ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA DOPRAVNÍ

Radim Dvořák

NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ TVARU NAPĚŤOVÝCH PULZŮ PŘI SHPB MĚŘENÍ

Bakalářská práce

2018

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
Fakulta dopravní
d ě k a n
Konviktská 20, 110 00 Praha 1

K618 .....**Ústav mechaniky a materiálů**

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení studenta (včetně titulů):

Radim Dvořák

Kód studijního programu a studijní obor studenta:

B 3710 – DOS – Dopravní systémy a technika

Název tématu (česky): **Numerické modelování tvaru napěťových pulzů při SHPB měření**

Název tématu (anglicky): Numerical modelling of wave shapes during SHPB measurements

Zásady pro vypracování

Při zpracování bakalářské práce se řiďte osnovou uvedenou v následujících bodech:

- Numerické modelování dějů probíhajích během měření s pomocí dělené Hopkinsonovy tyče (SHPB) je nezbytné při návrhu parametrů měření a kalibraci experimentů pro zjišťování dynamických mechanických vlastností materiálů za vysokých rychlostí deformace.
- Vytvořte nástroj pro parametrickou tvorbu numerických geometrických a materiálových modelů komponent SHPB a zkušebních vzorků, jehož výstupem budou příslušné zdrojové kódy pro prostředí LS-DYNA.
- Vytvořte numerický model SHPB zařízení v uspořádání dle Kolskyho.
- Vytvořte automatizační nástroj pro zpracování výsledků simulací umožňující srovnání numerických a experimentálních dat.
- Proveďte numerické simulace SHPB měření se zaměřením na faktory ovlivňující tvar napěťových pulzů.

Rozsah grafických prací: nebyl stanoven

Rozsah průvodní zprávy: minimálně 35 stran textu (včetně obrázků, grafů a tabulek, které jsou součástí průvodní zprávy)

Seznam odborné literatury:

Shukla A. et al., Dynamic Failure of Materials and Structures, Springer, 2010, ISBN: 978-1441904454

LS-DYNA USER'S MANUAL, Vol. I, II, III, LSTC

Shen R. W., Lei G., Introduction to the Explicit Finite Element Method for Nonlinear Transient Dynamics, John Wiley & Sons, 2012, ISBN: 978-0470572375

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Petr Zlámal, Ph. D.**

Ing. Petr Koudelka

Datum zadání bakalářské práce: **15. září 2017**

(datum prvního zadání této práce, které musí být nejpozději 10 měsíců před datem prvního předpokládaného odevzdání této práce vyplývajícího ze standardní doby studia)

Datum odevzdání bakalářské práce: **27. srpna 2018**

a) datum prvního předpokládaného odevzdání práce vyplývající ze standardní doby studia a z doporučeného časového plánu studia
b) v případě odkladu odevzdání práce následující datum odevzdání práce vyplývající z doporučeného časového plánu studia

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE Fakulta dopravní L. S.

prof. Ing. Ondřej Jiroušek, Ph.D.
vedoucí
Ústavu mechaniky a materiálů

prof. Dr. Ing. Miroslav Svítek, dr. h. c.
děkan fakulty

Potvrzuji převzetí zadání bakalářské práce.

Radim Dvořák
jméno a podpis studenta

V Praze dne ..... 15. září 2017

Poděkování

Chtěl bych poděkovat především svému vedoucímu bakalářské práce Petru Koudelkovi za pravidelné konzultace, ochotu problémy rychle řešit a za vysvětlení ovládání pro mě nového softwaru. Dále bych chtěl vyjádřit vděk Tomáši Fílovi, Petru Zlámalovi, Marcelu Adornovi a Janu Faltovi za poskytnuté parametry sestavy SHPB v laboratoři ústavu K618 a především za čas strávený experimenty pro kalibraci mého numerického modelu. V neposlední řadě děkuji svým rodičům a přátelům za psychickou a v případě rodiny i za materiální podporu.

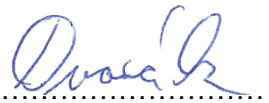
Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci, zpracovanou na závěr studia na ČVUT v Praze Fakultě dopravní.

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o etické přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 13. srpna 2018



.....

podpis

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta dopravní

NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ TVARU NAPĚŤOVÝCH PULZŮ PŘI SHPB MĚŘENÍ

bakalářská práce
srpen 2018
Radim Dvořák

ABSTRAKT

Předmětem této bakalářské práce je shrnutí poznatků a faktů o šíření vlnění jednorozměrným kontinuem, zejména v dlouhých tenkých tyčích, o principech měření metodou SHPB, o technikách tvarování pulzu a okrajově i o metodách numerické mechaniky. Z teoretického úvodu vychází část praktická, kde je vytvořen zdrojový kód pro tvorbu parametrického modelu typické sestavy SHPB pro prostředí LS-DYNA. Redukovaná sestava je pak metodou konečných prvků podrobena citlivostní studii. Nakonec je provedena parametrická studie tvarovače pulzu, která sleduje vliv geometrických vlastností tvarovače na tvar napěťového pulzu a která je včetně s procesů s ní spjatých algoritmizována, čímž je umožněno snadné zpracování výsledků a případné srovnání s experimentálními daty. Primárním výstupem práce jsou výsledky parametrické studie v podobě kvantifikované míry vlivu geometrie tvarovače na změnu tvaru pulzu a automatizační algoritmy pro tvorbu modelů, provedení simulací a vyhodnocení výsledků.

KLÍČOVÁ SLOVA

dělená Hopkinsonova tyč, tvarovač pulzu, parametrická studie, metoda konečných prvků, automatizace simulací

ABSTRACT

The bachelor thesis aims at a summary of findings and facts regarding wave propagation through a one-dimensional continuum, particularly through long slender bars. Furthermore, the work focuses on SHPB principles, techniques of pulse shaping, and finally, on methods of numerical mechanics. The practical part emanates from the theoretical one and offers a source code for creating a parametric model of the typical SHPB configuration for the LS-DYNA environment. The reduced configuration is then, by a finite element method, subjected to a sensitivity analysis. Then, a parametric analysis of a pulse shaper is carried out to reveal the influence of geometric properties of the pulse shaper on wave shapes. The analysis is algorithmized together with the processes involved, and thus, automated processing of results and a comparison with experimental data is enabled. The conclusion of the work thus constitutes of results of the parametric analysis and the amount of influence of pulse shaper's geometric properties on wave shapes. Finally, automation algorithms for creating models, rendering the simulations, and evaluation of outcomes are involved.

KEYWORDS

split Hopkinson pressure bar, pulse shaper, parametric analysis, finite element method, automation of simulations

OBSAH

Obsah 5
Seznam použitých zkratek a veličin 8
1 Úvod 10
2 Teoretický základ 12
2.1 Kritérium hodnocení povahy mechanického děje 12
2.2 Vlnová rovnice 13
2.3 Jevy na rozhraní dvou fází 16
2.4 Odraz od pevného a volného konce 18
2.5 Vlnění v konečné tyči s volnými konci 21
2.6 Náraz tyče na tyč a průběh veličin v narážející tyči 22
2.7 Disperze 24
2.8 Shrnutí kapitoly 2 25
3 Měření metodou SHPB 26
3.1 Stručná historie SHPB 26
3.2 Výstupy SHPB 27
3.3 Popis komponent experimentálního zařízení SHPB 27
3.4 Odvození napětí a poměrné deformace ve vzorku 29
3.5 Verifikace odvozených vztahů 30
3.5.1 Lineární teorie jednorozměrné vlny 30
3.5.2 Rovnoměrné rozložení veličin ve vzorku 30
3.5.3 Zanedbání kinetické energie vzorku 31
3.5.4 Setrvačnost vzorku 33
3.5.5 Tření 33
3.5.6 Disperze 33
3.6 Shrnutí kapitoly 3 34
4 Tvarování incidentní vlny 35
4.1 Kritérium hodnocení rovnováhy napětí 35
4.2 Kritérium prohlášení rychlosti deformace za konstantní 36
4.3 Techniky tvarování incidentní vlny 37
4.3.1 Vliv tvaru narážející tyče 37
4.3.2 Metoda tří tyčí 37
4.3.3 Vložení tvarovače pulzu 37
4.4 Shrnutí kapitoly 4 38

5 Základní principy numerické mechaniky 39
5.1 Diferenciální rovnice jako popis sytému 39
5.2 Statické systémy 42
5.3 Dynamické systémy 45
5.3.1 Obecný tvar pohybových rovnic dynamického systému 46
5.3.2 Diskretizace dynamického systému 46
5.4 Zařazení MKP 51
5.5 Shrnutí kapitoly 5 52
6 Obecné zásady simulací 53
6.1 Přímý náraz narážející tyče na tyč incidentní 53
6.2 Náraz narážející tyče na tyč incidentní s vloženým tvarovačem pulzu 54
7 Výchozí struktura zdrojového kódu 56
7.1 Vstupní parametry 56
7.2 Geometrie a materiály 56
7.3 Diskretizace 56
7.4 Export modelu 56
8 Automatizace simulací a procesů s nimi souvisejících 57
8.1 Množina řešení 57
8.2 Vývojový diagram procedury 58
8.2.1 Preprocessing 59
8.2.2 Solving 60
8.2.3 Postprocessing 61
8.3 Zhodnocení míry automatizace 64
9 Protokoly simulací 65
9.1 Typ studie 65
9.1.1 Název studie 65
9.2 Citlivostní studie 67
9.2.1 Vliv typu geometrické diskretizace 67
9.2.2 Vliv jemnosti geometrické diskretizace 84
9.2.3 Kalibrace modelu porovnáním s experimentem 87
9.3 Parametrická studie 91
9.3.1 Vliv délky PS 94

9.3.2 Vliv průměru PS ... 96
9.3.3 Vliv geometrie PS na tvar pulzu při různých rychlostech deformace ... 98
9.3.4 Vliv rychlosti deformace na dobu náběhu pro různé geometrie PS ... 100
9.3.5 Vliv rychlosti deformace na délku pulzu pro různé geometrie PS ... 103
9.3.6 Vliv rychlosti deformace na míru oscilací napětí pro různé geometrie PS ... 106
10 Závěr ... 109
11 Použité zdroje ... 111
11.1 Literatura ... 111

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A VELIČIN

SHPB	Dělená Hopkinsonova tyč, tlak. varianta (Split Hopkinson pressure bar)
MKP	Metoda konečných prvků
PS	Tvarovač pulzu (Pulse shaper)
LSS	Lokální souřadný systém
GSS	Globální souřadný systém
F	Síla
$F_{(t)}$	Síla závislá na čase
$\dot{F}_{(t)}$	Změna síly
f_n	Vnější síla
f	Hustota povrchové síly
t	Čas
L	Délka
v	Rychlost
c	Rychlost vlnění
T	Perioda
f, g	Vlnové funkce
x, y, z	Polohová souřadnice
$\dot{x}$	Okamžitá rychlost hmotného bodu
$\ddot{x}$	Okamžité zrychlení hmotného bodu
u	Posun
$\dot{u}$	Rychlost částice
ε	Deformace
$\dot{\varepsilon}$	Rychlost deformace
r_n	Polohový vektor
$\dot{r}_n$	Změna polohového vektoru v čase
$\ddot{r}_n$	Rychlost změny polohového vektoru v čase
ω_0	Vlastní úhlová frekvence
ω_b	Úhlová tlumící frekvence
R_M	Vektor elementárních sil setrvačnosti
R_B	Vektor elementárních sil tlumení
R_K	Vektor elementárních sil vnitřních
R	Vektor zatížení
V	Objem
m	Hmotnost
S	Plocha
A	Plocha průřezu
σ	Napětí
p	Tlak
D	Průměr
r	Poloměr
H	Impulz hybnosti
ρ	Měrná hmotnost

E	Youngův modul pružnosti
G	Smykový modul pružnosti
μ	Poissonovo číslo
K	Tangeciální modul
σ_k	Mez kluzu
c_r	Koeficient odrazu
c_t	Koeficient přenosu
E_M	Celková energie
E_k	Kinetická energie
U	Deformační energie
$N_{(x)}$	Průběh normálových sil
$T_{(x)}$	Průběh tečných sil
$M_{(x)}$	Průběh ohybového momentu
$q_{(x)}$	Průběh zatížení
$[K]$	Matice tuhosti statického systému
$[T]$	Transformační matice
$[m]$	Matice hmotnosti
$[b]$	Matice útlumu
$[k]$	Matice tuhosti dynamického systému
L_n	Délka narážející tyče
L_i	Délka Incidentní tyče
L_s	Délka vzorku
ε_I	Incidentní pulz
ε_R	Odražený pulz
ε_T	Výstupní pulz
s	Dráha vlny
t_p	Délka pulzu
t_d	Doba náběhu napětí na teoretickou hodnotu
t_t	Délka simulovaného děje
t_{D3}	Interval výstupu simulace
$R_{(t)}$	Index rovnováhy napětí
n	Počet
α	Úhel
Δ	Rozdíl
ΔX	Elementární veličina
$\bar{X}$	Veličina vyjádřená v LSS
$\mathcal{M}$	Množina řešení
m	prvek množiny řešení
BAT	Dávkový soubor systému Windows
TXT	Textový soubor
PNG	Grafický soubor
CD	Kompaktní disk
$(\alpha), (\beta) \ldots (\omega)$	Primární vazby algoritmu procedury parametrické studie

1 ÚVOD

Numerické modelování rychlých dynamických dějů je v současnosti důležitým nástrojem pro dimenzování částí strojů i konstrukcí. Oproti experimentům, jejichž výstupem může být stanovení kvazistatických materiálových vlastností (mez kluzu, pevnosti aj.), ale i vlastností dynamických (vlastní frekvence a tvary, odezva konstrukce aj.) je numerické testování velmi výhodné. Nedochází ke spotřebě cenného materiálu a ušetřené finance se mohou pro výzkum a vývoj lépe využít. Virtuální experimenty umožňují komplexnější sady testů, než zkušební stroje. Rozdílnost úspory času mezi změnou číselného parametru, geometrie konečně-prvkového modelu, popř. přeuspořádání částí modelu na jedné straně a reálnou změnou na zkušebním stroji je evidentní. Časová úspora je adekvátním argumentem zvláště u parametrických simulací (kapitola 9.3), tj. simulací, kdy se s každým výpočtem mění pouze jeden parametr.

Numerické modelování však sebou nese také řadu komplikací. Je nutná validace modelu a verifikace výsledků. Kvalita a relevantnost výstupu je pak přímo úměrná znalostem výpočtáře, který simulace provádí. Znalostmi se rozumí samozřejmě schopnost ovládat softwarové nástroje, ale především hlubší znalosti daného oboru (v tomto případě mechaniky a numerické matematiky). Zmíněná validace může proběhnout ideálně porovnáním s řešením v uzavřeném tvaru, popř. ověřením ručním výpočtem řešení zjednodušené formulace problému nebo alespoň odhadnutím hodnoty na výstupu. Výpočtář musí mít představu o přibližném výsledném kvalitativním rozložení veličin, výpočtové programy pak tyto veličiny kvantifikují. Z tohoto důvodu je přibližně polovina této práce zpracována jako teoretické pojednání, které poskytuje nezbytné znalosti pro numerické modelování tvarovače pulzu. Druhý zmíněny pojem, verifikace výsledků, se provádí za účelem ověření správnosti inverzně určených mechanických vlastností. Je nutné porovnávat výstupy s výsledky reálného experimentu a model zpětně kalibrovat.

V kapitole 2 jsou shrnuty teoretické znalosti o šíření vln kontinuem. Pochopení rozdílu mezi statickým a dynamickým dějem (šíření napětí a deformace v čase) je klíčové pro porozumění testování metodou dělené Hopkinsonovy tyče (SHPB). Kapitola 3 obsahuje věcný popis metody SHPB formou aplikace poznatků a faktů z kapitoly předešlé. Čtenář je seznámen s principem měření napěťových pulzů, jeho účelem a výstupy a v neposlední řadě s nedostatky vzniklými aplikováním zjednodušené teorie šíření vlny, s efektem disperze a s vlivem zanedbání dalších vlastností reálného modelu. Kapitola 4 popisuje hlavní zásady měření (rovnováhu napětí, konstantní rychlost deformace) a již konkrétní metody tvarování napěťových pulzů. Je osvětlen princip tvarovače pulzu a důsledky jeho použití. Kapitolou 5 je nastíněn rámcový vhled do metod numerické mechaniky a popis základních principů

výpočtů. Jsou rozlišeny statické a dynamické systémy, je demonstrována jejich neúměrně rozdílná náročnost výpočtu.

Kapitola 6 je první kapitolou praktické části. Pojednává o dvou dále použitých sestavách SHPB, tj. o sestavě bez tvarovače pulzu a s vloženým tvarovačem, a o základních parametrech modelů. Kapitola 7 stručně popisuje strukturu modelu z hlediska modelování v prostředí konečně-prvkového softwaru, tzn. hlavní zdrojový kód modelů dále použitých. Kapitola 8 popisuje řád průběhu parametrické studie (kapitola 9.3) a uceluje systematický postup v podobě popsání algoritmu její přípravy, provedení a vyhodnocení. Pomocí vývojových diagramů je rozepsán automatizační nástroj a v závěru je zmíněna možnost jeho přechodu na vyšší verzi v podobě aplikace. Kapitola 9 je pak souborem protokolů všech simulací. Tvoří dvě obsáhlé podkapitoly – citlivostní a parametrickou studii. V rámci citlivostní studie je model optimalizován a kalibrován porovnáním s daty z reálných experimentů pro efektivní studii parametrickou, která zahrnuje 130 simulací redukované sestavy SHPB o výpočetním čase běžného počítače v řádech dní a úložném prostoru 1 TB. Cílem práce je určit kvalitativní vliv parametrů tvarovače pulzu a vliv dopadové rychlosti na tvar napěťové vlny a kvantifikovat míru tohoto vlivu. Výsledky jsou shrnuty vždy v závěru daného protokolu.

2 TEORETICKÝ ZÁKLAD

Pochopení problematiky testování SHPB vyžaduje znát její fyzikální podstatu. V kapitole 2 jsou shrnuty základní poznatky, bez kterých nelze modelovat tvarovače pulzu, čehož se týká podstatná část této práce. Základy teorie pružnosti, statiky a dynamiky jsou považovány za známé a nejsou předmětem textu této práce. Mnoho vztahů a myšlenkových postupů se na tyto odvětví mechaniky odvolává.

2.1 Kritérium hodnocení povahy mechanického děje

Prostup jakékoli změny mechanické veličiny neboli mechanického vzruchu (vlny) tělesem zabere určitý čas. Prostředí, kterým se vzruch šíří, má dva hlavní atributy – deformovatelnost a setrvačnost. Bez schopnosti deformace by došlo k náhlé akceleraci tělesa jako celku. Bez setrvačnosti částic by se vzruch šířil nekonečně rychle. Na základě těchto faktů je nyní možné obor mechaniky rozdělit na dva podobory – statiku a dynamiku.

Nejjednodušší případ je vzrušení systému, který byl v klidu, je homogenní, izotropní a lineárně elastický. Nechť síla $F_{(t)}$ je proměnná v čase, a to tak, že ke značným změnám této síly dojde během t_a (obr. 1). Pak o statický, či kvazi-statický děj probíhající v tělese o délce L se jedná při

$$t_a \gg \frac{L}{c} \quad ; \tag{2.1}$$

kde c je rychlost šíření vlny, a o dynamický při

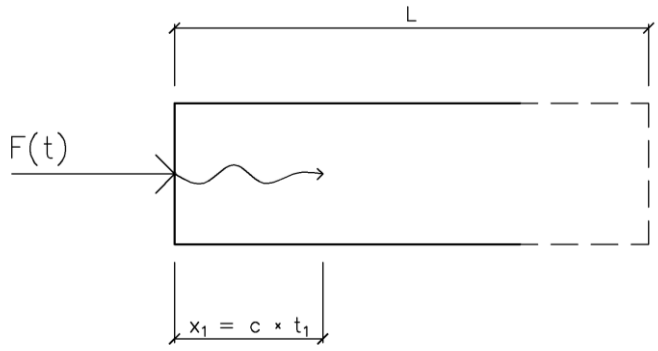
$$t_a \sim \frac{L}{c} \quad . \tag{2.2}$$

Za značnou změnu působící síly $F_{(t)}$ se považuje např. náraz nebo exploze. Statika v dynamiku přechází tehdy, když změna síly v působišti je rychlejší než její samotný prostup na druhý konec tělesa. K tomu dojde spíše při pomalém šíření vlny, nebo pokud má těleso velké rozměry. Matematicky je možné zapsat, že pro

$$\frac{x}{c} \cdot \frac{\dot{F}_{(t)}}{F_{(t)}} \ll 1 \tag{2.3}$$

se jedná o statiku, zatímco při velké vzdálenosti x, radikální změně síly $\dot{F}_{(t)}$ vzhledem k její velikosti $F_{(t)}$ popř. malé rychlosti vlnění c o dynamiku. [1]

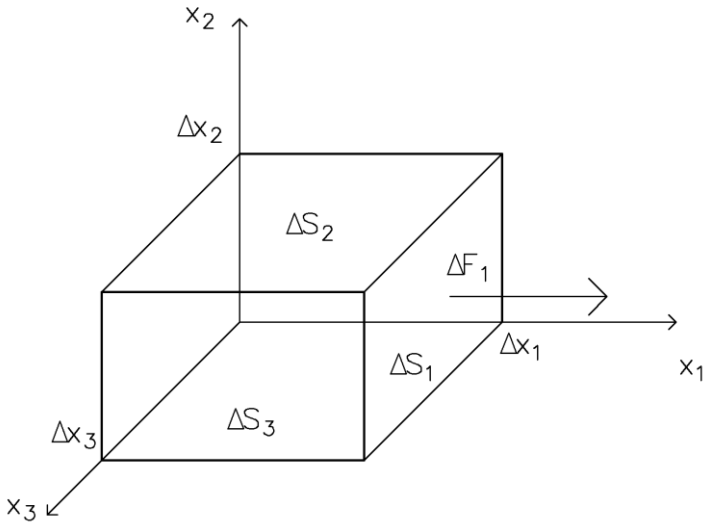
Ve statice je proměnná jen polohový vektor, v dynamice je další proměnnou čas. Vlna se šíří rychlostí c. Částice o polohové souřadnici $x = x_1$ zůstává v klidu, dokud neuplyne čas $t = t_1 = x_1/c$ (obr. 1).



Obrázek 1: Působení síly $F_{(t)}$ závislé na čase a šíření vzruchu

2.2 Vlnová rovnice

Odvození je převzato ze skript [2]. Budiž elementární kvádr o objemu $\Delta V = \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3$, hmotnosti Δm a hustotě ρ vyjmutý z kontinua (obr. 2).



Obrázek 2: Elementární objem ΔV

Kvádr je zatížen elementární sílou ΔF_1. Působení síly ΔF na elementární plochy ΔS vyjadřuje veličina tlaku (napětí)

$$\vec{p} = \frac{\Delta F}{\Delta S} \quad .$$

(2.4)

Elementární síla ΔF_1 působí na kvádr šesti různými způsoby (na 6 stěn kvádru, neboli dvěma normálovými silami a čtyřmi tečnými). Jelikož platí součtové podmínky a zákon o sdružených napětích smykových, účinky síly ΔF_1se dají shrnout do vektoru napětí o třech složkách

$$\sigma_{ki} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta F_i}{\Delta S_k} \quad ;$$

(2.5)

kde $k = 1, 2, 3$ a $i = 1$. Index i vypovídá o směru působení síly a index k o orientaci elementární plochy. Napětí σ_{11} je normálové, napětí σ_{21}, σ_{31} jsou tečná.

Budiž zavedena veličina hustoty obecné povrchové síly ΔF

$$\vec{f} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta V} \quad .$$

(2.6)

Pro její složku ve směru x_1 platí

$$f_1 = \lim_{\substack{\Delta x_1 \to 0 \\ \Delta S_1 \to 0}} \frac{\Delta F_1}{\Delta S_1 \Delta x_1} + \lim_{\substack{\Delta x_2 \to 0 \\ \Delta S_2 \to 0}} \frac{\Delta F_1}{\Delta S_2 \Delta x_2} + \lim_{\substack{\Delta x_3 \to 0 \\ \Delta S_3 \to 0}} \frac{\Delta F_1}{\Delta S_3 \Delta x_3} \quad ;$$

$$f_1 = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_3} \quad .$$

(2.7)

Obdobně lze dospět i ke složkám f_2 a f_3, obecně je možné hustotu povrchové síly vyjádřit jako sumu složek

$$f_i = \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial \sigma_{ki}}{\partial x_k} \; ; i = 1, 2, 3 \quad .$$

(2.8)

Hookeův zákon pro jednotlivé směry od působení síly ΔF_1zní

$$\sigma_{11} = E \, \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \quad ;$$

$$\sigma_{12} = G \, \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \quad ;$$

$$\sigma_{13} = G \, \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \quad ;$$

(2.9)

kde E a G jsou moduly pružnosti a u posun. Derivací (2.9) a rovností s (2.8)

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} = E\,\frac{\partial^2 u_1}{\partial {x_1}^2} \quad ;$$

$$\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} = G\,\frac{\partial^2 u_2}{\partial {x_1}^2} \quad ;$$

$$\frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} = G\,\frac{\partial^2 u_3}{\partial {x_1}^2} \quad .$$

(2.10)

A konečně popsáním zrychlení elementu dle druhého Newtonova zákona

$$\Delta\vec{F} = \Delta m\,\vec{a} \quad ;$$

$$\vec{f} = \rho\,\vec{a} \quad ;$$

$$\vec{f} = \rho\,\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad ;$$

(2.11)

kde Δm je elementární hmotnost a $\vec{a}$ zrychlení elementu. Pro jednoduchost lze předpokládat, že $\vec{f}$ (2.11) působí kolmo na elementární plochu ΔS_1, pak porovnáním (2.11) s (2.7)

$$\rho\,\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial \sigma_{ki}}{\partial x_k}\,; i = 1,2,3 \quad .$$

(2.12)

Dosazením (2.9) a rozepsáním vektorové rovnice vznikají vztahy

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial {x_1}^2} = \frac{\rho}{E}\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \quad ;$$

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial {x_1}^2} = \frac{\rho}{G}\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \quad ;$$

$$\frac{\partial^2 u_3}{\partial {x_1}^2} = \frac{\rho}{G}\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \quad ;$$

(2.13)

což jsou vlnové rovnice pro šíření vlnění ve směru osy x_1. V jednom směru se šíří jedno vlnění podélné a dvě příčné. Dále je bráno v úvahu pouze vlnění podélné. Tento zjednodušený pohled na šíření vlnění se nazývá lineární teorií jednorozměrné vlny, která je

aplikovatelná např. na dlouhé tenké tyče. Řešením první rovnice (2.13) je předpis pro výchylku v libovolném místě a čase x a t

$$u_{(x,t)} = \mathit{f}\left(t - \frac{x}{c}\right) + \mathit{g}\left(t + \frac{x}{c}\right) \quad .$$

(2.14)

Rovnice (2.14) představuje superpozici dvou proti sobě jdoucích vln f a g. Dále z (2.13) plyne vztah pro rychlost vlny

$$c_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad ;$$

$$\left(c_2 = c_3 = \sqrt{\frac{G}{\rho}}\right) \quad .$$

(2.15)

Nechť je pro přehlednost normálové napětí σ_{11} značeno σ. Úpravou a analýzou (2.9), (2.14), (2.15) lze dospět k výrazu (2.16). Tento vztah je možné odvodit i jednodušeji pomocí vyjádření impulzu hybnosti předaného nárazem tělesa na těleso jiné s předpokladem (který je fakt, ale pro jednoduchost zde nebude dokázán), že rychlost částic $\dot{u}$ bezprostředně po nárazu je poloviční oproti rychlosti nárazové. Tento fakt plyne nepřímo z kapitoly 2.6. Odvození je uvedeno v pomocných výpočtech praktické části 9.2.1.4 při určování teoretické hodnoty napětí po nárazu.

$$\sigma = \rho\, c\, \dot{u}$$

$$\frac{\sigma}{\dot{u}} = \rho\, c = konst.$$

(2.16)

Veličina $\dot{u}$ je rychlost částice, nikoli vlny (2.15) a $\rho\, c$ je materiálová konstanta mechanická impedance. Tato konstanta je velmi důležitá pro další studium chování vlny na rozhraní dvou fází.

2.3 Jevy na rozhraní dvou fází

Budiž tlaková vlna f. Na rozhraní dvou fází charakterizovaných mechanickou impedancí při šíření vlny f dojde k obecně známému jevu (obr. 3). Vlna se jednak odrazí jako vlna g, a také projde rozhraním jako vlna h. O kvantitativním rozložení napětí σ které „nese“ vlna f mezi vlny g a h rozhodují koeficienty odrazu c_r a přenosu c_t (2.17). Tyto koeficienty jsou vyjádřeny pomocí (2.16).

$$c_r = \frac{\frac{\rho^A c^A}{\rho c} - 1}{\frac{\rho^A c^A}{\rho c} + 1}$$

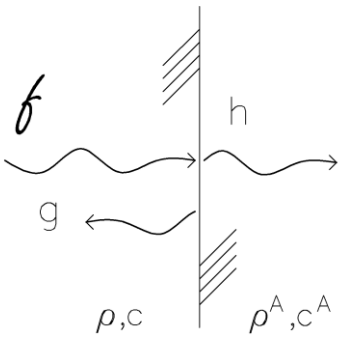
$$c_t = \frac{\frac{\rho^A c^A}{\rho c}}{\frac{\rho^A c^A}{\rho c} + 1}$$

(2.17)

Rozdělení napětí σ „od vlny“ f pak proběhne podle výrazů (2.18).

$$\sigma_r = c_r \, \sigma_{(f)}$$
$$\sigma_t = c_t \, \sigma_{(f)}$$

(2.18)



Obrázek 3: Odraz a průchod vlnění rozhraním

Výrazy (2.17) přehledně v grafu (obr. 4) nastolují čtyři základní situace:

a) $\frac{\rho^A c^A}{\rho c} = 0$

$$c_r = -1$$
$$c_t = 0$$

(2.19)

Dojde k úplnému odrazu. Nastane, pokud je druhé prostředí vakuum. Tlaková vlna se mění v tahovou.

b) $0 < \frac{\rho^A c^A}{\rho c} < 1$

$$-1 < c_r < 0$$
$$0 < c_t < 1$$

(2.20)

Toto je typická situace pro testování pomocí SHPB. Odražená vlna je tahová, prostupující tlaková. Bude podrobněji rozebráno v dalších kapitolách.

c) $\frac{\rho^A c^A}{\rho c} = 1$

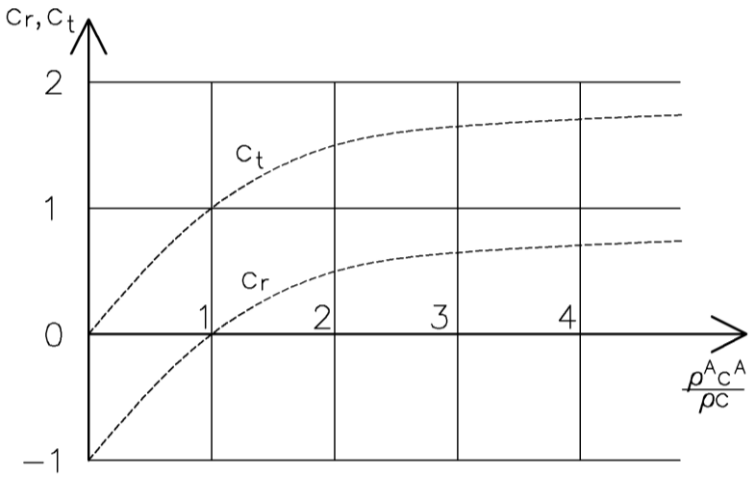
$$c_r = 0$$
$$c_t = 1 \tag{2.21}$$

Prostředí splývají a rozhraní vymizí, vlna celá prostupuje jako tlaková.

d) $1 < \frac{\rho^A c^A}{\rho c}$

$$c_r > 0$$
$$c_t > 1 \tag{2.22}$$

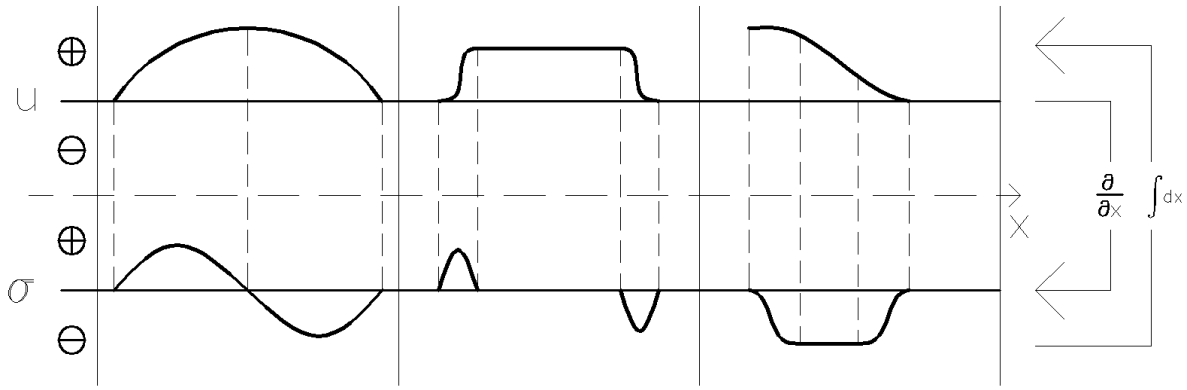
Část vlny se přemění na odraženou a část na prostupující. Obě však budou tlakové.



Obrázek 4: Hodnoty koeficientů odrazu a přenosu a jejich vzájemná závislost

2.4 Odraz od pevného a volného konce

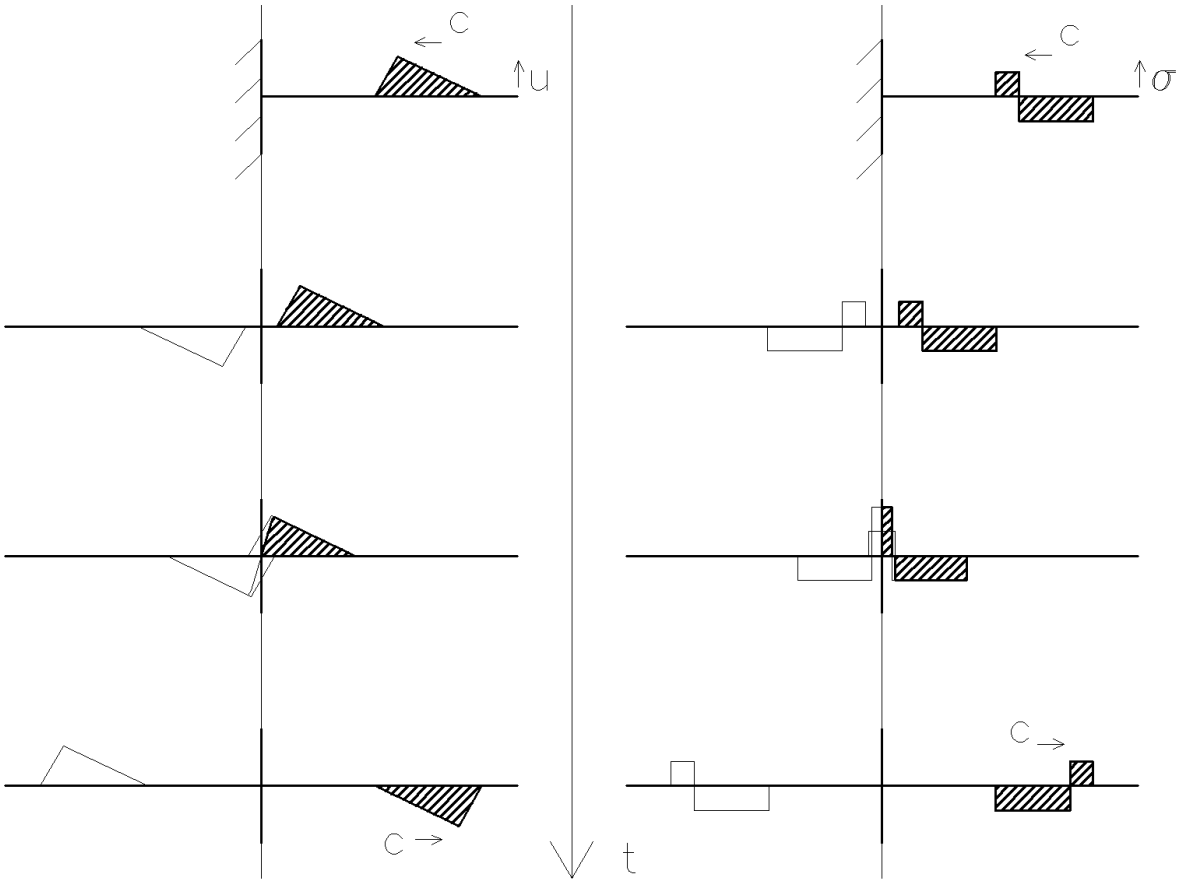
Odraz podélného vlnění od pevného nebo volného konce je analogií příčného vlnění struny. Proces odrazu na konci je považován za popsaný, pokud je znám časový průběh napětí a posunů. Tyto dvě veličiny spolu souvisí podle Hookeova zákona. Výraz (2.9) tvrdí, že napětí je přímo úměrné derivaci posunu, resp. posun je úměrný hodnotě integrovaného napětí v daném bodě x za čas t. Se znalostí řešení monotonie funkce a jejích extrémů lze lehce odvodit vztah mezi tvarem napěťové vlny a posunu (obr. 5). Třetí případ je typický pro testování metodou SHPB, podrobněji v dalších kapitolách.



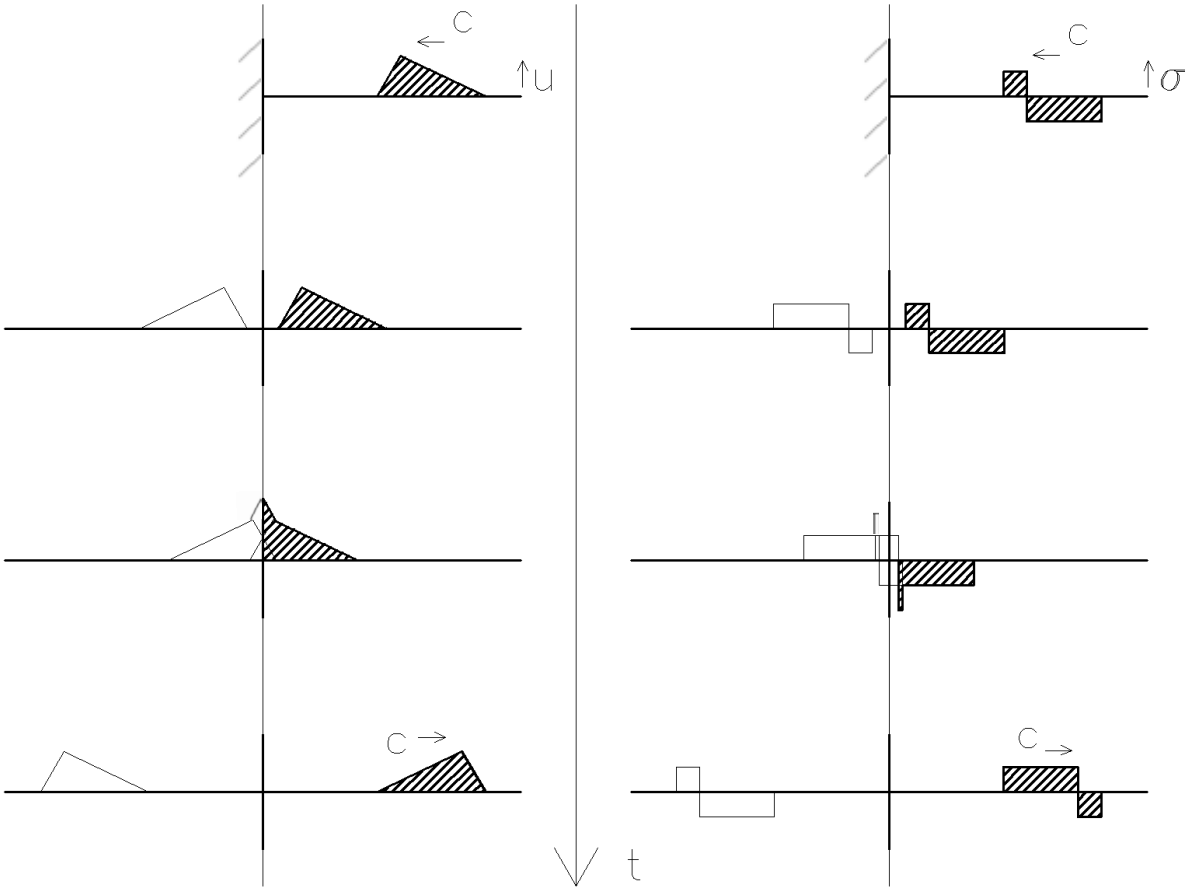
Obrázek 5: Grafické znázornění vztahu mezi posuvem a napětím

Posunutí na konci lze určit analyticky podle (2.14), napětí dle (2.9). Grafická interpretace průběhu posunu na pevném konci (obr. 6) se dá řešit superpozicí s fiktivním posuvem opačné orientace, který se šíří z opačného směru. Posun je pak ve vetknutí nulový, což je samozřejmé. Průběh napětí na pevném konci je získán opět superpozicí, a to s napětím stejné orientace, které se šíří z opačného směru. Maximální napětí je pak dvojnásobné, tlak zůstává tlakem, tah tahem.

Pro volný konec se postupuje analogicky (obr. 7), ale se změněnou orientací protisměrných vln, než jak tomu bylo v minulém případě. Maximální posun je pak dvojnásobný a napětí na volném konci zcela vymizí. Tah se mění v tlak a naopak.



Obrázek 6: Grafická metoda řešení odrazu vlny od pevného konce (grafické řešení inspirované dle [3])

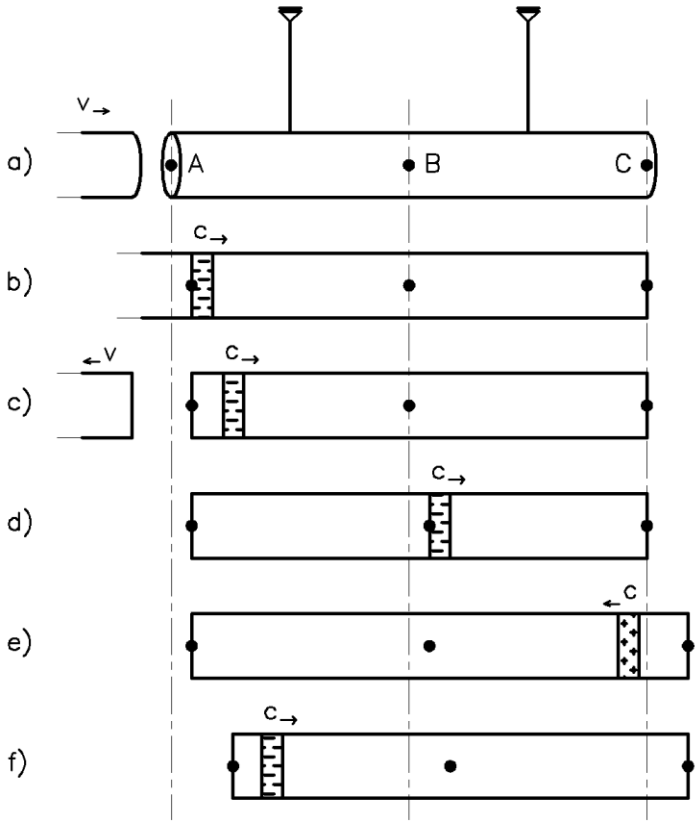


Obrázek 7: Grafická metoda řešení odrazu vlny od volného konce (grafické řešení inspirované dle [3])

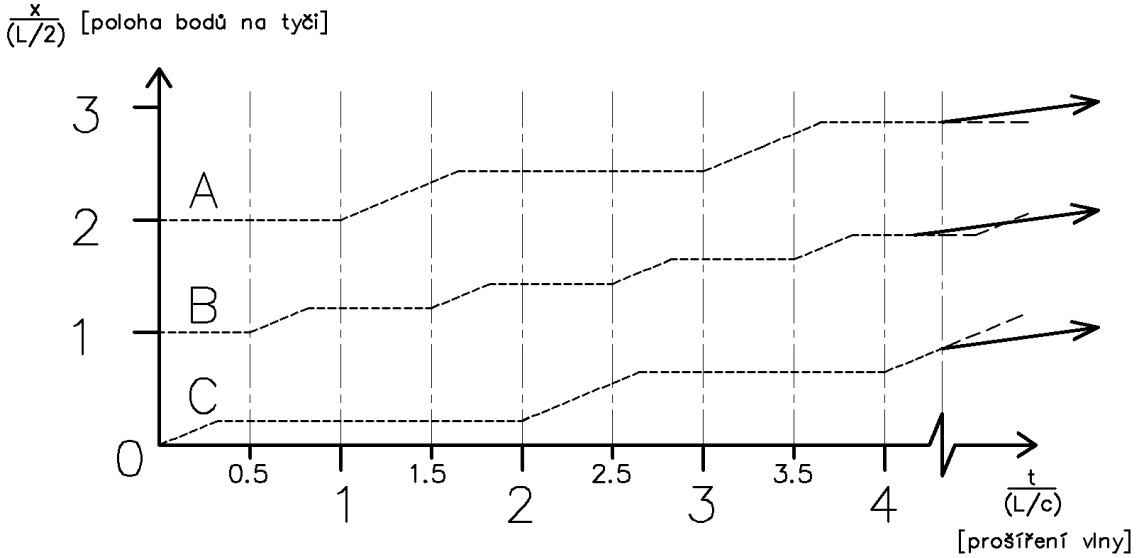
2.5 Vlnění v konečné tyči s volnými konci

Nechť existuje konečná tyč délky L, zavěšená na tuhých závěsech uchycených v posuvných kloubech se dvěma volnými konci (obr. 8a). Budiž na levém konci vyvolána tlaková síla (obr. 8b), např. nárazem jiné tyče. Předmětem pozorování bude rozložení napětí po délce tyče. Bod A se bude posouvat, dokud bude síla působit. Po odtažení narážející tyče (obr. 8c) bod A setrvá ve své konečné poloze a dlouhou tyčí se bude šířit tlaková vlna napětí rychlostí c. Po projití vlny bodem B (obr. 8d) dojde též i k jeho posunu (ekvivalentnímu bodu A). Na volném konci v bodě C dojde k odrazu (obr. 8e), který je popsán v předchozím odstavci podle obrázku 7. Posun v bodě C bude tedy dvojnásobný než v bodech A a B a vlna se z tlakové přemění v tahovou, prostoupí tyčí zpět k počátku, posune bod B, od volného konce se opět odrazí (obr. 8f), tah se přemění v tlak. Tento stav odpovídá (obr. 8a) a cyklus se periodicky opakuje. Celou situaci lze shrnout do normalizovaného grafu dráha čas (obr. 9).

Ve skutečných podmínkách, kde působí tlumení a disperze, cyklus časem vymizí, dojde k „rozprostření“ vlny a celá tyč se pohybuje rovnoměrně přímočaře dle impulzu hybnosti od narážející tyče. V grafu (obr. 9) se toto projeví narovnáním lomených křivek.



Obrázek 8: Chování volně ložené tyče zatížené mechanickou vlnou



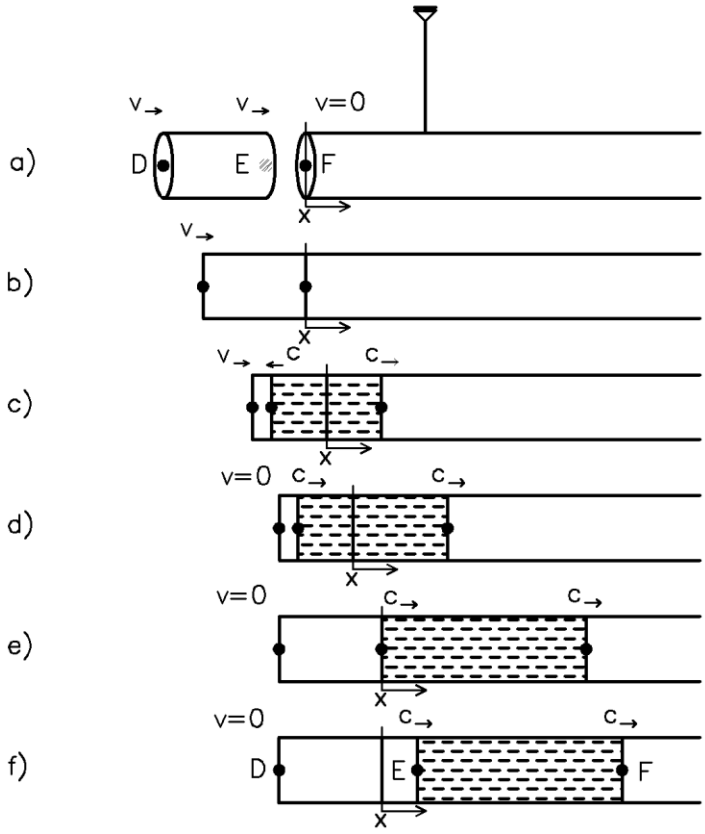
Obrázek 9: Posuv bodů A, B, C na tyči v čase

2.6 Náraz tyče na tyč a průběh veličin v narážející tyči

Budiž modelový příklad z předchozí kapitoly (obr. 8a) a nechť je pozornost zaměřena na narážející tyč. Dále nebude narážející tyč nijak časovaně nebo nuceně odtahována a soustava se tak bude chovat přirozeně bez působení vnějších vlivů. Počátek souřadnic,

vzhledem ke kterému se bude určovat rychlost, je umístěn na čelo druhé tyče (obr. 10a). Bod D je pevně spjatý s levým okrajem narážející tyče, fiktivní bod E je umístěný na druhém konci tyče narážející a druhý fiktivní bod F na čele tyče druhé. Nechť mají body E a F vlastnost takovou, že po nárazu tyčí budou vždy na rozhraní nulového a nenulového napětí, budou „tlačeny“ vlnou, na počátku nárazu bod E proti směru pohybu a bod F ve směru pohybu narážející tyče. Narážející tyč se pohybuje rychlostí v. V čase nárazu body E a F splynou (obr. 10b), na rozhraní vzniknou dle třetího Newtonova zákona dvě stejně veliké, opačně orientované síly a oběma tyčemi se začne šířit tlaková vlna (body E a F) rychlostí c. Bod D má stále rychlost v (obr. 10c). Jakmile vlna narážející tyčí prostoupí až k jejímu čelu, dojde k odrazu na volném konci (obr. 7). Nicméně v čase odrazu působí na čelo narážející tyče setrvačná síla, která kompenzuje kinetickou energii vlny (energie vln bude podrobněji rozebrána v kapitole o SHPB), která je poloviční energií energie celkové. Posun nebude dvojnásobný, ale jednotkový, tlaková vlna se mění na stav bez napjatosti a toto pomyslné rozhraní unáší bod E rychlostí c již ve směru pohybu soustavy (obr. 10d). Bod D má od tohoto okamžiku konečnou, nulovou rychlost. Vlna se dále šíří rychlostí c, je ohraničená body E a F (obr. 10e) a (obr. 10f). Druhá tyč se bude chovat podle obrázku 8. Celková délka vlny odpovídá dvojnásobku délky narážející tyče.

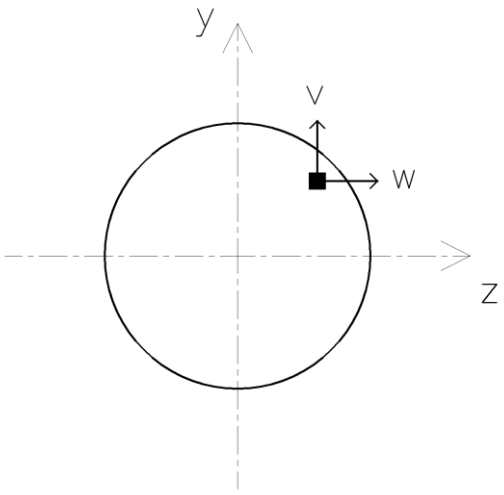
A tedy na druhé tyči existuje místo, kde nedochází k superpozici s vlnou odraženou od volného konce jen za předpokladu, že druhá tyč je více jak dvojnásobně delší, oproti tyči narážející. Toto je důležitý fakt pro měření metodou SHPB.



Obrázek 10: Průběh napětí v narážející a naražené tyči

2.7 Disperze

Na obrázku 9 je znázorněno a v příslušném odstavci uvedeno, že po určité době vlna vymizí a tyč se poté bude pohybovat rovnoměrně přímočaře. Hlavním činitelem tohoto jevu je disperze. Disperze neboli rozptyl vlnění je způsobený závislostí rychlosti vlny c na její frekvenci. Každý pulz se dá Fourierovou transformací rozložit na konečný počet superponovaných sinusoid a cosinusoid (výjimkou je obdélníkový pulz, ten lze rozložit na nekonečně mnoho). Každá část vlny se tedy šíří jinou rychlostí a dochází pak při superponování vůči sobě posunutých vln k oscilacím a nehladkému průběhu vlny až k jejímu rozprostření a vymizení. Dalším nezanedbatelným faktorem je setrvačnost hmoty tyče ve směru os rovnoběžných s průřezem tyče. Všechny dosud uvedené výrazy a modely se týkaly jednorozměrného prostoru, který neodpovídá skutečnosti. V důsledku platnosti Poissonova zákona dochází k posunu elementů hmoty tyče ve zmíněných osách y, z (obr. 11), na které pak působí setrvačné síly, a tedy vzniká tangenciální napětí. Vliv na šíření vlny je markantní zvlášť při nižší štíhlosti tyče [4].



Obrázek 11: Průřez cylindrické tyče s elementem hmotnosti zatíženým radiální setrvačnou silou

2.8 Shrnutí kapitoly 2

Byl vysvětlen rozdíl mezi statickým a dynamickým dějem. Při dynamickém ději je na rozdíl od statického nutné vyjádřit veličiny ne jen v prostoru, ale i v čase. Dále byla odvozena vlnová rovnice a tím popsána jednorozměrná mechanická vlna šířící se lineárně elastickým prostředím. Byly popsány a kvantifikovány jevy probíhající na rozhraní dvou fází – prostup a odraz. Byly vysvětleny a graficky znázorněny speciální případy těchto jevů – odraz na pevném a volném konci. Dále byl pomocí obrázků popsán pohyb vlny v konečné tyči s volnými konci a bylo znázorněno rozložení deformace a napětí během nárazu tyče na tyč. V poslední kapitole byla nastíněna nedokonalost matematického popisu z hlediska disperze. Obsah kapitoly 2 shrnuje základní znalosti nutné ke správnému pochopení principu měření metodou SHPB.

3 MĚŘENÍ METODOU SHPB

Experimentální zařízení SHPB slouží ke stanovení vlastností materiálů při dynamickém zatěžování. Smysl a princip používání je popsán v následujících odstavcích. Vychází se z kapitoly 2, text se odvolává na výrazy dříve odvozené.

3.1 Stručná historie SHPB

Tabulkové hodnoty materiálových vlastností (mez pevnosti, mez kluzu apod.) vycházejí obvykle z kvazi-statických experimentů. Problém je, že tyto materiálové konstanty ve skutečnosti konstantní nejsou. V případě dynamických zatížení jsou tyto konstanty zpravidla závislé na rychlosti deformace. Bylo by např. chybou dimenzovat přední část automobilu na náraz s využitím prostého statického zatížení. Při čelním nárazu jsou deformace velmi rychlé a je třeba vůz dimenzovat i na dynamické účinky během nárazut. Za účelem najít závislosti mezi rychlostí deformace a materiálových vlastností bylo vyvinuto několik experimentálních zařízení. Jedním z nich je právě tlaková dělená Hopkinsonova tyč.

Pojmenování Hopkinsonova je památkou na fyzika Johna Hopkinsona (1849-1898) a jeho syna Bertrama Hopkinsona (1874-1918). Experimenty těchto dvou fyziků prokázaly, že se materiálem šíří po nárazu tlaková vlna. Nicméně toho času bylo prakticky nemožné naměřit hodnoty napětí. Bertram dokázal v roce 1914 sestrojit zařízení, které bylo schopno vlny zaznamenávat na principu kyvadla. Používal válcovou tyč, na jejímž jednom konci došlo k nárazu od jiné tyče a na druhý konec doléhala zavěšená další krátká tyč. Podle vychýlení tohoto kyvadla bylo možné určit jeho po-nárazovou hybnost. Kombinací různých délek tyčí se dá měnit délka předané vlny a sledováním a analýzou pohybů všech tyčí se pak dá sestrojit graf závislosti napětí na čase. Tuto techniku později v roce 1948 zdokonalil Davis (1903-1958) a popsal disperzi v dlouhých tyčích. Jako první zkonstruoval SHPB v roce 1949 Herbert Kolsky (1917-1992). Kolsky ve své práci popsal mnoho problematik aplikované fyzikální teorie SHPB do detailů. K měření vln používal kondenzátorový mikrofon – vlny rozechvívají membránu připojenou do elektrického obvodu jako jednu z desek kondenzátoru. Kapacita kondenzátoru se pak mění podle vychýlení membrány a tím se mění i výstupní napětí. Doporučil také ošetření kontaktních čel tyčí mazivem za účelem eliminace nepříznivého tření. Charakterizoval radiální setrvačnost, která má vliv na disperzi. [4]

Po Kolském další fyzici metodu SHPB stále zdokonalovali až do dnešní podoby. Kromě tlakových vln je možné na modifikovaných sestavách generovat i vlny tahové a krutové. [4]

3.2 Výstupy SHPB

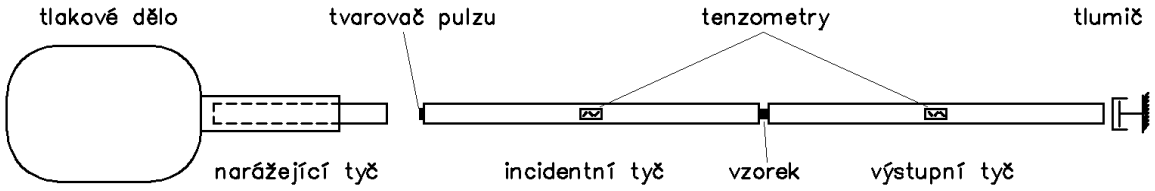
Výstupem kvazistatického zatěžování je pracovní diagram, z kterého se určují materiálové konstanty. Výstupem metody SHPB je soubor takovýchto pracovních diagramů, kde proměnným parametrem je rychlost deformace (3.1).

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad ; \tag{3.1}$$

kde ε je relativní deformace. Ze souboru pracovních diagramů je pak možné stanovit empirické vztahy mezi materiálovými konstantami a rychlostí deformace.

3.3 Popis komponent experimentálního zařízení SHPB

Představení všech komponent (obr. 12) je nejnázornější na popisu průběhu experimentu s typickým zařízením SHPB.



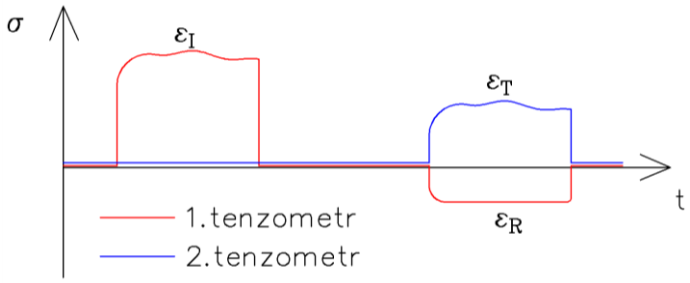
Obrázek 12: Typická sestava SHPB

Testovaný vzorek se umístí mezi dvě zpravidla stejně dlouhé tyče – incidentní a výstupní. Tyče se pro měření napěťových vln osadí tenzometrickými snímači. Narážející tyč o délce L_n se zasune do hlavně tlakového děla. To se začne plnit vzduchem (pomocí kompresoru). Po dosažení požadovaného tlaku se plnění děla zastaví. Odjištěním je narážející tyč hnána přetlakem vpřed. Její konečná rychlost závisí především na tlaku v děle, její hmotnosti a délce hlavně. Narážející tyč narazí na incidentní tyč a začne se tak generovat tlaková vlna, jak bylo popsáno v teoretickém úvodu (kapitola 2.5). Incidentní tyčí se šíří incidentní pulz ε_I, který je naměřen na prvním tenzometru. Jeho amplituda závisí na rychlosti narážející tyče a rychlosti šíření vlny vztahem (3.2), jenž vychází z vyjádření mechanické impedance (2.16). Rychlost částic je určena nárazovou rychlostí v a je oproti ní poloviční, jelikož se vlna šíří nárazovou i incidentní tyčí, tedy ve dvou opačných směrech.

$$\varepsilon_I = \frac{v}{2c} \tag{3.2}$$

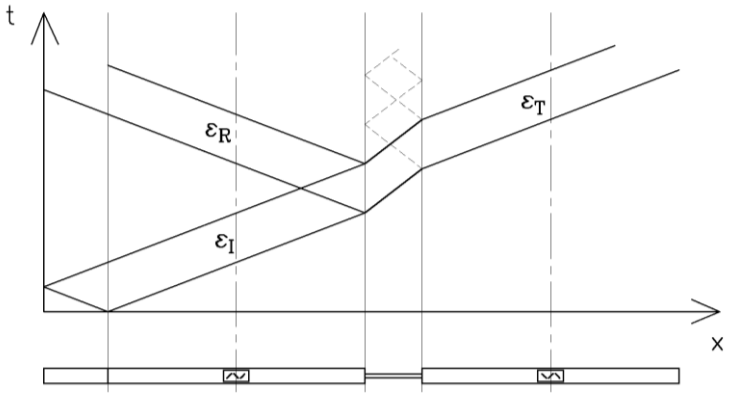
Poté co vlna prostoupí k rozhraní mezi incidentní tyčí a vzorkem, dojde k částečnému odrazu a částečnému průchodu vlny (kapitola 2.3). Odražený pulz ε_R je naměřen opět na prvním tenzometru a výstupní pulz ε_T je zaznamenán na tenzometru druhém. Hybnost výstupní tyče pohltí tlumič. Na obrázku 12 je dále znázorněn i tvarovač pulzu, nicméně jeho funkce není zatím podstatná a bude objasněna v kapitole 4. Délky dlouhých tyčí jsou stejné, tenzometry jsou umístěny v jejich svislých osách symetrie. Tyto délky musí být nejméně dvakrát větší, než délka tyče narážející. Důvodem je potřeba možnosti naměření nesuperponovaných pulzů na zmíněných svislých osách.

Přímým výstupem experimentu jsou tedy časové změny průběhu napětí v tenzometrech. Princip tenzometru spočívá v určení napětí σ z deformace ε (obr. 13) na základě změny elektrického odporu při jeho deformaci. Deformace v tyčích během experimentu musí být pouze elastické, aby nedocházelo k útlumu pulzů plastickým chováním tyčí.



Obrázek 13: Výstup tenzometrů, tlak na kladné poloose σ

Pohyb vlny v soustavě lze pro úplnost znázornit i v tzv. Lagrangeově diagramu šíření vlny (obr. 14). Testovaný vzorek je pro potřeby analýzy vykreslen ve větším měřítku. K důležitému jevu dochází právě ve vzorku. Vlna se odráží od okolních rozhraní a během tohoto procesu dochází k *rovnováze napětí*. V kapitole 4 je tento děj podrobněji popsán.

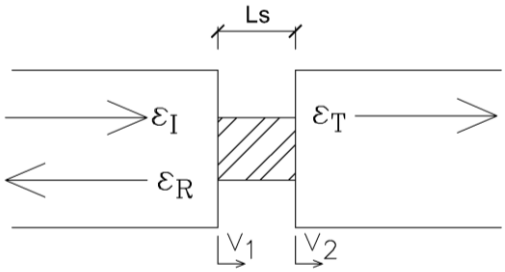


Obrázek 14: Lagrangeův diagram šíření vlny [4]

Ze tří naměřených pulzů lze určit všechny potřebné veličiny pro konstrukci pracovního diagramu.

3.4 Odvození napětí a poměrné deformace ve vzorku

Klíčovou znalostí pro určení napětí a deformace ve vzorku jsou veličiny na rozhraních mezi vzorkem a tyčemi (obr. 15). Odvození je převzato z odborné literatury [4].



Obrázek 15: Vzorek vložený mezi tyčemi a veličiny na rozhraních

V kapitole 2.2 byl odvozen výraz pro mechanickou impedanci (2.16). Dosazením Hookova zákona se dospěje k výrazům rychlostí rozhraní (3.3), kde c je rychlost vlny v tyči a v_1, v_2 rychlosti rozhraní.

$$v_1 = c(\varepsilon_I - \varepsilon_R)$$

$$v_2 = c\ \varepsilon_T \tag{3.3}$$

Střední hodnota rychlosti deformace se určí z rozdílu těchto rychlostí (3.4).

$$\dot{\varepsilon} = \frac{v_1 - v_2}{L_s} = \frac{c(\varepsilon_I - \varepsilon_R - \varepsilon_T)}{L_s} \quad ; \tag{3.4}$$

kde L_s je délka vzorku. Síly na rozhraních (3.5) lze vyjádřit pomocí Hookova zákona, kde E je Youngův modul pružnosti a S plocha rozhraní.

$$F_1 = E(\varepsilon_I + \varepsilon_R)S$$

$$F_2 = E(\varepsilon_T)S \tag{3.5}$$

Předpokládá se již zmíněná rovnováha napětí, tudíž i rovnováha sil ve vzorku. Z rovností výrazů (3.5) vyplývá důležitý vztah (3.6). Nyní je možné zjednodušit zápis rychlosti deformace (3.4) jako (3.7).

$$\varepsilon_I + \varepsilon_R = \varepsilon_T \tag{3.6}$$

$$\dot{\varepsilon} = -\frac{2c\ \varepsilon_{R(t)}}{L_s} \tag{3.7}$$

Střední axiální napětí ve vzorku je pak

$$\sigma = \frac{F_{stř}}{S_s} = \frac{F_1 + F_2}{2}\frac{1}{S_s} = E\frac{S}{2S_s}(\varepsilon_I + \varepsilon_R + \varepsilon_T) = \frac{S}{S_s}E\varepsilon_T \quad . \tag{3.8}$$

Z posledního vztahu vyplývá, že pro určení napětí ve vzorku je potřeba naměřit pouze jeho odezvu ε_T.

Nyní zbývá určit deformaci. Ta se získá integrací výrazu (3.7) v čase (3.9).

$$\varepsilon = \int_0^T -\frac{2c\ \varepsilon_{R(t)}}{L_s}\,dt \tag{3.9}$$

Vynesením na čase závislých veličin (3.8) a (3.9) do x,y grafu je úloha konstrukce pracovního diagramu vzorku za dané rychlosti deformace hotová.

3.5 Verifikace odvozených vztahů

Výše odvozené vzorce nejsou absolutně správné. Je nutné si uvědomit, že vycházejí z několika předpokladů.

3.5.1 Lineární teorie jednorozměrné vlny

Předpoklad lineárního chování materiálu není přesný, avšak dostatečný. Teorie linearizace je složitá matematická úloha, která přesahuje úroveň této práce. Obecně je napětí funkcí gradientu posuvu, teorie linearizace spočívá v nahrazení obecné funkční závislosti přímou úměrou. Souvisí mj. s materiálovým popisem, ten může být Eulerův (popis bodu v prostoru), nebo Lagrangeův (popis konkrétní částice vzhledem k pevnému bodu). Po linearizaci oba materiálové popisy splývají v jeden.

3.5.2 Rovnoměrné rozložení veličin ve vzorku

Opět neodpovídá skutečnosti. Lze odhalit, že deformace není rovnoměrná – jedním ze způsobů je metoda digitální korelace obrazu DIC (digital image correlation). Její princip spočívá ve snímání průběhu deformace vzorku vysokorychlostní kamerou, na němž je nanesena nepravidelná textura a speciální software pak dokáže rozpoznat pohyb

jednotlivých korelačních bodů (iregularit v textuře) z videozáznamu kamery. Výstupem je vyjádřené rozložení deformace na snímaném povrchu vzorku. [5]

3.5.3 Zanedbání kinetické energie vzorku

Předchozí rovnice mají původ v zákonech zachování hmoty a hybnosti. Nyní bude provedena energetická analýza.

3.5.3.1 Deformační energie

Deformační energie incidentní vlny (3.10) je rovna obsahu plochy pod křivkou pracovního diagramu přenásobeného objemem zdeformované části tyče V. Ten se dá vyjádřit pomocí (3.11), kde T je doba zatížení od narážející tyče, S plocha průřezu a c rychlost vlny. Dosazením Hookova zákona do (3.10) vyplývá konečné vyjádření deformační energie incidentního pulzu (3.12). Obdobně se odvodí deformační energie pulzu odraženého a výstupního.

$$U_I = V \int_0^{\varepsilon_I} \sigma \, d\varepsilon \tag{3.10}$$

$$V = S \, c \, T \tag{3.11}$$

$$U_I = \frac{1}{2} S \, c \, E \, T \, {\varepsilon_I}^2$$

$$U_R = \frac{1}{2} S \, c \, E \, T \, {\varepsilon_R}^2$$

$$U_T = \frac{1}{2} S \, c \, E \, T \, {\varepsilon_T}^2 \tag{3.12}$$

Nyní je možné vyjádřit spotřebovanou deformační energii pro plastickou deformaci vzorku (3.13).

$$\Delta U = U_I - U_R - U_T = -S \, c \, E \, T \, \varepsilon_R \varepsilon_T \tag{3.13}$$

3.5.3.2 Kinetická energie

Kinetická energie incidentní vlny (3.14) závisí na hmotnosti a rychlosti pohybujících se částic. Dosazením vztahu pro rychlost vlny (2.15) a upraveného vztahu (3.2) dostáváme konečné

vyjádření kinetické energie incidentní vlny (3.15). Obdobně lze vyjádřit kinetická energie pulzu odraženého a výstupního.

$$E_{k_I} = \frac{1}{2} m \, {v_I}^2 = \frac{1}{2} \rho \, S \, c \, T \, {v_I}^2$$

(3.14)

$$E_{k_I} = \frac{1}{2} S \, c \, E \, T \, {\varepsilon_I}^2$$

$$E_{k_R} = \frac{1}{2} S \, c \, E \, T \, {\varepsilon_R}^2$$

$$E_{k_T} = \frac{1}{2} S \, c \, E \, T \, {\varepsilon_T}^2$$

(3.15)

Spotřebovaná kinetické energie je potom dána rozdílem (3.16).

$$\Delta E_k = E_{k_I} - E_{k_R} - E_{k_T} = -S \, c \, E \, T \, \varepsilon_R \varepsilon_T$$

(3.16)

3.5.3.3 Celková přetvárná práce soustavy

Je očividné, že výrazy (3.12) a (3.15) jsou zcela shodné. Celková předaná energie pro přetvoření vzorku je součtem (3.17) obou rozdílů energií.

$$E_M = 2\Delta U = 2\Delta E_k = -2 \, S \, c \, E \, T \, \varepsilon_R \varepsilon_T$$

(3.17)

3.5.3.4 Deformační energie vzorku

Vzorek se uvažuje dokonale plastický, křivka pracovního diagramu je prvního řádu se směrnicí rovnou nule. Deformační energie vzorku je pak dána rovnicí (3.18), kde σ_k je mez kluzu vzorku.

$$U_s = S_s \, L_s \, \sigma_k \, \varepsilon$$

(3.18)

Vyjádřením plastické deformace (3.19) pomocí její rychlosti (3.2), která je vstupní parametr experimentu a dosazením (3.7) do (3.18), dostáváme výraz (3.20), což je konečné vyjádření energie přijaté vzorkem, která je evidentně rovna úbytku (3.17) energie vlny.

$$\varepsilon = \dot{\varepsilon}\, T$$

(3.19)

$$U_s = -2\, S\, c\, E\, T \varepsilon_R \varepsilon_T = 2\Delta U = 2\Delta E_k = E_M$$

(3.20)

Analýza nezahrnuje kinetickou energii vzorku, ačkoli se dá experimentálně ověřit, že se jeho částice pohybují v důsledku odrazu vlny od krajních rozhraní vzorku.

Předchozí vztahy platí za předpokladu konstantní rychlosti deformace. Předpoklad dovoluje zapsat deformaci pomocí (3.19). Schopnost udržet během experimentu konstantní rychlost deformace je klíčová. Technika, jak se tohoto stavu dosahuje, je popsaná v kapitole 4.

3.5.4 Setrvačnost vzorku

Setrvačnost částic vzorku úzce souvisí s rychlostí deformace, která při reálném experimentu není nikdy po celou dobu neměnná. V důsledku toho vznikají ve vzorku setrvačné síly. Napětí vypočtené se pak liší od skutečného.

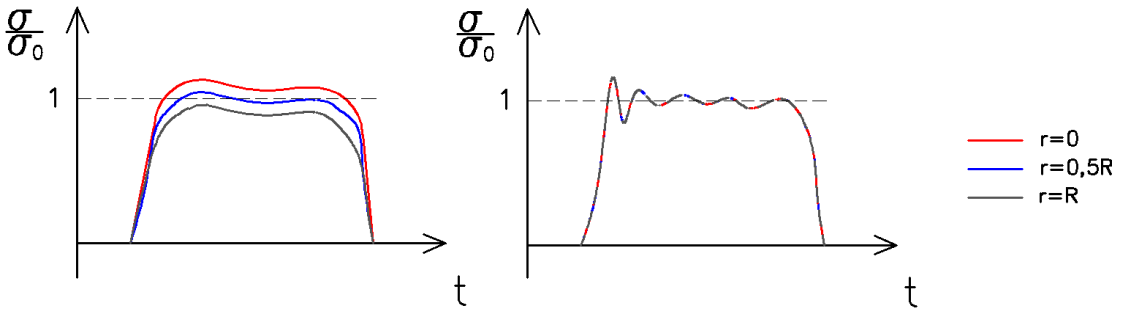
3.5.5 Tření

Tření na rozhraních tyčí je možné pro malé průměry vzorku zanedbat. Pro větší průměry se doporučuje používat mazivo [4].

3.5.6 Disperze

Platí závěry kapitoly (2.7). Rychlost vlny závisí na její frekvenci. Další nepříznivý vliv má radiální setrvačnost. Důsledkem jsou oscilace měřených hodnot. Při krátkých pulzech s menší dobou náběhu rychlosti deformace na maximální hodnotu se efekt disperze markantně zvyšuje. Tyto pulzy jsou specifické pro testování poddajných materiálů (kovové pěny, měkké plasty). Oscilace pak zcela překrývají hledané hodnoty. [4]

Jeden ze zdrojů oscilací je odbornou literaturou popisován následovně. Průběh napětí na čele incidentní tyče popisuje graf (obr. 16). Napětí ve střednicové části dosahuje vyšších hodnot než napětí na okraji tyče. Oscilace jsou v této fázi minimální, nicméně s rostoucí polohovou souřadnicí ve směru šíření vlny dochází k homogenizaci napětí v průřezu a vlny se skládají. Každá je tvořena jinou částí spektra elementárních vln, dochází k fázovým posunům a tudíž i k rozkmitu hodnoty napětí. [4]



Obrázek 16: Rozložení napětí po průřezu na naraženém čele tyče (vlevo) a ve vzdálenosti dvou poloměrů ve směru střednice tyče (vpravo); R – poloměr tyče, σ_0 – střední hodnota napětí incidentního pulzu

Pro snížení vlivu disperze se vyvinulo několik technik, jednou z nich je vkládání cylindrického tvarovače pulzu mezi narážející a incidentní tyč. Tvarovač může být zhotoven z měkkého kovu, například mědi. Funguje jako mechanický filtr vysokých frekvencí, tím se vlna vyhlazuje, protože vysoké frekvence jsou tvarovačem zadrženy před vstupem do měřících tyčí, čímž je radikálně omezen vliv disperze. Tato technika umožňuje významně zpřesnit měřené hodnoty a postupným náběhem vlny snížit oscilace ve vzorku.

3.6 Shrnutí kapitoly 3

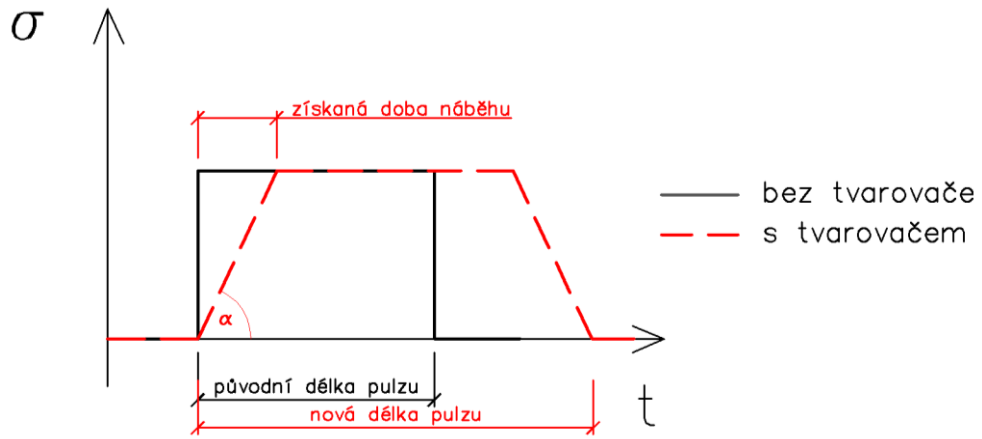
Sestavu SHPB by jistě bylo možné popisovat podrobněji, než tomu tak bylo v této kapitole. Pro další účely to však není třeba a stačí znát základní principy. Smysl testování spočívá v určení závislosti mezi materiálovými vlastnostmi a rychlostí deformace. Byly popsány komponenty typického zařízení SHPB a aplikovány poznatky kapitoly 2 při popisu průběhu experimentu. Byly matematicky vyjádřeny stěžejní veličiny rozložené ve vzorku – napětí a deformace. Dále byla nastíněna nepřesnost matematických vztahů použitých pro popis SHPB. Tyto nepřesnosti vznikají především aplikováním lineární teorie jednorozměrné vlny, předpokladem rovnoměrně rozložených veličin ve vzorku, zanedbáním kinetické energie vzorku, zanedbáním setrvačnosti vzorku, zanedbáním tření a pominutím disperze. Všechny tyto poznatky spolu s fakty kapitoly 2 konečně dovolují zaměřit se na analýzu tvarovače pulzu, což je předmětem této práce.

4 TVAROVÁNÍ INCIDENTNÍ VLNY

V předchozí kapitole byly několikrát zmíněny pojmy *rovnováha napětí* a *konstantní rychlost deformace*. Jedná se o dva klíčové požadavky pro platný experiment. Vztahy pro napětí ve vzorku odvozené v kapitole 3 se zakládají na rovnosti sil na rozhraních vzorku. Konstantní rychlost deformace eliminuje setrvačnost vzorku a v jejím udržení spočívá i smysl experimentu, jelikož výstupem je soubor pracovních diagramů, kde proměnný parametr rychlost deformace musí být v rámci jednoho ze souboru testů neměnný.

4.1 Kritérium hodnocení rovnováhy napětí

V kapitole 3.3 byl pojem rovnováhy již zmíněn. Vlna se v tyči pohybuje konečnou rychlostí, která závisí na jejím materiálu. Ve vzorku tomu není jinak, a jelikož je vzorek z materiálu s nižší impedancí než tyče, šíří se v něm vlna pomaleji. K vyrovnání napětí ve vzorku dojde po několika prvních odrazech (dá se dokázat, že je to π odrazů) od okolních rozhraní. Toto vyrovnání zabere určitý čas a je důležité zajistit dostatečně dlouhou *dobu náběhu* napětí na maximální hodnotu (obr. 17). S měkčím materiálem vzorku se problém prohlubuje a vlnu je potřeba kontrolovatelně tvarovat, tedy zmenšovat směrnici $\tan\alpha$ náběhu vlny.



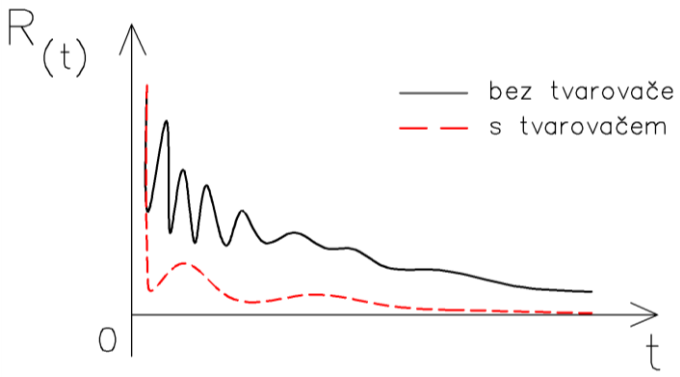
Obrázek 17: Napěťový pulz bez tvarovače a s vloženým tvarovačem pulzu

Pro vyhodnocení rovnováhy stačí porovnat časový průběh sil F_1 a F_2 na rozhraních vzorku (naměřených na tenzometrech). Kritériem je *index rovnováhy napětí* $R_{(t)}$ (4.1). [6]

$$R_{(t)} = \frac{\Delta F_{(t)}}{F_{stř(t)}} = \frac{\left(F_{1(t)} - F_{2(t)}\right)}{\left(\frac{F_{1(t)} + F_{2(t)}}{2}\right)} = 2\frac{F_{1(t)} - F_{2(t)}}{F_{1(t)} + F_{2(t)}} \tag{4.1}$$

Dostatečně nízké hodnoty indexu (a tím rovnováhy napětí) $R_{(t)} < 0{,}05$ se dá dosáhnout vložením tvarovače pulzu mezi narážející a incidentní tyč. Typicky se jedná např. o

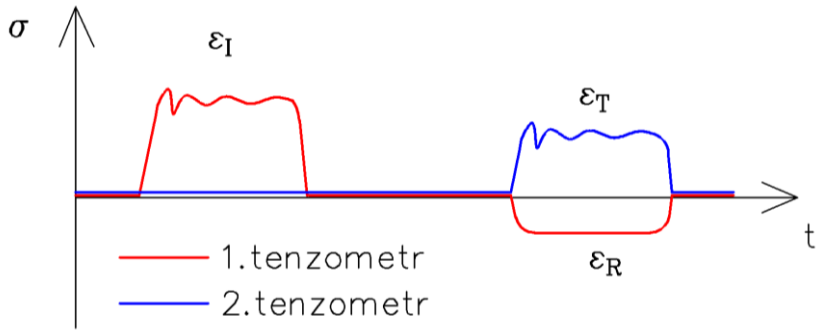
cylindrický tenký měděný plech (nebo jiný měkký kov, popř. i papír), který vlastní plastickou deformací prodlouží dobu náběhu a vzorek má dostatečný čas pro dosažení stavu rovnováhy (obr. 18). [4]



Obrázek 18: Časový průběh indexu rovnováhy napětí s tvarovačem a bez tvarovače pulzu

4.2 Kritérium prohlášení rychlosti deformace za konstantní

Zařízení SHPB není na rozdíl od jiných statických experimentálních strojů („trhačka“) tuhé vůči vzorku. Deformace trhačky se zanedbávají, u sestavy SHPB se využívají. Tento fakt má na vyhodnocení vážné dopady. Odezva ε_T a příslušné napětí σ_T má pro každý vzorek specifický průběh. Zda experiment probíhal za konstantní rychlosti deformace lze určit porovnáním incidentního pulzu ε_I s pulzem výstupním ε_T, popř. z pulzu odraženého ε_R. Platí, že pokud tvar odezvy vzorku ε_T je stejný jako tvar incidentního pulzu ε_I, probíhal experiment za konstantní rychlosti deformace. Ze vztahu (3.6) plyne, že odražený pulz ε_R má pak obdélníkový tvar (obr. 19). [4]



Obrázek 19: Tvary pulzů naznačující konstantní rychlost deformace během experimentu

Stačí tedy naladit sestavu SHPB na odezvu vzorku. V praxi to znamená provést několik experimentů „nanečisto“, různými technikami vlnu vytvarovat a až poté provést „ostré“ měření. Pro jeden platný experiment je potřeba několika stejných vzorků a různých tvarovačů. Časová náročnost a finanční náklady jsou tak zbytečně vysoké. Tomu se

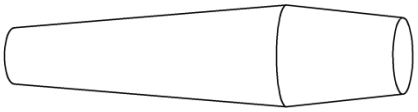
předchází numerickým modelováním sestavy SHPB. Numerickým modelováním sestavy se zabývá praktická část této práce.

4.3 Techniky tvarování incidentní vlny

Existuje několik metod, jak dosáhnout vhodného tvaru incidentní vlny. Problematika tvarování se již vyvíjí déle jak čtyři desítky let. [4]

4.3.1 Vliv tvaru narážející tyče

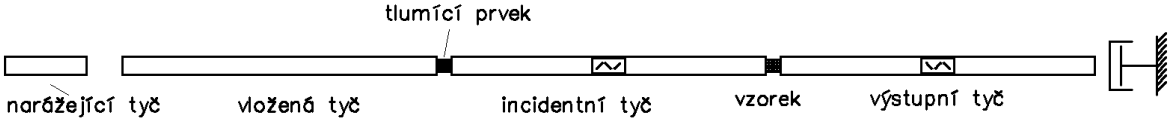
Prvně tuto metodu použil Christensen a kolektiv (1972) pro testování hornin. Pro test byl optimální pulz se šikmým náběhem, nikoliv obdélníkový. Za tímto účelem byla použita kónická narážející tyč (obr. 20). Avšak pro potřeby tvarování vlny pro různé materiály je tato metoda velmi neefektivní, protože by se musela pro každý vzorek zhotovit specifická narážející tyč. [4]



Obrázek 20: Kónická narážející tyč použitá Christensenem (1972)

4.3.2 Metoda tří tyčí

Schéma sestavy je na obrázku 21.



Obrázek 21: Sestava metody tří tyčí

Tlumící prvek je ze stejného materiálu jako testovaný vzorek, čímž se zajistí velká podobnost pulzu ε_I a ε_T. Incidentní pulz je vlastně výstupním pulzem tlumícího členu, který má stejnou odezvu jako testovaný vzorek.

Avšak i tato metoda má nedostatky. Délka zařízení se zvětšuje, a jelikož se v důsledku disperze tvar vlny s překonanou délkou mění, nabývá tento negativní vliv na větším významu. [4]

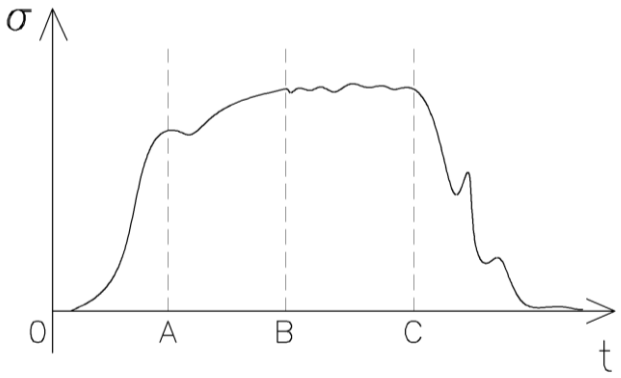
4.3.3 Vložení tvarovače pulzu

Metoda tří tyčí se dál vyvíjela. V roce 1995 Parry a kolektiv nahradil materiál vložené tyče materiálem poddajnějším, který lépe filtroval oscilace. Konečné zjednodušení spočívalo v úplné absenci vložené tyče a mezi narážející a incidentní tyčí zbyl pouze tlumící prvek.

Posledním vylepšením je nahrazení materiálu prvku (který byl dosud stejný jako materiál vzorku) materiálem jiným. Důvodem je lepší filtrace oscilací, příznivější podmínky pro dosažení rovnováhy napětí a stejně jako u předchozích technik i udržitelnost konstantní rychlosti deformace. Materiál tvarovače bývá měkký kov (měď, hliník), nebo i papír. Záleží na testovaném materiálu a úkolem experimentujícího týmu je vybrat vhodný tvarovač. [4]

4.3.3.1 Odezva tvarovače pulzu

Jelikož se podstatná část praktické části této práce zabývá tvarem vlny po projití tvarovačem, je považováno za vhodné obecně popsat tvar incidentní vlny po vytvarování (obr. 22). Oblast |0A| odpovídá elastické deformaci tvarovače, v intervalu |AB| dochází k plastické deformaci. Na části |BC| je tvarovač zcela vytvrzen a dál se nedeformuje. Od bodu C se elastická deformace tvarovače vrací do nezatíženého stavu. [7]



Obrázek 22: Tvar incidentního pulzu po projití tvarovačem

4.4 Shrnutí kapitoly 4

Byly popsány dvě pravděpodobně nejdůležitější kritéria pro platný test SHPB. Kritérium hodnocení rovnováhy napětí dovoluje určit, zda test probíhal za rovnováhy sil na rozhrání vzorku, což je pro úspěšné měření klíčové. Na straně druhé kritérium prohlášení rychlosti deformace za konstantní vypovídá o splnění základního požadavku experimentu. Byly chronologicky (dle historie objevení) popsány jednotlivé techniky tvarování vlny. Zvláště byla zdůrazněna technika vložení tvarovače pulzu. Jak už bylo zmíněno, je možné jej modelovat. Model by se měl chovat podle teoretických předpokladů příslušné kapitoly 4.3.3. V praktické části jsou dosavadní poznatky hojně využity.

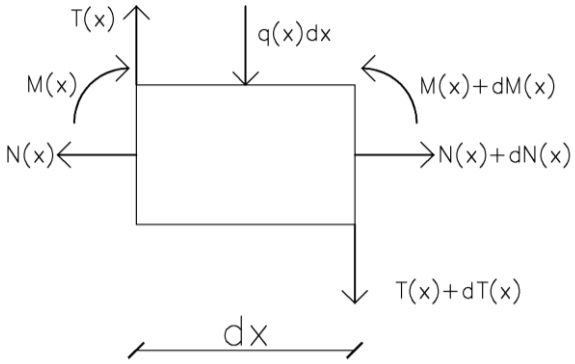
5 ZÁKLADNÍ PRINCIPY NUMERICKÉ MECHANIKY

Numerická mechanika je široký podobor. Tato kapitola by měla být rámcovým vhledem do problematiky, snahou je spíše nastínit principy výpočtu statických a dynamických systémů a příslušné maticové zápisy.

5.1 Diferenciální rovnice jako popis sytému

Početní metody numerické mechaniky vznikaly mnohem dříve, než začaly být hromadně (jako v dnešní době) využívány. U zrodu tohoto způsobu počítání ještě neexistovala dostatečně výkonná výpočetní technika, a tak nemohly být tyto metody využity v plném rozsahu. Až s příchodem výkonných počítačů se numerická mechanika dostala zpět do povědomí inženýrského světa a mohla se aplikovat na složité problémy. Jelikož v posledních desetiletích dochází k rapidnímu nárůstu výkonu počítačů, hranice řešitelnosti se stále posouvá.

Numerická mechanika řeší fyzikální problémy matematickým aparátem. Každý systém lze popsat diferenciální rovnicí. Jednoduchým případem je ohýbaný prut a rozložení veličin popsané Schwedlerovou větou. Sestavením podmínek rovnováhy na uvolněném nekonečně malém elementu (obr. 23) vyplývají právě Schwedlerovy vztahy (5.1).



Obrázek 23: Uvolněný element prostého nosníku

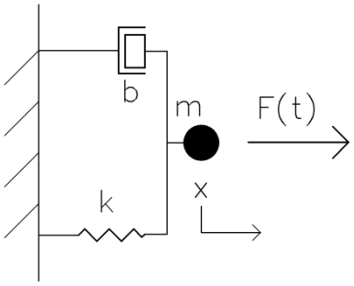
$$dN_{(x)} = 0$$

$$T_{(x)} = \frac{dM_{(x)}}{dx}$$

$$-q_{(x)} = \frac{dT_{(x)}}{dx} \tag{5.1}$$

Tyto vztahy jsou diferenciální rovnice prvního řádu. Jejich řešení je při nekomplikovaném uložení prismatických prutů velmi snadné. Dalším příkladem může být kmitající tlumený

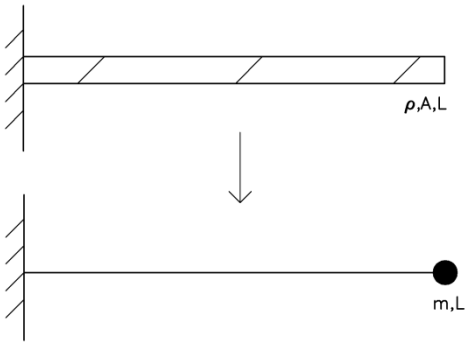
systém s harmonickou budící silou (obr. 24). Výchylku $x(t)$ pak popisuje řešení diferenciální rovnice 5.2, které opět není nikterak složité.



Obrázek 24: Buzený tlumený kmitající systém

$$\ddot{x} + 2\omega_b \dot{x} + {\omega_0}^2 x = F_{(t)} \tag{5.2}$$

Nicméně většinu systémů nelze popsat podobně jednoduchými rovnicemi. Diferenciální rovnice reálných systémů jsou velmi složité a jejich analytické řešení je prakticky nemožné určit. V těchto případech se používá právě numerická aproximace, která popisuje chování systému jen v *určitých* bodech (v uzlech), vedle analytického vyjádření, které popisuje *každý* bod systému. Jinými slovy, každý systém je spojitý a snahou je transformace na systém diskrétní (obr. 25). Z diferenciální rovnice se pak stává soustava algebraických rovnic (v tomto případě jedna) a každá z nich popisuje jeden příslušný element. Pro soustavu se používá maticový zápis.



Obrázek 25: Převod spojitého nosníku na diskrétní model, hmota *m* se může určit například porovnáním kinetických energií obou systémů, její pohyb pak popisuje jedna algebraická rovnice

Pro lepší představu, co je numerický počet, je vhodné se vrátit k oné zmíněné diskretizaci. Budiž kružnice (obr. 26a) o průměru D, který lze změřit přímým pravítkem. Úkolem je určit hodnotu π jen za pomocí pravítka. Je známo, že

$$\pi = \frac{L}{D},$$

(5.3)

je tedy nutné změřit obvod L. Pro absolutní přesnost by muselo být přímé pravítko přiloženo nekonečněkrát tečně ke kružnici a tyto změřené elementy délky sečíst (tzn. integrovat po obvodu). Numerické řešení nahrazuje zmíněný integrál nekonečně malých elementů sumou konečně malých elementů. Převedením spojité úlohy na diskrétní (obr. 26b) má nyní kružnice $n = 8$ elementů, které je možné změřit osminásobným přiložením přímého pravítka. Pro trojúhelník (obr. 26c) platí vztahy vypsané vztahy (5.4).

$$\alpha = \frac{2\pi}{n}$$

$$L_i = 2r \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$L_i = 2r \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$$

(5.4)

Celý obvod je potom sumou (5.5) dílčích délek elementů.

$$L_{numerické} = \sum_{i=1}^{n} L_i$$

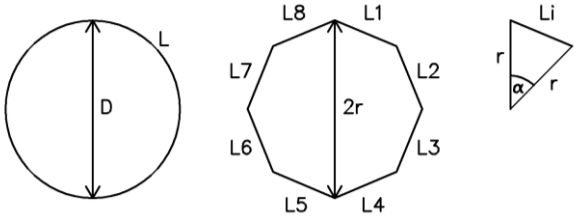
(5.5)

Z dosazení (5.4) do vztahu (5.3) plyne rovnost (5.6).

$$\pi = \frac{\sum_{i=1}^{n} L_i}{D} = \frac{n2r \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)}{2r} = n \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$$

(5.6)

Je zřejmé, že přesnost výpočtu závisí na zvoleném n, neboli na stupni diskretizaci modelu (tab. 1).



Obrázek 26: a) spojitá kružnice (vlevo), b) diskretizovaná kružnice (uprostřed), c) element Li

Tabulka 1: Hodnota π v závislosti na n

n	$\pi_{(n)}$
1	0
2	2
:	
256	3,141513

5.2 Statické systémy

Na následujícím příkladě je demonstrována náročnost na kapacitu operační paměti při počítání složitých modelů. Jedním z numerických postupů je metoda přímé tuhosti. Budiž mechanický elastický systém nezávislý na čase, pouze na prostorové souřadnici. Takový systém, neboli jeho n elementů, lze popsat soustavou rovnic (5.7).

$$[K]\{r_n\} = \{f_n\} \tag{5.7}$$

Většinou je cílem určit vektor posunů jednotlivých elementů $\{r_n\}$, je tedy třeba přenásobit rovnici (5.7) maticí $[K]^{-1}$ zleva, výsledkem je pak výraz (5.8).

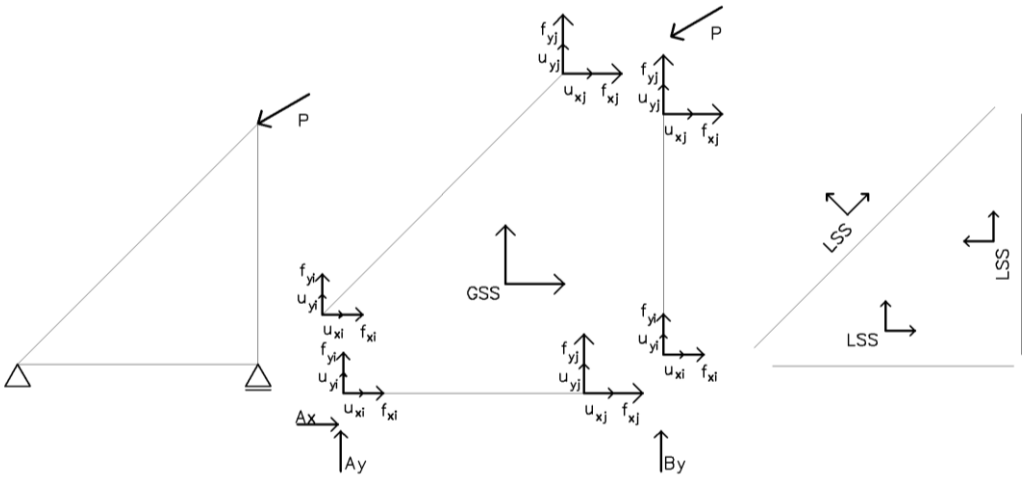
$$\{r\} = [K]^{-1}\{f\} \tag{5.8}$$

V tento okamžik nastává problém. Výpočet inverzní matice pro počítač přibližně znamená načtení všech jejich prvků a jejich udržení v paměti. Pokud má uvažované těleso v prostoru R^3 např. 10^6 elementů, má pak přibližně i 10^6 uzlů (vztah mezi elementy a uzly bude popsán v dalších kapitolách). Souřadnice elementu představuje 3 neznámé $x, y, z,$ tzn. 3×10^6 neznámých. Matice $[K]$ má potom $(3 \times 10^6) \times (3 \times 10^6) = 9 \times 10^{12}$ prvků. Pokud pro jeden prvek potřebujeme přibližně paměť 1 byte, pak matice $[K]$ zabírá místo 9 TB. Takto kapacitní

operační paměť velikosti není běžně dostupná, proto byly nalezeny metody, které dokážou matici $[K]$ redukovat na matici pásovou, či na několik dílčích matic. Nyní však budiž jednoduchý systém (obr. 27a), který lze řešit metodou přímé tuhosti bez modifikací. Jednotlivé pruty jsou dlouhé L a plocha průřezů je A. Youngův modul E je též pro všechny elementy stejný.

Postup řešení je následující.

1) Zavedení globálního souřadného systému GSS.
2) Diskretizace systému na elementy, jejich uvolnění (obr. 27b).
3) Zavedení lokálního souřadného systém LSS pro každý element (obr. 27c).



Obrázek 27: a) řešený systém (vlevo), b) zavedení GSS uvolnění elementů (uprostřed), c) zavedení LSS pro každý element (vpravo)

4) Zavedení fyzikálních rovnic (5.9) v LSS pro každý element (obr. 28).

$$u = \frac{Fl}{EA} \rightarrow \{F\} = \left[\frac{EA}{L}\right]\{u\} \tag{5.9}$$

Obrázek 28: Proměnné veličiny na elementu v LSS

Rozepsáním výrazu (5.9) vzniká soustava (5.10).

$$\begin{Bmatrix} \bar{f}_{xi} \\ \bar{f}_{yi} \\ \bar{f}_{xj} \\ \bar{f}_{yj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_{xi} \\ \bar{u}_{yi} \\ \bar{u}_{xj} \\ \bar{u}_{yj} \end{Bmatrix} \tag{5.10}$$

Předpokládá se, že elementy jsou pouze tlačené, nebo tažené. Z podmínek rovnováhy a použitím vztahu (5.9), kde výsledné posunutí je rozdíl posunutích krajních, plynou vztahy (5.11).

$$\bar{f}_{xi} = -\bar{f}_{xj} = \frac{EA}{L}\left(\bar{u}_{xi} - \bar{u}_{xj}\right)$$

$$\bar{f}_{yi} = -\bar{f}_{yj} = \frac{EA}{L}\left(\bar{u}_{yi} - \bar{u}_{yj}\right) = 0$$

(5.11)

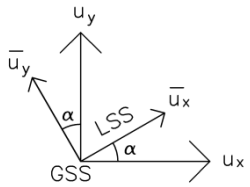
Přepsáním (5.11) do tvaru (5.10) vzniká soustavu (5.12) pro element.

$$\begin{Bmatrix} \bar{f}_{xi} \\ \bar{f}_{yi} \\ \bar{f}_{xj} \\ \bar{f}_{yj} \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \bar{u}_{xi} \\ \bar{u}_{yi} \\ \bar{u}_{xj} \\ \bar{u}_{yj} \end{Bmatrix}$$

(5.12)

Komponenty (5.12) se zleva nazývají vektor sil prvku v LSS, matice tuhosti prvku v LSS a vektor uzlových posunutí prvku v LSS.

5) Transformace (5.13) do GSS (obr. 29).



Obrázek 29: Grafická interpretace vztahu mezi GSS a LSS

$$\bar{u}_x = u_x \cos\alpha + u_y \sin\alpha$$
$$\bar{u}_y = u_y \cos\alpha - u_x \sin\alpha$$

(5.13)

Maticově pak (5.14).

$$\begin{Bmatrix} \bar{u}_{xi} \\ \bar{u}_{yi} \\ \bar{u}_{xj} \\ \bar{u}_{yj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_{xi} \\ u_{yi} \\ u_{xj} \\ u_{yj} \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{u}\} = [T]\{u\}$$

(5.14)

Analogickou úvahou pro síly v LSS platí výraz (5.15).

$$\{\bar{f}\} = [T]\{f\} \tag{5.15}$$

6) Vytvoření matic tuhosti pro element v GSS (5.16) pomocí vztahů (5.8), (5.14), (5.15).

$$\begin{gathered}\{\bar{f}\} = [\bar{K}]\{\bar{u}\} \\ [T]\{f\} = [\bar{K}][T]\{u\} \\ \{f\} = [\boldsymbol{T}]^{-1}[\bar{\boldsymbol{K}}][\boldsymbol{T}]\{u\} \\ \rightarrow [\boldsymbol{K}] = [T]^{T}[\bar{K}][T]\end{gathered} \tag{5.16}$$

Jelikož matice $[T]$ je ortogonální čtvercová, rovná se matice inverzní matici transponované.

7) Spojení jednotlivých matic tuhostí elementů v GSS do jedné pomocí podmínky stejných posuvů uzlů, které se vyskytují ve více elementech najednou (styčník) a podmínky nulové silové výslednice mezi elementy.

8) Definice okrajových podmínek.

9) Výpočet.

5.3 Dynamické systémy

Pro vyřešení statického diskretizovaného na n dílů kontinua je potřeba hrubým odhadem $n \times st.volnosti$ rovnic. U dynamické úlohy nastupuje navíc diskretizace času t na intervaly τ, tedy $n \times st.v. \times \tau$ rovnic (tab. 2). Dále ve výpočtu vystupují i dynamické veličiny rychlost a zrychlení. Úloha se mnohonásobně komplikuje a počet rovnic neúměrně roste.

Tabulka 2: Přibližný rozdíl mezi počtem řešených rovnicí statického a dynamického systému

<table>
<tr><th colspan="2">Kontinuum s nekonečně mnoho stupni volnosti</th></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2">→ Geometrická diskretizace kontinua na n dílů →</td></tr>
<tr><td>Statika – přechod od obyčejné diferenciální rovnice (t) k soustavě n algebraických rovnic.</td><td>Dynamika – přechod od parciálních diferenciálních rovnic (x,t) k soustavě n obyčejných diferenciálních rovnic (t).
→ Časová diskretizace na m úseků.
Přechod od každé obyčejné diferenciální rovnice (t) soustavy k soustavě algebraických rovnic.</td></tr>
<tr><td>Celkem n rovnic.</td><td>Celkem $n \times m$ rovnic.</td></tr>
</table>

5.3.1 Obecný tvar pohybových rovnic dynamického systému

Výraz (5.17) představuje nejobecnější popis systému. Všechny numerické metody vycházejí z tohoto vztahu, různé tvary (5.17) pak vyžadují různé postupy. Je to vlastně součtová podmínka rovnováhy mezi vektory elementárních sil *setrvačnosti* $\{R_M\}$, *tlumení* $\{R_B\}$, *vnitřních* $\{R_K\}$ a vektorem *vnějšího zatížení* $\{R\}$.

$$\{R_M\} + \{R_B\} + \{R_K\} + \{R\} = \{0\} \tag{5.17}$$

Metod výpočtu existuje mnoho. Je důležité si uvědomit, že konkrétně *metoda konečných prvků,* s kterou počítá program ANSYS použitý pro praktickou část této práce, je jen jednou z nich. Aby bylo možné MKP specifikovat a odlišit od ostatních způsobů, je třeba tyto výpočetní techniky hierarchizovat a MKP do tohoto stromu zařadit.

Jednotlivé členy (5.17) se dají vyjádřit jako vektorové funkce. V lineární teorii při viskózním tlumení je možné tyto vektory přepsat pomocí součinů (5.18) matic hmotnosti $[m]$, tlumení $[b]$, tuhosti $[k]$.

$$\{R_M\} = \left\{R_{M(\{\ddot{r}\})}\right\} = -[m]\{\ddot{r}\}$$

$$\{R_B\} = \left\{R_{B(\{\dot{r}\})}\right\} = -[b]\{\dot{r}\}$$

$$\{R_K\} = \left\{R_{K(\{r\})}\right\} = -[k]\{r\} \tag{5.18}$$

Z dosazení (5.18) do (5.17) vyplývá finální výraz (5.19).

$$[m]\{\ddot{r}\} + [b]\{\dot{r}\} + [k]\{r\} = \{R\} \tag{5.19}$$

5.3.2 Diskretizace dynamického systému

V následujících odstavcích je obecně rozebrána problematika diskretizace a jsou popsány její varianty. Je vytvořen abstraktní model dynamického systému dle [8].

5.3.2.1 Definice diskretizace

Soustava rovnic (5.19) popisuje pohyb *hmotnostních center* se šesti st. volnosti a odpovídajícími šesti složkami setrvačnosti. Oproštěním těchto hmotnostních center od hmoty zůstávají *centra změny*, jedná se o změnu souřadnice, rychlosti a zrychlení. Pozice těchto center popisuje vektor $\{r\} = \left\{r_{(t)}\right\}$. Propojení center mezi sebou a napojení systému na okrajové podmínky zprostředkovávají *vazby*. Vazby jsou trojího druhu.

a) vazby citlivé na změnu souřadnice

Změní-li se nějaká složka vektoru $\{r\}$, některé ostatní hodnoty (někdy všechny) se změní také. Míry citlivosti jsou dány tuhostmi vazeb, které mohou být explicitně vyjádřeny do matice tuhosti.

b) vazby citlivé na změnu rychlosti

Změní-li se nějaká složka vektoru $\{\dot{r}\}$, některé ostatní hodnoty (někdy všechny) se změní také. Míry citlivosti jsou dány tlumícími účinky vazeb, které mohou být explicitně vyjádřeny do matice tlumení.

c) vazby citlivé na změnu zrychlení

Změní-li se nějaká složka vektoru $\{\ddot{r}\}$, některé ostatní hodnoty (někdy všechny) se změní také. Míry citlivosti jsou dány setrvačnostmi vazeb, které mohou být explicitně vyjádřeny do matice hmotnosti.

Diskretizací systému se rozumí konečný výběr center změny, kde má každé šest stupňů volnosti. Centra spojují vnitřní vazby mezi sebou, vnější vazby s okrajovými podmínkami. Citlivost těchto vazeb je dána jejich parametry $m,\ b,\ k$.

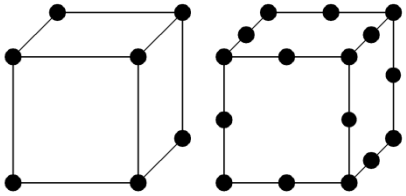
5.3.2.2 Faktory diskretizace

V konečně-prvkových programech (ANSYS, Abaqus aj.) je proces geometrické diskretizace pojmenován jako vytvoření mřížky. Mřížka ve 3D prostoru vzniká vedením tří souborů linek tělesem. Průsečíky se nazývají *uzly*. Objemy, jejichž vrcholy jsou určeny uzly, se nazývají *elementy*. Výsledkem je tedy model (původně spojitý) rozdělený na elementy – diskretizovaný model.

Způsob přiřazení center změn k elementům se dělí a dvě metody.

a) několik center pro jeden element

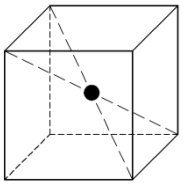
Centra se umísťují přímo do uzlů, nebo na hrany elementů, jedno centrum je obecně společné pro více elementů. (obr. 30).



Obrázek 30: Element s více centry

b) jedno centrum pro jeden element

Centrum je umístěno v těžišti elementu (obr. 31).



Obrázek 31: Element s jedním centrem

Druhým faktorem je formulace rozložení deformace v elementu. Existují dva způsoby.

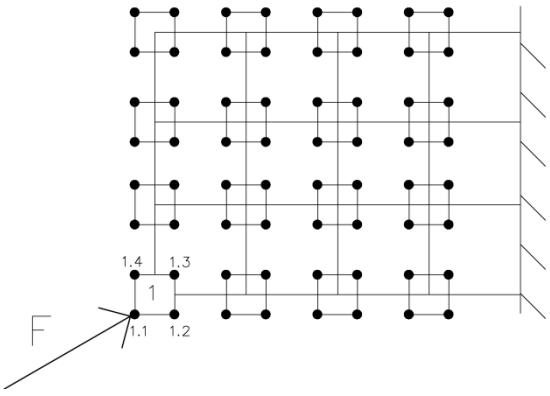
a) spojité rozložení deformace

Rozložení deformace v elementu je předepsáno tzv. bázovou funkcí.

b) kumulace deformace

Vnitřek elementu je dokonale tuhý. Deformuje se jen jeho povrch – tzv. kontaktní kumulátor deformace.

Posledním faktorem je samotný způsob sestavení vazeb. Tato část diskretizace čítá mnoho variací, v tomto případě 27, viz dále. V kapitole 5.3.1 byly zavedeny matice hmotnosti $[m]$, tlumení $[b]$ a tuhosti $[k]$. Sestavení vazeb úzce souvisí s tím, o jaký typ matic je jedná. Nechť existuje statický systém (obr. 32), na kterém bude tato souvislost demonstrována.

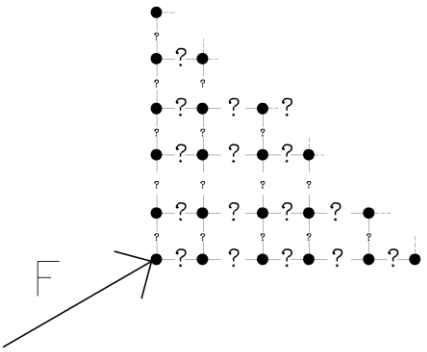


Obrázek 32: Diskretizovaná deska zatížená silou F na centru 1.1

Tento systém popisuje soustava (5.20).

$$[k]\{r\} = \{R\} \tag{5.20}$$

Tvar matice $[k]$ je pak daný faktem, kam až vazba centra 1.1 s ostatními centry sahá (obr. 33).

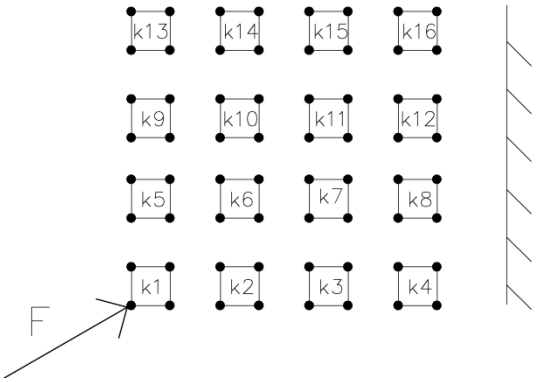


Obrázek 33: Model bez definovaných vazeb

a) lokální vazba

Centra jsou svázané pouze s centry příslušného elementu (obr. 34). Takový systém se po působení síly F rozpadne na jednotlivé elementy. Tuhosti elementů jsou na sobě nezávislé a matice $[k]$ má diagonální tvar (5.21).

$$\begin{bmatrix} k_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & k_2 & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & \ddots & k_3 & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & k_{16} \end{bmatrix} \tag{5.21}$$



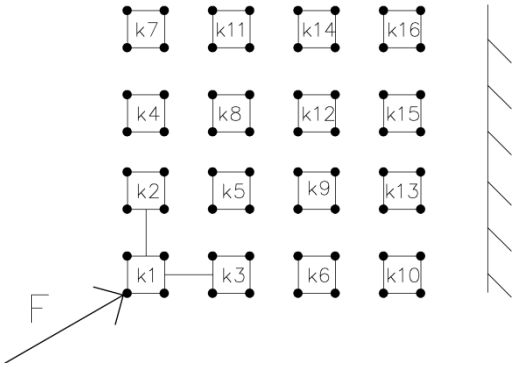
Obrázek 34: Model s lokálními vazbami

a) semi-globální vazba

Centrum 1.1 je svázané s centry elementu 1 a s dalšími elementy v nejbližším okolí (obr. 35). Obdobné pravidlo platí i pro centrum 2.1 elementu 2. Tento systém zůstane propojen, nicméně není definované např. posunutí elementu 10 působením elementu 3 apod. Tuhosti elementů jsou na sobě závislé jen částečně a matice $[k]$ má pásový tvar. Případ vazby s prvními sousedními elementy zobrazuje matice (5.22).

$$\begin{bmatrix} k_1 & k_{12} & 0 & \dots & 0 \\ k_{21} & k_2 & k_{23} & \ddots & \vdots \\ 0 & k_{32} & k_3 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & k_{15\,16} \\ 0 & \dots & 0 & k_{16\,15} & k_{16} \end{bmatrix}$$

(5.22)



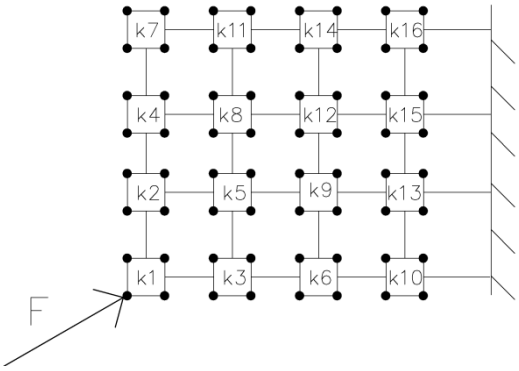
Obrázek 35: Model se semi-globální vazbou, znázorněna je pouze vazba centra 1.1 s okolím

a) globální vazba

Centrum 1.1 je svázané s centry všech elementů. Tento systém se pod zatížením silou deformuje a nedojde k rozpadu (obr. 36). Matice $[k]$ je zcela zaplněna (5.23).

$$\begin{bmatrix} k_1 & k_{12} & k_{13} & \dots & k_{1\,16} \\ k_{21} & k_2 & k_{23} & \ddots & \vdots \\ k_{31} & k_{32} & k_3 & \ddots & k_{14\,16} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & k_{15\,16} \\ k_{16\,1} & \dots & k_{16\,14} & k_{16\,15} & k_{16} \end{bmatrix}$$

(5.23)



Obrázek 36: Model s globální vazbou

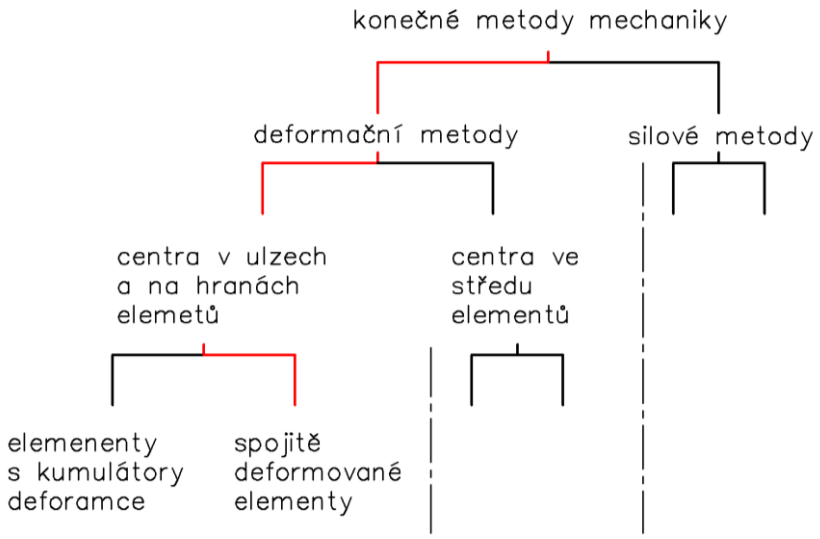
Z lineární algebry je známo, že např. výpočet determinantu matice vyššího stupně je složitá kombinatorická úloha. Výpočet se však stává naprosto triviálním, pokud je matice diagonální. Ačkoli pro tento statický případ formulace pomocí diagonální a pásové matice nedává fyzikální smysl (systém se rozpadne, část nereaguje), můžeme tento postup aplikovat u

systémů dynamických. Případné zjednodušení dynamického systému spočívá ve zjednodušení matic $[b]$ a $[m]$ na diagonální či pásové matice. Ovlivnění center mezi sebou pak zprostředkovávají pouze vazby citlivé na změnu souřadnice $[k]$.

Nechť je nyní pozornost věnována zpět dělení numerických modelů podle faktorů diskretizace. První faktor skýtá dvě možnosti (několik/jedno centrum pro element), druhý faktor též dvě (deformace v elementu spojitě, nebo akumulovaně) a třetí faktor 27 možností (variace matic $[k], [b], [m]$ plných, pásových a diagonálních). Celkem tedy existuje $2 \times 2 \times 27 = 108$ numerických modelů. Nepochybně, některé z nich nemají smysl (všechny matice diagonální), ale toto číslo je zde uvedeno spíše pro představu, kolik různých modelů a příslušných postupů výpočtu existuje. Samozřejmostí je, že uvedený počet by byl jiný, kdyby byly bývaly zavedeny jiné faktory diskretizace.

5.4 Zařazení MKP

V předchozí kapitole byl vytvořen abstraktní strom 108 typů numerických modelů podle zvolených parametrů diskretizace. Počet 108 je vskutku jen orientační, dosud nebyl rozlišen např. Eulerův (princip rovnováhy) a Lagrangeův (ekvivalence vnější a vnitřní práce) způsob výpočtu. V konečném stromu (obr. 37) je rozlišena pouze deformační a silová metoda (obr. 37). [8]



Obrázek 37 Strom numerických metod, dle zavedeného dělení, červeně vyznačena MKP (pro symetričnost dělení vykreslena pouze jedna větev stromu), zpracováno dle předlohy [8]

Další dělení metody MKP by bylo na 27 sub-metod podle tvarů matic $[m], [b], [k]$.

5.5 Shrnutí kapitoly 5

Z předchozích odstavců by měly být jasné hlavní rozdíly mezi výpočtem dynamického a statického systému. Zrovna tak byla odhalena časová náročnost výpočtu pro počítač. Bylo nastíněno dělení metod a naznačeno začlenění MKP. Metoda konečných prvků představuje obsáhlý aparát, na jehož popsání nezbývá v této práci dostatek místa. Kapitola 5 by měla sama o sobě stačit pro vytvoření představy o základních principech numerické mechaniky, kam MKP spadá. Podrobnější popis metody lze nalézt v mnohé odborné literatuře, např. [8] a bude pravděpodobně rozepsán v navazující autorově práci, která poskytne dostatek prostoru pro podrobnější rozbor.

6 OBECNÉ ZÁSADY SIMULACÍ

Ideální simulace je taková, jejíž výstupy se shodují s experimentem. Obecně platí, že jemnější časovou a geometrickou diskretizací (které spolu úzce souvisí, protože krok výpočtu určuje nejmenší element) se model přibližuje skutečnosti, nicméně toto přiblížení není stupni diskretizace přímo úměrné. Od určitého okamžiku konvergují výstupy k asymptotickým hodnotám již zanedbatelně a čas simulace s počtem elementů neúměrně roste. Přehnaně krátký interval výstupu zapříčiní zaznamenání velmi vysokých frekvencí veličin a očekávané výsledky jsou pak jimi překryty a taková data mají vysoké nároky na kapacitu úložného prostoru a na čas strávený vyhodnocováním. Navíc při simulaci dynamického procesu může tlaková deformace během jednoho kroku výpočtu nabýt větší hodnoty než je samotný rozměr příliš malého elementu (zbortí se sám do sebe) a jeho objem pak nabude záporné hodnoty. Toto chování je z fyzikálního hlediska nepřípustné, nedojde ke konvergenci řešení a zkoumaný děj nebude úspěšně dopočten. Pro všechny simulace je tedy vhodné vytvořit takový model, který má počet elementů, časový krok výpočtu a interval výstupu úměrný potřebám uživatele a schopnostem výpočetní techniky. To znamená nepočítat s částmi modelu, které nemají vliv na sledovaný jev, mít celkový čas simulace nastavený jen na tu dobu, po kterou je nutné jev sledovat a předem odhadnout, jak jemný je potřeba výstup. Nedílným požadavkem na relevantnost výsledků je výpočtářova hlubší znalost daného oboru (mechanika, numerická matematika), díky které dokáže odhadnout míru vlivu všech faktorů, které ovlivňují sledovaný fyzikální děj. Na základě tohoto odhadu může méně významné vlivy zanedbat a do simulace zahrnout jen ty podstatné. Jednotlivé faktory mohou být tření, tepelná závislost, okrajové nebo počáteční podmínky apod.

Cílem této práce je určit, jak lze metodou tvarování pulzu vytvořit napěťovou vlnu podle potřeby experimentu. Je patrné, že pro studium prvního pulzu na incidentní tyči není potřeba simulovat celou sestavu SHPB. Úloha se v této fázi větví na dvě varianty, a to na náraz narážející tyče na tyč incidentní přímo, a na náraz s vloženým tvarovačem pulzu.

6.1 Přímý náraz narážející tyče na tyč incidentní

Takto zadanou sestavu je poměrně jednoduché simulovat, jelikož se obě tyče chovají podle Hookeova zákona. Složitější případ nastane později v případě vloženého elasto-plastického tvarovače pulzu. Definice elastického materiálu je jednodušší, a proto se začíná sestavou bez tvarovače. Simulace s plastickým prvkem pak budou z následujících simulací vycházet.

Proměnnými parametry jsou obecně průměry tyčí, jejich materiál, délka narážející tyče a jejich rychlost. Konkrétní hodnoty jsou vybrané tak, aby výhledově bylo možné ověřit výsledky na sestavě SHPB v laboratoři ústavu K618 (tab. 3).

Tabulka 3: Seznam možných proměnných

Narážející tyč					
Parametr	Hodnota [mm]	Parametr	Hodnota [mm]	Parametr	Hodnota [m/s]
L	100	D	20	v	$\langle 5;\ 50 \rangle$
	300		30		
	500		40		

Incidentní tyč	
Parametr	Hodnota [mm]
D	20
	30
	40

V rámci citlivostní studie je obecně potřeba odizolovat vliv jednoho parametru od zbylých. V tomto případě budou průměry tyčí vždy stejné a vliv parametru rozdílnosti průměrů nebude zkoumán a pravděpodobně k testům pro jiné průměry než 20 mm nebude přistoupeno. Rychlosti nárazu budou vhodně vybrané z uvedeného intervalu. Obě tyče mají společný materiál hliníkovou slitinu EN-AW-7075, stav T6 – precipitačně vytvrzená (tab. 4). Tento materiál je u tyčí použitý ve všech následujících simulacích.

Tabulka 4: Mechanické vlastnosti materiálu tyčí

Veličina	Hodnota
E	72 GPa
ρ	2700 kg/m^3
μ	0,3

Délka incidentní tyče je zvolena taková, aby bylo možné naměřit první, od odrazu nesuperponovaný pulz v místě, kde už je napěťová vlna v rámci průřezu tyče homogenní. Vzdálenost místa měření od rozhraní tyčí vyplývá z kapitoly 9.2.1.

6.2 Náraz narážející tyče na tyč incidentní s vloženým tvarovačem pulzu

Úloha s vloženým tvarovačem je o něco složitější než předchozí případ (kapitola 6.1). Tvarovač je uvažován elasto-plastický, což je pravděpodobně dostatečné přiblížení pro potřeby této parametrické studie. Nicméně tato aproximace je méně přesná, než aplikace lineárního Hookova zákona na materiál v elastickém stavu napjatosti (kapitola 6.1).

Z kapitoly 9.2 bude vybrána jedna vhodná kombinace vstupních geometrických parametrů tyčí (tab. 3), na které bude testován tvarovač pulzu. Možné vstupní parametry jsou uvedeny v tabulce 5.

Tabulka 5: Seznam možných proměnných

Tvarovač pulzu			
Parametr	Hodnota [mm]	Parametr	Hodnota [mm]
L	0,5	D	5
	1		6
	1,5		7
			8

Narážející tyč	
Parametr	Hodnota [m/s]
v	$\langle 5;\ 50 \rangle$

Materiál tvarovače bude podrobně testován pouze jeden, slitina mědi R220 – vyžíhaná na měkko, Cu 99,9 % hm (tab. 6).

Tabulka 6: Mechanické vlastnosti materiálu tvarovače pulzu

Veličina	Hodnota
E	127 GPa
ρ	8940 kg/m^3
μ	0,355
σ_k	140 Mpa
K	70 GPa
tažnost	33%

Pro délku incidentní tyče platí stejné závěry, jako v posledním odstavci kapitoly 6.1, resp. kapitoly 2.6.

7 VÝCHOZÍ STRUKTURA ZDROJOVÉHO KÓDU

Byl vytvořen kompletní model SHPB, z něhož modely použité v jednotlivých simulacích vycházejí.

7.1 Vstupní parametry

Model je parametrický. Pro změnu rozměrů apod. stačí měnit hodnoty v samostatném souboru s proměnnými, který zdrojový kód do programu ANSYS na začátku procesu načte.

7.2 Geometrie a materiály

Tvorba modelu začíná v počátku souřadnic částí „narážející tyč“ s definovanou délkou a pokračuje ve směru osy z mezerou 0,01 mm mezi narážející tyčí a tvarovačem pulzu. Následuje samotný tvarovač, incidentní tyč, mezera o rozměru potenciálně vloženého vzorku a výstupní tyč. Všechny části mají individuálně nastavitelný průměr, délku a materiálové vlastnosti. Pro tyče je použit lineárně elastický materiál definovaný příkazy MP,EX; MP,PRXY; MP,DENS a bilineární elasto-plastický TB,BISO s přiřazenou mezí kluzu a tangenciálním modulem. [9]

7.3 Diskretizace

Použitým elementem je vzhledem k cylindrické geometrii těles lineární šestistěn SOLID164. Míra diskretizace je ovládána též ze souboru s proměnnými. Každá část má nastavitelný počet elementů podélně (osa z) a počet elementů po obvodě. [9]

7.4 Export modelu

Model je exportován do souboru ve formátu K pro další zpracování.

8 AUTOMATIZACE SIMULACÍ A PROCESŮ S NIMI SOUVISEJÍCÍCH

Kapitola 9.3 Parametrická studie přestavuje mnoho kroků v podobě vytváření, upravování, počítání, vyhodnocení a prezentovaní velkého množství dat. Individuální přístup k jednotlivým simulacím o konečném počtu 130 (120 s PS, 10 bez PS) by pravděpodobně eliminoval numerické chyby, avšak zpracování takového množství informací by bylo časově náročné, ne-li nesplnitelné. Za tímto účelem bylo autorovou upřímnou snahou co nejvíce procesů automatizovat. Některé způsoby automatizace byly vyvinuty až v průběhu individuálně řešených procesech a implementovány dodatečně. V této kapitole jsou uvedeny konečné algoritmy, tj. nejvyšší verze automatizačního nástroje. Příslušné kódy jsou na přiloženém CD.

8.1 Množina řešení

Pro intuitivní orientaci ve 130 prvcích množiny řešení byla tato množina zapsána do matice $\mathcal{M}[10 \times 13]$ s prvky $m(\mathrm{i},\mathrm{j})$ označenými indexy řádků i a sloupců j ve tvaru "$(j-1)_i$" (8.1). Výhodnost tohoto značení bude v následujících odstavcích patrná.

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} 0_1 & 1_1 & \cdots & \cdots & \cdots & 11_1 & 12_1 \\ 0_2 & . & \cdots & \cdots & \cdots & . & 12_2 \\ \vdots & \vdots & & & & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & & \vdots & \vdots \\ 0_9 & . & \cdots & \cdots & \cdots & . & 12_9 \\ 0_10 & 1_10 & \cdots & \cdots & \cdots & 11_10 & 12_10 \end{bmatrix} \tag{8.1}$$

Každý prvek matice (8.1) představuje konkrétní simulaci, tzn. konkrétní délku L, průměr D tvarovače pulzu a rychlost narážejíc tyče v. Přiřazení těchto parametrů probíhá dle legendy (tab. 7).

Tabulka 7: Legenda souřadného systému množiny řešení

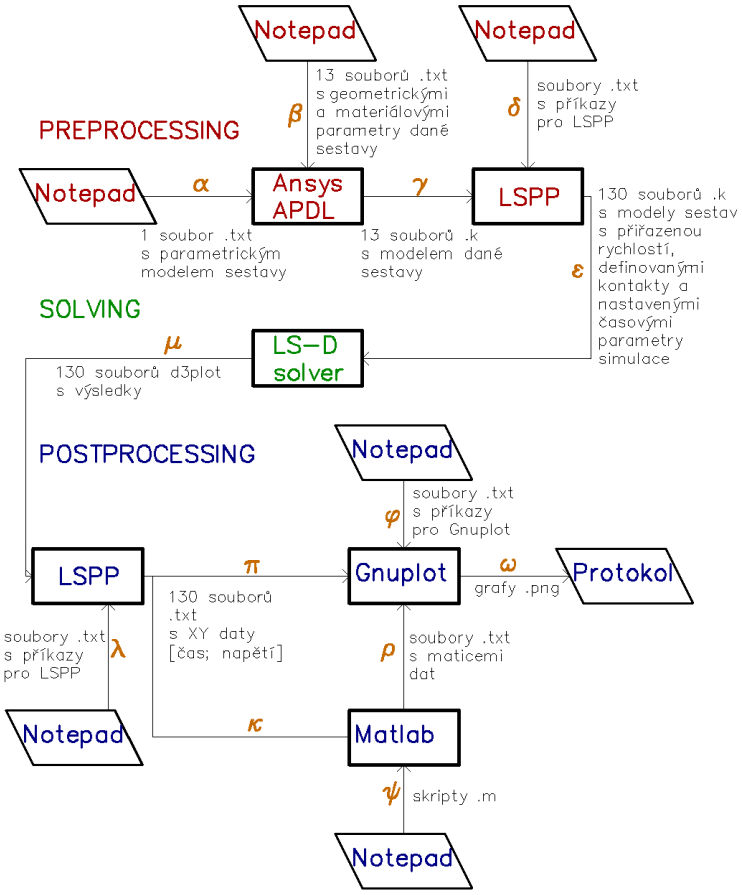
$\boldsymbol{m}(\mathbf{i},\mathbf{j})$							
$\boldsymbol{i}$		$L\ [mm]$	$D\ [mm]$	$\boldsymbol{j}$		Význam indexu j	
$i \in \langle 0; 12 \rangle$	0	0	0	$j \in \langle 1; 10 \rangle$		j	m/s
	1	0,5	5	$j \in \langle 1; 10 \rangle$		1	5
	2		6	$j \in \langle 1; 10 \rangle$		2	10
	3		7	$j \in \langle 1; 10 \rangle$		3	15
	4		8	$j \in \langle 1; 10 \rangle$		4	20
	5	1	5	$j \in \langle 1; 10 \rangle$		5	25
	6		6	$j \in \langle 1; 10 \rangle$		6	30
	7		7	$j \in \langle 1; 10 \rangle$		7	35
	8		8	$j \in \langle 1; 10 \rangle$		8	40
	9	1,5	5	$j \in \langle 1; 10 \rangle$		9	45
	10		6	$j \in \langle 1; 10 \rangle$		10	50
	11		7	$j \in \langle 1; 10 \rangle$			
	12		8	$j \in \langle 1; 10 \rangle$			

Jednotlivé sloupce matice (8.1) pak představují jednu konkrétní geometrii PS (první sloupec je sestava bez PS), jednotlivé řádky odpovídají jedné konkrétní rychlosti nárazu.

8.2 Vývojový diagram procedury

Na obrázku 38 je schematicky zobrazena procedura, která představuje parametrickou studii a procesy s ní spojené. Softwarovou sadu tvoří ANSYS LS-DYNA APDL (tvorba modelu), LS-Prepost (úprava modelu, extrahování výsledků), ANSYS LS-DYNA solver (řešení), Matlab (zpracování dat), Gnuplot (tvorba grafů) a příkazový řádek (dávkové soubory BAT psané jazykem batch), jehož prostřednictvím je možné jmenovaný software řídit, manipulovat se soubory a jednotlivé procesy propojit. Jelikož je množina řešení uspořádána do matice, je často využita kombinace dvou cyklů (jeden vnořený do druhého). Nicméně kvůli neznalosti programovacího jazyka programu LS-Prepost nebylo možné cykly v tomto prostředí definovat. Tento nedostatek byl vyřešen právě pomocí dávkových souborů, které pro LS-Prepost připravují soubory ke zpracování a program na pozadí zapínají a vypínají. Obdobně se ve skriptovacím prostředí softwaru Matlab nepodařilo, aby výstup byl ukládán s názvem s indexy daných iterací cyklů ve tvaru „%i_%j“. Dávkovací soubory řeší i tento problém dodatečným přejmenováním uložených „temp“ souborů. Podobný proces přejmenovávaní probíhá i při načítání souborů, viz vývojové diagramy (obr. 39, 40, 41). Jednotlivé fáze

(preprocessing, solving, postprocessing) a pod-procesy jsou popsány v následujících podkapitolách.

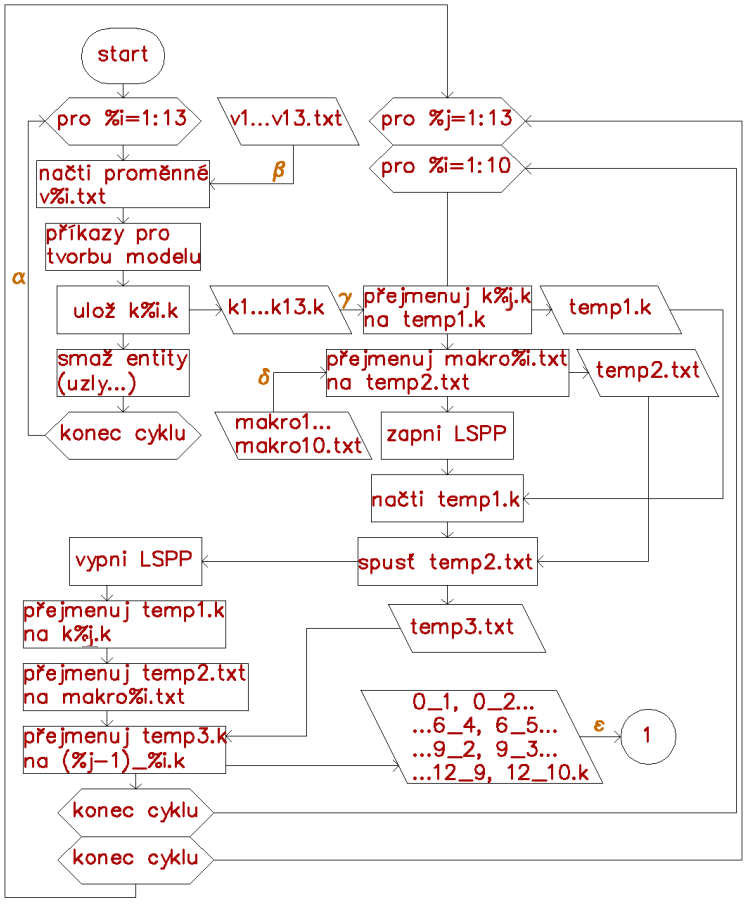


Obrázek 38: Vývojový diagram procedury

8.2.1 Preprocessing

Bylo vytvořeno 13 textových souborů (v1, v2… …v13.txt) s geometrickými parametry a materiálovými vlastnostmi jednotlivých sestav (obr. 38). V programu ANSYS LS-DYNA v prostředí APDL byl ručně vložen (α) skript v podobě cyklu, jenž postupně načítá (β) 13 textových souborů s proměnnými a vytvoří pro každý model K-soubor.

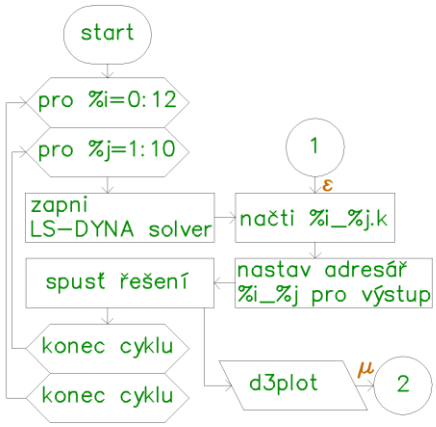
Dále byl vytvořen dávkový soubor systému Windows BAT, který pomocí dvojného cyklu postupně spouští program LS-Prepost a načítá (δ) soubory TXT s příkazy pro program LS-Prepost, který pak postupně vytvoří z každého K-souboru (γ) dalších 10 K-souborů (celkem tedy 130) s přiřazenými rychlostmi, definovanými kontakty a nastavenými časovými parametry simulace. Tyto soubory mají název dle legendy (tab. 7).



Obrázek 39: Podrobný vývojový diagram fáze preprocessing

8.2.2 Solving

Další dávkový soubor postupně načítá (ε) všech 130 k-souborů do řešiče LS-DYNA a ukládá (μ) výsledky d3plot do připravených adresářů s označením dle legendy (tab. 7) na externí disk (obr. 40).

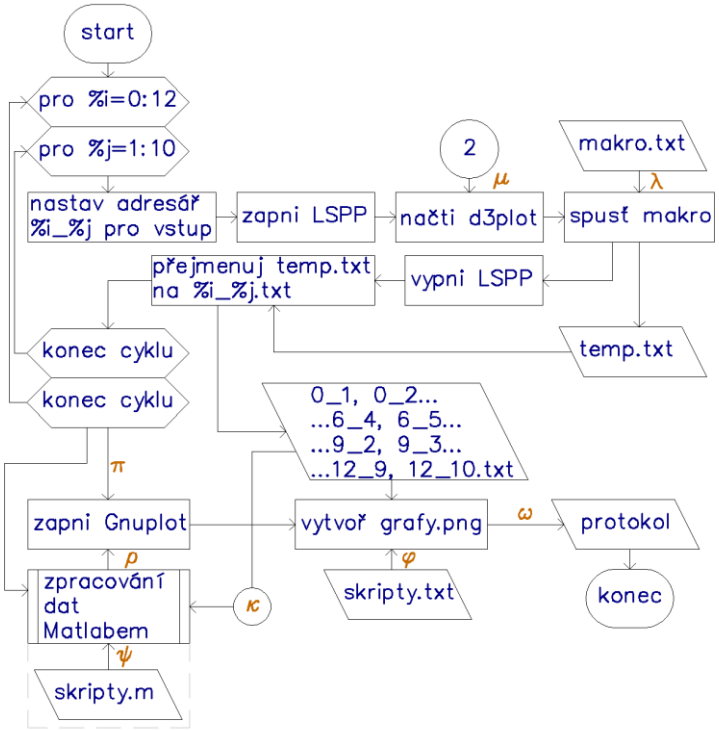


Obrázek 40: Podrobný vývojový diagram fáze solving

8.2.3 Postprocessing

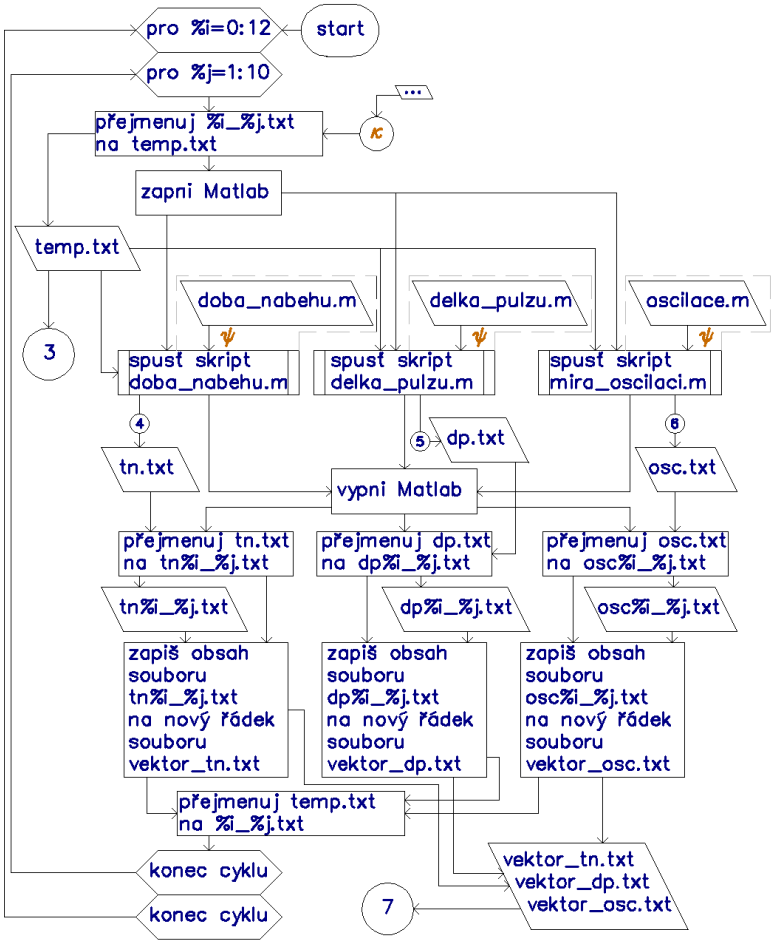
Dávkový soubor podobný souboru zprostředko vávajícího vazbu (γ) načítá (μ) soubory d3plot do programu LS-Prepost, kde je pomocí načtených (λ) skriptů vytvořen pro každou simulaci textový soubor XY hodnot [čas; napětí] pro element, kde probíhá měření (obr. 41). Nyní je k dispozici klíčových 130 textových souborů, jejichž data mohou být dále zpracována.

Do interaktivního prostředí programu Gnuplot byly ručně vloženy (φ) skripty pro vytvoření potřebných grafů, které jsou prezentovány (ω) v protokolech.

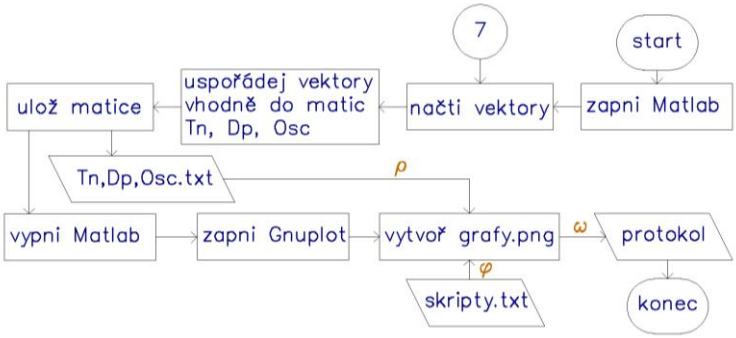


Obrázek 41: Podrobný vývojový diagram 1. části fáze postprocessing

Poslední protokoly 9.3.4, 9.3.5 a 9.3.6 vyžadovaly nejprve zpracování dat v programu Matlab (obr. 42). Dávkový soubor postupně spouští (κ) Matlab a načítá (ψ) příslušné skripty (obr. 44 – 46). Data v podobě matic jsou dále načtena (ρ) do programu Gnuplot pomocí ručně vložených (φ) skriptů a grafy ve formátu PNG vloženy (ω) do protokolů (obr. 43).



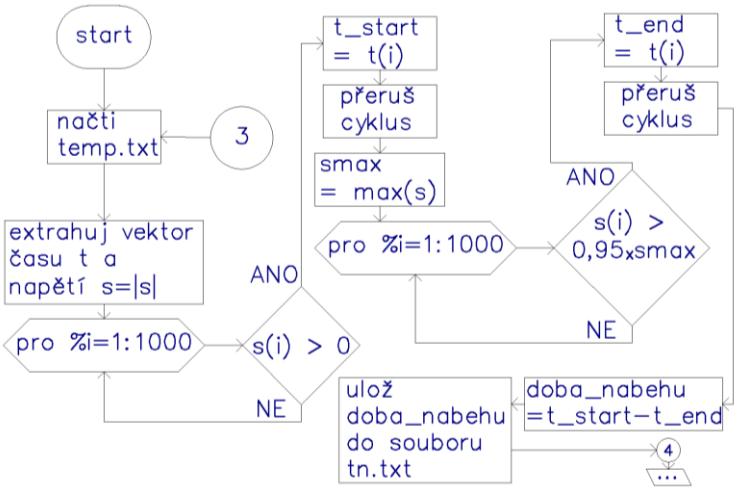
Obrázek 42: Podrobný vývojový diagram 2. části fáze postprocessing



Obrázek 43: Podrobný vývojový diagram 3. části fáze postprocessing

8.2.3.1 Určení doby náběhu

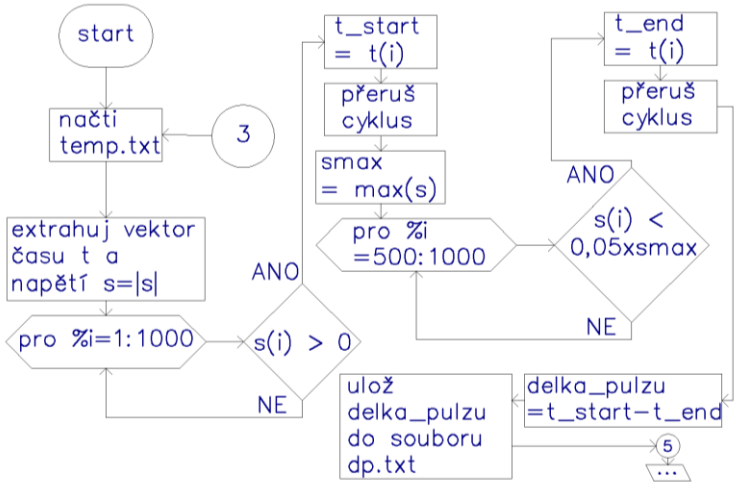
Byl navržen vlastní algoritmus pro určení doby náběhu (obr. 44). Za dobu náběhu se považuje čas mezi odchýlením hodnoty napětí od nuly a dosažením 95 % jeho maximální hodnoty.



Obrázek 44: Algoritmus pro určení doby náběhu

8.2.3.2 Určení délky pulzu

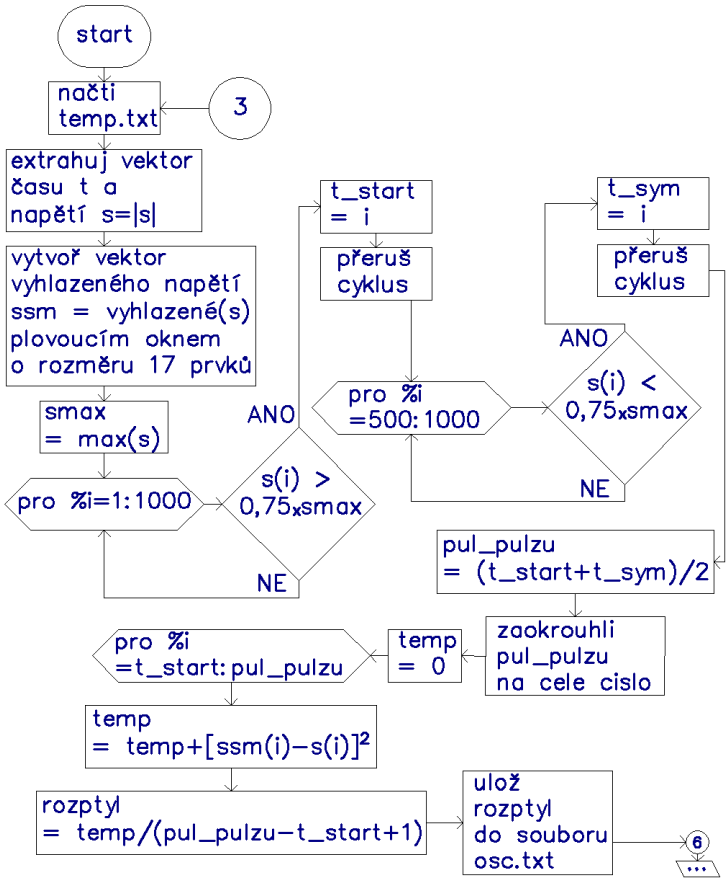
Byl navržen vlastní algoritmus pro určení délky pulzu (obr. 45). Za délku pulzu se považuje čas mezi odchýlením hodnoty napětí od nuly a jeho klesnutím pod hodnotu 5 % z hodnoty maximální.



Obrázek 45: Algoritmus pro určení délky pulzu

8.2.3.3 Určení míry oscilací napětí

Byl navržen vlastní algoritmus pro určení míry oscilací (obr. 46). Jako kritérium byla vybraná statistická veličina rozptyl oproti vyhlazenému pulzu od dosažení 75 % maximálního napětí do poloviny pulzu. Pro určení poloviny pulzu je využita jeho přibližná symetričnost.



Obrázek 46: Algoritmus pro určení míry oscilací

8.3 Zhodnocení míry automatizace

Celá procedura byla po částech úspěšně automatizována. Jednotlivé programy jsou ovládány dávkovými soubory. Výjimkou je program Gnuplot, vnější řízení nebylo shledáno potřebným. Bylo nutné vytvořit grafy individuálně dle požadavků úlohy a musela probíhat průběžná vizuální kontrola výstupu v PNG. Nicméně začlenění do dávkových souborů by v případě potřeby neměl být problém. Teoreticky je možné jednotlivé dávkové soubory BAT propojit a vytvořit tak ucelený nástroj, jehož aplikovatelnost je však zpochybnitelná. Bylo by nutné ručně přepsat cesty k adresářům se soubory a s programy pro každý počítač.

9 PROTOKOLY SIMULACÍ

Tato kapitola je souborem protokolů všech simulací. Simulace jsou pro přehlednost zpracovány dle jednotného vzoru 9.1.

9.1 Typ studie

Nejdříve je proveden soubor simulací v rámci studie citlivostní (kapitola 9.2), dále v rámci studie parametrické (kapitola 9.3).

9.1.1 Název studie

V rámci citlivostní studie je zkoumán vliv typu a jemnosti geometrické diskretizace na výsledky a kalibrace modelu porovnáním s naměřenými daty na reálné sestavě SHPB v laboratoři ústavu K618. V rámci parametrické studie tvarovače pulzu je zkoumán vliv jeho průměru, délky a rychlosti narážející tyče na tvar incidentního pulzu.

9.1.1.1 Motivace

Shrnutí cílů dané studie.

9.1.1.2 Vstupní údaje

Tabulka 8: Soubor vstupních údajů

Veličina / Část	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m^3]	E [GPa]	μ	σ_k [MPa]	K [GPa]
Narážející tyč								
Tvarovač pulzu								
Incidentní tyč								

9.1.1.3 Parametry simulace

Tabulka 9: Soubor časových parametrů

Celkový čas simulace TERMINATION [ms]	
Interval vykreslování výsledků D3PLOT [ms]	

9.1.1.4 Pomocné výpočty

Analytický výpočet vstupních parametrů.

a) Délka incidentní tyče L_i je určena podle nároků měření tak, aby byl výstup co nejvíce úsporný na úložnou kapacitu.

b) $TERMINATION\ t_t$, neboli délka simulace je určena ze vztahů:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad ;$$

$$v = \frac{s}{t} \quad ;$$

$$\rightarrow t_t = \frac{s_m}{v_n} + s\sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad ;$$

kde s_m je mezera mezi tyčemi, v_n rychlost narážející tyče a s pro měření potřebná dráha vlny.

c) $D3PLOT\ t_{D3}$, neboli interval výstupu je volen podle požadovaného počtu snímků n na délku jednoho pulzu t_p:

$$t_{D3} = \frac{t_p}{n} = \frac{2L_n}{n\,c} \quad ;$$

kde L_n je délka narážející tyče.

9.1.1.5 Úpravy výchozího zdrojového kódu

Modifikace výchozího skriptu (kapitola 7) pro tvorbu modelu dle potřeb dané úlohy.

9.1.1.6 Grafické výstupy s komentářem

Grafy a tabulky s okomentovanými výsledky.

9.1.1.7 Shrnutí výsledků

Stručný a jasný přehled dosažených výsledků.

9.2 Citlivostní studie

Tato studie slouží k naladění modelu, aby se choval dle fyzikálních zákonů. Jelikož je kvůli zjednodušené formulaci úloh (absence tření, jednoduché materiálové modely apod.) přesné naladění takřka nemožné, je snahou vymezit hranice, odkud je možné považovat výstup za relevantní (místo sledování veličin na incidentní tyči).

9.2.1 Vliv typu geometrické diskretizace

Je provedeno porovnání dvou různě geometricky diskretizovaných modelů.

9.2.1.1 Motivace

Snahou je určit okamžik, resp. polohu, od které je vlna napětí homogenní v celém průřezu tyče. Druhým cílem je grafické znázornění průběhu napětí bezprostředně po nárazu. Dále bude vybrán model, který bude pro další potřeby optimální.

9.2.1.2 Vstupní údaje

Tabulka 10: Soubor vstupních údajů

Veličina / Část	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m^3]	E [GPa]	μ
Narážející tyč	100	20	40	2700	72	0,3
Incidentní tyč	160	20	0	2700	72	0,3

Délka narážející tyče má vliv pouze na délku pulzu, z úsporných důvodů je volena kratší. Průměr tyčí odpovídá sestavě SHPB v laboratoři ústavu K618.

9.2.1.3 Parametry simulace

Tabulka 11: Soubor časových parametrů

Celkový čas simulace TERMINATION [ms]	0,051
Interval vykreslování výsledků D3PLOT [ms]	0,00006

9.2.1.4 Pomocné výpočty

Celý nesuperponovaný pulz se na incidentní tyči dá naměřit až do místa, kde se setká od volného konce odražené čelo vlny a její konec, který se bezprostředně po nárazu šíří v kladném směru osy z. Délka incidentní tyče závisí tedy na délce tyče narážející L_n a velikosti délkového intervalu I na incidentní tyči, kde je potřeba pulzy naměřit. Podle odborné literatury [4] je vlna homogenní už po jednotkách (3 – 6) uražených poloměrů $\frac{D}{2}$, a tedy:

$I = 6 \cdot \frac{D}{2} = 60\ mm$;

$L_i \geq L_n + I \geq 160\ mm$.

Vlna urazí dráhu

$s = L_i + L_n = 260\ mm$.

Délka simulace je

$$t_t = \frac{s_m}{v_n} + s\sqrt{\frac{\rho}{E}} = \frac{10^{-5}}{40} + 0{,}26\sqrt{\frac{2700}{72 \cdot 10^9}} \cong 5{,}1 \cdot 10^{-2}\ ms \quad .$$

Vykreslení výsledků pro $n = 700$:

$$t_{D3} = \frac{t_p}{n} = \frac{2L_n}{nc} \cong \frac{4 \cdot 10^{-5}}{n} = 6 \cdot 10^{-5}\ ms \quad .$$

Dále může být předběžně odhadnuta hodnota napětí v tyči. Vychází se z impulzu síly H. Předpokladem je obdélníkový pulz, tudíž síla F je konstantní.

$$H = \int_0^{\frac{2L_n}{c}} F\ dt = \frac{2L_n}{c} F$$

$$\rho L_n A_n v_n = \frac{2L_n}{c} F$$

$$\sigma_{stř} = \frac{F}{A_n} = \frac{\rho v_n}{2}\sqrt{\frac{E}{\rho}} = \frac{2700 \cdot 40}{2}\sqrt{\frac{72 \cdot 10^9}{2700}} \cong 280\ MPa$$

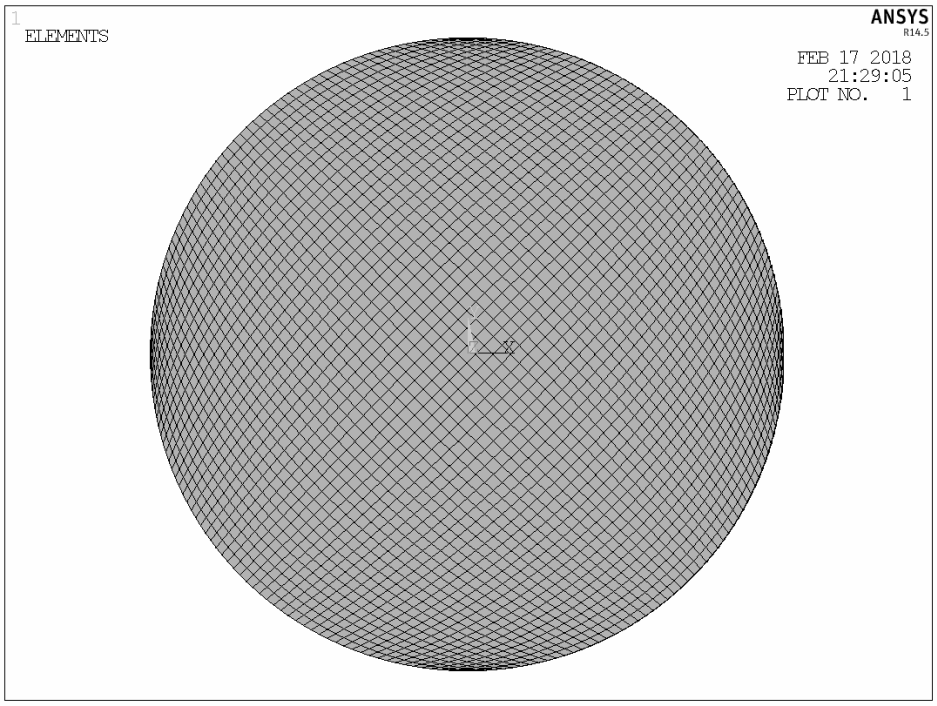
9.2.1.5 Úpravy výchozího zdrojového kódu

Je ponechána pouze část „narážející tyč“ a „incidentní tyč“.

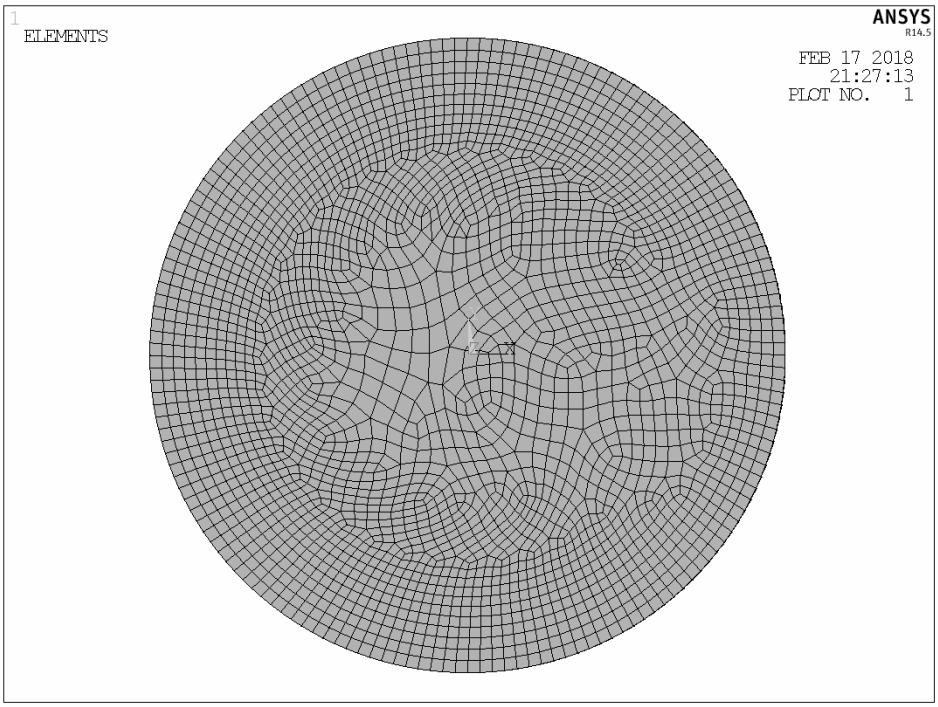
9.2.1.6 Grafické výstupy s komentářem

Elementy v incidentní tyči by měly být přibližně krychlové. Podélné dělení tyče je nastaveno po $0{,}5\ mm$, tedy 320 elementů. Při průměru tyče $20\ mm$ z toho plyne pro krychlový tvar cca 100 elementů po obvodu tyče. Způsob vytvoření sítě v tyči je dvojí. Příkaz VMESH vytvoří síť v objemu, dá se říci, že proces vytváření sítě začíná „zevnitř“, přičemž se snaží ctít orientaci okrajových ploch, jedná se o tzv. mapované vytváření sítě (obr. 47). Vedle toho příkaz VSWEEP vytvoří nejdříve síť na plochách, které jsou orientované proti sobě a tuto plošnou síť „protáhne“ objemem mezi řečenými plochami. Příkaz se tedy snaží vytvořit optimální síť

na čelech tyče (obr. 48). Samotné „protažení“ je pak analogií vytváření objemu tažením po křivce.



Obrázek 47: Síť vytvořená příkazem VMESH

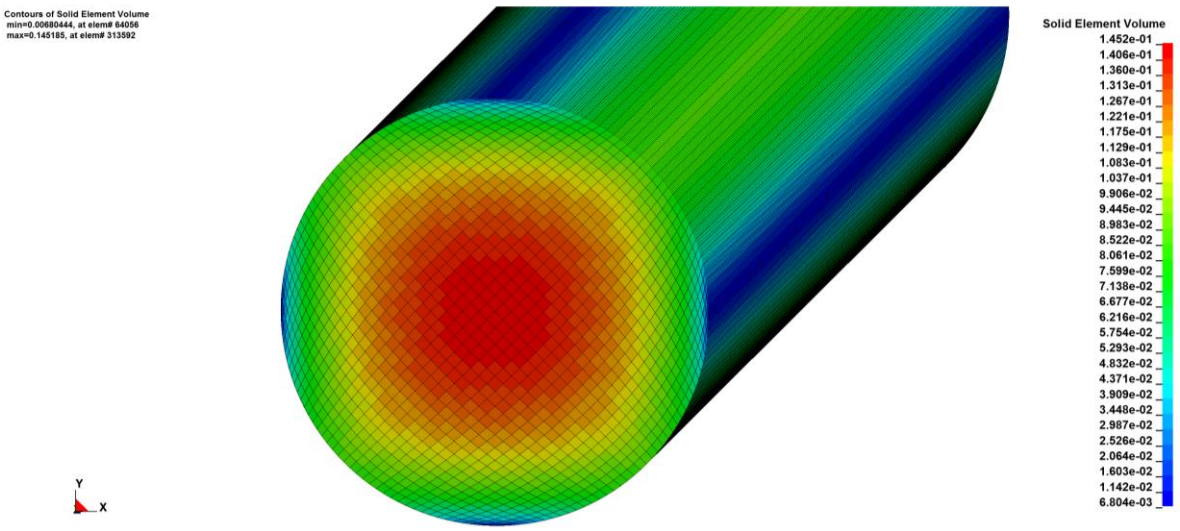


Obrázek 48: Síť vytvořená příkazem VSWEEP

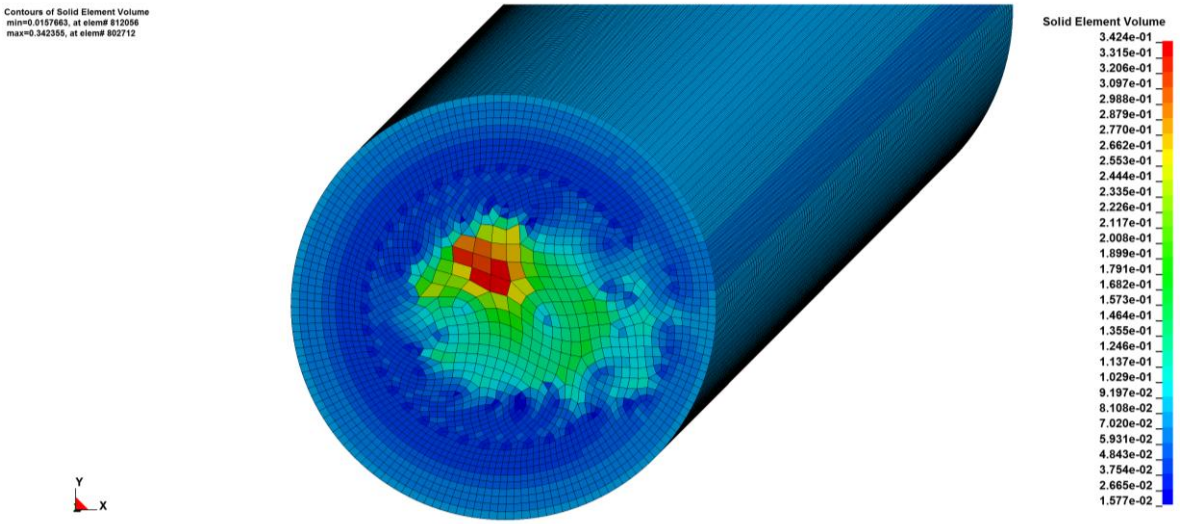
Je patrné, že ani jedna metoda není dokonalá. Příkaz VMESH vytvoří sice pravidelnou síť v centrální části průřezu, nicméně na osách x, y vznikají u krajů velmi malé elementy, kvůli

kterým je pak časový krok nastaven na velmi malou hodnotu a prodlužuje se tak výpočet. Naproti tomu příkaz VSWEEP vytváří síť od hrany průřezu. Od okraje po dvě třetiny poloměru je síť pravidelná, dále se síť stáčí a ke středu průřezu je síť zcela nesymetrická. Předchozí věty jsou přehledně shrnuty v grafické analýze kvality modelu (obr. 49 – 54).

U varianty VMESH (obr. 49) je poměr maxima a minima objemu přibližně 20, přičemž nejmenší hodnoty se vyskytují po obvodu na rozhraní kvadrantů průřezu. Ve druhém případě VSWEEP (obr. 50) je zmíněný poměr přibližně též 20, nicméně maxima nabývá jen pár elementů nad středem průřezu. Po obvodu a do značné hloubky tyče je objem elementů stejný.

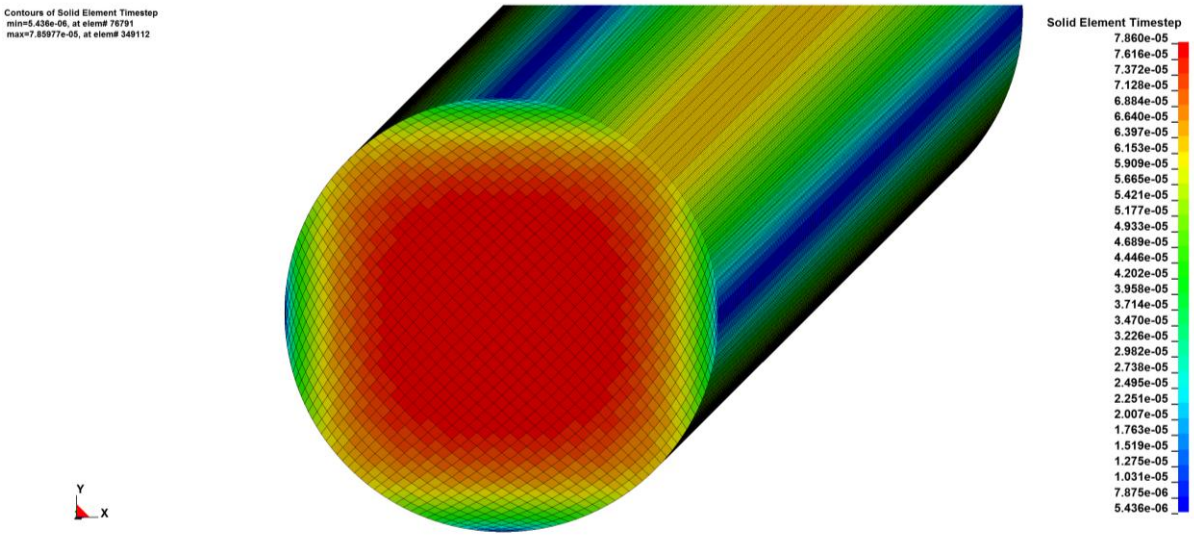


Obrázek 49: Objem elementů VMESH [mm^3]

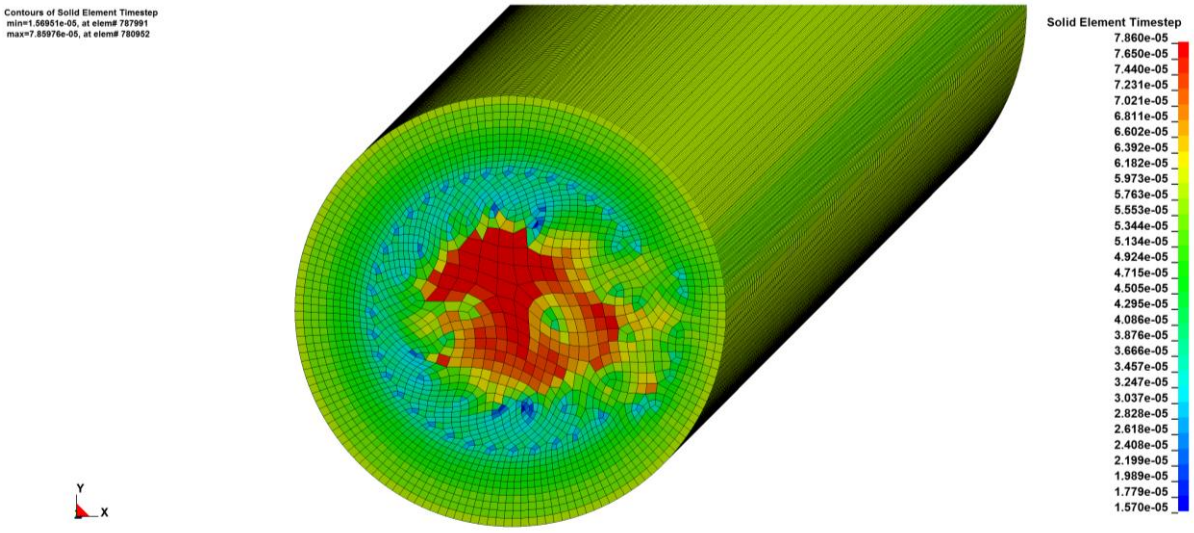


Obrázek 50: Objem elementů VSWEEP [mm^3]

Kritériem kvality modelu je i délka výpočtu. Délka kroku výpočtu tento parametr bezprostředně ovlivňuje. V případě VMESH (obr. 51) potřebují nejkratší krok právě elementy s nejmenším objemem (obr. 49). U typu VSWEEP (obr. 52) se na první pohled zdá situace analogická, nicméně je mezi oběma modely markantní rozdíl. U varianty VMESH je možné definovat velikost elementů uvnitř tyče a na zmíněných rozhraních kvadrantů se pak velikost neúměrně *zmenšuje*. Vedle toho u modelu VSWEEP jsou jednoznačně definované elementy po obvodu a od určité hloubky se velikost elementů směrem ke středu *zvětšuje*. Důsledek je tedy takový, že u modelu VMESH není uživatel schopen definovat krok výpočtu, kdežto u varianty VSWEEP určí přibližně nejkratší krok a tím i dobu simulace.

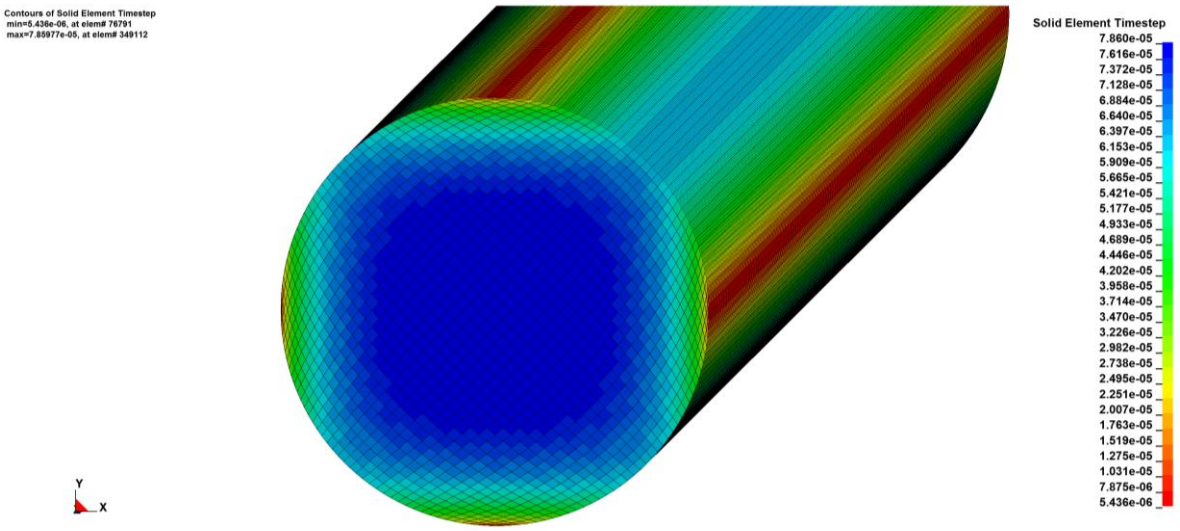


Obrázek 51: Odhad kroku výpočtu pro element VMESH [ms]

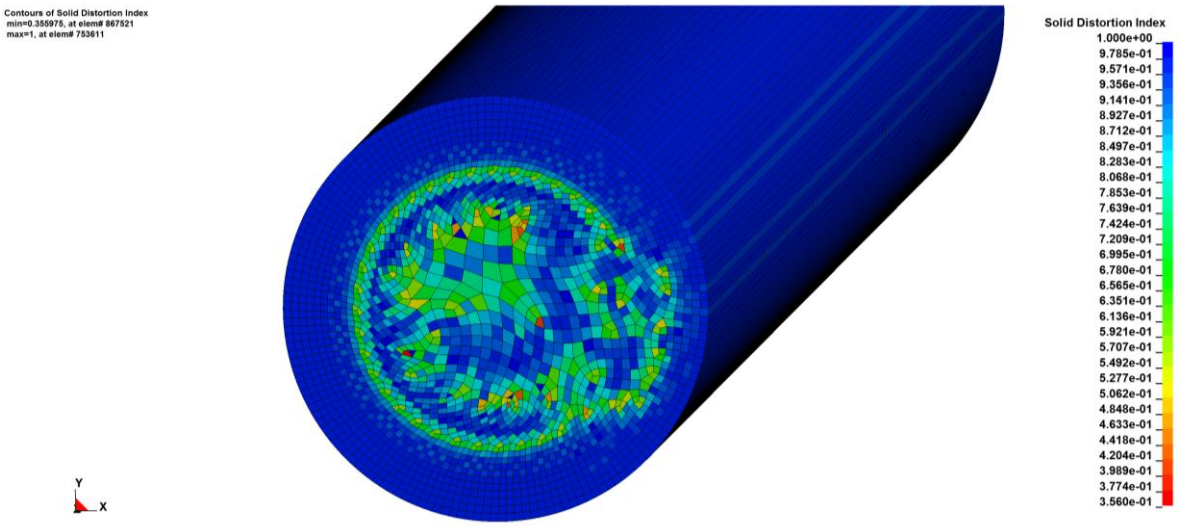


Obrázek 52: Odhad kroku výpočtu pro element VSWEEP [ms]

K poslednímu porovnání je využit index zdeformování výchozího tvaru elementu. Dá se předpokládat, že nejpřesnější výstupy bude mít pravidelný krychlový element. Spíše než konkrétní hodnota indexu budiž předmětem sledování grafické znázornění pomocí škály (obr. 53, 54). Index přibližně shrnuje předchozí odstavce. Modrá barva znamená krychlový tvar, červená pak nejvíce deformovaný. Na první pohled je zřejmé, že index úzce souvisí s objemem elementu, barevné škálování je inverzní, ale kvalitativní význam je stejný.



Obrázek 53: Index zdeformování výchozího tvaru elementu VMESH

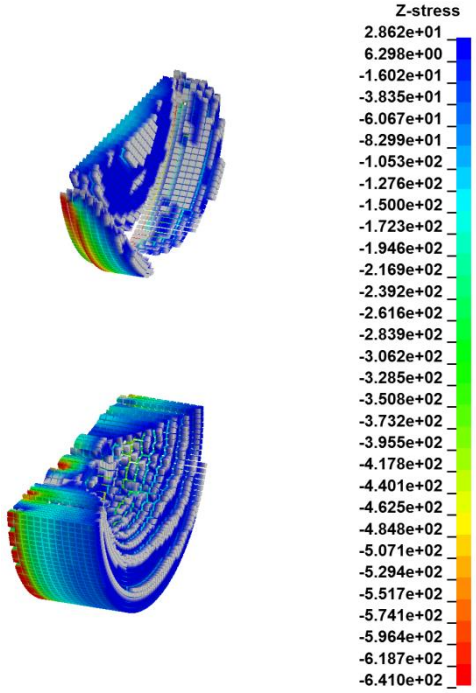


Obrázek 54: Index zdeformování výchozího tvaru elementu VSWEEP

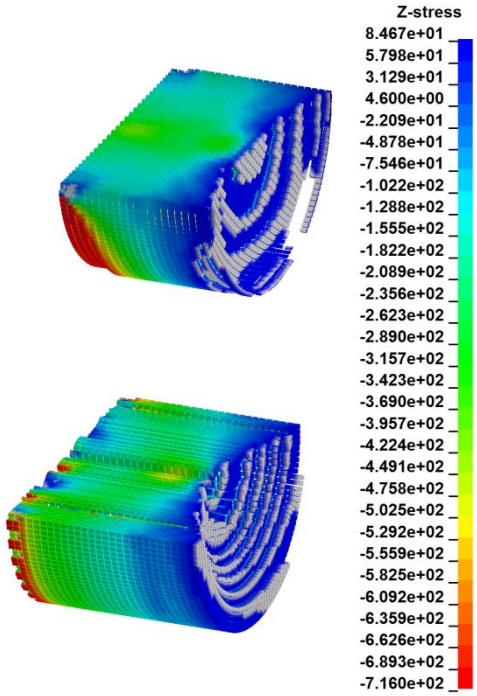
Simulace byly provedeny za stejných vstupních podmínek (tab. 10). Výsledky obou variant jsou porovnány v dalších odstavcích. Postup vyhodnocení je následující. V grafech (obr. 80 – 95) je vykreslen časový průběh napětí v elementu. Souřadnice vybraných elementů jsou z intervalů

$$[z, y, x] = \langle 0; 6r \rangle \times \langle 0; r \rangle \times \{0\}.$$

Nejdříve je však předvedeno grafické znázornění časového průběhu napětí pomocí barevné škály (obr. 55 – 79). Vypočtená teoretická hodnota napětí byla stanovena na $280\ MPa$, proto bude pro přehlednost vykreslený pouze interval $\langle -320;\ -220 \rangle\ MPa$. Krok vykreslení je čas potřebný pro prostup vlny o jeden poloměr průřezu r.

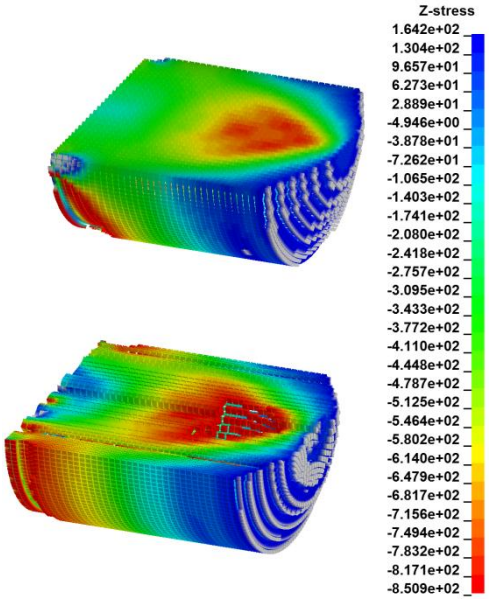


Obrázek 55: 1 r [MPa]

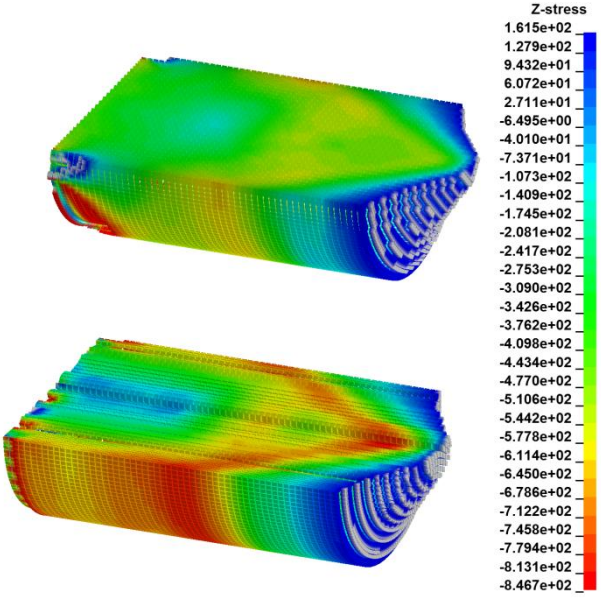


Obrázek 56: 2 r [MPa]

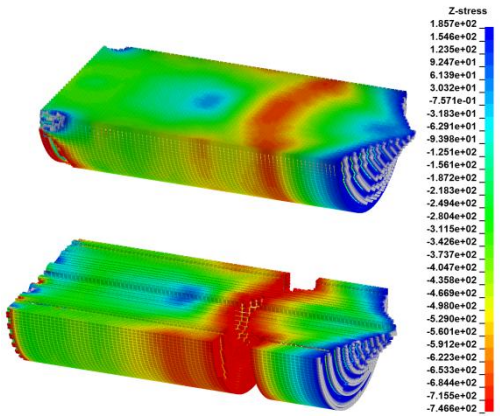
(VMESH nahoře, VSWEEP dole)



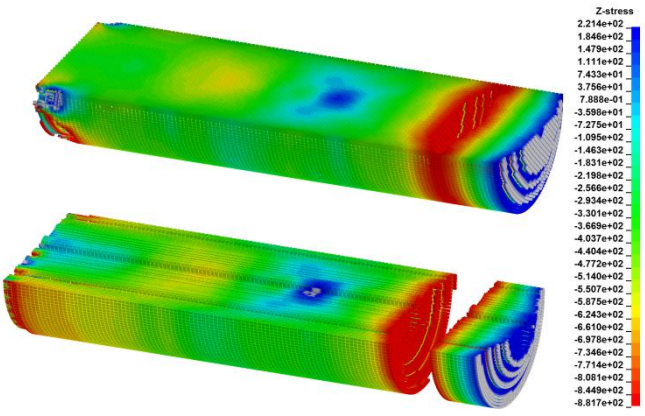
Obrázek 57: 3 r [MPa]



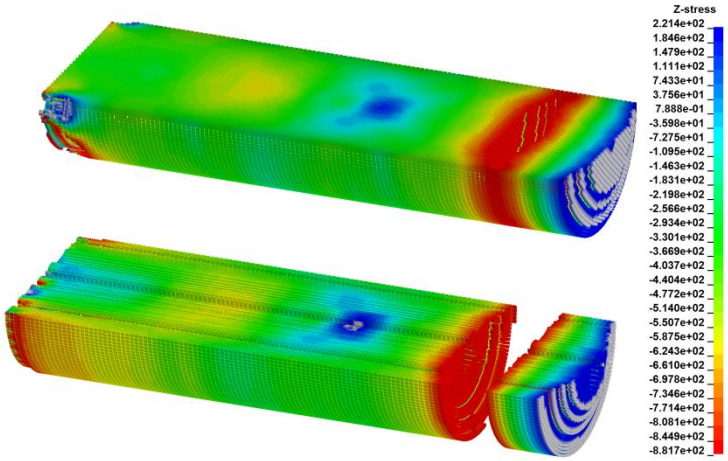
Obrázek 58: 4 r [MPa]



Obrázek 59: 5 r [MPa]

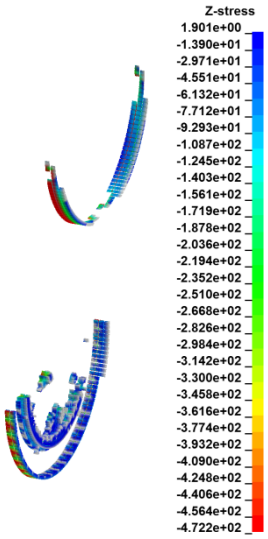


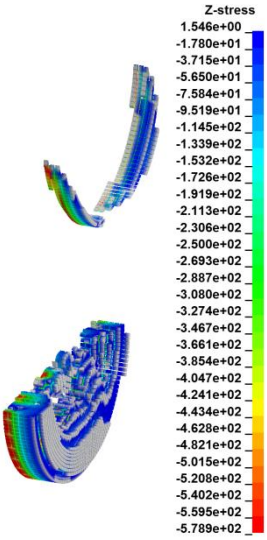
Obrázek 60: 6 r [MPa]

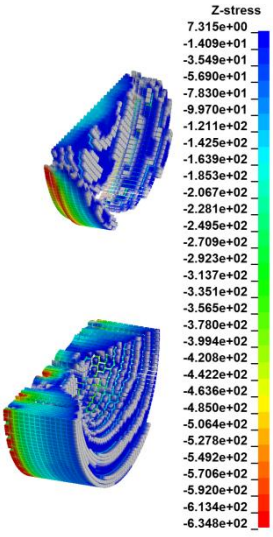


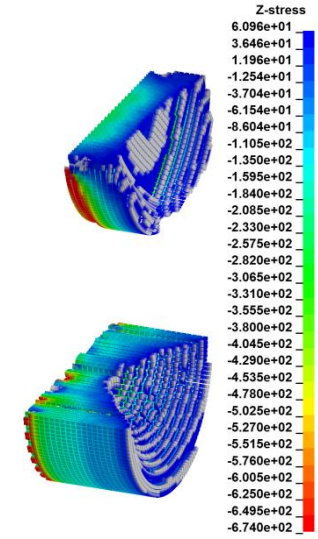
Obrázek 61: 7 r [MPa]

Čelo vlny má do uražené vzdálenosti $2\,r$ trychtýřovitý tvar, poté dochází k přechodu na tvar kužele, který se postupem mění na rovinu. Od vzdálenosti $6\,r$ se rozložení napětí průřezu dá považovat za homogenní. K největším změnám dochází do vzdálenosti $3\,r$, tento interval je zobrazen detailněji na následující sekvenci (obr. 62 – 70). Krok je 3x jemnější, než v předchozím případě.



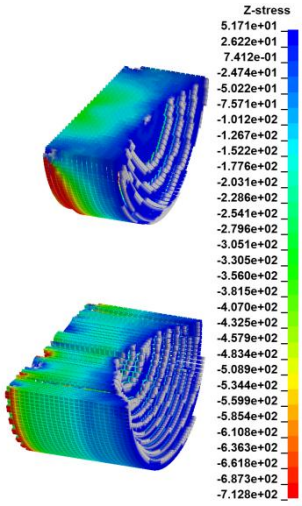


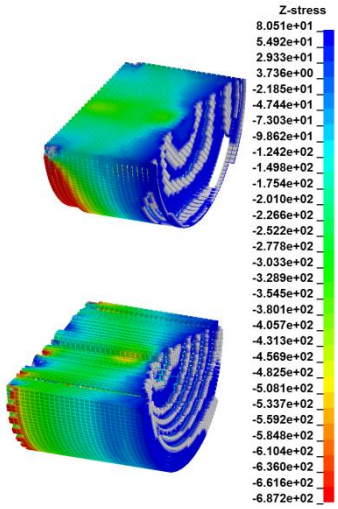


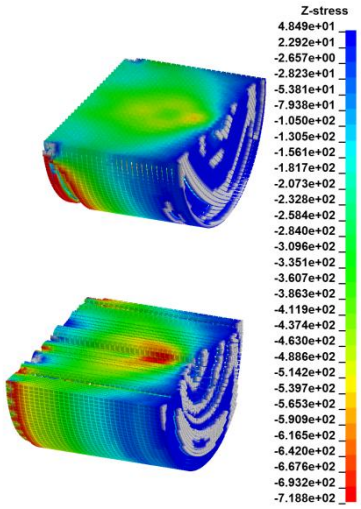


Obrázek 62: 0 r [MPa] **Obrázek 63: 1/3 r [MPa]** **Obrázek 64: 2/3 r [MPa]** **Obrázek 65: 3/3 r [MPa]**

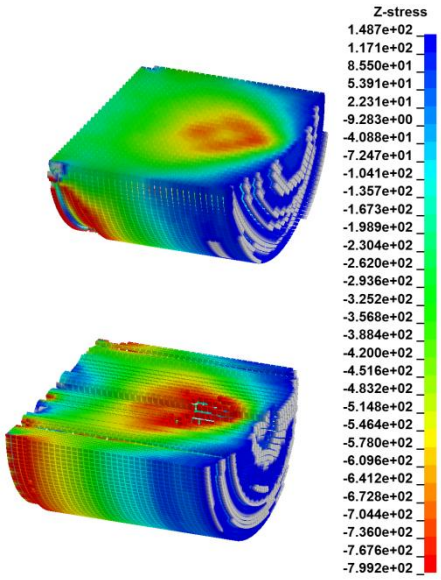
(VMESH nahoře, VSWEEP dole) [MPa]



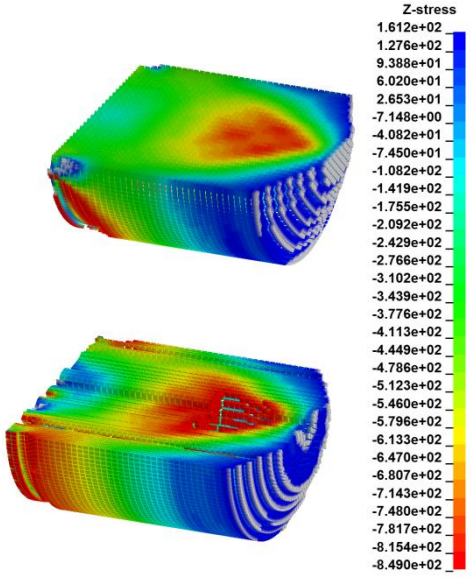




Obrázek 66: 4/3 r [MPa] **Obrázek 67: 5/3 r [MPa]** **Obrázek 68: 6/3 r [MPa]**

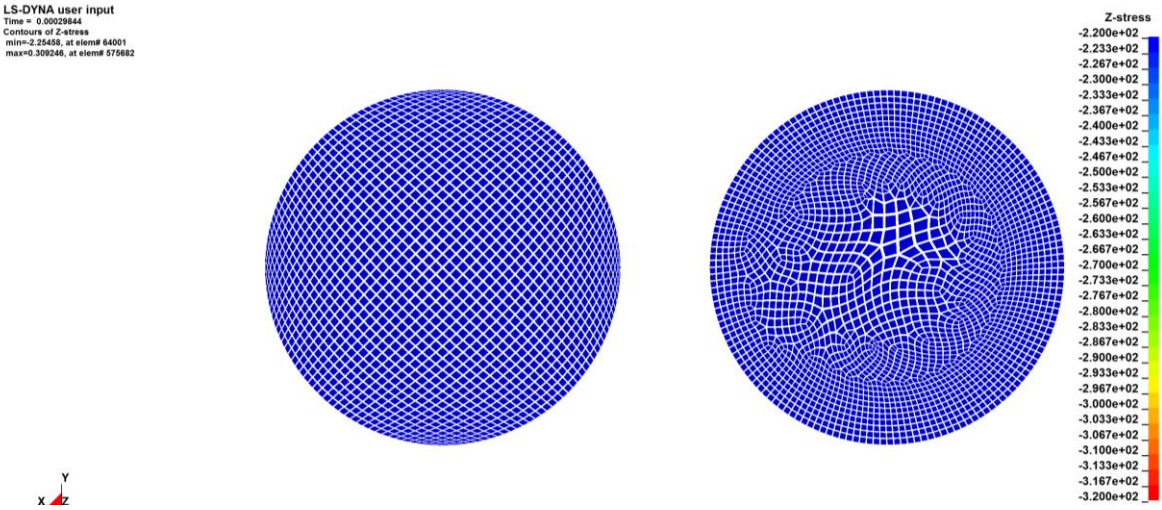


Obrázek 69: 7/3 r [MPa]



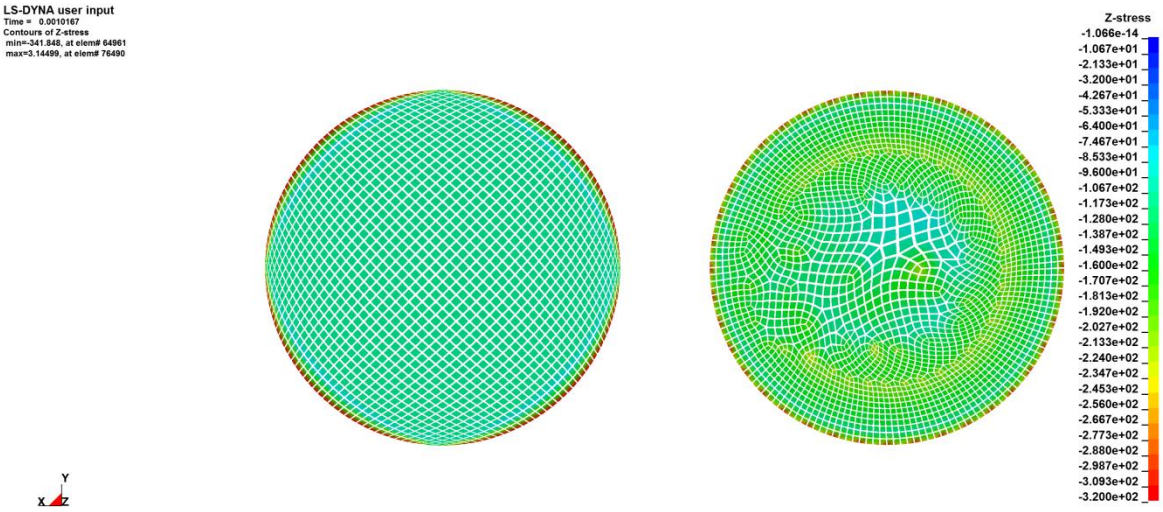
Obrázek 70: 8/3 r [MPa]

Na obrázcích intervalu do $1\,r$ je vidět hlavní rozdíl mezi modelem VMESH a VSWEEP. U prvního modelu dochází v důsledku rozložení nestejných elementů po obvodě ke generování napětí nesymetricky vůči střednici tyče. Pravděpodobnější rozložení napětí představuje model VSWEEP. Nejnázornějším porovnáním tohoto rozdílu je následující sekvence obrázků čel tyčí (obr. 71 – 77). Vykreslení je přibližně po okamžik, kdy vlna prostoupí do vzdálenosti $8\,r$. Krok není pevně daný.

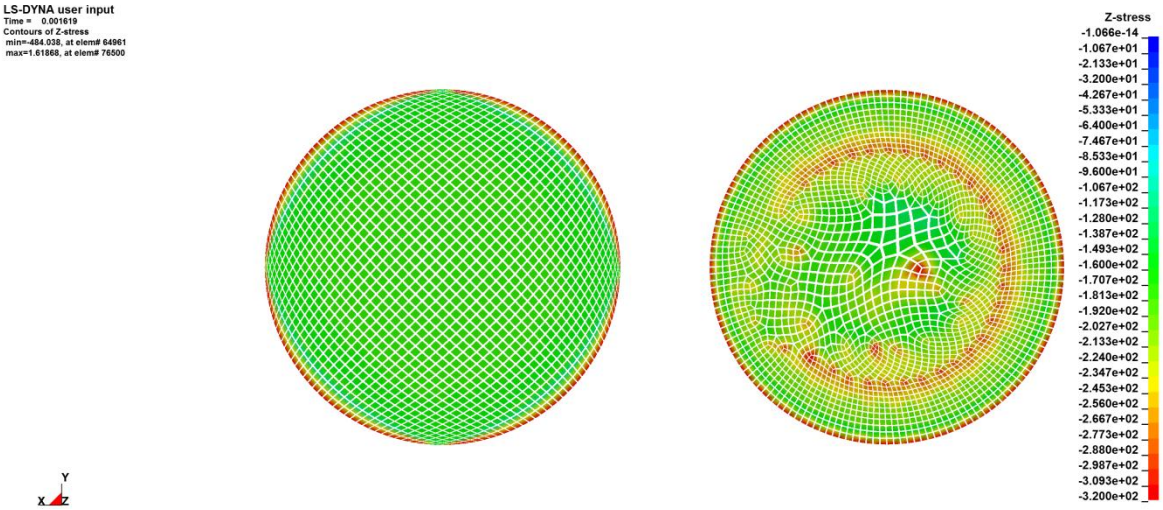


Obrázek 71: Rozložení napětí na čelech tyčí, čelo vlny v 0 r [MPa]

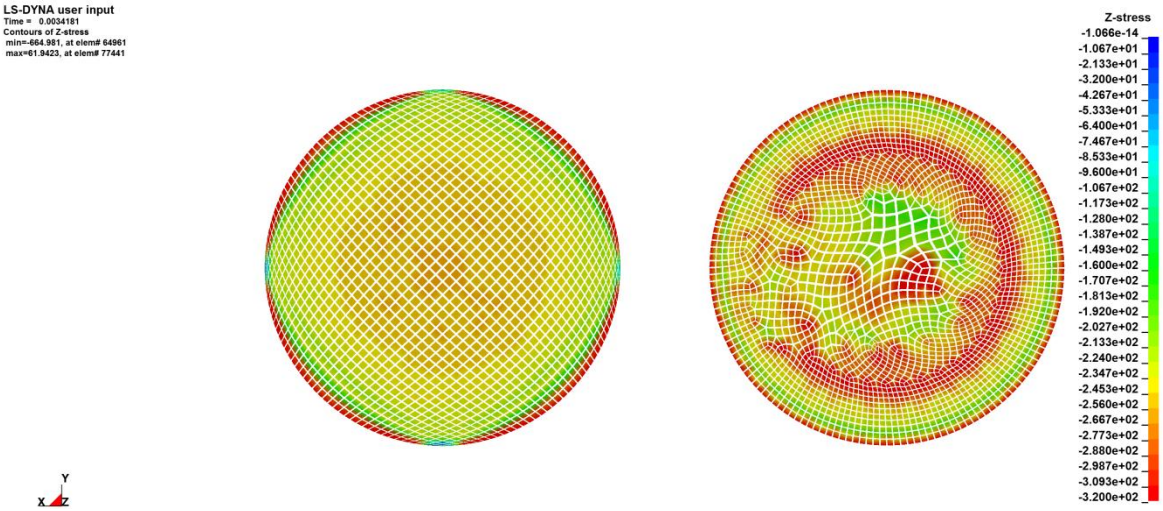
(VMESH vlevo, VSWEEP vpravo)



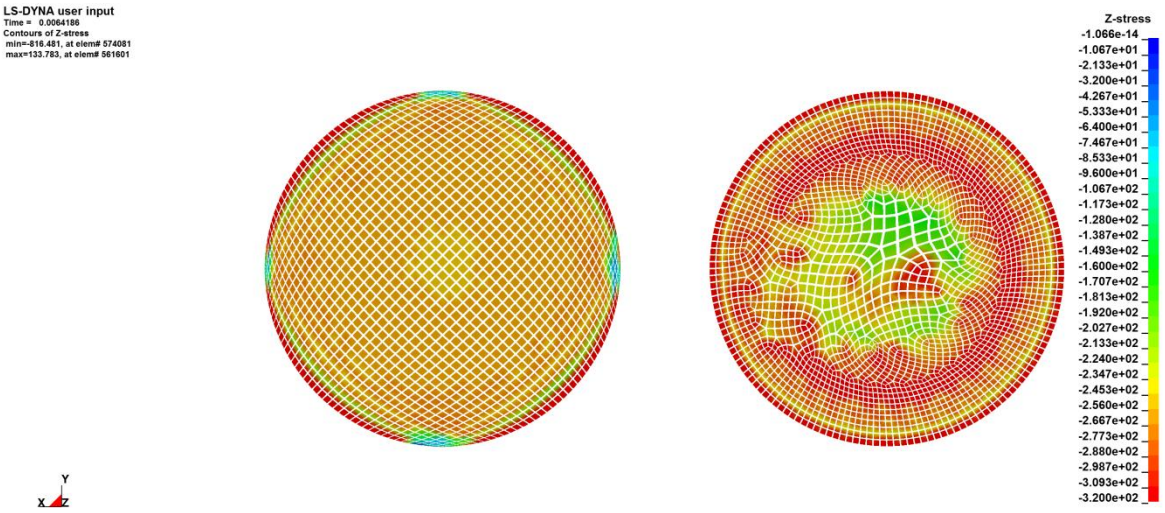
Obrázek 72: Rozložení napětí na čelech tyčí [MPa]



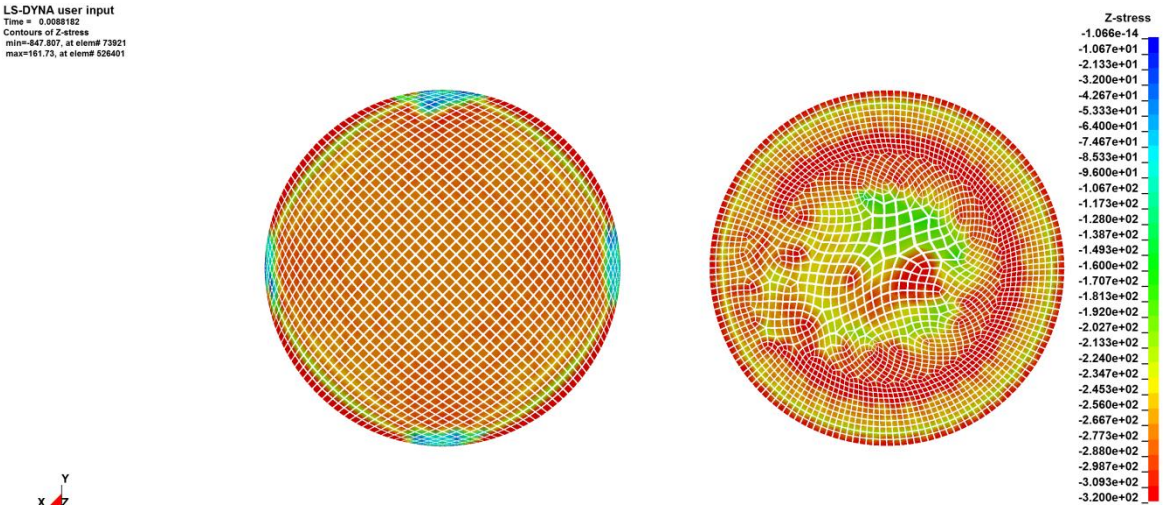
Obrázek 73: Rozložení napětí na čelech tyčí [MPa]



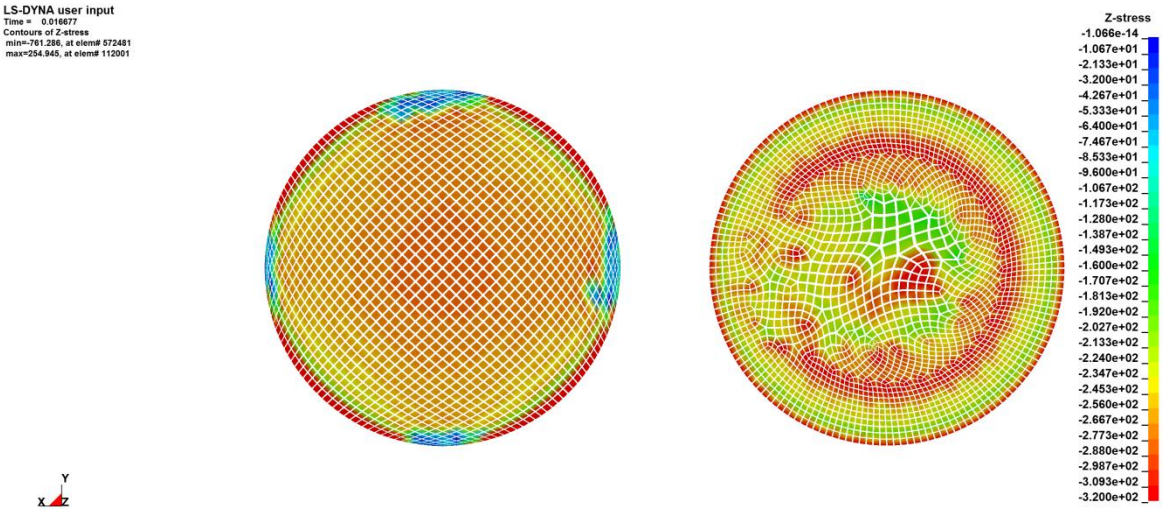
Obrázek 74: Rozložení napětí na čelech tyčí [MPa]



Obrázek 75: Rozložení napětí na čelech tyčí [MPa]

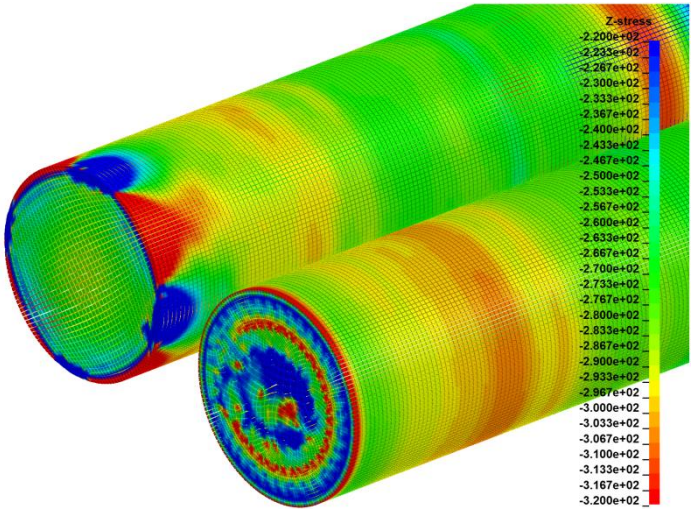


Obrázek 76: Rozložení napětí na čelech tyčí, čelo vlny v 2 r [MPa]

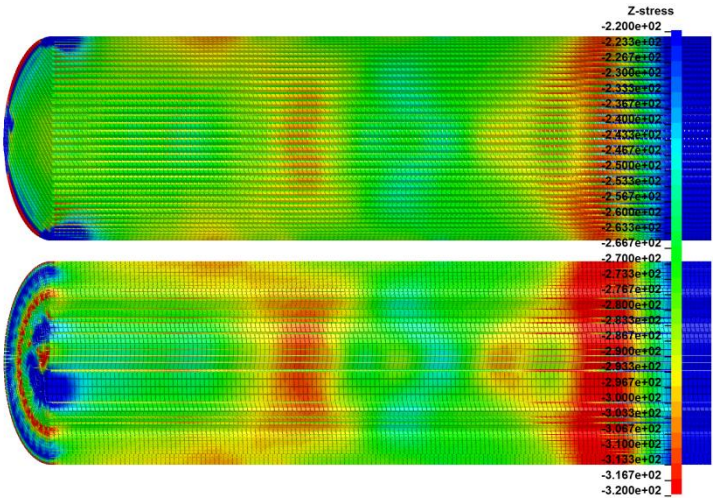


Obrázek 77: Rozložení napětí na čelech tyčí, čelo vlny v 8 r [MPa]

Z porovnání předchozích snímků a analýzy kvality modelu (obr. 49 a dále) lze vyvodit závěr, že iregularity v objemech elementů jsou zdrojem chyby. Dalšími problémovými elementy jsou ty na povrchu, především na vzdálenosti prvních několika jednotkách poloměrů od čela tyče. Na obrázcích 78 a 79 je v perspektivě vykreslen stav z obrázku 77. U modelu VSWEEP se napětí uvnitř tyče zdá rozdělené nerovnoměrně (obr. 78), nicméně tato nerovnoměrnost se rozptýlí na prvních vrstvách elementů (obr. 79). Navíc tvar sítě modelu VSWEEP je uživatel schopen v jistých mezích korigovat (viz první odstavec této podkapitoly), a tedy i eliminovat příliš velké elementy ve středu tyče, popř. i ty menší, které vytváří v průřezu červený prstenec (obr. 78).



Obrázek 78: Stav z obrázku 68 (VMESH vlevo, VSWEEP vpravo) [MPa]

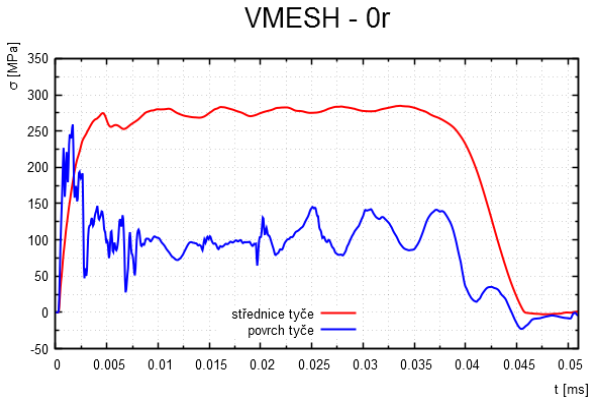


Obrázek 79: Stav z obrázku 68 (VMESH nahoře, VSWEEP dole) [MPa]

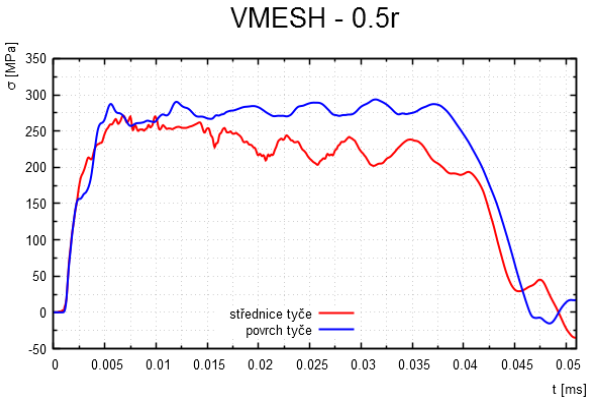
Posledním porovnání jsou časové průběhy napětí na vybraných elementech (obr. 80 – 95). Ačkoli v dalších řešených úlohách budou tyto typy grafů klíčové, jsou nyní uvedené pouze jako doplnění a shrnutí, popř. zpřesnění předchozích výsledků, bez podrobného rozebrání a

vyčíslení. Obecně mají tyto grafy větší kvalitativní hodnotu než grafická vykreslení výše, ty pak slouží pro komplexnější představu o rozložení veličin. V názvech grafů níže je uvedena souřadnice z, kde je pulz naměřen.

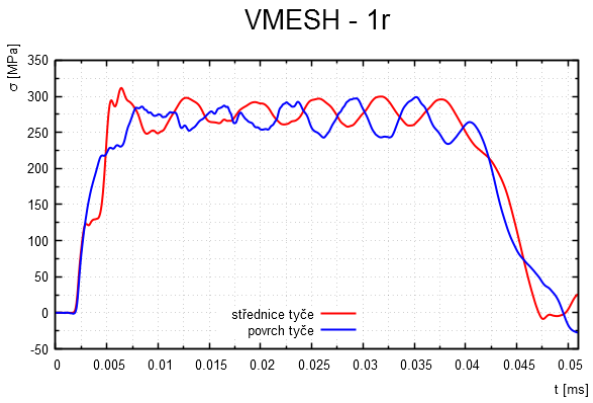
U varianty VMESH (obr. 80 – 84) je dobře vidět numerickou chybu na čele tyče, zvlášť na jejím povrchu pláště. Do vzdálenosti dvou poloměrů dosahuje napětí ve středu tyče větších hodnot než na povrchu. Od vzdálenosti čtyř poloměrů je průběh napětí shodný.



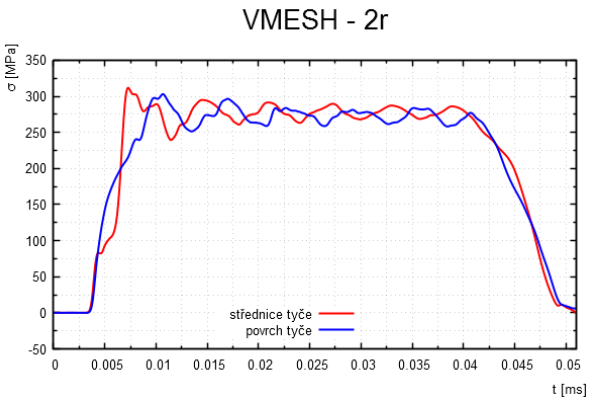
Obrázek 80: VMESH 0r napěťový pulz



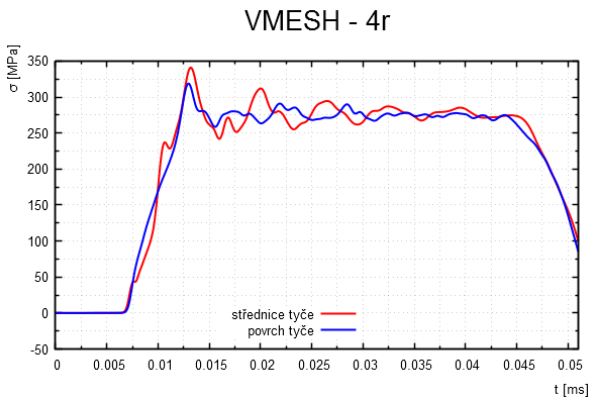
Obrázek 81: VMESH 0.5r napěťový pulz



Obrázek 82: VMESH 1r napěťový pulz

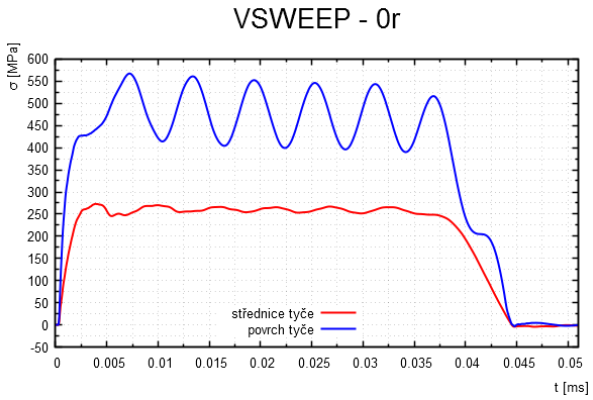


Obrázek 83: VMESH 2r napěťový pulz

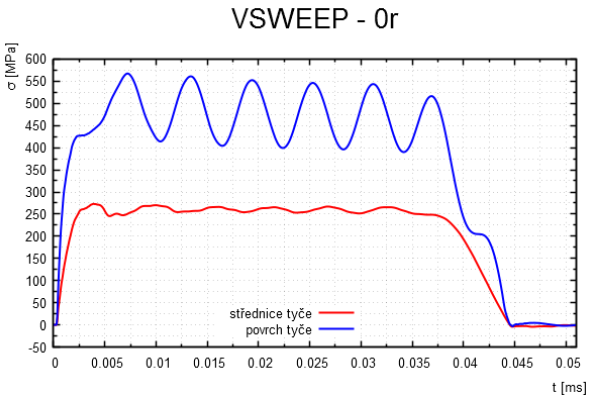


Obrázek 84: VMESH 4r napěťový pulz

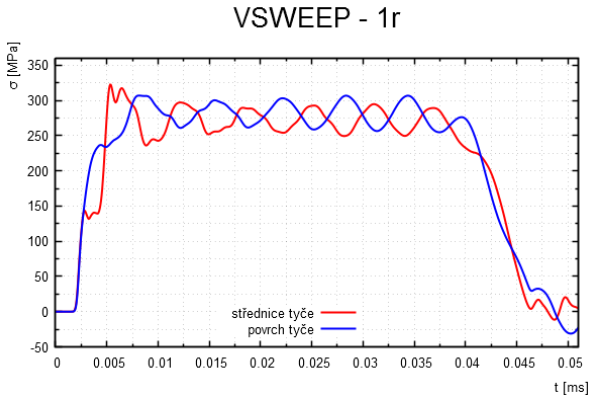
V případě modelu VSWEEP (obr. 85 – 89) je situace obdobná, platí stejné závěry jako u předchozí varianty.



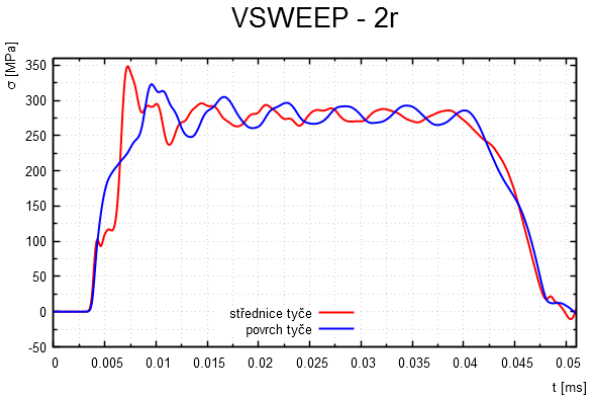
Obrázek 85: VSWEEP 0r napěťový pulz



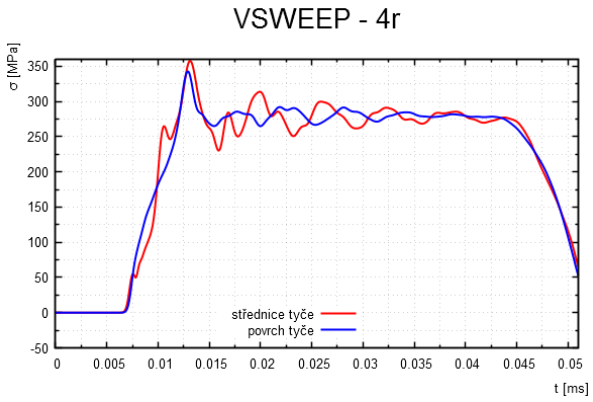
Obrázek 86: VSWEEP 0.5r napěťový pulz



Obrázek 87: VSWEEP 1r napěťový pulz



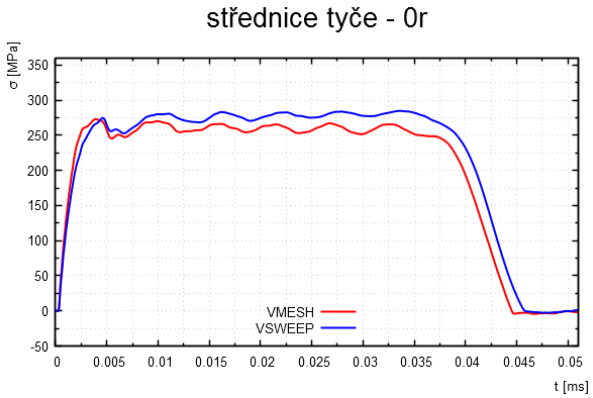
Obrázek 88: VSWEEP 2r napěťový pulz



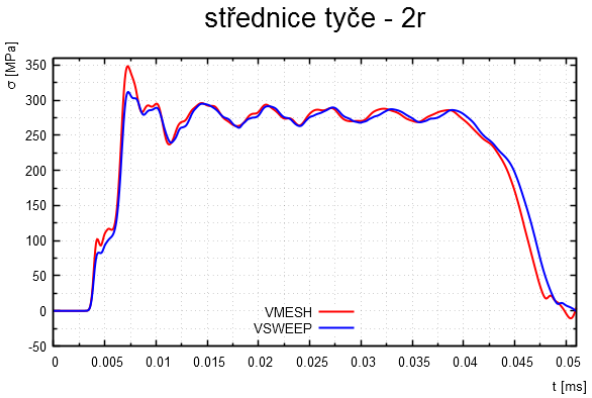
Obrázek 89: VSWEEP 4r napěťový pulz

Posledním výstupem této úlohy je porovnání modelů mezi sebou v jednom grafu, jak pro elementy na střednici tyče (obr. 90 – 92), tak pro elementy na povrchu pláště (obr. 93 – 95). Ve výsledcích je vidět, že se oba modely až na jemné nuance chovají stejně. Jediný rozdíl je v průběhu napětí blízko čel tyče, tato skutečnost může plynout ze zjednodušené formulace

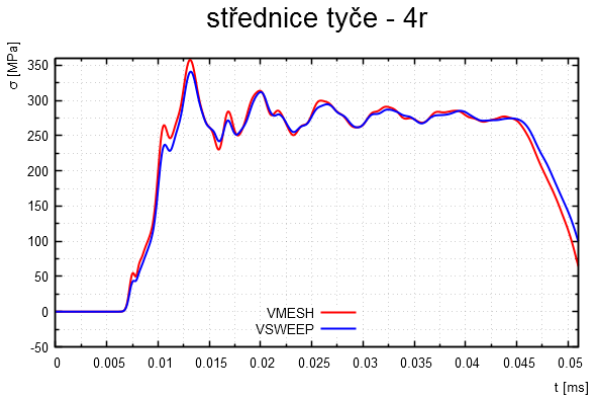
kontaktu (absence tření) mezi tyčí narážející a incidentní. V obou modelech odpovídá střední hodnota napětí hodnotě teoretické výše spočtené, a to $280\ MPa$.



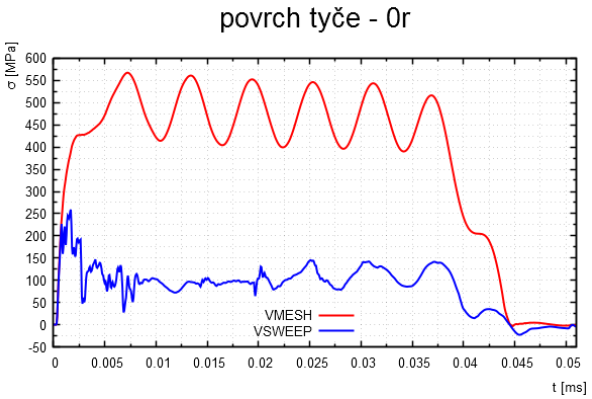
Obrázek 90: Střednice tyče 2r napěťový pulz



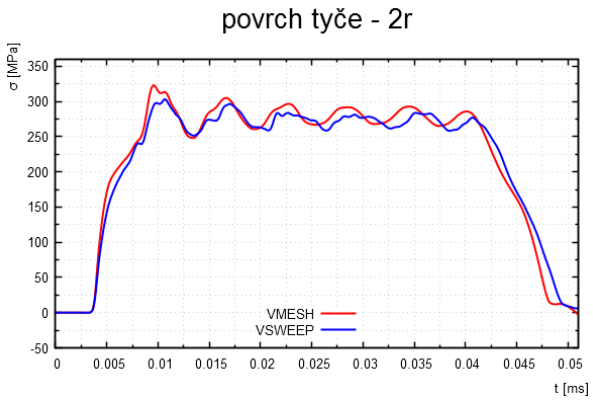
Obrázek 91: Střednice tyče 0r napěťový pulz



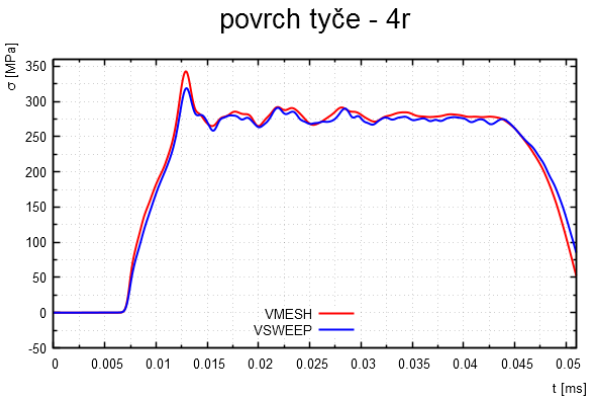
Obrázek 92: Střednice tyče 4r napěťový pulz



Obrázek 93: Povrch tyče 0r napěťový pulz



Obrázek 94: Povrch tyče 2r napěťový pulz



Obrázek 95: Povrch tyče 4r napěťový pulz

9.2.1.7 Shrnutí výsledků

Tabulka 12: Vliv typu geometrické diskretizace shrnutí

Model / Aspekt	**VMESH**	**VSWEEP**
Uspořádání elementů po průřezu	Rozložení elementů blízko obvodu průřezu je nepravidelné, na osách x, y dochází v této oblasti k nežádoucímu zhuštění sítě. Ve středové části je mřížka téměř dokonale pravidelná.	Rozložení elementů je v blízkosti obvodu průřezu velmi pravidelné. Od určité hloubky síť přestává být rovnoměrná, nejméně příznivá situace nastává ve středové části, kde se objem elementů zvětšuje.
Ovlivnění tvaru elementů	Tvary jednotlivých elementů nezávisí na jejich definované hustotě po obvodu průřezu. Mění se pouze velikost.	Tvar elementů ve středové části se zdá být náhodný, pravděpodobně existuje závislost mezi hustotou elementů po obvodu průřezu a jejich tvarem. O této závislosti pojednává následující kapitola.
Homogenita normálového napětí na průřezu	Přibližně do vzdálenosti 3 až $4\,r$ nabývá napětí ve středu tyče lehce vyšší střední hodnoty. Oscilace kolem této hodnoty pak probíhají s nepatrným předstihem před oscilacemi kolem střední hodnoty na povrchu tyče.	Platí stejný závěr jako pro variantu VMESH.
Doba sim.	1 h : 30 m	1 h : 20 m
Závěr	Oba modely se chovají téměř shodně, pomine-li se na ose z prvních několik jednotek poloměru. Na vrstvách elementů; $z \sim \left(0, \frac{r}{2}\right)$ je rozložení normálového napětí silně ovlivněno nepravidelnou mřížkou. U modelu VMESH u okrajů, u modelu VSWEEP pak ve středové části průřezu, což není takový problém, protože veškerá reálná experimentální měření probíhají na povrchu. Dále tyto iregularity v obou případech postupně vymizí. Od vzdálenosti $4\,r$ je napětí rozloženo po průřezu rovnoměrně. Pro parametrickou studii procesu tvarování vlny (kapitola 9.3) by veškerá měření měla být uskutečněna za touto hranicí. Jelikož je uživatel schopen ovlivnit tvar elementů pouze u modelu VSWEEP a jeho výpočetní čas byl přibližně o 10 % kratší, bude v dalších úlohách využit výhradně tento model, tedy model VSWEEP.	

9.2.2 Vliv jemnosti geometrické diskretizace

Je provedeno porovnání výstupů tří variant (jemná, původní, hrubá) jemnosti geometrické diskretizace.

9.2.2.1 Motivace

Snahou je porovnat vliv jemnosti geometrické diskretizace na výstupy simulace. Ze tří variant jemnosti budou vybrané dvě pro porovnání s reálným experimentem.

9.2.2.2 Vstupní údaje

Tabulka 13: Soubor vstupních údajů

Veličina / Část	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m^3]	E [GPa]	μ
Narážející tyč	100	20	40	2700	72	0,3
Incidentní tyč	160	20	0	2700	72	0,3

Vstupní údaje jsou shodné s předchozí úlohou, aby bylo možné porovnání.

9.2.2.3 Parametry simulace

Tabulka 14: Soubor časových parametrů

Celkový čas simulace TERMINATION [ms]	0,051
Interval vykreslování výsledků D3PLOT [ms]	0,00006

9.2.2.4 Pomocné výpočty

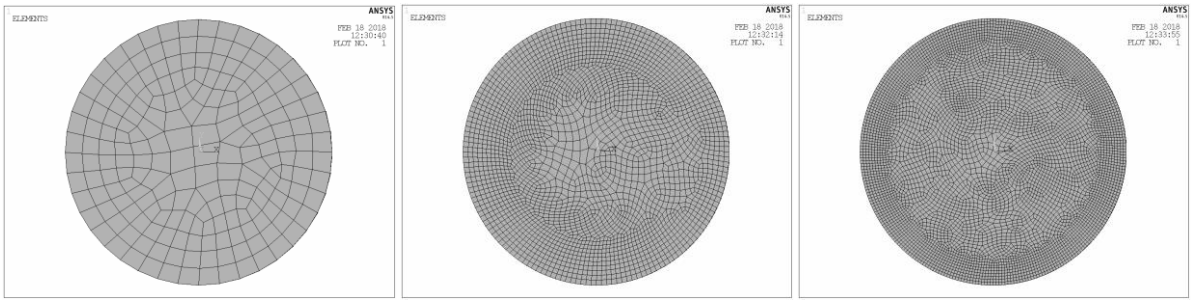
Vychází se z hodnot vypočtených v předchozí úloze. Vzdálenosti a časy jsou stejné. Očekávaná střední hodnota napětí zůstává $280\ MPa$.

9.2.2.5 Úpravy výchozího zdrojového kódu

Je ponechána pouze část „narážející tyč“ a „incidentní tyč“. U jemné varianty bylo nutné tyče diskretizovat po částech. Použitý počítač neměl dostatek paměti pro vytvoření celé sítě v jednom kroku.

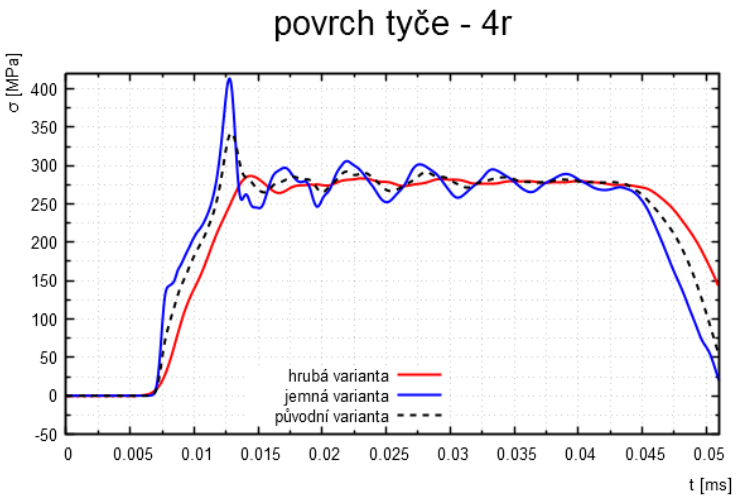
9.2.2.6 Grafické výstupy s komentářem

Byly vyzkoušeny různě jemné diskretizace tyče. Vstupním parametrem je počet elementů po obvodu průřezu (obr. 96). Pro testování je vybrána hrubá varianta se čtyřiceti elementy po obvodu (obr. 96a) a jemná varianta (obr. 96c) s dvěma sty osmdesáti elementy po obvodu. Obě varianty jsou porovnány spolu s variantou z první simulace (obr. 96b).



Obrázek 96: a, b, c (zleva doprava) diskretizace průřezu dle různého vstupu dělení okraje (40, 160, 280 elementů po okraji průřezu).

Místem měření je povrch tyče ve vzdálenosti $4\,r$ v směru osy z, jak bylo určeno v první úloze (9.2.1). Z výsledků (obr. 97) je zřejmé, že se modely zcela neshodují. S větším počtem elementů a tedy s jejich menšími rozměry hodnota napětí osciluje s větší výchylkou. První lokální extrém dosahuje hodnoty o $70\,MPa$ vyšší. Ve hrubé variantě má napětí méně strmý nárůst a pozvolněji klesá, na první polovině pulzu hodnota napětí tolik neosciluje, na druhé téměř shodně s výchozím modelem. První lokální extrém je nižší o $50\,MPa$. Střední hodnota je stejná pro všechny tři modely, tedy $280\,MPa$.



Obrázek 97: Porovnání časového průběhu napětí původní, hrubé a jemné varianty

9.2.2.7 Shrnutí výsledků

Tabulka 15: Vliv jemnosti geometrické diskretizace shrnutí

Model / Aspekt	**Hrubá varianta**	**Výchozí model**	**Jemná varianta**
Doba náběhu	Napětí nabývá nejvyšší hodnoty nepatrně později.	Brána jako výchozí pro porovnání.	Doba a směrnice náběhu shodná s výchozím modelem.
Nejvyšší hodnota napětí	První lokální extrém – $410\ MPa$.	První lokální extrém – $340\ MPa$.	První lokální extrém – $290\ MPa$.
Oscilace hodnoty napětí	Vysoké po celou dobu pulzu. Oscilace se podobají numerické chybě (obr. 3.39) v předchozí úloze.	Jemné oscilace na první polovině pulzu.	Bez oscilací, první lokální extrém je nepatrný.
Doba sim.	40 s	1 h : 20 m *	3 h : 40 m
Elementů celkem	15 000	880 000	2 800 000
Velikost výstupu	701 MB	66 GB	208 GB

*Doba výpočtu při sníženém výkonu procesoru, oproti dvěma zbylým variantám. Za nesníženého výkonu by byla doba výpočtu zkrácena přibližně o 30 % (autorův odhad na základě zkušenosti).

Závěr	Nejvíce odlišná je jemná varianta. Maximální hodnota napětí je téměř o 50 % vyšší oproti hodnotě střední, což je považováno za nereálné. Toto pravděpodobně fiktivní přepětí rozkmitá výstupní napětí natolik, že nedojde k ustálení. Na druhou stranu, pominou-li se oscilace a lokální extrém, tvar pulzu se téměř shoduje s výchozím modelem. Mají stejnou dobu náběhu a směrnice jsou si hodnotou velmi blízké, u jemné varianty je nepatrně větší. Oproti tomu hrubá varianta má směrnici náběhu menší, avšak následný průběh napětí je s výchozím modelem téměř shodný. Náročnost výpočtu a zpracování dat je enormní u jemné varianty. Její výpočet trval více než třistakrát déle. Otázkou je, zda došlo ke zpřesnění řešení, či k prohloubení numerické chyby. Úložná kapacita výsledků 208 GB je též velmi vysoká, a proto nebude jemná diskretizace pro obdobně velké nebo větší objemy těles soustavy použita. Mezi hrubou a původní variantou nelze jednoznačně správně vybrat. V této fázi je nutné porovnat simulaci s experimentem, viz následující protokol.

9.2.3 Kalibrace modelu porovnáním s experimentem

Byla poskytnuta reálná data ze sestavy SHPB v laboratoři ústavu K618. To umožňuje verifikovat modely a vybrat přesnější z nich.

9.2.3.1 Motivace

Úkolem je srovnat naměřená reálná data s výsledky simulace a vybrat mezi hrubou a původní variantou pro další účely práce.

9.2.3.2 Vstupní údaje

Tabulka 16: Soubor vstupních údajů

Veličina / Část	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m^3]	E [GPa]	μ
Narážející tyč	500	20	8,6; 20,7; 46,2	2700	72	0,3
Incidentní tyč	560	20	0	2700	72	0,3

Vstupní údaje odpovídají reálným podmínkám při měření.

9.2.3.3 Parametry simulace

Tabulka 17: Soubor časových parametrů

Celkový čas simulace TERMINATION [ms]	0,30
Interval vykreslování výsledků D3PLOT [ms]	0,0003

Celkový čas simulace a interval výstupu byl přibližně 5 x prodloužen, tak aby se na výstupu zobrazil celý pulz a zároveň nároky na úložnou kapacitu nebyly příliš vysoké.

9.2.3.4 Pomocné výpočty

Z impulzů hybností jsou určeny hodnoty uvedené v tabulce 18.

Tabulka 18: Dopadové rychlosti a příslušná teoretická napětí

Rychlost narážející tyče [m/s]	Očekávaná hodnota napětí [MPa]
8,6	60
20,7	144
46,2	322

Délka narážející tyče $560\ mm$ je určena po vzoru úlohy 9.2.1.

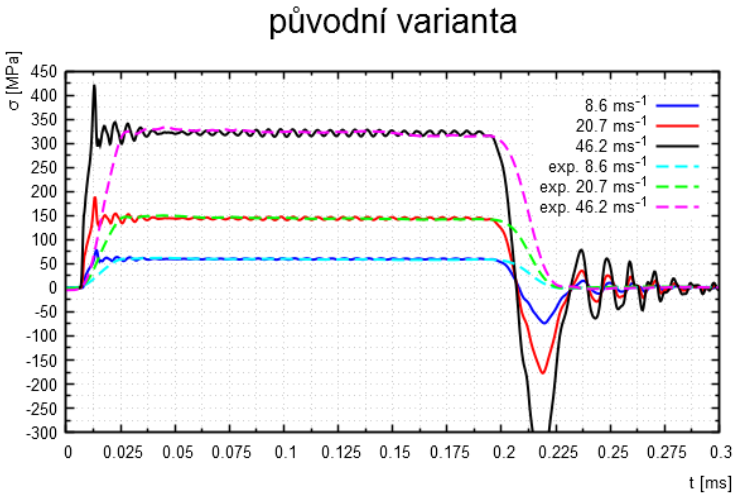
9.2.3.5 Úpravy výchozího zdrojového kódu

Je ponechána pouze část „narážející tyč“ a „incidentní tyč“.

9.2.3.6 Grafické výstupy s komentářem

a) původní varianta

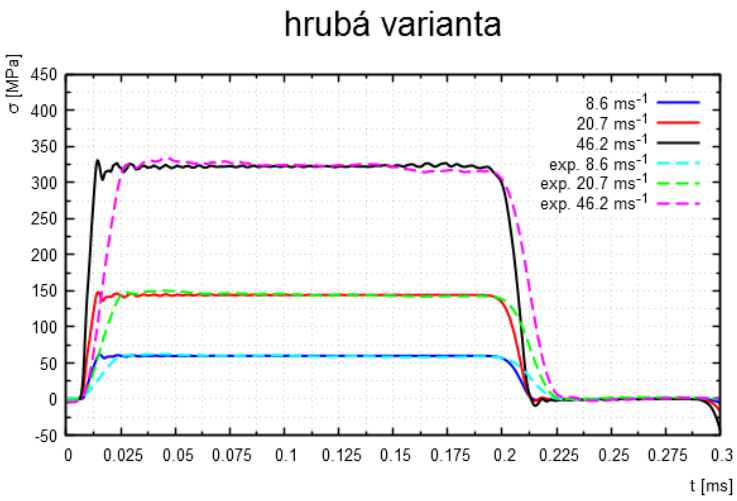
V grafu (obr. 98) jsou porovnány výsledky simulací s reálnými experimenty. Střední hodnota napětí se shoduje, a to i s teoretickou hodnotou, nicméně směrnice náběhu je u simulace podstatně větší. V případě simulací je hodnota prvního lokálního extrému značně nadhodnocena oproti reálné, tento jev s vyšším napětím nabývá na intenzitě. Dalším defektem je vysoký propad hodnoty napětí po proběhnutí pulzu.



Obrázek 98: Srovnání reálných dat (čárkovaně) se simulací původní varianty (spojitě)

b) hrubá varianta

Výsledky simulace hrubé varianty (obr. 99) se oproti původní variantě blíží více naměřeným datům. První lokální extrém není příliš nadhodnocen a nedochází k žádným oscilacím po proběhnutí napěťového pulzu. Nicméně doba náběhu je stále kratší, než při reálném experimentu. Pravděpodobně je to způsobeno neúplnou definicí materiálového modelu. V lineárně elastické tyči není definováno tlumení, které by mohlo dobu náběhu prodloužit. Dalším potenciálním zdrojem chyby může být nezadefinovaná geometrická imperfekce. Povrchy čel tyčí jsou v modelu dokonale hladké a dopadají na sebe rovnoměrně, což skutečnosti neodpovídá.



Obrázek 99: Srovnání reálných dat (čárkovaně) se simulací hrubé varianty (spojitě)

9.2.3.7 Shrnutí výsledků

Tabulka 19: Kalibrace modelu porovnáním s experimentem shrnutí

Model / Aspekt	**Původní varianta**	**Hrubá varianta**
Střední hodnota napětí	Po korekci chyby tenzometru, která byla autorovi sdělena spolu s naměřenými daty (3,3 %), se maximální hodnota napětí shoduje ve všech případech, a to i s teoretickou hodnotou.	
Doba náběhu	Směrnice křivky je větší, než by měla být. Je to pravděpodobně způsobeno absencí tlumících sil v materiálových modelech.	
Oscilace hodnoty napětí	Vysoké na začátku pulzu. Hodnota prvního lokálního extrému je větší přibližně o $100\,MPa$ oproti naměřeným datům. Může to být způsobeno strmým náběhem na střední hodnotu napětí, rychlost změny napětí je tak příliš vysoká a setrvačné síly nedovolí rychlý pokles rychlosti náběhu. K obdobnému, ale mnohem silnějšímu jevu dochází po proběhnutí pulzu. Takto odlišné hodnoty napětí jsou spíše numerickou chybou, nicméně by opět mohla zpřesnit řešení podrobnější definice materiálových modelů.	Zanedbatelné na začátku pulzu.
Doba simulace	9 h	8 m
Počet elementů celkem	2 700 000	73 000
Celková velikost výstupu simulace	238 GB	7 GB
Závěr	Hrubá varianta se naměřeným datům podobá více než varianta původní, ačkoli je tvořena menším počtem elementů. Nepřesnost původní varianty může být způsobena zaokrouhlováním malých objemů elementů při výpočtech a kumulací numerických chyb, což způsobuje oscilace, které v naměřených datech přítomné nejsou. Propad napětí po proběhnutí pulzu je nereálný. Časová náročnost a nároky na úložnou kapacitu se řádově liší. Pracovat s velkým počtem dat je nepraktické, v tomto případě jsou i méně přesná. Pro další účely bude využita *hrubá varianta*.	

9.3 Parametrická studie

Tato kapitola představuje parametrickou studii tvarovače pulzu (dále PS – z anglického „*pulse shaper*“). Proměnné parametry jsou tři, a to rychlost deformace, jeho délka a průměr, jak bylo zmíněno v kapitole 6.2 v tabulce 5. Pro lepší orientaci čtenáře je tabulka znovu připomenuta (tab. 20).

Tabulka 20: Seznam možných proměnných

Tvarovač pulzu			
Parametr	Hodnota [mm]	Parametr	Hodnota [mm]
L	0,5	D	5
	1		6
	1,5		7
			8

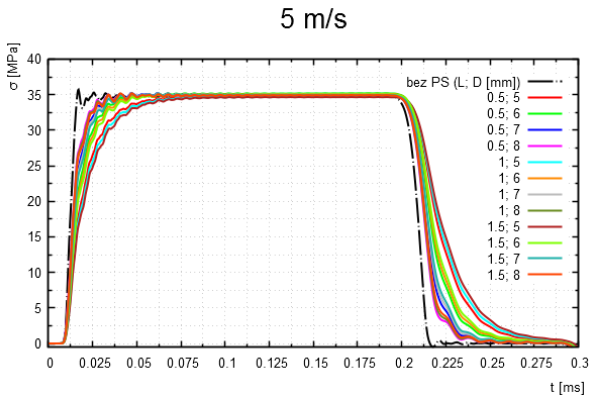
Narážející tyč	
Parametr	Hodnota [m/s]
v	$\langle 5;\ 50 \rangle$

Studie byla s diferenciací spektra rychlosti po $5\ m/s$ provedena v plném možném rozsahu:

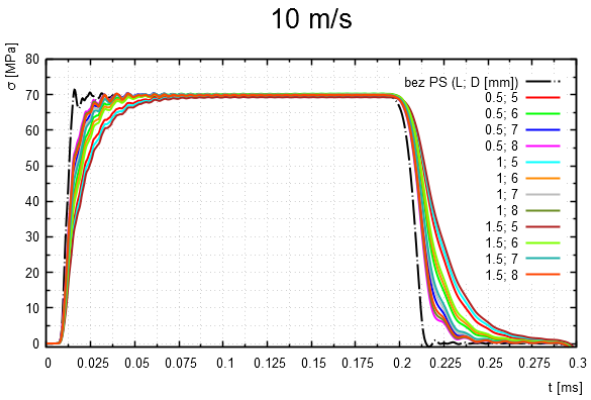
$$počet\ simulací = L \times D \times v =$$
$$= \{0{,}5;\ 1;\ 1{,}5\} \times \{5;\ 6;\ 7;\ 8\} \times \{5;\ 10;\ 15;\ 20;\ 25;\ 30;\ 35;\ 40;\ 45;\ 50\} = 120\ .$$

Autorovou snahou bylo vhodně demonstrovat vliv těchto tří parametrů (tab. 20) na vlastnosti pulzu. Za vlastnosti pulzu se považuje maximální dosažené napětí, doba náběhu pulzu, délka pulzu a míra oscilací napětí. Obecně se mluví o tvaru pulzu.

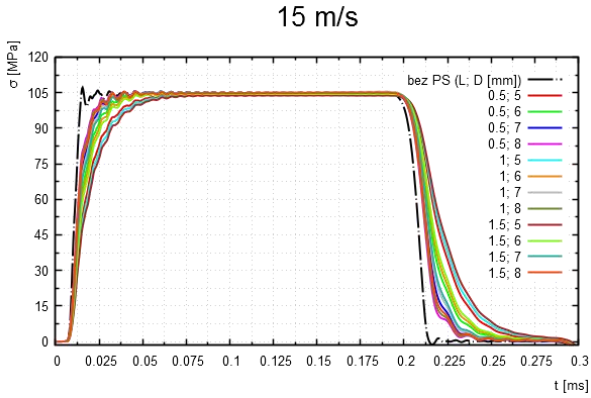
Před samotnými protokoly je přistoupeno ke komplexnímu přehledu výsledků v podobě grafů všech pulzů (obr. 100 – 109). Tyto grafy nejsou určeny k vyhodnocování, proto není dbáno na přehlednost, ale na komplexnost vhledu do výsledků simulací.



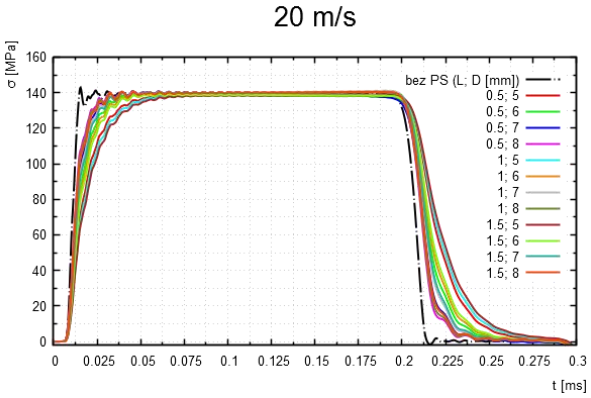
Obrázek 100: Výstupy pro rychlost nárazu 5 m/s



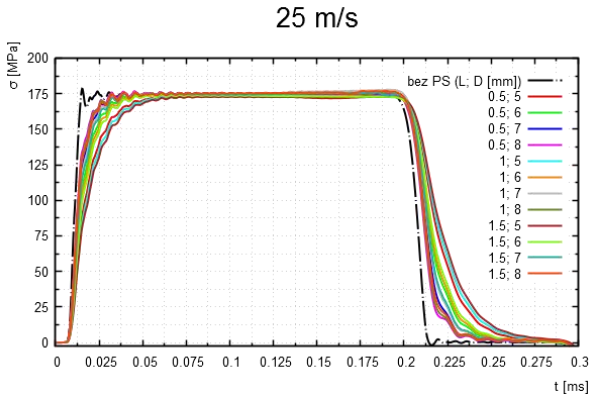
Obrázek 101: Výstupy pro rychlost nárazu 10 m/s



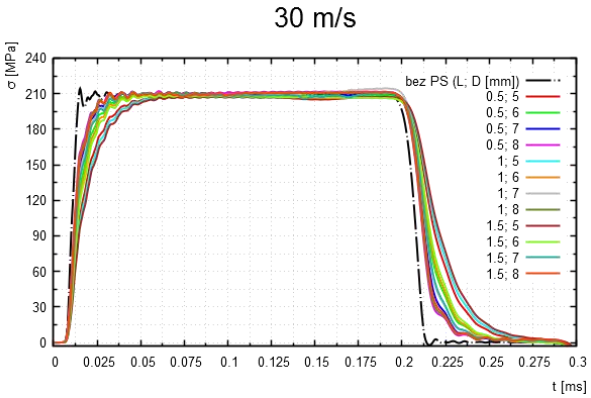
Obrázek 102: Výstupy pro rychlost nárazu 15 m/s



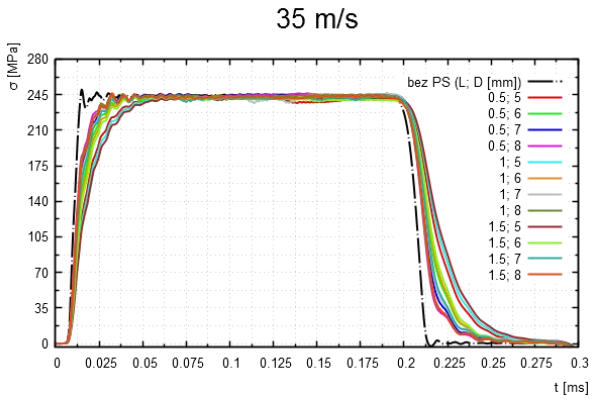
Obrázek 103: Výstupy pro rychlost nárazu 20 m/s



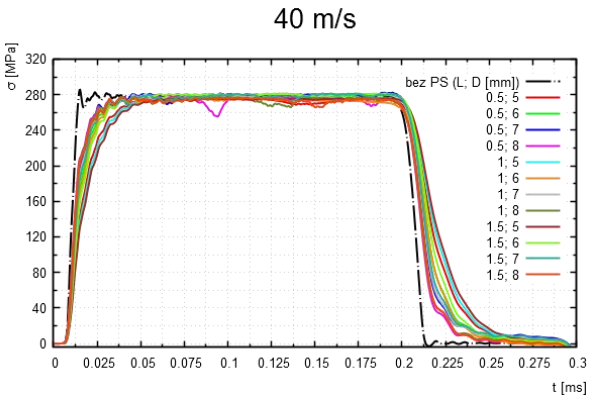
Obrázek 104: Výstupy pro rychlost nárazu 25 m/s



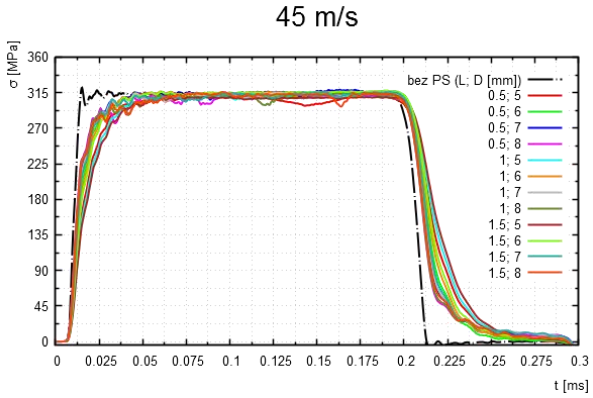
Obrázek 105: Výstupy pro rychlost nárazu 30 m/s



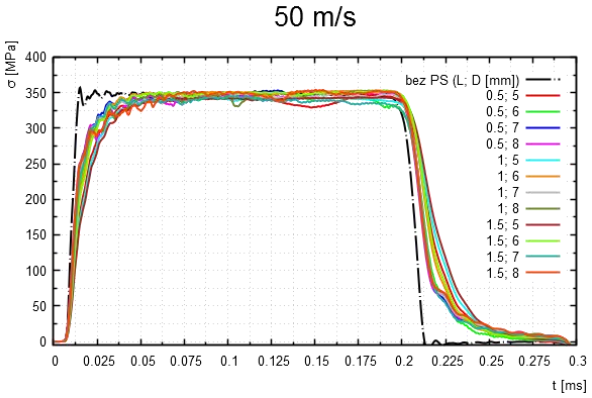
Obrázek 106: Výstupy pro rychlost nárazu 35 m/s



Obrázek 107: Výstupy pro rychlost nárazu 40 m/s



Obrázek 108: Výstupy pro rychlost nárazu 45 m/s



Obrázek 109: Výstupy pro rychlost nárazu 50 m/s

Je patrné, že do rychlosti $35\ m/s$ (obr. 100 – 106) je průběh napětí velmi stabilní. Pro vyšší rychlosti (obr. 107 – 109) dochází k mírným nestabilitám, řešení ale přesto konverguje ke stabilitě. Dále je zřejmé, že větší vliv na vlastnosti pulzu má samotná přítomnost PS, než jeho geometrie. Nicméně průběh napětí se i tak pro různé geometrie PS liší a studie je tedy účelná. Obecně platí, že PS prodlužuje dobu náběhu, filtruje počáteční oscilace a prodlužuje délku pulzu. První dva protokoly sledují vliv geometrie PS, zbylé čtyři potom i vliv rychlosti nárazu na tvar pulzu.

9.3.1 Vliv délky PS

Porovnáním výsledků čtyř vhodně vybraných simulací je množné přibližně určit vliv různě dlouhých PS na pulz.

9.3.1.1 Motivace

Cílem je určit trend změny tvaru pulzu pro tři různé délky PS a porovnání s nevytvarovaným pulzem. Pro určení trendu změny je dostačující srovnat výsledky pro středně velký průměr PS $6\ mm$ a středně velkou rychlost $25\ m/s$.

9.3.1.2 Vstupní údaje

Geometrie tyčí (tab. 21) je převzata z kapitoly 9.2.3.

Tabulka 21: Soubor vstupních údajů

Veličina / Část	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m^3]	E [GPa]	μ	σ_k [MPa]	K [GPa]
Narážející tyč	500	20	25	2700	72	0,3	-	-
Tvarovač pulzu	0; 0,5; 1; 1,5	6	0	8940	127	0,355	140	70
Incidentní tyč	560	20	0	2700	72	0,3	-	-

9.3.1.3 Parametry simulace

Časové parametry (tab. 22) jsou převzaty z kapitoly 9.2.3.

Tabulka 22: Soubor časových parametrů

Celkový čas simulace TERMINATION [ms]	0,30
Interval vykreslování výsledků D3PLOT [ms]	0,0003

9.3.1.4 Pomocné výpočty

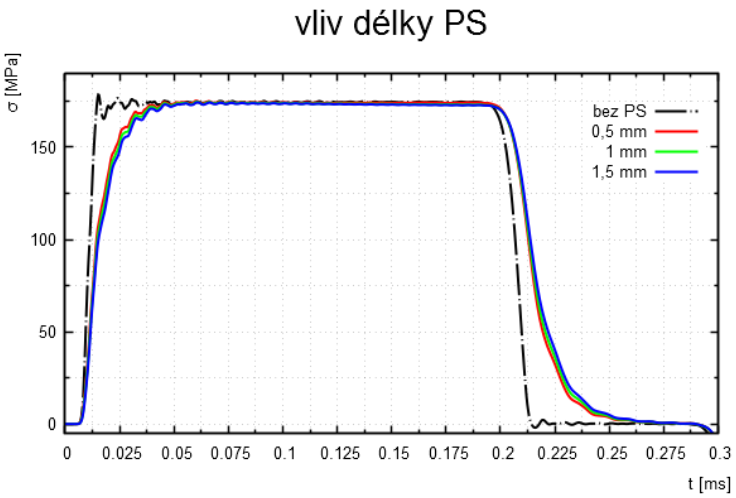
Délka narážející tyče $560\ mm$ je převzata z kapitoly 9.2.3.

9.3.1.5 Úpravy výchozího zdrojového kódu

Je ponechána pouze část „narážející tyč“, „incidentní tyč“ a „tvarovač pulzu“. Tvarovač pulzu je pro jeho malé rozměry diskretizován jemněji než zbytek sestavy.

9.3.1.6 Grafické výstupy s komentářem

Z obrázku 110 je patrné, že rostoucí délka PS nepatrně prodlužuje délku pulzu a dobu náběhu. Maximální dosažené napětí se pro různě dlouhé PS nemění. Opět je zřejmý fakt, že tvar pulzu je ovlivněn spíše přítomností PS než jeho délkou.



Obrázek 110: Tvar pulzů po vložení různě dlouhých PS

9.3.1.7 Shrnutí výsledků

Tabulka 23: Vliv délky PS shrnutí

Aspekt	**Efekt**
Maximální hodnota napětí	Nemění se.
Doba náběhu	S rostoucí délkou PS se mírně prodlužuje.
Délka pulzu	S rostoucí délkou PS se mírně prodlužuje.
Oscilace napětí	Proběhla úspěšná filtrace fluktuací.
Numerické chyby	Nejsou.
Závěr	Délka PS má na tvar pulzu minimální vliv. Pro kvantifikaci efektu délky PS by bylo třeba provést simulace s PS s více rozdílnými délkami.

9.3.2 Vliv průměru PS

Porovnáním výsledků pěti vhodně vybraných simulací je množné přibližně určit vliv různě širokých PS na pulz.

9.3.2.1 Motivace

Cílem je určit trend změny tvaru pulzu pro čtyři různé průměry PS a porovnání s nevytvarovaným pulzem. Pro určení trendu změny je dostačující srovnat výsledky pro středně velkou délku PS $1\ mm$ a středně velkou rychlost $25\ m/s$.

9.3.2.2 Vstupní údaje

Geometrie tyčí (tab. 24) je převzata z kapitoly 9.2.3.

Tabulka 24: Soubor vstupních údajů

Veličina / Část	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m^3]	E [GPa]	μ	σ_k [MPa]	K [GPa]
Narážející tyč	500	20	25	2700	72	0,3	-	-
Tvarovač pulzu	1	5, 6, 7, 8	0	8940	127	0,355	140	70
Incidentní tyč	560	20	0	2700	72	0,3	-	-

9.3.2.3 Parametry simulace

Časové parametry (tab. 25) jsou převzaty z kapitoly 9.2.3.

Tabulka 25: Soubor časových parametrů

Celkový čas simulace TERMINATION [ms]	0,30
Interval vykreslování výsledků D3PLOT [ms]	0,0003

9.3.2.4 Pomocné výpočty

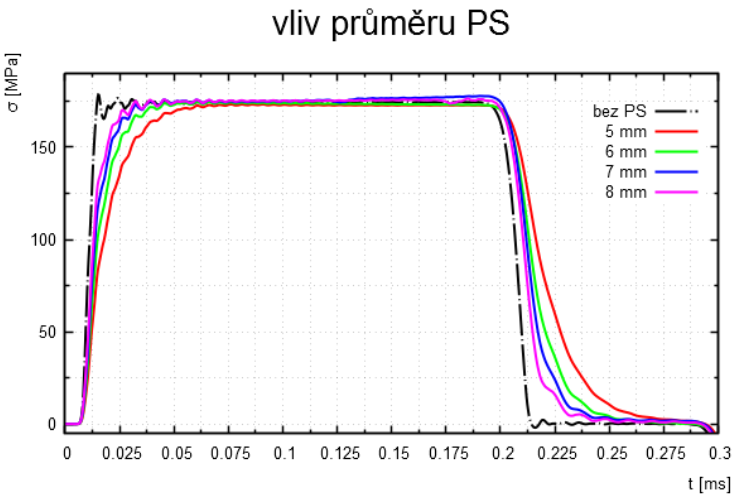
Délka narážející tyče $560\ mm$ je převzata z kapitoly 9.2.3.

9.3.2.5 Úpravy výchozího zdrojového kódu

Je ponechána pouze část „narážející tyč“, „incidentní tyč“ a „tvarovač pulzu“. Tvarovač pulzu je pro malé rozměry diskretizován jemněji než zbytek sestavy.

9.3.2.6 Grafické výstupy s komentářem

Oproti předchozí úloze je na obrázku 111 zřetelně vidět vliv průměru PS na tvar pulzu. Pokud by byl průměr PS stejný jako tyče, pravděpodobně by změna tvaru byla minimální. Se zmenšujícím se průměrem PS roste doba náběhu pulzu, resp. se prodlužuje jeho celá délka. PS s menším průměrem též lépe filtruje počáteční oscilace.



Obrázek 111: Tvar pulzů po vložení různě širokých PS

9.3.2.7 Shrnutí výsledků

Tabulka 26: Vliv průměru PS shrnutí

Aspekt	**Efekt**
Maximální hodnota napětí	Nemění se.
Doba náběhu	Se zmenšující se šířkou PS dochází ke značnému prodloužení.
Délka pulzu	Se zmenšující se šířkou PS dochází ke značnému prodloužení.
Oscilace napětí	Se zmenšující se šířkou PS dochází k lepší filtraci fluktuací.
Numerické chyby	Mírné odchýlení ve druhé polovině pulzu pro PS o průměru $7\ mm$.
Závěr	Průměr PS má na tvar pulzu značný vliv. S klesajícím průměrem má pulz vhodnější tvar pro reálné měření.

9.3.3 Vliv geometrie PS na tvar pulzu při různých rychlostech deformace

Porovnáním výsledků čtyřiceti vhodně vybraných (extrémní hodnoty geometrií PS) simulací je množné vysledovat vliv rychlosti nárazu na pulz při dané geometrii PS.

9.3.3.1 Motivace

Pro další porovnávání je potřeba určit, zda tvar pulzu závisí v rámci jedné geometrie PS na rychlosti deformace. Pro tento účel se pracuje s normovanými pulzy. Normováním se rozumí vztažení hodnot napětí na teoretické napětí určené z impulzu hybnosti pro danou rychlost.

9.3.3.2 Vstupní údaje

Geometrie tyčí (tab. 27) je převzata z kapitoly 9.2.3. Geometrie PS jsou voleny jako kombinace krajních hodnoty délky a průměru PS.

Tabulka 27: Soubor vstupních údajů

Veličina / Část	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m^3]	E [GPa]	μ	σ_k [MPa]	K [GPa]
Narážející tyč	500	20	$\langle 5; 50 \rangle$	2700	72	0,3	-	-
Tvarovač pulzu	0,5; 1,5	5, 8	0	8940	127	0,355	140	70
Incidentní tyč	560	20	0	2700	72	0,3	-	-

9.3.3.3 Parametry simulace

Časové parametry (tab. 28) jsou převzaty z kapitoly 9.2.3.

Tabulka 28: Soubor časových parametrů

Celkový čas simulace TERMINATION [ms]	0,30
Interval vykreslování výsledků D3PLOT [ms]	0,0003

9.3.3.4 Pomocné výpočty

Délka narážející tyče $560\ mm$ je převzata z kapitoly 9.2.3.

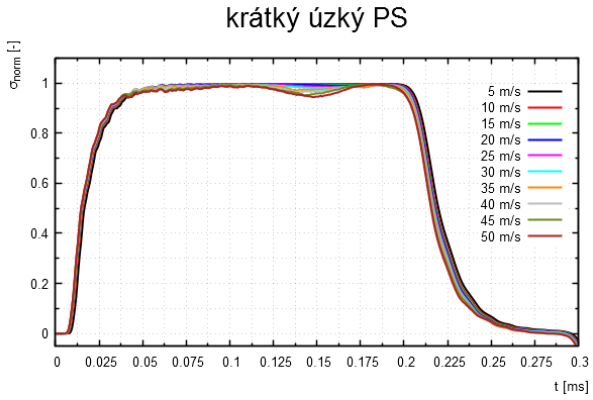
9.3.3.5 Úpravy výchozího zdrojového kódu

Je ponechána pouze část „narážející tyč“, „incidentní tyč“ a „tvarovač pulzu“. Tvarovač pulzu je pro malé rozměry diskretizován jemněji než zbytek sestavy.

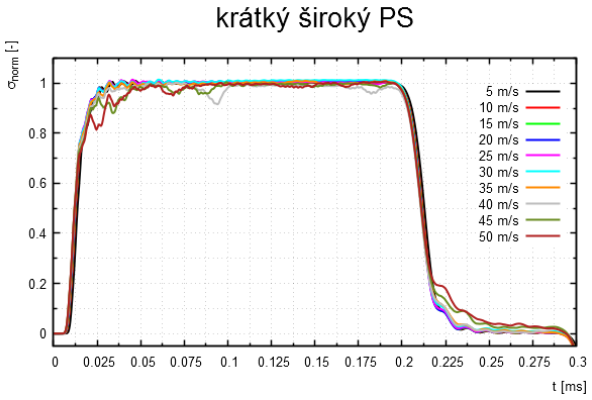
9.3.3.6 Grafické výstupy s komentářem

Z obrázků 112 a 114 je patrné, že pro úzký PS se normovaný tvar pulzu s rychlostí téměř nemění, pouze se pulz nepatrně zkracuje s rostoucí rychlostí nárazu, a to jak pro krátký, tak dlouhý PS. U širokých PS (obr. 113, 115) nedochází s rostoucí rychlostí, vyjma rychlostí

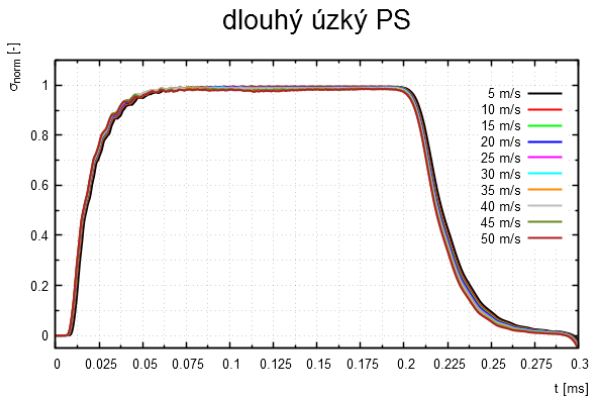
$40, 45, 50\ m/s$, ke změně tvaru pulzu. Pro tyto vyšší rychlosti průběh napětí oproti menším rychlostem výrazně osciluje, pravděpodobně se jedná spíše o numerickou chybu, než o reálný průběh.



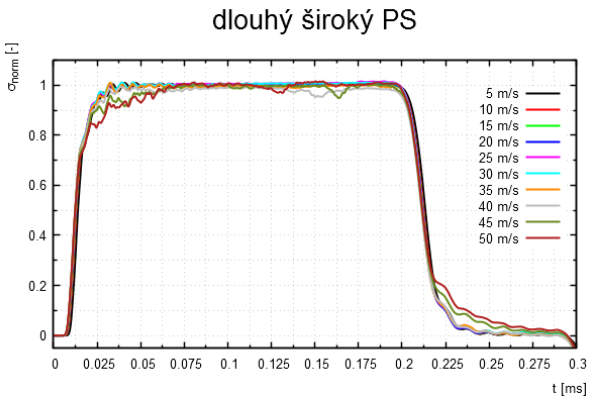
Obrázek 112: Normované pulzy L=0,5 mm; D=5 mm



Obrázek 113: Normované pulzy L=0,5 mm; D=8 mm



Obrázek 114: Normované pulzy L=1,5 mm; D=5 mm



Obrázek 115: Normované pulzy L=1,5 mm; D=8 mm

9.3.3.7 Shrnutí výsledků

Tabulka 29: Vliv geometrie PS na tvar pulzu při různých rychlostech deformace shrnutí

Aspekt	**Efekt**
Maximální hodnota napětí	Nemění se.
Doba náběhu	Změna rychlosti nemá vliv.
Délka pulzu	U úzkých PS zvýšení rychlosti délku zkracuje, u širokých nemá vliv.
Oscilace napětí	Úzký PS má vysokou účinnost, široký menší.
Numerické chyby	Nereálné fluktuace u širokých PS pro dopadovou rychlost $40, 45, 50\ m/s$.
Závěr	Rychlost deformace má na tvar pulzu minimální vliv. Více se projevuje u úzkých PS.

9.3.4 Vliv rychlosti deformace na dobu náběhu pro různé geometrie PS

Vhodným porovnáním všech výsledků je možné odvodit vzájemné závislosti.

9.3.4.1 Motivace

Jelikož je díky úloze 9.3.1 a 9.3.2 znám obecný vliv geometrie na dobu náběhu, je možno tento vliv kvantifikovat pro různé rychlosti deformace, resp. pro různé rychlosti nárazu. Pro srovnání jsou využita data průběhu času normovaná (vztažená) na dobu náběhu bez vloženého PS.

9.3.4.2 Vstupní údaje

Geometrie tyčí (tab. 30) je převzata z kapitoly 9.2.3. Je prověřeno celé spektrum geometrie PS.

Tabulka 30: Soubor vstupních údajů

Veličina / Část	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m^3]	E [GPa]	μ	σ_k [MPa]	K [GPa]
Narážející tyč	500	20	$\langle 5; 50 \rangle$	2700	72	0,3	-	-
Tvarovač pulzu	0,5, 1; 1,5	5, 6, 7, 8	0	8940	127	0,355	140	70
Incidentní tyč	560	20	0	2700	72	0,3	-	-

9.3.4.3 Parametry simulace

Časové parametry (tab. 31) jsou převzaty z kapitoly 9.2.3.

Tabulka 31: Soubor časových parametrů

Celkový čas simulace TERMINATION [ms]	0,30
Interval vykreslování výsledků D3PLOT [ms]	0,0003

9.3.4.4 Pomocné výpočty

Délka narážející tyče $560\ mm$ je převzata z kapitoly 9.2.3.

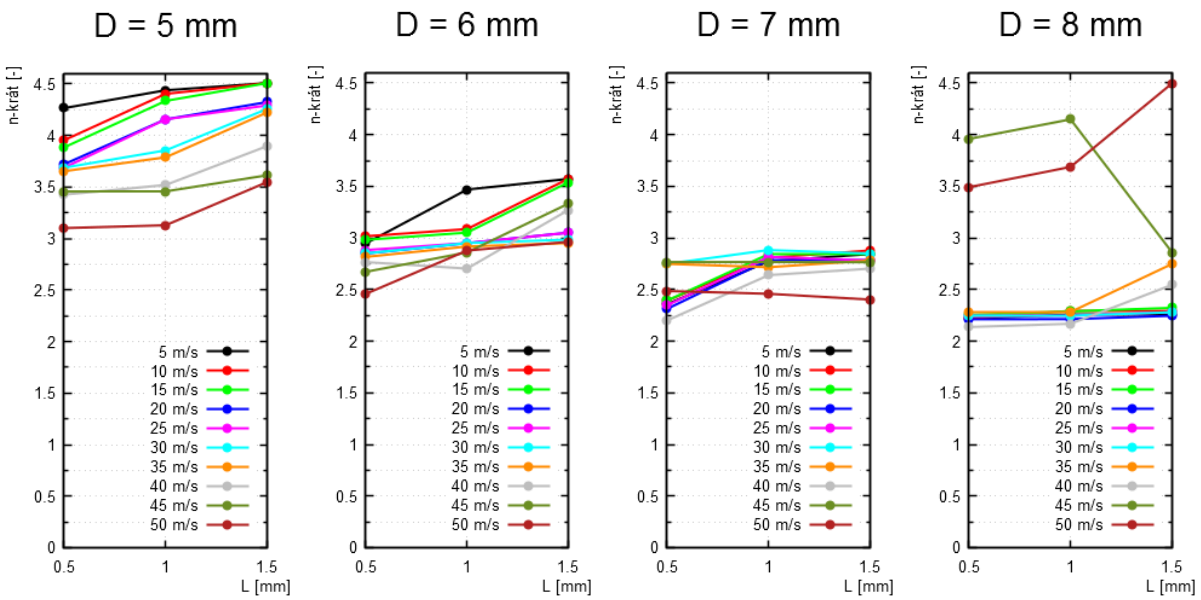
9.3.4.5 Úpravy výchozího zdrojového kódu

Je ponechána pouze část „narážející tyč“, „incidentní tyč“ a „tvarovač pulzu“. Tvarovač pulzu je pro malé rozměry diskretizován jemněji než zbytek sestavy.

9.3.4.6 Grafické výstupy s komentářem

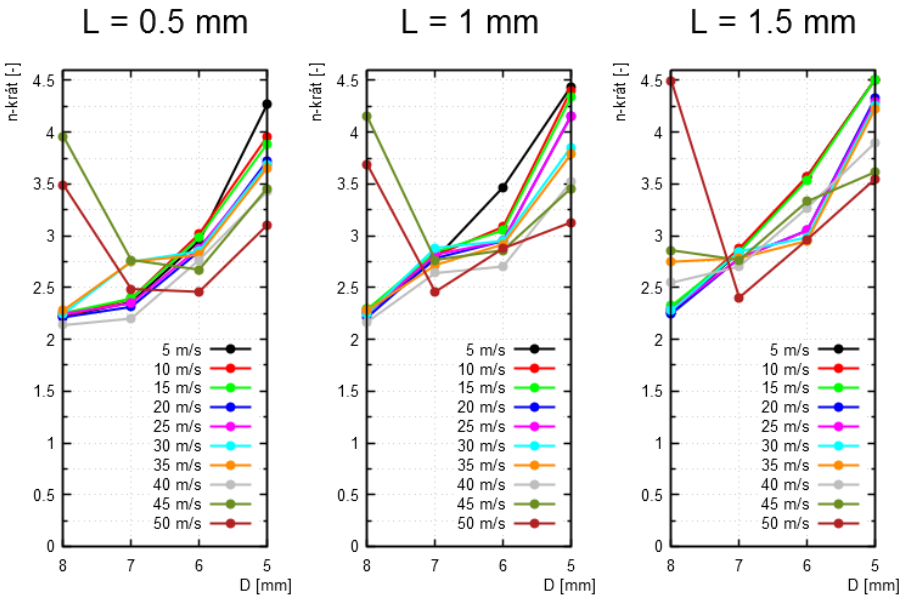
V prostředí softwaru Matlab byl vytvořen skript pro určení doby náběhu, podrobněji viz odstavec 8.2.3.1. Za dobu náběhu je považována doba, která uplyne mezi začátkem pulzu a dosažením 95 % z maximální hodnoty napětí daného souboru dat.

Ze sady obrázků (obr. 116) je patrná nezanedbatelná rozdílnost hodnot různě širokých PS. Svislá osa představuje násobek, kolikrát se doba náběhu prodloužila. Výsledky korespondují s kapitolou 9.3.2, navíc je prodloužení rozlišeno pro různé rychlosti nárazu a průměry PS. S rostoucí rychlostí se doba náběhu zkracuje, avšak s rostoucím průměrem PS tento jev ztrácí na intenzitě. U PS o poloměru $8\,mm$ (obr. 116 vpravo) několik hodnot vybočuje z trendu, což pravděpodobně zapříčinil nedokonalý algoritmus určení doby náběhu.



Obrázek 116: N-násobné prodloužení doby náběhu oproti nevytvarovanému pulzu pro různě široké PS s ohledem na narážející rychlost a délku PS

Hodnoty na sadě obrázků (obr. 117) se pro různé délky PS příliš neliší, to koresponduje s výsledky kapitoly 9.3.1. S klesajícím průměrem PS roste doba náběhu, rychleji pro menší rychlosti. Několik hodnot vybočuje z trendu, což je pravděpodobně opět způsobeno nedokonalým algoritmem určení doby náběhu.



Obrázek 117: N-násobné prodloužení doby náběhu oproti nevytvarovanému pulzu pro různě dlouhé PS s ohledem na narážející rychlost a šířku PS

9.3.4.7 Shrnutí výsledků

Tabulka 32: Vliv rychlosti deformace na dobu náběhu pro různé geometrie PS shrnutí

Aspekt	**Efekt**
Změna průměru PS	Zmenšení průměru PS má za následek prodloužení doby náběhu. Efekt je výraznější pro nižší rychlosti.
Změna délky PS	Zvětšení délky PS má za následek mírné (zanedbatelné) prodloužení doby náběhu. Efekt je výraznější pro nižší rychlosti.
Změna rychlosti def.	S klesající rychlostí deformace se doba náběhu prodlužuje, výrazně pro PS s menším průměrem a zanedbatelně pro PS s větší délkou.
Numerické chyby	Nastaly při plošném vyhodnocování programem Matlab. Odchylky napětí při vyšších rychlostech narušily vyhodnocovací algoritmus.
Závěr	Prodloužení doby náběhu lze efektivně docílit PS s malým průměrem.

9.3.5 Vliv rychlosti deformace na délku pulzu pro různé geometrie PS

Vhodným porovnáním všech výsledků je možné odvodit vzájemné závislosti.

9.3.5.1 Motivace

Jelikož je díky úloze 9.3.1 a 9.3.2 znám obecný vliv geometrie na délku pulzu, je možno tento vliv kvantifikovat pro různé rychlosti deformace, resp. pro různé rychlosti nárazu. Pro srovnání jsou využita data průběhu času normovaná (vztažená) na délku pulzu bez vloženého PS.

9.3.5.2 Vstupní údaje

Geometrie tyčí (tab. 33) je převzata z kapitoly 9.2.3. Je prověřeno celé spektrum geometrie PS.

Tabulka 33: Soubor vstupních údajů

Veličina / Část	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m^3]	E [GPa]	μ	σ_k [MPa]	K [GPa]
Narážející tyč	500	20	$\langle 5; 50 \rangle$	2700	72	0,3	-	-
Tvarovač pulzu	0,5, 1; 1,5	5, 6, 7, 8	0	8940	127	0,355	140	70
Incidentní tyč	560	20	0	2700	72	0,3	-	-

9.3.5.3 Parametry simulace

Časové parametry (tab. 34) jsou převzaty z kapitoly 9.2.3.

Tabulka 34: Soubor časových parametrů

Celkový čas simulace TERMINATION [ms]	0,30
Interval vykreslování výsledků D3PLOT [ms]	0,0003

9.3.5.4 Pomocné výpočty

Délka narážející tyče $560\ mm$ je převzata z kapitoly 9.2.3.

9.3.5.5 Úpravy výchozího zdrojového kódu

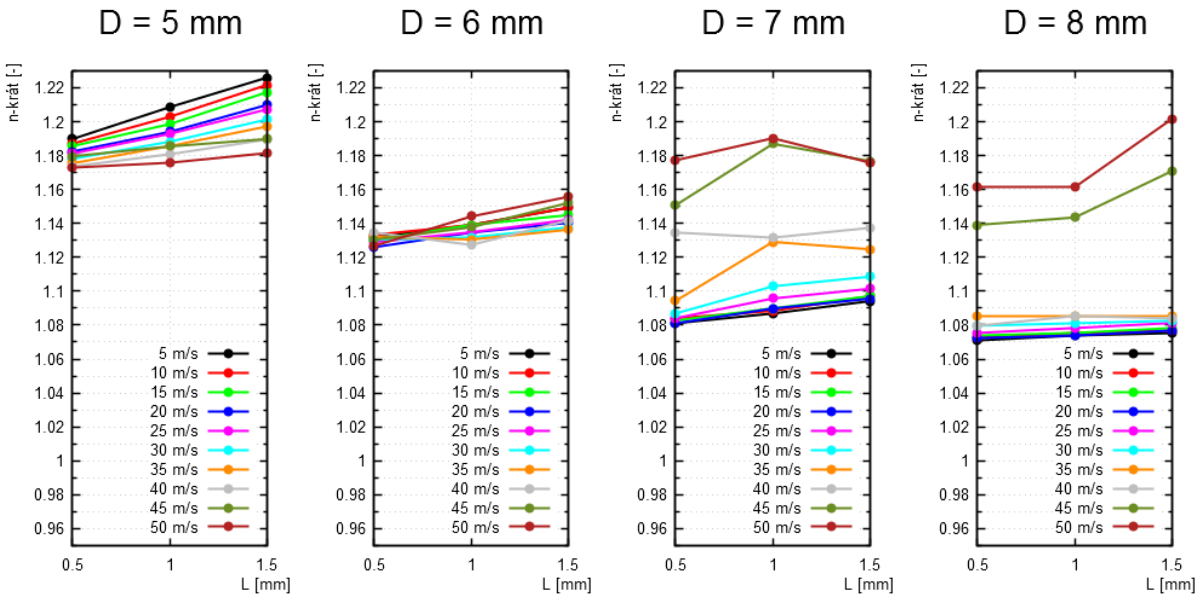
Je ponechána pouze část „narážející tyč“, „incidentní tyč“ a „tvarovač pulzu“. Tvarovač pulzu je pro malé rozměry diskretizován jemněji než zbytek sestavy.

9.3.5.6 Grafické výstupy s komentářem

V prostředí softwaru Matlab byl vytvořen skript pro určení délky pulzu, podrobněji viz odstavec 8.2.3.2. Za délku pulzu je považována doba, která uplyne mezi začátkem pulzu a

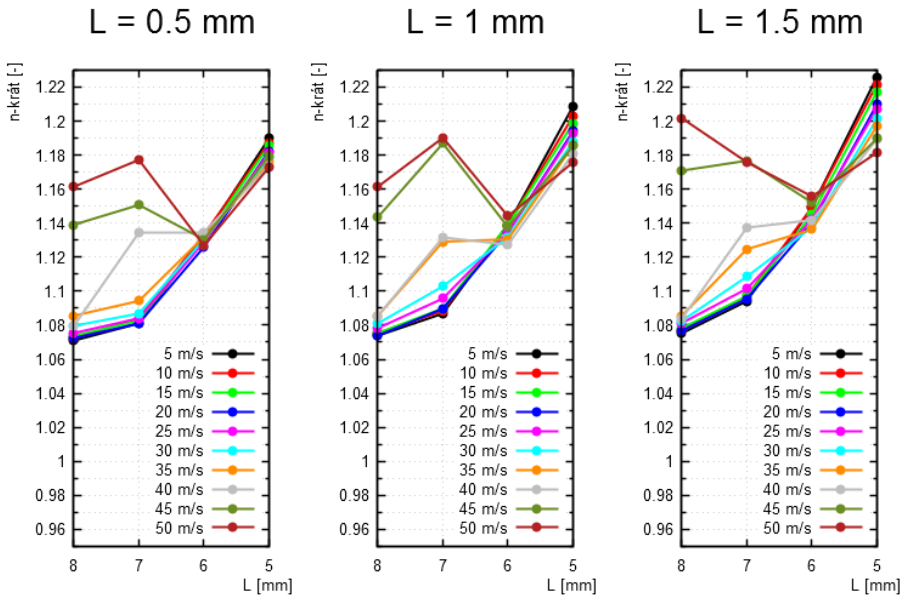
poklesnutím hodnoty pod 5 % z maximální hodnoty napětí po předchozím vystoupání na hodnotu maximální daného souboru dat.

Ze sady obrázků (obr. 118) je v rámci jednoho průměru vidět nepatrná rozdílnost mezi délkami pulzů pro různé rychlosti. Zda se jedná o přímou, či nepřímou úměru není zřejmé, jelikož simulace pro průměr $7\,mm$ a $8\,mm$ jsou pro vyšší rychlosti zatíženy chybou. Nedokonalý algoritmus vyhodnocení délky pulzu je oscilacemi narušený a udává nepřesné hodnoty. Jistým závěrem je fakt, že s rostoucím průměrem PS se délka pulzu zkracuje a blíží k původní délce pulzu bez PS.



Obrázek 118: N-násobné prodloužení délky pulzu oproti nevytvarovanému pulzu pro různě široké PS s ohledem na narážející rychlost a délku PS

Oproti předchozímu případu je závěr ze sady obrázků (obr. 119) jasný. Ačkoliv je několik hodnot zatíženo chybou, je možné tvrdit, že délka PS má na délku pulzu minimální vliv. Mírně roste, zvlášť při menších rychlostech pro menší průměry PS. V rámci jedné délky PS doba pulzu s klesajícím průměrem PS rychle roste, což odpovídá závěru u předchozí sady obrázků (obr. 118).



Obrázek 119: N-násobné prodloužení délku pulzu oproti nevytvarovanému pulzu pro různě dlouhé PS s ohledem na narážející rychlost a šířku PS

9.3.5.7 Shrnutí výsledků

Tabulka 35: Vliv rychlosti deformace na délku pulzu pro různé geometrie PS shrnutí

Aspekt	**Efekt**
Změna průměru PS	Zmenšení průměru PS má za následek prodloužení doby náběhu. Závislost na rychlosti není zřejmá.
Změna délky PS	Zvětšení délky PS má za následek zanedbatelné prodloužení délky pulzu. Efekt je výraznější při nižších rychlostech u malých průměrů PS.
Změna rychlosti def.	S klesající rychlostí deformace se doba náběhu prodlužuje, výrazně pro PS s menším průměrem a zanedbatelně pro PS s větší délkou.
Numerické chyby	Nastaly při plošném vyhodnocování programem Matlab. Odchylky napětí při vyšších rychlostech narušily vyhodnocovací algoritmus.
Závěr	Prodloužení délky pulzu lze efektivně docílit PS s malým průměrem.

9.3.6 Vliv rychlosti deformace na míru oscilací napětí pro různé geometrie PS

Vhodným porovnáním všech výsledků je možné odvodit vzájemné závislosti.

9.3.6.1 Motivace

Na konci odstavce 9.3 byla nastíněna závislost míry oscilací na parametrech simulace. Tuto míru je nyní cílem kvantifikovat pomocí rozptylu od vyhlazených dat napětí. V programu Matlab byl za tímto účelem vytvořen skript, viz kapitola 8.2.3.3.

9.3.6.2 Vstupní údaje

Geometrie tyčí (tab. 36) je převzata z kapitoly 9.2.3. Je prověřeno celé spektrum geometrie PS.

Tabulka 36: Soubor vstupních údajů

Veličina / Část	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m^3]	E [GPa]	μ	σ_k [MPa]	K [GPa]
Narážející tyč	500	20	$\langle 5; 50 \rangle$	2700	72	0,3	-	-
Tvarovač pulzu	0,5, 1; 1,5	5, 6, 7, 8	0	8940	127	0,355	140	70
Incidentní tyč	560	20	0	2700	72	0,3	-	-

9.3.6.3 Parametry simulace

Časové parametry (tab. 37) jsou převzaty z kapitoly 9.2.3.

Tabulka 37: Soubor časových parametrů

Celkový čas simulace TERMINATION [ms]	0,30
Interval vykreslování výsledků D3PLOT [ms]	0,0003

9.3.6.4 Pomocné výpočty

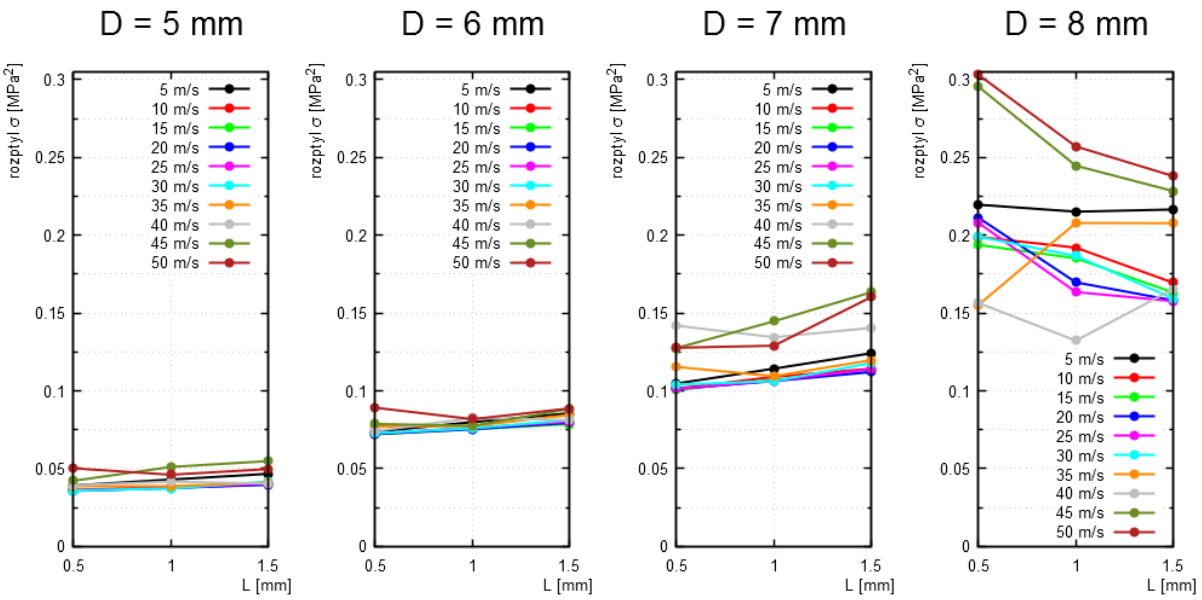
Délka narážející tyče $560\ mm$ je převzata z kapitoly 9.2.3.

9.3.6.5 Úpravy výchozího zdrojového kódu

Je ponechána pouze část „narážející tyč“, „incidentní tyč“ a „tvarovač pulzu“. Tvarovač pulzu je pro malé rozměry diskretizován jemněji než zbytek sestavy.

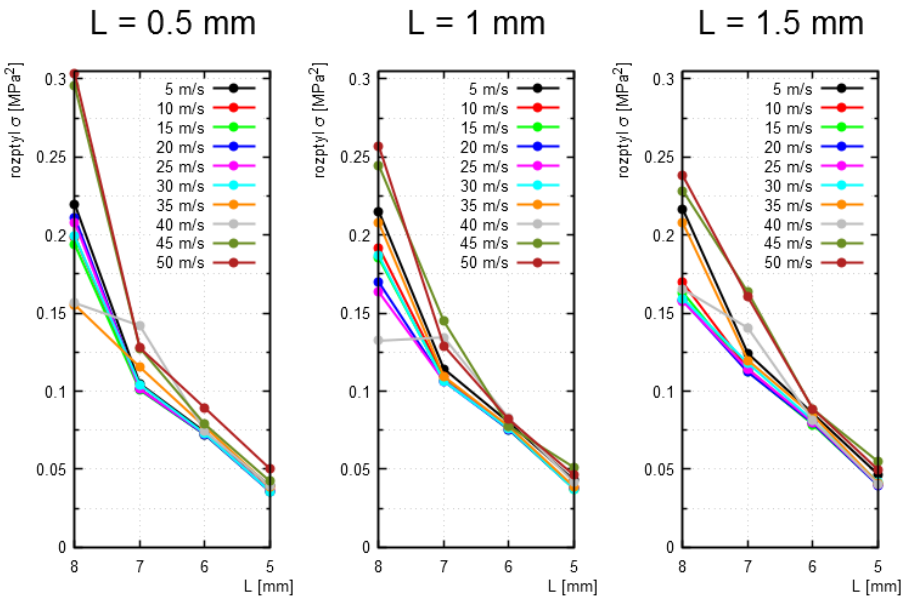
9.3.6.6 Grafické výstupy s komentářem

Ze sady obrázků (obr. 120) je patrný vliv průměru PS na míru oscilací, s rostoucím průměrem PS míra roste. Mírně roste i se zvětšující se délkou PS v rámci jednoho průměru PS. Vyjma nejvyšších rychlostí nelze říci, že by míra oscilací s rychlostí rostla.



Obrázek 120: Rozptyl hodnot napětí oproti vyhlazenému pulzu pro různě široké PS s ohledem na narážející rychlost a délku PS

Ze sady obrázků (obr. 121) je patrný především vliv průměru PS, s klesajícím průměrem PS rozptyl rychle klesá, a to pro všechny délky téměř stejně. O závislosti rozptylu na rychlosti platí obdobný závěr, jako v předchozím případě. Vyjma nejvyšších rychlostí není závislost čitelná.



Obrázek 121: Rozptyl hodnot napětí oproti vyhlazenému pulzu pro různě dlouhé PS s ohledem na narážející rychlost a šířku PS

9.3.6.7 Shrnutí výsledků

Tabulka 38: Vliv rychlosti deformace na míru oscilací napětí pro různé geometrie PS shrnutí

Aspekt	**Efekt**
Změna průměru PS	Zmenšením průměru PS se rozptyl hodnot napětí zmenšuje. Vliv rychlosti není obhajitelný.
Změna délky PS	Zvětšením délky PS se rozptyl zanedbatelně zmenšuje. Vliv rychlosti není obhajitelný.
Změna rychlosti def.	Není zřetelný. Pravděpodobně je rozptyl vyšší při vyšších rychlostech, není však k dispozici dostatek dat.
Numerické chyby	Nastaly při testech PS o průměru $8\ mm$. Rozptyl se neúměrně zvětšil.
Závěr	Efektivní filtrace oscilací lze docílit PS o malém průměru.

10 ZÁVĚR

Citlivostní studie poskytla mnoho užitečných výsledků. Bylo porovnáno chování rozdílně diskretizovaných modelů a byla určena fyzická hranice, od níž se modely svým chováním shodují, tj. dochází ke stejnému průběhu napětí. Veškerá měření probíhala za touto hranicí, tedy ve vzdálenosti čtyř poloměrů průřezu od místa kontaktu s narážející tyčí. Dále bylo demonstrováno šíření napětí v rané fázi nárazu a byly porovnány modely s různě jemnou diskretizací. Závěrem ze srovnání výstupů simulací s reálným experimentem je fakt, že nejpřesnější výsledky poskytl model s nejhrubší diskretizací (s největšími elementy). Tato skutečnost byla pro parametrickou studii velice příznivá, jelikož nároky na výpočetní čas a úložnou kapacitu tak byly přiměřeně vysoké.

Parametrická studie poskytla cenné údaje o změnách tvaru pulzu v důsledku tvarování vlny tvarovačem pulzu. Pro testování měkkých materiálů metodou SHPB je potřeba dostatečně dlouhá doba náběhu napětí na teoretickou hodnotu. Dle výsledků studie tento požadavek splňují obecně tvarovače o malém průměru, na délce přitom příliš nezáleží. Dalším příznivým faktorem jsou nízké dopadové rychlosti, resp. rychlosti deformace. Při vyšších rychlostech je tvarování vlny tvarovačem méně účinné. O délce pulzu platí podobné závěry. Posledním předmětem sledování byly oscilace napětí okolo vyhlazeného průběhu této veličiny. Závěrem je opět fakt, že tvarovače o menším průměru jsou velmi účinné, zatímco změna jeho délky nevyvolá podstatný efekt. Výsledky jsou velmi uspokojivé, jejich relevantnosti přispívá i fakt, že obdobných závěrů bylo dosaženo např. v odborných studiích [7], [10].

V předposlední kapitole 8 byl vytvořen algoritmus pro přípravu modelu, výpočet úloh a zpracování dat. Míra automatizace je ve výsledné podobě vysoká a vytvořené algoritmy jsou pro případného akademického zájemce připravené na přiloženém CD k implementaci do ucelené aplikace.

Předmětem zkoumání v navazující práci by mohly být tvarovače pulzu z materiálů se složitější mechanickou odezvou a tedy i složitějším materiálovým modelem (např. papír). Další alternativou je zkoumání odlišných metod tvarování pulzu (kapitola 4.3) nebo simulace kompletních sestav i se zkoumaným vzorkem. Odvážným cílem by bylo vytvořené nástroje, který usnadní výběr tvarovače pulzu při reálných experimentech. Dále by bylo účelné přejít ze stávajícího automatizačního nástroje na vyšší verzi v podobě aplikace s interaktivním prostředím. Uživatel by byl dotázán na cesty k adresářům a spouštěčům programů EXE a dále by uživatel nastavil parametry simulací, které by aplikace nahrála prostřednictvím současných dávkových souborů. Aplikace v této podobě by byla lehce implementovatelná v jakémkoli příslušným softwarem vybaveném prostředí.

Zcela jistě tato práce představuje dobré základy pro další modelování i pro tvorbu důmyslnějších automatizačních nástrojů a autor je přesvědčen, že poznatky budou v práci navazující hojně využity.

11 POUŽITÉ ZDROJE

11.1 Literatura

[1] ACHENBACH, J. D. *Wave propagation in elastic solids*. New York: American Elsevier Pub. Co., 1973. ISBN 04-441-0465-8.

[2] MALÁ, Zuzana, Danuše NOVÁKOVÁ a Tomáš VÍTŮ. *Fyzika I.* 3., přeprac. vyd. V Praze: České vysoké učení technické, 2009. ISBN 978-80-01-04220-5.

[3] GRAFF, Karl F. *Wave motion in elastic solids*. Oxford: Clarendon Press, 1975. ISBN 01-985-6118-0.

[4] CHEN, Weinong W. *Split Hopkinson (Kolsky) bar: design, testing and applications*. New York: Springer, c2011. Mechanical engineering series. ISBN 978-1-4419-7981-0.

[5] HASSAN, Mostafa a Kay WILLE. Experimental impact analysis on ultra-high performance concrete (UHPC) for achieving stress equilibrium (SE) and constant strain rate (CSR) in Split Hopkinson pressure bar (SHPB) using pulse shaping technique. *Construction and Building Materials*. 2017, (144), 747 - 757.

[6] RAVICHANDRAN, G. a G. SUBHASH. Critical appraisal of limiting strain rates for compresion testing of ceramics in a split Hopkinson preassure bar. *Journal of the American Ceramic Society*. 1994, (77), 263 - 267.

[7] NAGHDABADI, R., M.J. ASHRAFI a J. ARGHAVANI. Experimental and numerical investigation of pulse-shaped split Hopkinson pressure bar test. *Material Science and Engineering A*. 2012, (539), 285 - 293.

[8] HENRYCH, Josef. *Finite models and methods of dynamics in structures*. New York: Distribution for the U.S.A. and Canada, Elsevier Science Pub. Co., 1990. Developments in civil engineering, v. 28. ISBN 04-449-8813-0.

[9] J. Hallquist, ”LS-DYNA Keyword User’s Manual”, Livermore, CA: Livermore Software Technology Corp, 2006.

[10] JIANG, T.Z., P. XUE a H.S.U. BUTT. Pulse shaper design for dynamic testing of viscoelastic materials using polymeric SHPB. *International Journal of Impact Engineering*. 2015, (79), 45 - 52.