|^2 - 2\langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_s \rangle + \|\mathbf{x}_s\|^2 = R_i^2 - 2\mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_s + R_s^2 \quad (4.25)$$

K vyřešení lokalizačního problému přeneseme počátek souřadnicového systému do pozice přijímače  $j$ . Tím získáme:

$$\mathbf{x}_j = \mathbf{0} \Rightarrow R_j = 0 \text{ \& } D_j = R_s \quad (4.26)$$



Obrázek 9 Diagram znázorňující geometrické vztahy při počátku souřadnicového systému v Přijímači  $j$  [25] (upraveno autorkou)

Z rovnice 4.23 a rovnice 4.26 získáme

$$D_i = D_j + d_{ij} = R_s + d_{ij} \quad (4.27)$$

Substitucí  $D_i = R_s + d_{ij}$  do rovnice 4.25 získáváme vztah

$$R_i^2 - d_{ij}^2 - 2R_s d_{ij} - 2\mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_s = 0 \quad (4.28)$$

Protože zpoždění není měřeno zcela přesně, pravá strana rovnice 4.28 je navýšena o chybu, reprezentovanou chybovou funkcí. Která je následně minimalizovaná metodou nejmenších čtverců k získání optimálního řešení.

Nechť  $j = 1$ , pak:

$$\epsilon_i = R_i^2 - d_{i1}^2 - 2R_s d_{i1} - 2\mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_s \quad (4.29)$$

Je-li  $\vartheta$  poziční vektor přijímačů,  $\theta$  vektor cíle, a měřenou hodnotu  $d_{ij}$  nahradíme obecným značením  $m$  (vektor měřené veličiny), získáváme úpravou rovnice 4.29 rovnici:

$$\epsilon_{i,1} = R_i^2 - \hat{m}_{i,1}^2 - 2R_s \hat{m}_{i,1} - 2\vartheta_i^T \theta, \quad i = 2, \dots, N_s \quad (4.9)$$

#### 4.2.2 Schau and Robinson (Spherical Intersection)

Tento algoritmus je založen na hledání sférického průsečíku. Hlavním předpokladem algoritmu je, že vzdálenost cíle ke každé stanici reprezentuje poloměr plochy, jejíž centrum je v poloze cíle. [23]

##### Základní charakteristiky algoritmu

- dvou krokový algoritmus
- poskytuje dvě řešení
- matematická manipulace rovnice 4.3

$$r_i = f_i(x, y, z) = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}, \quad (4.3)$$

$$i = 1, \dots, N_s$$

- charakteristická rovnice
  - pro sestavení je potřeba dvou přijímačů  $i$ -tý a referenční

$$2\vartheta_i^T \theta = R_i^2 - \hat{m}_{i,1}^2 - 2R_s \hat{m}_{i,1}, \quad i = 2, \dots, N_s \quad (4.8)$$

- neznámé: poloha cíle  $(x_s, y_s, z_s)$ , vzdálenost cíle od referenční stanice  $D_i$
- numerický model dat

### Úprava rovnic [23]

Formulace níže je vyjádřena za předpokladu, že počátek souřadnicového systému je v pozici referenční stanice (stanice 1), tedy  $\boldsymbol{\vartheta}_i = \boldsymbol{\vartheta}_i - \boldsymbol{\vartheta}_1, R_1 = 0$  a  $R_s = r_1$

$$2\boldsymbol{\vartheta}_i^T \boldsymbol{\theta} = R_i^2 - \hat{m}_{i,1}^2 - 2R_s \hat{m}_{i,1}, \quad i = 2, \dots, N_s \quad (4.8)$$

Datový model, vyjádřený vektorovo-maticovou formou je:

$$\mathcal{M}\boldsymbol{\theta} = \frac{1}{2}(\Delta - 2R_s \hat{\mathbf{m}}) \quad (4.30)$$

kde:

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{N_s} & y_{N_s} & z_{N_s} \end{bmatrix}_{(N_s-1) \times 3} \quad (4.31)$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} R_2^2 - \hat{m}_{2,1}^2 \\ \vdots \\ R_{N_s}^2 - \hat{m}_{N_s,1}^2 \end{bmatrix}_{(N_s-1) \times 1} \quad (4.32)$$

Je zřejmé, že charakteristická rovnice odpovídá stejně jako matice  $\mathcal{M}$  a vektor  $\Delta$  odpovídají matici  $\mathcal{S}$  a vektoru  $\boldsymbol{\delta}$  v Smith a Abelově algoritmu. Stejně tak k řešení využita metoda nejmenších čtverců, která vede k

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \frac{1}{2} \mathcal{M}^* (\Delta - 2R_s \hat{\mathbf{m}}) \quad (4.33)$$

kde  $\mathcal{M}^*$  je pseudoinverzní matice k matici  $\mathcal{M}$ .

Odlišnost od Smith a Abelovo algoritmu začíná až v dalším kroku, kdy Shau nevyužívá podruhé metodu nejmenších čtverců, ale k nalezení kořenů  $R_S$  převádí problém do kvadratické rovnice  $R_S^2 = \theta^T \theta$ . Po následných matematických operacích je rovnice vyjádřena jako:

$$\begin{aligned} R_S^2 [4 - 4\hat{\mathbf{m}}^T (\mathcal{M}^*)^T \mathcal{M}^* \hat{\mathbf{m}}] \\ + R_S [2\hat{\mathbf{m}}^T (\mathcal{M}^*)^T \mathcal{M}^* \Delta + 2\Delta^T (\mathcal{M}^*)^T \mathcal{M}^* \hat{\mathbf{m}}] \\ - [\Delta^T (\mathcal{M}^*)^T \mathcal{M}^* \Delta] = 0 \end{aligned} \quad (4.34)$$

Po nalezení kořenů, jsou tyto dvě hodnoty reprezentovány jako inverzní problém s cílem nalézt pozici cíle.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{Schau\&Robinson}^{1,2} = \frac{1}{2} \mathcal{M}^* (\Delta - 2\hat{R}_S^{1,2} \hat{\mathbf{m}}) \quad (4.35)$$

Nalezení pozice cíle je řešením inverzního problému

$$\mathbf{G}_{Schau\&Robinson} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{Schau\&Robinson}^{1,2} = \hat{\mathbf{m}}_{Schau\&Robinson}^{1,2} \quad (4.36)$$

kde

$$\mathbf{G}_{Schau\&Robinson} = \mathcal{M}, \quad \hat{\mathbf{m}}_{Schau\&Robinson}^{1,2} = \frac{1}{2} (\Delta - 2\hat{R}_S^{1,2} \hat{\mathbf{m}}) \quad (4.37)$$

K zformulování charakteristické rovnice jsou vyžadovány dvě přijímací stanice. Proto k zjištění polohy cíle je o n souřadnic je potřeba n+1 stanic. Algoritmus do výpočtu zavádí kvadratický šum, který přímo ovlivňuje kvalitu nalezeného řešení. Výpočetní požadavky jsou v porovnání s Smith a Abelovo algoritmem vyšší, jelikož je zapotřebí implementace metody pro výběr jednoho řešení ze dvou kořenů kvadratické rovnice. [13]

### 4.2.3 Bancroft

Bancroftův algoritmus se od výše zmíněných liší především využití TOA měření místo TDOA a vzdálenosti.

#### *Základní charakteristiky algoritmu*

- jedno krokový algoritmus
- poskytuje dvě řešení
- algebraická manipulace rovnice 4.4

$$TOA_i = \frac{1}{c} f_i(x, y, z) + t_e \quad (4.4)$$

- charakteristická rovnice, která je odvozena dále
  - pro sestavení je potřeba 1 přijímač

$$\begin{aligned} 2(x_i x + y_i y + z_i z - c^2 t_i t) \\ = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t_e^2 + x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 \\ - c^2 t_i^2 \end{aligned} \quad (4.38)$$

- neznámé: poloha cíle  $(x_a, y_a, z_a)$ , čas vyslání signálu  $t_e$
- algebraický model dat

#### *Úprava rovnic [10]*

Definujme vektor  $\mathbf{u}$  a  $\mathbf{v}$  ve tvaru:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \\ ct_u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} x_v \\ y_v \\ z_v \\ ct_v \end{bmatrix} \quad (4.39), (4.40)$$

kde  $x, y, z$  jsou prostorové souřadnice,  $c$  je rychlost světla, a  $t$  je čas. Tento vektor může označovat jak pozici letadla, kdy časová neznámá označuje TOE (Time of Emmission), tak pozemní přijímač, kdy je časová



složka  $t$  rovna TOA. Využitím Lorentzovi transformace (Lorenz inner product) získáme rovnici:

$$\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = x_u x_v + y_u y_v + z_u z_v - c^2 t_u t_v \quad (4.41)$$

Vyjádřením multilateračního problému, kdy přijímací stanice jsou označeny jako:  $S_1 = (x_1, y_1, z_1)$ ,  $S_2 = (x_2, y_2, z_2)$ ,  $S_3 = (x_3, y_3, z_3)$ ,  $S_4 = (x_4, y_4, z_4)$  a pozici hledaného cíle – letadla - jako:  $C = (x, y, z)$ , získáme stavový vektor:

$$\mathbf{s}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ ct_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s}_a = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ ct_e \end{bmatrix}, \quad (4.42), (4.43)$$

kde  $t_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  je TOA a  $t_e$  je TOE. Každé měření TOA můžeme vyjádřit v podobě rovnice:

$$(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2 = c^2(t_i - t)^2 \quad (4.44)$$

Která v rozvinuté podobě odpovídá charakteristické rovnici:

$$\begin{aligned} 2(x_i x + y_i y + z_i z - c^2 t_i t) \\ = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t_e^2 + x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 - c^2 t_i^2 \end{aligned} \quad (4.38)$$

Vektorově maticové vyjádření:

$$2\mathbf{A}\mathbf{s}_a = \lambda\mathbf{1} + \mathbf{b} \quad (4.45)$$

kde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & -ct_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & -ct_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 & -ct_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 & -ct_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s}_a = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ ct_e \end{bmatrix}_{4 \times 1} \quad (4.46), (4.47)$$

$$\lambda = \langle \mathbf{s}_a, \mathbf{s}_a \rangle = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t_e^2 \quad (4.48)$$

$$\mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \langle \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_1 \rangle \\ \langle \mathbf{s}_2, \mathbf{s}_2 \rangle \\ \langle \mathbf{s}_3, \mathbf{s}_3 \rangle \\ \langle \mathbf{s}_4, \mathbf{s}_4 \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - c^2 t_1^2 \\ x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 - c^2 t_2^2 \\ x_3^2 + y_3^2 + z_3^2 - c^2 t_3^2 \\ x_4^2 + y_4^2 + z_4^2 - c^2 t_4^2 \end{bmatrix}, \quad (4.49), (4.50)$$

Vyjádřením neznámé  $s$  z rovnice 4.45:

$$\mathbf{s}_a = \lambda \mathbf{d} + \mathbf{e} \quad (4.51)$$

kde

$$\mathbf{d} = \frac{1}{2} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{1} = [x_d \ y_d \ z_d \ ct_d]^T, \quad (4.52), (4.53)$$

$$\mathbf{e} = \frac{1}{2} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b} = [x_e \ y_e \ z_e \ ct_e]^T,$$

Aplikací Lorentzovi transformace na rovnici 4.51 získáme kvadratickou rovnici

$$\lambda = \langle \mathbf{d}, \mathbf{d} \rangle \lambda^2 + 2 \langle \mathbf{d}, \mathbf{e} \rangle \lambda + \langle \mathbf{e}, \mathbf{e} \rangle \quad (4.54)$$

kterou lze vyjádřit jako

$$\alpha \lambda^2 + \beta \lambda + \gamma = 0 \quad (4.55)$$

kde

$$\alpha = \langle \mathbf{d}, \mathbf{d} \rangle = x_d^2 + y_d^2 + z_d^2 + c^2 t_d^2 \quad (4.56)$$

$$\beta = 2\langle \mathbf{d}, \mathbf{e} \rangle - 1 = 2x_d x_e + 2y_d y_e + 2z_d z_e - 2c^2 t_d t_e - 1 \quad (4.57)$$

$$\gamma = \langle \mathbf{e}, \mathbf{e} \rangle = x_e^2 + y_e^2 + z_e^2 - c^2 t_e^2 \quad (4.58)$$

Nerovná-li se parametr alfa nule, má rovnice 4.55 dvě řešení

$$\lambda_{\pm} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha} \quad (4.59)$$

po dosazení do rovnice 4.51, získáme dvě možná řešení pro pozici letadla

$$s_{\pm} = \lambda_{\pm} \mathbf{d} + \mathbf{e} = \begin{bmatrix} x_{\pm} \\ y_{\pm} \\ z_{\pm} \\ ct_{e\pm} \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

Algoritmus je založen na TOA, proto k sestavení rovnice vyžaduje pouze jeden přijímač, čímž ale do výpočtu zavádí další neznámou  $t_e$ . K zjištění polohy cíle je proto zapotřebí v  $n$  dimenzionálním prostoru opět  $n+1$  stanic. Zvolená metoda TOA přináší do výpočtu lineární šum a algoritmus navíc přináší kvadratický šum, jelikož vektor  $\mathbf{v}$  čas příjmu signálu umocňuje. Dále může být výsledkem komplexní číslo a v tomto případě je výpočetní náročnost vyšší, i přesto jsou výpočetní nároky poměrně malé. [13]

#### 4.2.4 Hyperbolic Positioning Algorithm

Hyperbolický poziční algoritmus (HPA – Hyperbolic Positioning Algorithm) byl vyvinut Ralphem Bucherem pro GPS (Global Positioning System) lokaci využitím příjmu signálu od čtyř stanic. Pozice hledaného cíle je pak určena jako průsečík 4 hyperbol (hyperboloidů) vycházející z rovnic  $D_{ij} = D_i - D_j = t_{12}c$

##### *Základní charakteristiky algoritmu*

- jedno krokový algoritmus

- poskytuje dvě řešení
- algebraická manipulace rovnice 4.61

$$\begin{aligned}
 R_{ij} &= R_i - R_j \\
 &= \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} \\
 &\quad - \sqrt{(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + (z_j - z)^2}
 \end{aligned} \tag{4.61}$$

- neznámé: poloha cíle  $(x, y, z)$
- algebraický model dat

#### *Explicitní úprava rovnic [4]*

Pozice přijímacích stanic máme označeny jako:  $S_1 = (x_1, y_1, z_1)$ ,  $S_2 = (x_2, y_2, z_2)$ ,  $S_3 = (x_3, y_3, z_3)$ ,  $S_4 = (x_4, y_4, z_4)$  a pozici hledaného cíle jako:  $C = (x, y, z)$ . Přijímač  $S_1$  uvažujeme jako referenční pro výpočet, pak pro hodnoty vzdáleností  $h_{i1}$  platí

$$\begin{aligned}
 h_{i1} &= h_i - h_1 = c \cdot \Delta t_{i1} \\
 &= \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \\
 &\quad - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}, \quad i \\
 &= 2, 3, 4
 \end{aligned} \tag{4.62}$$

Pro náš případ 4 přijímačů dostáváme po dosazení lineárně nezávislé rovnice:

$$\begin{aligned}
 h_{12} &= \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} \\
 &\quad - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}
 \end{aligned} \tag{4.63}$$

$$h_{13} = \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} \quad (4.64)$$

$$h_{14} = \sqrt{(x - x_4)^2 + (y - y_4)^2 + (z - z_4)^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} \quad (4.65)$$

Následující úpravy jsou u rovnic obdobné – liší se pouze dolními indexy, proto budou úpravy provedeny pouze pro první z nich:

Rovnici upravíme do tvaru:

$$h_{12} + \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} = \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} \quad (4.66)$$

V dalším kroku rovnici umocníme:

$$\begin{aligned} h_{12}^2 + 2h_{12}\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} + (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 \\ = (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 \end{aligned} \quad (4.67)$$

Roznásobením členů a pár úpravami z rovnice odstraníme neznámé  $x^2, y^2, z^2$  a dostaneme:

$$\begin{aligned} 2xx_1 - x_1^2 + 2yy_1 - y_1^2 + 2zz_1 - z_1^2 - 2xx_2 + x_2^2 - 2yy_2 + y_2^2 - 2zz_2 + z_2^2 - h_{12}^2 \\ = 2h_{12}\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} \end{aligned} \quad (4.68)$$

Pro snadnější zápis a orientaci si zavedeme konstanty:

$$C_{1i} = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 - x_1^2 - y_1^2 - z_1^2, \quad i = 2, 3, 4. \quad (4.69)$$

V našem případě jsou konstanty rovny:

$$C_{12} = x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 - x_1^2 - y_1^2 - z_1^2, \quad (4.70)$$

$$C_{13} = x_3^2 + y_3^2 + z_3^2 - x_1^2 - y_1^2 - z_1^2, \quad (4.71)$$

$$C_{14} = x_4^2 + y_4^2 + z_4^2 - x_1^2 - y_1^2 - z_1^2. \quad (4.72)$$

Tvar rovnice bude:

$$\begin{aligned} & \frac{2x(x_1 - x_2) + 2y(y_1 - y_2) + 2z(z_1 - z_2) - h_{12}^2 + C_{12}}{2h_{12}} \\ & = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} \end{aligned} \quad (4.73)$$

a obdobně pro rovnice :

$$\begin{aligned} & \frac{2x(x_1 - x_3) + 2y(y_1 - y_3) + 2z(z_1 - z_3) - h_{13}^2 + C_{13}}{2h_{13}} \\ & = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} \end{aligned} \quad (4.74)$$

$$\begin{aligned} & \frac{2x(x_1 - x_4) + 2y(y_1 - y_4) + 2z(z_1 - z_4) - h_{14}^2 + C_{14}}{2h_{14}} \\ & = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} \end{aligned} \quad (4.75)$$

odečtením rovnice 4.74 od rovnice 4.73 získáme:

$$\begin{aligned} & \frac{2x(x_1 - x_2) + 2y(y_1 - y_2) + 2z(z_1 - z_2) - h_{12}^2 + C_{12}}{2h_{12}} \\ &= \frac{2x(x_1 - x_3) + 2y(y_1 - y_3) + 2z(z_1 - z_3) - h_{13}^2 + C_{13}}{2h_{13}} \end{aligned} \quad (4.76)$$

Po úpravách:

$$\begin{aligned} & 4xh_{13}(x_1 - x_2) + 4yh_{13}(y_1 - y_2) + 4zh_{13}(z_1 - z_2) + C_{12}2h_{13} \\ & \quad - 2h_{13}h_{12}^2 \\ &= 4xh_{12}(x_1 - x_3) + 4yh_{12}(y_1 - y_3) \\ & \quad + 4zh_{12}(z_1 - z_3) + C_{13}2h_{12} - 2h_{12}h_{13}^2 \end{aligned} \quad (4.77)$$

$$\begin{aligned} & 2yh_{13}(y_1 - y_2) - 2yh_{12}(y_1 - y_3) \\ &= 2xh_{12}(x_1 - x_3) - 2xh_{13}(x_1 - x_2) \\ & \quad + 2zh_{12}(z_1 - z_3) - 2zh_{13}(z_1 - z_2) - C_{12}h_{13} \\ & \quad + C_{13}h_{12} - h_{12}h_{13}^2 + h_{13}h_{12}^2 \end{aligned} \quad (4.78)$$

$$\begin{aligned} y = & \frac{x(2(h_{12}(x_1 - x_3) - h_{13}(x_1 - x_2))) + z(2(h_{12}(z_1 - z_3) - h_{13}(z_1 - z_2)))}{2(h_{13}(y_1 - y_2) - h_{12}(y_1 - y_3))} \\ & - \frac{C_{12}h_{13} + C_{13}h_{12} - h_{12}h_{13}^2 + h_{13}h_{12}^2}{2(h_{13}(y_1 - y_2) - h_{12}(y_1 - y_3))} \end{aligned} \quad (4.79)$$

získáme obecnou rovnici plochy

$$y = Ax + Bz + C, \quad (4.80)$$

kde se konstanty rovnají:

$$A = \frac{h_{12}(x_1 - x_3) - h_{13}(x_1 - x_2)}{h_{13}(y_1 - y_2) - h_{12}(y_1 - y_3)} \quad (4.81)$$

$$B = \frac{h_{12}(z_1 - z_3) - h_{13}(z_1 - z_2)}{h_{13}(y_1 - y_2) - h_{12}(y_1 - y_3)} \quad (4.82)$$

$$C = \frac{C_{13}h_{12} - C_{12}h_{13} - h_{12}h_{13}^2 + h_{13}h_{12}^2}{2(h_{13}(y_1 - y_2) - h_{12}(y_1 - y_3))} \quad (4.83)$$

Obdobným způsobem odečteme od rovnice 4.73 rovnici 4.75 a následnými úpravami získáme druhou rovnici plochy

$$y = Dx + Ez + F \quad (4.84)$$

$$D = \frac{h_{12}(x_1 - x_4) - h_{14}(x_1 - x_2)}{h_{14}(y_1 - y_2) - h_{12}(y_1 - y_4)} \quad (4.85)$$

$$E = \frac{h_{12}(z_1 - z_4) - h_{14}(z_1 - z_2)}{h_{14}(y_1 - y_2) - h_{12}(y_1 - y_4)} \quad (4.86)$$

$$F = \frac{C_{14}h_{12} - C_{12}h_{14} - h_{12}h_{14}^2 + h_{14}h_{12}^2}{2(h_{14}(y_1 - y_2) - h_{12}(y_1 - y_4))} \quad (4.87)$$

kde:

Porovnáním rovnic 4.80 a 4.84 dostaneme:

$$Ax + Bz + C = Dx + Ez + F \quad (4.88)$$

Pro neznámou  $x$  tak získáme rovnici:

$$x = Gz + H \quad (4.89)$$

kde



$$G = \frac{E - B}{A - D}, \quad H = \frac{F - C}{A - D} \quad (4.90), (4.91)$$

Dosazením hodnoty  $x$  (4.89) zpět do rovnice 4.80, obdržíme vyjádření hodnoty  $y$ :

$$y = A(Gz + H) + Bz + C \quad (4.92)$$

$$y = Iz + J \quad (4.93)$$

kde se konstanty  $I$  a  $J$  rovnají:

$$I = AG + B, \quad J = AH + C \quad (4.94), (4.95)$$

rovnice pro  $x$  (4.89) a  $y$  (4.93) dosadíme zpět do rovnice 4.73 a vynásobením hodnotou  $2h_{12}$ , získáme tak rovnici:

$$\begin{aligned} & 2(Gz + H)(x_1 - x_2) + 2(Iz + J)(y_1 - y_2) + 2z(z_1 - z_2) \\ & - h_{12}^2 + C_{12} \\ & = 2h_{12} \sqrt{((Gz + H) - x_1)^2 + ((Iz + J) - y_1)^2 + (z - z_1)^2} \end{aligned} \quad (4.96)$$

umocněním a nahrazením levé strany výrazem  $Lz + K$ , kde:

$$K = 2H(x_1 - x_2) + 2J(y_1 - y_2) - h_{12}^2 + C_{12} \quad (4.97)$$

$$L = 2(G(x_1 - x_2) + I(y_1 - y_2) + (z_1 - z_2)) \quad (4.98)$$

se rovnice rozvine do tvaru:

$$\begin{aligned} & Lz + K \\ & = 2h_{12} \sqrt{G^2 z^2 + 2GzH - 2Gzx_1 + H^2 - 2Hx_1 + x_1^2 + I^2 z^2 + 2IzJ - 2Izy_1 + J^2 - 2Jy_1 + y_1^2 + z^2 - 2zz_1 + z_1^2} \end{aligned} \quad (4.99)$$

Rovnici opět umocníme

$$\begin{aligned}
 L^2 z^2 + 2KLz + K^2 &= 4h_{12}^2(G^2 z^2 + I^2 z^2 + z^2 + 2Gz(H - x_1) \\
 &+ 2Iz(J - y_1) - 2zz_1 + (H - x_1)^2 + (J - y_1)^2 \\
 &+ z_1^2) \quad (4.100)
 \end{aligned}$$

A upravíme:

$$\begin{aligned}
 L^2 z^2 + 2KLz + K^2 & \quad (4.101) \\
 &= 4h_{12}^2(G^2 + I^2 + 1)z^2 \\
 &+ 8h_{12}^2 G((H - x_1) + I(J - y_1) - z_1)z \\
 &+ 4h_{12}^2((H - x_1)^2 + (J - y_1)^2 + z_1^2)
 \end{aligned}$$

Získáme tak kvadratickou rovnici

$$Mz^2 - Nz + O = 0 \quad (4.102)$$

kde:

$$M = 4h_{12}^2(G^2 + I^2 + 1) - L^2 \quad (4.103)$$

$$N = -8h_{12}^2 G((H - x_1) + I(J - y_1) - z_1) + 2KL \quad (4.104)$$

$$O = 4h_{12}^2((H - x_1)^2 + (J - y_1)^2 + z_1^2) - K^2 \quad (4.105)$$

řešením neznáme  $z$  je:

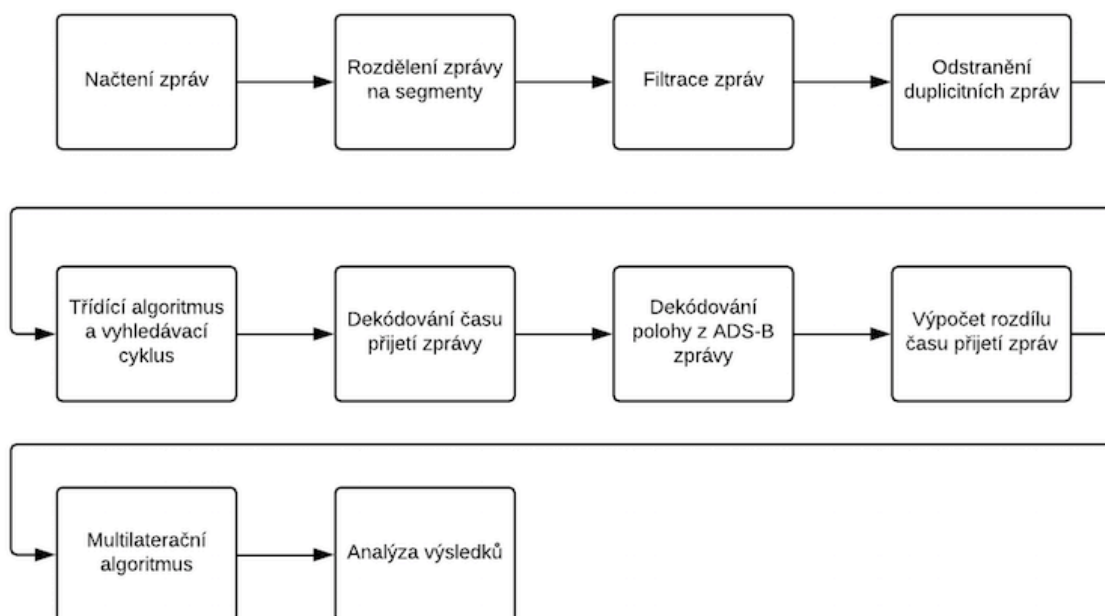
$$z = \frac{N}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{N}{2M}\right)^2 - \frac{O}{M}} \quad (4.106)$$

Dále řešení  $z$  dosadíme do rovnic 4.89 pro výpočet  $x$  a 4.93 pro výpočet  $y$ .

Algoritmus do měření opět zavádí kvadratický šum. Výsledkem jsou dvě možná řešení, z nichž je většinou jedno snadno označeno za neplatné, z důvodu nereálné výšky letadla (záporná / nadlimitní).

## 5 Návrh multilateračního systému pro laboratoř na FD v programu Matlab

Cílem navrženého systému je z ADS-B dat přijatých na přijímačích fakulty dopravní vypočítat multilaterační metodou polohu letadla. Modul byl zpracován v programu Matlab. Je pojmenován *Decoder\_MLAT\_3D.m* a je přílohou této práce. Základní princip postupu modulem znázorňuje algoritmus na Obrázek 10 – Návrh multilateračního systému pro laboratoř na FD níže.



Obrázek 10 – Návrh multilateračního systému pro laboratoř na FD

Díličí kroky navržené metody jsou:

- Načtení zpráv a rozdělení zprávy na segmenty
- Filtrace zpráv
- Odstranění duplicitních zpráv
- Třídící algoritmus a vyhledávací cyklus
- Dekódování času přijetí zprávy
- Dekódování polohy z ADS-B zprávy
- Výpočet rozdílů časů přijetí zpráv

- Multilaterační algoritmus
- Analýza výsledků

Pro správnou funkci je zapotřebí, aby byl modul umístěn ve stejném adresáři, jako pomocné funkce a soubor s daty se nacházel v podadresáři „Data“. Případně je potřeba nadefinovat jiné umístění.

Výpočetní modul rozdělen do několika segmentů, které přibližně kopírují dílčí kroky Obrázek 10 – Návrh multilateračního systému pro laboratoř na FD. Jednotlivé dílčí kroky jsou dále rozvedeny v následujících kapitolách.

## 5.1 Načtení zpráv a rozdělení zprávy na segmenty

Data od všech ADS-B přijímačů jsou sloučena do jednotného datového souboru a uložena na server v následující podobě.

```
1524098400025;4;02584184A0F3;227AC2402E9DF5
1524098400076;4;02584347E751;5D4B853058CB4F
1524098400076;4;0258435FF92F;5D4B8E103B7077
1524098400076;4;02584438CF31;8D4070A899051F278007319DA7DC
1524098400076;4;02584438EA5B;A038544C828F93C00398CED3EE40
1524098400115;1;025840FC4EB2;5D471F5589098E
1524098400115;1;02584152E8CD;8A1A82AA0EBDB56A698ED6D8A6CA
1524098400115;1;025841A8DDBF;A000163F205DA6B1D73D20742922
1524098400115;1;025841A904DE;5CF481D0A48816
1524098400115;1;025841E0C797;9165A5042851A201F2FA58555E08
```

Obrázek 11 – Formát vstupních dat

Jednotlivé zprávy jsou reprezentovány jednotlivými řádky. Zpráva je rozdělena do 4 segmentů, přičemž jednotlivé části odděluje středník.

Obsah jednotlivých částí je:

- Segment 1: Unix Time – čas serveru v době přijetí zprávy
- Segment 2: Identifikace přijímače, na kterém byla zpráva zachycena
- Segment 3: Časová značka – (Coordinated Universal Time) čas přijetí zprávy přijímačem

- Segment 4: Datová zpráva o délce 14 nebo 28 znaků v hexadecimální soustavě

Načtení zprávy je provedeno příkazem programu Matlab „Import Data“, který nám zároveň umožní i rozdělení zprávy podle delimitru (středníku) na jednotlivé segmenty a pojmenovat proměnné.

```
%% Allocate imported array to column variable names
Receiver = dataArray(:, 2);
Time = dataArray(:, 3);
Message = dataArray(:, 4);
```

Obrázek 12 – Načtení zpráv a rozdělení na segmenty

## 5.2 Dekódování datové zprávy

Datová zpráva je kódována ve 4. segment dat – vyznačeno ve zprávě níže modrou barvou.

1524098400076;4;02584438CF31;**8D4070A890051F278007319DA7DC**

Pro dekódování je vyžadován její převod z hexadecimální do binární soustavy. Zpráva poté nabývá délky 112bitů a její struktura je následující:

Tabulka 5.1 – Struktura 1090ES zprávy [17]

| Bit#         | 1...5 | 6...8 | 9...32 | 33...88 | 89...112 |
|--------------|-------|-------|--------|---------|----------|
| Pole         | DF    | CA    | AA     | ME      | PI       |
| [Počet bitů] | [5]   | [3]   | [24]   | [56]    | [24]     |

### 5.2.1 Filtrace zpráv DF17

Následně je potřeba zprávy pro možnost pozdější analýzy přesnosti vyfiltrovat. A to tak, že pro další postup ponecháme pouze zprávy typu DF17 (Downlink Format (Mode S)). DF kód zprávy se nachází na 1-5 bitu zprávy v binárním tvaru. Po vymezení této části a převedení z binární soustavy do desítkové, označuje výsledné číslo typ zprávy DF.

Otočíme-li postup popsaný výše, zjistíme, že hledané číslo 17 v desítkové soustavě odpovídá v binární soustavě číslu 10001. Pro další postup je potřeba si uvědomit, že do hexadecimální soustavy je převáděno společně s dalším 3bitovým polem CA (Capability Field). Toto pole může nabývat hodnot 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111.

Převod výše zmíněných kombinací binárních čísel do hexadecimální je zpracován v následující tabulce.

Tabulka 5.2 - DF17 mezi soustavami

| DEC<br>(1-5 bit) | BIN       | HEX |
|------------------|-----------|-----|
| 17               | 10001 000 | 88  |
| 17               | 10001 001 | 89  |
| 17               | 10001 010 | 8A  |
| 17               | 10001 011 | 8B  |
| 17               | 10001 100 | 8C  |
| 17               | 10001 101 | 8D  |
| 17               | 10001 110 | 8E  |
| 17               | 10001 111 | 8F  |

Z tabulky 5.2 vyplývá, že na první pozici zprávy délky 28 znaků hledáme výraz „8“, na druhé pozici zprávy je výraz omezen na hodnoty 8,9,A,B,C,E,F,E.

Víme-li, že hledáme ve zprávách délky 28 znaků na první pozici hodnotu 8 a na druhé hodnotu větší nebo rovnou 8, urychlíme tak proces filtrace vyhnutím se nutnosti několikanásobného převodu originální zprávy do dalších číselných soustav.

```

%% FILTER length =28 and DF17

for k=1:R
    delka=length(Message(k,1));
    if delka==28 && MessageChar(k,1)=='8' && MessageChar(k,2)>='8'
        info(k,1)=1;
        k
    end
end
end

```

Obrázek 13 – Filtrace zpráv DF17 v programu Matlab

### *Příklad filtrace zprávy DF17*

V původním tvaru přijaté zprávy se zaměříme na 4. segment – vyznačen ve zprávě níže modrou barvou.

1524098400076;4;02584438CF31;**8D4070A890051F278007319DA7DC**

Převodem do binární soustavy získáme zprávu o 112 bitech, kdy DF kód je prezentován 1-5 bitem a pole CA 6-8 bitem. [17]

**10001101**10100000001110000101010001001100100000101000111110010011  
1100000000000011100110001100111011010011111011100

Získáme číslo 1001101 v binární soustavě, které převedeno do hexadecimální soustavy odpovídá hodnotě 8D. Prvních 5 (10001) bitů odpovídá hledanému DF kódu 17 v desítkové soustavě.

1524098400076;4;02584438CF31;**8D**4070A890051F278007319DA7DC

### **5.2.2 Filtrace zpráv Type Code**

Dále je potřeba v našich datech ponechat pouze zprávy, které mají Type Code v rozmezí 9-18, jelikož tyto zprávy v sobě nesou informaci o poloze, která je důležitá pro budoucí vyhodnocení přesnosti. [20]

Type Code je v hexadecimální soustavě zakódován společně se Subtype Code na 9 až 10 pozici.



1524098400076;4;02584438CF31;8D4070A890051F278007319DA7DC

Pro ověření splnění této podmínky (Type Code je v rozsahu 9-18), je nutné pole 9-10 zprávy převést z hexadecimální do desítkové soustavy. A následně do binární, kde je délka zprávy doplněna na hodnotu 8 (doplnění 0 před zprávu). Následně je ze zprávy délky 8 bitů vybráno prvních 5 polí a převedeno do soustavy desítkové. Poté je ověřena podmínka rozsahu.

```
for m=1:R2
    TYPE_dec=hex2dec(TYPE); %convert TYPE to DEC
    TYPE_bin=dec2bin(TYPE_dec,8); %convert TYPE to BIN
    TYPE_bin5=TYPE_bin(:,1:5); %choose of first 5 bits
    type_code=bin2dec(TYPE_bin5); % type code in DEC

    if type_code(m,1)>=9 && type_code(m,1)<=18 %TYPE CODE 9-18
        info2(m,1)=1;
        %check for run
    end
end
```

Obrázek 14 - Filtrace zpráv Type Code 9 až 18 v programu Matlab

#### *Příklad filtrace zprávy s rozsahem Type Code 9-18*

V původní zprávě v hexadecimální soustavě se zaměříme na 9 a 10 pozici v segmentu 4.

1524098400076;4;02584438CF31;8D4070A890051F278007319DA7DC

Hodnota ukázkové zprávy pro dekodování Type Code odpovídá 90. Převedením do soustavy desítkové získáme hodnotu 144, která v binárním tvaru odpovídá hodnotě 10010000. Získali jsme číslo délky 8, není tedy potřeba doplňovat nuly. Převedení prvních pěti bitů (10010) do desítkové soustavy odpovídá hodnotě 18.

Je třeba nezapomenout na možnost, kdy se na 9 a 10 pozici může nacházet číslo, které po převedení do binární soustavy nedosáhne potřebné délky 8 bitů. A je potřeba doplnění předních pozic adekvátním počtem nul.

### 5.3 Odstranění duplicitních zpráv

Abychom zamezili analýze chybně přijatých zpráv, je potřeba odstranit zprávy duplicitní. Uvažujeme-li letící letadlo, které v sobě kóduje zprávu o poloze, pak je 4. segment zprávy zachycené na přijímači jedinečný. Stejná zpráva může být na jednom přijímači zachycena například z důvodu odrazu. Jelikož nelze snadno a jednoznačně určit, který čas přijetí je pro zprávu adekvátní, jsou všechny tyto zprávy z analýzy vynechány.

Zprávy jsou nejprve abecedně a číselně seřazeny dle dvou priorit, první prioritou je zpráva, druhou je přijímač. To nám zaručí, že stejné zprávy jsou řazeny po skupinách a dále ve skupině vzestupně dle čísla přijímače.

Na základě řazení, je pak možné spustit cyklus, který postupně hledá shodu hodnoty zprávy a zároveň shodu čísla přijímačů na sousedních řádcích. V případě splnění obou shod, je tato zpráva vymazána.

---

```

%% DELETE of double messages

[S,~]=size(Data2);
Data2=sortrows(Data2,[3 1]); %sort based on ADSB and Receiver
Data5=Data2; %help variable
s=1;
info3=0;

while s<S
    P3=Data2{s,3};
    P3_2=Data2{s+1,3};
    P1=Data2{s,1};
    P1_2=Data2{s+1,1};
    if P3==P3_2
        if P1==P1_2
            ADR_DOUBLE=Data2{s,3};
            info3=strcmp(ADR_DOUBLE,Data2);
            info3=info3(:,3);
            info3=double(info3);
            Data2(info3==1,:)=[];
            [S,~]=size(Data2);
            S=S-[1];
        end
    end
    s=s+1;
end

```

Obrázek 15 - Odstranění duplicitních zpráv v programu Matlab

## 5.4 Třídící algoritmus a vyhledávací cyklus

Pro výpočet polohy užitím multilaterační metody je potřeba zachytit ten samý signál na všech 4 stanicích. Pro nalezení shodných zpráv společně s časem přijetí slouží třídící algoritmus a vyhledávací cyklus. Zprávy jsou pro vyhledávání seřazeny abecedně podle zprávy a na druhé úrovni vzestupně dle čísla příjemce.

Vyhledávací pole vhodné pro rychlejší zpracování omezit pomocí proměnné rozptyl. V našem případě bylo zvoleno číslo 6, které je adekvátní k podmínce seřazení dat.

Následně cyklus vyhodnotí, zda našel jednu zprávu čtyři krát, a poté ověří, že zpráva byla čtyřikrát zachycena na neopakujících se přijímačích. Jelikož jsme již dříve z analyzovaných dat odmazaly zprávy, které byly pro jeden přijímač duplicitní, měly by druhé úrovni podmínky vyhovovat všechny zprávy splňující podmínku první.<sup>4</sup>

```

for i=1:R3
if R3>L+rozptyl
    L=L+1;

    %create area for sorting alg.
    K3=Data3(L:L+rozptyl,3);

    for Z1=1:rozptyl
        Z1 %check for run

        index=find(strcmp(K3{Z1,1},K3));

        %condition for receiving of the meassage at 4 different receivers
        if length(index) == 4 && Data3{index(1)+L-1,1} ~= Data3{index(2)+L-1,1}...
            && Data3{index(1)+L-1,1} ~= Data3{index(3)+L-1,1}...
            && Data3{index(1)+L-1,1} ~= Data3{index(4)+L-1,1}...
            && Data3{index(2)+L-1,1} ~= Data3{index(3)+L-1,1}...
            && Data3{index(2)+L-1,1} ~= Data3{index(4)+L-1,1}...
            && Data3{index(3)+L-1,1} ~= Data3{index(4)+L-1,1}

        %        %row of find in the Data3
        vysledek=index+L-1;
        info4(vysledek,1)=1;
        end
    end
end
end
end
end

```

Obrázek 16 - Třídící algoritmus a vyhledávací cyklus v programu Matlab

<sup>4</sup> Pro urychlení zpracování dat je proto možné druhou podmínku vynechat.

## 5.5 Dekódování času přijetí zprávy

Čas přijetí zprávy přijímačem je zaznamenán ve třetí části. Čas je opět zakódován v hexadecimální soustavě a pro další výpočet je nutný jeho převod do soustavy binární a následně desítkové. Čas je zaznamenán s přesností na nanosekundy. Ve vzorové zprávě je časové pole vyznačeno modrou barvou.

1524098400076;4;**02584438CF31**;8D4070A899051F278007319DA7DC

Převedením do binární soustavy číslo 02584438CF31 odpovídá:

100101100001000100001110001100111100110001,

kdy 1-18bit nese informaci o sekundách a 19-48bit zaznamenává nanosekundy.

Zpráva výše má pouze 42 znaků, pro správný převod je potřeba 48 znaků, proto musíme zprávu na předních pozicích doplnit adekvátním počtem 0. V našem případě šesti nulami.

000000100101100001 / 000100001110001100111100110001

Část reprezentující sekundy je pro znázornění od části s nanosekundami oddělena lomítkem (/).

Vyjádřením v desítkové soustavě vzorová zpráva reprezentuje čas

2401s 70831921ns (0h 40min 1s 70831921ns).

Pro multilaterační výpočty hrají hlavní roli nanosekundy, sekundy jsou pro nás důležité pouze v případech, kdy byl signál přijat na jejich rozmezí.

---

```

%% Time decoding
R4=length(Data4);
for j=1:R4
    TimeDec=hex2dec(Data4{j,2}); % convert Time to DEC
    TimeBin=dec2bin(TimeDec,48); % convert Time to BIN fo length 48

    TimeBin_sec=(TimeBin(1:18)); % separation of sec
    TimeBin_nano=(TimeBin(19:48)); % separation of nanosec

    TimeDec_sec=bin2dec(TimeBin_sec); % convert sec to DEC
    TimeDec_nano=bin2dec(TimeBin_nano); % convert nanosec to DEC

    TOA=TimeDec_sec+(TimeDec_nano.*(10^-9)); % time of arrival
    Data4{j,2}=TOA;
end

```

Obrázek 17 - Dekódování času přijetí zprávy v programu Matlab

## 5.6 Dekódování polohy z ADS-B zprávy

Pro možnost vyhodnocení přesnosti určení polohy multilateračního systému je nutné vypočtenou polohu porovnat s referenční. V našem modelu je jako referenční poloha uvažována poloha, získaná ze zprávy DF17, Type Code 9-18. Pro její dekodování jsou využity funkce *DF17\_poloha.m* a *DF17\_TC\_18\_vyska.m*.<sup>5</sup>

Referenční poloha se nachází ve 4. segmentu zprávy, pro její správné vyhodnocení je potřeba převedení z hexadecimální do binární soustavy. Zeměpisná šířka se nachází v rozmezí bitů 55 až 71, zeměpisná délka na bitech 72 až 78. Zpráva v sobě na 41. až 52. bitu nese i informaci o barometrické výšce ve stopách. Výšku si dále převedeme na metry.

---

<sup>5</sup> funkce byly poskytnuty fakultou dopravní

```

Poloha=zeros(R4,3);
for z=1:R4
    MessageBin(z,1)=hex2bin(Data4(z,3));
    [Lat,Lon]=DF17_poloha(MessageBin(z,1),50.1152,14.1993); % funkce pro lokální dekódování polohy
    Poloha(z,1)=Lat;
    Poloha(z,2)=Lon;

    [Altitude]=DF17_TC9_18_vyska(MessageBin(z,1)); % funkce pro dekódování výšky
    Poloha(z,3)=Altitude*0.3048; %přepočet Altitude na metry do proměnné Poloha

    [Poloha_L_ECEF(z,1),Poloha_L_ECEF(z,2),Poloha_L_ECEF(z,3)]=WGS2ECEF(Poloha(z,1),Poloha(z,2),Poloha(z,3));
    Poloha_ADSB=[Poloha_L_ECEF];
    Data7=Data4(:,3);
end

```

Obrázek 18 – Dekódování polohy z ADS-B zprávyv programu Matlab

Výsledkem je matice „Poloha\_ADSB“, která v sobě nese proměnné (zeměpisná šířka, zeměpisná délka, barometrická výška) odpovídající poloze letadla.

## 5.7 Výpočet rozdílu času přijetí zpráv

Jak již bylo několikrát zmíněno a byl kladen důraz, pro multilateraci a metodu TDOA má důležitou roli čas a to hlavně rozdíl časů přijetí stejného signálu vyslaného letadlem na jednotlivých přijímačích.

Dále je potřeba ošetřit, aby se časy odečítaly nezávisle na pořadí přijetí, tedy vždy ve stejném pořadí. Jelikož máme zprávy řazené podle pole zpráva a následně podle pole přijímač, máme zaručeno, že pořadí přijímačů je ve výchozí matici vždy stejné. Není tedy potřeba zavádět cyklus, který vytváří tuto logiku, jak je tomu nutné v případě řazení zpráv dle času.<sup>6</sup>

```
for d=1:R5-3
    delta_1=Data4{d+1,2}-Data4{d,2};
    delta_2=Data4{d+2,2}-Data4{d,2};
    delta_3=Data4{d+3,2}-Data4{d,2};

    [XYZ]=poloha_mlat_3_1(delta_1,delta_2,delta_3);
    XYZ=num2cell(XYZ);
    M(1,1)=XYZ(1,1);
    M(1,2)=XYZ(1,2);
    M(1,3)=XYZ(1,3);
    M(2,1)=XYZ(1,4);
    M(2,2)=XYZ(1,5);
    M(2,3)=XYZ(1,6);

    ADR1=Data4(d,3);
    ADR(1,1)=ADR1;

    M_fin(r:r+1,1:3)=M(1:2,:);
    M_fin(r:r+1,4)=ADR(1,1);
    r=r+2;
    d=d+4;
end
```

Obrázek 19 – Výpočet rozdílu času přijetí zpráv v programu Matlab

## 5.8 Multilaterační algoritmus

S ohledem na náročnost výpočtu byl pro zpracování v programu Matlab zvolen postup úpravy rovnic s využitím mnohonásobné substituce založený na Bucherovu algoritmu. Tento algoritmus je již plně rozepsán v kapitole 4.2.4 a není potřeba jeho další rozvoj.

---

<sup>6</sup> Cyklus pro případ řazení zpráv dle času je pro 4 přijímače a 3D polohu znázorněn v příloze 1



V programu Matlab je algoritmus definován jako funkce: *poloha\_mlat\_3\_1.m*, která převádí hodnoty *delta\_1*, *delta\_2* a *delta\_3* na hledané souřadnice (*x*, *y*, *z*) letadla.

Pro přiblížení realizace v programu Matlab postačí následující ukázka. Funkce se skládá z několika segmentů. V první části jsou souřadnice přijímačů transformovány mezi souřadnými systémy. V druhém segmentu jsou definovány proměnné a konstanty vyplývající z kapitoly 4.2.4.

Pro naše zpracování byl jako referenční přijímač zvolen přijímač 1, což souvisí s výpočtem hodnot delta na obrázku 19.

```
h21=(delta_1*(10^(-9)))*c;  
h31=(delta_2*(10^(-9)))*c;  
h41=(delta_2*(10^(-9)))*c;
```

Obrázek 20 - Referenční přijímač 1

Výsledkem je získání dvojího výsledku souřadnic pozice letadla, přičemž jedno je snadno identifikovatelné jako nevyhovující z důvodu neadekvátní hodnoty výšky v pozdější analýze.

```
XYZ=[x_c1,y_c1,z_c1,x_c2,y_c2,z_c2];
```

Obrázek 21 - Výsledek multilateračního algoritmu

## 5.9 Analýza výsledků

Výsledky jsou analyzovány na základě velikosti odchylky polohy letounu, získané multilateračním algoritmem a polohy ze zprávy DF17. Tento bod modelu je dále rozepsán v následující kapitole 6.1.

## 6 Aplikace na provoz

Pro aplikaci na provoz bylo s ohledem na náročnost výpočtu zvoleno off-line řešení. Data jsou zpracována až po jejich uložení do datového souboru na server. Je vhodné ověřit, že datový soubor byl formován v době, kdy byly všechny přijímače v provozu. Zamezíme tak analýze souboru, jehož data nejsou pro naše potřeby kompletní. Ke kontrole stačí pouze otevřít datový soubor a zkontrolovat, že hodnoty v poli 2 nabývají 1 až 4. Pokud ano, soubor je vhodný pro další zpracování.

### 6.1 Výstupy a analýza přesnosti

Přesnost multilateračního systému je obecně závislé na geometrické konfiguraci přijímačů a vzdálenosti cíle od fiktivního středu soustavy přijímačů. Bohužel i GPS pozice dostupná z ADS-B zprávy je zatížena množstvím chyb.

Přijaté filtry jsou násobně filtrovány, což značně omezuje množství vhodných dat, které jsou zpracovány. Například z datového souboru o 300 000 zachycených zprávách celkově na přijímačích, pouze necelé 4 000 prošly filtrováním až do konce. Což odpovídá možnosti vyhodnocení necelých 1 000 poloh. Průměrná vzdálenost od středu Prahy navíc byla kolem 80km, což neúměrně navyšovalo chybu analyzovaných výsledků.

Průměrná odchylka dosahovala hodnot 14 762m. Což v porovnání s daty dostupnými z diplomové práce pana Umlaufa referuje k zlepšení výsledku o 40%. I tak je nepřesnost stále vysoká, možnosti jejího snížení se věnuje následující kapitola.

## 6.2 Návrhy pro zlepšení přesnosti

Návrhy pro zlepšení výsledků bych rozdělila do dvou základních skupin (nebudeme-li uvažovat přestavbu pozemních přijímačů), první z nich je další filtrování dat.

### 6.2.1 Dodatečné filtrování dat

Dodatečným filtrováním dat můžeme dále omezit analyzované zprávy na zprávy, které vyslalo letadlo do určité vzdálenosti od Prahy. Tím omezíme chybu, která úměrně roste se vzdáleností letadla od přijímačů.

Bohužel tímto krokem opět značně omezíme vhodná data. Může se stát, že z datového souboru nezůstane žádná.

Druhou skupinou pro možné zlepšení výsledku je doplnění a úprava algoritmu.

### 6.2.2 Doplnění a úprava algoritmu

Většina způsobů umožňujících zvýšení přesnosti polohy jako je metoda nejmenších čtverců nebo Tikhonova regularizace požadují minimálně jednu další stanici (pro výpočet ve 3D tedy 5 stanic). [22] Z tohoto důvodů zmíněné metody nelze pro náš dosavadní systém využít.

Možností by mohlo být vztáhnout výpočet k více jiné referenční stanici. Případně ve výpočtech využívat více než jeden referenční přijímač. [22] Tím omezíme chybu, kterou vnáší přijímač samotný, s ohledem na technické parametry.

Další možností, která by vyžadovala značný zásah do programu je využití jiného než Bucherova algoritmu pro výpočet polohy. Bohužel touto změnou opět neodstraním potřebnou filtraci zpráv, a tím se pravděpodobně nevyhneme rostoucí vzdálenosti od Prahy a středu naší soustavy.

## 7 Závěr

Ve své práci jsem vytvořila modul v programu Matlab, který využívá dat přístupná laboratoři ATM na fakultě dopravní a aplikuje na ně MLAT metodu s cílem získání pozice ve 3D.

Modul je v Matlabu rozdělen do více segmentů, které jsou na sobě více či méně závislé, s drobnými úpravami mohou běžet bez předchozích cyklů. Případně mohou být jednotlivé moduly využity ostatním studenty, kteří se zabývají podobnou problematikou, pro jejich samostatné práce.

Dále je v práci je zpracován teoretický základ dalších, pro náš systém vhodných, algoritmů, které je možné na data aplikovat a pokusit se dosáhnout větší přesnosti. Systém je stále ve stádiu vývoje a je na něm co zdokonalovat.

V ideálním případě by bylo vhodné systém doplnit dalšími přijímačkami, který dále rozvine možnosti analýzy a především zpřístupní prvky pro zvýšení přesnosti. Avšak s přidáním dalších prvků bude růst i náročnost výpočetního výkonu a tím se bude prodlužovat čas potřebný k analýze dat.

Doufám, že zpracování diplomové práce bude přínosem budoucím studentům a moje práce bude rozšířena podobně jako jsem já rozšířila práci předchozí. Návrhy pro zlepšení jsou shrnuty v kapitole 6.2. V ideálním případě by náš systém mohl dosáhnout kvality profesionálních systémů.

## 8 Použité zdroje

- [1] ABDELMOUMEN, Noordine. *An Algebraic Solution to the Multilateration Problem* [online]. 2012 [cit. 2018-05-21]. DOI: 10.13140/RG.2.1.1681.3602. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/275027725\\_An\\_Algebraic\\_Solution\\_to\\_the\\_Multilateration\\_Problem](https://www.researchgate.net/publication/275027725_An_Algebraic_Solution_to_the_Multilateration_Problem)
- [2] ABEL, J. a J. SMITH. *The spherical interpolation method for closed-form passive source localization using range difference measurements* [online]. [cit. 2018-05-21]. DOI: 10.1109/ICASSP.1987.1169674. ISBN 10.1109/ICASSP.1987.1169674. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1169674/>
- [3] BAKHOUM, Ezzat. *Closed-form solution of hyperbolic geolocation equations* [online]. 2006 [cit. 2018-05-21]. DOI: 10.1109/TAES.2006.314580. ISBN 10.1109/TAES.2006.314580. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4107976/>
- [4] BUCHER, Ralph a D. MISRA. *A Synthesizable VHDL Model of the Exact Solution for Three-dimensional Hyperbolic Positioning System* [online]. , 507-520 [cit. 2018-05-21]. DOI: 10.1080/1065514021000012129. ISBN 10.1080/1065514021000012129. Dostupné z: <http://www.hindawi.com/journals/vlsi/2002/935925/abs/>
- [5] BURIÁN, Petr. *Identifikace pohybů na letištní ploše*. Brno, 2008. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně.

- [6] DUFKOVÁ, Marie. Nebe je hustý!. *Třípól* [online]. 2016, s. 4 [cit. 2018-05-16]. Dostupné z: <http://www.3pol.cz/cz/rubriky/bez-zarazeni/1841-nebe-je-husty>
- [7] EL GEMAYEL, N., S. KOSLOWSKI, F. K. JONDRAL a J. TSCHAN. A low cost TDOA localization system: Setup, challenges and results. *2013 10th Workshop on Positioning, Navigation and Communication (WPNC)* [online]. IEEE, 2013, 2013, , 1-4 [cit. 2018-05-16]. DOI: 10.1109/WPNC.2013.6533293. ISBN 978-1-4673-6033-3. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6533293/>
- [8] FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION, *The Future of the NAS* [online]. 2016 [cit. 2018-05-16]. Dostupné z: <https://www.faa.gov/nextgen/media/futureofthenas.pdf>
- [9] FRESNO, José, Guillermo ROBLES, Juan MARTÍNEZ-TARIFA a Brian STEWART. Survey on the Performance of Source Localization Algorithms. *Sensors* [online]. 2017, **17**(11), 2666- [cit. 2018-05-16]. DOI: 10.3390/s17112666. ISSN 1424-8220. Dostupné z: <http://www.mdpi.com/1424-8220/17/11/2666>
- [10] GEYER, M. a A. DASKALAKIS. *Solving passive multilateration equations using Bancroft's algorithm* [online]. [cit. 2018-05-21]. DOI: 10.1109/DASC.1998.739825. ISBN 10.1109/DASC.1998.739825. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/739825/>
- [11] HUANG, Shiping, Zhifeng WU a Anil MISRA. A Practical, Robust and Fast Method for Location Localization in Range-Based Systems.

*Sensors* [online]. 2017, **17**(12), 2869- [cit. 2018-05-16]. DOI: 10.3390/s17122869. ISSN 1424-8220. Dostupné z: <http://www.mdpi.com/1424-8220/17/12/2869>

- [12] INTERNATIONAL CIVIL AVIATION ORGANIZATION. *Annex 6 to the Convention of International Civil Aviation: Operation of Aircraft* [online]. Part I. Tenth Edition. Montréal, Quebec: ICAO, c2016 [cit. 2018-09-12]. ISBN 978-92-9249-971-6.
- [13] MANTILLA-GAVIRIA, Iván A. *New Strategies to Improve Multilateration System in the Air Traffic Control*. Valencie: UNE, 2013. ISBN 978-84-9048-089-2.
- [14] MANTILLA-GAVIRIA, Ivan A., Mauro LEONARDI, Gaspare GALATI a Juan V. BALBASTRE-TEJEDOR. Localization algorithms for multilateration (MLAT) systems in airport surface surveillance. *Signal, Image and Video Processing* [online]. 2015, **9**(7), 1549-1558 [cit. 2018-05-16]. DOI: 10.1007/s11760-013-0608-1. ISSN 1863-1703. Dostupné z: <http://link.springer.com/10.1007/s11760-013-0608-1>
- [15] NEVEN, W. H. L., T. J. QUILTER, R. WEEDON a R. A. HOGENDOORN. *Wide Area Multilateration* [online]. 2005 [cit. 2018-05-21]. ISBN NLR-CR-2004-472. Dostupné z: <https://www.eurocontrol.int/sites/default/files/publication/files/surveillan ce-report-wide-area-multilateration-200508.pdf>

- [16] NOVÁK, Andrej a Branisav KANDERA. *Moderní sledovací systémy v letecké dopravě*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2010. ISBN 9788072046993.
- [17] NOVÁK, Jiří. *Analýza využitelnosti GNSS polohových dat pro vedení letadel během pojiždění*. Praha, 2015. Bakalářská práce. České vysoké učení technické v Praze.
- [18] OSZCZAK, Bartłomiej. *GNSS positioning algorithms using methods of reference point indicators* [online]. [cit. 2018-05-21]. DOI: 10.2478/arsa-2014-0002. ISBN 10.2478/arsa-2014-0002. Dostupné z: <http://content.sciendo.com/view/journals/arsa/49/1/article-p21.xml>
- [19] POTLURI, Sreeram. *Hyperbolic position location estimator with TDOAs from four stations* [online]. New Jersey, 2002 [cit. 2018-05-21]. Dostupné z: <http://archives.njit.edu/vol01/etd/2000s/2002/njit-etd2002-037/njit-etd2002-037.pdf>. Master Thesis. The New Jersey Institute of Technology's.
- [20] RTCA, Inc. *Minimum Operational Performance Standards for 1090 MHz Extended Squitter Automatic Dependent Surveillance – Broadcast (ADS-B) and Traffic Information Service – Broadcast (TIS-B)*. Washington, DC, 2009
- [21] SHA'AMERI, A. Z., Yaro A. SHEHU a W ASTUTI. Performance analysis of a minimum configuration multilateration system for airborne emitter position estimation. *Defence S and T Technical Bulletin* [online]. 2015 [cit. 2018-05-21]. ISSN 1985-6571. Dostupné z:



[https://www.researchgate.net/publication/282996280\\_Performance\\_analysis\\_of\\_a\\_minimum\\_configuration\\_multilateration\\_system\\_for\\_airborne\\_emitter\\_position\\_estimation](https://www.researchgate.net/publication/282996280_Performance_analysis_of_a_minimum_configuration_multilateration_system_for_airborne_emitter_position_estimation)

- [22] SHEHU YARO, Abdulmalik, Ahmad Zuri SHA'AMERI a Nidal KAMEL. *Ground Receiving Station Reference Pair Selection Technique for a Minimum Configuration 3D Emitter Position Estimation Multilateration System* [online]. 2017, **15**(3) [cit. 2018-05-21]. DOI: 10.15598/aeer.v15i3.2254. ISBN 10.15598/aeer.v15i3.2254. Dostupné z: <http://advances.utc.sk/index.php/AEER/article/view/2254>
- [23] SCHAU, H. a A. ROBINSON. Passive source localization employing intersecting spherical surfaces from time-of-arrival differences. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* [online]. 1987, **35**(8), 1223-1225 [cit. 2018-05-16]. DOI: 10.1109/TASSP.1987.1165266. ISSN 0096-3518. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1165266/>
- [24] SCHREIBER, Rudolf a Josef BAJER. Time difference measurement algorithm for TDOA positioning system using RTL-SDR. *2017 International Conference on Military Technologies (ICMT)* [online]. IEEE, 2017, 2017, , 608-612 [cit. 2018-05-16]. DOI: 10.1109/MILTECHS.2017.7988829. ISBN 978-1-5090-5666-8. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7988829/>
- [25] SMITH, J. The Spherical Interpolation Method of Source Localization. *IEEE Journal of Oceanic Engineering* [online]. 1987, **12**(1) [cit. 2018-05-21]. DOI: 10.1109/JOE.1987.1145217. ISSN 0364-9059. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1145217/>

- [26] SRA INTERNATIONAL. *Multilateration & ADS-B Executive Reference Guide* [online]. Brussel: Creativerge, 2009 [cit. 2018-05-16]. Dostupné z: <http://www.multilateration.com/index-2.html>
- [27] UMLAUF, Lukáš. *Aplikace MLAT metody nad sítí Low-cost ADS-B přijímačů*. Praha, 2015. Diplomová práce. České vysoké učení technické v Praze.
- [28] VOJTĚCH, Vít. *Monitorování vysílání palubních SSR odpovídačů v reálném prostředí*. Praha, 2017. Diplomová práce. České vysoké učení technické v Praze.
- [29] ZACH, Martin. *Návrh nízkonákladového MLAT systému*. Praha, 2015. Diplomová práce. České vysoké učení technické v Praze.
- [30] *A Guide to Global Surveillance* [online]. 2nd version. [cit. 2018-05-16]. Dostupné z: <https://www.icao.int/NACC/Documents/Meetings/2014/ADSBIMP/ADSBI MPP12.pdf>
- [31] *Calibration of Multilateration Positioning Systems via Nonlinear Optimization*. Stockholm, 2015. Master's Thesis. KTH Royal Institute of Technology.

- [32] *Future Airport* [online]. 2016, (2) [cit. 2018-05-21]. ISSN 1360-4341. Dostupné z: <http://viewer.zmags.com/publication/f0f399f9#/f0f399f9/1>
- [33] How it works. *Flightradar24* [online]. [cit. 2018-05-16]. Dostupné z: <https://www.flightradar24.com/how-it-works>
- [34] Lorentzian Inner Product. *Wolfram Math World* [online]. [cit. 2018-05-17]. Dostupné z: <http://mathworld.wolfram.com/LorentzianInnerProduct.html>
- [35] NAVsystem aero glossary. *NAVsystem* [online]. Prague: Nav Flight Services ©, 2013 [cit. 2018-05-16]. Dostupné z: <http://vm2.nav.cz/NAVzkratky/script/zkratky.asp>
- [36] *Optimum Receiver for Decoding Automatic Dependent Surveillance Broadcast (ADS-B) Signals* [online]. , 8 [cit. 2018-05-16]. DOI: 10.5923/j.ajsp.20150502.01. Dostupné z: <http://article.sapub.org/10.5923.j.ajsp.20150502.01.html>
- [37] *Pasivní radiolokace* [online]. Brno, 2016 [cit. 2018-05-16]. Dostupné z: [http://www.urel.feec.vutbr.cz/~sebestaj/MRAR/MRAR\\_P\\_CZ09.pdf](http://www.urel.feec.vutbr.cz/~sebestaj/MRAR/MRAR_P_CZ09.pdf)
- [38] *Radiolokace* [online]. Brno, 2004 [cit. 2018-05-16]. Dostupné z: [http://www.urel.feec.vutbr.cz/~sebestaj/RAR/literatura/Radiolokace\\_a\\_radionavigace\\_2004.pdf](http://www.urel.feec.vutbr.cz/~sebestaj/RAR/literatura/Radiolokace_a_radionavigace_2004.pdf)

- [39] *System and method for passive range-aided multilateration using time lag of arrival (TOLA) measurements*. WO 2010/138696 A1. Uděleno 02.12.2010.
- [40] TCAS-aided multilateration for surveillance with improved accuracy. *ResearchGate* [online]. .: ., 2015 [cit. 2018-05-16]. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/261208764\\_TCAS-aided\\_multilateration\\_for\\_terminal\\_surveillance\\_with\\_improved\\_accuracy](https://www.researchgate.net/publication/261208764_TCAS-aided_multilateration_for_terminal_surveillance_with_improved_accuracy)
- [41] TDoA Page. *Jeffrey T Guido* [online]. [cit. 2018-05-21]. Dostupné z: [http://jeffreypguido.com/work/tdoa\\_page.html#code](http://jeffreypguido.com/work/tdoa_page.html#code)
- [42] Time Difference Of Arrival Positioning Using PRS. *MathWorks* [online]. [cit. 2018-05-16]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/help/lte/examples/time-difference-of-arrival-positioning-using-prs.html>
- [43] *Using 3D TDOA concept in Matlab* [online]. [cit. 2018-05-16]. Dostupné z: <http://mathhelpforum.com/discrete-math/53094-using-3d-tdoa-concept-matlab.html>

## 9 Seznam příloh

- Příloha 1 Schéma pro správné odečtení časů v případě řazení zpráv dle času přijetí
- Příloha 2 Modul (složka souborů pro výpočet)
- Příloha 2-1 Skript Decoder\_MLAT\_3D.m
- Příloha 2-2 Skript bin3hec.m
- Příloha 2-3 Skript DF17\_poloha.m
- Příloha 2-4 Skript DF17\_TC9\_18\_vyska.m
- Příloha 2-5 Skript hex2bin.m
- Příloha 2-6 Skript poloha\_mlat\_3\_1.m
- Příloha 2-7 WGS2ECEF.m