



České vysoké učení  
technické v Praze

Fakulta strojní

Ústav letadlové techniky

# Diplomová práce

**Návrh demonstrátoru cyklooptéry**

**Design of Cyclocopter Demonstrator**

*autor:* Radek Pajkrt

*vedoucí práce:* Ing. Jan Klesa Ph.D.

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma: Návrh demonstrátoru cyklooptéry vypracoval samostatně, pod vedením Ing. Jana Klesy Ph.D, za použití literatury uvedené v kapitole Zdroje.

V Praze Dne 5. 5. 2018

.....

Podpis

## Poděkování

Chtěl bych poděkovat vedoucímu práce za jeho cenné rady. Zaměstnancům Ústavu letadlové techniky za pomoc při konstrukci demonstrátoru. Své rodině a přítelkyni za podporu.

# ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Pajkrť** Jméno: **Radek** Osobní číslo: **393023**  
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**  
Zadávací katedra/ústav: **Ústav letadlové techniky**  
Studijní program: **Letectví a kosmonautika**  
Studijní obor: **Letadlová a kosmická technika**

## II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

**Návrh demonstrátoru cyklooptéry**

Název diplomové práce anglicky:

**Design of a Cyclocopter Demonstrator**

Pokyny pro vypracování:

Pro vypracování DP proveďte:

- rešerši stavu problematiky
- výběh vhodné metody pro předběžný návrh rotoru cyklooptéry
- zvolenou metodou proveďte návrh rotoru a výpočet jeho aerodynamických charakteristik
- postavte experimentální demonstrátor navrženého rotoru
- porovnejte vypočtené a naměřené charakteristiky rotoru

Seznam doporučené literatury:

Dle doporučení vedoucího DP

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

**Ing. Jan Klesa, Ph.D., ústav letadlové techniky FS**

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **31.10.2017**

Termín odevzdání diplomové práce: **05.05.2018**

Platnost zadání diplomové práce: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Ing. Jan Klesa, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) práce

\_\_\_\_\_  
Ing. Robert Theiner, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

\_\_\_\_\_  
prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.  
podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

\_\_\_\_\_  
Datum převzetí zadání

\_\_\_\_\_  
Podpis studenta

## Anotace

Jméno autora	Radek Pajkrť
Název bakalářské práce	Návrh demonstrátoru cyklooptéry
Anglický název	Design of a Cyclocopter Demonstrator
Rok	2018
Studijní program	Letectví a kosmonautika
Ústav	Ústav letadlové techniky
Vedoucí bakalářské práce	Ing. Jan Klesa PhD.
Klíčová slova	cyklooptéra, cyklorotor, aerodynamika kmitajícího profilu, návrh cyclorotoru, tah, indukovaná rychlost
Keywords	cyclocopter, cyclogyro, cyclorotor, design of cyclorotor, aerodynamic of oscilating airfoil, design of cyclorotor, thrust, induced velocity
Anotace	Práce se zabývá shrnutím historie vývoje cyklooptér, jejich aerodynamikou, dále se práce zabývá návrhem rotoru cyklooptéry, jeho stavbou a testováním. Poté byly změřeny charakteristiky rotoru a porovnány s naměřenými daty .
Abstract	This thesis deals with history of cyclogyro, cyclogyro aerodynamic, another chapter deals with design, construction and testing of cyclorotor. At the end it is made comparison between calculating a mesuring data.

## Zkratky a značení

$C_z$	vertikální silový koeficient
$Z$	vertikální síla
$l$	délka listu
$c$	hloubka profilu
$R$	poloměr rotoru
$\rho$	hustota vzduchu
$\Omega$	rotační rychlost
$n$	otáčky
$v_r$	rychlost rotujícího listu
$v$	rychlost nabíhajícího proudu vzduchu
$v_p$	dopředná rychlost
$C_x$	horizontální silový koeficient
$X$	horizontální síla
$C_p$	koeficient potřebného výkonu
$P$	potřebný výkon
$\mu$	koeficient poměrů rychlostí ve směru x
$\lambda$	koeficient poměrů rychlostí ve směru z
$v'$	součet dopředné a indukované rychlosti
$v_{zi}$	indukovaná rychlost ve směru z
$v_{xi}$	indukovaná rychlost ve směru x
$v_t$	tangenciální rychlost
$v_r$	normálová rychlost
$\psi$	úhel udávající polohu listu
$\alpha$	úhel nastavení
$\alpha_0$	úhel nastavení při nulovém vychýlení excentru
$\alpha_M$	amplituda úhlu nastavení
$\alpha_A$	úhel náběhu
$\beta$	úhel jako rozdíl mezi úhlem nastavení a úhlem náběhu
$C_{l\alpha}$	stoupání vztlakové čáry profilu
$C_{L\alpha}$	stoupání vztlakové čáry listu
$e$	vzdálenost mezi středem rotoru a excentru

$n_l$	počet listů
$\epsilon$	směr vychýlení excentru
$a$	vzdálenost mezi středem excentru a bodem uchycení listu k ramenu
$d$	vzdálenost mezi uchycením listu k ramenu a k táhlu
$p$	frekvence oscilace profilu
$\theta$	úhel definovaný v obr. 13
$\theta_1$	úhel definovaný v obr. 13
$\theta_2$	úhel definovaný v obr. 13
$L_t$	délka táhla
$b$	polovina hloubky profilu
$u$	vzdálenost mezi středem profilu a bodem uchycení profilu k ramenu
$L$	vztlak profilu
$D$	odpor profilu
$t$	čas
$\eta$	štíhlost listu
$F$ a $G$	Besselovy funkce
$L_n$	normálová složka vztlaku
$L_t$	tangenciální složka vztlaku
$L_{n_x}$	normálová složka vztlaku ve směru x
$L_{n_z}$	normálová složka vztlaku ve směru z
$L_{t_x}$	tangenciální složka vztlaku ve směru x
$L_{t_z}$	tangenciální složka vztlaku ve směru z
$D_n$	normálová složka odporu
$D_t$	tangenciální složka odporu
$D_{n_x}$	normálová složka odporu ve směru x
$D_{n_z}$	normálová složka odporu ve směru z
$D_{t_x}$	tangenciální složka odporu ve směru x
$D_{t_z}$	tangenciální složka odporu ve směru z
$\nu$	kinematická viskozita

$C_D$	součinitel odporu profilu
$C_{D0}$	odpor profilu při nulovém vztlaku
$C_l$	součinitel vztlaku profilu
$C_L$	součinitel vztlaku listu
$Re$	Reynoldsovo číslo
$F_{od}$	odstředivá síla
$P_{rot}$	aerodynamický výkon nutný k chodu rotoru
$V_{listu}$	objem listu
$\rho_{listu}$	hustota listu
$m_{listu}$	hmotnost listu
$F_{odLIST}$	odstředivá síla jako důsledek pohybu listu po kružnici
$c_{el}$	hloubka půl elipsy o stejné ploše jako list
$F_{odLIST\_Hl}$	část odstředivé síly od listu přenášená hlavním nosníkem
$F_{odLIST\_Vedl}$	část odstředivé síly od listu přenášená vedlejším nosníkem
$\rho_{uhlíku}$	hustota uhlíkového komp. tvořícího nosníky
$m_{Hl.Nosník}$	hmotnost hlavního nosníku
$l_{Hl.Nosníku}$	délka hlavního nosníku
$d_{Hl.Nosníku}$	průměr hlavního nosníku
$F_{odHl.Nosník}$	odstředivá síla jako důsledek pohybu hlavního nosníku po kružnici
$m_{Vedl.Nosník}$	hmotnost vedlejšího nosníku
$l_{Vedl.Nosníku}$	délka vedlejšího nosníku
$d_{Vedl.Nosníku}$	průměr vedlejšího nosníku
$F_{odVedl.Nosník}$	odstředivá síla jako důsledek pohybu vedlejšího nosníku po kružnici
$c_{lC_L=1}$	součinitel vztlaku při jednotkovém součiniteli vztlaku křídla
$L_{listu}$	maximální vztlak jednoho listu
$q_{A(y)}$	velikost spojitého zatížení od aerodynamických sil působících na list
$F_{AHlav.Nosník}$	aerodynamická síla působící na hlavní nosník



$F_{AVedl.Nosnik}$	aerodynamická síla působící na vedlejší nosník
$q_{AHLav.Nosnik}$	spojité zatížení od aerodynamické síly působící na hlavní nosník
$q_{AVedl.Nosnik}$	spojité zatížení od aerodynamické síly působící na vedlejší nosník
$q_{HL.Nosník}$	spojité zatížení od odstředivé síly $F_{odHL.Nosník}$
$R_{A1Hlav}, R_{B1Hlav}$	reakce na sílu $F_{odHL.Nosník}$ v ložiskách ramen rotoru
$Mo_{1(y)}$	ohybový moment vzniklý v důsledku působení $q_{HL.Nosník}$
$q_{LIST\_Hl}$	spojité zatížení od odstředivé síly $F_{odLIST\_Hl}$
$R_{A2Hlav}, R_{B2Hlav}$	reakce na sílu $F_{odLIST\_Hl}$ v ložiskách ramen rotoru
$Mo_{2I,II,III(y)}$	ohybové momenty v jedn. částech nosníku zatěžovaného
	$q_{LIST\_Hl}$
$f_{AHLav.Nosnik(y)}$	přírůstek vztlakové síly na intervalu $\Delta y$
$Mo_{(y)AHL}$	ohybový moment působící na hl. nosník od zatížení
	$q_{AHLav.Nosnik(y)}$
$Mo_{(y)HL\_Nosník}$	celkový ohyb. moment zatěžující hlavní nosník
$\sigma_{(y)HL\_Nosník}$	napětí v hlavním nosníku
$Wo_{(y)HL\_Nosník}$	modul průřezu v ohybu hlavního nosníku
$q_{Vedl.Nosník}$	spojité zatížení od odstředivé síly $F_{odVedl.Nosník}$
$R_{A1vedl}, R_{B1vedl}$	reakce na sílu $F_{odVedl.Nosník}$ v ložiskách táhel rotoru
$Mo_{1Vedl(y)}$	ohybový moment vzniklý v důsledku působení
	$q_{Vedl.Nosník}$
$l_{dist.vedl}$	délka distanční trubky na vedl. Nosníku
$q_{LIST\_Vedl}$	spojité zatížení od odstředivé síly $F_{odLIST\_Vedl}$
$R_{A2vedl}, R_{B2vedl}$	reakce na sílu $F_{odLIST\_Vedl}$ v ložiskách táhel rotoru
$Mo_{2I,II,IIIVedl(y)}$	ohybové momenty v jedn. částech nosníku zatěžovaného
	$q_{LIST\_Vedl}$
$Mo_{(y)AVedl}$	ohybový moment působící na vedl. nosník od zatížení
	$q_{AVedl.Nosnik(y)}$
$Mo_{(y)Vedl\_Nosník}$	celkový ohyb. moment zatěžující vedlejší nosník
$Wo_{(y)Vedl\_Nosník}$	modul průřezu v ohybu vedlejšího nosníku

$\sigma_{(y)Vedl\_Nosník}$	napětí ve vedlejším nosníku
$l_{Celk.Hl.Nosník}$	celková délka hlavního nosníku
$m_{Celk.Hl.Nosník}$	celková hmotnost hlavního nosníku
$F_{od\_Celk.Hl.Nosník}$	odstředivá síla způsobená pohybem celého hlavního nosníku po kružnici
$\sigma_{(y)rameno}$	napětí v ramenu rotoru
$S_{min}$	minimální průřez ramena

## Seznam obrázků použitých v diplomové práci

Obrázek 1 Samoljet konstruktéra E.P. Sverchkova [1] .....	4
Obrázek 2 Caldwellův návrh[1] .....	5
Obrázek 3 Schroederův S-1[1].....	5
Obrázek 4 Umělecké představa Rohrbachova návrhu v letu .....	6
Obrázek 5 Cyklooptéra vzniklá na půdě Univerzity of Singapur [1] .....	7
Obrázek 6 Cyklooptéra z University of Maryland [11] .....	8
Obrázek 7 Malá cyklooptéra z dílny University of Maryland [12].....	8
Obrázek 8 Cyklooptéra se čtyřmi rotory [1] .....	9
Obrázek 9 Pokusný rotor [16] .....	10
Obrázek 10 Cyklooptéra ze Seoul national university [15] .....	11
Obrázek 11 Mechanismus pro nastavení listů [13] .....	11
Obrázek 12 Mechanismus pro nastavení listů [15].....	12
Obrázek 13 Kinematika rotoru [17].....	14
Obrázek 14 Porovnání sinového a reálného úhlu nastavení.....	17
Obrázek 16 Kladné směry rychlostí a tahu [3] .....	18
Obrázek 17 Schéma rychlostí [3].....	20
Obrázek 18 Rozbor rychlostí .....	28
Obrázek 19 Zobrazení jednotlivých úhlů náběhu.....	29
Obrázek 20 Jednotlivé složky vztlaku .....	31
Obrázek 21 Složky odporu .....	34
Obrázek 22 List rotoru s hlavním a vedlejším nosníkem.....	37
Obrázek 23 Osazení hlavního nosníku .....	38
Obrázek 24 Osazení vedlejšího nosníku .....	38
Obrázek 25 Aerodynamické síly .....	44
Obrázek 26 Zatížení nosníku od odstředivé síly .....	45
Obrázek 27 Zatížení nosníku od odstředivé síly listu .....	46
Obrázek 28 Průběh momentů po nosníku .....	48
Obrázek 29 Průběh momentů po nosníku .....	49
Obrázek 30 Zatížení vedlejšího nosníku od vlastní odstředivé síly .....	50
Obrázek 31 Zatížení vedlejšího nosníku od odstředivé síly listu .....	51
Obrázek 32 Průběh momentů po vedlejším nosníku .....	53

Obrázek 33 Průběh napětí po vedlejším nosníku.....	54
Obrázek 34 Uchycení ramena k listu .....	54
Obrázek 35 Uchycení kříže k hřídeli .....	56
Obrázek 36 Uchycení ramena a táhla .....	56
Obrázek 37 Axiální zajištění táhla.....	57
Obrázek 38 Spojení dřevěné a kovové části táhla.....	57
Obrázek 39 Excentr-vnější kluzné ložisko a kovová táhla .....	58
Obrázek 40 Kluzné ložisko .....	59
Obrázek 41 Rotor s rámem bez spojky a motoru.....	60
Obrázek 42 Zkouška pevnosti ramen .....	61
Obrázek 43 Úhel při nulovém úhlu nastavení.....	63
Obrázek 44 Směr proudu vzduchu .....	67
Obrázek 45 Laser pro měření otáček .....	68
Obrázek 46 Průběh indukované rychlosti v závislosti na otáčkách.....	69
Obrázek 47 Průběh indukované rychlosti v závislosti na úhlu nastavení .....	69
Obrázek 48 Průběh indukované rychlosti v závislosti na otáčkách podle Wheatlyho teorie.....	71
Obrázek 49 Průběh indukované rychlosti v závislosti na úhlu nastavení podle Wheatlyho teorie.....	72
Obrázek 50 Graf hodnot Besselových funkcí .....	72
Obrázek 51 Průběh indukované rychlosti v závislosti na otáčkách podle McNabbovi teorie.....	73
Obrázek 52 Průběh indukované rychlosti v závislosti na úhlu nastavení podle McNabbovi teorie.....	73
Obrázek 53 Porovnání obou teorií .....	74

## Obsah

1	Úvod .....	1
1.1	Popis cyklorotoru .....	1
1.2	Výhody a nevýhody koncepce .....	2
2	Historie .....	3
2.1	Koncepty konstrukcí cyklooptér .....	3
2.2	Vývoj teorií pro výpočet rotoru cyklooptéry .....	12
3	Kinematika pohybu rotoru cyklooptéry .....	14
3.1	Matematický popis čtyřčlenného mechanismu .....	15
4	Aerodynamika rotoru cyklooptéry .....	18
4.1	Teorie Johna B. Wheatlyho .....	18
4.2	Teorie Lynn McNabba .....	25
4.2.1	Rychlosti .....	25
4.2.2	Vztlak .....	30
4.2.3	Odpor .....	32
4.2.4	Tah .....	35
4.2.5	Výkon .....	35
5	Návrh rotoru .....	36
5.1	List .....	36
5.1.2	Zatížení vedlejšího nosníku .....	50
5.2	Ramena rotoru .....	54
5.3	Hřídel .....	55
5.4	Táhla .....	56
5.5	Excentr .....	58
5.6	Rám .....	59

6	Konstrukce rotoru .....	61
7	Měření .....	65
7.1	Chod rotoru.....	65
7.2	Metoda měření.....	66
7.3	Shrnutí měření .....	68
8	Porovnání výsledků měření s vypočtenými daty.....	70
8.1	Výpočet podle Wheatlyho teorie .....	70
8.2	Výpočet podle teorie McNabba.....	72
8.3	Porovnání výsledků Wheatlyho a McNabovi teorie .....	74
8.4	Porovnání naměřených a vypočtených hodnot.....	74
9	Závěr .....	75

# 1 Úvod

Cyklokoptéra je stroj podobný vrtulníku, který je schopný kolmého startu a přistání (tzv. VTOL-Vertical Take Off and Landing) a taktéž dopředného letu. Na rozdíl od vrtulníku je však osa otáčení rotoru horizontální. Listy rotoru jsou rovnoběžné s osou otáčení.

## 1.1 Popis cyklorotoru

Rotor cyklokoptéry se skládá z hnací hřídele. Na hnací hřídel je pomocí náboje upevněno několik ramen. Vždy minimálně dvě ramena pro daný list. Důležitými parametry jsou délka ramen a počet ramen.

Délka ramena udává poloměr rotoru. Jelikož u cyklokoptéry na listy působí velká odstředivá síla, která je namáhá na ohyb, je vhodné pro dosažení obdobné rychlosti nabíhajícího proudu vzduchu volit co největší poloměr a co nejmenší úhlovou rychlost. Odstředivá síla totiž roste s druhou mocninou úhlové rychlosti a první mocninou poloměru, kdežto rychlost nabíhajícího proudu vzduchu s první mocninou úhlové rychlosti i poloměru.

Dalším důležitým parametrem je počet ramen. Ten je ovlivněn jednak počtem listů, a také pevnostními důvody. V dobách kdy nebyly uhlíkové kompozity, bývalo ramen na jeden list více. Čím více je ramen, při stejné délce listu, tím menší je mezera mezi nimi, a proto je ohybový moment, který musí list přenášet menší. Minimální počet ramen na list bývá 2, i když je teoreticky možné pouze jedno rameno. Vzhledem ke složitosti konstrukce zatím tento případ nikdy realizován nebyl.

Listy jsou připevněny k ramenům pomocí ložisek tak, aby mohly volně rotovat kolem bodu uchycení. Listy rotují rovnoběžně kolem hnací hřídele. Ložiska pro uchycení listu jsou obvykle v 30 až 35 % hloubky listu. Dále je pomocí stejné rotační vazby list uchycen k táhlu. Poloha uchycení listu k táhlu bývá obvykle mezi 60 až 75 % hloubky. Táhl ovládá úhel nastavení listu. Čím je vzdálenost mezi středy ložisek uchycení táhla a ramena menší, tím menší pohyb táhla vyvolá stejnou změnu úhlu nastavení. Avšak pro tuto změnu je potřeba větší síla. List mění během otáčky úhel nastavení tak, že vzhledem k tečně ke kružnici dané trajektorií rotujícího listu má během jedné otáčky dvě maxima a

dvakrát projde nulovou polohou. Maximální úhel nastavení se pohybuje obvykle mezi  $25^\circ$  až  $35^\circ$ . Úhel nastavení je vyšší než úhel odtržení profilu. Úhel náběhu však není roven úhlu nastavení. Úhel náběhu ovlivňují kromě rotační rychlosti listu také rychlost pohybu celého rotoru, a především indukovaná rychlost.

Jelikož list rotuje kolem osy rotoru, resp. hnací hřídele, mění se během jedné otáčky i to, jestli je daná strana profilu přetlaková nebo podtlaková. Proto se u cyklooptér používají symetrické profily řady NACA 00XX. Tloušťku profilu ovlivňuje řada faktorů. Jednak jsou to faktory aerodynamické, ale také pevnostní. Jak již bylo řečeno, je list namáhán převážně na ohyb, a proto je z hlediska pevnosti vhodná co největší tloušťka.

Dalším důležitým faktorem je počet listů. V případě použití dvou listů by docházelo k tomu, že by oba listy měly buď maximální úhel nastavení anebo nulový úhel nastavení ve stejnou dobu. Tím by docházelo ke kmitání rotoru. Ke kmitání bude docházet i v případě tří listů. V případě použití čtyř listů je už kmitání dosti malé.

Úhel nastavení listu je ovládán pomocí táhel. Obvykle bývá na každém konci listu jedno táhlo, i když to není pravidlem. Táhla jsou druhým koncem připevněna k excentru. Během chodu rotoru může být měněna velikost i směr vychýlení excentru a tím je ovlivněno, jak velký bude maximální úhel nastavení a v jaké fázi jedné otáčky nastane.

Maximální vztlak působí ve směru, ve kterém dojde k maximálnímu úhlu nastavení. Rotor cyklooptéry může produkovat vztlak ve všech směrech ležících v rovině kolmé na osu rotace hřídele.

V této kapitole byly popsány základní části cyklooptéry. Rotor cyklooptéry bude z hlediska stanovení úhlů, směrů os, velikostí ramen a vztahu mezi jednotlivými hodnotami popsán podrobněji v kapitole Kinematika rotoru cyklooptéry.

## 1.2 Výhody a nevýhody koncepce

Výhodou cyklooptéry je možnost kolmého vzletu i přistání. Dále rotor umožňuje let ve visu. Oproti vrtulníkům je snazší přechod z visu do dopředného



letu. Další výhodou by měla být vyšší obratnost a ovladatelnost. Každá část listu rotuje kolem středu se stejnou rychlostí. U vrtulníku se rychlost mění se vzdáleností od osy rotace. Předpokládá se proto, že by koncept mohl mít výhodu především při vyšších rychlostech, kde by na koncích rotoru vrtulníku docházelo již k překonání rychlosti zvuku. Cyklooptéra pracuje na nižších otáčkách než klasický vrtulník, je tedy tišší. Dříve se předpokládalo, že by cyklooptéra měla dosahovat lepších výkonů než klasický vrtulník, ale toto tvrzení je značně diskutabilní.

Nevýhodou cyklooptér je vyšší hmotnost a složitost rotoru. Jedním z důvodů, proč se ustoupilo od koncepce cyklooptér na úkor klasických vrtulníků je rozdílné namáhání listů rotoru odstředivou silou. Zatímco u vrtulníku působí odstředivá síla v ose listu, u cyklooptér působí kolmo na list. V důsledku toho není list namáhán na tah, ale na ohyb. Dříve, když neexistovaly uhlíkové kompozity, byl problém navrhnout dostatečně pevný list.

## 2 Historie

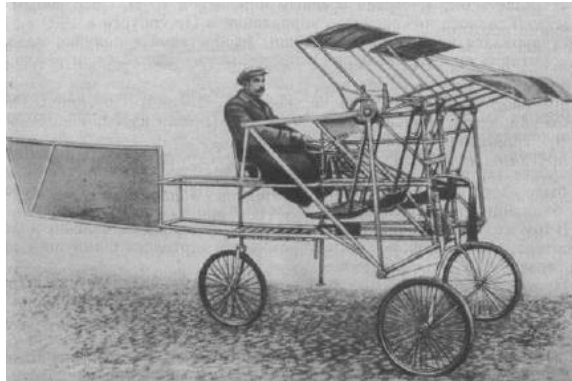
Historii vývoje cyklooptér lze rozdělit do dvou kategorií. Zaprvé zde bude uvedena historie návrhů konstrukcí létajících zařízení a cyklorotorů. Druhou důležitou částí historie cyklooptér je vývoj teorií popisující matematické a fyzikální vlastnosti rotoru.

### 2.1 Koncepty konstrukcí cyklooptér

Koncept cyklooptéry vznikl již na začátku 20. století. Jednalo se však spíše o úsměvné pokusy typické pro počátky letectví než o seriózní návrhy létajících strojů. Nepřekvapí proto, že v této době žádný stroj nedosáhl úspěchu. Jelikož se jednalo často spíše o díla nadšenců než seriózních konstruktérů, nedochovalo se z této doby mnoho informací o daných konstrukcích.

Velkým problémem bylo, že se konstruktéři snažili spíše okopírovat kola parníku. Tah rotoru nebyl vytvářen pomocí vzlaku rotujícího listu, ale list měl vyvozovat tah podobně jako veslo u lodi v důsledku zvýšení tlaku na jedné jeho straně, tedy v důsledku odporu vzduchu působícího na pohybující se list.

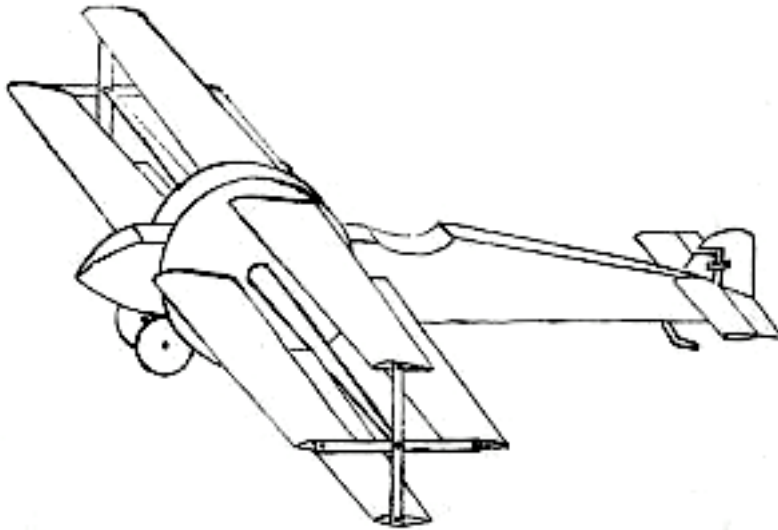
Na tomto principu založeném stroji pojmenovaném Samoljot, dělal mezi lety 1909-19014 pokusy Petrohradský inženýr E.P. Sverchkov. Prázdná hmotnost stroje byla 200 kg. Jeho koncept však nebyl schopný letu. [1]



Obrázek 1 Samoljot konstruktéra E.P. Sverchkova [1]

V té samé době probíhaly pokusy ve Francii. Vznikla cyklooptéra s dvěma hlavními a jedním ocasním cyklorotorem. Při testech však byla zničena a taktéž se nezvedla do vzduchu. [1]

V roce 1923 si Jonathan Edward Caldwell nechal patentovat koncept letounu, jenž měl místo křídel běžných u klasických letadel, čtyři listy, které mohly rotovat kolem společné horizontální osy a každý mohl měnit úhel náběhu. Tyto dva rotory byly poháněny motorem. Letoun měl být teoreticky schopný startovat a přistávat kolmo, zároveň mohli rotory generovat dopředný tah. Jednalo se však pouze o koncept, který měl k letu schopnému letounu dosti daleko. Z obrázku č. Obrázek 2 je patrné, že Caldwell neřešil vyvažování letounu a pravděpodobně ani systém nastavování listů. Caldwell tento koncept však dále nerozvíjel a věnoval se ornithoptérám (letoun poháněný máváním křídel). [1]



Obrázek 2 Caldwellův návrh[1]

V roce 1930 E. A. Schroeder navrhl letadlo s označím S-1 poháněné rotujícími listy. Jednalo se o hornoplošník s motorem Henderson, který měl místo vrtulí dva rotory s horizontální osou rotace, jež měly vytvářet tah. Letoun tedy neměl být schopný kolmého startu, rotory měly fungovat pouze jako vrtule u klasického letounu. Schroeder ovšem taktéž využíval obdoby koles kolesového parníku. Není však známo že by S-1 někdy úspěšně létal. [1]



Obrázek 3 Schroederův S-1[1]

V roce 1934 přišel německý prof. Rohrbach s návrhem cyklooptéry, který následně NACA i DVL (Deutsche Versuchsanstalt für Luftfahrt) shledaly jako realizovatelný. Fungoval již na principu cyklorotoru, kdy byla vztlaková síla generovaná především díky vztlaku jednotlivých listů. Přestože již v roce 1934 začala konstrukce tohoto letounu, není známo, že by někdy úspěšně vzlétl. [1]



*Obrázek 4 Umělecké představa Rohrbachova návrhu v letu*

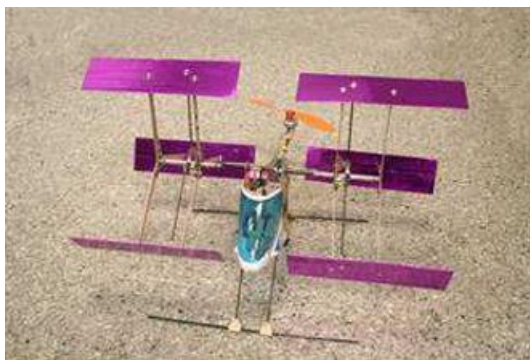
Ve 20. letech se koncepty cyklokoptér zabýval také Frederic Kirsten. Prováděl systematické pokusy s rotory cyklokoptér. Později ve spolupráci s Williamem Edwardem Boeingem začal plánovat osazení vzducholodě USS Shenandoah. Tím se mělo zlepšit ovládání vzducholodi zvláště při nižších rychlostech, kdy nejsou kormidla vzducholodě tolik účinná. Při přeletu na základnu poblíž Seattlu, kde mělo dojít k montáži rotorů, však vzducholod' havarovala a tím projekt skončil. Kirsten se poté začal věnovat lodním pohonům. Vyvinul cyklorotor, který byl schopný pohánět lodě. [6] Svůj patent později prodal firmě Voith-Schneider, která cyklorotory pro lodě vyrábí dodnes jako alternativu k lodním šroubům. Své uplatnění nachází především na remorkérech, kde můžou využívat lepší manévrovatelnosti cyklorotoru oproti kombinaci lodního šroubu s kormidlem při nízkých rychlostech. Dodnes se jedná o jediné použití cyklorotoru v praxi.

S prvními úspěšnými vrtulníky zájem o vývoj cyklokoptér ochabl. Až v 90. letech minulého století firma Bosch v rámci vývoje kolmo startujícího UAV pro US Navy sestrojila pokusný rotor. Při experimentech bylo zjištěno, že rotor je schopný dodat tah přes 64 N na jeden kilowatt výkonu. Parametry pokusného rotoru jsou uvedeny v následující tabulce. [10]

Otáčky	650 ot./min
Průměr rotoru	1,22 m
Délka listu	1,22 m
Hloubka profilu	0,305 m
Počet listů	6
Profil	NACA 0012

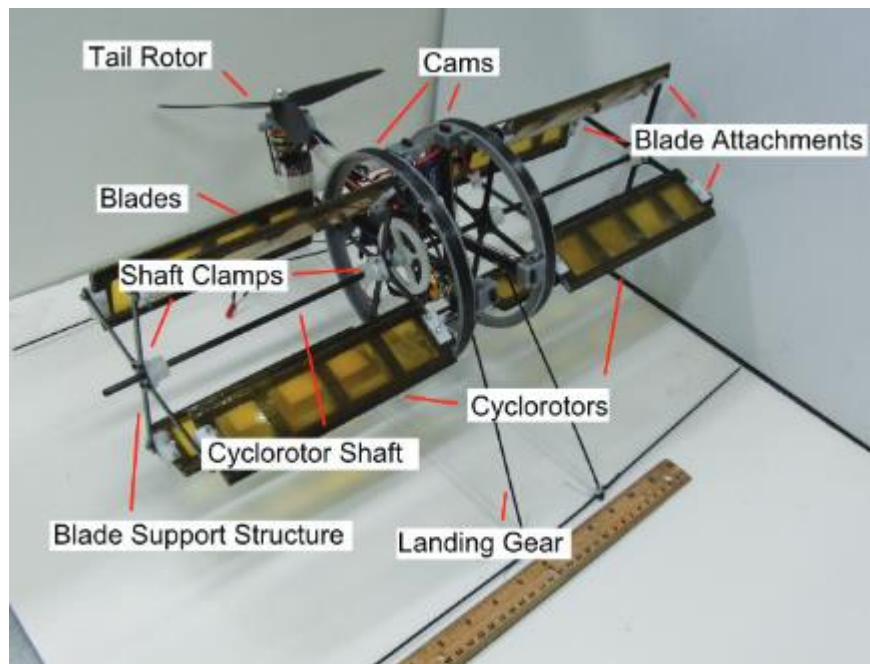
Tabulka 1 Parametry pokusného rotoru Bosch [10]

V posledních 15 letech, s rozvojem bezpilotních prostředků vzniklo několik létajících modelů různých koncepcí na univerzitách po celém světě. V roce 2007 postavil tým z University of Singapur technologický demonstrátor, jednalo se o jeden rotor, který byl schopen vzletu, ovšem musel být přivázán, jelikož pouze samotný rotor není schopen udržovat stabilitu. Dále tým z této univerzity navrhl malý dálkově ovládaný dron, jenž byl schopný letu. Měl dva rotory, které dodávaly cyklooptéře potřebný tah pro kolmý vzlet a vodorovný let a jeden vyrovnávací rotor, ten byl tvořen klasickou vrtulí se svislou osou rotace. Vyrovnávací rotor zajišťoval podélnou stabilitu. [1]



Obrázek 5 Cyklooptéra vzniklá na půdě Univerzity of Singapur [1]

V roce 2011 postavil tým z University of Maryland létající model cyklooptéry, která měla taktéž pouze jeden vyrovnávací rotor se svislou osou rotace umístěný na zadním ocase. Pro vztlak a dopředný tah sloužily opět rotory s vodorovnou osou rotace. Jeho parametry jsou uvedeny v následující tabulce Tabulka 2. [11]

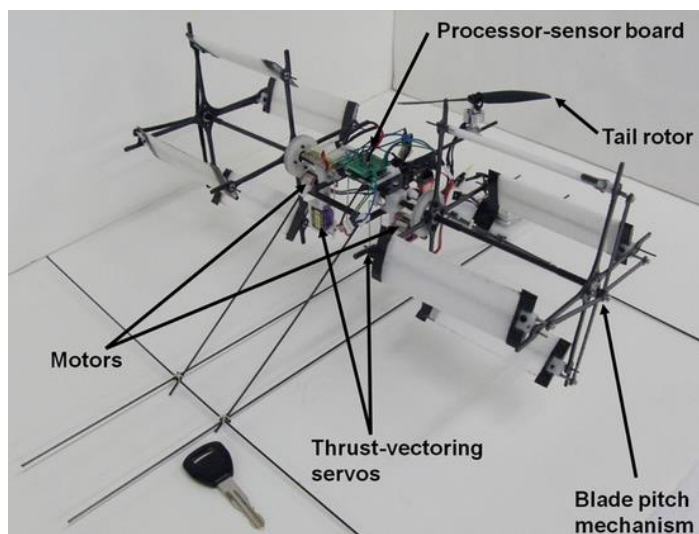


Obrázek 6 Cyklooptéra z University of Maryland [11]

Průměr rotoru	15,24 cm
Délka listu	15,875 cm
Hloubka listu	5,08 cm
Profil listu	NACA 0015
Amplituda úhlu náběhu	$\pm 45^\circ$
Počet listů	4

Tabulka 2 Parametry cyklooptéry [11]

Na půdě University of Maryland vzniklo několik dalších zajímavých koncepcí. Například miniaturní cyklooptéra zobrazená na obr.7. Její rozměry jsou uvedeny v tabulce Tabulka 3. [12]

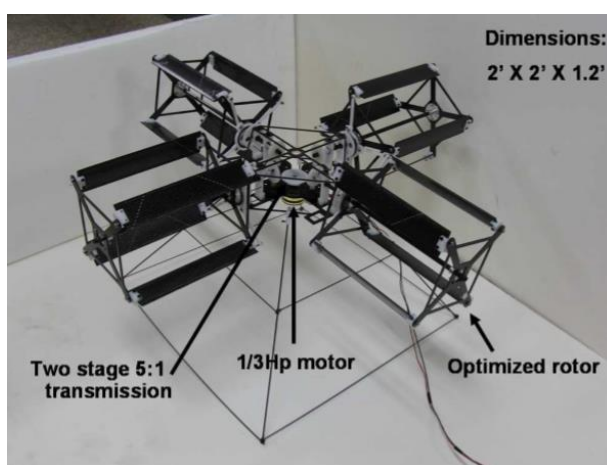


Obrázek 7 Malá cyklooptéra z dílny University of Maryland [12]

Průměr rotoru	12,7 cm
Délka listu	10,2cm
Hloubka listu	3,3 cm
Profil listu	NACA 0015
Amplituda úhlu náběhu	$\pm 45^\circ$
Počet listů	4

Tabulka 3 Parametry cyklooptéry z University of Maryland [12]

Na University of Maryland sestrojili taktéž létající prototyp dálkově ovládané cyklooptéry, jenž měl čtyři rotory umístěné do kříže. Jeho výhodou byla především manévrovatelnost. Není tolik účinný při dopředném letu, avšak při statických aplikacích nabídne lepší obratnost. [1]

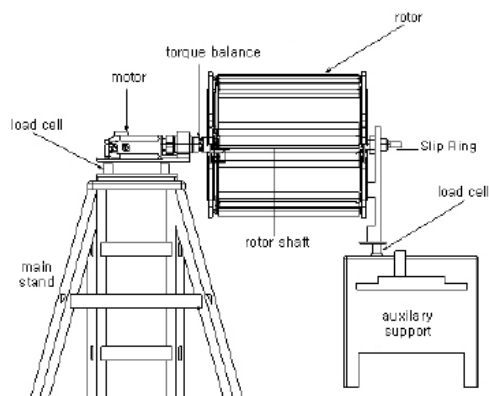


Obrázek 8 Cyklooptéra se čtyřmi rotory [1]

Dalším úspěšným konstruktérem cyklooptéry se stal tým z Seoul National University. Nejdříve prováděli pokusy s rotory různých průměrů, otáček a úhlů nastavení. [16]

Otáčky/min	0-600
Amplituda úhlu náběhu	5°, 10°, 15°, 20°, 25°, 30°
Počet listů	2,3,6

Tabulka 4 Parametry pokusného rotoru ze Seoul National University [16]



Obrázek 9 Pokusný rotor [16]

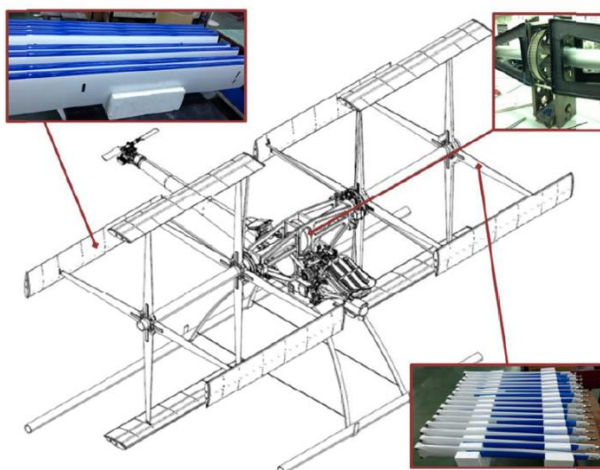
V roce 2013 vznikl na Seoul National University koncept větší 90 kg vážící cyklooptéry. Poháněná je 4-taktním motorem o objemu 294 cc. Motor má výkon 33 kw při 8750 ot./min. V cyklooptéře však pracuje při 5900 ot./min. a výkonu 21,6 kw. Rotory se otáčí s frekvencí 400 ot./min. [15]

Délka včetně rotorů		3 152 mm
Výška		2 310 mm
Šířka		4 200 mm
Hmotnost		90 kg
Rotor	Průměr	2 000 mm
	Délka listu	1 500 mm
	Profil	NACA 0018
	Otáčky/minutu	400
	Úhel nastavení	0°-35°
Motor	Typ	4-takt
	Výkon	33 kw
	Obsah	294 cc

Tabulka 5 Parametry cyklooptéry ze Seoul National University [15]

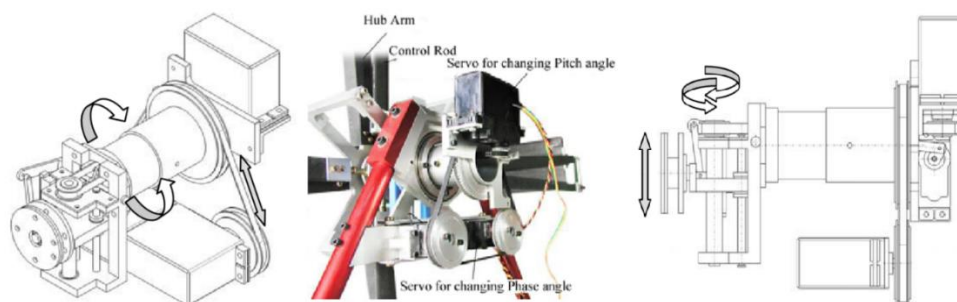
Zajímavé je řešení upevnění a konstrukce listů. Jelikož na lopatky působí odstředivá síla 1765 N, jsou listy značně namáhané na ohyb. Aby se zvýšila pevnost v ohybu nejsou listy uchyceny pomocí ramen na koncích, ale vnější ramena (ramena dál od trupu) spojující lopatku s hnací hřídelí jsou umístěna 350 mm od konce listu a vnitřní ramena (blíže ke trupu) jsou umístěna 150 mm od kraje listu. Dále jsou listy zpevněny uhlíkovými nosníky ve tvaru U-profilu.[15]





Obrázek 10 Cyklooptéra ze Seoul national university [15]

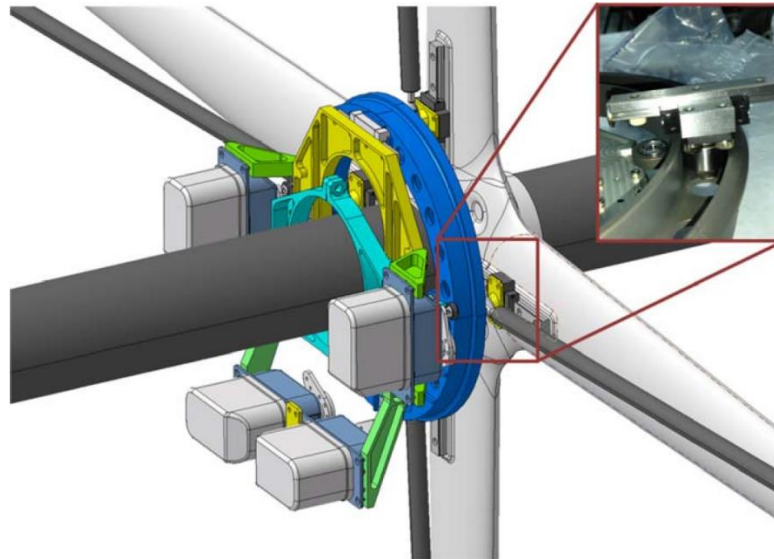
Při vývoji cyklooptér kladli velký důraz na návrh mechanismu pro nastavování listů. Vzniklo tak několik zajímavých prototypů. U cyklooptéry jsou v principu možné dva způsoby posunu excentru. Excentr se vždy pohybuje v rovině kolmé na osu rotace rotoru. Polohu excentru můžeme určit výchylkami ve dvou na sebe kolmých směrech anebo pomocí hodnoty udávající výchylku excentru a úhlu udávající směr výchylky. Z toho vychází i konstrukce excentru. Buďto se pomocí servomotorů pohybuje ve dvou osách anebo se otáčí pomocí jednoho servomotoru celým mechanismem o potřebný úhel a v tomto směru dojde pomocí druhého servomotoru k vychýlení excentru. První případ je na obr. Obrázek 11. Druhý případ je na obr. Obrázek 12.



Obrázek 11 Mechanismus pro nastavení listů [13]

Problém u rotoru cyklooptéry je, že excentr sloužící ke změně úhlu nastavení listu nemá střed (kromě případu kdy je úhel nastavení všech listů nula) v ose rotace. To způsobuje větší namáhání ložisek a s tím obvykle spojenou vyšší hmotnost těchto ložisek. Proto byl navržen excentr, který

nerotuje a rotují pouze táhla ovládající úhel nastavení listů. Konce rotujících táhel jsou spojeny s excentrem pomocí vačky a nerotující excentr tak ovládá táhla potažmo úhel nastavení. Nejsou proto již potřeba těžká ložiska. [15]



Obrázek 12 Mechanismus pro nastavení listů [15]

## 2.2 Vývoj teorií pro výpočet rotoru cyklooptéry

Z hlediska historie je důležité uvést také vývoj teorií popisujících aerodynamiku rotoru cyklooptéry. Teorie budou v této kapitole popsány pouze zběžně pro představu historického vývoje, podrobněji budou vybrané teorie popsány v části Aerodynamika rotoru cyklooptéry.

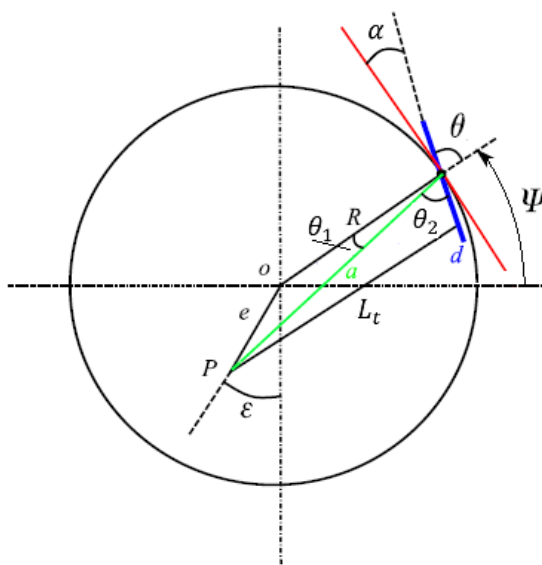
První teorie pro výpočet tahu a výkonu cyklorotoru se začaly objevovat ve 30. letech 20. století. Nezávisle na sobě s prvními teoriemi přišli v roce 1933 Francouz švédského původu Strandgren[5] a Američan John B. Wheatley.[3] Jednalo se o značně zjednodušené teorie. Teorie byly dosti podobné, Strandgren se zaměřil především na vysvětlení, jak pilot může ovládat směr a velikost tahu rotoru. Wheatlyho teorie bude podrobně popsána ve výpočtové části.

V roce 1944 přišel japonský inženýr Tanuguchi se svojí teorií. [19] Dále vydal ještě dvě publikace, ve který na základě provedených experimentů zpřesňoval své výpočty. [20] [21] Jak bylo později zjištěno, je přesnost této

metody značně závislá na podobnosti počítaného rotoru s rotorem, na kterém Tanuguchi prováděl experimenty. Je to dáno tím, že používal empirické konstanty stanovené na základě experimentu. [7]

Další teorií, která na rozdíl od předchozích teorií počítala s nestacionárním prouděním je teorie Lynn McNabba z roku 2001, kterou vytvořil ve spolupráci s firmou Bosch při návrhu již zmiňovaného UAV. Tato teorie bude také popsána v kapitole Aerodynamika rotoru cyklooptéry. [2]

### 3 Kinematika pohybu rotoru cyklokoptéry



Obrázek 13 Kinematika rotoru [17]

Pro výpočet je nutné nejprve určit kinematické vazby mezi jednotlivými částmi cyklokoptéry. Z hlediska velikosti tahu je u rotoru cyklokoptéry důležitým parametrem úhel nastavení listu rotoru  $\alpha$ . Z hlediska směru, kterým působí tah rotoru je důležité, v jaké fázi (pro jaký úhel  $\psi$ ) bude maximální úhel nastavení.

Velikost úhlu nastavení je dána vzdáleností  $e$  mezi středem rotoru a středem excentru, ke kterému jsou připevněna táhla s délkou  $L_t$  ovládající úhel nastavení. Úhel  $\psi$ , při kterém bude úhel nastavení maximální, je dán směrem  $\varepsilon$ , kterým je střed excentru vychýlen. Ideální je sinový průběh úhlu nastavení. Je však dosti složité tohoto úhlu docílit. Nyní s rozvojem elektroniky je možné ovládat úhel nastavení pomocí servomotorů přesně, jak potřebujeme. Toto řešení je ovšem komplikovanější než nastavování úhlu mechanicky. Přestože jsou koncepty složitějších mechanismů pro nastavení úhlu nastavení listu, pro svou jednoduchost a relativně snadnou realizaci se nejčastěji u dosud létajících cyklokoptér používá čtyřčlenný mechanismus. Podrobně bude popsán v následující kapitole. Jeho přednostmi jsou jednoduchost a snadná konstrukce.

### 3.1 Matematický popis čtyřčlenného mechanismu

Pro úhel nastavení listu alfa platí:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta \quad (1)$$

Dále platí:

$$\theta = \theta_1 - \theta_2 \quad (2)$$

Excentricita  $e$  způsobí kmitání listu a změnu úhlu nastavení v závislosti na  $\psi$ .

Sin  $\theta_1$  vypočítáme ze sinové věty:

$$\frac{\sin \theta_1}{e} = \frac{\sin \left( \psi + \varepsilon + \frac{\pi}{2} \right)}{a} \quad (3)$$

Pak tedy pro úhel  $\theta_1$  platí:

$$\theta_1 = \arcsin \left[ \frac{e}{a} \sin \left( \psi + \varepsilon + \frac{\pi}{2} \right) \right] \quad (4)$$

Velikost úhlu  $\theta_2$  určíme pomocí kosinové věty. Platí, že:

$$L_t^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cos(\theta_2) \quad (5)$$

$$\cos(\theta_2) = \frac{a^2 + d^2 - L_t^2}{2ad} \quad (6)$$

$$\theta_2 = \arccos \left( \frac{a^2 + d^2 - L_t^2}{2ad} \right) \quad (7)$$

Nyní můžeme určit velikost úhlu  $\theta$ :

$$\theta = \arcsin \left[ \frac{e}{a} \sin \left( \psi + \varepsilon + \frac{\pi}{2} \right) \right] + \arccos \left( \frac{a^2 + d^2 - L_t^2}{2ad} \right) \quad (8)$$

Pro výpočet musíme ještě určit hodnotu  $a$ , tu vypočítáme pomocí kosinové věty:

$$a^2 = e^2 + R^2 - 2eR \cos \left( \psi + \varepsilon + \frac{\pi}{2} \right) \quad (9)$$

A tedy:

$$\alpha = \sqrt{e^2 + R^2 - 2eR \cos\left(\psi + \varepsilon + \frac{\pi}{2}\right)} \quad (10)$$

Úhel nastavení  $\alpha$  určíme ze vzorce:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \arcsin\left[\frac{e}{a} \sin\left(\psi + \varepsilon + \frac{\pi}{2}\right)\right] - \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - L_t^2}{2ad}\right) \quad (11)$$

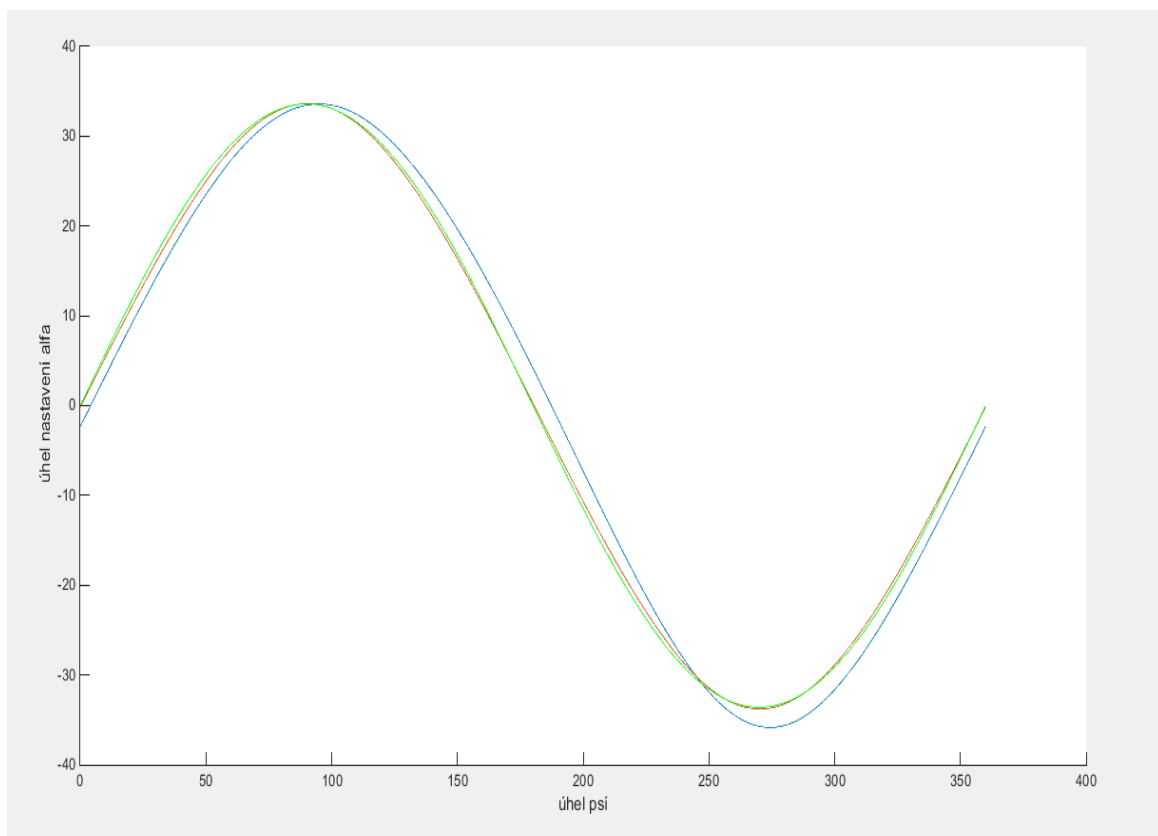
Pro představu je zobrazen na Obrázek 14 rozdíl mezi skutečným a sinovým průběhem úhlu nastavení pro maximální úhel nastavení  $\alpha = 33,6^\circ$ , poloměr  $R = 0,3 \text{ m}$  a délku tětiny profilu  $c = 0,1 \text{ m}$ . V grafu je zobrazen průběh úhlů nastavení během jedné otáčky.

Jak moc se bude lišit skutečný průběh od ideálního sinového je, za předpokladu konstantního poloměru  $R$ , dáno vzdáleností  $d$ . Velikost  $d$  udává vzdálenost mezi uchycením k ramenu a uchycením k táhlu.

V grafu je zobrazen zeleně ideální sinový průběh. Červeně je zobrazen průběh pro  $d = 2\%$  tětiny. Tento průběh je takřka stejný jako sinový průběh. Z konstrukčního hlediska by tento způsob byl značně komplikovaný. Znamenalo by to, že střed ložiska sloužícího pro uchycení listu k ramenu je vzdálený dva milimetry od středu ložiska sloužícího pro uchycení listu k táhlu.

Při vzdálenosti  $d = 30\%$  tětiny už bude průběh úhlu nastavení rozdílný. V grafu je zobrazen modře.

Při změně  $d$  se musela také měnit excentricita  $e$ . Ta byla vždy volena tak, aby zůstal stejný maximální úhel náběhu a mohlo dojít k porovnání průběhu. Čím je  $d$  menší, tím je potřeba menší excentricita  $e$  pro dosažení stejného maximálního úhlu nastavení  $\alpha$ . Při malém  $d$  se proto může více projevit nepřesnost ve výrobě. Při  $d = 2\%$  tětiny by změna excentricity  $e$  o  $0,1 \text{ mm}$  způsobila změnu v úhlu nastavení  $3^\circ$ . Při malém  $d$  by tedy nebyl problém pouze z hlediska konstrukce, ale i z hlediska dosažení potřebných přesností.



Obrázek 14 Porovnání sinového a reálného úhlu nastavení

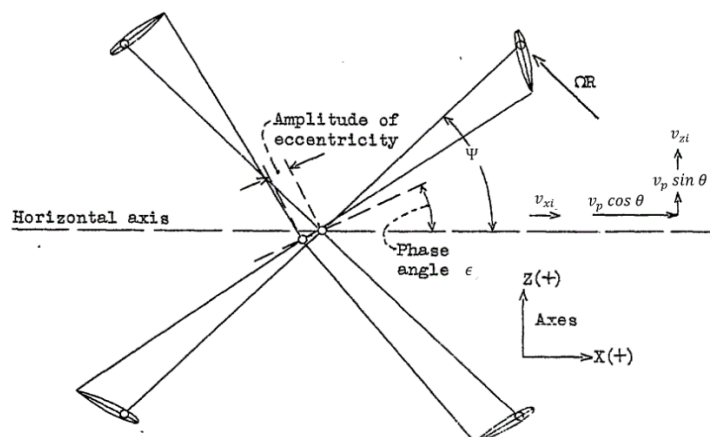
## 4 Aerodynamika rotoru cykloptéry

V této kapitole budou uvedeny dvě teorie. Teorie Johna B. Wheatlyho, která dává dle experimentů lepší výsledky než je skutečnost, proto bude použita k návrhovým výpočtům při kontrole zatížení listu od aerodynamických sil. Její výhodou je podstatně jednodušší výpočet oproti druhé použité teorii. Druhá teorie je teorie Lynn McNabba. Tato teorie je dle experimentů přesnější. V kapitole Porovnání výsledků měření s vypočtenými daty bude proveden výpočet podle obou teorií a porovnány výsledky.

### 4.1 Teorie Johna B. Wheatlyho

Jednou z prvních aerodynamických teorií byla práce Johna B. Wheatlyho N.A.C.A. Technical note No. 467 - Simplified aerodynamic analysis of the cyclogiro rotating-wing system. [3] Její výhodou je jednoduchost a rychlost výpočtu. Nevýhodou je její horší přesnost. Teorie obsahuje řadu zjednodušení. Uvažuje například, že stoupání vztlačové čáry listu a profilu je stejné. Dále uvažuje, že hodnota úhlu nastavení má sinový průběh.

Lopatky rotují kolem středu s rotační rychlostí  $\Omega$ . Rotor se navíc pohybuje dopřednou rychlostí  $v_p$ . V této teorii byla rychlost  $v_p$  rozložena na složky ve směru x a z. Rychlosti a jejich kladné směry jsou zobrazeny v obrázku níže.



Obrázek 15 Kladné směry rychlostí a tahu [3]

Dále byl stanoven koeficient vertikální síly  $C_z$  pro vertikální sílu  $Z$ , produkovanou celým rotorem:



$$C_z = \frac{Z}{\rho \Omega^2 R^3 l} \quad (12)$$

Obdobně pro koeficient horizontální síly platí:

$$C_x = \frac{X}{\rho \Omega^2 R^3 l} \quad (13)$$

A pro koeficient výkonu  $C_p$  platí:

$$C_p = \frac{P}{\rho \Omega^3 R^4 l} \quad (14)$$

Dále byl vyjádřen poměr mezi součtem x-ové složky rychlosti pohybu rotoru  $v_p$  a indukované horizontální rychlosti  $v_{xi}$ , k rotační rychlosti pomocí koeficientu  $\mu$ .

$$\mu \Omega R = v_p \cos \theta + v_{xi} \quad (15)$$

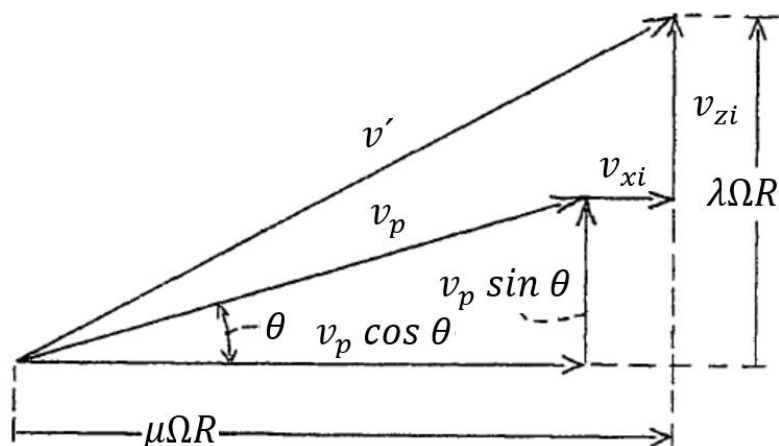
Obdobně byl poměr rychlostí ve směru osy z vyjádřen:

$$\lambda \Omega R = v_p \sin \theta + v_{zi} \quad (16)$$

$\theta$  udává úhel, pod kterým se rotor pohybuje. Celkovou rychlost  $v'$  můžeme poté určit pomocí Pythagorovy věty:

$$v' = \Omega R (\lambda^2 + \mu^2)^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

V této rychlosti není ovšem započítána rotační rychlost rotoru, proto bude výsledná absolutní rychlost proudu vzduchu nabíhající na list rotoru rozdílná od této.



Obrázek 16 Schéma rychlostí [3]

Pokud platí, že složka rychlosti  $v_p$  ve směru x, tzn.  $v_p \cos \theta$ , je menší než  $0,1\Omega R$ , je indukovaná rychlost  $v_{zi}$  počítána z obdélníku o ploše  $2Rl$ . Pak pro  $v_{zi}$  platí vztah:

$$v_{zi} = \frac{Z}{4 \rho v' R l} \quad (18)$$

V případě, že je  $v_p \cos \theta > \Omega R$  je indukovaná rychlost počítána z plochy  $\frac{\pi l^2}{4}$ . Pak pro  $v_{zi}$  platí vztah:

$$v_{zi} = \frac{2 Z}{\rho v' \pi l^2} \quad (19)$$

Dosazením rovnice (17) pro  $v'$  a rovnice pro  $Z$ :

$$Z = C_z \rho \Omega^2 R^3 l \quad (20)$$

Budou získány vztahy:

Pro  $v_p \cos \theta < 0,1\Omega R$

$$v_{zi} = \frac{Z}{4 \rho v' R l} = \frac{C_z \Omega R}{4(\lambda^2 + \mu^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (21)$$

Pro  $v_p \cos \theta > 0,1\Omega R$

$$v_{zi} = \frac{2 Z}{\rho v' \pi l^2} = \frac{2 C_z \Omega R^2}{\pi l (\lambda^2 + \mu^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (22)$$

Pro indukovanou rychlost  $v_{xi}$  ve směru osy  $x$  platí:

$$v_{xi} = \frac{X}{4 \rho v' R l} = \frac{C_x \Omega R}{4(\lambda^2 + \mu^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (23)$$

Problémem při výpočtu indukovaných rychlostí bude, že nejsou známy síly  $Z, X$  ani silové součinitele  $C_x$  a  $C_z$ . Při výpočtu tedy bude nutné spočítat sílu rotoru při nulových indukovaných rychlostech a poté pomocí několika iterací určit hodnoty indukovaných rychlostí. Počet iterací bude závislý na rychlosti konvergence a požadované přesnosti výpočtu.

Dále můžeme dosazením rovnic (22) a (23) do rovnic (15) a (16) určit vztah pro rychlostní součinitele:

$$\lambda = \frac{v_p \sin \theta}{\Omega R} + \frac{2C_z R}{\pi l (\lambda^2 + \mu^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (24)$$

$$\mu = \frac{v_p \cos \theta}{\Omega R} + \frac{C_x}{4(\lambda^2 + \mu^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (25)$$

Jelikož platí:

$$\frac{v_p \cos \theta}{\Omega R} \gg \frac{C_x}{4(\lambda^2 + \mu^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (26)$$

Může tedy být  $\frac{C_x}{4(\lambda^2 + \mu^2)^{\frac{1}{2}}}$  zanedbáno. A pro  $\mu$  platí vztah:

$$\mu \doteq \frac{v_p \cos \theta}{\Omega R} \quad (27)$$

Poté podělením rovnice (24) rovnicí (25) dostaneme poměr rychlostních součinitelů:

$$\frac{\lambda}{\mu} = \tan \theta + \frac{2C_z R}{\pi \mu l (\lambda^2 + \mu^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (28)$$

Dále je nutné určit celkovou absolutní rychlost pohybu listu ve směru tečném k rotačnímu pohybu a ve směru normálovém k rotačnímu pohybu listu.

$$v_t = \Omega R - \mu \Omega R \sin \psi + \lambda \Omega R \cos \psi \quad (29)$$

$$v_n = \mu \Omega R \cos \psi + \lambda \Omega R \sin \psi \quad (30)$$

$\psi$  je úhel udávající pozici listu. Jedná se o úhel mezi ramenem rotoru nesoucím list (tzn. spojnice bodu, kolem něhož list kmitá, také bod uchycení listu a středu rotoru) a horizontální rovinou. Úhel  $\psi$  je zobrazen v obr. číslo Obrázek 13.

Dále platí:

$$v_n = v_t \tan \beta \quad (31)$$

Jelikož je  $\beta$  malé, můžeme napsat:

$$v_t = v \quad (32)$$

$$v_n = v \beta \quad (33)$$

Dále je důležité stanovit úhel náběhu. Pro úhel nastavení  $\alpha$  platí:

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_M \cos(\psi - \epsilon) \quad (34)$$

Konstantní úhel nastavení  $\alpha_0$  je měřený k tečně kružnice dané rotačním pohybem listu. Jedná se o úhel, kolem něhož list během jedné otáčky kmitá. Obvykle bývá roven nule. V případě, že by nebyl roven nule, vytvářel by list v polohách  $\psi = 0^\circ$  a  $\psi = 180^\circ$  stejné síly ovšem opačného směru, což by způsobovalo, že by se síly produkované rotorem vzájemně rušily.

$\alpha_M$  udává maximální výchylku, amplitudu úhlu nastavení během jedné otáčky rotoru od úhlu  $\alpha_0$  kolem něhož list kmitá.

Úhel  $\epsilon$  je měřený od horizontální roviny. Udává polohu listu, ve které je úhel nastavení největší. Tento úhel je měřen opačným směrem než v teorii

McNabba a než v kapitole Kinematika pohybu rotoru cyklooptéry. Způsob, odkud je úhel měřen, je zobrazen v Obrázek 15.

Dále je nutné určit úhel náběhu proudu vzduchu na list rotoru. Ten není stejný jako úhel nastavení. Jelikož vektor rychlosti nabíhajícího proudu vzduchu není tečný k trajektorii rotačního pohybu listu, bude úhel náběhu menší než úhel nastavení o úhel  $\beta$ . Výsledný úhel nabíhajícího proudu vzduchu na list  $\alpha_A$  je tedy:

$$\alpha_A = \alpha - \beta = \alpha_0 - \beta + \alpha_M \cos(\psi - \epsilon) \quad (35)$$

Součinitel vztlaku profilu spočítáme ze vztahu:

$$C_l = C_{l_\alpha} \alpha_A \quad (36)$$

Koeficient  $C_{l_\alpha}$  udává stoupání vztlakové čáry profilu. Určí se z tunelových měření.

Nyní je možné spočítat vztlak  $L$  a odpor  $D$  jednoho listu:

$$L = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_{l_\alpha} \alpha_A \quad (37)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho U^2 S C_{D0} \quad (38)$$

Dále budou spočítány celkové síly ve směru  $Z$  a  $X$  generované celým rotorem:

$$Z = \frac{n_l}{2\pi} \int_0^{2\pi} \{L \sin(\psi - \phi) - D \cos(\psi - \phi)\} d\psi \quad (39)$$

$$X = \frac{n_l}{2\pi} \int_0^{2\pi} \{L \cos(\psi - \phi) + D \sin(\psi - \phi)\} d\psi \quad (40)$$

Dosazením a integrací dostaneme rovnice:

$$\begin{aligned}
Z = \frac{1}{2} \rho \Omega^2 R^2 n_l S \left\{ C_{l_\alpha} \alpha_M \sin \epsilon \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \mu^2 \right) \right. \\
\left. - \frac{1}{2} C_{l_\alpha} \alpha_M \mu \lambda \cos \epsilon - \frac{3}{2} C_{l_\alpha} \mu \alpha_0 - \frac{1}{2} C_{l_\alpha} \lambda \right. \\
\left. - \frac{3}{2} \lambda C_{D_0} \right\} \quad (41)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X = \frac{1}{2} \rho \Omega^2 R^2 n_l S \left\{ C_{l_\alpha} \alpha_M \cos \epsilon \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \lambda^2 \right) \right. \\
\left. - \frac{1}{2} C_{l_\alpha} \alpha_M \mu \lambda \sin \epsilon + \frac{3}{2} C_{l_\alpha} \lambda \alpha_0 - \frac{1}{2} C_{l_\alpha} \mu \right. \\
\left. - \frac{3}{2} \mu C_{D_0} \right\} \quad (42)
\end{aligned}$$

Dále bude určen koeficient  $\sigma$ , který udává plnost rotoru. Jedná se o poměr části obvodu, které zabírají listy (součet délek tětív všech listů) k obvodu celého rotoru.

$$\sigma = \frac{n_l c}{2\pi R} \quad (43)$$

Nyní budou vyjádřeny silové koeficienty  $C_Z$  a  $C_X$ :

$$\begin{aligned}
C_Z = \pi \sigma \left\{ C_{l_\alpha} \alpha_M \sin \epsilon \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \mu^2 \right) - \frac{1}{2} C_{l_\alpha} \alpha_M \mu \lambda \cos \epsilon \right. \\
\left. - \frac{3}{2} C_{l_\alpha} \mu \alpha_0 - \frac{1}{2} C_{l_\alpha} \lambda - \frac{3}{2} \lambda C_{D_0} \right\} \quad (44)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_X = \pi \sigma \left\{ C_{l_\alpha} \alpha_M \cos \epsilon \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \lambda^2 \right) - \frac{1}{2} C_{l_\alpha} \alpha_M \mu \lambda \sin \epsilon \right. \\
\left. + \frac{3}{2} C_{l_\alpha} \lambda \alpha_0 - \frac{1}{2} C_{l_\alpha} \mu - \frac{3}{2} \mu C_{D_0} \right\} \quad (45)
\end{aligned}$$

Výkon potřebný k vyvození sil  $X$  a  $Z$  spočítal Wheatly ze vztahu:

$$P = \lambda \omega R Z + \mu \Omega R X + \frac{n_l}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \rho S v^2 \Omega R C_{D_o} d\psi$$

$$+ \frac{3}{4} \rho \Omega^2 R^2 n_l S C_{D_o} (\mu^2 + \lambda^2)$$
(46)

Součinitel potřebného výkonu zjistíme ze vztahu

$$C_p = \lambda C_z + \mu C_x + \pi \sigma C_{D_o} (1 + 2\mu^2 + 2\lambda^2)$$
(47)

## 4.2 Teorie Lynn McNabba

Tato teorie vznikla ve spolupráci s firmou Bosch při snaze navrhnout koncept vysokorychlostní cyklooptéry, která by rychlostí předčila současné vrtulníky. McNabb použil upravené Theodorsenovi rovnice pro flutter, jenž jsou shrnuty v NACA Report No. 496 GENERAL THEORY OF AERODYNAMIC INSTABILITY AND THE MECHANISM OF FLUTTER z roku 1934[9]. Tyto rovnice upravil I. E. Garrick v NACA Report No. 567 PROPULSION OF A FLAPPING AND OSCILATING AIRFOIL z roku 1936[8] pro kmitající profil. Při porovnání s experimenty bylo zjištěno, že tato teorie dává poměrně přesné výsledky pro hodnotu tahu rotoru. Problémem je určení odporu, jelikož to z Garrickových rovnic není možné. McNabb proto při výpočtu odporu použil i empiricky stanovené hodnoty, které ovšem nemusí pokrýt všechny konfigurace rotoru cyklooptéry. [2]

### 4.2.1 Rychlosti

Rychlost nabíhajícího proudu vzduchu na profil je dána jednak rotačním pohybem listu kolem středu. Tu zjistíme ze vztahu:

$$v_r = \Omega \cdot R$$
(48)

Pro úhlovou rychlost  $\Omega$  platí:

$$\Omega = \frac{2\pi n}{60}$$
(49)

Kde  $n$  jsou otáčky rotoru.

Dále je nutné počítat s pohybem celého rotoru. Zavedeme proto rychlosti  $v_{xp}$  a  $v_{zp}$ , které udávají rychlost vertikálního, resp. horizontálního pohybu celého rotoru. Poté můžeme vypočítat tečnou a normálovou rychlost. Jelikož z hlediska aerodynamiky je důležitá rychlost nabíhajícího proudu vzduchu na profil, budeme uvažovat list statický a pohybující se proud vzduchu.

To je důležité z hlediska znaménkové konvence. Na Obrázek 13 bude mít horizontální rychlost  $v_{xp}$  kladný směr při pohybu proudu vzduchu zleva doprava, tomu odpovídá pohyb celého rotoru zprava doleva. Vertikální rychlost  $v_{zp}$  bude mít tedy kladný směr při pohybu proudu vzduchu odshora dolů, tomu odpovídá pohyb celého rotoru vzhůru.

Dále bude nutné stanovit kladné směry indukovaných rychlostí  $v_{xi}$  a  $v_{zi}$  ve směru x a z. Kladné směry rychlostí v jednotlivých osách byly stanoveny stejně jako směry posuvných rychlostí  $v_{xp}$  a  $v_{zp}$ .

Jsou-li směry stejné, pak bude platit:

$$v_x = v_{xp} + v_{xi} \quad (50)$$

a

$$v_z = v_{zp} + v_{zi} \quad (51)$$

Podobně jako u vrtulníku se indukovaná rychlost určuje z tahu rotoru. U cykloptéry však McNabb zavedl ještě konstantu  $K$ , která byla zjištěna empiricky na základě experimentu. McNabb určil, že velikost konstanty  $K = 1,7$ .

Poté pro  $v_{xi}$  bude platit vztah:

$$v_{xi} = \sqrt{\frac{X}{2 \rho K A}} \quad (52)$$

Hodnota plochy  $A$  bude spočítána:

$$A = 2Rl \quad (53)$$

Z výpočtu je patrné, že McNabb uvažoval konstantní rozložení indukované rychlosti po celé ploše  $A$ . Toto zjednodušení se snažil nahradit právě konstantou  $K$ .

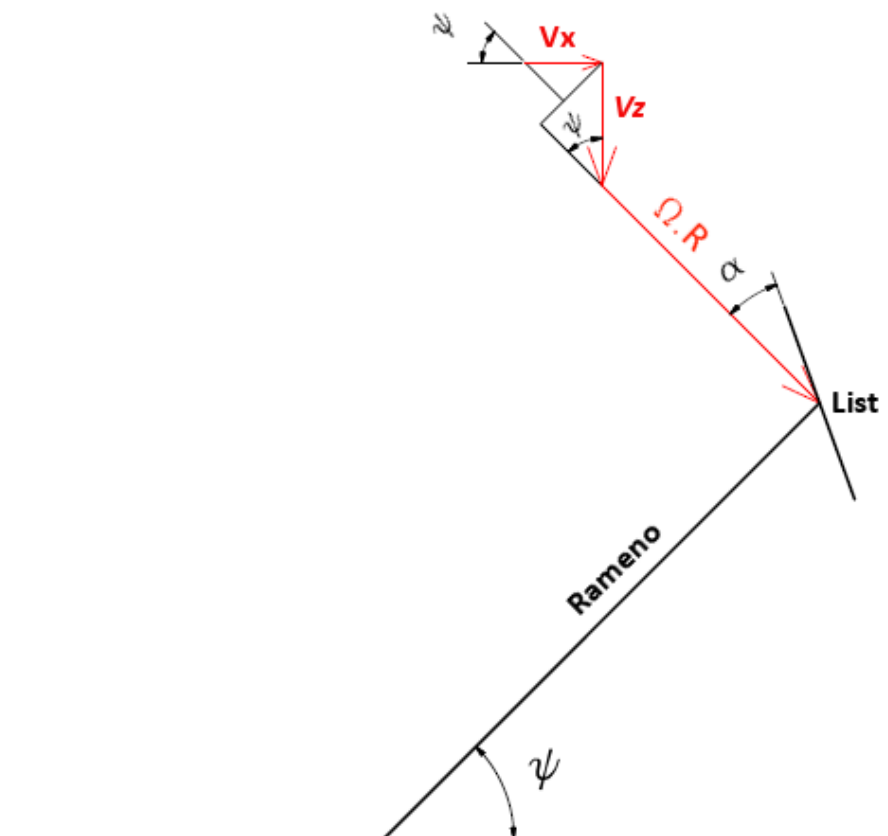


Obdobně bude určen vztah pro  $v_{zi}$

$$v_{zi} = \sqrt{\frac{Z}{2 \rho K A}} \quad (54)$$

Jelikož však hodnotu  $X$  a  $Z$  neznáme, bude pro výpočet indukovaných rychlostí a potažmo i tahu nutné použít iterační metodu. Při výpočtu proto bude nejprve počítáno s indukovanými rychlostmi rovnými nule a až poté bude pomocí iterací počítána indukovaná rychlost. Jak bude odvozeno níže, indukovaná rychlost snižuje úhel náběhu, a tedy při prvním výpočtu vyjde tah větší, než ve skutečnosti. Poté bude nutno iterovat do té doby, než se zadávaná indukovaná rychlost na začátku výpočtu nebude shodovat s rychlostí spočítanou zpětně z tahu rotoru.

Nyní bude nutné rozložit rychlosti  $v_x$  a  $v_z$  do složek tečných a normálových k rotační rychlosti. Sečtením tečných a normálových složek dostaneme tečnou rychlost  $v_t$  a normálovou rychlost  $v_n$ .

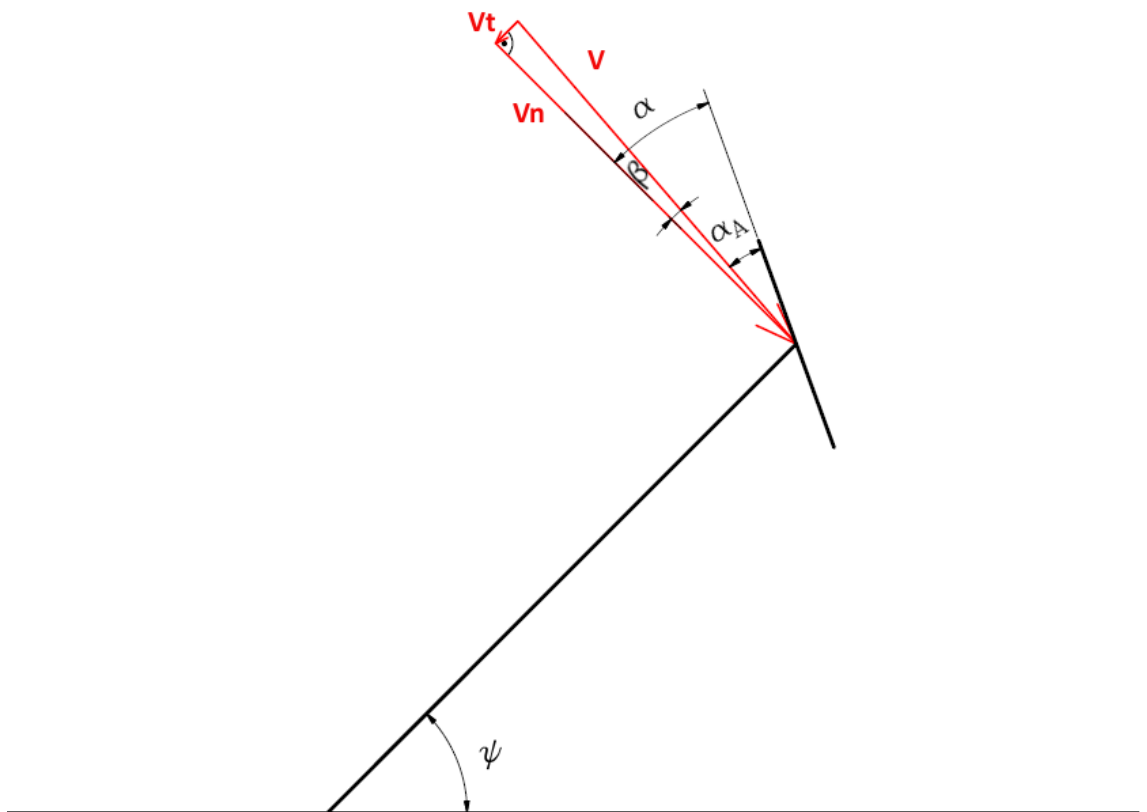


Obrázek 17 Rozbor rychlostí

$$v_t = v_r + v_x \sin \psi + v_z \cos \psi \quad (55)$$

$$v_t = \Omega R + v_x \sin \psi + v_z \cos \psi \quad (56)$$

$$v_n = v_x \cos \psi - v_z \sin \psi \quad (57)$$



Obrázek 18 Zobrazení jednotlivých úhlů náběhu

Poté můžeme určit úhle  $\beta$ :

$$\beta = \arctan \frac{V_n}{V_t} \quad (58)$$

Úhel  $\beta$  je důležitý pro výpočet, neboť snižuje úhel náběhu. Úhel náběhu vypočítáme jako rozdíl mezi úhlem nastavení a úhlem  $\beta$ :

$$\alpha_A = \alpha - \beta \quad (59)$$

Ze vzorců výše je patrné, že velký vliv na velikost maximálního tahu bude mít indukovaná rychlost. Ta bude mít ve fázi, v níž bude list produkovat největší tah, tedy ve chvíli, kdy bude úhel nastavení listu největší, největší normálovou složku. V místě největšího tahu způsobí největší přírůstek  $\beta$ . Tím způsobí, že v místě největšího tahu jednotlivého listu dojde k největšímu snížení úhlu náběhu vlivem  $\beta$ .

Celková rychlost  $v$  bude mít hodnotu vektorového součinu těchto dvou rychlostí. Jelikož známe normálovou a tečnou složku, můžeme ji spočítat z Pythagorovy věty:

$$v = \sqrt{v_t^2 + v_n^2} \quad (60)$$

Velikost  $v$  udává skutečnou rychlost nabíhajícího proudu vzduchu na profil.

#### 4.2.2 Vztlak

Vztlak profilu určil McNabb pomocí Theodorsenových rovnic popisujících flutter. Tyto rovnice převzal Garrick a pomocí Theodorsenových rovnic počítal vztlak kmitajícího profilu. Rovnice pro výpočet vztlaku kmitajícího profilu převzatá z NACA Report No. 567 má tvar:

$$\begin{aligned} \frac{L}{l} = & -\rho b^2 [v\pi\alpha_0 p \cos(pt + \varphi_0) + \pi b u \alpha_0 p^2 \sin(pt + \varphi_0)] \\ & - 2\pi\rho v b F \left[ v\alpha_0 \sin(pt + \varphi_0) \right. \\ & \left. + b \left( \frac{1}{2} - u \right) \alpha_0 p \cos(pt + \varphi_0) \right] \\ & - 2\pi\rho v b G \left[ v\alpha_0 \cos(pt + \varphi_0) \right. \\ & \left. - b \left( \frac{1}{2} - u \right) \alpha_0 p \sin(pt + \varphi_0) \right] \end{aligned} \quad (61)$$

Garrick dále stanovil, že pro úhel náběhu platí:

$$\alpha_A = \alpha_0 \sin(pt + \varphi_0) \quad (62)$$

Garrick tedy počítal se sinovým průběhem úhlu náběhu. V našem výpočtu však budeme uvažovat skutečný průběh úhlu náběhu. Určíme tedy pomocí derivace vztah pro úhlovou rychlost kmitajícího profilu (s jakou úhlovou rychlostí kmitá kolem bodu uchycení k ramenu)

$$\dot{\alpha}_A = p\alpha_0 \cos(pt + \varphi_0) \quad (63)$$

A obdobně určíme úhlové zrychlení:

$$\ddot{\alpha}_A = -p^2\alpha_0 \sin(pt + \varphi_0) \quad (64)$$

Nyní dosadíme do rovnice a dostaneme:

$$\begin{aligned} \frac{L}{l} = & -\rho b^2 [v\pi\dot{\alpha}_A - \pi b u \ddot{\alpha}_A] - 2\pi\rho v b F \left[ v\alpha + b \left( \frac{1}{2} - u \right) \dot{\alpha}_A \right] \\ & - \frac{2\pi\rho v b G}{p} \left[ v\dot{\alpha}_A + b \left( \frac{1}{2} - u \right) \ddot{\alpha}_A \right] \end{aligned} \quad (65)$$

Jelikož  $2\pi$  udává stoupání vztlakové čáry ploché desky, můžeme v našem případě nahradit stoupáním vztl. čáry listu  $C_{L\alpha}$ . To vypočítáme ze stoupání vztlakové čáry profilu  $C_{l\alpha}$  pomocí vzorce:

$$C_{L\alpha} = \frac{2\pi\eta}{2 + \sqrt{\frac{4\eta^2\pi^2}{C_{l\alpha}} + 4}} \quad (66)$$

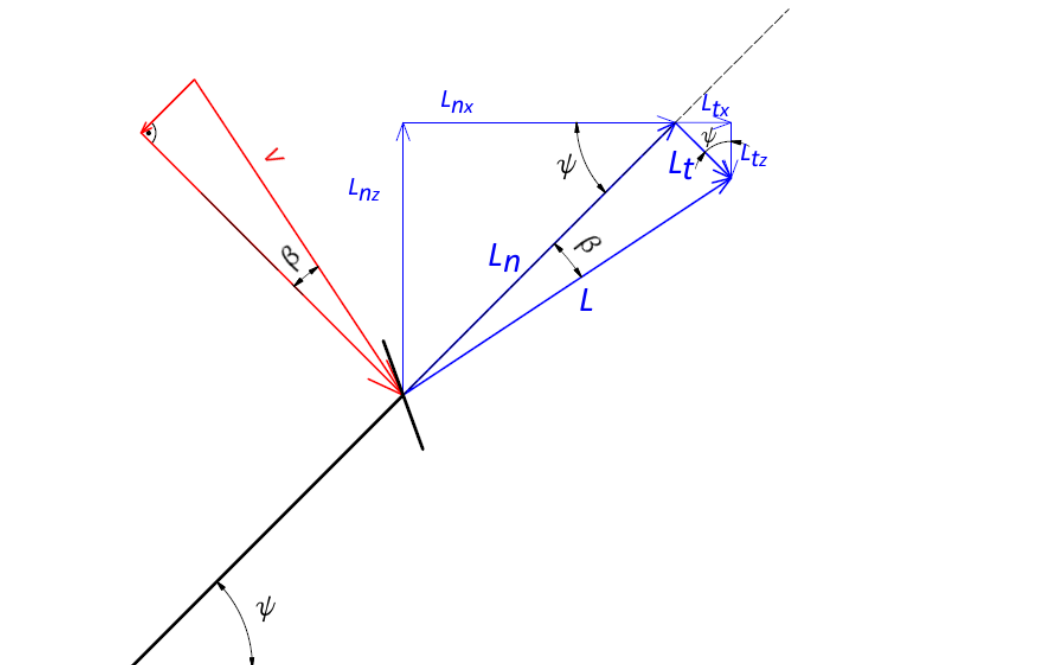
Kde  $\eta$  udává štíhlost listu:

$$\eta = \frac{l^2}{S} \quad (67)$$

Poté dostaneme vztah pro výpočet vztlaku jednoho listu

$$\begin{aligned} \frac{L}{l} = & -\rho b^2 [v\pi\dot{\alpha} - \pi b u \ddot{\alpha}] - C_{L\alpha} \rho v b F \left[ v\alpha + b \left( \frac{1}{2} - u \right) \dot{\alpha} \right] \\ & - \frac{C_{L\alpha} \rho v b G}{p} \left[ v\dot{\alpha} + b \left( \frac{1}{2} - u \right) \ddot{\alpha} \right] \end{aligned} \quad (68)$$

$L$  působí ve směru kolmém na nabíhající rychlost. Pokud chceme určit tah rotoru v ose  $x$  a  $z$  je nutné rozložit  $L$  do těchto směrů.



Obrázek 19 Jednotlivé složky vztlaku

Jak je patrné z obrázku č. Obrázek 19. pro rozložení vztlaku ve směru  $x$  a  $z$  je nejprve vhodné rozložit vztlak na normálovou a tečnou složku  $L_n$  a  $L_t$ . Síla

$L_t$  bude důležitá z hlediska výpočtu potřebného výkonu, neboť působí proti směru otáčení listu rotoru. Pro síly  $L_n$  a  $L_t$  platí vztahy:

$$L_n = L \cos \beta \quad (69)$$

a

$$L_t = L \sin \beta \quad (70)$$

$L_n$  poté můžeme rozdělit na složky ve směru x a z:

$$L_{n_x} = L_n \cos \psi = L \cos \beta \cos \psi \quad (71)$$

$$L_{n_z} = L_n \sin \psi = L \cos \beta \sin \psi \quad (72)$$

Pro  $L_t$  pak obdobně určíme vztah:

$$L_{t_x} = L_t \sin \psi = L \sin \beta \sin \psi \quad (73)$$

$$L_{t_z} = L_t \cos \psi = L \sin \beta \cos \psi \quad (74)$$

### 4.2.3 Odpor

Výpočet odporu je v této teorii značně zjednodušený. Garrickovy rovnice slouží pouze k výpočtu vztlaku a momentu, který je nutný ke kmitání kolem bodu uchycení, nikoliv však k výpočtu odporu. Velikost odporu určíme z běžně používaného vzorce:

$$D = \frac{1}{2} C_D \rho v^2 S \quad (75)$$

$C_D$  je součinitel odporu, který určíme ze vzorce:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \eta e} \quad (76)$$

Štíhlost  $\eta$  zjistíme ze vztahu:

$$\eta = \frac{l^2}{S} \quad (77)$$

$C_{D0}$  udává odpor profilu při nulovém vztlaku. Jelikož se u cyklooptér používají symetrické profily, můžeme říct, že se jedná o součinitel odporu při nulovém úhlu náběhu. Problémem McNabbovi teorie je, že nestanovoval  $C_{D0}$  na základě tunelových měření, ale spolu s Oswaldovým faktorem ho používal jako korekční faktor. Hodnotu  $C_{D0}$  ve svých výpočtech značně nadhodnotil. Při výpočtu rotoru uvažoval  $C_{D0} = 0,07$ .

Jednalo se o rotor o průměru  $R = 0,61 \text{ m}$  pracující při  $n = 650 \text{ ot}/\text{min}$  s délkou tětiny profilu  $c = 0,3048$  je tedy Reynoldsovo číslo:

$$Re = \frac{v_r c}{\nu} = \frac{2\pi n R c}{60\nu} = \frac{2\pi \cdot 650 \cdot 0,61 \cdot 0,3048}{60 \cdot \frac{1}{69000}} = \quad (78)$$

$$= 1,745 \cdot 10^6 [-]$$

Při výpočtu  $Re$  došlo ke zjednodušení. Nebyla započítána indukovaná rychlost. Jelikož se směr indukované rychlosti vůči rychlosti  $v_r$  mění, není ve skutečnosti  $Re$  konstantní. Pro toto Reynoldsovo číslo byl pomocí programu XFOIL určen součinitel  $C_{D0}$ . Pro profil NACA 0012 použitý McNabbem při experimentu je  $C_{D0} = 0,00518$ . Je tedy patrné, že koeficient  $C_{D0}$  je spíše korekční koeficient, než součinitel odporu při nulovém vztlaku.

Obdobně by měl být Oswaldův faktor pro symetrický profil roven 1, tedy ho nemusíme uvažovat. McNabb však volil hodnotu 0,26. Je tedy otázkou pro experiment, jestli hodnoty použité McNabbem lze použít pro širší spektrum různých konfigurací rotorů nebo je lze použít pouze pro konfiguraci použitou pro jeho experiment. Tato otázka by měla být zodpovězena pomocí experimentu v následujících kapitolách této práce.

Vztlak  $L$  určíme pomocí Garrickových rovnic pro kmitající profil. Poté můžeme určit:

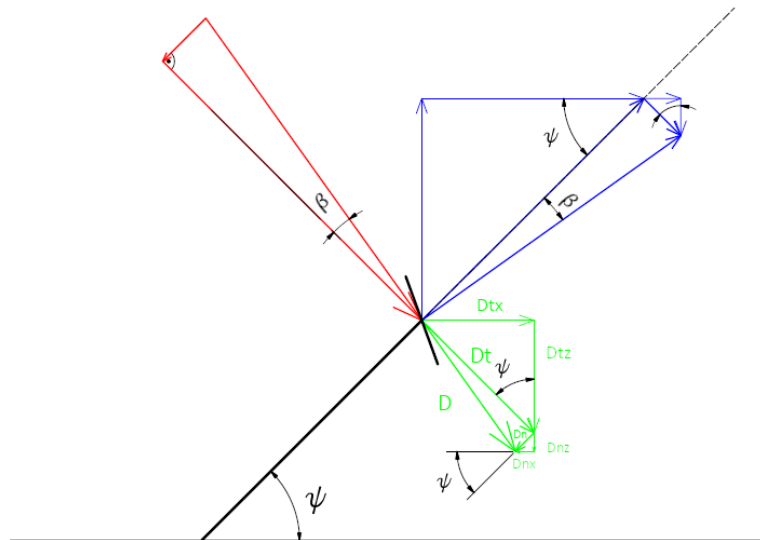
$$L = \frac{1}{2} C_L \rho v^2 S \quad (79)$$

Jelikož známe vztlak listu v čase, je možné určit součinitel vztlaku:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho v^2 S} \quad (80)$$

Odpor nepůsobí přesně proti otáčení. Je kolmý na nabíhající proud vzduchu. Odpor je tedy od tečny k rotoru vychýlen o úhel  $\beta$ , který je dán poměrem rychlostí ve směru x a z jak bylo vysvětleno v kapitole rozbor rychlostí.

Na obr. Obrázek 20 je zobrazeno rozložení odporové síly na tangenciální a normálovou složku a jejich následné rozložení do směrů x a z.



Obrázek 20 Složky odporu

Pro tangenciální složku odporu platí:

$$D_t = D \cdot \cos \beta \quad (81)$$

Pro normálovou složku odporu platí:

$$D_n = D \cdot \sin \beta \quad (82)$$

Dále budou tangenciální a normálová složka rozloženy do směrů x a z:

$$D_{t_x} = D \cdot \cos \beta \cdot \sin \psi \quad (83)$$

$$D_{t_z} = D \cdot \cos \beta \cdot \cos \psi \quad (84)$$



$$D_{n_x} = D \cdot \sin \beta \cdot \cos \psi \quad (85)$$

$$D_{n_z} = D \cdot \sin \beta \cdot \sin \psi \quad (86)$$

#### 4.2.4 Tah

Tah ve směrech x a z vypočítáme součtem složek vztlaku a odporu v jednotlivých směrech.

Tah ve směru X zjistíme ze vztahu:

$$X = D_{tx} + D_{nx} + L_{tx} + L_{nx} \quad (87)$$

Tah ve směru Z zjistíme ze vztahu:

$$Z = D_{tz} + D_{nz} + L_{tz} + L_{nz} \quad (88)$$

#### 4.2.5 Výkon

Výkon spočítáme ze vztahu:

$$P_{rot} = (D_t + L_t) \cdot R \cdot \Omega \quad (89)$$

Při výpočtu je zanedbán odpor dalších částí rotoru. Jelikož však cílem této práce není aerodynamická optimalizace jednotlivých částí měřícího zařízení, ale ověření platnosti teorií pro rotor cykloptéry, nebudeme při výpočtu nárůst potřebného výkonu způsobený jinými částmi než listy uvažovat.

## 5 Návrh rotoru

Cílem této práce je ověření platnosti výpočetních teorií pro určení tahu a potřebného výkonu rotoru cyklooptéry. Z tohoto hlediska není proto důležité navrhovat rotor pro optimální výkon. Pro ověření platnosti teorie není důležité, aby měl rotor co největší tah, důležitějším parametrem je bezpečnost. Rotor musí bezpečně fungovat při všech plánovaných režimech, při kterých bude provedeno měření. Nosníky procházející listem proto budou zkontrolovány výpočtem na ohyb a ramena rotoru na tah. Tyto části musí splnit podmínku bezpečnosti minimálně 3. Dalším důležitým parametrem je realizovatelnost. Realizovatelnost jak z hlediska vyrobiteľnosti, tak i z hlediska ekonomického.

Na základě realizovatelnosti byl určen poloměr rotoru  $R = 0,3 \text{ m}$ , délka listu  $l = 0,3 \text{ m}$  a tětiva listu  $c = 0,1 \text{ m}$ . Oba tyto parametry ovlivňují zatížení listu. S rostoucím poloměrem roste zatížení od odstředivé síly, větší délka listu se projeví větším ohybovým momentem působícím na nosník listu.

Dále je důležitá schopnost rotoru fungovat ve více režimech. Těmito režimy je myšleno především možnost snadné změny maximálního úhlu nastavení a maximálních otáček rotoru. U maximálního úhlu nastavení je důležité navrhovat rotor tak, aby bylo možné dostatečné vychýlení excentru a byl zajištěn dostatečný pohyb táhel a nedošlo ke kontaktu s jinou částí.

Maximální otáčky jsou důležité pro stanovení odstředivé síly působící na listy rotoru. Vzhledem k bezpečnosti bylo rozhodnuto, že měření bude probíhat při  $450 \text{ } \frac{\text{ot}}{\text{min}}$ . Rotor tedy bude navržen tak, aby i při  $450 \text{ } \frac{\text{ot}}{\text{min}}$  splňoval stanovenou bezpečnost  $k = 3$ .

### 5.1 List

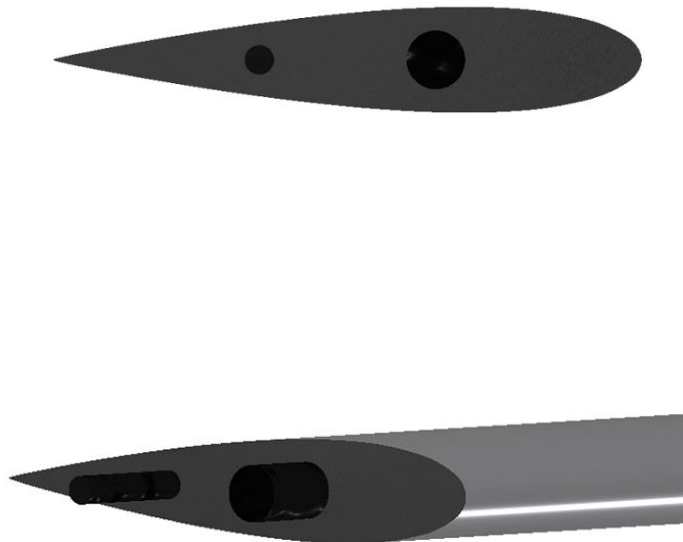
List je namáhán převážně odstředivou silou, která je mnohonásobně větší než aerodynamická síla. Odstředivá síla závisí na poloměru rotoru, otáčkách a hmotnosti listu. Při návrhu listu bylo nutné volit takové materiály, které jsou především lehké a zároveň dostatečně pevné.

Pro výrobu listu byla zvolena metoda 3D tisku. Výhodou plastového listu je především jeho lehkost a snadná výroba. List byl vytisknut z ABS plastu, jehož

hustota je  $1045 \text{ kg/m}^3$ . V úvahu připadala také výroba listu z kompozitu eventuálně v kombinaci s polystyrénovým nebo balzovým jádrem. Výhodou této varianty by byla vyšší pevnost a nižší hmotnost. Nevýhodou by byla vyšší komplikovanost konstrukce a také vyšší časová náročnost. Další možností je výroba celodřevěného listu frézováním. Tato varianta je také výrobně náročnější, a tak byl zvolen 3D tisk.

Profil listu byl zvolen NACA 0018. Větší tloušťka listu znamená větší pevnost v ohybu.

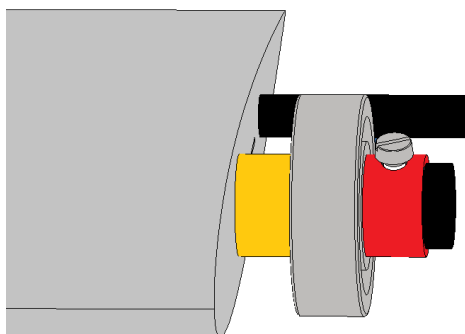
Pro lepší odolnost vůči odstředivé síle jsou celým listem vedeny 2 uhlíkové nosníky. Předběžně byla jejich poloha stanovena tak, že v 35% hloubky profilu se nachází hlavní nosník a v 65% hloubky profilu vedlejší nosník. Vedlejší nosník bude kromě přenášení části zatížení sloužit také k nastavení úhlu náběhu. Poloha těchto dvou bodů je důležitá pro výpočet kinematiky rotoru, zvláště pak úhlu nastavení.



*Obrázek 21 List rotoru s hlavním a vedlejším nosníkem*

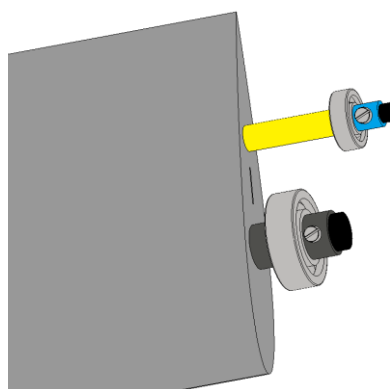
Aby list neškrtil o rameno, budou na nosnících mezi listem a ložiskem, které je uchyceno v rameni rotoru, distanční kroužky. Ty budou vyrobeny z trubky o vnitřním průměru stejném jako vnější průměr uhlíkového nosníku. Tloušťka stěny bude 1 mm. Z druhé strany budou nosníky zajištěny obdobným

kroužkem, ovšem s červíkem, který bude bránit posunu. Oba budou mít délku 7 mm, tak bude mezera mezi listem a ramenem dostatečná a u pojistného kroužku bude dost místa pro červík, který bude tvořen šroubem o průměru 3 mm. Osazení hlavního nosníku je na obr. Obrázek 22.



Obrázek 22 Osazení hlavního nosníku

Na vedlejším nosníku bude distanční kroužek podstatně delší tak, aby nedocházelo ke kontaktu táhla s nosníkem. Jeho délka bude 24 mm. Osazení vedlejšího nosníku je patrné na obrázku Obrázek 23.



Obrázek 23 Osazení vedlejšího nosníku

Předpokládá se, že hlavní nosník bude blíž těžišti listu, a tím pádem bude přenášet větší zatížení. Přesný průměr nosníků však bude stanoven až po výpočtu zatížení. Pro výpočet zatížení bude důležitá pouze délka distančních kroužků, neboť udávají vzdálenost mezi ložisky. Jejich hmotnost bude vzhledem k malé hmotnosti v poměru k ostatním částem zanedbána.

#### 5.1.1.1 Zatížení listu

List je zatěžován jak odstředivou silou, která je dominantní, tak také aerodynamicky.

#### 5.1.1.1.1 Hmotové zatížení

Odstředivou sílu spočítáme ze vztahu:

$$F_{od} = m \cdot \Omega^2 \cdot R \quad (90)$$

Pro určení odstředivé síly bude počítáno s maximálním zatížením. To nastane při  $450 \text{ } \frac{\text{ot}}{\text{min}}$ . Pro určení hmotnosti listu je nutné nejprve určit jeho objem. Ten byl určen pomocí programu Autodesk Inventor 2018.

$$V_{listu} = 340,36 \text{ cm}^3 \quad (91)$$

Hustota ABS plastu, z kterého bude list vytisknut je:

$$\rho_{listu} = 1,045 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (92)$$

Výsledná hmotnost listu tedy bude:

$$m_{listu} = 0,356 \text{ kg} \quad (93)$$

Odstředivá síla od listu působící na nosník tedy bude:

$$F_{od_{LIST}} = 0,356 \cdot \left( \frac{450 \cdot 2 \cdot \pi}{60} \right)^2 \cdot 0,3 = 237,2 \text{ N} \quad (94)$$

Tato síla působí v těžišti listu. To se nachází ve 42,1% hloubky profilu. Jelikož se jeden nosník nachází v 35% hloubky a druhý v 65% hloubky, rozdělí se odstředivá síla od listu v poměru  $(65 - 42,1) : (42,1 - 35)$  tedy 22,9: 7,1.

Odstředivá síla od listu působící na hlavní nosník  $F_{od_{LIST_{Hl}}}$  má tedy hodnotu:

$$F_{od_{LIST_{Hl}}} = \frac{22,9}{30} F_{od_{LIST}} = 181,8 \text{ N} \quad (95)$$

A odstředivá síla od listu působící na vedlejší nosník  $F_{od_{LIST_{Vedl}}}$  má hodnotu:

$$F_{od_{LIST_{Vedl}}} = \frac{7,1}{30} F_{od_{LIST}} = 55,3 \text{ N} \quad (96)$$

Hlavní nosník bude přenášet větší moment, a proto musí mít větší průměr. Pro hlavní nosník byl proto zvolen průměr 10 mm a pro vedlejší 5 mm. V následující části bude ověřeno, zda je tento průměr dostačující.

Dále je nutné spočítat odstředivou sílu od obou nosníků. Na vzorku uhlíkového nosníku byla zjištěna hustota uhlíku  $\rho_{uhlíku} = 1494,4 \frac{kg}{m^3}$ . Hlavní nosník ve tvaru tyče o délce  $l_{HL.Nosníku} = 0,314$  m má hmotnost:

$$m_{HL.Nosník} = \frac{\pi d_{HL.Nosníku}^2}{4} \cdot l_{HL.Nosníku} \cdot \rho_{uhlíku} = \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 0,314 \cdot 1494,4 = 0,0369 kg. \quad (97)$$

Do délky nosníku není započítána celá délka nosníku, ale pouze vzdálenost mezi ložisky, pomocí nichž je nosník na každé straně uchycen k ramenům rotoru. Odstředivá síla od hlavního nosníku bude mít tedy hodnotu:

$$F_{odHL.Nosník} = 0,0369 \cdot \left(\frac{450 \cdot 2 \cdot \pi}{60}\right)^2 \cdot 0,3 = 24,6 N \quad (98)$$

Obdobně bude spočítána odstředivá síla od vedlejšího nosníku. Ten má délku  $l_{Vedl.Nosníku} = 0,348$  m (opět je počítána pouze vzdálenost mezi ložisky pomocí nichž je nosník uchycen k táhlům) a průměr 5 mm.

Jeho hmotnost je tedy:

$$m_{Vedl.Nosník} = \frac{\pi d_{vedl.}^2}{4} \cdot l_{vedl.nosníku} \cdot \rho_{uhlíku} = \frac{\pi \cdot 0,005^2}{4} \cdot 0,348 \cdot 1494,4 = 0,0102 kg \quad (99)$$

A odstředivá síla má hodnotu:

$$F_{odVedl.Nosník} = 0,0102 \cdot \left(\frac{450 \cdot 2 \cdot \pi}{60}\right)^2 \cdot 0,3 = 6,8 N \quad (100)$$

Jsou-li známy odstředivé síly, které působí na nosníky, je možné spočítat ohybové momenty působící na tyto nosníky.

### 5.1.1.1.2 Aerodynamické zatížení

Pro výpočet aerodynamického zatížení byla použita Schrenkova metoda rozložení vztlaku. Podle této metody je rozložení vztlaku po listu blízké eliptickému, zároveň se však projeví i průběh hloubky listu. Výsledné rozložení je tedy střední čára mezi průběhem hloubek listu  $c(y)$  a půlelipsou o stejné ploše jako je plocha listu. Pak pro rozložení součinitele vztlaku při součiniteli vztlaku křídla  $C_L$  rovnému 1 platí:

$$c_{l_{C_L=1}} \cdot c(y) = \frac{1}{2} [c(y) + c_{el}(y)] \quad (101)$$

Kde  $c_{el}$  udává hloubku půlelipsy. Její hodnotu zjistíme ze vztahu:

$$c_{el} = \frac{4S}{\pi l} \sqrt{1 - \left(\frac{y}{l}\right)^2} = \frac{4 \cdot 0,3 \cdot 0,1}{\pi \cdot 0,3} \sqrt{1 - \left(\frac{y}{0,3}\right)^2} \quad (102)$$

Je-li známo  $c_{l_{C_L=1}} \cdot c(y)$ , pak je možné vydělením  $c(y)$  spočítat hodnotu  $c_{l_{C_L=1}}$ .

Dále je nutné určit maximální vztlak profilu. Ten bude vypočítán pomocí Wheatleyho teorie. Vstupní parametry pro výpočet jsou uvedeny v následující tabulce. Pro výpočet byl zvolen případ maximálního zatížení. Wheatlyho teorie nezohledňuje odtržení proudu vzduchu na profilu, proto byl zvolen úhel  $40^\circ$ . Ve skutečnosti dojde pravděpodobně k odtržení mnohem dříve a maximální vztlak nenastane při  $40^\circ$ . Předpokladem, že k odtržení nedojde, a že vztlak poroste až do  $40^\circ$ , bude vypočítané zatížení větší než skutečné a výsledek tak bude na “bezpečné straně”.

Z obr. Obrázek 15 je patrné, že pro výpočet maximálního tahu ve směru osy  $z$ , musí být úhel vychýlení excentru  $\varepsilon$  roven  $\frac{\pi}{2}$ .

Průměr rotoru $R$	0,3 m
Délka listu $l$	0,3 m
Hloubka listu $c$	0,1 m
Profil	NACA 0018
Otáčky $n$	450 ot./min
Počet listů $n_l$	4 [-]
Max. úhel náběhu $\alpha_M$	40°
Stoupání vztlakové čáry	6,1 1/rad
Úhel vychýlení excentru $\varepsilon$	$\frac{\pi}{2}$ rad
Odpor při nulovém vztlaku $C_{D0}$	0,02384 [-]

Tabulka 6 Parametry pokusného rotoru

Tah určíme z rovnice:

$$Z = \frac{1}{2} \rho \Omega^2 R^2 n_l S \left\{ C_{l\alpha} \alpha_M \sin \varepsilon \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \mu^2 \right) - \frac{1}{2} C_{l\alpha} \alpha_M \mu \lambda \cos \varepsilon - \frac{3}{2} C_{l\alpha} \mu \alpha_0 - \frac{1}{2} C_{l\alpha} \lambda - \frac{3}{2} \lambda C_{D0} \right\} \quad (103)$$

Pro výpočet je nejprve nutné určit rychlostní poměry  $\mu, \lambda$ . Ty vypočítáme ze vztahů:

$$\mu = \frac{v_p \cos \theta + v_{xi}}{\Omega R} \quad (104)$$

$$\lambda = \frac{v_p \sin \theta + v_{zi}}{\Omega R} \quad (105)$$

Jelikož bude excentr vychýlen ve směru z, bude podle Wheatlyho teorie tah ve směru x roven 0. Tím pádem je i indukovaná rychlost  $v_{xi}$  ve směru x rovna 0. Rotor se nepohybuje a rychlost  $v_p$  je tedy nulová. Po dosažení tedy dostaneme rovnice:

$$\mu = 0 [1] \quad (106)$$

$$\lambda = \frac{v_{zi}}{\Omega R} \quad (107)$$

Indukovaná rychlost má pro rotor, jehož osa se nepohybuje posuvným pohybem hodnotu:



$$v_{zi} = \frac{Z}{4 \rho v' R l} \quad (108)$$

Rychlost  $v'$  bude vypočtena ze vztahu:

$$v' = \Omega R (\lambda^2 + \mu^2)^{\frac{1}{2}} \quad (109)$$

Pro  $\mu = 0$  platí:

$$v' = \Omega R \lambda = v_{zi} \quad (110)$$

Jak je patrné z rovnic pro výpočet indukované rychlosti, pro určení její hodnoty je nutné znát indukovanou rychlost. Tu však neurčíme bez znalosti tahu. Pro její vypočítání tedy bude nutná několikanásobná iterace. Výpočet byl proveden v programu Octave a je uveden v příloze č 1. Program při iterování postupuje tak, že hodnota  $n+1$  iterace  $v_{zi_{n+1}} = v_{zi_{n-1}} + \frac{v_{zi_n} - v_{zi_{n-1}}}{2}$ . Při použití tohoto postupu hodnota  $v_{zi}$  konverguje a je tedy možné určit její hodnotu. Po iterování vyšla hodnota  $v_{zi} = 6,05 \text{ m/s}$ . Výsledný tah pro  $v_{zi} = 6,05 \text{ m/s}$  je  $Z = 12,7 \text{ N}$ .

Výsledný tah rotoru se podle Wheatlyho teorie při konstantních otáčkách během jedné otáčky nemění. List vytváří největší vztlak při maximálním úhlu náběhu. U rotoru se čtyřmi listy mají maximální úhel nastavení vždy dva listy současně. V případě, že mají dva listy maximální úhel nastavení tak zbylé dva listy mají nulový úhel nastavení, a tedy i nulový vztlak. Veškerý tah tedy vytváří dva listy, a proto se síla působící na jeden list rovná  $\frac{Z}{2}$ .

V tomto případě se tedy dle Wheatlyho maximální vztlak  $L$  jednoho listu rovná:

$$L_{listu} = \frac{Z}{2} = 6,3 \text{ N} \quad (111)$$

Pro součinitel vztlaku listu  $C_L$  platí:

$$L_{listu} = \frac{1}{2} C_L \rho v^2 S \quad (112)$$

Bylo tedy nutné určit rychlost  $v$ , ta je jedním z výstupů programu uvedeného v příloze 1. Výsledná hodnota  $v = 15,376 \text{ m/s}$ .

A tedy:

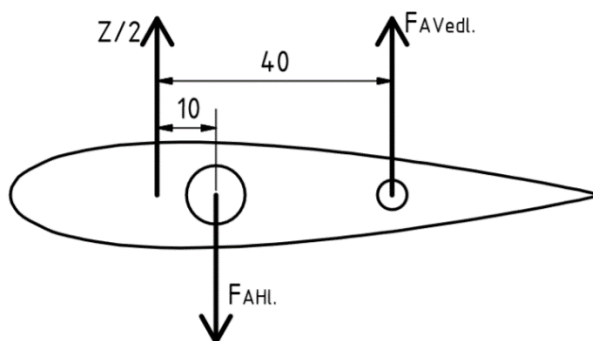
$$C_L = \frac{Z}{\rho v^2 S} = \frac{6,3}{1,225 \cdot 15,376^2 \cdot 0,10,3} = 1,46 [-] \quad (113)$$

Součinitel vzlaku je nadhodnocený, Wheatlyho teorie nepočítá s odtržením a tah podle ní roste až do 40°. Jak již bylo diskutováno výše, tato chyba při výpočtu zatížení nevádí, výsledek bude totiž na tzv. bezpečné straně.

Poté vynásobením jednotkového součinitele vzlaku  $c_{l_{C_L=1}}$  skutečným součinitelem vzlaku dostaneme skutečné rozložení součinitele vzlaku po profilu.

Při výpočtu byl profil rozdělen na části po půl milimetrech. V každé byla určena střední hodnota součinitele vzlaku a vypočítáno spojitě zatížení  $q_A$  od vzlakové síly na této délce.

$$q_{A(y)} = \frac{1}{2} C_{l(y)} \rho v^2 S \quad (114)$$



Obrázek 24 Aerodynamické síly

Z obrázku 24 je patrné, že se vzlaková síla, a tedy i spojitě zatížení, se rozloží na jednotlivé nosníky.

Aerodynamická síla působící na hlavní nosník

$$F_{AHLav.Nosnik} = \frac{4}{5} \cdot \frac{Z}{2} \quad (115)$$

Aerodynamická síla působící na vedlejší nosník

$$F_{AVedl.Nosnik} = \frac{1}{5} \cdot \frac{Z}{2} \quad (116)$$

Spojitě zatížení působící na hlavní nosník

$$q_{AHlav.Nosnik} = \frac{4}{5} q_A \quad (117)$$

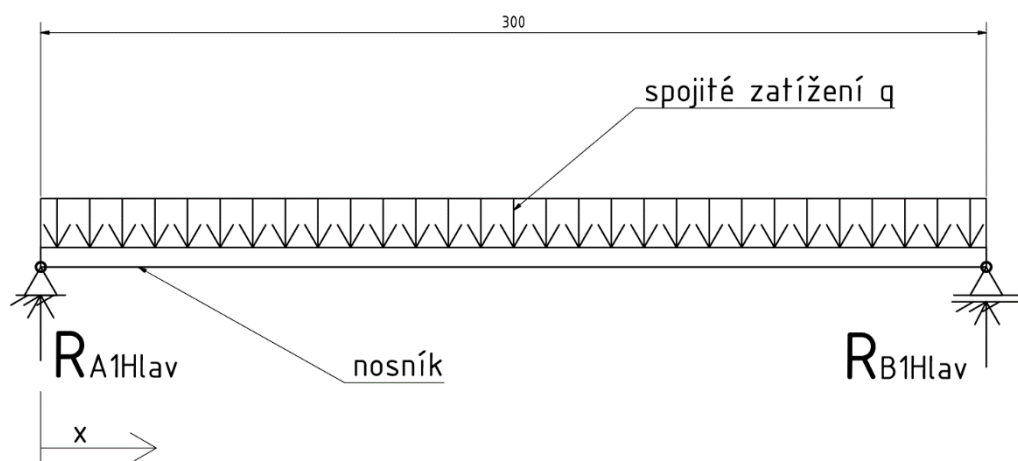
Spojité zatížení působící na vedlejší nosník

$$q_{AVedl.Nosnik} = \frac{1}{5} q_A \quad (118)$$

V horní úvrati ( $\psi = \frac{\pi}{2}$ ) je hlavní nosník namáhán aerodynamickou silou ve stejném směru jako odstředivou. Vedlejší nosník je namáhán v opačném směru, tedy v horní úvrati aerodynamická síla vedlejší nosník odlehčuje. V dolní úvrati je to obráceně. Je tedy nutné dimenzovat hlavní nosník tak, aby vydržel namáhání v horní úvrati, kdežto vedlejší nosník, aby vydržel namáhání v dolní úvrati.

#### 5.1.1.2 Zatížení hlavního nosníku

Jelikož uchycení nosníku není ani na jedné straně absolutně tuhé a ramena nesoucí list, tvořená z překližky se mohou ohýbat a natočit, budeme při výpočtu uvažovat nosník, který je na jedné straně uchycen pomocí rotační vazby a na druhé straně pomocí rotačně posuvné vazby. Nosník bude uvažován jako staticky určitý.



Obrázek 25 Zatížení nosníku od odstředivé síly

Nejprve bude spočítáno zatížení od rotujícího nosníku. Zatížení bude spojité. Hodnotu spojitého zatížení zjistíme vydělením odstředivé síly od nosníku  $F_{odHL.Nosník}$  délkou nosníku mezi ložisky:

$$q_{HL.Nosník} = \frac{F_{odHL.Nosník}}{l_{HL.Nosníku}} = \frac{24,6}{0,314} = 78,3 \frac{N}{m} \quad (119)$$

Jelikož je spojité zatížení symetrické, budou mít reakční síly v ložiscích  $R_{A1}$  a  $R_{B1}$  hodnotu:

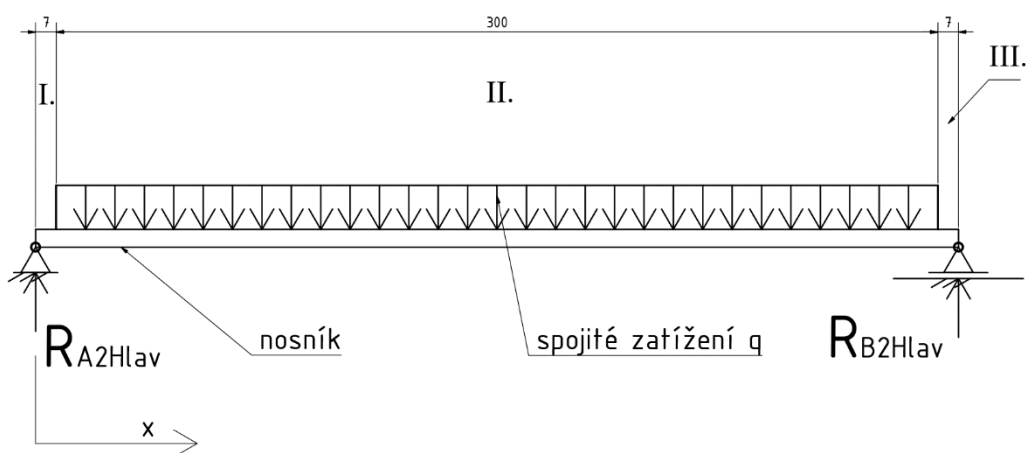
$$R_{A1Hlav} = R_{B1Hlav} = \frac{F_{odHL.Nosník}}{2} = 12,3N \quad (120)$$

Velikost ohybového momentu  $Mo_{1(y)}$  v bodě ve vzdálenosti  $y$  určíme z rovnice momentové rovnováhy:

$$Mo_{1(y)} - R_{A1Hlav} \cdot y + q_{HL.Nosník} \cdot \frac{y^2}{2} = 0 \quad (121)$$

Tedy:

$$\begin{aligned} Mo_{1(y)} &= R_{A1Hlav} \cdot y - q_{HL.Nosník} \cdot \frac{y^2}{2} \\ &= \frac{F_{odHL.Nosník}}{2} \cdot y - q_{HL.Nosník} \cdot \frac{y^2}{2} \end{aligned} \quad (122)$$



Obrázek 26 Zatížení nosníku od odstředivé síly listu

Odstředivá síla od listu se na hlavním nosníku projeví jako odstředivá síla  $F_{odLIST\_HL}$ . Tato síla bude působit na nosník v podobě spojitého zatížení  $q_{LIST\_HL}$ , které bude mít hodnotu:

$$q_{LIST\_HI} = \frac{F_{odLIST\_HI}}{l} = \frac{181,8}{0,3} = 606,1 \frac{N}{m} \quad (123)$$

Spojité zatížení nepůsobí po celé délce nosníku, ale pouze v délce 0,3m (délka listu), zbytek vzdálenosti zabírají distanční kroužky. Ty udržují list ve vzdálenosti  $l_{dist.hlav} = 7 \text{ mm}$  od ložisek. Odstředivá síla způsobená rotujícími distančními kroužky nebude vzhledem k jejich malé hmotnosti započítána.

Zatížení je opět symetrické. Reakční síly v ložiscích  $R_{A2}$  a  $R_{B2}$  budou mít hodnotu:

$$R_{A2Hlav} = R_{B2Hlav} = \frac{F_{odLIST\_HI}}{2} = \frac{90,9}{2} N \quad (124)$$

Pro určení průběhu ohybového momentu  $Mo_{2(x)}$  je nutné rozdělit nosník na tři části (I,II,III) jak je patrné z obrázku Obrázek 26.V části I pro ohybový moment platí vztah:

$$Mo_{2I(y)} = R_{A2Hlav} \cdot y = \frac{F_{odLIST\_HI}}{2} \cdot y \quad (125)$$

V části II bude mít hodnota ohybového momentu hodnotu:

$$Mo_{2II(y)} = R_{A2Hlav} \cdot y - q_{LIST\_HI} \cdot \frac{(y - l_{dist.hlav})^2}{2} \quad (126)$$

$$Mo_{2II(y)} = \frac{F_{odLIST\_HI}}{2} \cdot y - q_{LIST\_HI} \cdot \frac{(y - 0,007)^2}{2} \quad (127)$$

V části III bude mít hodnota ohybového momentu hodnotu:

$$Mo_{2III(y)} = R_{A2Hlav} \cdot y - q_{LIST\_HI} \cdot l \cdot \frac{(y - l_{dist.hlav})}{2} \quad (128)$$

$$Mo_{2III(y)} = \frac{F_{odLIST\_HI}}{2} \cdot y - q_{LIST\_HI} \cdot l \cdot \frac{(y - 0,007)}{2} \quad (129)$$

Dále je list namáhán ohybem od aerodynamické síly Jelikož spojitě zatížení nemá po délce nosníku konstantní hodnotu, tak nelze počítat jako v předchozím případě. Jak již bylo uvedeno v kapitole Zatížení listu, byl nosník

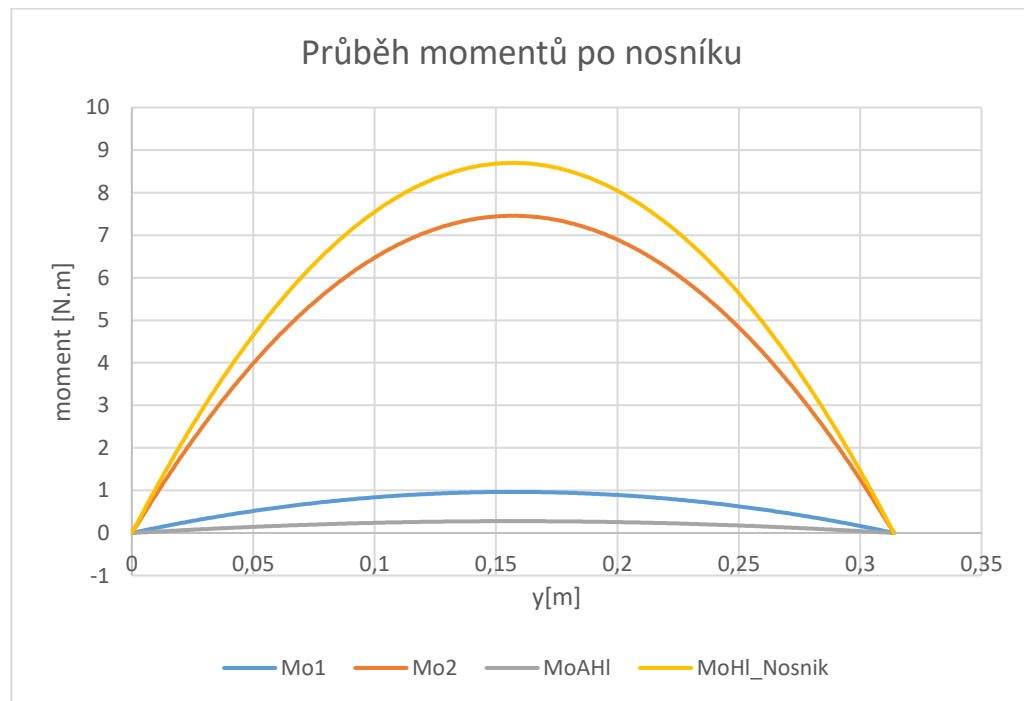
rozdělen při výpočtu v programu Excel na úseky o délce  $\Delta y = 0,5mm$  a vždy vypočítána střední hodnota v této části  $q_{AHLav.Nosnik(y)}$ . Při výpočtu momentu ve vzdálenosti  $y_n$  pak byla počítána síla daná součinem střední hodnoty zatížení v jednotlivých intervalech  $\Delta y$  a délkou  $\Delta y$ , na které zatížení působí.

$$f_{AHLav.Nosnik(y)} = q_{AHLav.Nosnik(y)} \cdot \Delta y \quad (130)$$

Poté byla síla vynásobena vzdáleností k bodu  $y_n$ , ke kterému byl ohybový moment počítán. Takto byly spočítány všechny jednotlivé momenty pro všechny síly působící moment k bodu  $y_n$ . Takto byl vypočítán moment od aerodynamické síly  $Mo_{(y)AHL}$ .

Výsledný ohybový moment  $Mo_{(y)HL\_Nosník}$ , který působí na hlavní nosník, je součtem momentů  $Mo_{1(y)}$ ,  $Mo_{2(y)}$ ,  $Mo_{(y)AHL}$  a má hodnotu:

$$Mo_{(y)HL\_Nosník} = Mo_{1(y)} + Mo_{2(y)} + Mo_{(y)AHL} \quad (131)$$



Obrázek 27 Průběh momentů po nosníku

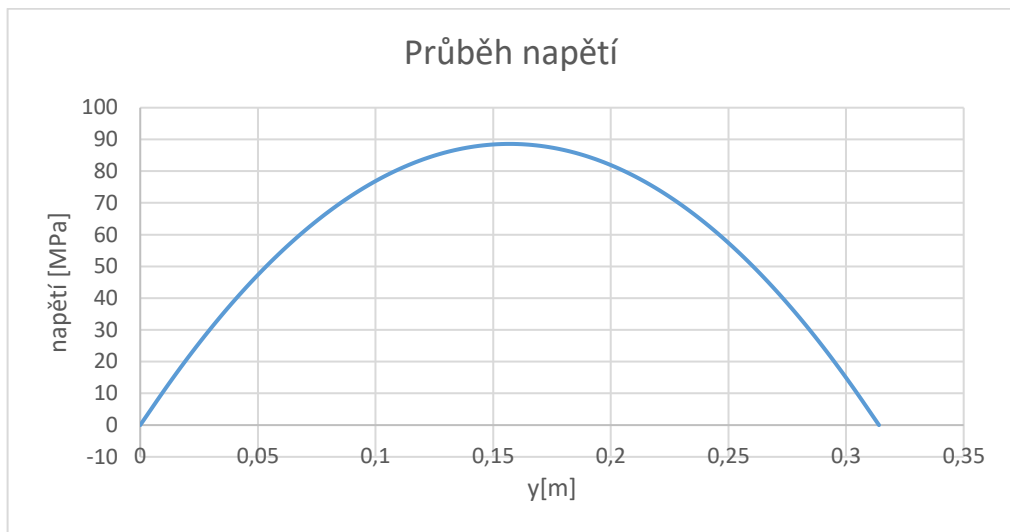
Napětí v hlavním nosníku  $\sigma_{(y)HL\_Nosník}$  má hodnotu:

$$\sigma_{(y)HL\_Nosník} = \frac{Mo_{(y)HL\_Nosník}}{Wo_{(y)HL\_Nosník}} \quad (132)$$

Kde  $Wo_{(y)HL\_Nosník}$  je modul průřezu v ohybu a pro hlavní nosník o průměru  $d = 10 mm$  má hodnotu:

$$Wo_{(y)HL\_Nosník} = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 0,01^3}{32} = 9,82 \cdot 10^{-8} m^3 \quad (133)$$

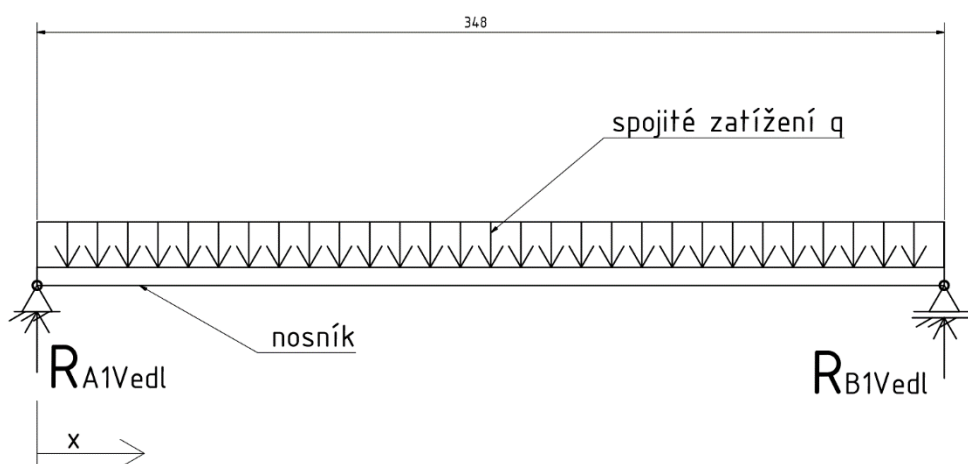
Průběh napětí je zobrazen v následujícím grafu:



Obrázek 28 Průběh momentů po nosníku

Pomocí experimentu bylo určeno maximální napětí, které vydrží uhlíkový nosník. Při pokusu vzorek vydržel  $905 \text{ MPa}$ . Maximální spočtené napětí je  $88,6 \text{ MPa}$ . Podmínka bezpečnosti minimálně 3 tedy bude bez problémů splněna.

## 5.1.2 Zatížení vedlejšího nosníku



Obrázek 29 Zatížení vedlejšího nosníku od vlastní odstředivé síly

Vedlejší nosník je počítán obdobně jako hlavní nosník. Výpočet se liší tím, že vzdálenost mezi ložisky a osazení má jiné rozměry. Další rozdíl je v jiném směru zatěžování od aerodynamické síly. Nejvíce bude nosník zatěžován v dolní úvrati ( $\psi = \frac{3}{2}\pi$ ). Zatížení od odstředivé síly působící jako důsledek rotace vedlejšího nosníku má hodnotu:

$$q_{Vedl.Nosník} = \frac{F_{odVedl.Nosník}}{l_{Vedl.Nosníku}} = \frac{6,8}{0,348} = 19,5 \frac{N}{m} \quad (134)$$

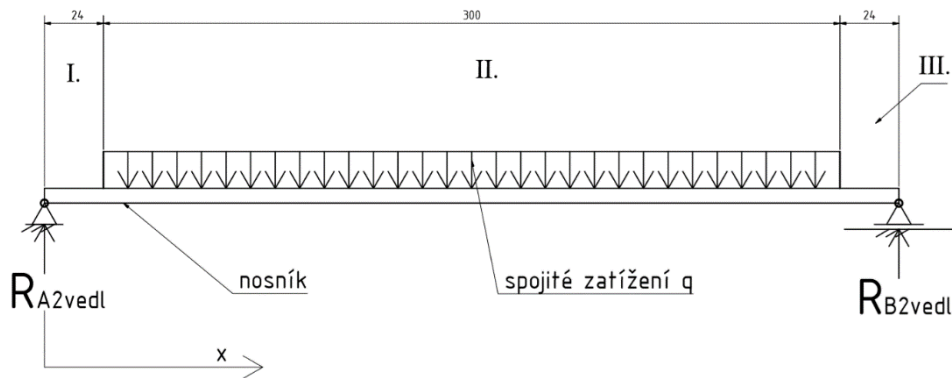
Jelikož je spojité zatížení opět symetrické, budou mít reakční síly v ložiscích táhel  $R_{A2vedl}$  a  $R_{B2vedl}$  hodnotu:

$$R_{A1vedl} = R_{B1vedl} = \frac{F_{odVedl.Nosník}}{2} = 3,4 N \quad (135)$$

Velikost ohybového momentu  $M_{o1vedl(y)}$  v bodě ve vzdálenosti  $y$  určíme z rovnice:

$$\begin{aligned} M_{o1vedl(y)} &= R_{A1vedl} \cdot y - q_{Vedl.Nosník} \cdot \frac{y^2}{2} \\ &= \frac{F_{odVedl.Nosník}}{2} \cdot y - q_{Vedl.Nosník} \cdot \frac{y^2}{2} \end{aligned} \quad (136)$$





Obrázek 30 Zatížení vedlejšího nosníku od odstředivé síly listu

Odstředivá síla od listu se na vedlejší nosníku projeví jako odstředivá síla  $F_{odLIST\_vedl}$ . Tato síla bude působit na nosník v podobě spojitého zatížení  $q_{LIST\_vedl}$ , které bude mít hodnotu:

$$q_{LIST\_vedl} = \frac{F_{odLIST\_vedl}}{l} = \frac{55,3}{0,3} = 184,5 \frac{N}{m} \quad (137)$$

Spojité zatížení nepůsobí po celé délce nosníku, ale pouze v délce 0,3m (délka listu), zbytek vzdálenosti zabírají distanční kroužky, které udržují list ve vzdálenosti  $l_{dist.vedl} = 24 \text{ mm}$  od ložisek. U vedlejšího nosníku jsou delší, aby nedošlo ke kontaktu táhla s nosníkem hlavním. Odstředivá síla způsobená rotujícími distančními kroužky nebude vzhledem k jejich malé hmotnosti započítána.

Zatížení je opět symetrické. Reakční síly v ložiscích  $R_{A2vedl}$  a  $R_{B2vedl}$  budou mít hodnotu:

$$R_{A2vedl} = R_{B2vedl} = \frac{F_{odLIST\_vedl}}{2} = 27,7 \text{ N} \quad (138)$$

Pro určení průběhu ohybového momentu  $M_{O2vedl(x)}$  je nutné, stejně jako u hlavního nosníku, rozdělit nosník na tři části (I,II,III), jak je patrné z obrázku Obrázek 30.

V části I pro ohybový moment platí vztah:

$$M_{O2Ivedl(y)} = R_{A2vedl} \cdot y = \frac{F_{odLIST\_vedl}}{2} \cdot y \quad (139)$$

V části II bude mít hodnota ohybového momentu hodnotu:

$$Mo_{2IIVedl(y)} = R_{A2vedl} \cdot y - q_{LIST\_vedl} \cdot \frac{(y - l_{dist.vedl})^2}{2} \quad (140)$$

$$Mo_{2IIVedl(y)} = \frac{F_{odLIST\_vedl}}{2} \cdot y - q_{LIST\_vedl} \cdot \frac{(y - l_{dist.vedl})^2}{2} \quad (141)$$

V části III bude mít hodnota ohybového momentu hodnotu:

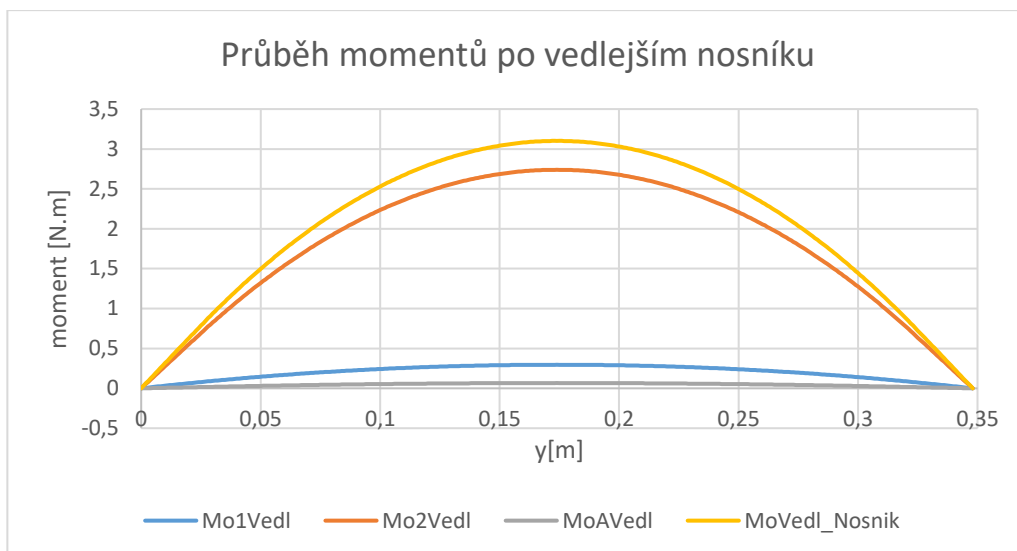
$$Mo_{2IIIVedl(y)} = R_{A2vedl} \cdot y - q_{LIST\_vedl} \cdot l \cdot \frac{(y - l_{dist.vedl})}{2} \quad (142)$$

$$Mo_{2IIIVedl(y)} = \frac{F_{odLIST\_vedl}}{2} \cdot y - q_{LIST\_vedl} \cdot l \cdot \frac{(y - l_{dist.vedl})}{2} \quad (143)$$

Dále bude list zatížen od aerodynamické síly, výpočet probíhal v programu Excel obdobně jako u hlavního nosníku. Na rozdíl od hlavního nosníku zde působí zatížení  $q_{AVedl.Nosnik}$ . Jinak byl ohybový moment vypočítán totožně jako v případě hlavního nosníku. Byl vypočítán průběh ohybového momentu  $Mo_{(y)AVedl}$ .

Výsledný ohybový moment  $Mo_{(y)Vedl.Nosnik}$ , který působí na vedlejší nosník je součtem momentů  $Mo_{1Vedl(y)}$ ,  $Mo_{2Vedl(y)}$ ,  $Mo_{(y)AVedl}$ . a má hodnotu:

$$Mo_{(y)Vedl.Nosnik} = Mo_{1Vedl(y)} + Mo_{2Vedl(y)} + Mo_{(y)AVedl}. \quad (144)$$



Obrázek 31 Průběh momentů po vedlejším nosníku

Napětí ve vedlejším nosníku  $\sigma_{(y)Vedl\_Nosník}$  má hodnotu:

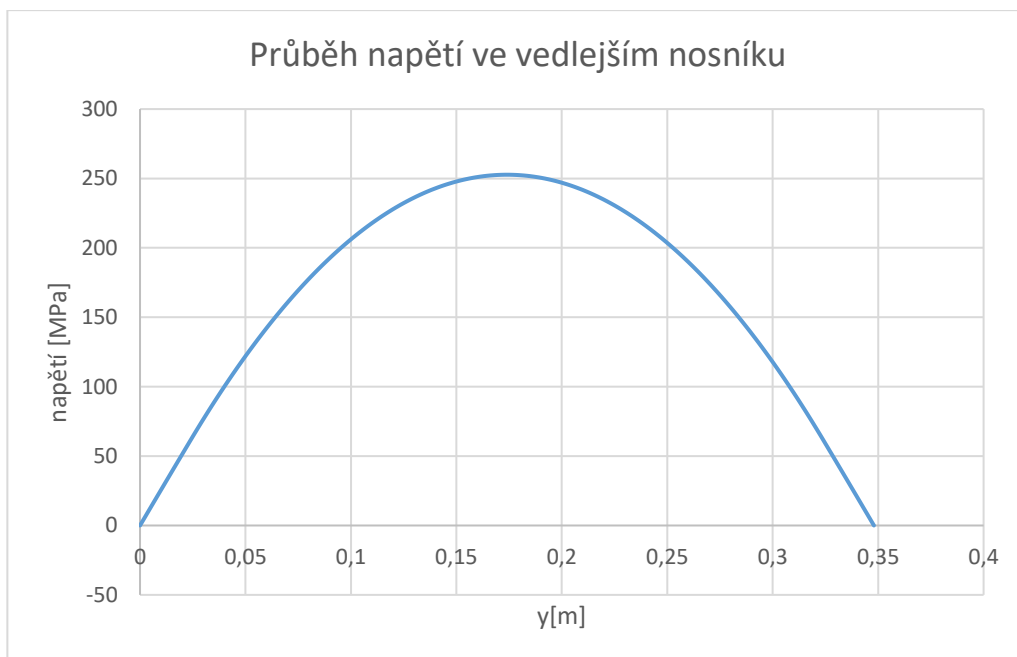
$$\sigma_{(y)Vedl\_Nosník} = \frac{M_{O(y)Vedl\_Nosník}}{W_{O(y)Vedl\_Nosník}} \quad (145)$$

Kde  $W_{O(y)Vedl\_Nosník}$  pro vedlejší nosník o průměru  $d_{Vedl.Nosníku} = 5 \text{ mm}$  a má hodnotu:

$$W_{O(y)Vedl\_Nosník} = \frac{\pi d_{vedl}^3}{32} = \frac{\pi \cdot 0,005^3}{32} = 1,22 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3 \quad (146)$$

Výsledné napětí tedy bude:

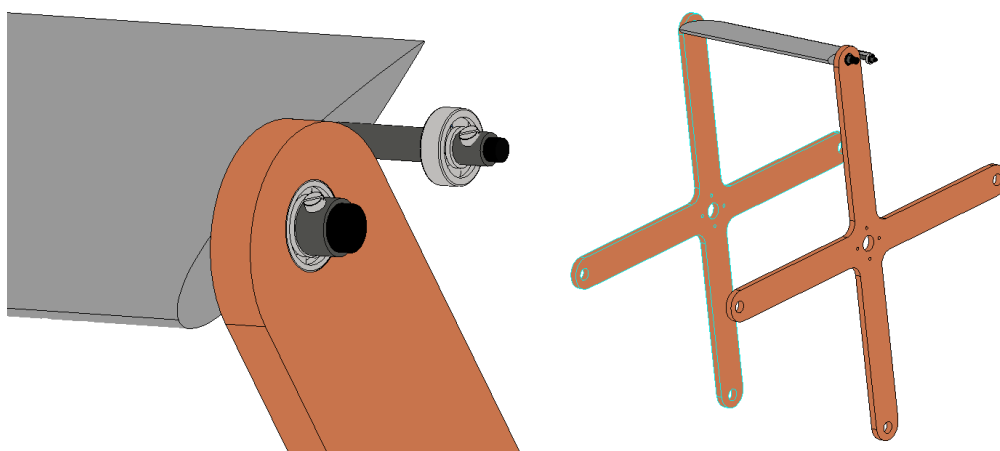
$$\sigma_{(y)Vedl\_Nosník} = \frac{M_{O(y)Vedl\_Nosník}}{W_{O(y)Vedl\_Nosník}} \quad (147)$$



Obrázek 32 Průběh napětí po vedleším nosníku

## 5.2 Ramena rotoru

Ramena rotoru byla navržena jako jeden kříž z překližky o tloušťce 8 mm. Na všech koncích (ramenech) kříže je vyvrtána díra pro ložisko. Díra má průměr 21 mm, aby v ní mohlo být pomocí epoxidové pryskyřice zalepeno ložisko 6800 rs. Vzdálenost středu ložiska od středu kříže je rovna poloměru rotoru  $R$ . Středem ložiska prochází hlavní nosník. V ložisku se může volně otáčet, a tak se může měnit úhel nastavení listu.



Obrázek 33 Uchycení ramena k listu

Rameno bude zatěžováno odstředivou silou od hlavního nosníku a také částečně od listu. Odstředivá síla listu se rozloží mezi rameno a táhlo ovládající

úhel nastavení stejně jako mezi hlavní a vedlejší nosník. Hmotnost nosníku bude v tomto případě jiná než při výpočtu namáhání nosníku. Zde nebude počítána pouze délka mezi ložisky, ale celá délka nosníku. Dále bude rameno zatěžováno aerodynamickou silou.

Sílu bude přenášet dvojice ramen, která jsou spojena nosníkem. Vzhledem k tomu, že při zkoušce popsané v následující kapitole Konstrukce rotoru budou zatěžována obě ramena, bude počítána síla, kterou musí přenést obě ramena nikoliv jedno.

Celková délka hlavního nosníku je 0,344 m. Hmotnost nosníku tedy bude:

$$\begin{aligned} m_{Celk.Hl.Nosník} &= \frac{\pi d^2}{4} \cdot l_{Celk.Hl.Nosník} \cdot \rho_{uhlíku} \\ &= \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 0,348 \cdot 1494,4 = 0,0404 \text{ kg} \end{aligned} \quad (148)$$

Odstředivá síla působící na dvojici ramen tedy bude mít hodnotu:

$$F_{od_{Celk.Hl.Nosník}} = 0,0404 \cdot \left( \frac{450 \cdot 2 \cdot \pi}{60} \right)^2 \cdot 0,3 = 26,9 \text{ N} \quad (149)$$

Na ramena působí také odstředivá síla od listu, ta je stejná jako v kapitole zatížení nosníku:

$$F_{od_{LIST_Hl}} = \frac{22,9}{30} F_{od_{LIST}} = 181,8 \text{ N} \quad (150)$$

Dále na ramena působí aerodynamická síla, její hodnota je stejná jako síla, která působí na přední nosník.

Napětí bude vypočítáno pro řez s nejmenší plochou  $S_{min}$ . To je v řezu procházejícím středem ložiska.

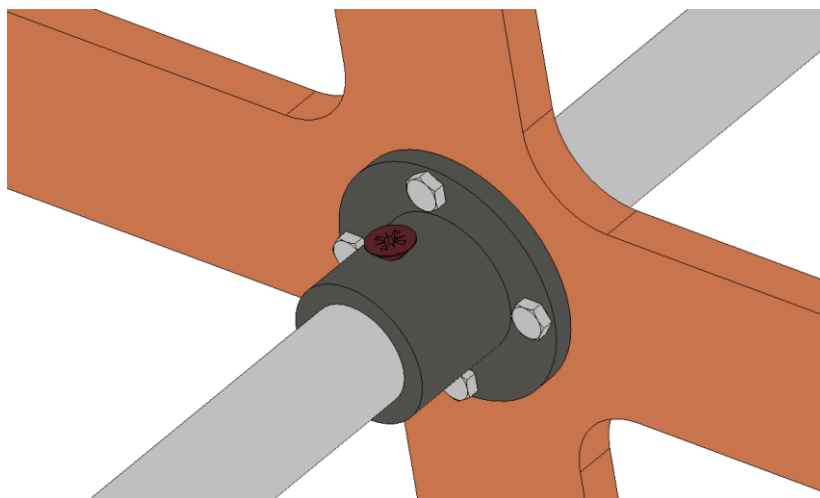
$$\begin{aligned} \sigma_{(y)rameno} &= \frac{F_{od_{Celk.Hl.Nosník}} + F_{od_{LIST_Hl}} + F_{AHlav.Nosník}}{2 \cdot S_{min}} \\ &= \frac{26,9 + 181,8 + 10,1}{2 \cdot 0,009 \cdot 0,03} = 0,41 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (151)$$

Překližka je schopná přenést napětí 27,6 MPa. [18] Bezpečnost tedy bude mnohonásobně vyšší než 3. Přesto bude provedena pevnostní zkouška.

### 5.3 Hřídel

Kříž je pomocí 4 šroubů uchycen k náboji. Náboj je pomocí červíku se závitem M6 uchycen ke hřídeli. Hřídel je tvořena trubkou o vnějším průměru 25

mm, vnitřním průměru 17 mm a délce 0,65 m. Výkres náboje je uveden v příloze 11.



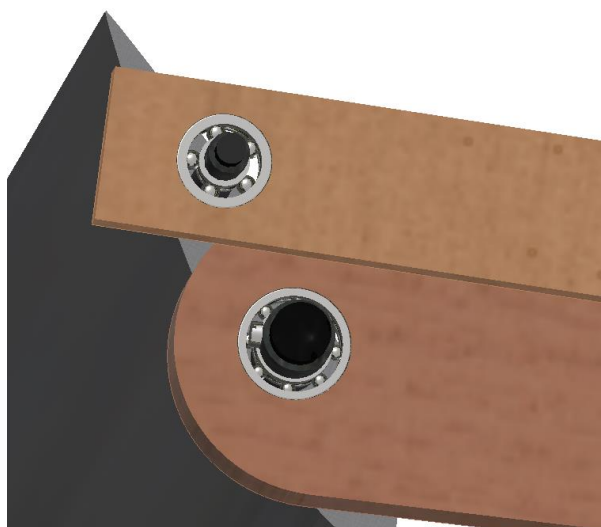
Obrázek 34 Uchycení kříže k hřídeli

Hřídel je připevněna k rámu pomocí ložiskových domků. Posuvu v ose hřídele zabraňují červíky, které jsou součástí těchto domků. Hřídel bude uchycena pomocí hřídelové spojky typ GE-T 28-38AA a připevněna k motoru Siemens 1LA7083-2AA10-Z.

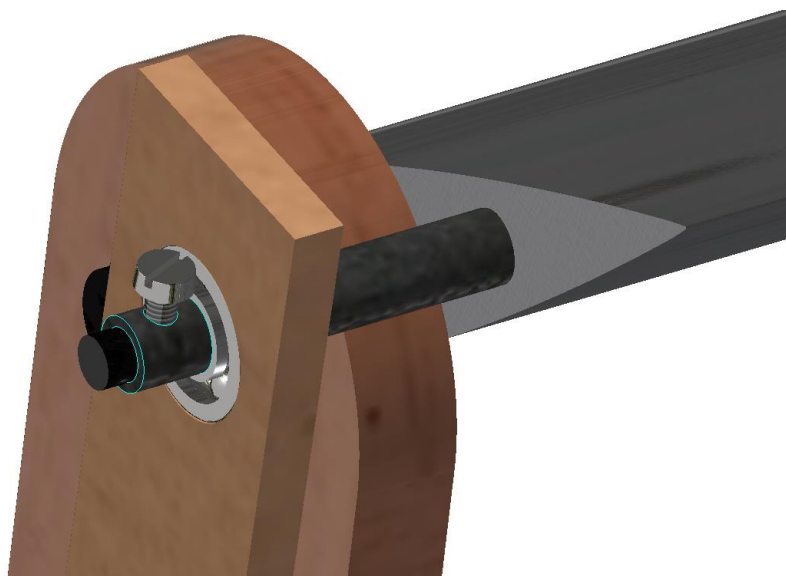
## 5.4 Táhla

Táhla slouží k nastavení listu a skládají se ze dvou částí. První je tvořena z překližky. Na jednom konci táhla je vyvrtána díra o průměru 16 mm. Do této díry bude zalepeno ložisko, skrz které bude procházet vedlejší nosník.

Ložisko se bude opírat na jedné straně o distanční kroužek a na druhé straně o kroužek s červíkem sloužící k zajištění nosníku.

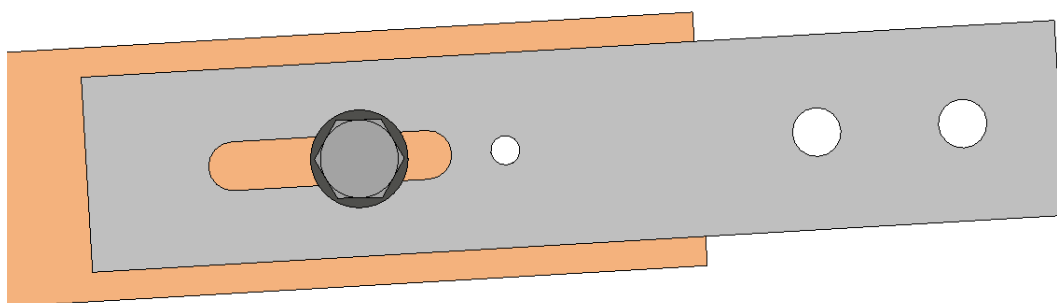


Obrázek 35 Uchycení ramena a táhla



Obrázek 36 Axiální zajištění táhla

Na druhé straně má táhlo z překližky díru o průměru 5 mm. Zde bude pomocí šroubu táhlo uchyceno k ocelové části, jež tvoří druhou část táhla. Aby mohl být list dodatečně nastaven do přesné polohy a eliminovaly se tak nepřesnosti ve výrobě, má ocelová část drážku, a tak je možné nastavit požadovanou délku táhla.

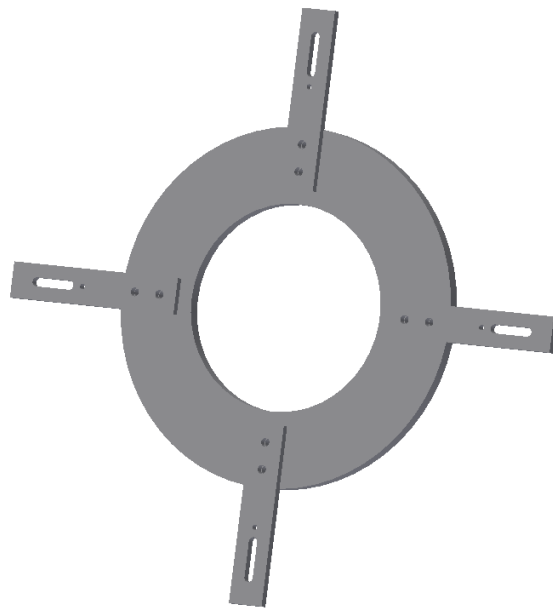


Obrázek 37 Spojení dřevěné a kovové části táhla

Díra o průměru 3 mm, která se nachází vedle drážky, bude vyvrtána do kovové části a až po nastavení délky táhla tak, aby byl v nulové poloze excentru úhel nastavení nulový, bude provrtána díra i skrz překližku. Šroub procházející touto dírou bude zabraňovat posunutí v drážce.

## 5.5 Excentr

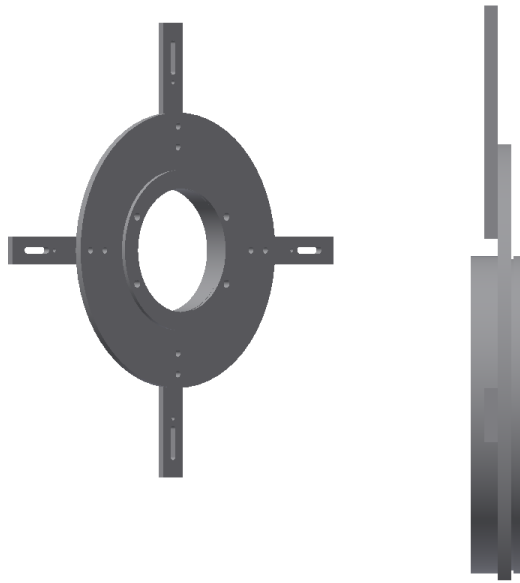
V excentru se sbíhají táhla od listu. Táhla jsou připevněna pomocí dvou šroubů k rotační části kluzného ložiska. Dva šrouby jsou zde proto, jelikož kdyby zde nebyla pevná vazba, ale rotační a táhlo se mohlo potočit tak by docházelo ke skluzu excentru vůči rotoru. Později bylo zjištěno, že je vhodnější pouze jedno táhlo uchytit pomocí dvou šroubů a ostatní pomocí jednoho s kontramatkou tak, aby se táhla mohla volně otáčet.



Obrázek 38 Excentr-vnější kluzné ložisko a kovová táhla

Druhá, kruhová, vnitřní, nerotační část ložiska je připevněna k posuvné desce. Aby bylo ložisko stranově zajištěné proti posuvu, je směrem k rotační desce osazení. Posuvu na druhou stranu brání podložka, která je ke zbylým dvěma částem připevněna pomocí čtyř šroubů. Rotační část má však vůli 1 milimetr. Je to z toho důvodu, aby bylo sníženo tření v kluzném ložisku.





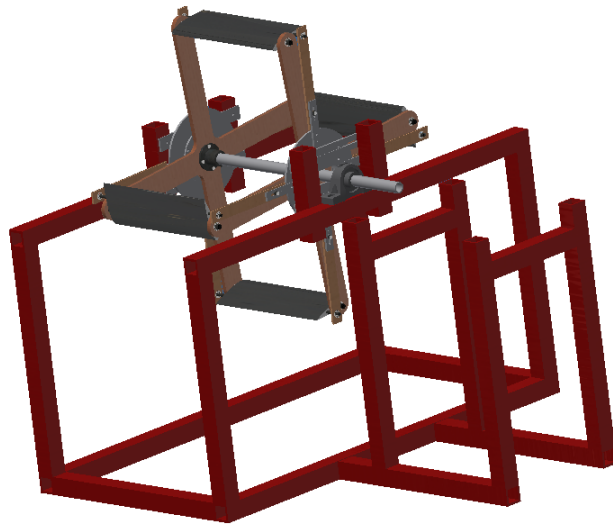
Obrázek 39 Kluzné ložisko

Ložisko je připevněno k posuvné desce pomocí čtyř šroubů. Ve středu posuvné desky bude vyfrézována drážka o průměru 30 mm. Posuvnou deskou totiž bude procházet hlavní hřídel rotoru. Drážka je tu z toho důvodu, aby se mohla posuvná deska vychylovat v horizontální rovině a neškrtala o hřídel. Vychýlením desky se změní poloha kluzného ložiska a tím pádem i úhel nastavení v určité fázi otáčky.

Posuvná deska je připevněna k vedení. To má v sobě drážku a před dotažením šroubů umožňuje posunutí v horizontální ose. Po nastavení požadované polohy, tak aby bylo docíleno požadovaného úhlu nastavení listu, budou šrouby posuvné desky dotaženy a ta se tak nebude moci pohybovat po dobu měření. Po naměření dat budou šrouby opět povoleny a přenastaveny na nový úhel nastavení.

## 5.6 Rám

Vedení, ke kterému je připevněna posuvná deska je uchyceno k rámu. Rám je tvořen z jeklů. Je k němu také připevněn elektromotor Siemens 1LA7083-2AA10-Z. Ten pohání rotor. Je s ním spojen pomocí litinové pružné spojky typ GE-T 28-38AA.

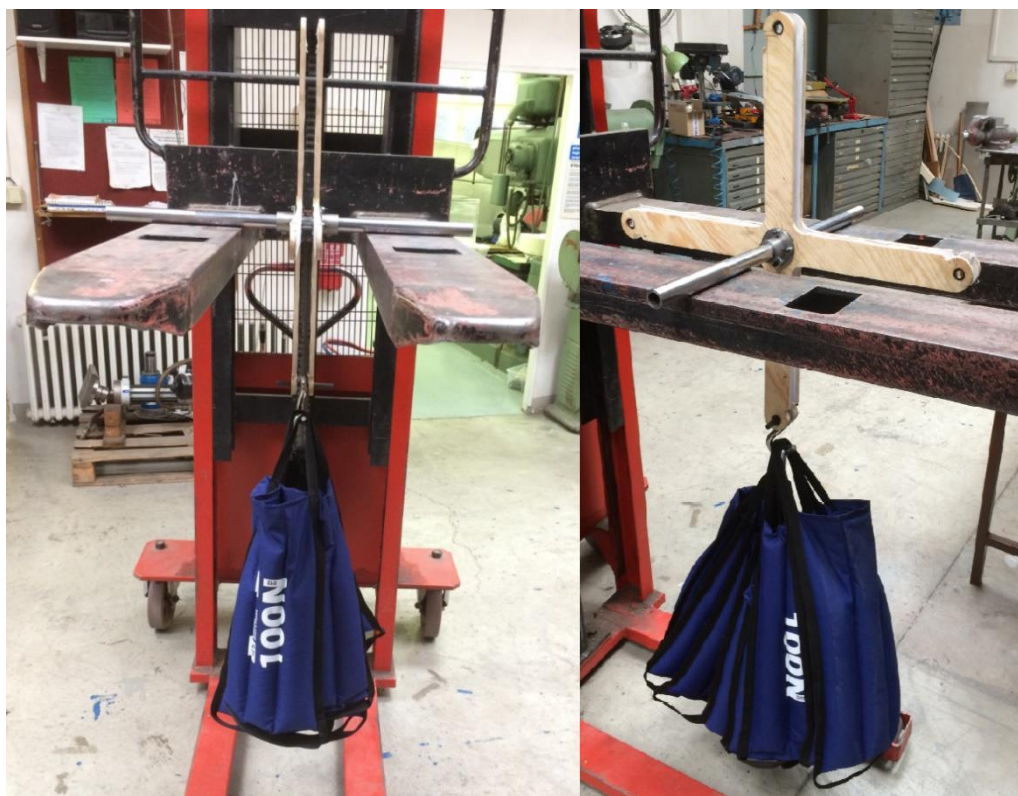


*Obrázek 40 Rotor s rámem bez spojky a motoru*

## 6 Konstrukce rotoru

Celý list byl vytisknut v jednom kuse a nemusel být lepen z více částí, což ještě více usnadnilo výrobu. Jelikož tisk probíhá ve vrstvách, zůstanou po tisku na povrchu patrné jednotlivé vrstvy a povrch není hladký. To by mohlo způsobit ovlivnění obtékání listu. Bylo tedy nutné ho obrousit. Nejprve byly pomocí brusného papíru s drsností 150 zbrušeny drobné nepřesnosti. Poté byla na list nanesena vrstva plniče. Po jeho zaschnutí byl list broušen pod vodou brusným papírem s drsností 1000. Celý proces se opakoval ještě jednou. Opět byla nanesena vrstva plniče a list byl obroušen.

Poté byla provedena statická pevnostní zkouška ramen rotoru a táhel. Hřídel rotoru byla položena na zdvižnou plošinu vysokozdvížného vozíku. Kříže s rameny byly posunuty co nejbližší k sobě a byly spojeny uhlíkovým nosníkem, který procházel ložisky. Na něj bylo zavěšováno závaží. Bylo ověřeno, že ramena přenesou odstředivou sílu 1200 N. Tím bylo potvrzeno, že rameno vydrží více než třikrát větší zatížení, než je vypočítané zatížení od odstředivé a aerodynamické síly.



Obrázek 41 Zkouška pevnosti ramen

Listy musely být dováženy. U třech listů byl rozdíl hmotnosti v řádu gramů. Jeden list byl však vytisknut s dutinami a měl podstatně nižší hmotnost. Jeho těžiště bylo posunuto blíže k odtokové hraně, nacházelo se v 45,3% hloubky. Bylo spočítáno, že když bude namísto hlavního nosníku z uhlíkové tyče o průměru 10 mm použita kombinace uhlíkové trubičky o vnějším průměru 10 mm a vnitřním průměru 8 mm a ocelové tyče o vnějším průměru 8 mm bude hmotnost podobná, a navíc se těžiště přesune více dopředu.

Listy, nosníky i osazení byly očíslovány od 1 do 4 tak, aby při opětovném sestavení nedošlo k vzájemnému prohození, a tak celková hmotnost zůstala stejná.

Vyvážení rotoru je komplikované. Jelikož se mění poloha těžiště listu od středu a tím i moment ke středu. Bylo rozhodnuto, že bude vyvážen kříž a listy s hlavním nosníkem a jeho osazením zvlášť. A poté budou listy namontovány na rotor, zafixovány do polohy maximální výchylky a rotor bude vyvážen znovu.

Rotor byl nejprve kompletně sestaven, poté byla označena místa, kde je hřídel upevněna v ložiscích a kde jsou náboje křížů tvořících ramena rotoru. Byly také označeny ramena od jedné do čtyř podle čísla listu, který se na něm nacházel. Tak bylo zajištěno, aby při opětovném sestavení byly listy vždy na stejných ramenech. Poté byl rotor opět rozebrán a na hřídel byl namontován pouze samotný kříž. Byl umístěn přesně do polohy, v které se bude nacházet v sestaveném rotoru.

Hřídel potom byla položena na leštěné tyče. Ty byly strojní vodováhou srovnány do vodorovné polohy. Hřídel se mohla na tyčích volně valit. Vyvažování probíhalo pomocí drátku, který byl namotáván na jednotlivá ramena kříže v oblasti ložisek, dokud nebyl rotor vyvážen. Poté byly drátky zváženy. Pro vyvážení stačí přidávat drátky pouze na dvě na sebe kolmá ramena. Obdobně byl vyvážen i druhý kříž.

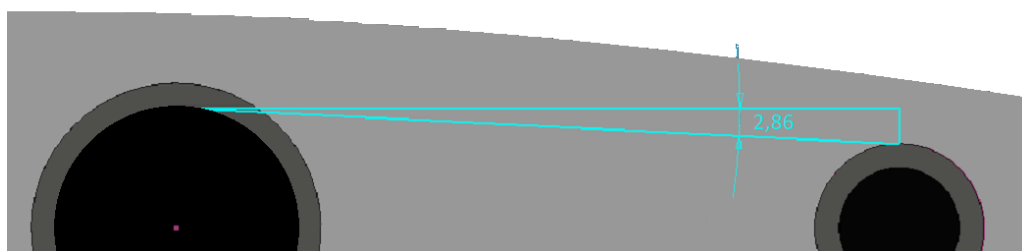
Potom byly sečteny hmotnosti listu s osazením a byla k nim přičtena hmotnost jednotlivých drátků, které byly namotány na ramena, k nimž byl daný list uchycen. Poté byl vypočítán rozdíl mezi jednotlivými hmotnostmi a ten byl

dovyvážen. Dovyvážen byl pomocí šroubků našroubovaných z boku do listu. Délka šroubu a tím i jeho hmotnost se dá snadno upravit. Důležité bylo nejdříve vyvrtat díru pro závit a poté znovu list převážít. Vyvrtáním se jeho hmotnost snížila.

Zadní nosník a zadní táhla vzhledem k tomu, že nemají pevnou polohu vůči ose rotoru vyvažovány nebudou a až po rozběhnutí bude zjištěno, jestli je potřeba je nějak dovyvážit.

Dříve než mohla být určena délka táhel, bylo nutné určit nulovou polohu excentru. V této poloze je osa kluzného ložiska stejná jako osa hřídele. Nedochozí tak ke kmitání listů. Střed byl nalezen pomocí vodováhy. Byl nastaven libovolný úhel nastavení. Jsou-li osy totožné, nedochází ke změně úhlu nastavení v průběhu otáčky. Pro  $\psi = 0^\circ$  a  $180^\circ$  byl změřen úhel nastavení. Poté došlo k posunutí excentru v horizontální rovině tak, aby byl úhel nastavení v obou polohách stejný. Dále byl změřen úhel nastavení pro  $\psi = 90^\circ$  a  $270^\circ$ . Na základě rozdílu úhlů došlo k posunutí ve vertikální rovině. Nastavování probíhalo pomocí elektrické vodováhy BOSH s rozlišením  $0,1^\circ$ . Úhel nastavení byl měřen mezi hlavním nosníkem (poloměr 5 mm) a osazením vedlejšího nosníku (poloměr 3,5mm).

Nosníky jsou od sebe vzdáleny 30 mm a rozdíl poloměrů je 1,5 mm. Poté, co byl nastaven střed do nulové polohy, je nutné nastavit délku táhel. Je-li úhel nastavení roven 0, pak je úhel mezi hlavním nosníkem a osazením roven  $\arctan \frac{1,5}{30} = 2,86^\circ$ . Tento úhel musí vzhledem k tečně ke kružnici svírat všechny listy při nulové výchylce excentru. Po nastavení délky táhel byla vyvrtána druhá díra zabraňující posunutí v drážce jak bylo vysvětleno v kapitole 5.4.



Obrázek 42 Úhel při nulovém úhlu nastavení

Další části rotoru byly sestaveny podle návrhu. Pouze rám nebyl sestaven z jeklů, ale byly použity hliníkové profily 40x40mm s drážkou 8 mm od firmy Alutec.

## 7 Měření

### 7.1 Chod rotoru

Před započítím měření byl rotor roztočen s listy nastavenými na nulový úhel náběhu. Otáčky rotoru byly nastavovány pomocí frekvenčního měniče Siemens Sinamics V 20. Jako problematická se ukázala kluzná ložiska. I po namazání vazelíny na ložiska bylo tření v nich velké. V důsledku tření docházelo ke skluzu motoru. Ložiska se třením zahřívala a tím docházelo k ještě většímu tření. Proto bylo nutné pravidelně přidávat vazelínu. Docházelo taktéž k lehkému obroušení excentru. Nečistoty vzniklé obroušením taktéž zhoršovaly tření. Pro lepší měření by bylo vhodnější použít kuličková ložiska místo kluzných. Použití kuličkových ložisek bylo uvažováno už při návrhu. Výroba excentru s kuličkovým ložiskem by však byla vzhledem k velkému vnějšímu průměru takového ložiska náročná, a tak bylo zvoleno ložisko kluzné. V praxi se tak potvrdilo, že kluzné ložisko není pro aplikaci na cyklooptéře vhodné.

Aby bylo tření v kluzném ložisku co nejmenší, mělo axiální vůli 1 mm. Jelikož ramena i táhla motoru byla z překližky, která je pružná, docházelo při některých frekvencích ke kmitání, které způsobovalo větší odpor ložiska proti otáčení. Kmitání se projevovalo při určitých frekvencích. Frekvence se lišily i v závislosti na úhlu nastavení. Vhodnější by tedy, kromě použití kluzných ložisek, bylo i navrhnout ramena a táhla rotoru odolnější vůči ohybové deformaci od sil působících kolmo na směr rotace.

Původně bylo plánováno, že potřebný výkon bude měřen jako rozdíl mezi příkonem při nulovém úhlu náběhu a příkonem při daném úhlu náběhu. Bylo plánováno, že tímto krokem dojde k měření aerodynamického výkonu potřebného k překonání odporu prostředí, nikoliv výkonu celkového, který je závislý na mechanismu rotoru. Jak se však ukázalo, v důsledku měnění se tření nebylo možné určit konstantní výkon potřebný pro chod rotoru při daných otáčkách. Výkon se lišil množstvím vazelíny, dobou měření, teplotou motoru a množstvím drobných nečistot v ložisku. Jelikož bylo nemožné udržet tyto

podmínky konstantní, nebylo možné měřit výkon touto metodou. Bylo rozhodnuto, že bude měřen pouze tah.

Použitý motor Siemens 1LA7083-2AA10-Z funguje optimálně při 2845 ot./min. Měření mělo probíhat od 200 do 450 ot./min. Frekvenční měnič byl sice schopný uvést motor do chodu, ovšem docházelo k velkému skluzu a bylo obtížné udržet konstantní otáčky. Díky skluzu a tření potřebný příkon rostl a při velkých úhlech nastavení byl odpor mechanismu takový, že nebylo možné měřit při vyšších otáčkách. Při úhlu nastavení 30° už motor nebyl schopný dosáhnout 450 ot./min. Měření tedy nemohlo být při vyšších úhlech náběhu provedeno pro celé spektrum otáček.

Řešením by bylo zařadit mezi hřídel rotoru a motoru převodovku s převodem tzv. do pomala. Toto řešení by bylo finančně dražší a technicky náročnější. Navíc by muselo být možné měnit převodové stupně. Jednou z možností by bylo použití řemenice. Pro každé měření by však byla nutná demontáž původní řemenice a montáž jiné. Pro jednodušší změnu převodového poměru by mohlo být na hřídelích více řemenic a převod by mohl být měněn pouze přehozením řemenu mezi jednotlivými řemenicemi. Nemuselo by tedy docházet k demontáži řemenice.

Uživatelsky nejpřívětivější by byla kombinace obou přístupů, frekvenčního měniče a převodu. Motor by pracoval při vyšších otáčkách, kde je mnohem snáze regulovatelný. Převod pomocí řemenice by zajistil, aby měl rotor menší otáčky i při vyšších otáčkách motoru.

## 7.2 Metoda měření

Jako optimální způsob měření tahu rotoru bylo vedoucím práce doporučeno měření indukované rychlosti. Bylo zvažováno i měření pomocí tenzometrů. Jelikož je tah rotoru malý, byly by i deformace rámu malé. Instalace tenzometrů by byla komplikovaná. Dalším problémem by byly vibrace od rotoru. Když by byl rotor umístěn na nosník, který by se snáze deformoval a na něj byl nalepen tenzometr, rám by nebyl tak tuhý a vibrace rotoru by mohly činit problém.



Měření probíhalo pomocí Pittotovy sondy umístěné ve vzdálenosti 0,6 m, 1 m a 1,5 m. Pitottova sonda byla přímo součástí digitálního diferenčního anemometru PT-100. Měření probíhalo pro úhly nastavení od 0° do 40°. Úhel nastavení byl zvyšován vždy po 5°. Bylo zjištěno, že proudové pole není stabilní. Zvláště sonda ve vzdálenosti 1,5 m ukazovala velké výkyvy rychlosti. Někdy i o 1,5 m/s. Pomocí bavlny přidělané na dřevěné tyčce byl zjištěn směr proudu vzduchu a charakter proudového pole. Bylo zjištěno, že se zvětšující se vzdáleností od rotoru je pole více nestabilní.

V blízkosti rotoru mělo proudění zajímavý směr. Předpokládalo se, že tah, a tedy i indukovaná rychlost nebude mít přesně opačný směr než vychýlení excentru. Podle předchozích pokusů provedených na Maryland University měl rotor při vychýlení v horizontální rovině produkovat tah opačným směrem a zároveň produkovat menší tah v rovině vertikální. Při použití bavlněné nitě byl tento předpoklad potvrzen. Bylo ale zjištěno, že směr proudu vzduchu v intervalu  $\psi \in \langle 0^\circ; 90^\circ \rangle$  je přibližně kolmý na rotor.



Obrázek 43 Směr proudu vzduchu

Největší rychlost vykazovalo proudění ve směru opačném než směr vychýlení excentru, měření indukované rychlosti proto probíhalo v tomto směru. Jelikož bylo proudění ve větší vzdálenosti nestabilní, bylo rozhodnuto, že Pitottova sonda bude umístěna do vzdálenosti 0,4 m.

Proudění v této vzdálenosti bylo podstatně stabilnější, rozdíl v hodnotách zobrazovaný na anemometru kolísal obvykle v rozmezí 0,1 m/s.

Bylo rozhodnuto, že toto kolísání je přijatelné a že měření bude provedeno za této konfigurace.

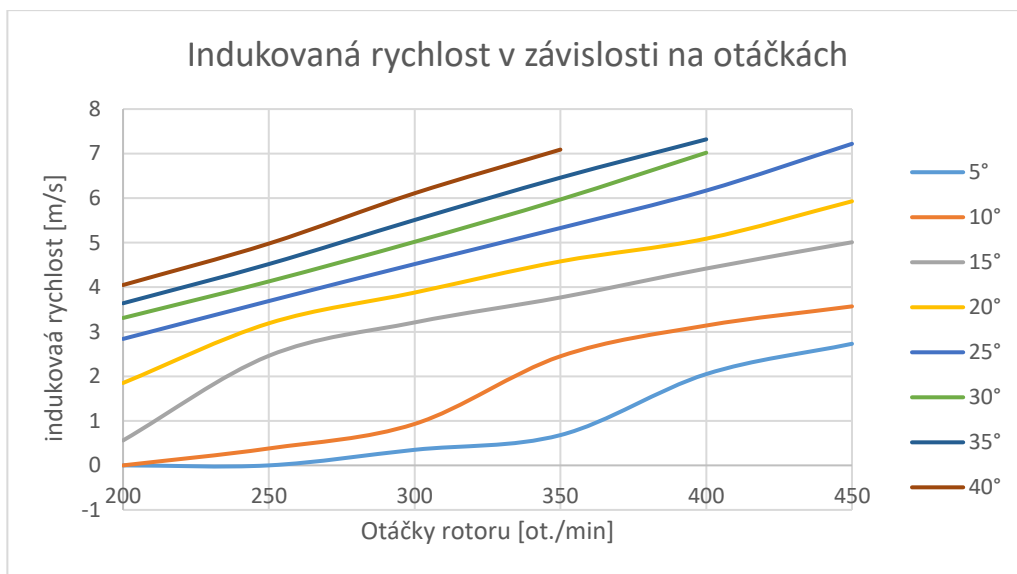
Jelikož docházelo k velkému skluzu nemohly být otáčky rotoru určovány z frekvence rotace pole, které vytvářel frekvenční měnič. Byl proto použit laserový snímač otáček. Ten snímá intenzitu odraženého laserového paprsku. Aby docházelo ke změně intenzity byl na spojku, která měla černou barvu nalepen bílý papírek. K měření použitý snímač MM 0360 průměruje naměřené intenzity odraženého světla a při určité odchylce od této hodnoty vyšle signál. Není proto nutné nějak nastavovat, jaká intenzita přísluší černé a jaká bílé odrazové ploše.



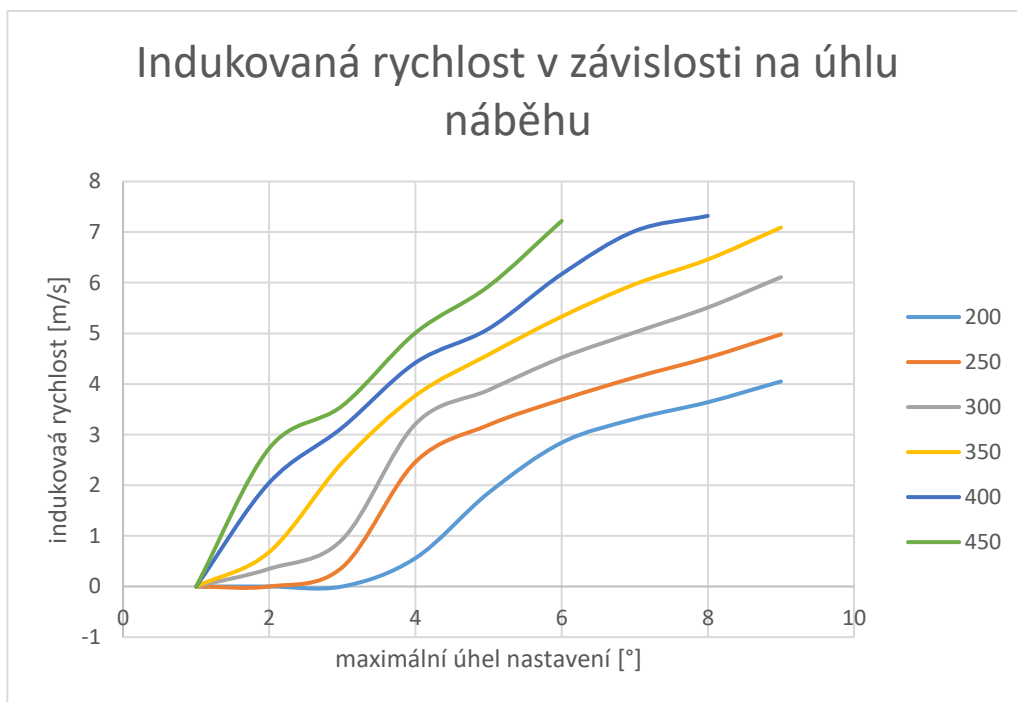
Obrázek 44 Laser pro měření otáček

### 7.3 Shrnutí měření

Během měření byl zjištěn zajímavý tvar proudového pole. Dále bylo zjištěno, že se proudové pole stává se vzdáleností méně stabilní a je tedy vhodné měřit co nejblíže rotoru. Při nižších otáčkách nebylo proudové pole stabilní. Děj lze přirovnat k pomalému mávání křídel, kdy indukovaná rychlost kolísá. Byla proto vždy volena střední hodnota. U větších úhlů náběhu bylo kolísání rychlosti méně patrné. Pohybovalo se do 0,1 m/s. Vliv na směr proudu by mohla mít i blízkost země. Pro přesnější výsledky proudového pole by tedy bylo vhodné měřit s hřídelí ve vertikální ose nebo ve větší vzdálenosti od země. Naměřené výsledky jsou uvedeny v příloze 12. Průběh indukované rychlosti v závislosti na otáčkách pro dané maximální úhly nastavení a průběh indukované rychlosti v závislosti na maximálním úhlu nastavení pro konstantní otáčky jsou zobrazeny v následujících grafech.



Obrázek 45 Průběh indukované rychlosti v závislosti na otáčkách



Obrázek 46 Průběh indukované rychlosti v závislosti na úhlu nastavení

Jak je patrné z grafu 46 pro větší úhly nastavení má nárůst indukované rychlosti spíše lineární charakter. Při menších úhlech je závislost nelineární. Pro úhel nastavení nula stupňů bylo potvrzeno, že je indukovaná rychlost rovna nule pro celé spektrum otáček. V grafu proto není uvedena.

## 8 Porovnání výsledků měření s vypočtenými daty

V této kapitole bude porovnána vypočtená indukovaná rychlost s naměřenou. Vypočtená indukovaná rychlost předpokládá konstantní rychlost proudění po celém průřezu rotoru o ploše  $2Rl$ . Experimentem byla měřena indukovaná rychlost za rotorem, nikoli ve středu rotoru. Dle teorie vrtulníkového rotoru by tato rychlost měla být poloviční. Při experimentu byla měřena maximální indukovaná rychlost. Tato rychlost však není po celé ploše  $2Rl$ , jak bylo měřením potvrzeno. Je tedy pravděpodobné, že naměřená rychlost bude větší než vypočítaná, i když skutečný tah rotoru bývá dle předchozích experimentů menší než vypočítaný. Pro určení indukované rychlosti, kterou lze porovnat s vypočtenou, by bylo vhodnější změřit celé proudové pole za rotorem, určit jeho velikost, směr proudu vzduchu a indukovanou rychlost v jednotlivých bodech. Poté by bylo možné určit střední rychlost. Toto měření je však nad rámec této práce.

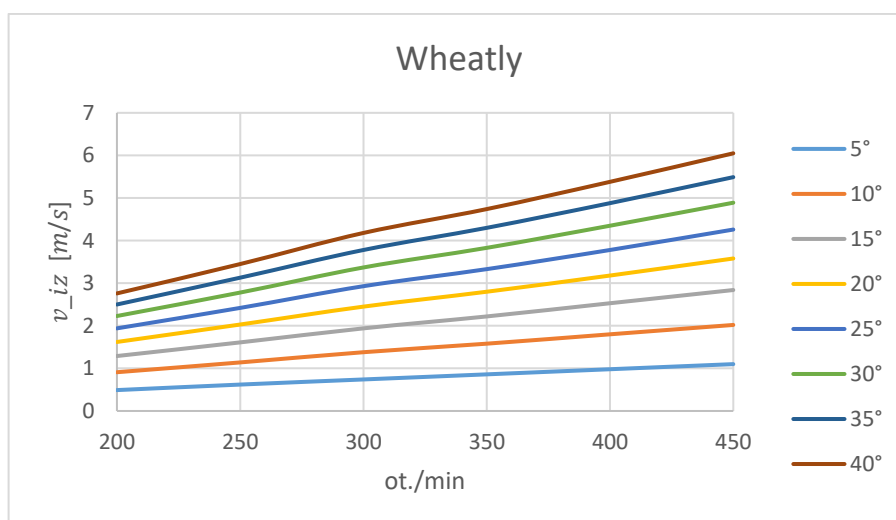
### 8.1 Výpočet podle Wheatlyho teorie

Podle Wheatlyho teorie byly vypočítány teoretické hodnoty. Princip Wheatlyho teorie byl vysvětlen v kapitole 4.1. Výpočet pro 450 ot./min a úhel nastavení  $40^\circ$  byl proveden v kapitole 5., proto nebude již podrobně popisován. Výpočet byl proveden pomocí programu v GNU Octave uvedeném v příloze 1. V příloze 1 je uveden program pro výpočet rotoru o 450 ot./min a  $40^\circ$ . Vždy musely být zadány požadované otáčky, stoupání vztlakové čáry a maximální úhel nastavení. Po přepsání těchto tří údajů však může být stejný program použit i pro jiné otáčky a úhly nastavení. Stoupání vztlakové čáry je závislé na Reynoldsově číslu. Pro každou hodnotu otáček bylo vypočítáno Reynoldsovo číslo a na základě Reynoldsova čísla bylo zjištěno pomocí programu XFOIL stoupání vztlakové čáry. Hodnoty stoupání vztlakové čáry při takto malých  $Re$  vypočtené programem XFOIL nebudou pravděpodobně příliš přesné, bohužel nebylo nalezeno tunelové měření pro profil NACA 0018, které by poskytlo lepší hodnoty. Pro otáčky 200 vycházelo stoupání  $C_{l\alpha} > 9 \frac{1}{rad}$ . Bylo rozhodnuto, že bude použita hodnota pro 250 ot./min .

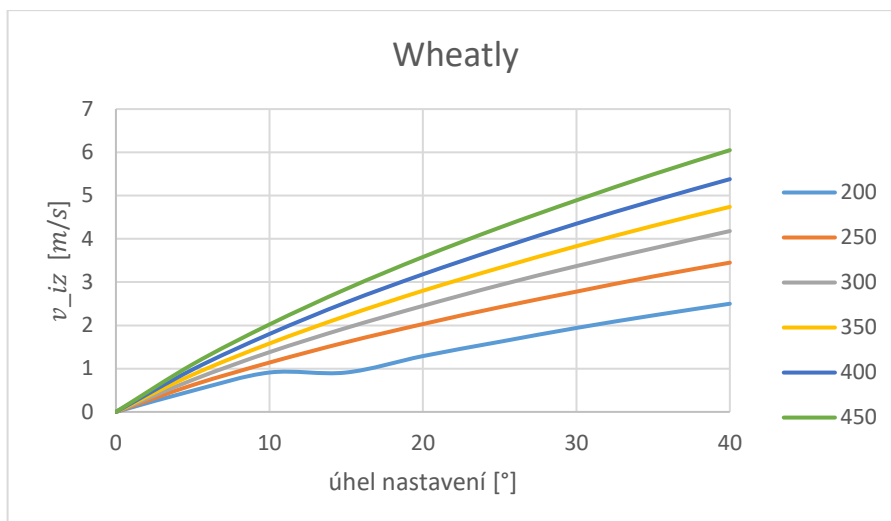
	úhel nastavení								
	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
otáčky/min	indukovaná rychlost								
200	0	0	0	0,56	1,85	2,84	3,31	3,64	4,05
250	0	0	0,38	2,46	3,19	3,69	4,13	4,52	4,98
300	0	0,35	0,93	3,21	3,88	4,52	5,02	5,51	6,11
350	0	0,68	2,45	3,77	4,58	5,33	5,97	6,46	7,09
400	0	2,05	3,14	4,42	5,09	6,17	7,02	7,32	-
450	0	2,73	3,57	5,01	5,93	7,22	-	-	-

Obrázek 47 Součinitel stoupání vztlakové čáry v závislosti na otáčkách

Program vypočítá indukovanou rychlost pomocí několikanásobné iterace. Výsledné indukované rychlosti jsou zobrazeny v následující tabulce v příloze 13. V následujících grafech je zobrazen průběh indukované rychlosti v závislosti na otáčkách pro dané maximální úhly nastavení a průběh indukované rychlosti v závislosti na maximálním úhlu nastavení pro dané otáčky.



Obrázek 48 Průběh indukované rychlosti v závislosti na otáčkách podle Wheatlyho teorie

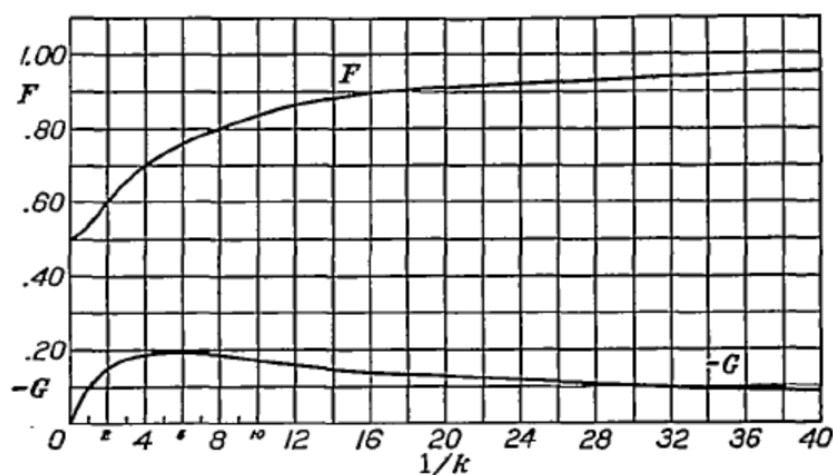


Obrázek 49 Průběh indukované rychlosti v závislosti na úhlu nastavení podle Wheatlyho teorie

## 8.2 Výpočet podle teorie McNabba

Dále byla spočítána indukovaná rychlost podle teorie Lynn McNabba, která je uvedena v kapitole 4.2. Výpočet byl proveden v programu Octave. Kód je uveden v příloze 2. Opět musely být pro každou konfiguraci přepsány hodnoty otáček, stoupání vztlakové čáry a maximálního úhlu nastavení.

Do vzorce byly dosazeny parametry rotoru z tabulky Tabulka 6. Kromě těchto parametrů musely být odečteny Besselovy funkce z obr. 50.[8].



Obrázek 50 Graf hodnot Besselových funkcí

Odečteny byly v závislosti na hodnotě parametru  $k[2]$  :

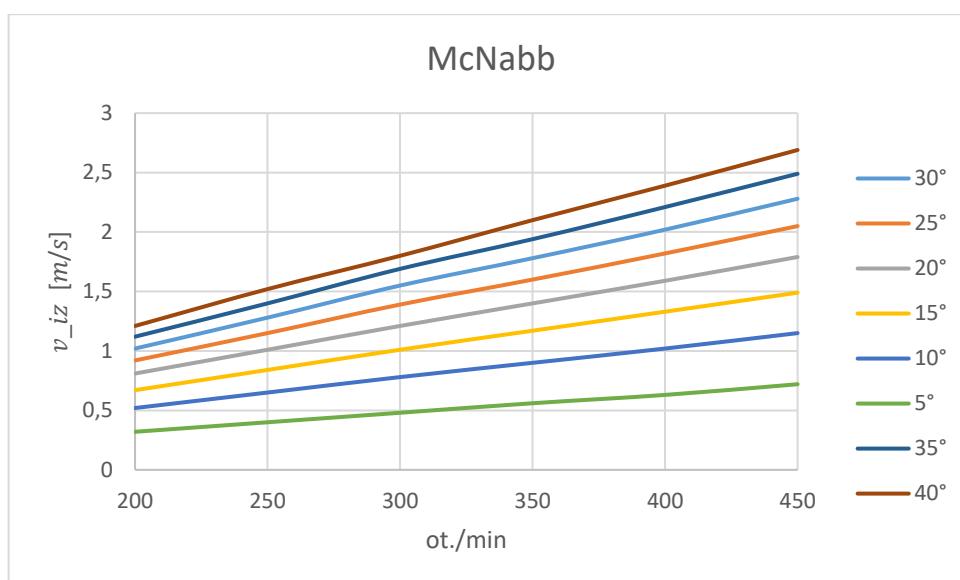
$$k = \frac{c/2}{R} = 6 [-]$$

Bylo odečteno:

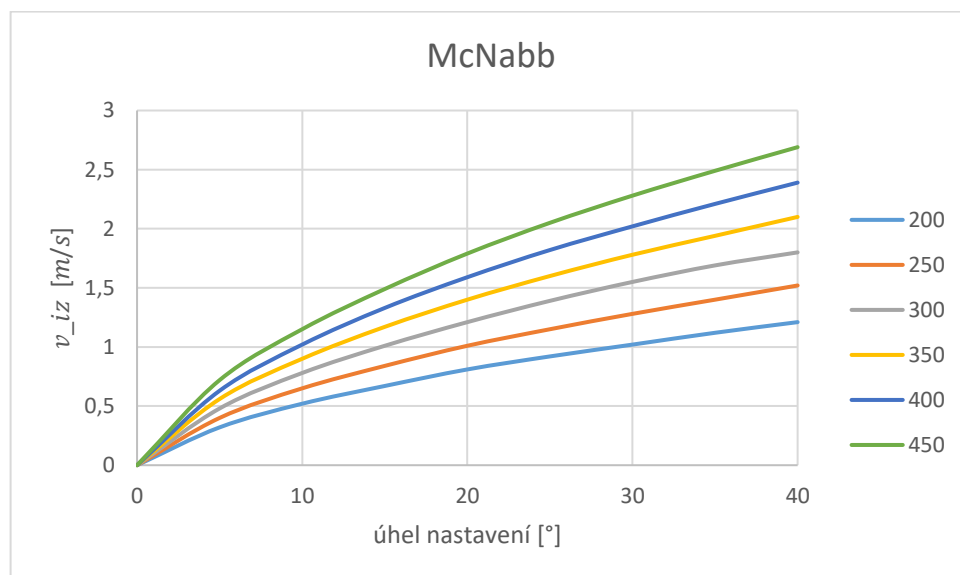
$$F = 0,77 [-]$$

$$G = -0,2 [-]$$

Hodnoty indukované rychlosti jsou uvedeny v příloze 13. V následujících grafech je zobrazen průběh indukované rychlosti v závislosti na otáčkách pro dané maximální úhly nastavení a průběh indukované rychlosti v závislosti na maximálním úhlu nastavení pro dané otáčky.



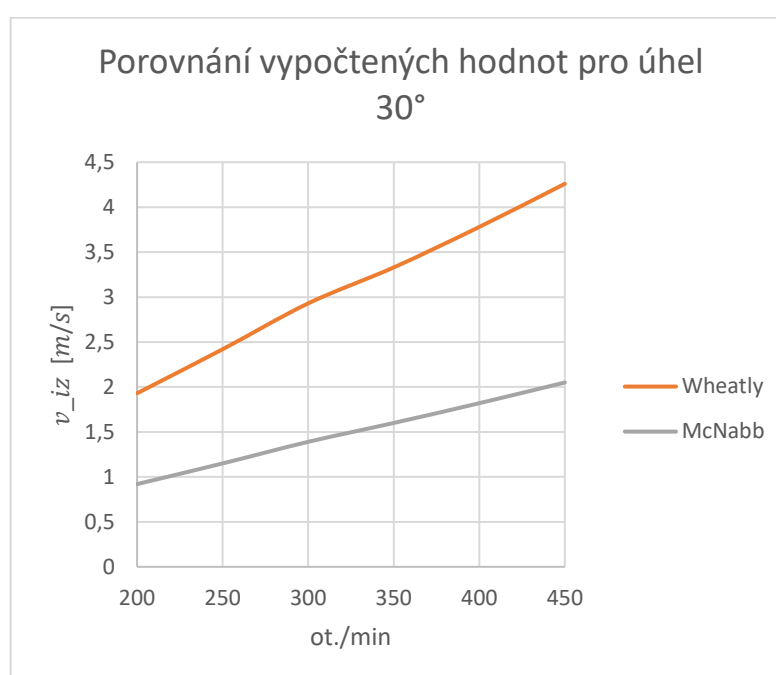
Obrázek 51 Průběh indukované rychlosti v závislosti na otáčkách podle McNabbovi teorie



Obrázek 52 Průběh indukované rychlosti v závislosti na úhlu nastavení podle McNabbovi teorie

## 8.3 Porovnání výsledků Wheatlyho a McNabovi teorie

Porovnáním výsledků bylo zjištěno, že výsledek podle McNabovi teorie je přibližně 1,5krát menší. S rostoucím maximálním úhlem nastavení se rozdíl zvětšuje. Pro úhel nastavení je to až 2,3krát. Hodnoty se lehce liší i v závislosti na otáčkách. Tyto výsledky odpovídají předchozím měřením. [2] V následujícím grafu je zobrazen průběh indukované rychlosti  $v_{zi}$  v závislosti na otáčkách pro jednotlivé dvě teorie.



Obrázek 53 Porovnání obou teorií

## 8.4 Porovnání naměřených a vypočtených hodnot

Bylo zjištěno, že naměřené hodnoty jsou vyšší než vypočtené. Indukovaná rychlost byla měřena v místě, kde byla její hodnota největší. Teorie Wheatlyho a McNabba při výpočtu uvažují konstantní indukovanou rychlost na určité ploše. Měřená rychlost však nebyla po celém průřezu konstantní, střední rychlost proudu vzduchu by tedy byla menší. Křivka naměřených hodnot má kromě jiných hodnot i jiný tvar. Ukázalo se tedy, že proudění vzduchu v okolí cyklorotoru je komplikované. Naměřená a vypočtená data jsou zobrazena v Příloze 15-21.



## 9 Závěr

V této práci byla provedena rešerše vývoje cyklooptér a teorií aerodynamicky popisujících cyklorotor. Dvě vybrané teorie byly podrobně popsány. Součástí práce je také návrh a konstrukce cyklorotoru.

Z hlediska konstrukce rotoru bylo během jeho chodu zjištěno několik nedostatků. Jedná se především o kluzná ložiska, která se ukázala jako nevhodná. Dále by bylo vhodné upravit táhla a ramena tak aby byly více tuhé. Tuhost konstrukce byla celkově velkým problémem. Už z principu chodu rotoru dochází ke změnám těžiště rotujících částí v průběhu jedné otáčky a tím pádem je potřeba při návrhu toto uvažovat. Vhodné by tedy bylo vyztužit rám tak aby se zvýšila jeho tuhost.

Dále by bylo vhodné doplnit mezi motor a rotor převodovku. Rotor by poté mohl pracovat v otáčkách kde je snáze regulovatelný.

I přes tyto nedostatky byl navržený rotor schopen bezpečného chodu a mohlo být provedeno měření. Byla tak prokázána funkčnost koncepce cyklooptéry. Rotor byl schopný produkovat tah.

Po porovnání naměřených a vypočtených dat bylo zjištěno, že naměřená data jsou vyšší. Experimentem bylo prokázáno, že použitá metoda není pro cyklorotor vhodná. Indukovaná rychlost za cyklorotorem není konstantní, a proto ji nelze porovnávat s vypočtenou. Teorie totiž počítají s konstantní rychlostí na určité ploše. Pro určení tahu by tedy bylo spíše než porovnávání indukovaných rychlostí vhodnější porovnávat přímo naměřený a vypočtený tah měřený pomocí tenzometrů. Další možností by bylo proměřit celé proudové pole a určit střední hodnotu indukované rychlosti. Poznatky o proudovém poli za rotorem byly uvedeny v kapitole Měření. Na základě experimentu tedy nelze prokázat, že by výpočtové metody nebyly správné. Výsledkem této práce je tedy zjištění, že tato metoda nelze pro tak složité proudění, jaké u cyklorotoru nastává, uplatnit.

## Přílohy

### Příloha 1 Program pro výpočet tahu a indukované rychlosti podle teorie Wheatlyho

```
close all
clear all
```

```
a=7.51;
```

```
n=450/60; % otáčky za sekundu
rho=1.225; % hustota vzduchu
```

```
omega=2.*pi*n;
pomocnakonstanta=1;
pomocnakonstanta2=0;
Vzi1=1;
while (pomocnakonstanta)>0.00005
c=0.1;
l=0.3;
R=0.3;
V=0;
theta=0;
Vxi=0;
Vzi1=Vzi1+pomocnakonstanta2
ny=(V*cos(theta)+Vxi)/(omega*R);
lambda=(V*sin(theta)+Vzi1)/(omega*R);
Vscarkou=omega*R*sqrt(lambda*lambda+ny*ny);
```

```
epsilon=pi/2;
alfaA=40/180*pi;
alfa0=0;
```

```
S=c*I;
CDo=0.02384;
b=4;
Z=0.5*rho*omega^2*R^2*b*S*(a*alfaA*sin(epsilon)*(0.5+0.5*ny^2)...
-0.5*a*alfaA*ny*lambda*cos(epsilon)-3/2*a*ny*alfa0...
-0.5*a*lambda-3/2*lambda*CDo);
Vscarkou;
Vzi2=Z/(rho*Vscarkou*pi*R*I)
```

```
X=0.5*rho*omega^2*R^2*b*S*(a*alfaA*cos(epsilon)*(0.5+0.5*lambda^2)...
-0.5*a*alfaA*ny*lambda*sin(epsilon)+3/2*a*lambda*alfa0...
-0.5*a*ny-3/2*ny*CDo);
Cx=X/(rho*omega^2*R^3*I);
```

```

Cz=Z/(rho*omega^2*R^3*I);
solidity=b*c/(2*pi*R);
Cp=lambda*Cz+ny*Cx+pi*solidity*CDo*(1+2*ny^2+2*lambda^2);
P=Cp*rho*omega^3*R^4*I;
pomocnakonstanta=sqrt((Vzi2-Vzi1)^2);
pomocnakonstanta2=(Vzi2-Vzi1)/4;
Vzi2
end
vt=omega*R-ny*omega*R;
vn=lambda*omega*R;
v=sqrt(vt^2+vn^2)
%disp(pomocnakonstanta)
%disp(Vzi1)
%disp(Vzi2)
Z

```

## Příloha 2 Program pro výpočet tahu a indukované rychlosti podle teorie Lynn McNabba

```
%clear all
%close all

Viz=1; % indukovaná rychlost ve směru z, spočítaná na konci z tahu rotoru
      % potřeba pak dosadit
R=0.3; %poloměr rotoru
pomocnakonstanta=1;
pomocnakonstanta2=0;
Viznova=0;
while (pomocnakonstanta)>0.00005
Viz=Viz+pomocnakonstanta2
krok=0.00001; % časový krok s kterým počítám
l=0.3; % délka listu rotoru
n=400/60; % otáčky za sekundu
rho=1.225; % hustota vzduchu
t=0;krok:1/n; %čas

omega=2.*pi*n; % úhlová rychlost, se kterou rotuje rotor kolem své osy
c=0.1; % těřiva profilu
b=c/2; % půl těřivy
u=-b-0.35*c; % vzdálenost mezi středem profilu a bodem okolo něhož profil rotuje
F=0.76; % Besselovy funkce viz NACA Report 567
G=-0.2; % Besselovy funkce viz NACA Report 567
e=0.0153; %vzdálenost os rotace táhlo/rameno, excentricita

Epsilon=0; % udává úhel mezi spojnicí excentricita střed a osa y viz.
      %obrázek v souboru kinematika rotoru
d=0.65*c-0.35*c; % vzdálenost mezi uchycením listu na rameno
      %(bod kolem něhož list rotuje) a uchycením táhla,
      % které ovládá úhel nastavení listu
Lt=sqrt(d^2+R.^2);%délka táhla

% VÝPOČET 1. LOPATKY
ksi1=2*pi*n*t; % úhel mezi rovinou x a ramenem spojujícím první list se
a1=sqrt(e^2+R.^2-2*e*R.*cos(ksi1+Epsilon+(pi/2))); % spojnice mezi
      % uchycením listu a středem excentricity,tj. střed v němž
      % se sbíhají táhla (viz kinematika rotoru cyklokoptyry)
lambda=l^2/(l*c); % štiřlost
Cdo=0.02384; % odpor profilu při nulovém vztaku
vy1=Viz; % rychlost vzduchu způsobená pohybem rotoru vzhůru, kladný směr je
      % brán jako skutečný směr proudu vzduchu,
      % je zde započítána rychlost Viy, která je
      % definována na začátku
vx1=0; % rychlost vzduchu způsobená pohybem rotoru vpřed, kladný směr je
      % brán jako skutečný směr proudu vzduchu,
      % je zde započítána rychlost Vix, která je
      % definována na začátku
vr1=omega.*R; % rychlost listu, způsobená rotací listu kolem osy rotoru
vt1=vr1+vy1.*cos(ksi1)+vx1.*sin(ksi1); % rychlost nabíhajícího proudu vzduchu
      %tečná k trajektorii rotujícího listu
vn1=-vx1*cos(ksi1)+vy1.*sin(ksi1); % rychlost nabíhajícího proudu vzduchu
      % kolmá k trajektorii rotujícího listu
beta1=atan(vn1./vt1); % úhel mezi normálovou a tečnou rychlostí
theta1=((pi/2)-(asin((e./a1).*sin(ksi1+Epsilon+pi/2))))...
      -(acos((a1.^2+d^2-Lt^2)/(2*a1.*d)))-beta1; % úhel nastavení profilu
```

```

maxuhel=max((pi/2)-(asin((e./a1).*sin(ksi1+Epsilon+pi/2)))...
-(acos((a1.^2+d^2-Lt^2)./(2*a1.*d))));
disp("max uhel")
disp(maxuhel*180/pi)
t2=t+krok; % čas druhého kroku, je nutné spočítat úhlovou rychlost
% kmitání a proto je potřeba spočítat úhel nastavení ve
% dvou bodech a poté spočítat jejich rozdíl dělený časem
%(změna úhlu za čas)
ksi2=2*pi*n*t2; % úhel který bude svírat rameno rotoru s osou x v čase
% daném krokem 2

a2=sqrt(e^2+R.^2-2*e*R.*cos(ksi2+Epsilon+(pi/2))); % nyní jsou vypočítány
% hodnoty a, ksi a theta pro časy dané krokem 2 a 3
vy2=Viz; % rychlost vzduchu způsobená pohybem rotoru vzhůru, kladný směr je
% brán jako skutečný směr proudu vzduchu,
% je zde započítána rychlost Viy, která je
% definována na začátku
vx2=0; % rychlost vzduchu způsobená pohybem rotoru vpřed, kladný směr je
% brán jako skutečný směr proudu vzduchu,
% je zde započítána rychlost Vix, která je
% definována na začátku
vr2=omega.*R; % rychlost listu, způsobená rotací listu kolem osy rotoru
vt2=vr2+vy2.*cos(ksi2)+vx2.*sin(ksi2); % rychlost nabíhajícího proudu vzduchu
%tečná k trajektorii rotujícího listu
vn2=-vx2*cos(ksi2)+vy2.*sin(ksi2); % rychlost nabíhajícího proudu vzduchu
% kolmá k trajektorii rotujícího listu
beta2=atan(vn2./vt2); % úhel mezi normálovou a tečnou rychlostí
theta2=((pi/2)-(asin((e./a2).*sin(ksi2+Epsilon+pi/2)))...
-(acos((a2.^2+d^2-Lt^2)./(2*a2.*d)))-beta2);

t3=t2+krok;
ksi3=2*pi*n*t3;
a3=sqrt(e^2+R.^2-2*e*R.*cos(ksi3+Epsilon+(pi/2)));

vy3=Viz; % rychlost vzduchu způsobená pohybem rotoru vzhůru, kladný směr je
% brán jako skutečný směr proudu vzduchu,
% je zde započítána rychlost Viy, která je
% definována na začátku
vx3=0; % rychlost vzduchu způsobená pohybem rotoru vpřed, kladný směr je
% brán jako skutečný směr proudu vzduchu,
% je zde započítána rychlost Vix, která je
% definována na začátku
vr3=omega.*R; % rychlost listu, způsobená rotací listu kolem osy rotoru
vt3=vr3+vy3.*cos(ksi3)+vx3.*sin(ksi3); % rychlost nabíhajícího proudu vzduchu
%tečná k trajektorii rotujícího listu
vn3=-vx3*cos(ksi3)+vy3.*sin(ksi3); % rychlost nabíhajícího proudu vzduchu
% kolmá k trajektorii rotujícího listu
beta3=atan(vn3./vt3); % úhel mezi normálovou a tečnou rychlostí

theta3=((pi/2)-(asin((e./a3).*sin(ksi3+Epsilon+pi/2)))...
-(acos((a3.^2+d^2-Lt^2)./(2*a3.*d)))-beta3);

dertheta1=(theta2-theta1)/krok; % vypočítaná derivace, udává úhlovou
% rychlost kmitání
dertheta2=(theta3-theta2)/krok; % vypočítaná derivace, udává úhlovou
% rychlost kmitání v následujícím kroku
acc1=(dertheta2-dertheta1)/krok; % vypočítaná derivace, udává úhlové
% zrychlení kmitání

```

$F1 = \rho \cdot b \cdot v^2 \cdot (\pi \cdot \frac{d\theta}{dt} - \pi \cdot b \cdot u \cdot acc1) \dots$   
 $+ 3.3 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot b \cdot F \cdot (\pi \cdot (\theta + b \cdot (0.5 - u) \cdot \frac{d\theta}{dt}) \dots$   
 $+ 3.3 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot b \cdot G / \omega \cdot (\pi \cdot \frac{d\theta}{dt} - b \cdot (0.5 - u) \cdot acc1);$  % výpočet síly

% výpočet podle NACA Report 567

$L1 = F1 \cdot i;$  % vztlak 1. listu, ve směru kolmém na nabíhající proud vzduchu

$M1 = -\rho \cdot b \cdot v^2 \cdot (\pi \cdot (0.5 - u) \cdot v \cdot \frac{d\theta}{dt} + \pi \cdot b^2 \cdot (1/8 + u^2) \cdot acc1) \dots$   
 $+ 2 \cdot \rho \cdot b \cdot v^2 \cdot \pi \cdot (u + 0.5) \cdot F \cdot (\pi \cdot (\theta - \beta + b \cdot (0.5 - u) \cdot \frac{d\theta}{dt}) \dots$   
 $+ 2 \cdot \rho \cdot v \cdot b \cdot v^2 \cdot \pi \cdot (u + 0.5) \cdot G / \omega \cdot (\pi \cdot \frac{d\theta}{dt} + b \cdot (0.5 - u) \cdot acc1);$   
 $k = \omega \cdot b / v r1;$

konstanta = 1/k; % důležitá hodnota pro odečtení F a G

%disp('1/k')

%disp(u)

$Ln1 = L1 \cdot \cos(\beta);$  % vztlaková síla ve směru normálovém

$Lt1 = L1 \cdot \sin(\beta);$  % vztlaková síla ve směru tečném

$Lnx1 = Ln1 \cdot \cos(\kappa);$  % normálová složka vztlakové síly promítnutá do směru x

$Lnz1 = Ln1 \cdot \sin(\kappa);$  % normálová složka vztlakové síly promítnutá do směru z

$Ltx1 = Lt1 \cdot \sin(\kappa);$  % tečná síla promítnutá do směru x

$Ltz1 = Lt1 \cdot \cos(\kappa);$  % tečná síla promítnutá do směru z

$Lx1 = Ltx1 + Lnx1;$  % vztlaková síla do směru x

$Lz1 = Lnz1 - Ltz1;$  % vztlaková síla do směru y

$Cl1 = L1 / (\rho \cdot v^2 \cdot l \cdot c \cdot 0.5);$  % součinitel vzlaku

$Cd1 = Cdo + Cl1^2 / \pi / \lambda;$  % součinitel odporu

$D1 = 0.5 \cdot Cd1 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot l \cdot c;$  % odpor

$P1 = M1 \cdot \frac{d\theta}{dt};$  % výkon

$Dt1 = D1 \cdot \cos(\beta);$  % odporová síla ve směru normálovém

$Dn1 = D1 \cdot \sin(\beta);$  % odporová síla ve směru tečném

$Dtx1 = Dt1 \cdot \sin(\kappa);$  % tečná složka odporové síly promítnutá do směru x

$Dtz1 = Dt1 \cdot \cos(\kappa);$  % tečná složka odporové síly promítnutá do směru z

$Dnx1 = Dn1 \cdot \cos(\kappa);$  % normálová složka odporové síly promítnutá do směru x

$Dnz1 = Dn1 \cdot \sin(\kappa);$  % normálová složka odporové síly promítnutá do směru z

$Dx1 = Dtx1 - Dnx1;$  % odporová síla do směru x

$Dz1 = -Dtz1 - Dnz1;$  % odporová síla do směru z

$Fx1 = Lx1 + Dx1;$  % celkový tah ve směru x

$Fz1 = Lz1 + Dz1;$  % celkový tah ve směru z

$F_{celk1} = \sqrt{Fz1^2 + Fx1^2};$  % celkový tah rotoru

$Mk1 = (Dt1 + Lt1) \cdot R;$

$P1 = Mk1 \cdot \omega;$

% VÝPOČET 2. LOPATKY všechno vypočítáno pro další lopatky

$\kappa_4 = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot t + \pi / 2;$

$a_4 = \sqrt{e^2 + R^2 - 2 \cdot e \cdot R \cdot \cos(\kappa_4 + \epsilon + (\pi/2))};$

$\lambda = l^2 / (l \cdot c);$

$Cdo = 0.02384;$

$v_{y4} = V_{iz};$

$v_{x4} = 0;$

$v_{r4} = \omega \cdot R;$

$v_{t4} = v_{r4} + v_{y4} \cdot \cos(\kappa_4) + v_{x4} \cdot \sin(\kappa_4);$

$v_{n4} = -v_{x4} \cdot \cos(\kappa_4) + v_{y4} \cdot \sin(\kappa_4);$

$\beta_4 = \text{atan}(v_{n4} / v_{t4});$

```

theta4=((pi/2)-(asin((e./a4). *sin(ksi4+Epsilon+pi/2)))...
      -(acos((a4.^2+d^2-Lt^2)./(2*a4.*d))))-beta4;

t5=t+krok;
ksi5=2*pi*n*t5+pi./2;

a5=sqrt(e^2+R.^2-2*e*R.*cos(ksi5+Epsilon+(pi/2)));
vy5=Viz;
vx5=0;

vr5=omega.*R;
vt5=vr5+vy5.*cos(ksi5)+vx5*sin(ksi5);
vn5=-vx5*cos(ksi5)+vy5.*sin(ksi5);
beta5=atan(vn5./vt5);
theta5=((pi/2)-(asin((e./a5). *sin(ksi5+Epsilon+pi/2)))...
      -(acos((a5.^2+d^2-Lt^2)./(2*a5.*d))))-beta5;

t6=t5+krok;
ksi6=2*pi*n*t6+pi./2;;
a6=sqrt(e^2+R.^2-2*e*R.*cos(ksi6+Epsilon+(pi/2)));

vy6=Viz;
vx6=0;
vr6=omega.*R;
vt6=vr6+vy6.*cos(ksi6)+vx6*sin(ksi6);
vn6=-vx6*cos(ksi6)+vy6.*sin(ksi6);
beta6=atan(vn6./vt6);

theta6=((pi/2)-(asin((e./a6). *sin(ksi6+Epsilon+pi/2)))...
      -(acos((a6.^2+d^2-Lt^2)./(2*a6.*d))))-beta6;

dertheta4=(theta5-theta4)/krok;

dertheta5=(theta6-theta5)/krok;
acc4=(dertheta5-dertheta4)/krok;

F4=rho.*b.^2.*(vt4.*pi.*dertheta4-pi.*b.*u.*acc4)...
   +3.3*rho.*vt4.*b.*F.*(vt4.*(theta4)+b.*(0.5-u).*dertheta4)...
   +3.3*rho.*vt4.*b.*G/omega.*(vt4.*dertheta4-b.*(0.5-u).*acc4);

L4=F4*I;

M4=-rho.*b.^2.*(pi.*(0.5-u)*vt4.*b.*dertheta4+pi.*b.^2*(1/8+u.^2).*acc4)...
   +2*rho.*b.^2.*pi.*(u+0.5)*F*(vt4.*(theta4-beta4)+b*(0.5-u).*dertheta4)...
   +2*rho.*vt4.*b.^2.*pi.*(u+0.5)*G/omega.*(vt4.*dertheta4+b*(0.5-u).*acc4);

Ln4=L4.*cos(beta4);
Lt4=L4.*sin(beta4);
Lnx4=Ln4.*cos(ksi4);
Lnz4=Ln4.*sin(ksi4);
Ltx4=Lt4.*sin(ksi4);
Ltz4=Lt4.*cos(ksi4);
Lx4=Ltx4+Lnx4;
Lz4=Lnz4-Ltz4;
Cl4=L4./(rho*vt4.^2*I*c*0.5);
Cd4=Cdo+Cl4.^2/pi./lambda;
D4=0.5*Cd4.*rho.*vt4.^2*I*c;
P4=M4.*dertheta4;

```

```

Dt4=D4.*cos(beta4);
Dn4=D4.*sin(beta4);
Dtx4=Dt4.*sin(ksi4);
Dtz4=Dt4.*cos(ksi4);
Dnx4=Dn4.*cos(ksi4);
Dnz4=Dn4.*sin(ksi4);
Dx4=Dtx4-Dnx4;
Dz4=-Dtz4-Dnz4;

Fx4=Lx4+Dx4;
Fz4=Lz4+Dz4;
Fcelk4=sqrt(Fz4.^2+Fx4.^2);
Mk4=(Dt4+Lt4)*R;
P4=Mk4*omega;
% VÝPOČET 3. LOPATKY

ksi7=2*pi*n*t+2*pi./2;
a7=sqrt(e^2+R.^2-2*e*R.*cos(ksi7+Epsilon+(pi/2)));

lambda=l^2/(l*c);
Cdo=0.02384;
vy7=Viz;
vx7=0;
vr7=omega.*R;
vt7=vr7+vy7.*cos(ksi7)+vx7*sin(ksi7);
vn7=-vx7*cos(ksi7)+vy7.*sin(ksi7);
beta7=atan(vn7./vt7);
theta7=((pi/2)-(asin((e./a7).*sin(ksi7+Epsilon+pi/2))))...
-(acos((a7.^2+d^2-Lt^2)./(2*a7.*d)))-beta7;

t8=t+krok;
ksi8=2*pi*n*t8+2*pi./2;

a8=sqrt(e^2+R.^2-2*e*R.*cos(ksi8+Epsilon+(pi/2)));
vy8=Viz;
vx8=0;
vr8=omega.*R;
vt8=vr8+vy8.*cos(ksi8)+vx8*sin(ksi8);
vn8=-vx8*cos(ksi8)+vy8.*sin(ksi8);
beta8=atan(vn8./vt8);
theta8=((pi/2)-(asin((e./a8).*sin(ksi8+Epsilon+pi/2))))...
-(acos((a8.^2+d^2-Lt^2)./(2*a8.*d)))-beta8;

t9=t8+krok;
ksi9=2*pi*n*t9+2*pi./2;
a9=sqrt(e^2+R.^2-2*e*R.*cos(ksi9+Epsilon+(pi/2)));

vy9=Viz;
vx9=0;
vr9=omega.*R;
vt9=vr9+vy9.*cos(ksi9)+vx9*sin(ksi9);
vn9=-vx9*cos(ksi9)+vy9.*sin(ksi9);
beta9=atan(vn9./vt9);

theta9=((pi/2)-(asin((e./a9).*sin(ksi9+Epsilon+pi/2))))...
-(acos((a9.^2+d^2-Lt^2)./(2*a9.*d)))-beta9;

```



$dertheta7=(theta8-theta7)/krok;$   
 $dertheta8=(theta9-theta8)/krok;$   
 $acc7=(dertheta8-dertheta7)/krok;$

$F7=rho.*b.^2.*(vt7.*pi.*dertheta7-pi.*b.*u.*acc7)...$   
 $+3.3*rho.*vt7.*b.*F.*(vt7.*(theta7)+b.*(0.5-u).*dertheta7)...$   
 $+3.3*rho.*vt7.*b.*G/omega.*(vt7.*dertheta7-b.*(0.5-u).*acc7);$   
 % výpočet podle NACA Report 567  
 $L7=F7*I;$

$M7=-rho.*b.^2.*(pi.*(0.5-u)*vt7.*b.*dertheta7+pi.*b.^2*(1/8+u.^2).*acc7)...$   
 $+2*rho.*b.^2.*pi.*(u+0.5)*F*(vt7.*(theta7-beta7)+b.*(0.5-u).*dertheta7)...$   
 $+2*rho.*vt7.*b.^2.*pi.*(u+0.5)*G/omega.*(vt7.*dertheta7+b.*(0.5-u).*acc7);$   
 $k=omega.*b./vr7;$

konstanta=1/k;

$Ln7=L7.*cos(beta7);$   
 $Lt7=L7.*sin(beta7);$   
 $LnX7=Ln7.*cos(ksi7);$   
 $LnZ7=Ln7.*sin(ksi7);$   
 $LtX7=Lt7.*sin(ksi7);$   
 $LtZ7=Lt7.*cos(ksi7);$   
 $Lx7=LtX7+LnX7;$   
 $Lz7=LnZ7-LtZ7;$   
 $Cl7=L7./(rho*vt7.^2*I*c*0.5);$   
 $Cd7=Cdo+Cl7.^2/pi./lambda;$   
 $D7=0.5*Cd7.*rho.*vt7.^2*I*c;$   
 $P7=M7.*dertheta7;$

$Dt7=D7.*cos(beta7);$   
 $Dn7=D7.*sin(beta7);$   
 $DtX7=Dt7.*sin(ksi7);$   
 $DtZ7=Dt7.*cos(ksi7);$   
 $DnX7=Dn7.*cos(ksi7);$   
 $DnZ7=Dn7.*sin(ksi7);$   
 $Dx7=DtX7-DnX7;$   
 $Dz7=-DtZ7-DnZ7;$

$Fx7=Lx7+Dx7;$   
 $Fz7=Lz7+Dz7;$   
 $Fcelk7=sqrt(Fz7.^2+Fx7.^2);$   
 $Mk7=(Dt7+Lt7)*R;$   
 $P7=Mk7*omega;$

% VÝPOČET 4. LOPATKY

$ksi10=2*pi*n*t+3*pi./2;$   
 $a10=sqrt(e^2+R.^2-2*e*R.*cos(ksi10+Epsilon+(pi/2)));$   
 $lambda=l^2/(l*c);$   
 $Cdo=0.02384;$   
 $vy10=Viz;$   
 $vx10=0;$   
 $vr10=omega.*R;$   
 $vt10=vr10+vy10.*cos(ksi10)+vx10.*sin(ksi10);$   
 $vn10=-vx10.*cos(ksi10)+vy10.*sin(ksi10);$   
 $beta10=atan(vn10./vt10);$   
 $theta10=((pi/2)-(asin((e./a10).*sin(ksi10+Epsilon+pi/2))))...$   
 $-(acos((a10.^2+d^2-Lt^2)./(2*a10.*d)))-beta10;$

```

t11=t+krok;
ksi11=2*pi*n*t11+3*pi./2;

a11=sqrt(e^2+R.^2-2*e*R.*cos(ksi11+Epsilon+(pi/2)));
vy11=Viz;
vx11=0;
vr11=omega.*R;
vt11=vr11+vy11.*cos(ksi11)+vx11*sin(ksi11);
vn11=-vx11*cos(ksi11)+vy11.*sin(ksi11);
beta11=atan(vn11./vt11);
theta11=((pi/2)-(asin((e./a11).*sin(ksi11+Epsilon+pi/2))))...
    -(acos((a11.^2+d^2-Lt^2)./(2*a11.*d)))-beta11;

t12=t11+krok;
ksi12=2*pi*n*t12+3*pi./2;
a12=sqrt(e^2+R.^2-2*e*R.*cos(ksi12+Epsilon+(pi/2)));

vy12=Viz;
vx12=0;
vr12=omega.*R;
vt12=vr12+vy12.*cos(ksi12)+vx12*sin(ksi12);
vn12=-vx12*cos(ksi12)+vy12.*sin(ksi12);
beta12=atan(vn12./vt12);
theta12=((pi/2)-(asin((e./a12).*sin(ksi12+Epsilon+pi/2))))...
    -(acos((a12.^2+d^2-Lt^2)./(2*a12.*d)))-beta12;

dertheta10=(theta11-theta10)/krok;
dertheta11=(theta12-theta11)/krok;
acc10=(dertheta11-dertheta10)/krok;

F10=rho.*b.^2.*(vt10.*pi.*dertheta10-pi.*b.*u.*acc10)...
    +3.3*rho.*vt10.*b.*F.*(vt10.*(theta10)+b.*(0.5-u).*dertheta10)...
    +3.3*rho.*vt10.*b.*G/omega.*(vt10.*dertheta10-b.*(0.5-u).*acc10);

L10=F10*I;
M10=-rho.*b.^2.*(pi.*(0.5-u)*vt10.*b.*dertheta10+pi.*b^2*(1/8+u.^2).*acc10)...
    +2*rho.*b.^2.*pi.*(u+0.5)*F*(vt10.*(theta10-beta10)+b*(0.5-u).*dertheta10)...
    +2*rho.*vt10.*b.^2.*pi.*(u+0.5)*G/omega.*(vt10.*dertheta10+b*(0.5-u).*acc10);

Ln10=L10.*cos(beta10);
Lt10=L10.*sin(beta10);
Lnx10=Ln10.*cos(ksi10);
Lnz10=Ln10.*sin(ksi10);
Ltx10=Lt10.*sin(ksi10);
Ltz10=Lt10.*cos(ksi10);
Lx10=Ltx10+Lnx10;
Lz10=Lnz10-Ltz10;
Cl10=L10./(rho*vt10.^2*I*c*0.5);
Cd10=Cdo+Cl10.^2/pi./lambda;
D10=0.5*Cd10.*rho.*vt10.^2*I*c;
P10=M10.*dertheta10;

Dt10=D10.*cos(beta10);
Dn10=D10.*sin(beta10);
Dtx10=Dt10.*sin(ksi10);
Dtz10=Dt10.*cos(ksi10);
Dnx10=Dn10.*cos(ksi10);
Dnz10=Dn10.*sin(ksi10);

```

```

Dx10=Dtx10-Dnx10;
Dz10=-Dtz10-Dnz10;

Fx10=Lx10+Dx10;
Fz10=Lz10+Dz10;
Fcelk10=sqrt(Fz10.^2+Fx10.^2);
Mk10=(Dt10+Lt10)*R;
P10=Mk10*omega;

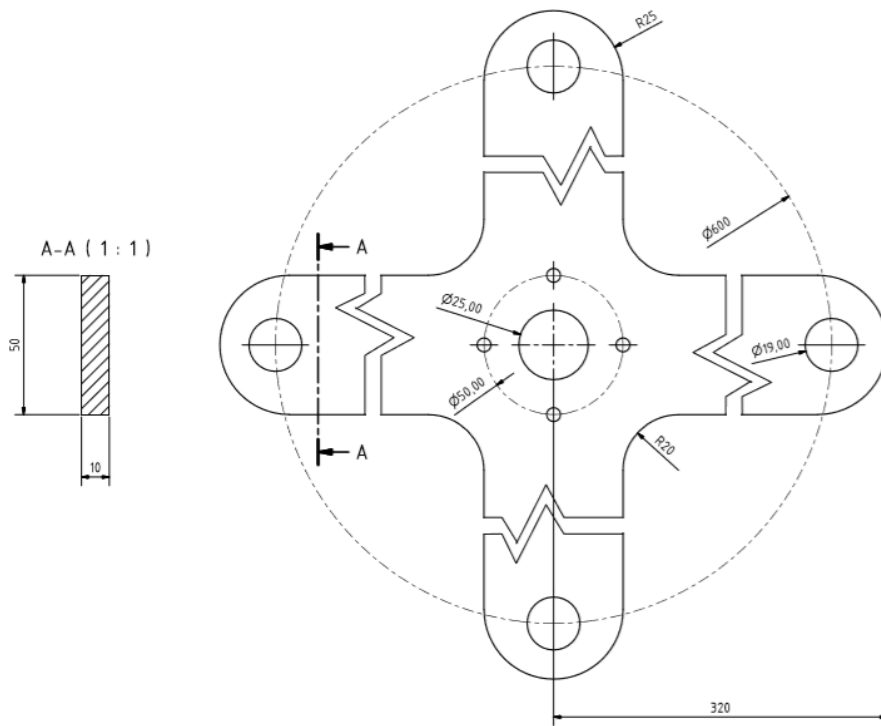
Fx=Fx1+Fx4+Fx7+Fx10; % tah všech lopatek ve směru x
Fz=Fz1+Fz4+Fz7+Fz10; % tah všech lopatek ve směru z
Fcelk=sqrt(Fx.^2+Fz.^2); %celkový tah rotoru

hold on
plot(ksi1,Fz)
Viznova=sqrt(sum(Fz)/15001./2./rho./l./2./R./1.7) % indukovaná rychlost spočítaná ze
%vztlaku rotoru,% děleno koeficientem 1,7 který byl určen experimentálně
% viz. autor McNabb
pomocnakonstanta=sqrt((Viznova-Viz)^2);
pomocnakonstanta2=(Viznova-Viz)/8;

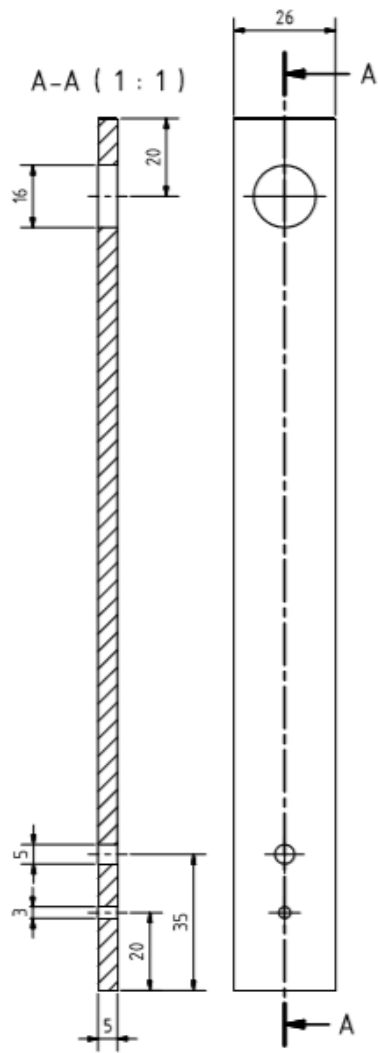
end
sum(Fz)/15001 %určí průměrnou hodnotu z Fz jelikož Fz není v průběhu jedné
% otáčky stálá

```

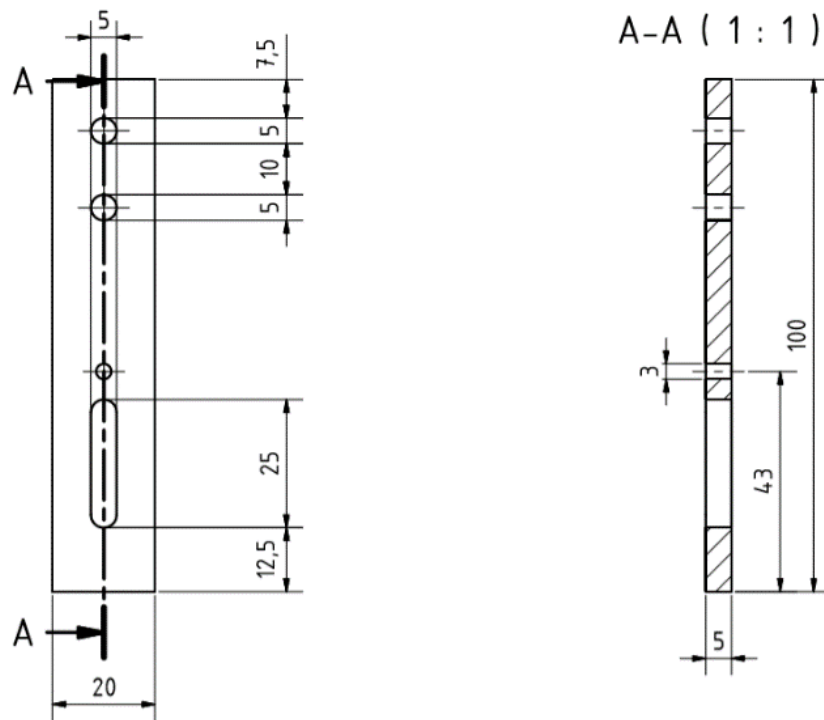
### Příloha 3 Kříž (překlička)



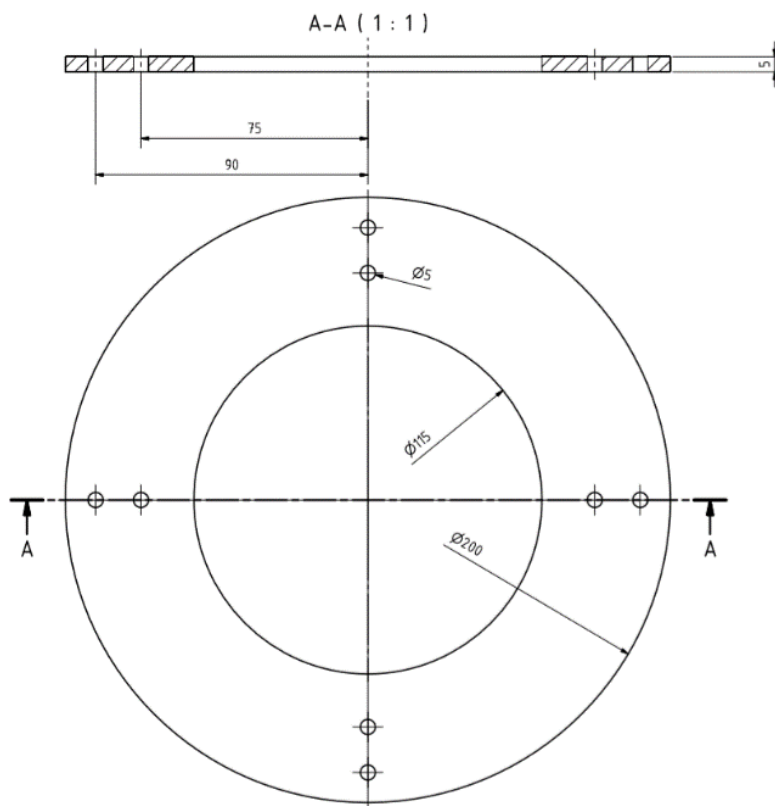
Příloha 4 Táhlo (překližka)



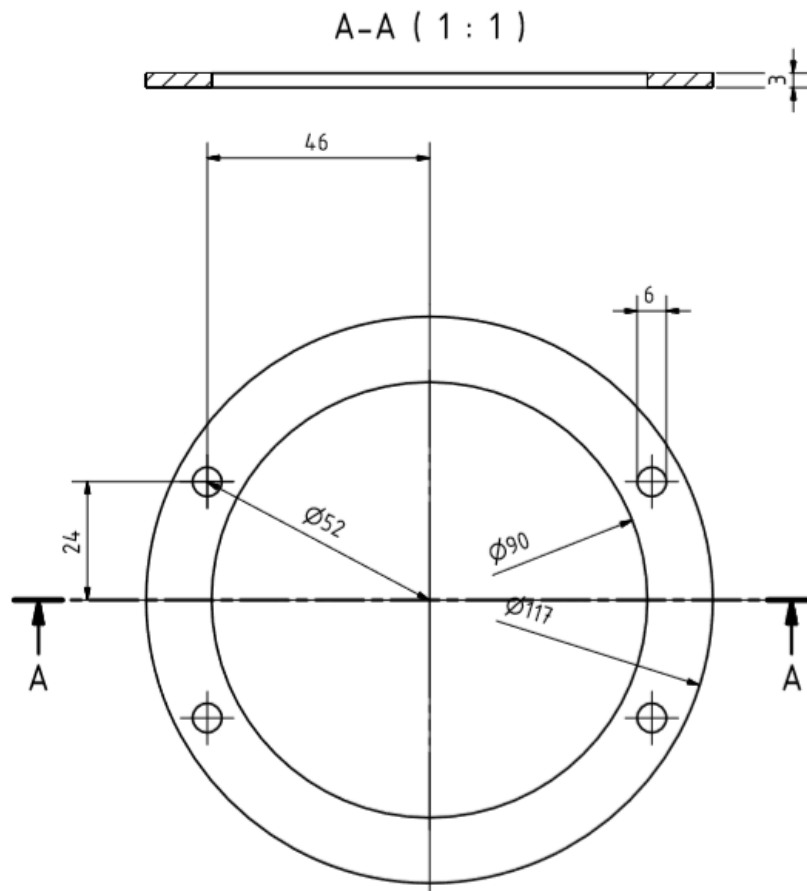
### Příloha 5 Táhlo (kovová část)



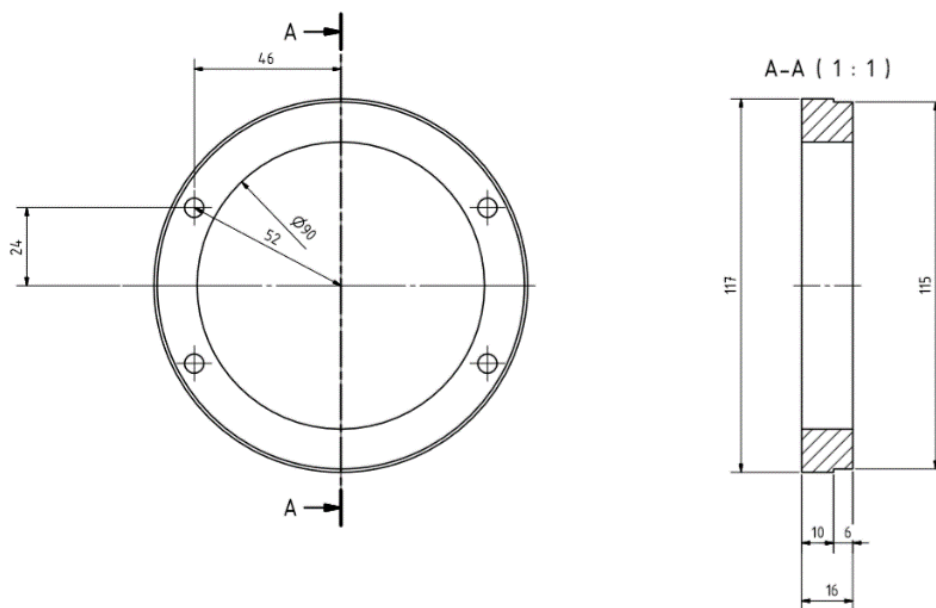
### Příloha 6 Kluzné ložisko (vnější)



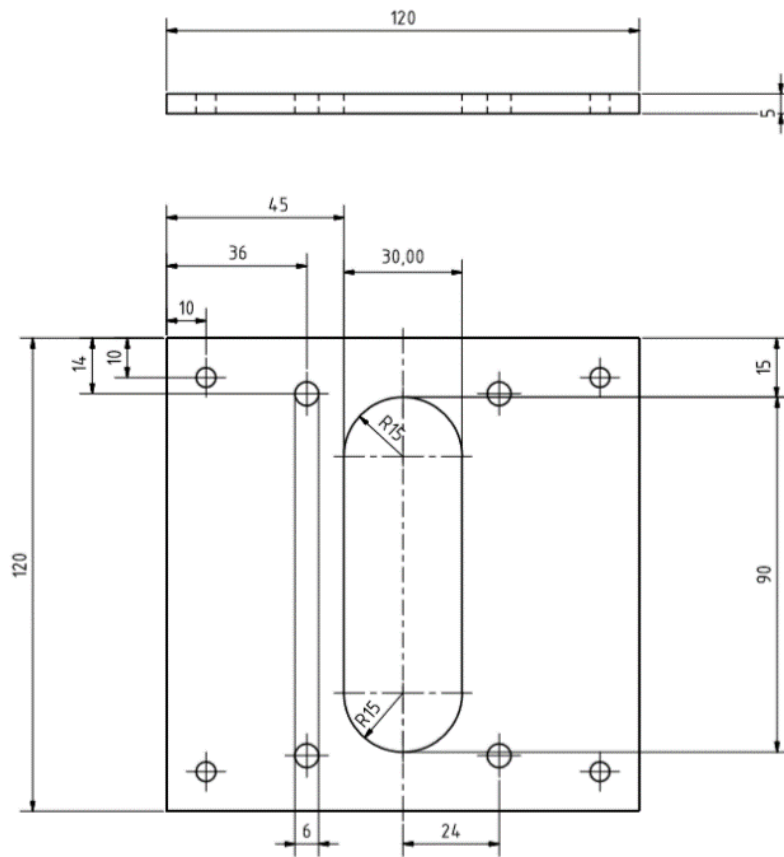
## Příloha 7 Pojistná deska excentru



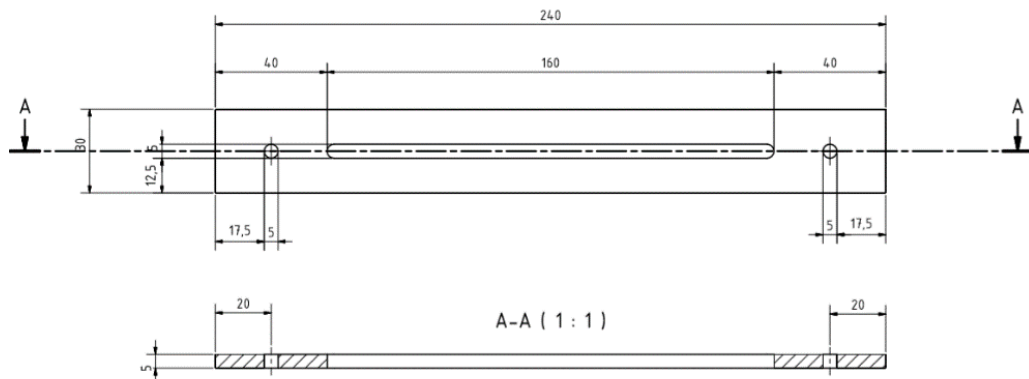
## Příloha 8 Kluzné ložisko (vnitřní)



Příloha 9 Deska excentru, ke které je přišroubováno ložisko

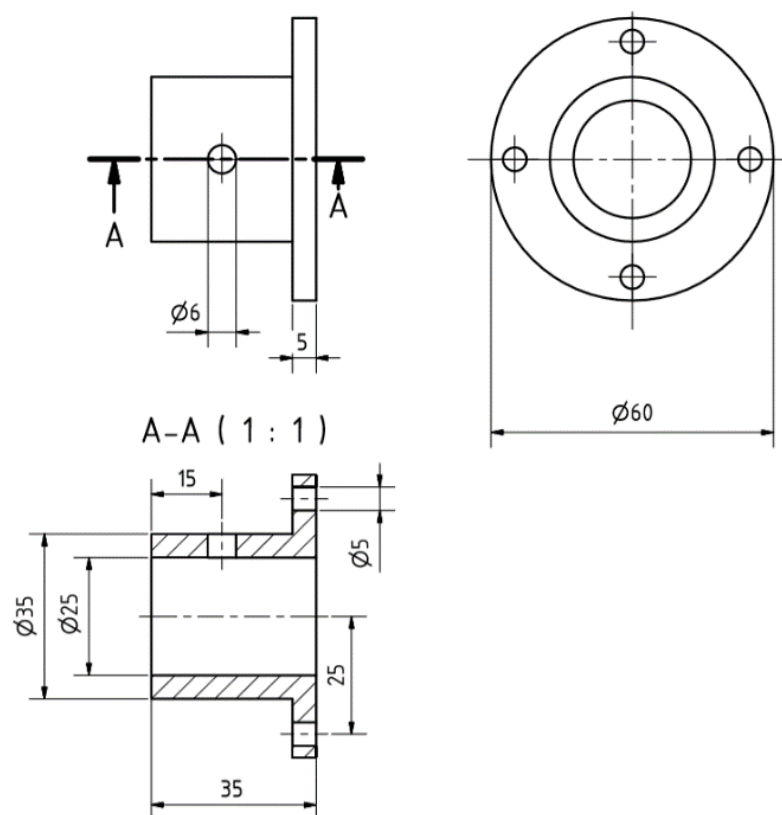


Příloha 10 Vedení po kterém se pohybuje excentr





## Příloha 11 Náboj pro uchycení ramen k rotoru



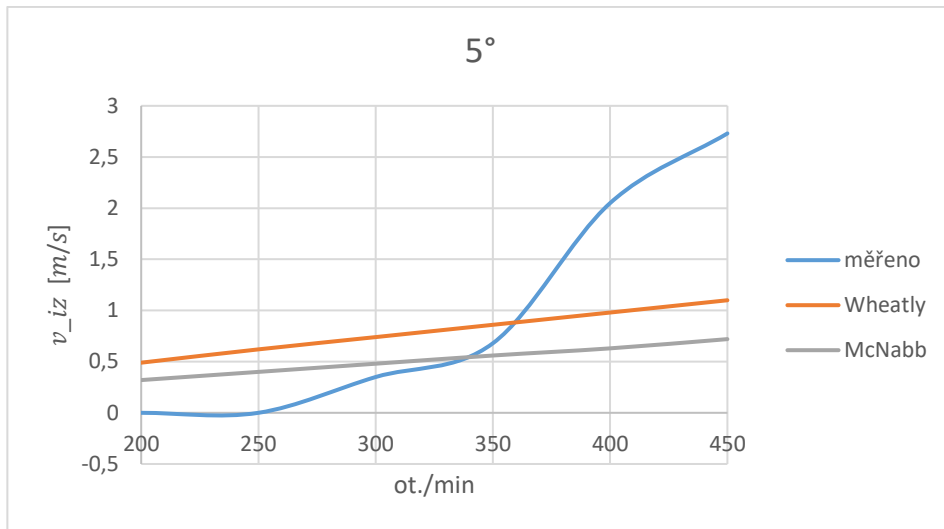
## Příloha 12 Naměřené hodnoty

	úhel nastavení								
	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
otáčky/min	indukovaná rychlost $v_{iz}$ [ $m/s$ ]								
200	0	0	0	0,56	1,85	2,84	3,31	3,64	4,05
250	0	0	0,38	2,46	3,19	3,69	4,13	4,52	4,98
300	0	0,35	0,93	3,21	3,88	4,52	5,02	5,51	6,11
350	0	0,68	2,45	3,77	4,58	5,33	5,97	6,46	7,09
400	0	2,05	3,14	4,42	5,09	6,17	7,02	7,32	-
450	0	2,73	3,57	5,01	5,93	7,22	-	-	-

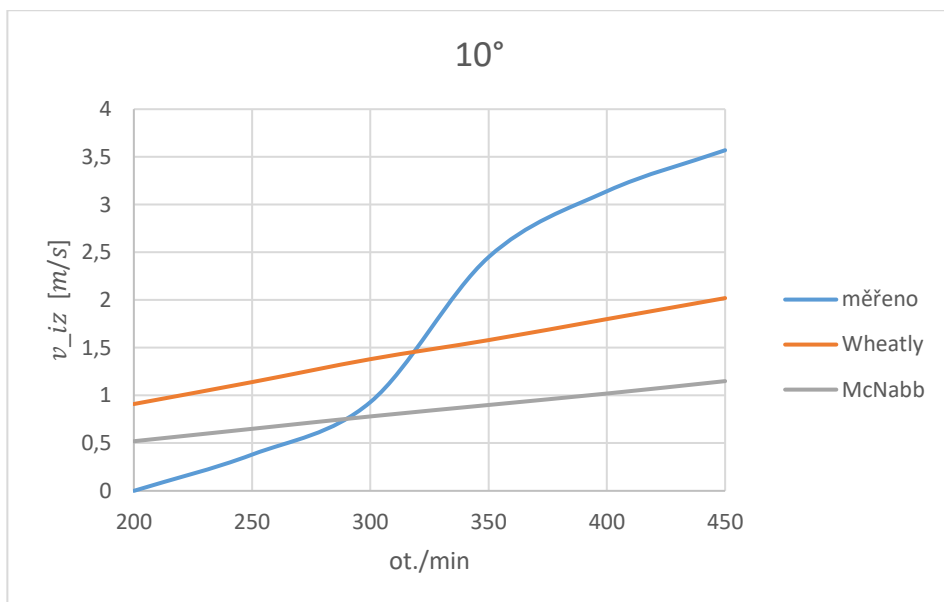
Příloha 13 Tabulka naměřených a vypočtených hodnot

			otáčky/min.					
			200	250	300	350	400	450
			indukovaná rychlost $v_{iz}$ [ $m/s$ ]					
Úhel nastavení	0°	měřeno	0	0	0	0	0	0
		Wheatly	0	0	0	0	0	0
		McNabb	0	0	0	0	0	0
	5°	měřeno	0	0	0,35	0,68	2,05	2,73
		Wheatly	0,49	0,62	0,74	0,86	0,98	1,1
		McNabb	0,32	0,4	0,48	0,56	0,63	0,72
	10°	měřeno	0	0,38	0,93	2,45	3,14	3,57
		Wheatly	0,91	1,14	1,38	1,58	1,8	2,02
		McNabb	0,52	0,65	0,78	0,9	1,02	1,15
	15°	měřeno	0,56	2,46	3,21	3,77	4,42	5,01
		Wheatly	1,29	1,61	1,94	2,22	2,53	2,84
		McNabb	0,67	0,84	1,01	1,17	1,33	1,49
	20°	měřeno	1,85	3,19	3,88	4,58	5,09	5,93
		Wheatly	1,62	2,03	2,45	2,8	3,18	3,58
		McNabb	0,81	1,01	1,21	1,4	1,59	1,79
	25°	měřeno	2,84	3,69	4,52	5,33	6,17	7,22
		Wheatly	1,93	2,42	2,93	3,33	3,78	4,26
		McNabb	0,92	1,15	1,39	1,6	1,82	2,05
	30°	měřeno	3,31	4,13	5,02	5,97	7,02	
		Wheatly	2,23	2,78	3,37	3,83	4,35	4,89
		McNabb	1,02	1,28	1,55	1,78	2,02	2,28
	35°	měřeno	3,64	4,52	5,51	6,46	7,32	
		Wheatly	2,5	3,13	3,78	4,3	4,88	5,49
		McNabb	1,12	1,4	1,69	1,94	2,21	2,49
40°	měřeno	4,05	4,98	6,11	7,09			
	Wheatly	2,76	3,45	4,18	4,74	5,38	6,05	
	McNabb	1,21	1,52	1,8	2,1	2,39	2,69	

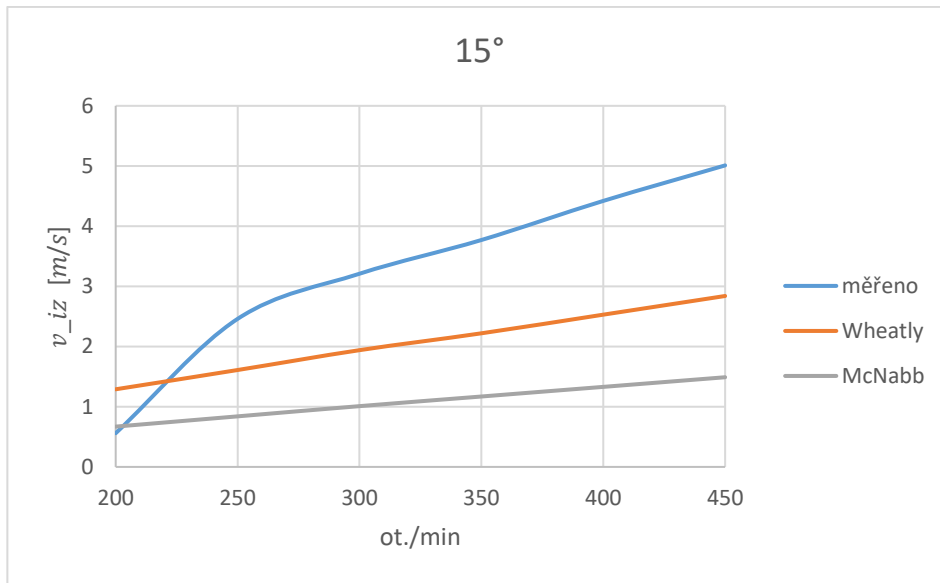
Příloha 14 Průběh indukované rychlosti v závislosti na otáčkách při 5°



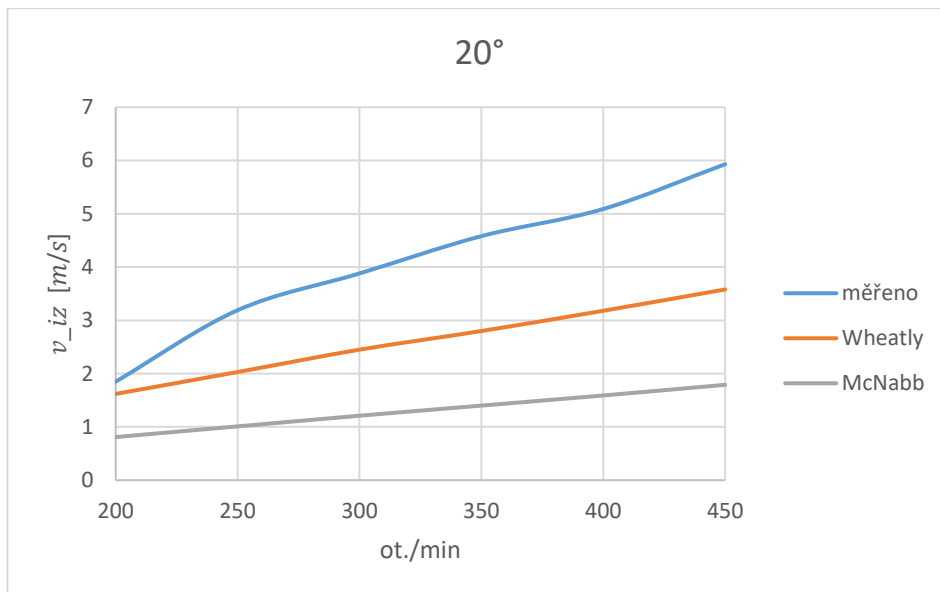
Příloha 15 Průběh indukované rychlosti v závislosti na otáčkách při 10°



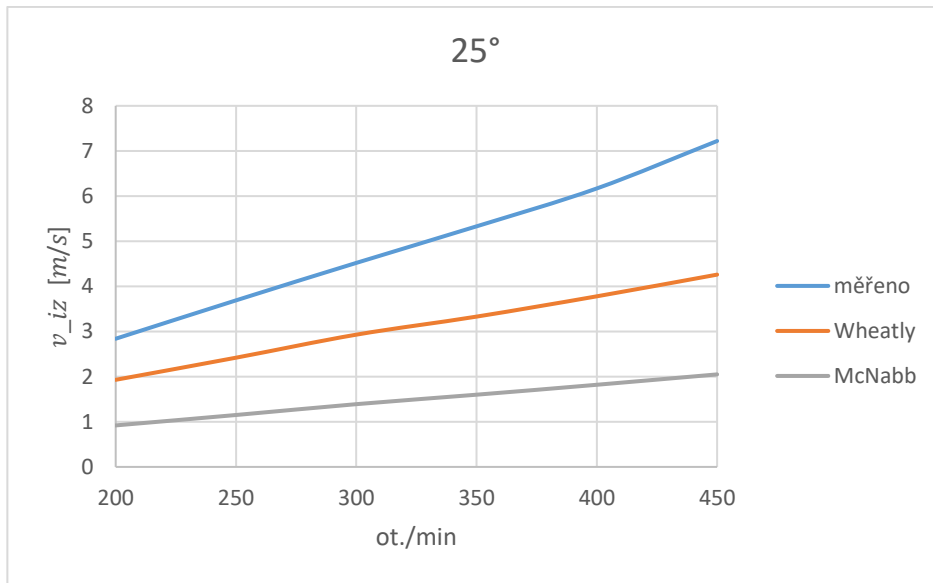
Příloha 16 Průběh indukované rychlosti v závislosti na otáčkách při 15°



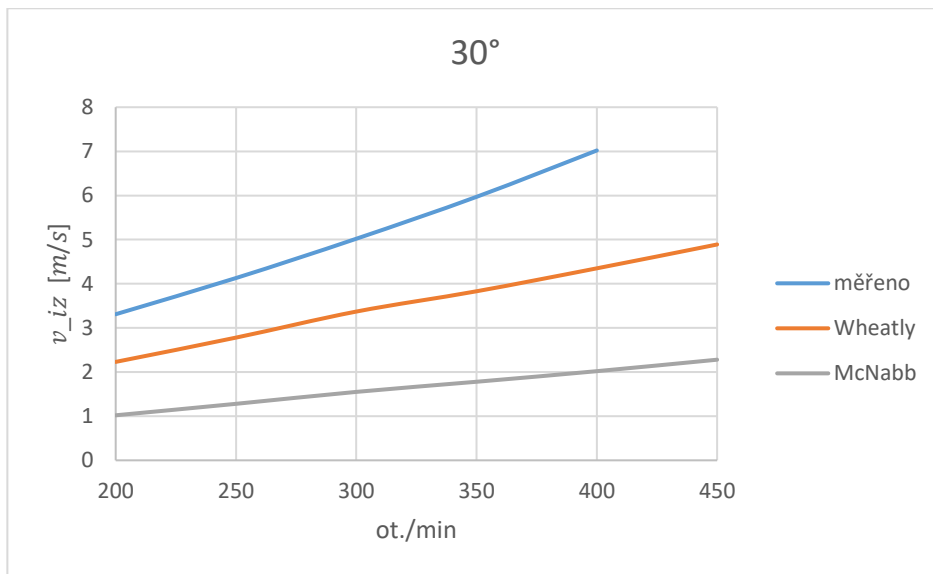
Příloha 17 Průběh indukované rychlosti v závislosti na otáčkách při 20°



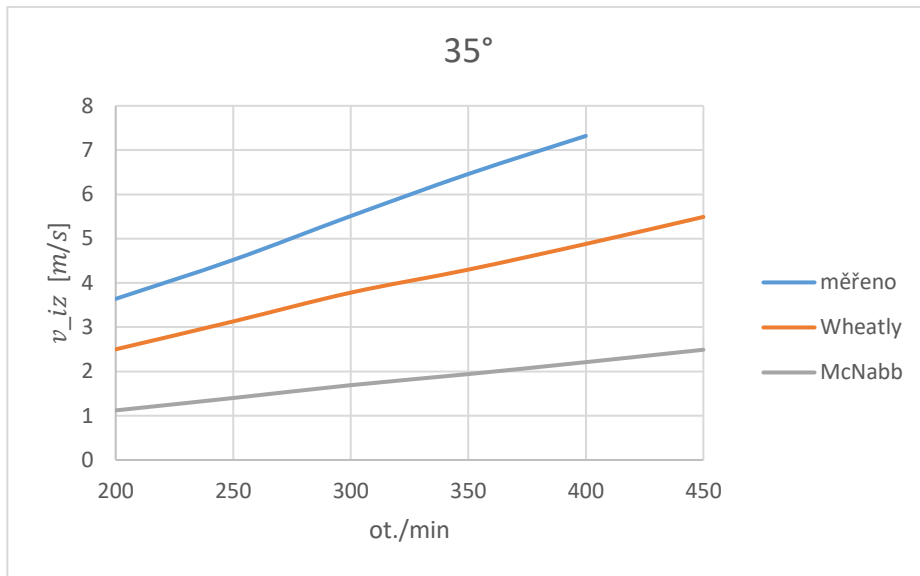
Příloha 18 Průběh indukované rychlosti v závislosti na otáčkách při 25°



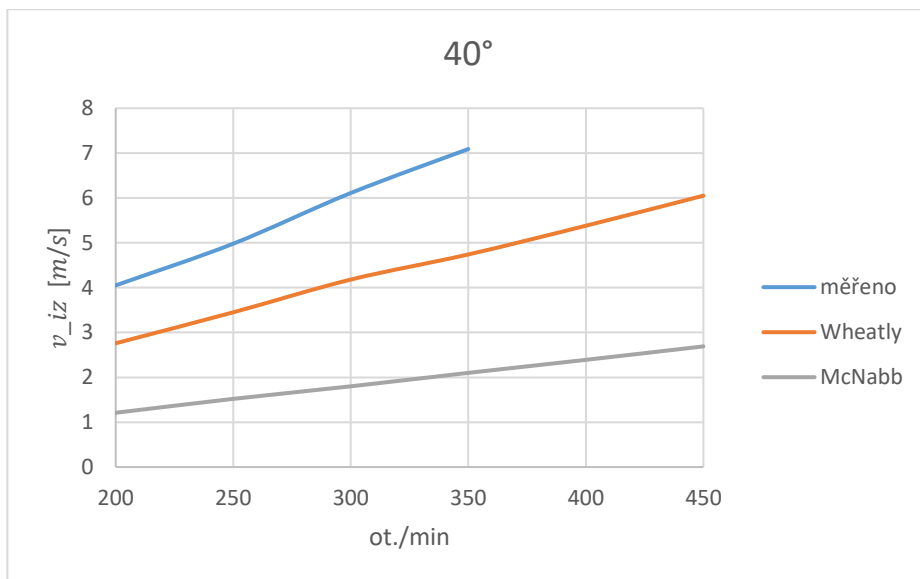
Příloha 19 Průběh indukované rychlosti v závislosti na otáčkách při 30°



Příloha 20 Průběh indukované rychlosti v závislosti na otáčkách při 35°



Příloha 21 Průběh indukované rychlosti v závislosti na otáčkách při 40°



## Zdroje

- [1] Moble Benedict. Fundamental Understanding of the Cycloidal-Rotor Concept for Micro Air Vehicle Applications. PhD thesis, University of Maryland, 2010.
- [2] McNabb, M. L., "Development of a Cycloidal Propulsion Computer Model and Comparison with Experiment," Master of Science Thesis, Mississippi State University, Mississippi, December 2001
- [3] Wheatley, J., "Simplified Aerodynamic Analysis of the Cyclogiro Rotating Wing System," Technical Report 467, National Advisory Committee for Aeronautics, August 1933.
- [4] Wheatley, J. B., and Windler, R., "Wind-Tunnel Tests of a Cyclogiro Rotor," NACA Technical Notes No. 28, May 1935.
- [5] Strandgren, C. B., "The Theory of the Strandgren Cyclogiro," NACA Technical Report Vol. 41, No. 7, Washington D.C., July 1933.
- [6] Jarugumilli, T., "An Experimental Investigation of a Micro Air Vehicle-Scale Cycloidal Rotor in Forward Flight," PhD thesis, University of Maryland, 2013
- [7] Haberman, W. L., and Harley, E. E., "Performance of Vertical Axis (Cycloidal) Propellers Calculated by Tanuguchi's Method", Report No 1564. Department of the Navy, David Taylor Model Basin, Hydromechanics Laboratory Research and Development Report. November 1961.
- [8] Garrick, I. E., "Propulsion of a Flapping and Oscillating Airfoil", Technical Report 567, National Advisory Committee for Aeronautics, 1937, pp. 419–427.
- [9] Theodorsen, T., "General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter", Technical Report 496, National Advisory Committee for Aeronautics, 1935, pp. 413–433.
- [10] Boschma, J., Sullivan, C., "Cycloidal Propulsion for UAVF VTOL Applications," Final Report, 1.-31. October 1998.
- [11] Adams, Z., Benedict, M., Hrishikeshavan, V., and Chopra, I. "Design, development and flight test of a small-scale cyclogyro UAV utilizing a novel cam-based passive blade pitching mechanism," 2013.
- [12] E. Shrestha, M. Benedict, V. Hrishikeshavan, and I. Chopra. Development of a 100 gram micro cyclocopter capable of autonomous hover. Proceedings of the European Rotorcraft Forum, Amsterdam, Netherlands, September 4-7 2012.
- [13] Yun, C. Y., Park, I. K., Hwang, I. S., and Kim, S. J., Thrust Control Mechanism of VTOL UAV Cyclocopter with Cycloidal Blades System, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 16, No. 11–12, December 2005, pp. 937–943.
- [14] Yun, C. Y., Park, I. K., Lee, H. Y., Jung, J. S., Hwang, I. S., and Kim, S. J. "Design of a New Unmanned Aerial Vehicle Cyclocopter," Journal of the American Helicopter Society, Volume 52, Number 1, 1 January 2007, pp. 24-35(12)
- [15] Lee, C. H., Min, S. Y., Kim, Y. S., Lee, J. W., and Kim, S. J. "Design of two-rotored UAV Cyclocopter," 29th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, St. Petersburg, Russia, September 2013
- [16] Kim, S. J., Yun, C. Y., Kim, D., Yoon, Y., and Park, I. "Design and performance tests of cycloidal propulsion systems," 44th IAA/ASME/ASCE/AHS/ASC

Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Norfolk, Virginia, USA. 7-10 April, 2003.

[17] Leger, J.A., Páscoa, J.C., Xisto, C.M. "ANALYTIC MODEL ABLE TO ASSIST IN PARAMETRIC DESIGN OF CYCLOIDAL ROTOR THRUSTERS," Proceedings of ASME 2013 International Mechanical Engineering Congress & Exposition, November 2013

[18] "Material Property Data," World-Wide Web document, [http : //www.matweb.com/search/datasheet](http://www.matweb.com/search/datasheet)

[19] Taniguchi, K., "An Approximate Solution of the Voith-Schneider Propeller", Journal of Zosen Kiokai (Trans. Soc. of Naval Arch. of Japan), Vol. 74, 1944, pp. 153–161.

[20] Taniguchi, K., "Hydrodynamical Investigations of the Blade Wheel Propeller", Journal of Zosen Kiokai (Trans. Soc. of Naval Arch. of Japan), Vol. 88, 1950, pp. 63–74.

[21] Taniguchi, K., "Studies on a Trochoidal Propeller", Doctor of Engineering Thesis, Tokyo University, 1960

[22] Haberman, W. L., and Harley, E. E., "Performance of Vertical Axis (Cycloidal) Propellers Calculated by Tanuguchi's Method", Report No 1564. Department of the Navy, David Taylor Model Basin, Hydromechanics Laboratory Research and Development Report. November 1961.