

ČESKÉ VYSOKÉ
UČENÍ TECHNICKÉ
V PRAZE

FAKULTA
STROJNÍ



DOCHLAZOVÁNÍ
TURBOVRTULOVÉHO
MOTORU

MARTIN
HODEK

2018

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Hodek** Jméno: **Martin** Osobní číslo: **459873**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávací katedra/ústav: **Ústav procesní a zpracovatelské techniky**
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**
Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Dochlazování turbovrtulového motoru

Název bakalářské práce anglicky:

A turboprop engine after cooling

Pokyny pro vypracování:

Provedte literární rešerši k problematice simultánního přenosu tepla přirozenou konvekcí a radiací ve štěrbině mezi dvěma souosými válci. Zaměřte se jak na teoretická řešení tak na numerická řešení problému s využitím ANSYS CFD. Poznatky z literární rešerše aplikujte na řešení problému dochlazování turbovrtulového motoru po jeho odstavení. Modelujte tento případ s pomocí programu ANSYS CFD a porovnejte vliv přirozené konvekce vznikající mezi motorem a pláštěm motorové gondoly a vliv radiace. Popište podrobně nastavení řešiče pro tyto případy a zaměřte se na výběr vhodného modelu přirozené konvekce. Výsledky simulací jednotlivých případů vhodně prezentujte a případně porovnejte s experimentálně získanými teplotami.

Seznam doporučené literatury:

Dle provedené literární rešerše.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

Ing. Martin Dostál, Ph.D., ústav procesní a zpracovatelské techniky FS

Jméno a pracoviště druhého(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **23.04.2018**

Termín odevzdání bakalářské práce: **17.08.2018**

Platnost zadání bakalářské práce: _____

Ing. Martin Dostál, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

prof. Ing. Tomáš Jirout, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Poděkování

Předně bych chtěl poděkovat kolegům, za jejich čas, trpělivost a zkušené rady. Současně také děkuji rodině, která mě při psaní bakalářské práce podporovala, stejně tak jako ve všem ostatním co dělám.

Anotační list

Jméno autora:	Martin Hodek
Název BP':	Dochlazování turbovrtulového motoru
Anglický název:	A turboprop engine after cooling
Akademický rok:	2017/2018
Studijní program:	Teoretický základ strojního inženýrství
Obor studia:	Bez oboru
Ústav:	Ústav procesní a zpracovatelské techniky
Vedoucí BP:	Ing. Martin Dostál, Ph.D.
Počet stran bez příloh:	60
Počet obrázků:	62
Počet tabulek:	0
Počet příloh:	0
Klíčová slova:	ANSYS CFD, numerická simulace, dochlazování, turbovrtulový motor, konvekce, radiace
Keywords:	ANSYS CFD, numerical simulation, after cooling, turboprop engine, convection, radiation

Anotace

Bakalářská práce řeší problematiku přenosu tepla v rámci přirozeně chlazené gondoly turbovrtulového motoru. Jedná se o numerickou studii přestupu tepla přirozenou konvekcí a radiací v programu ANSYS CFD.

V teoretické části práce jsou zhruba představeny turbovrtulové motory, dále pak přiblížena problematika přenosu tepla a její implementace v softwaru ANSYS CFD. Současně jsou zde uvedeny výsledky studií zabývajících se přenosem tepla v soustředném mezikruží v závislosti na poměru poloměrů, Reynoldsově a Grashofově číslu.

Praktická část obsahuje výběr a validační výpočty numerických modelů programu ANSYS CFD s následnou simulací dochlazování turbovrtulového motoru, jejíž výsledky jsou vzápětí diskutovány a porovnány s experimentem.

Anotation

The bachelor thesis focuses on problematics of heat flux within a naturally cooled turboprop motor gondola. It is a numerical study of heat transfer by natural convection and radiation using the ANSYS CFD.

In the theoretical part of the thesis, turboprop engines are briefly presented, as well as the problems of heat transfer and its implementation in ANSYS CFD software. At the same time, the results of the heat transfer studies in the concentric annulus are presented, depending on the ratio of radii, Reynolds and Grashof numbers.

The practical part contains the selection and validation calculations of ANSYS CFD numerical models with subsequent simulation of turboprop engine after cooling, the results of which are then discussed and compared with the experiment.

Obsah

1	Úvod	6
1.1	Základy letadlových motorů	7
1.2	Mechanismy přenosu tepla	9
1.3	Výpočtová geometrie	9
2	Přenos tepla	10
2.1	Přírozená konvekce	10
2.2	Radiace	13
3	Literární řešerše	17
4	Numerické výpočty	21
4.1	Výběr modelů	22
4.2	Validace modelů	24
4.3	Výpočet dochlazování	38
5	Diskuse	53
5.1	Porovnání s experimentem	54
6	Závěr	55
	Prohlášení	60

Kapitola 1

Úvod

Z druhého zákona termodynamiky formulovaného Rudolfem Clausiem – Tepla nemůže samovolně přecházet z tělesa chladnějšího na těleso teplejší – je jasně patrné, že veškeré děje v přírodě směřují k ustáleným stavům. Právě z tohoto důvodu horký čaj v hrníčku chladne, zatímco studený hrníček se ohřívá a stejně tak i nastartovaný turbovrtulový motor chladne a předává své teplo okolí.

Stavy, při kterých součásti s vysokou termodynamickou teplotou předávají své teplo okolním součástem jsou však z pohledu dimenzování a bezpečnosti strojů nevýhodné, nejedná-li se přímo o produkty k zahřívání/vytápění určené. Ve většině případů je generované teplo teplem ztrátovým a z důvodů materiálových vlastností a bezpečnosti je nutné použití chlazení, aby nedošlo k přehřátí a poškození daného prvku nebo prvků s ním sousedících.

V případě letadlových motorů v režimu letu je chlazení řešeno proudem vzduchu obtékajícím motor a současně i olejovým chladičem, neboť externí chlazení by nebylo dostatečné. V rámci rolování na ranveji je motor chlazen především interním chladičem, protože obtékání vzduchu je v danou chvíli zanedbatelné a pro zchlazování nevyužitelné. Hlavní problém s přenosem tepla však nastává při vypnutí motoru a chladičích systémů. V tuto chvíli vyvstává nebezpečí přestupu tepla ze stále žhavého motoru do okolních součástí, které by mohla vyšší teplota poškodit.

Jednoduchou analogii tohoto problému si můžeme představit v případě rychlovarné konvice, do které dáme ohřát vodu. V průběhu ohřívání vody se žhaví topná spirála, ohřívá vodu a sama je vodou chlazená. Ve chvíli kdy vařící vodu přelijeme pryč nastává problém, neboť spirála je stále žhavá ale přestup tepla mezi spirálou a vodou už není možný. Dojde tedy k přenosu tepla mezi spirálou a jejím okolím.



Obr. 1.1: Rudolf Clausius
Wikipedia (2017b)



Obr. 1.2: Olejový chladič Beech King Air 100
Wood (2011)

1.1 Základy letadlových motorů

Historie letectví se začala psát koncem 19. století s vynálezem zážehové motoru. Ten jako leteckou pohonnou jednotku poprvé využili bratři Wrightové na začátku 20. století. Od té doby letecké motory prošly rychlým vývojem především díky dvěma světovým válkám.

Dnes dělíme motory podle principu fungování na pístové a reakční. Pístové motory pracují obvykle s Ottovým cyklem, kde je v klasickém čtyřdobém cyklu přeměňována chemická energie paliva na mechanickou energii, ta je pak využívána k roztáčení hřídele. Hřídel pak přímo nebo přes reduktor pohání vrtuli vyvozující tah.

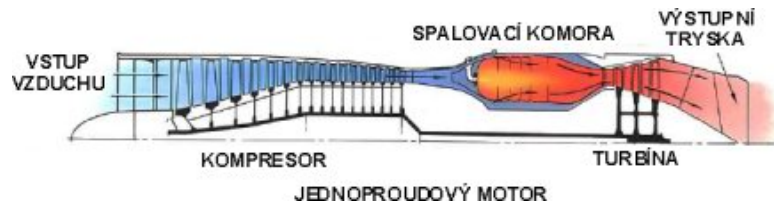
Reakční motory k vyvolání tahu využívají kinetické energie spalin vystupujících z trysky motoru. Základem takových motorů je generátor plynů. Vzduch nasávaný motorem je stlačen v kompresoru, přičemž ve spalovací komoře je mu dodána tepelná energie. Část této

energie je na rozváděcím kole převedena na kinetickou energii pohánějící turbínu, která pohání kompresor. Zbylá energie je vedena do výstupní trysky kde se mění na energii kinetickou a pohání letoun. Mezi nejjednodušší reakční motory patří ty jednoproudové.

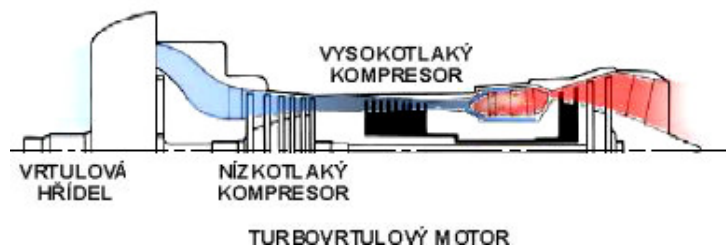
Reakční motory můžeme dále dělit na proudové lopatkové, bez lopatkové a raketové motory. Turbovrtulové motory, kterými se budeme dále zabývat patří do skupiny reakčních proudových lopatkových motorů. Turbopropy, jak se takové motory také nazývají, se vyznačují kombinací generátoru plynu a reduktoru s vrtulí. Tah, je zde vyvoláván pouze vrtulí, která je poháněna turbínou. U turbíny turbovrtulových motorů je hlavní nárok na maximální využití energie spalin k roztáčení hřídele, neboť jak již bylo zmíněno, tento typ motoru proud spalin cíleně k pohonu nevyužívá.

Jednotlivé kategorie motorů se od sebe liší především rozdílným použitím v závislosti na rychlosti letu a letové hladině. Tyto závislosti popisují následující grafy.

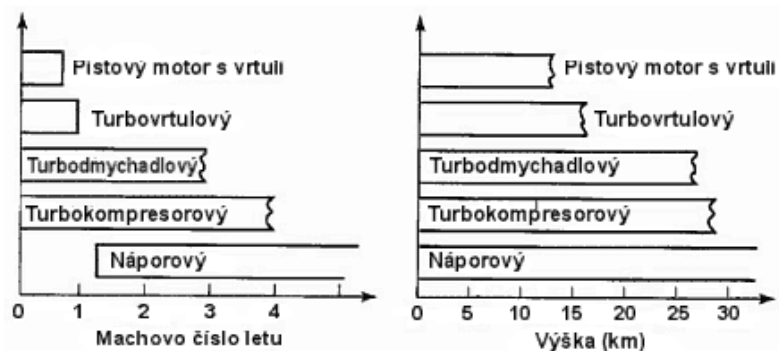
Z přehledu je jasně patrné, že turbovrtulový motor je využíván především pro nižší letové rychlosti v nižších letových hladinách. Jelikož zde dosahuje maximální účinnosti. Kussior (2010)



Obr. 1.3: Jednoproudový motor
Kussior (2010)



Obr. 1.4: Turbiovrtulový motor
Kussior (2010)



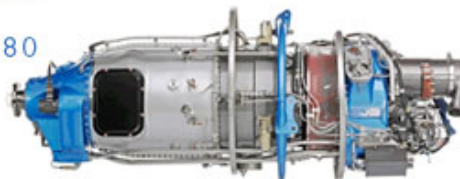
Obr. 1.5: Rozdělení kategorií motorů
Kussior (2010)

Za třídu turbovrtulových motorů bych uvedl český motor M601 firmy Walter Motors a.s, jejíž sekce zabývající se leteckými motory byla roku 2008 odkoupena divizí firmy General Electric pod názvem GE Aviation Czech. Tento motor se následně dočkal vylepšení ze strany GE a přejmenování na H80, jehož modifikace jsou dodnes využívány.

V současné době pobočka GE Aviation vyvíjí nový turbovrtulový motor s kompresním poměrem 16:1 a výkonem 1240 koňských sil na hřídeli (pro porovnání H80 dosahuje 800 koňských sil na hřídeli). Finální certifikace motoru je v plánu na rok 2019.



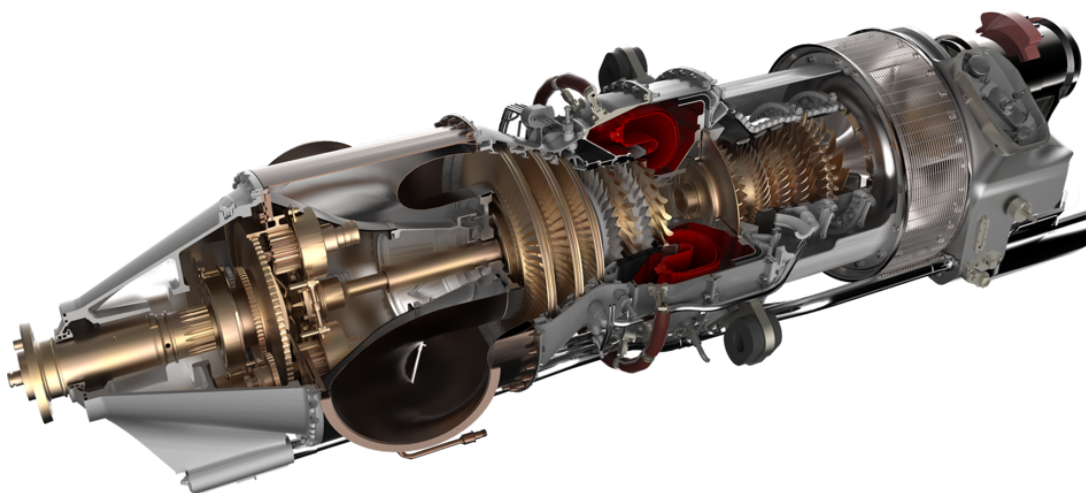
H80



M601



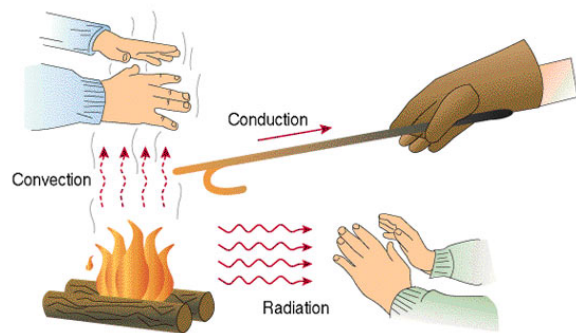
Obr. 1.6: Turbopropové motory H80 a M601
Sanchez (2011)



Obr. 1.7: Model turbopropového motoru ATP
Wikipedia (2018)

1.2 Mechanismy přenosu tepla

Při přenosu tepla rozlišujeme tři hlavní mechanismy – kondukcí (přenos tepla vedením), konvekci (přenos tepla prouděním) a radiaci (přenos tepla sáláním). Jednotlivé mechanismy probíhají společně a není možné je od sebe oddělit. Významný je však rozdíl, kterým se tyto mechanismy na přenosu tepla podílí.



Obr. 1.8: Mechanismy přenosu tepla
Atta (2017)

Kondukcce

Kondukcce je typická pro tepelný tok v pevných látkách a tekutinách bez proudění. Přenos tepla je realizován srážkami částic, kdy částice s vyšší střední kinetickou energií předávají část své pohybové energie částicím s nižší střední kinetickou energií. V průběhu nedochází k přenosu částic ale pouze k jejich kmitání kolem rovnovážné polohy. Vedení tepla zvyšují volné elektrony či ionty v tekutinách.

Tepelný tok v případě vedení tepla rovinnou stěnou je popsán rovnicí:

$$\dot{Q} = -\lambda S \nabla T \quad (1.1)$$

Konvekce

Konvekce se nejčastěji vyskytuje u tekutin a je možné ji zaznamenat i u pevných látek, kde je realizována difuzí. Tento mechanismus se vyznačuje prouděním hmoty o různé teplotě. Pohybem hmoty dochází k vzájemnému pohybu jednotlivých částí, které mají odlišnou teplotu a tedy různou hustotu vnitřní energie, a tím se přenáší teplo. Při srovnání s přenosem tepla kondukcí, je konvekce většinou rychlejší.

Tepelný tok je popsán rovnicí:

$$\dot{Q} = \alpha S \Delta T \quad (1.2)$$

Radiace

Radiace je společným projevem vnitřní energie veškerých objektů, jejichž termodynamická teplota je vyšší, než 0 K. Sáláním rozumíme proces, při kterém látka emituje do prostoru energii ve formě elektromagnetického záření, tedy fotonů. Tento tepelný přenos není vázán na látkové prostředí a může tedy probíhat i ve vakuu.

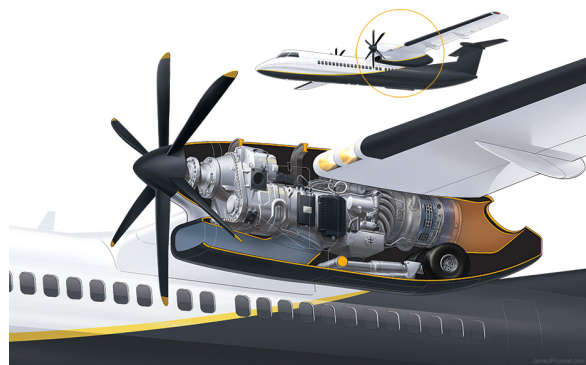
Tepelný tok je popsán rovnicí:

$$\dot{Q} = \epsilon \sigma^S S T^4 \quad (1.3)$$

1.3 Výpočtová geometrie

Pro řešení přenosu tepla uvažujeme geometrii turbovrtulového motoru uloženého v motorové gondole, obklopené okolním prostředím.

Pro zjednodušení tuto geometrii nahradíme modelem dvou soustředných válců, které následně převedeme do 2D pomocí kolmých řezů. Tím získáme přibližný rovinný model, na kterém budeme provádět numerické výpočty.



Obr. 1.9: Řez gondolou motoru
Provost (2014)

Kapitola 2

Přenos tepla

V rámci numerické studie se budeme zabývat dvěma hlavními mechanismy, a to přirozenou konvekcí a radiací. Právě tyto dva procesy se na přestupu tepla podílejí nejvíce, především díky jejich rychlosti.

2.1 Přirozená konvekce

Proudění tepla nazýváme konvekcí, kterou dále dělíme na nucenou a přirozenou. Nucené konvekci se však věnovat nebudeme, neboť v naší modelové situaci primárně neprobíhá.

Pro popis konkrétního proudění je potřeba daný typ správně zařadit a specifikovat. V našem případě se jedná o termickou konvekci, spjatou s vertikálními pohyby vzduchu. Tento pohyb je vyvolán rozdíly teplot vzduchových částic přičemž částice s menší hustotou (tedy vyšší termodynamickou teplotou než má okolí) stoupají vzhůru. Jedná se o klasický příklad vztakových sil.

Pro bližší popis je nutné vzít v potaz, že vzduch je newtonská tekutina, řídící se Newtonovým zákonem pro stlačitelné tekutiny, který je dle Šesták a Rieger (1993a) možné vyjádřit jako

$$\vec{\tau} = -\frac{2}{3}\mu\delta\text{tr}\vec{\Delta} + 2\mu\vec{\Delta}. \quad (2.1)$$

Dosažením této rovnice do základní rovnice dynamiky tekutin, Cauchyho pohybové rovnice obdržíme

$$\rho\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau} + \rho\vec{f}, \quad (2.2)$$

kde levá strana popisuje setrvačné síly a pravá strana tlakové síly, síly vazkého tření a objemové síly v tomto pořadí, obdržíme Navier-Stokesovu rovnici

$$\rho\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \left(-\frac{2}{3}\mu\delta\text{tr}\vec{\Delta} + 2\mu\vec{\Delta}\right) + \rho\vec{f}, \quad (2.3)$$

kterou dále upravíme pro konstantní viskozitu μ do tvaru

$$\rho\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \frac{1}{3}\mu\nabla\nabla\cdot\vec{u} + \mu\nabla^2\vec{u} + \rho\vec{f}. \quad (2.4)$$

Proudění stlačitelných tekutin řešíme pomocí Navier-Stokesovy rovnice společně s rovnicí kontinuity pro ustálené proudění tekutiny

$$-\frac{1}{\rho}\frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \vec{u} = 0. \quad (2.5)$$

Soustavu těchto dvou rovnic však můžeme pro popis přirozené konvekce zjednodušit přijmutím Boussinesqovy aproximace, zanedbávající změnu hustoty jež není svázaná s tíhovým zrychlením. Jinými slovy v rovnicích ponecháme pouze změnu hustoty vázanou na vztlakové síly.

Boussinesqova aproximace vychází z předpokladu, že rozdíly v setrvačných silách částic tekutiny jsou zanedbatelné a pouze gravitace je dostatečně silná, aby způsobila jejich znatelné rozdíly.

Jak je zmíněno v multifyzikální Cyklopedi Cmsol (2015), je toto přiblížení přesné pouze pro malé rozdíly hustot, nemající vliv na proudové pole. Tento rozdíl vystihuje vzorec $\Delta\rho/\rho$, jehož výsledek musí být řádově různý od jedné.

Zajímavým poznatkem je, že Boussinesqovo proudění (tzn. proudění, které je možno zjednodušit pomocí Boussinesqovy aproximace) je možné pozorovat "vzhůru nohama" za předpokladu, že vlastnosti proudících tekutin jsou opačné. To je způsobeno právě uvažováním pouze gravitačního zrychlení jako tvůrce proudění. Pro bližší představu bych uvedl příklad z webu Wikipedia (2017a) nastiňující problém na modelu pokoje s otevřeným oknem. Máme-li místnost s teplým vzduchem uvnitř a studeným venku, bude studený vzduch o nižší hustotě proudit oknem dovnitř a "rozlévat" se po podlaze. V opačném případě si představíme pokoj plný studeného vzduchu a teplý vzduch venku. Nyní teplý vzduch o nižší hustotě prochází oknem a stoupá ke stropu. Pokud bychom druhý zmíněný model otočili vzhůru nohama, dostaneme první model. Jedná se tedy o Boussinesqovo proudění.

Po akceptování Boussinesqovy aproximace rovnici kontinuity zapíšeme ve tvaru:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.6)$$

neboť velikost $(D\rho/Dt)\rho^{-1}$ je malá v porovnání k divergenci $\nabla \cdot \vec{u}$.

Nyní při upravě Navier-Stokesovy rovnice nahradíme teplotně a tlakově závislou hustotu ρ na levé straně za konstantní hustotou ρ_0 . Hustotu závislou na teplotě a tlaku ponecháme pouze na pravé straně rovnice v součinu s vektorem \vec{f} , který pro řešení v tíhovém poli nahradíme gravitačním zrychlením \vec{g} . Dále vidíme, že člen $\frac{1}{3}\mu\nabla\nabla\cdot\vec{u}$ je rovný nule (viz. rovnice (2.6)) a tak dostáváme upravený tvar N-S rovnice popisující proudění newtonské kapaliny

$$\rho_0 \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} + \rho \vec{g}. \quad (2.7)$$

Pro úplnost je ještě možné rozepsat $\rho\vec{g}$ jako $(\rho_0 + \Delta\rho)\vec{g}$ a pro malé rozdíly teplot a hustoty dále roznásobit a upravit $\Delta\rho\vec{g} = (\rho - \rho_0)\vec{g}$ kde $\rho - \rho_0$ je možné navíc přepsat pomocí součinitele teplotní expanze β a rozdílu teplot ΔT . Získáme tak konečně upravený tvar Navier-Stokesovy rovnice pro výpočet volné konvekce stlačitelných tekutin, totožně jako v Cmsol (2015),

$$\rho_0 \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} + \rho_0 \vec{g} - \rho_0 \beta (T - T_0) \vec{g}. \quad (2.8)$$

Finální zápis rovnic (2.6) a (2.8) nyní můžeme použít pro řešení přenosu tepla konvekcí, přičemž pro úplnost je možné ještě doplnit Fourier-Kirchhoffovu rovnici ve tvaru

$$\rho_0 c_P \frac{DT}{Dt} = \lambda \nabla^2 T + 2\mu \vec{\Delta} : \vec{\Delta} + \dot{Q}^{(g)}. \quad (2.9)$$

Analytické řešení Navier-Stokesovy rovnice je však možné jen v několika málo elementárních případech. Pro složitější teplotní toky se využívá numerického řešení a k tomu specializovaných programů, jako například ANSYS CFD.

Pro korektní použití výpočtových programů je však stále nutné popsat daný typ konvekce pomocí charakteristických rozměrů daných geometrií a součinitelů vycházejících z kritériálních rovnic.

Implementace pro ANSYS CFD

K zavedení problému přenosu tepla přirozenou konvekcí využijeme popis proudění Rayleighovým číslem, udávajícím sílu vztakem generovaného toku. Velikost Rayleighova čísla udává vzorec

$$Ra = \frac{g \beta \Delta T L^3 \rho}{\mu a}, \quad (2.10)$$

kde β je součinitel teplotní expanze

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p, \quad (2.11)$$

a a udává teplotní vodivost

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p}, \quad (2.12)$$

přičemž λ představuje součinitel tepelné vodivosti.

Rayleighova čísla menší než 10^8 naznačují laminární proudění, které přechází do turbulentního v rozmezí $10^8 < Ra < 10^{10}$.

Pro numerický výpočet v uzavřené geometrii je potřeba znát hmotnost částic uvnitř výpočtové geometrie. Ta je nám však neznámou a proto je potřeba zvolit jednu z následujících možností, které jsou nastíněny v manuálu programu ANSYS, Inc. (a).

- Provedeme výpočet v neustáleném stavu, přičemž hustota (a tedy i hmotnost) bude vypočítána z počátečního tlaku a teploty. Tato možnost je využívána především pro velké změny teplot v rámci geometrie.
- Provedeme výpočet v ustáleném stavu s použitím Boussinesqovi aproximace, kde na začátku výpočet specifikujeme konstantní hustotu. Tento přístup, jak již bylo zmíněno, je přesný pouze pro malé rozdíly teplot. Konkrétně pro $\beta(T - T_0) \ll 0$.

K výpočtu je dále potřeba:

- Aktivovat výpočet tepelného toku
 - Povolit "Energy Equation" v panelu "Energy", čímž aktivujeme výpočet energie v modelu.
- Nadefinovat výpočetní podmínky
 - Povolit "Gravity" a definovat tíhové zrychlení ve směrech X a Y.
 - Pro výpočet v přechodovém stavu definovat hustotu tekutiny jako funkci teploty případně pro výpočet v ustáleném stavu zadat hustotu jako konstantní hodnotu z "Material panel" a současně i koeficient teplotní roztažnosti β .
- Nadefinovat okrajové podmínky
- Nastavit kontrolní parametry výpočtu

Seznam náležitostí zde uvádíme pouze ve zkratce a je celý obsažen v návodu programu ANSYS CFD, konkrétně v sekci 13.2.5 - "Natural Convection and Buoyancy-Driven Flows" ANSYS, Inc. (a).

2.2 Radiace

Přenos tepla zářením je způsoben elektromagnetickým vlněním, které se šíří v prostoru rychlostí světla. Jeho existence a účinky však nejsou podmíněny přítomností teplosměnného média, jak vyplývá z podstaty pohybu elektromagnetických částic.

Jak uvádějí Šesták a Rieger (1993b), tepelné záření dopadající na povrch tělesa jím může buď projít, být odraženo, nebo pohlceno. Celkovou energii záření dopadající na jednotku plochy povrchu tělesa za jednotku času označíme jako E_I a nazveme ji celkovou hustotou dopadajícího zářivého toku. Část záření, která je odražena označíme jako E_R , pohlcenou část jako E_A a záření které prošlo tělesem jako E_D . Dále pak můžeme definovat poměrnou odrazivost $R^{(s)}$ poměrem E_R/E_I , poměrnou pohltivost $A^{(s)}$ poměrem E_A/E_I a poměrnou propustnost $D^{(s)}$ poměrem E_D/E_I . Celková energie záření je tedy popsána rovnicí

$$E_I = E_R + E_A + E_D, \quad (2.13)$$

příčemž po vydělení celé rovnice E_I obdržíme tvar

$$R^{(s)} + A^{(s)} + D^{(s)} = 1. \quad (2.14)$$

V našem případě rovnici zjednodušíme, neboť hranicemi řešené geometrie jsou tuhá tělesa, která záření nepropouští a nazýváme je neprůteplivá. Člen $D^{(s)}$ bude tedy rovný nule.

Množství vyzařené energie popisuje Planckův vyzařovací zákon, vyjadřující závislost intenzity záření absolutně černého tělesa na frekvenci. Absolutně černým tělesem rozumíme takové těleso, vyznačující se nulovou odrazivostí, respektive poměrnou pohltivostí rovnou jedné. Planckův zákon můžeme podle Šesták a Rieger (1993b) zapsat rovnicí, kde \hbar je redukovaná Planckova konstanta a k Boltzmanova konstanta, ve tvaru

$$E_{I \lambda, 0} = \frac{2\pi \hbar c^2 \lambda^{-5}}{e^{\frac{\hbar c}{\lambda T}} - 1}. \quad (2.15)$$

Intenzitu záření můžeme také definovat jako míru rozdělení hustoty zářivého toku E_I vzhledem k prostorovému úhlu ξ vztahem

$$I = \frac{d E_I}{\cos \varphi d \xi}. \quad (2.16)$$

Intenzita záření tedy vyjadřuje část hustoty zářivého toku E_I vyzařenou jednotkovým prostorovým úhlem ve směru kolmém k povrchu zářiče ($\varphi = 0$). Rozdělení hustoty zářivého toku je dle prostorového úhlu dáno Lambertovým zákonem, říkájícím, že intenzita záření I je konstantní a ve všech směrech totožná.

Vyjádření celkové hustoty zářivého toku přes celý prostorový úhel příslušný poloprostoru nad povrchem tělesa zapíšeme jako

$$E_I = \int I \cos \varphi d \xi, \quad (2.17)$$

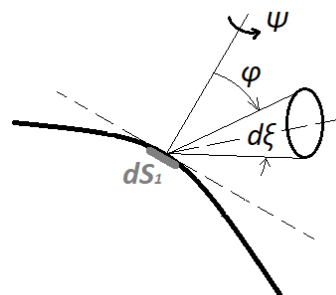
kde

$$d \xi = \sin \varphi d \varphi d \psi. \quad (2.18)$$

Vztah mezi intenzitou záření I a hustotou zářivého toku E_I pak s užitím Lambertova zákona vyjádříme ve tvaru

$$E_I = I \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \cos \varphi \sin \varphi d \varphi d \xi = \pi I. \quad (2.19)$$

Tento vztah platí přesně pro dokonale černá tělesa, neboť splňují Lambertův zákon. Pro reálná tělesa je nutné posoudit pomocí směrové zářivosti, nakolik se Lambertovým zákonem řídí.



Obr. 2.1: Tok vyzařené energie Šesták a Rieger (1993b)

S2S model

Sálání tepla v rámci námi definované geometrie je možné popsat tzv. "Surface to surface" modelem, kdy řešíme, jaké množství záření dopadá z vnějšího povrchu vnitřní hranice (značíme S_1) na vnitřní povrch vnější hranice (značíme S_2).

Pro tento popis je nutné použít radiosivity J , tedy hustoty efektivního zářivého toku, udávající výsledný tok z daného povrchu, jak uvádí Šesták a Rieger (1993b). Tuto veličinu můžeme zapsat jako součet hustoty toku vyzářené energie E_E a hustoty toku odražené energie E_R .

Vytkněme tedy na již zmíněných plochách elementární plošky dS_1 a dS_2 a uvažujme, že ploška dS_1 vysílá tok energie $J_1 dS_1$. Dále platí, že jednotkovým prostorovým úhlem ve směru spojnice obou plošek projde část záření $(dJ_1/d\xi) dS_1$. Za předpokladu platnosti Lambertova zákona získáme z rovnic (2.17) a (2.19) zápis

$$\frac{dJ_1}{d\xi} dS_1 = \frac{J_1}{\pi} \cos\varphi_1 dS_1. \quad (2.20)$$

přičemž na plošku dS_2 pak dopadne tok energie odpovídající prostorovému úhlu $d\xi$, daný velikostí této plošky

$$d\xi = \frac{\cos\varphi_2 dS_2}{r^2}. \quad (2.21)$$

Z plošky dS_1 tedy dopadne na plošku dS_2 část toku energie, jehož velikost získáme z dosazení (2.21) do (2.20) ve tvaru

$$dJ_1 dS_1 = \frac{J_1}{\pi} \frac{1}{r^2} \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 dS_1 dS_2. \quad (2.22)$$

Celkový tok energie vyslaný z plochy S_1 na plochu S_2 stanovíme integrací

$$\frac{1}{\pi} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{J_1}{r^2} \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 dS_1 dS_2. \quad (2.23)$$

Další veličinou, kterou je vhodné při přenosu tepla sáláním zavést, je součinitel ozáření F_{1-2} , udávající jaké množství energie vyslané povrchem S_1 dopadne na povrch S_2 . Z předchozích odstavců víme, že energie vyslaná plochou S_1 je rovna $\int_{S_1} (J_1 dS_1)$ a stejně tak z rovnice (2.23) známe celkové množství energie vyslané povrchem S_1 na povrch S_2 . Součinitel ozáření tedy získáme pouhým podělením těchto dvou rovnic. Pro konstantní hodnotu J_1 na celém povrchu S_1 je možné zmíněný součinitel zapsat ve tvaru

$$F_{1-2} = \frac{1}{\pi S} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{1}{r^2} \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 dS_1 dS_2. \quad (2.24)$$

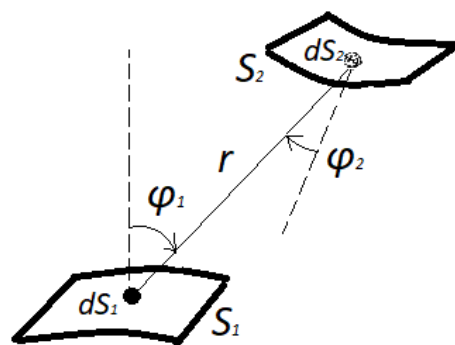
Koeficient ozáření F_{2-1} bychom získali obdobně pouze záměnou indexů v předcházející rovnici.

Pro případ, kdy je součinitel ozáření závislý pouze na geometrii a poloze obou povrchů, je možné tok energie vyslané povrchem S_1 na povrch S_2 zapsat ve tvaru $F_{1-2} J_1 S_1$ a stejně tak tok energie vyslané povrchem S_2 na povrch S_1 zapsat ve tvaru $F_{2-1} J_2 S_2$. V rámci naší uzavřené geometrie pak musí platit že veškerá energie vyslaná vnějším povrchem vnitřního tělesa musí dopadnout na vnitřní povrch vnějšího tělesa. Tento vztah je možné zapsat v obecném tvaru

$$\sum_{j=1}^n F_{i-j} = 1 \quad (2.25)$$

a v našem konkrétním případě pak

$$F_{1-2} = 1. \quad (2.26)$$



Obr. 2.2: "Surface to surface"
Šesták a Rieger (1993b)

Implementace pro ANSYS CFD

Zmíněný teoretický výpočetní model radiace - "Surface to surface" nebo zkráceně "S2S" je součástí programu ANSYS CFD a je možné jej využít pro výpočet radičních toků v rámci oblasti uzavřené šedými tělesy. Jak je popsáno v návodu ANSYS, Inc. (c), energetické toky mezi dvěma povrchy závisí na jejich velikostech, vzdálenosti, která je doděluje a jejich orientaci. Tyto parametry jsou definovány před samotným výpočtem pomocí zadané geometrie ve funkci "view factor".

Výpočtový model pracuje s tzv. šedým tělesem u kterého uvažujeme difuzní povrch odrážející záření, dopadající pod jakýmkoliv úhlem, rovnoměrně do všech směrů, tedy povrch splňující Lambertův zákon. Dále pak předpokládáme emisivitu ϵ (totožnou poměrné zářivosti $\epsilon = E_E/E_{E0}$ udávající poměr hustoty zářivého toku E_E vyzařeného daným tělesem k hustotě zářivého toku, který by vyzařilo absolutně černé těleso E_{E0}) rovnou absorbtivitě α , v předchozím textu označované pohltivostí A^S . Tento předpoklad vychází z Kirchhoffova zákona.

Představený "S2S" model je používán pro výpočty, kde prostředí mezi dvěma navzájem se ozařujícími povrchy nehraje roli. Současně s dalším předpokladem, že povrchy jsou neprůteplivé, tedy nepropouštějí radiční záření, se dostáváme k již dříve uvedené rovnici

$$R^{(s)} + A^{(s)} = 1. \quad (2.27)$$

Zmíněnou rovnici můžeme přepsat pomocí značení užívaného v ANSYS CFD do tvaru

$$\alpha + \rho = 1, \quad (2.28)$$

kde ρ označuje odrazivost. V posledním kroku je možná další úprava na

$$\rho = 1 - \epsilon, \quad (2.29)$$

neboť jsme zavedli předpoklad $\epsilon = \alpha$.

K dosažení přesnějších výsledků je možné použít tzv. "smoothing", vztahujícího se k "view factor matrix", tedy matici součinitele ozáření F_{i-j} . Manuál programu ANSYS, Inc. (c) vychází z rovnice

$$A_i F_{i-j} = A_j F_{j-i}, \quad (2.30)$$

kde A_i značí velikost plochy i , F_{i-j} udává součinitel ozáření mezi povrchy i a j a F_{j-i} označuje součinitel ozáření mezi povrchy j a i , pro kterou můžeme k zpřesnění výsledků využít poznatku

$$\sum F_{i-j} = 1.0, \quad (2.31)$$

specifikujícího, že veškerý zářivý tok z povrchu i musí dopadnout na povrch j (neboť se jedná o uzavřenou geometrii). Předejdeme tak energetickým ztrátám způsobeným nedokonalou tvorbou výpočetní sítě a aproximacemi programu.

P1 model

Tepelné záření, jak je uvedeno v ANSYS, Inc. (b), je možné popsat i modelem P1, který je nejjednodušší aproximací obecného PN modelu, vycházejícího z metody sférických harmonických ("Spherical Harmonics").

S pomocí této metody je možné znázornit intenzitu záření I v místě \vec{r} jako hodnotu skalární funkce na povrchu koule o jednotkovém poloměru okolo bodu \vec{r} .

Vzniklé pole můžeme definovat Fourierovou řadou:

$$I(\vec{r}, \vec{s}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l I_l^m(\vec{r}) Y_l^m(\vec{s}) \quad (2.32)$$

kde $I_l^m(\vec{r})$ je koeficient závislý na poloze, svázaný se sférickou harmonickou $Y_l^m(\vec{s})$, podle rovnice z práce Modest a Yang (2008):

$$Y_l^m(\vec{s}) = (-1)^{\frac{(m+|m|)}{2}} \left(\frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!} \right)^{\frac{1}{2}} e^{im\psi} P_l^{|m|}(\cos\theta) \quad (2.33)$$

přičemž ψ resp. θ jsou polární resp. azimutální úhly směřového, jednotkového vektoru \vec{s} a současně $P_l^{|m|}$ odpovídá Legendrovým polynomům, jak uvedli Ravishankar a Tech (2009).

Aplikací Legendrových polynomů do prvního řádu získáme P1 aproximaci, kterou většinou popisujeme jako funkci dopadajícího záření, G , což je celková intenzita záření dopadajícího do bodu \vec{r} ze všech směrů.

$$G(\vec{r}) = \int_{4\pi} I_l^m(\vec{r}, \vec{s}) d\Omega \quad (2.34)$$

Implementace pro ANSYS CFD

Výpočtový model předpokládá šedou radiaci a tudíž stejně tak jako model S2S pracuje s tzv. šedým tělesem u kterého uvažuje difuzní povrch splňující Lambertův zákon. Dále pak předpokládá emisivitu ϵ rovnou pohltivosti α . Tento předpokald opět vychází z Kirchoffova zákona.

Základní rovnice pro výpočet radiačního toku je dle ANSYS, Inc. (b):

$$q_r = \frac{1}{3(a + \sigma_s) - C\sigma_s} \nabla G \quad (2.35)$$

kde a je koeficient absorpce, σ_s koeficient rozptylu, G již zmíněná dopadající radiace a C koeficient lineárně-anisotropické funkce.

Jedná se o materiálovou konstantu nabývající hodnot od -1 do 1, přičemž kladné hodnoty indikují, že více zářivé energie je rozptýleno dopředu než dozadu a záporné přesně obráceně. Při $C = 0$ (defaultní hodnota v ANSYS CFD) dochází k isotropnímu rozptylu, tedy rozptylu nezávislém na směru, tedy ve všech směrech totožnému.

Model P1 radiace:

- má obecně nižší nároky na CPU, neboť jeho výpočty nejsou tolik náročné.
- umožňuje řešit i složitější geometrie, avšak s rostoucí mírou komplexnosti výpočtové domény může jeho přesnost klesat.
- v porovnání s experimenty tento model inklinuje k přehánění velikosti radiačního toku.
- zvládá pracovat s okrajovou podmínkou symetrie.

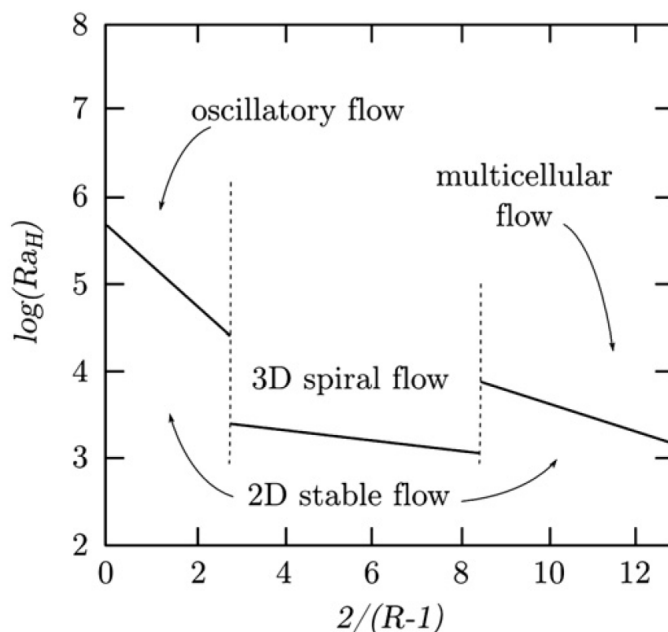
Kapitola 3

Literární rešerše

Problematika proudění tepla v mezikruží je dlouhodobě zkoumaným jevem z důvodů její složitosti, komplexnosti a především kvůli významnému využití v inženýrských aplikacích. Zmíněné proudění se vyskytuje u tepelných výměníků, solárních elektráren nebo například u chlazení elektronických komponent a přenosových kabelů. Většinu aplikací dominují systémy, kde vnitřní válec je vyhříván a vnější chlazen, a to buď cíleně chladícím médiem, nebo samovolně okolním prostředím.

Primárně zkoumaným mechanismem přenosu tepla je přirozená konvekce, které se věnuje množství odborných publikací. Většina z nich vychází z práce Powe et al. (1969), kteří pro přirozenou konvekci vzduchu ($Pr = 0,71$), z experimentálně získaných dat, utřídili vzory (schémata) teplotního proudění v závislosti na podobnostním Rayleighově čísle Ra a poměrovém činiteli R , kde $R = r_o/r_i$, přičemž r_o udává poloměr vnějšího válce a r_i poloměr vnitřního válce.

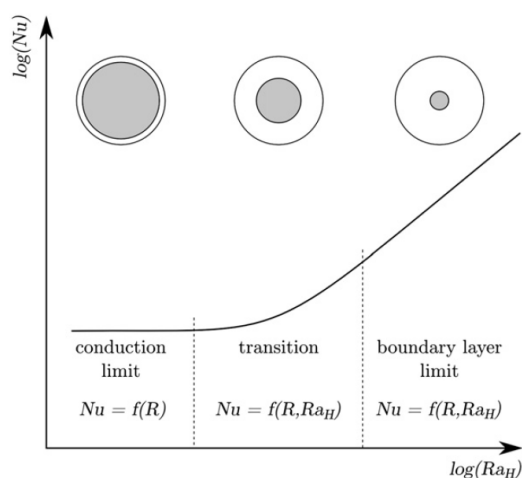
Pro poměrový činitel $R < 1,71$ je vlivem nestability "crescent-shaped convection" (tedy konvekce ve tvaru croissantu) indukována nestabilní dvou-dimenzionální konvekce, charakteristická oscilacemi vůči podélné ose válců v horní části mezikruží. V rozmezí $1,71 > R > 1,24$ vzniká oscilační konvekce pro nadkritická Ra , charakteristická tří-dimenzionálním spirálovitým pohybem ve vrchní části mezikruží. V případě $R < 1,24$ dochází k "vícebuněčné" konvekci, opět způsobené nestabilitou "crescent-shaped" konvekce. Tyto výsledky následně potvrdil numerickými simulacemi Rao et al. (1985).



Obr. 3.1: Proudové režimy v horizontálním mezikruží
Powe et al. (1969)

Zmíněné režimy proudění spadají do tzv. přechodové oblasti. Obecně totiž můžeme základní proudové charakteristiky rozdělit podle práce Teerestra a Yovanovich (1998) do tří, značně širokých oblastí.

V grafu je použito rozdělení pomocí náčrtku tendence průměrného Nusseltova čísla jakožto funkce Ra_H , tedy Rayleighova čísla vztáženému k šířce mezikruží.



Obr. 3.2: Graf rozdělení charakteristik proudění ve vodorovném mezikruží jako funkce R a Ra_H Teerestra a Yovanovich (1998)

Pro velmi nízká Ra_H se jedná o pseudo-difuzivní režim kde převládajícím mechanismem přenosu tepla je konvekce. Proudění je v této oblasti závislé jen na poloměru vnitřního válce a přetrvává pouze, pokud jsou šířka mezikruží H a rozdíl teplot $(T_i - T_o)$ dostatečně malé. Charakteristickým znakem pseudo-difuzivního proudění jsou dvě symetrické, proti sobě se otáčející buňky, jejichž podoba jde od tvaru croissantu (pro malé hodnoty R) k obvyklému tvaru ledvin - "kidney-shape" (pro větší rozdíl poloměrů).

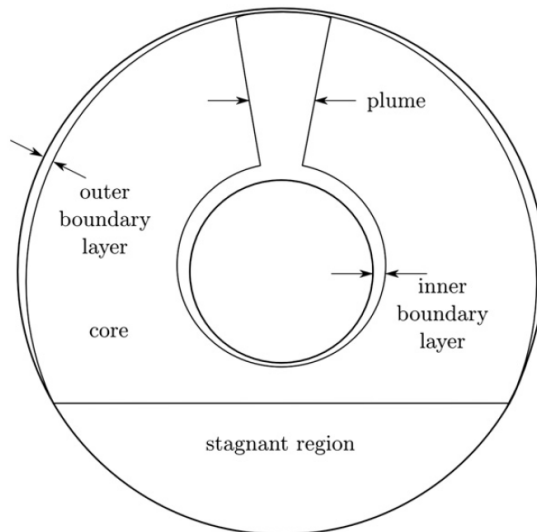
Druhé pole grafu popisuje již představenou přechodovou oblast, kde je proudění vyváženou funkcí poměru poloměrů R a Ra . S pokračujícím nárůstem Rayleighova čísla dochází k přeměně stabilního "buněčného" schématu proudění k jiným navzájem sobě různým schématům, v závislosti na šířce mezikruží, jak již bylo naznačeno dříve, viz obr. 3.1.

Pro vysoké hodnoty Ra_H se nacházíme v poslední části grafu, zobrazující proudění na hranici mezní vrstvy. Takové proudění můžeme rozdělit do pěti rozdílných proudových oblastí, zobrazených na obr. 3.3.

Stoupající proud ohřátých částic vytváří okolo vnitřního "vyhřívaného" kruhu vnitřní mezní vrstvu (inner boundary layer) a pokračuje k vznášejícímu se "chocholu" (plume) v horní části mezikruží. Ten je hlavním jevem, vedoucím k přechodu do turbulentního proudění. Dále pak částice vzduchu klesají podél chladného vnějšího pláště mezikruží a vytváří tak druhou mezní vrstvu - vnější (outer boundary layer). Jádro (core) mezi těmito dvěma vrstvami je charakterizováno recirkulací tekutiny, přičemž pod vnitřním válcem přechází do stagnantní oblasti, jejíž velikost s rostoucím Rayleighovým číslem narůstá.

Toto rozložení potvrzují i experimenty dvojic Kuehn a Goldstein (1978) a McLeod a Bishop (1989), ze kterých dále vyplývá, že recirkulační pohyb částic vyplňuje celé mezikruží v závislosti na R a $(T_i - T_o)$ pouze pro Ra zhruba menší než 10^5 . Pro přibližné spektrum $2,5 \cdot 10^6 < Ra < 1 \cdot 10^9$ dochází ke vzniku turbulentního proudění ve vrchní části mezikruží, zatímco zbylá část mezikruží zůstává neturbulentní s dolní oblastí stagnantní.

Kuehn a Goldstein (1978) ve své práci také utřídili přibližné hodnoty pro turbulentní proudění, kdy při $Ra \approx 1,5 \cdot 10^6$ se poprvé objevuje turbulentní proudění, přičemž pro $Ra \approx 1,6 \cdot 10^7$ je již horní část "chocholu" plně turbulentní. Přetrvávající turbulence zabírající celý "chochol" i určitou část vnější mezní vrstvy se objevují pro $Ra \approx 2 \cdot 10^7$. Okolo hodnot $Ra = 8 \cdot 10^7$ pak dochází k turbulencím i na vrcholu vnitřní mezní vrstvy.



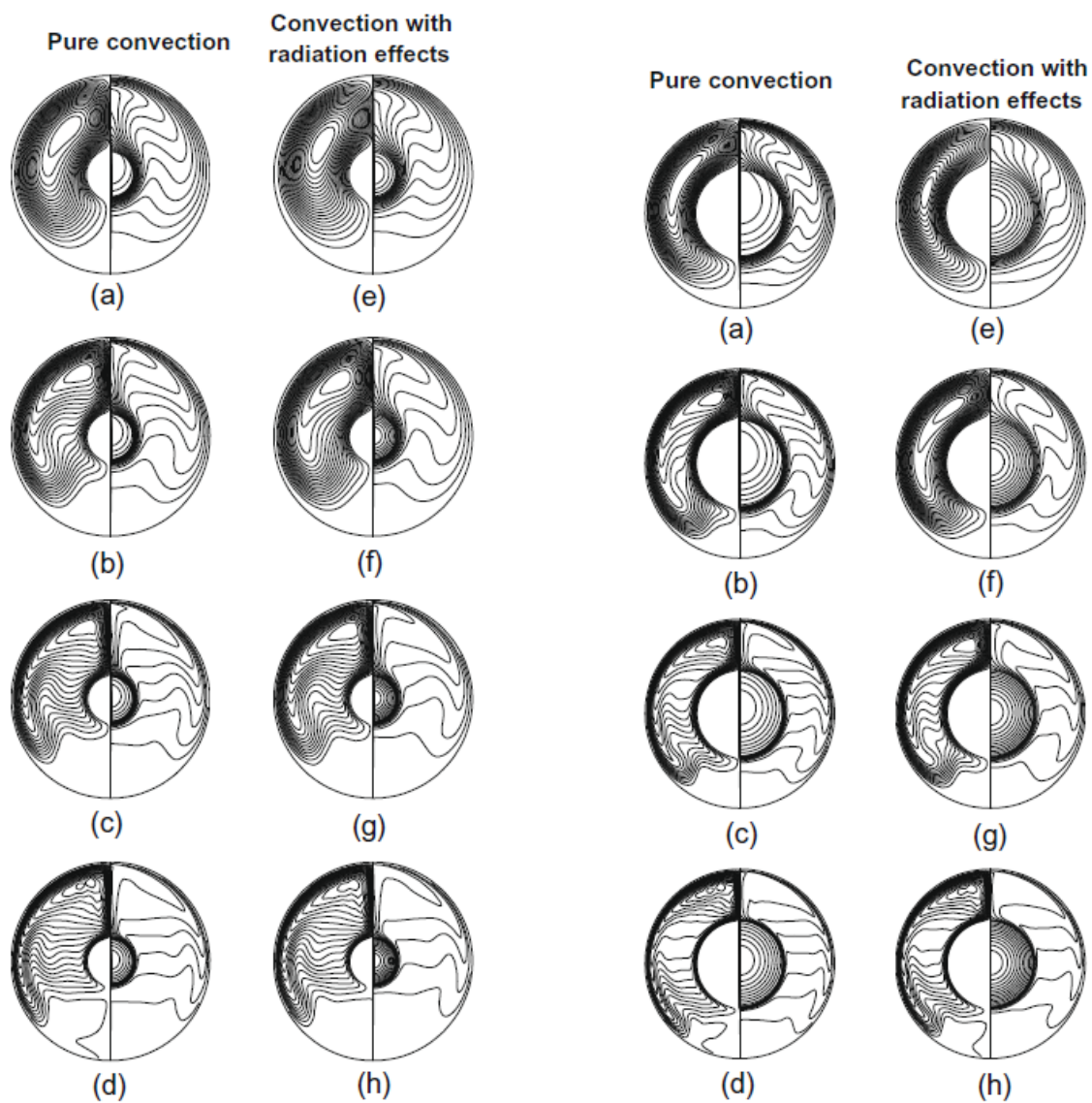
Obr. 3.3: Proudové režimy v horizontálním mezikruží na hranici mezní vrstvy Jischke a Farshchi (1980)

V porovnání k množství prací, zabývajících se přirozenou konvekcí v horizontálním mezikruží, bylo provedeno jen velmi málo experimentů zkoumajících konvekci s přidruženou radiací pro danou geometrii. Obecně je známo, že radiace má dvojitý efekt. Jednak se podílí na přenosu tepla a současně také snižuje jeho konvektivní složku.

Danou problematikou se zabývali Shaija a Narasimham (2009), přičemž získali výsledky porovnávající samostatnou přirozenou konvekci a přirozenou konvekci s radiací pro Grashofova čísla v rozmezí 10^7 až 10^{10} při tepelné vodivosti $10 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Ve shrnutí své práce Shaija a Narasimham (2009) uvádějí:

- Proudění i teplotní pole jsou symetrické vůči vertikální ose mezikruží.
- S rostoucím součinitelem tepelné vodivosti dochází k poklesu teplotních gradientů a homogenizaci teplot.
- Proudění v mezikruží je vždy "dvoubuněčné".
- Radiace redukuje velikost vertikálních rychlostí a současně ovlivňuje rychlostní profily v jádře.
- Bezrozměrná maximální teplota získaná z výpočtu radiace a konvekce je výrazně nižší než v případě samotné přirozené konvekce, což zdůrazňuje fakt, že radiace má významný podíl na distribuci teplot i při nízkých hodnotách emisivity.
- Vzhledem k významnému podílu radiace na celkovém tepelném toku je nutné uvažovat při výpočtech inženýrských aplikací i její vliv na celkové tepelné charakteristiky.



Obr. 3.4: Porovnání vlivu radiace na přirozenou konvekci v horizontálním mezikruží
Shaija a Narasimham (2009)

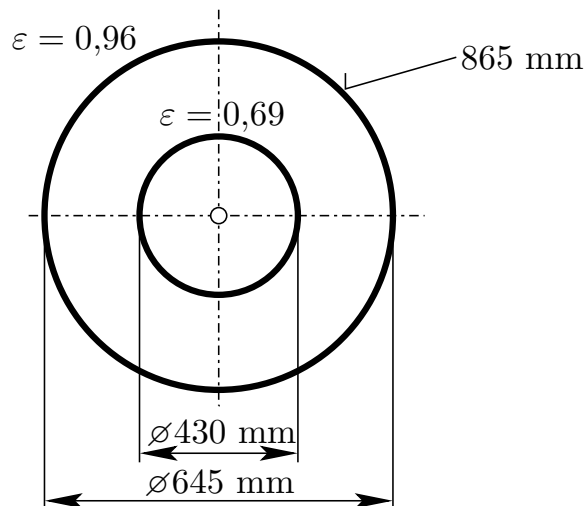
Levé dva sloupce znázorňují izotermy (v pravé polovině mezikruží) a proudové čáry (v levé polovině mezikruží) pro $R = R_i/R_o = 0,226$, zbylé dva sloupce vpravo pak totéž pro $R = 0,452$. Všechna znázornění vycházejí z tepelné vodivosti $\lambda = 10$, přičemž písmena a) a e) označují schémata pro $Gr = 10^7$, b) a f) pro $Gr = 10^8$, c) a g) pro $Gr = 10^9$ a d) a h) pro $Gr = 10^{10}$.

Kapitola 4

Numerické výpočty

Základem numerického zkoumání dochlazování turbovrtulového motoru bylo stanovení výpočtové geometrie a operačních podmínek.

Samotný motor (o teplotě 200 °C) s gondolou (o teplotě 15 °C) jsme nejprve idealizovali dvěma souosými válci, které jsme následně nahradili 2D modelem - mezikružím, o vnitřím průměru 430 mm a vnějším průměru 645 mm, kde emisivita vnitřního kruhu je 0,69 a vnějšího kruhu 0,96, jak je znázorněno na obr. 4.1.



Obr. 4.1: Idealizovaná geometrie motoru

Operační podmínky výpočtu jsme určili při atmosferickém tlaku 101325 Pa pro střední teplotu filmu, tedy 107,5 °C, kdy pro vzduch platí:

- Hustota $\rho = 0,92831 \text{ kg m}^{-3}$
- Měrná tepelná kapacita $c_p = 1012 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- Součinitel tepelné vodivosti $\lambda = 0,031760 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- Dynamická viskozita $\mu = 2,2103 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$
- Součinitel teplotní roztažnosti $\beta = 2,6305 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$
- Molekulová hmotnost vzduchu $M = 28,9647 \text{ kg kmol}^{-1}$

4.1 Výběr modelů

Primárním bodem numerické simulace byl výběr odpovídajících modelů proudění, radiace a materiálových vlastností vzduchu, vhodně aproximujících realitu. Sekundárním úkolem byla předběžná volba výpočetní sítě domény.

Model proudění

V prvním kroku výběru jsme zjišťovali, zda se jedná o laminární nebo turbulentní proudění. Stanovení bylo provedeno z Rayleighova čísla pro různé teploty. Konkrétně pro hodnoty teplot: 50 °C, 200 °C a střední teplotu filmu: 107,5 °C

Rayleighovo číslo vypočteme z rovnice:

$$\text{Ra} = \frac{g \beta \Delta T L^3 \rho}{\mu a} \quad (4.1)$$

Kde po dosazení získáme:

$$\begin{aligned} \text{Ra} &= 2,91 \cdot 10^6 \text{ pro } T = 50 \text{ °C, } \Delta T = 35 \text{ °C} \\ \text{Ra} &= 3,68 \cdot 10^6 \text{ pro } T = 107,5 \text{ °C, } \Delta T = 92,5 \text{ °C} \\ \text{Ra} &= 4,54 \cdot 10^6 \text{ pro } T = 200 \text{ °C, } \Delta T = 185 \text{ °C} \end{aligned}$$

Vydeme-li z již zmíněných prací dvojic Kuehn a Goldstein (1978) a McLeod a Bishop (1989), uvádějících, že ke vzniku turbulentního proudění dochází v mezirkuží při $\text{Ra} \approx 1,5 \cdot 10^6$ a jeho dalšímu růstu přes $\text{Ra} \approx 1,6 \cdot 10^7$ kdy už je jeho vliv zásadní, dojdeme k závěru, že se nacházíme v počátcích turbulentní oblasti a je proto nutné uvažovat při výpočtu i turbulentní proudění.

K následujícímu testování byly tedy vybrány modely $k - \varepsilon$, $k - \omega$ a Transition SST.

Model $k - \varepsilon$ byl jedním z nejběžněji využívaných modelů turbulence díky jeho nízkým výpočetním nárokům a dobré schopnosti konvergence i bez ideálních počátečních hodnot. Model počítá se dvěma rovnicemi, kde první transportní proměnnou je turbulentní kinetická energie k a druhou transportní proměnnou je disipace turbulentní kinetické energie ε , udávající míru turbulence. Model dosahuje přesných výsledků ve "Free Stream" oblasti, tedy oblasti daleko od pevných stěn.

Model $k - \omega$, totožně jako předchozí model, využívá k výpočtu turbulence dvou rovnic, kde první transportní proměnnou je opět turbulentní kinetická energie k , avšak druhou transportní proměnnou je "specific dissipation" ω , která obdobně jako turbulentní disipace ε udává míru turbulence. Model $k - \omega$ dosahuje přesných výsledků v oblastech blízko stěn, ovšem v porovnání s modelem $k - \varepsilon$ hůře konverguje vzhledem ke své vyšší nelinearitě. Konvergence je tedy silně závislá na počátečním odhadu řešení.

Model Transition SST je kombinací předcházejících dvou, kde pro oblast volného proudění (daleko od stěn) využívá metod $k - \varepsilon$ modelu a pro oblast v okolí stěn metod $k - \omega$ modelu.

Jak již název napovídá, jedná se o model pro výpočet přechodového proudění. Jinými slovy - k výpočtu proudění kdy už dochází ke vzniku turbulence, ale není ještě plně vyvinutá.

Model radiace

Dalším krokem bylo zahrnutí vlivu radiace do numerické simulace.

Vybrán byl S2S model, neboli Surface-To-Surface model, předpokládající šedé těleso, kde jsou radiční toky počítány z tzv. "viewing factors" - tedy z navzájem se ozařujících ploch.

Dále pak P1 model, také pracující s šedým tělesem, počítající intenzitu záření I pomocí metody sférických harmonických. Oba modely jsou detailněji popsány v úvodu práce.

Model vzduchu

V následujícím kroku jsme volili model vzduchu, vhodně aproximující jeho materiálové vlastnosti.

Jednou ze zvolených možností byl "incompressible ideal gas" model, v němž je hustota funkcí konstantního výpočtového tlaku ("operating pressure"), nikoliv proměnného lokálního tlaku v doměně.

$$\rho = \frac{p_{op}}{\frac{R}{M}T} \quad (4.2)$$

Druhou variantou byl "boussinesq" model, vycházející z již v úvodu zmíněné Boussinesqovy aproximace. Tento model obecně dosahuje rychlejší konvergence než modely, kde je hustota funkcí teploty. To je dáno jeho povahou, neboť hustota je (až na vztlakový člen v momentové rovnici) považována za konstantní. Tuto aproximaci je však doporučeno používat pouze pro

$$\beta(T - T_o) \ll 1. \quad (4.3)$$

Síť domény mezikruží

Posledním krokem byla tvorba samotné výpočetní sítě, na které budou výše popsané modely testovány. Předběžně byla zvolena velikost elementu $1,3 \cdot 10^{-3}$ m (odpovídá přibližně 125000 elementům celkem) se zjemňujícími "Inflation" vrstvami v okolí stěn.

Síť je definována pomocí nástroje "Sizing", kde jsme nastavili Element size = $1,3 \cdot 10^{-3}$ m na hraně mezikruží.

Pro generaci sítě byla použita metoda "MultiZone Quad/Tri" s nastavením:

Surface Mesh Method = Uniform
Free Face Mesh Type = All Quad
Element size = $1,3 \cdot 10^{-3}$ m.

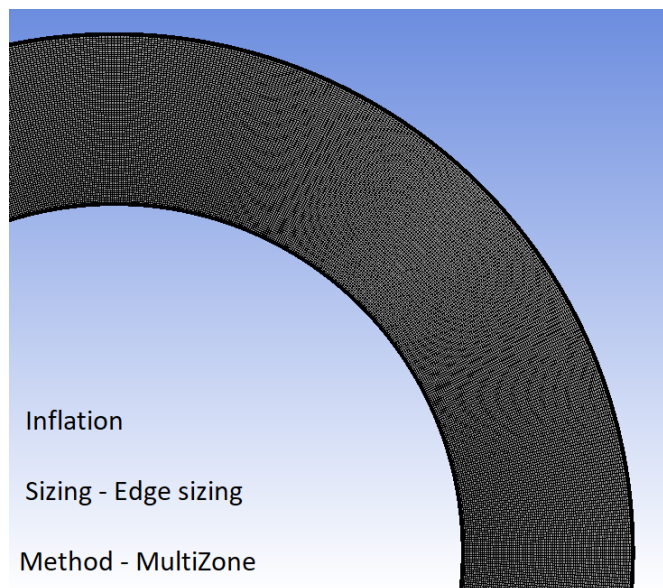
Na obou okrajích mezikruží byla přidána "Inflation" vrstva, kde: Inflation Option = Smooth Transition

Transition Ratio = 0,272

Maximum Layers = 20

Growth Rate = 1,2

Inflation Algorithm = Pre



Obr. 4.2: Výpočtová síť - Mesh I

4.2 Validace modelů

Následujícím bodem po volbě výpočetních modelů bylo jejich testování a validace na doméně mezikruží bez okolního prostředí. Cílem bylo ověření chování modelů a jejich nastavení v ANSYS CFD.

V nastavení řešiče jsme zvolili:

1. Setup

- (a) General: Type = Pressure-Based, Velocity Formulation = Absolute, Time = Steady, 2D Space = Planar, Gravity = ON; $Y = -9,81 \text{ m s}^{-2}$
- (b) Models: Energy = ON, zbylé modely předmětem testování
- (c) Materials: Předběžně zvolen "incompressible ideal gas" model vzduchu.
- (d) Boundary conditions: Nastavena podmínka "Temperature" pro vnitřní i vnější kruh

2. Solution

- (a) Methods: Scheme = Coupled, Gradient = Last Square Cell Based, Pressure = Body Force Weighted, Momentum = Second Order Upwind, Energy = Second Order Upwind, Pseudo Transient = ON
- (b) Initialization: Hybrid Initialization = ON
- (c) Run Calculation: Fluid Time Scale - Time Step Method = User Specified, Pseudo Time Step = 1

Z důvodů urychlení výpočtu a zpřesnění "počátečních" podmínek pro iterování bylo prvních 300 iterací provedeno s výše zmíněným nastavením řešiče, kde hlavní roli hraje aktivování "Pseudo Transient" políčka (Tato varianta výpočtu je nabízena pouze pro Solution - Methods - Scheme = Coupled. Jejím zaškrtnutím zapneme tzv. "under-relaxation method", která sice zpomaluje rychlost konvergence, avšak stabilizuje výpočet).

Během těchto iterací došlo k předběžnému ustálení rozložení proudění v mezikruží, bohužel však s poměrně vysokými hodnotami reziduí (viz grafy níže). Tyto předběžně vypočtené hodnoty byly následně použity pro pokračování výpočtu algoritmem PISO, který je vhodný pro přechodové proudění.

Úprava nastavení:

1. Solution

- (a) Methods: Scheme = PISO
 - i. Skeweness Correction = 1
 - ii. Neighbor Correction = 1
 - iii. Skeweness-Neighbor Coupling = ON

Kombinací těchto dvou výpočtových metod jsme dosáhli výborné konvergence řešení a markantního zkrácení výpočetního času. Pokud bychom použili pouze algoritmus PISO už od začátku iterování, výpočet by trval výrazně déle a daleko hůře by konvergoval. Naopak samotný algoritmus Coupled + Pseudo Transient ON by nikdy nedokonvergoval k numericky dostatečně přesnému řešení.

Model proudění

K testování byly vybrány již zmíněné modely $k - \varepsilon$, $k - \omega$ a Transition SST.

Nastavení $k - \varepsilon$ modelu a souvisejících položek v řešiči:

1. $k - \varepsilon$ model

- (a) k-epsilon Model = RNG
- (b) Near-Wall Treatment = Enhanced Wall Treatment
- (c) Enhanced Wall Treatment Options: Both Pressure Gradients and Thermal Effects = ON
- (d) Options: Viscous Heating = ON, Full Buoyancy Effects = ON

2. Solution

- (a) Methods (doplněno): Turbulent Kinetic Energy = Second Order Upwind, Turbulent Dissipation Rate = Second Order Upwind

Nastavení $k - \omega$ modelu a souvisejících položek v řešiči:

1. $k - \omega$ model

- (a) k-omega Model = Standard
- (b) k-omega Options = Shear Flow Corrections
- (c) Options: Viscous Heating = ON, Production Kato-Launder = ON, Production Limiter = ON

2. Solution

- (a) Methods (doplněno): Turbulent Kinetic Energy = Second Order Upwind, Specific Dissipation Rate = Second Order Upwind

Nastavení Transition SST modelu a souvisejících položek v řešiči:

1. Transition SST model

- (a) Options: Viscous Heating = ON, Production Kato-Launder = ON, Production Limiter = ON

2. Solution

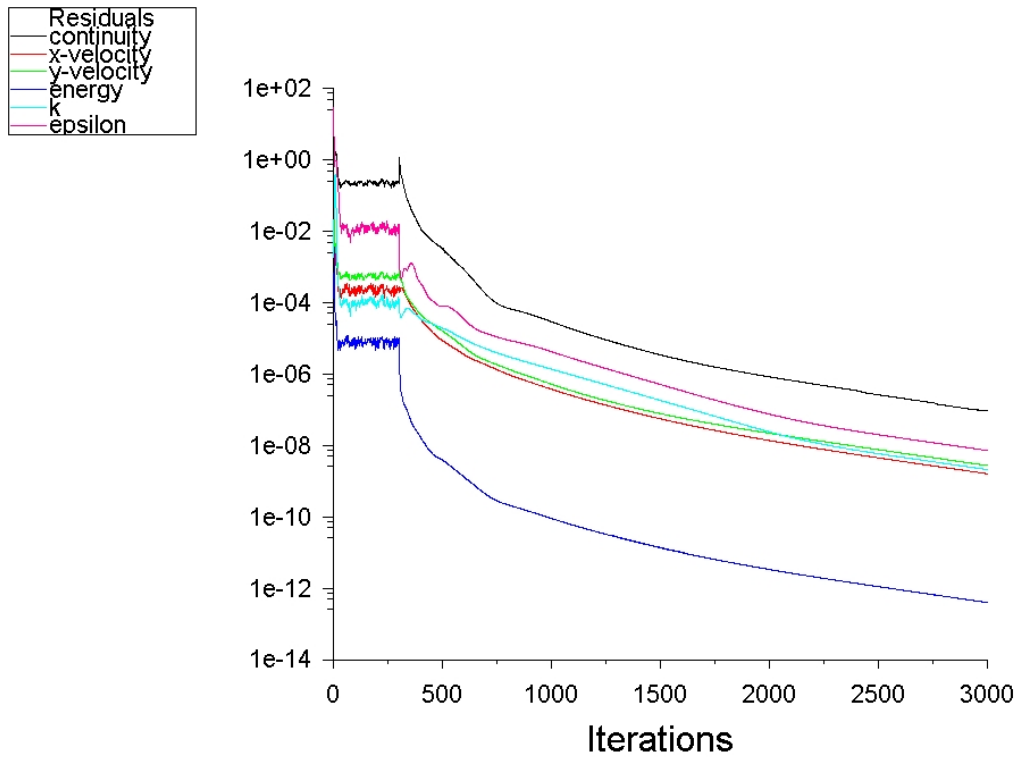
- (a) Methods (doplněno): Turbulent Kinetic Energy = Second Order Upwind, Specific Dissipation Rate = Second Order Upwind, Intermittency = Second Order Upwind, Momentum Thickness Re = Second Order Upwind

Všechny zmíněné modely byly následně porovnány na srovnávacím výpočtu za totožných počátečních a okrajových pomínek. Numericky získané hodnoty jsou publikovány dále.

Výsledky z ANSYS CFD pro model $k - \epsilon$:

Tepelný tok stěnou: 775,8 W
 Průměrná teplota v doméně: 92 °C

Průměrný součinitel přestupu tepla:
 vnitřní kruh: 6,291 W m⁻² K⁻¹
 vnější kruh: 4,194 W m⁻² K⁻¹

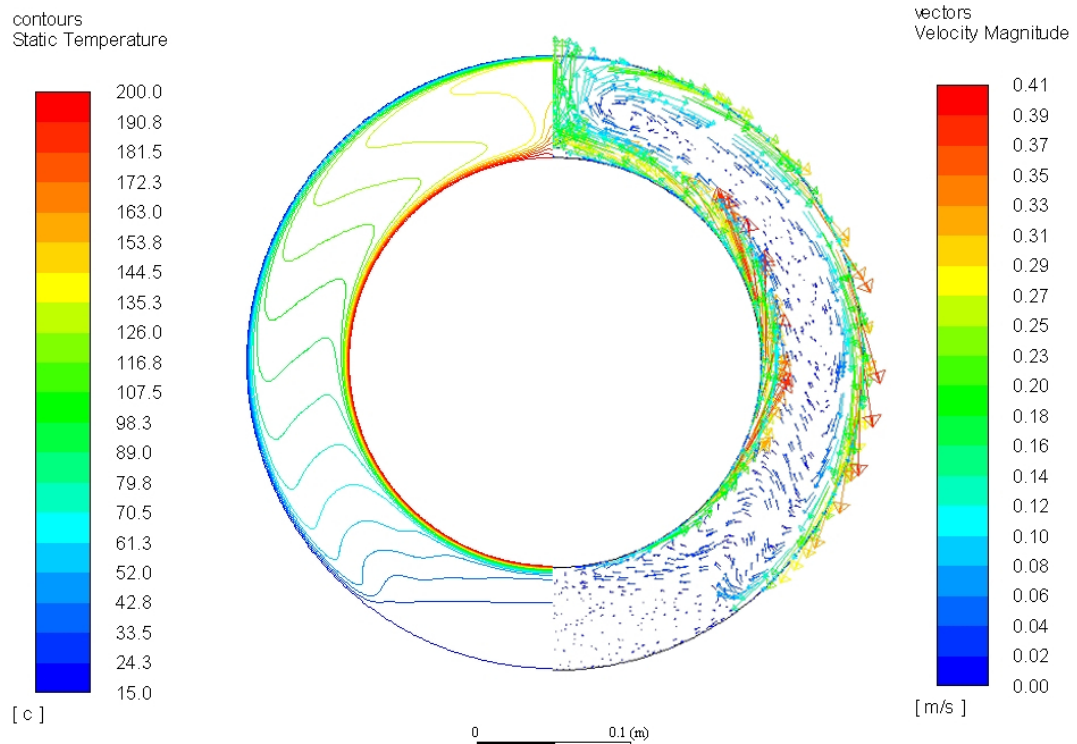


Rezidua po 3000 iteracích:

continuity = $9,38 \cdot 10^{-8}$
 energy = $4,05 \cdot 10^{-14}$

x - velocity = $1,64 \cdot 10^{-9}$
 k = $2,14 \cdot 10^{-9}$

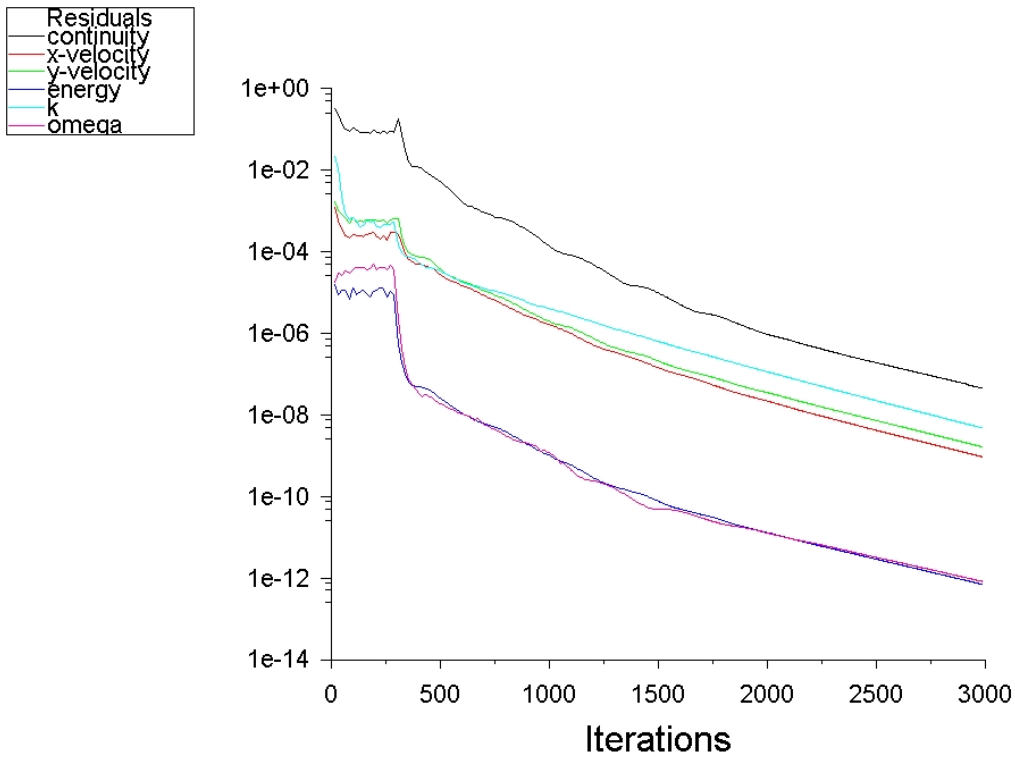
y - velocity = $2,78 \cdot 10^{-9}$
 epsilon = $7,31 \cdot 10^{-9}$



Výsledky z ANSYS CFD pro model $k - \omega$:

Tepelný tok stěnou: 806,4 W
 Průměrná teplota v doméně: 90 °C

Průměrný součinitel přestupu tepla:
 vnitřní kruh: 6,453 W m⁻² K⁻¹
 vnější kruh: 4,302 W m⁻² K⁻¹

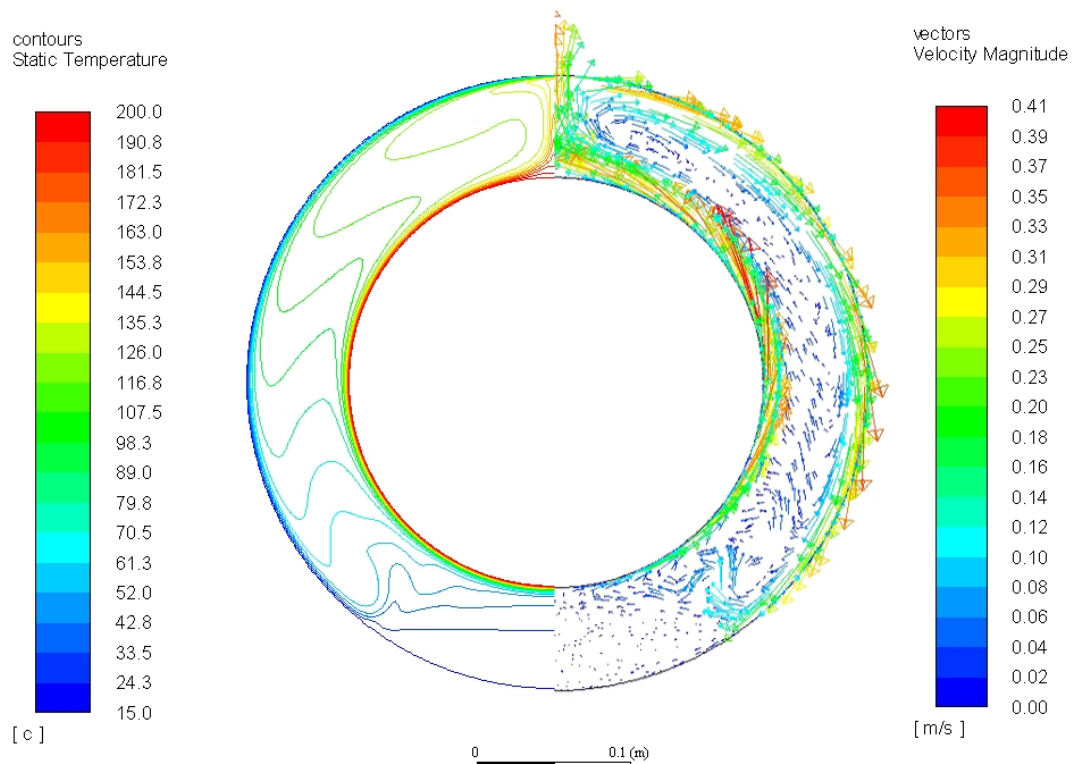


Rezidua po 3000 iteracích:

continuity = $4,52 \cdot 10^{-8}$
 energy = $7,04 \cdot 10^{-13}$

x - velocity = $9,44 \cdot 10^{-10}$
 k = $4,79 \cdot 10^{-9}$

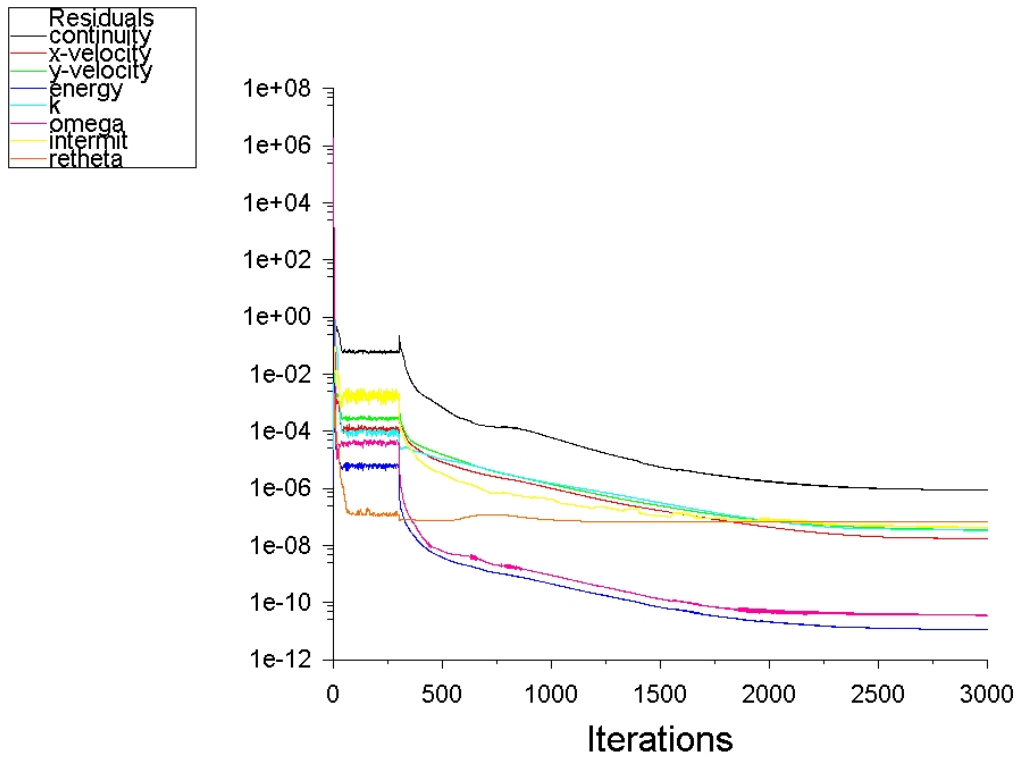
y - velocity = $1,66 \cdot 10^{-9}$
 omega = $8,29 \cdot 10^{-13}$



Výsledky z ANSYS CFD pro model Transition SST:

Tepelný tok stěnou: 862,6 W
 Průměrná teplota v doméně: 89,7 °C

Průměrný součinitel přestupu tepla:
 vnitřní kruh: 6,904 W m⁻² K⁻¹
 vnější kruh: 4,603 W m⁻² K⁻¹

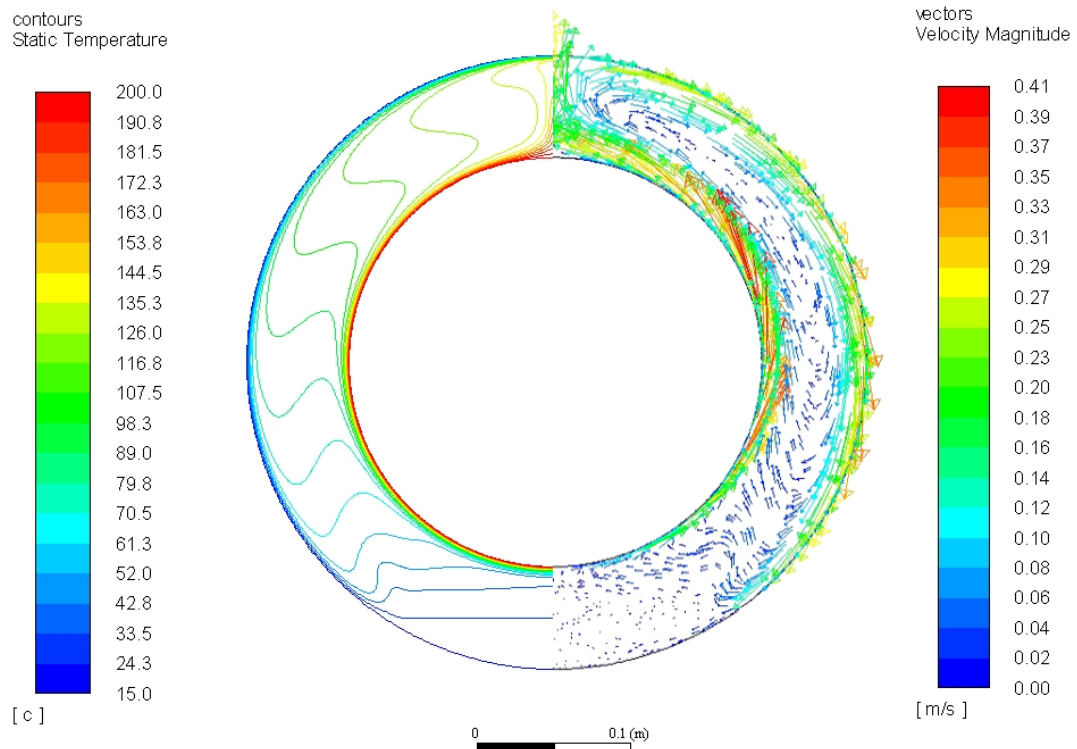


Rezidua po 3000 iteracích:

continuity = $8,76 \cdot 10^{-7}$
 energy = $1,11 \cdot 10^{-11}$
 intermit = $4,15 \cdot 10^{-8}$

x – velocity = $1,76 \cdot 10^{-8}$
 k = $3,37 \cdot 10^{-8}$
 rheta = $6.86 \cdot 10^{-8}$

y – velocity = $3,56 \cdot 10^{-8}$
 omega = $3,56 \cdot 10^{-11}$



Z výše představených výsledků je patrné, že všechny tři zmíněné modely turbulence jsou si značně blízké. Jejich porovnání s experimentem však není možné, neboť adekvátní data nebyla během experimentu změřena.

I přes časově náročnější výpočet a pomalejší konvergenci jsme pro další výpočty vybrali model Transition SST, vzhledem k jeho vhodně řešeným výpočtovým vlastnostem v okolí stěn i ve volném proudění. Současně se jedná o model předpokládající ne-plně rozvinuté turbulentní proudění, což je pro naši aplikaci ideální.

Model radiace

Dalšími modely k testování byly modely radiace, konkrétně S2S model a P1 model.

Nastavení S2S modelu a souvisejících položek v řešiči:

1. S2S model

- (a) Energy Iterations per Radiation Iteration = 10
- (b) Maximum Number of Radiation Iteration = 5
- (c) View Factors and Clustering - Compute (vypočte View Factors)

Nastavení P1 modelu a souvisejících položek v řešiči:

1. P1 model

- (a) Number of Bands = 0 (aplikace samotné "Gray radiation")

2. Materials - Fluid - Air

- (a) Properties (doplňeno): Absorption Coefficient = 0,
Scattering Coefficient = 0, Scattering Phase Function = isotropic, Refractive Index = 1

Porovnání zmíněných modelů na jednotném výpočtu:

Convection + S2S model		Convection + P1 model	
Total Heat Transfer Rate (W)		Total Heat Transfer Rate (W)	
innercircle	3101,27	innercircle	3387,53
outercircle	- 3237,06	outercircle	- 3387,53
Net	- 135,79	Net	≈ 0
Radiation Heat Transfer Rate (W)		Radiation Heat Transfer Rate (W)	
innercircle	2238,71	innercircle	2525,3
outercircle	- 2374,5	outercircle	- 2524,44
Net	- 135,79	Net	0,86
Average Heat Transfer Coef. (W m ⁻² K ⁻¹)		Average Heat Transfer Coef. (W m ⁻² K ⁻¹)	
innercircle	27,11	innercircle	27,11
outercircle	18,07	outercircle	18,07
Average Total Temperature (°C)		Average Total Temperature (°C)	
interior	89,67	interior	89,71

Ze srovnání radiačních modelů a jimi vypočtených tepelných toků na vnějším, respektive vnitřním kruhu mezikruží je patrné, že v případě S2S modelu dochází k určité ztrátě radiačního tepelného toku. To však v naší uzavřené geometrii není možné.

Jedná se o nepřesnost o velikosti 135 W, odpovídající přibližně 6 % radiačního tepelného toku. Současně s tím je model S2S nepoužitelný pro geometrie využívající podmínky symetrie, které bychom chtěli u výpočetně složitějšího modelu s doménou okolí využít. Model P1 tímto neduhem netrpí a zároveň je pro naši aplikaci výrazně přesnější.

Pro další výpočty byl tedy zvolen P1 radiační model.

Model vzduchu

Posledními testovanými modely byly modely materiálových vlastností vzduchu, jmenovitě "incompressible ideal gas" model a "boussinesq" model. Cílem bylo zjistit, zda-li jsou si tyto modely (pro naši aplikaci) rovnocenné.

Nastavení materiálových modelů modelů:

1. Materials - Fluid - air

(a) Properties - Density

i. "incompressible ideal gas" / "boussinesq"

V závislosti na zvoleném modelu jsme dosazovali za veličiny:

"Incompressible ideal gas"	"Boussinesq"
Cp (Specific Heat) ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	Density (kg m^{-3})
Thermal Conductivity ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$)	Cp (Specific Heat) ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)
Viscosity ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$)	Thermal Conductivity ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$)
Molecular Weight (kg kmol^{-1})	Viscosity (Pa s)
	Thermal Expansion Coef. (K^{-1})

Porovnání modelů jsme prováděli v závislosti na "Střední teplotě filmu", volené číselně: 70 °C, 90 °C, 107,5 °C a 125 °C. Pro tyto teploty byly určeny hodnoty materiálových veličin vzduchu, s výše uvedenými jednotkami, následovně:

	$T = 70 \text{ }^\circ\text{C}$	$T = 90 \text{ }^\circ\text{C}$	$T = 107,5 \text{ }^\circ\text{C}$	$T = 125 \text{ }^\circ\text{C}$
ρ	1,0287	0,97188	0,92831	0,88624
C_p	1008,7	1010,4	1012	1014
λ	0,029223	0,030609	0,031760	0,032954
μ	$2,0507 \cdot 10^{-5}$	$2,1380 \cdot 10^{-5}$	$2,2103 \cdot 10^{-5}$	$2,2851 \cdot 10^{-5}$
β	$2,9142 \cdot 10^{-3}$	$2,7537 \cdot 10^{-3}$	$2,6305 \cdot 10^{-3}$	$2,5116 \cdot 10^{-3}$
M	28,9647	28,9647	28,9647	28,9647

V rámci srovnávání modelů jsme hodnotili tepelný tok stěnou (Total Heat Transfer Rate), radiační tok stěnou (Radiation Heat Transfer Rate), průměrnou teplotu v mezikruží (Average Total Temperature) a průměrný součinitel přestupu tepla na vnitřním, resp. vnějším kruhu mezikruží. (Average Surface Heat Transfer Coef.).

Hodnoty z ANSYS CFD:

”Incompressible ideal gas” model

	$T = 70\text{ }^{\circ}\text{C}$	$T = 90\text{ }^{\circ}\text{C}$	$T = 107,5\text{ }^{\circ}\text{C}$	$T = 125\text{ }^{\circ}\text{C}$
\dot{Q}_{total}	3351,182	3370,774	3387,527	3403,372
$\dot{Q}_{radiation}$	2525,309	2525,305	2525,301	2525,301
Avg. T_{total}	89,497	89,609	89,708	89,686
Avg. α_{inner}	26,819	26,976	27,111	27,236
Avg. α_{outer}	17,881	17,985	18,075	18,159

”Boussinesq” model

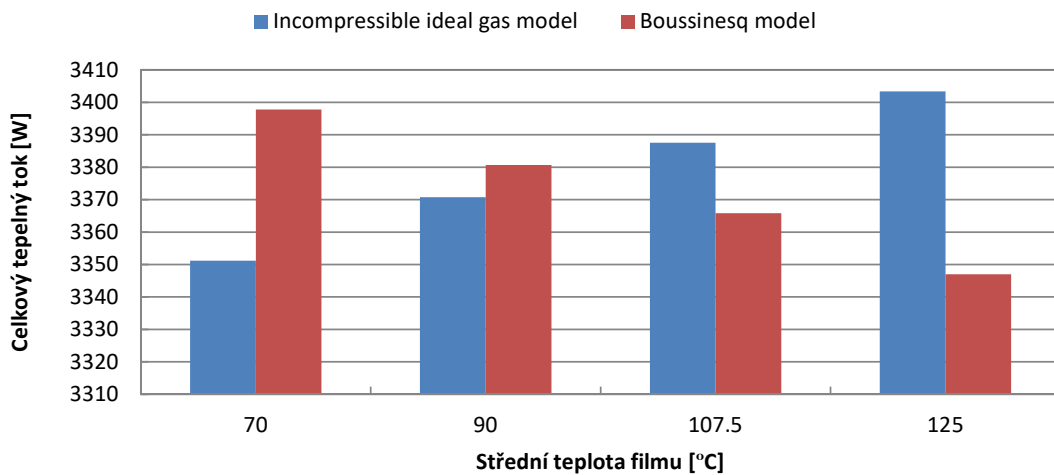
	$T = 70\text{ }^{\circ}\text{C}$	$T = 90\text{ }^{\circ}\text{C}$	$T = 107,5\text{ }^{\circ}\text{C}$	$T = 125\text{ }^{\circ}\text{C}$
\dot{Q}_{total}	3397,785	3380,669	3365,813	3346,979
$\dot{Q}_{radiation}$	2525,253	2525,245	2525,231	2525,227
Avg. T_{total}	91,097	91,334	91,786	91,878
Avg. α_{inner}	27,192	27,055	26,936	26,785
Avg. α_{outer}	18,129	18,038	17,959	17,858

Vysvětlivky

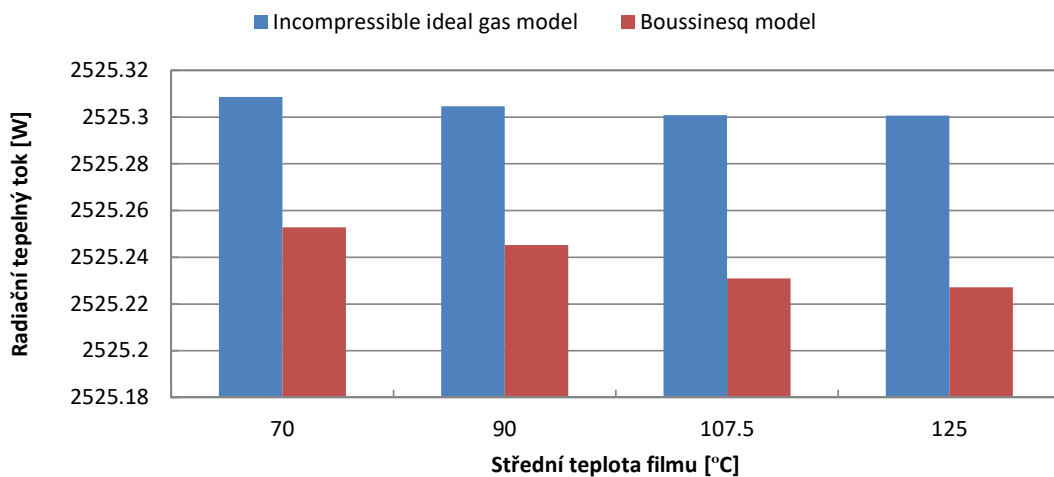
\dot{Q}_{total}	Total Heat Transfer Rate	[W]
$\dot{Q}_{radiation}$	Radiation Heat Transfer Rate	[W]
Avg. T_{total}	Average Total Temperature	[$^{\circ}\text{C}$]
Avg. α	Average Surface Heat Transfer Coef.	[$\text{W m}^{-2}\text{ K}^{-1}$]

Rozložení teplot ani rozložení rychlostí proudění v mezikruží se při zmíněných proměnných ”Středních teplotách filmu” viditelně neměnilo. Stejně tak rychlost a schopnost konvergence obou modelů je za daných počátečních a okrajových podmínek obdobná.

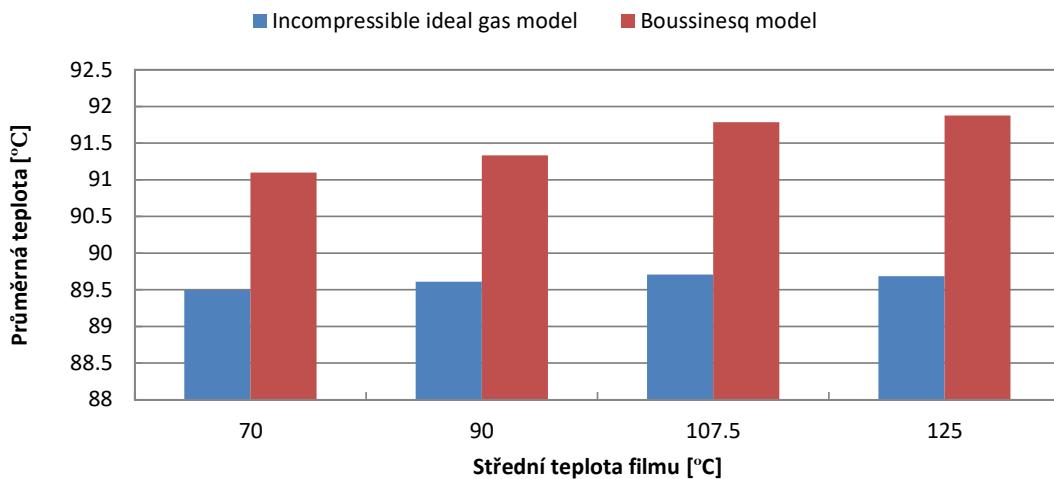
Rozdílné chování materiálových modelů je přehledně znázorněno na obrázcích 4.3 až 4.7 následujících dále.



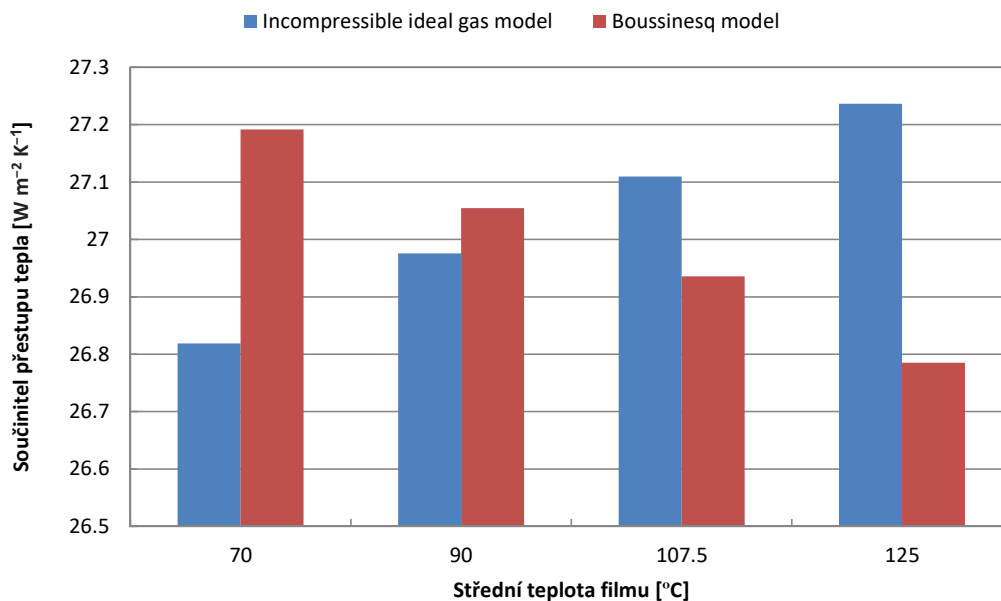
Obr. 4.3: Celkový tepelný tok stěnami mezikruží



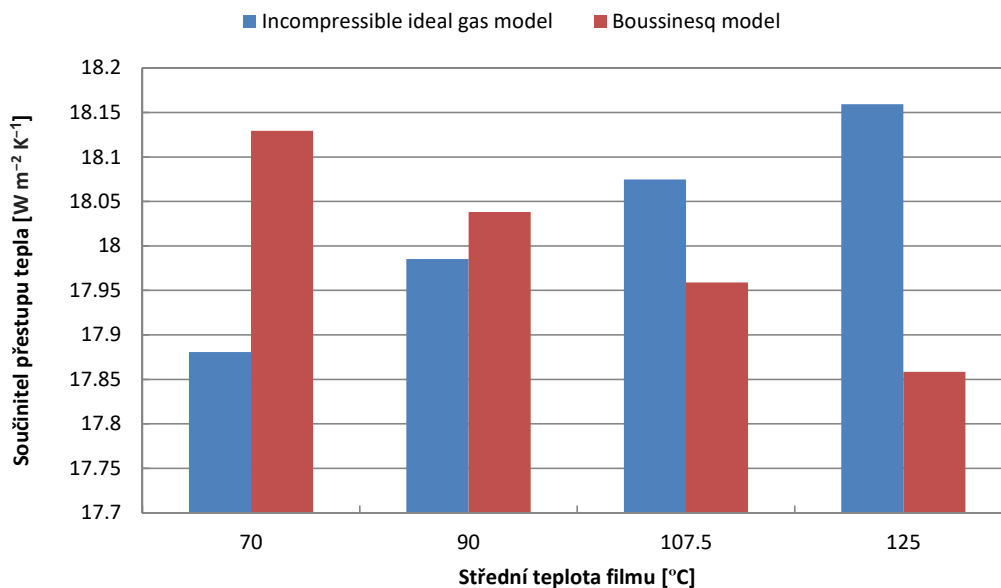
Obr. 4.4: Radiační tepelný tok stěnami mezikruží



Obr. 4.5: Průměrná teplota v mezikruží



Obr. 4.6: Součinitel přestupu tepla na vnitřním kruhu mezikruží



Obr. 4.7: Součinitel přestupu tepla na vnějším kruhu mezikruží

Z grafů je dobře vidět, že modely sledují rozdílné trendy se změnou střední teploty filmu. Zatímco u "Incompressible ideal gas" modelu s růstem střední teploty filmu roste tepelný tok mezikruží (s čímž souvisí i růst součinitelů přestupu tepla), u "Boussinesq" modelu dochází k jeho poklesu.

V rozmezí středních teplot filmu $T = 90\text{ °C}$ až $T = 107,5\text{ °C}$ je rozdíl mezi výsledky celkového tepelného toku menší než jedno procento. V krajních testovacích hodnotách $T = 70\text{ °C}$ a $T = 125\text{ °C}$ se tento rozdíl pohybuje okolo 1,5 %.

Závěrem byly oba modely shledány sobě rovnocenné pro námi řešenou geometrii a střední teplotu filmu $T = 107,5\text{ °C}$. Jejich testování bude dále probíhat na modelu motoru již s doménou okolního prostředí.

Test sítě

Posledním krokem bylo zkoumání vlivu "drsnosti" výpočetní sítě na přesnost výsledku, za účelem nalezení adekvátního počtu, respektive velikosti, elementů sítě.

Za orientační hodnotu vlivu "hrubosti" sítě jsme použili celkový tepelný tok stěnou. Proměnnou zde byla již zmíněná velikost elementů a s ní svázaný počet elementů sítě. Dalšími zkoumanými veličinami byly průměrná teplota v doméně a součinitele přestupu tepla na vnitřním, resp. vnějším kruhu mezikruží, úzce související s výpočtem tepelného toku. Mezi výsledky není uvedena hodnota radiačního tepelného toku, neboť její hodnota je na "hrubosti" sítě prakticky nezávislá.

Hodnoty z ANSYS CFD:

Počet elementů	\dot{Q}_{total}	Avg. T_{total}	Avg. α_{inner}	Avg. α_{outer}
15989	3411,925	97,517	27,321	18,189
33374	3385,161	96,172	27,094	18,057
62192	3364,302	93,908	26,924	17,951
88725	3370,941	93,261	26,975	17,989
144128	3360,184	91,031	26,891	17,929
195895	3358,963	90,029	26,882	17,921
235657	3357,613	89,427	26,869	17,917
290508	3357,123	88,775	26,865	17,914

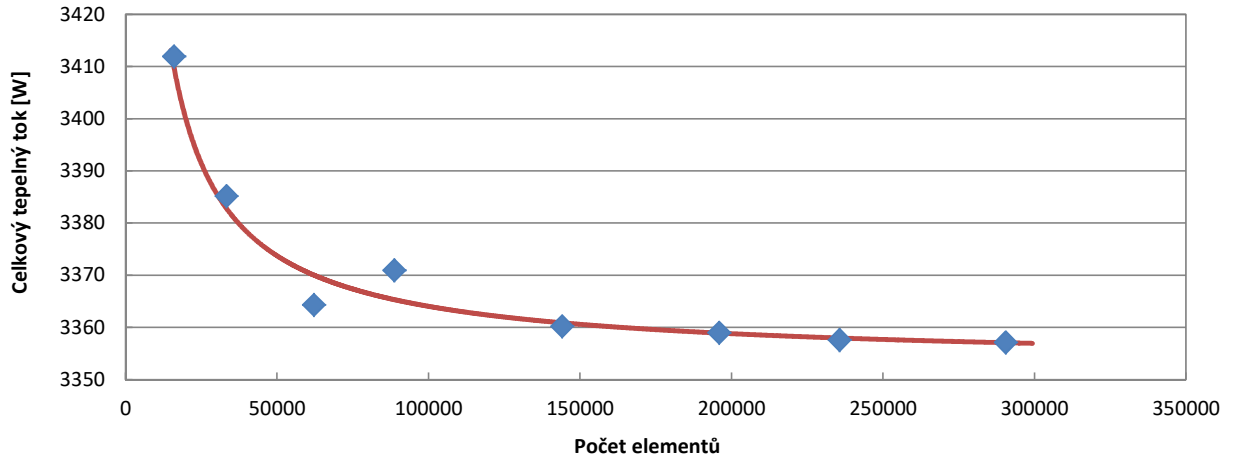
Vysvětlivky

\dot{Q}_{total}	Total Heat Transfer Rate	[W]
Avg. T_{total}	Average Total Temperature	[°C]
Avg. α	Average Surface Heat Transfer Coef.	[W m ⁻² K ⁻¹]

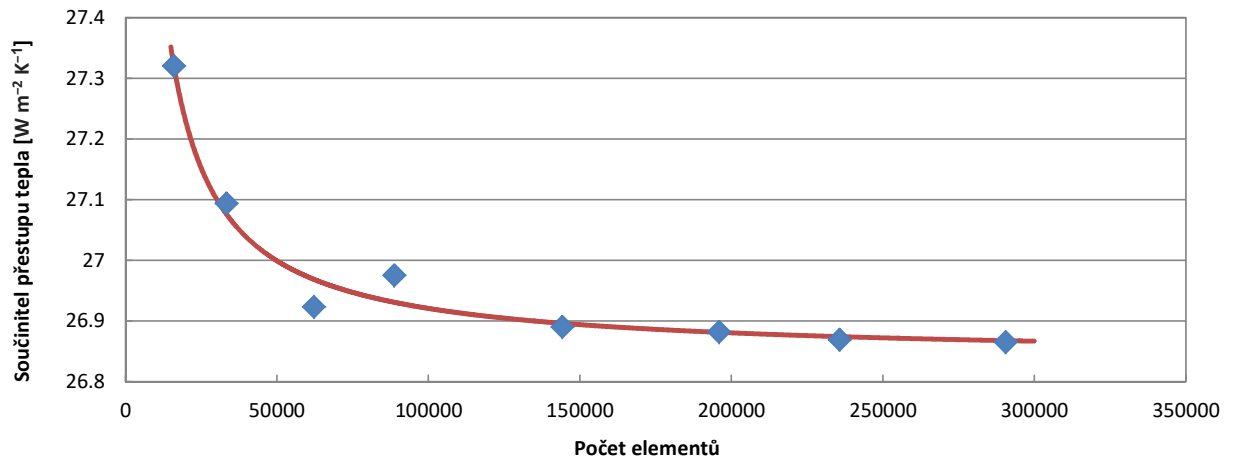
Počet elementů sítě je veličina odpovídající velikosti elementu sítě, jež nastavujeme při tvorbě sítě. Souvislost zmíněných hodnot je uvedena v následující tabulce. Současně jsou také uvedeny hodnoty průměrné teploty v mezikruží.

Počet elementů	Velikost elementu [m]	Avg. T_{total} [K]
15989	$5 \cdot 10^{-3}$	370,667
33374	$3 \cdot 10^{-3}$	369,322
62192	$2 \cdot 10^{-3}$	367,058
88725	$1,6 \cdot 10^{-3}$	366,411
144128	$1,2 \cdot 10^{-3}$	364,181
195895	$1 \cdot 10^{-3}$	363,179
235657	$9 \cdot 10^{-4}$	362,577
290508	$8 \cdot 10^{-4}$	361,925

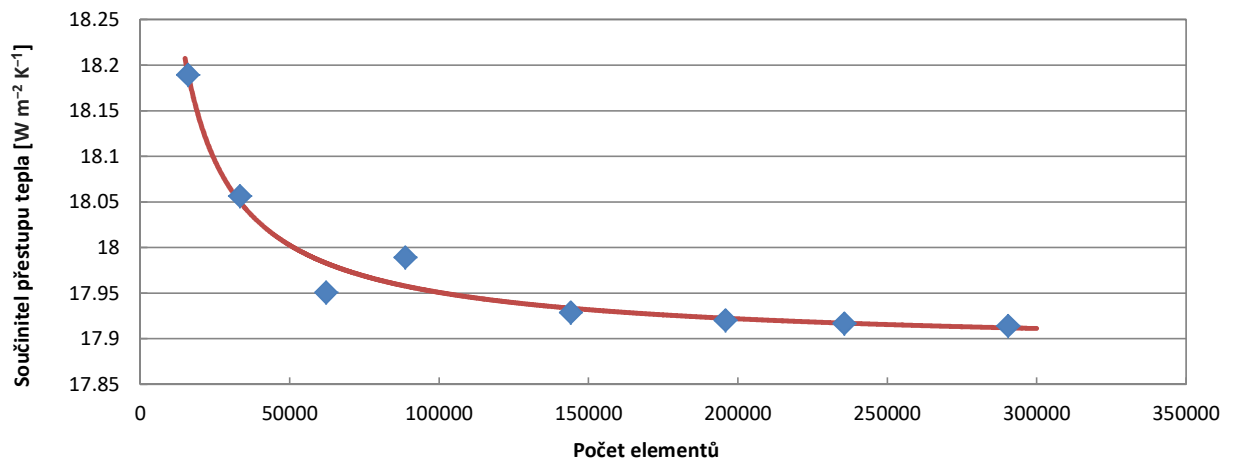
Průběhy numericky získaných hodnot v závislosti na počtu elementů sítě jsou v grafické formě uvedeny na obrázcích 4.8 až 4.11.



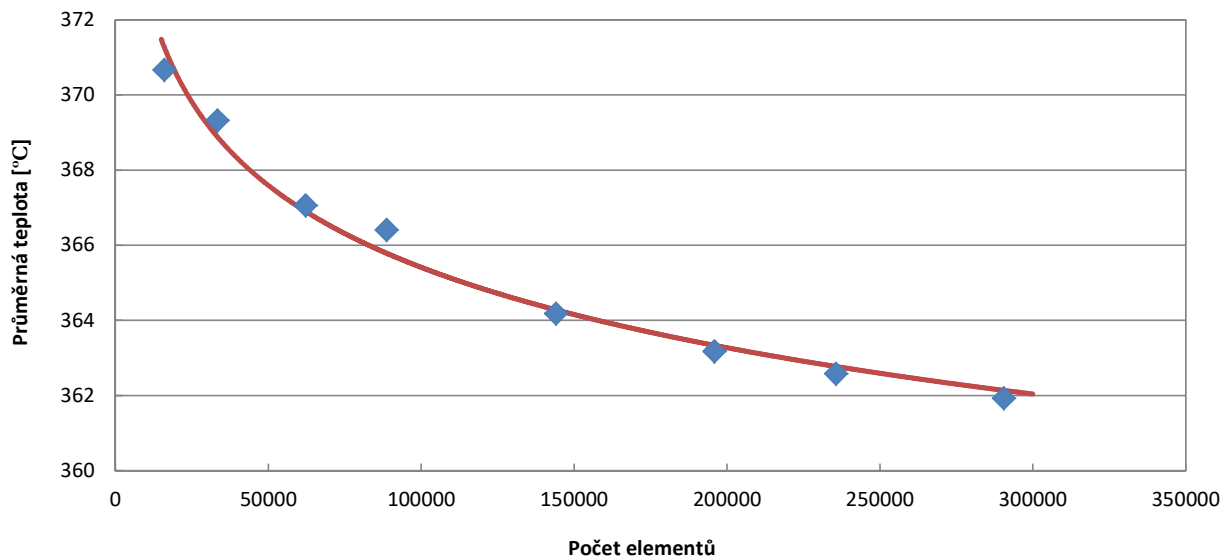
Obr. 4.8: Celkový tepelný tok stěnami mezikruží



Obr. 4.9: Součinitel přestupu tepla na vnitřním kruhu mezikruží



Obr. 4.10: Součinitel přestupu tepla na vnějším kruhu mezikruží



Obr. 4.11: Průměrná teplota v mezikruží

Grafy potvrzují dřívější tvrzení, že celkový tepelný tok a součinitele přestupu tepla jsou spolu provázané. Je také patrné, že "hrubost" sítě má na obě veličiny obdobný vliv.

V grafech tepelného toku a součinitelů přestupu tepla je vidět jejich postupné ustalování na teoreticky přesné hodnotě. Stejně tak je i v grafu průměrné teploty v mezikruží viditelná tato tendence. Je však zřejmé, že pro přesnější výpočet průměrné teploty by byla potřeba ještě jemnější síť.

Výpočet Grid Convergence Indexu

GCI, neboli Grid Convergence Index, známý také jako Grid Refinement Index, udává relativní chybu diskretizace vypočteného řešení. Zjednodušeně, jak moc se výsledek liší od teoreticky přesné hodnoty, které bychom dosáhli při nekonečně jemné síti a nekonečně malém časovém kroku.

Výpočet může být prováděn z výsledků určité veličiny na třech postupně se zjemňujících sítích. Kde tzv. poměr zjemnění r (poměr počtu elementů srovnávaných sítí), by měl dosahovat hodnot 1,3 a vyšších.

Pro výpočet GCI jsme zvolili následující tři sítě a na nich získané hodnoty celkového tepelného toku [W], průměrné teploty v mezikruží [K] a průměrných součinitelů přestupu tepla na vnitřním a vnějším kruhu mezikruží [$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$].

Počet elementů	\dot{Q}_{total}	Avg. T_{total}	Avg. α_{inner}	Avg. α_{outer}
62192	3364,302	367,058	26,924	17,951
144128	3360,184	364,181	26,891	17,929
290508	3357,123	361,925	26,865	17,914

Samotný výpočet byl proveden na základě teorie a rovnic, které uvádí Chakravarty (2017) ve své práci o CFD simulaci přenosu tepla v míchané nádobě, pomocí výpočetního programu MATLAB.

Přesnost výsledku získaného na nejjemnější síti udává GCI_{21} , na středně hrubé pak GCI_{32} přičemž nejjemnější síť má index 1 a nejhrubší index 3. (GCI je vždy počítáno z výsledků na dvou po sobě následujících sítích, proto je značen dvěma indexy).

Hodnoty z MATLAB:

	r_{32}	GCI_{32} [%]	r_{21}	GCI_{21} [%]
\dot{Q}_{total}	1,5223	1,1483	1,4197	1,0353
Avg. T_{total}	1,5223	14,059	1,4197	13,368
Avg. α_{inner}	1,5223	1,6499	1,4197	1,5334
Avg. α_{outer}	1,5223	0,5764	1,4197	0,4738

Hodnoty GCI by se obecně měly pohybovat v okolí 1% (v závislosti na typu výpočtu až k 5%), což je splněno u všech testovaných veličin, až na průměrnou teplotu v mezikruží. Získané výsledky tak potvrzují naše předpoklady, utvořené z předcházejících grafů, že nejjemnější síť je už postačující pro výpočet tepelného toku a s ním svázaných koeficientů přestupu tepla, ale není dostatečně jemná pro výpočet průměrné teploty v mezikruží.

Srovnáním GCI_{32} a GCI_{21} pak dojdeme k závěru, že jemná, i středně hrubá síť (o velikostech elementů $8 \cdot 10^{-4}$ m a $1,2 \cdot 10^{-3}$ m) jsou si přesností velice blízké. Můžeme tedy tvrdit, že i veškeré validační testy, prováděné s modely proudění, radiace a materiálovými modely vzduchu na síti o velikosti elementu $1,3 \cdot 10^{-3}$ m byly dostatečně přesné a získaná data včetně na nich postavených závěrů jsou podložena adekvátně přesnými výpočty.

Z výsledků r_{32} a r_{21} je zřejmé, že doporučení $r_{xy} > 1,3$ bylo splněno.

4.3 Výpočet dochlazování

Předcházející kapitoly, věnující se výběru a validaci modelů, využívali k výpočtu zjednodušené domény motoru bez okolního prostředí, přičemž na vnějším kruhu byla nastavena okrajová podmínka $T = 15\text{ °C}$. Řešený problém dochlazování se však přímo vztahuje k teplotě gondoly (aproximované ve 2D vnějším kruhem mezikruží) a není tedy možné, její teplotu předem nastavit.

Abychom mohli numericky zkoumat tepelné charakteristiky na vnějším kruhu, bylo nutné vytvořit výpočtovou doménu i s okolním prostředím, obklopující doménu turbovrtulového motoru a jeho krytu. Pro "okolní prostředí" jsme pak nastavili počáteční podmínku $T = 15\text{ °C}$ stejně jako v případě testovacího modelu.

Síť výpočtové domény

Síť mezikruží je definována pomocí nástroje "Sizing", kde jsme nastavovali Element size = $1,2 \cdot 10^{-3}$ m na hraně mezikruží.

Pro generaci sítě byla použita metoda "MultiZone Quad/Tri" s nastavením: Surface Mesh Method = Uniform, Free Face Mesh Type = All Quad, Element size = $1,2 \cdot 10^{-3}$ m.

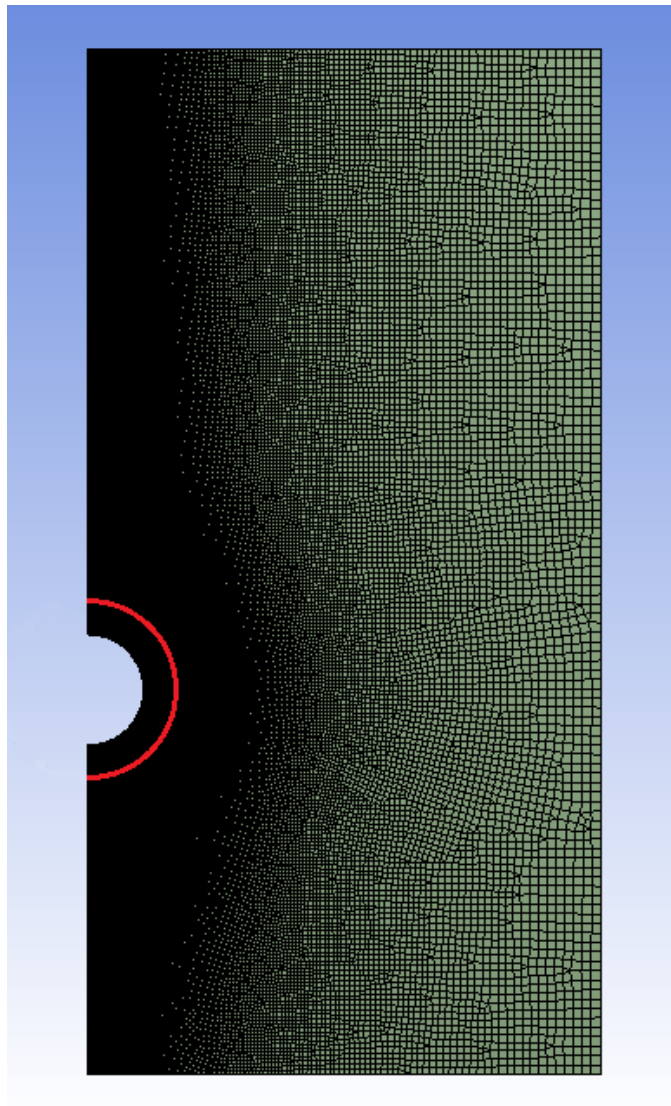
Na obou okrajích mezikruží byla přidána "Inflation" vrstva, kde: Inflation Option = Smooth Transition, Transition Ratio = 0,272, Maximum Layers = 20, Growth Rate = 1,2, Inflation Algorithm = Pre.

Síť domény okolí je také definována pomocí nástroje "Sizing", ovšem poněkud komplexněji. Levý kraj domény má nastaveno Element size = $4,8 \cdot 10^{-3}$ m, pravý pak Element size = $7,353 \cdot 10^{-2}$ m. Horní a spodní hrana domény využívá "Sizing" - "Bias Factor" funkce, která postupně zvětšuje velikost elementu. Konkrétně pomocí "Number of Divisions" = 160 a "Bias Factor" = 15

Pro generaci sítě byla opět použita metoda "MultiZone Quad/Tri" s nastavením: Surface Mesh Method = Program Controlled, Free Face Mesh Type = Quad/Tri.

Na vnějším okraji gondoly jsme přidali další zjemňující "Inflation" vrstvu ke zkvalitnění výpočtu proudění okolo vnějšího kruhu, s totožným nastavením jako u předchozích dvou "Inflation" vrstev.

Okraj mezikruží - tedy 2D gondola - je v obr. 4.12 zvýrazněna červeně.



Obr. 4.12: Výpočtová síť - Mesh II

”Incompressible ideal gas” vs ”Boussinesq”

K samotnému výpočtu řešeného problému použijeme již dříve vybraných a validovaných modelů. Konkrétně Transition SST modelu proudění a P1 modelu radiace. Materiálové modely ”Incompressible ideal gas” a ”Boussinesq” budeme na nové doměně znovu testovat, neboť v předchozích zkouškách nevykazovaly příliš rozdílné chování.

V nastavení řešiče jsme zvolili:

1. Setup

- (a) General: Type = Pressure-Based, Velocity Formulation = Absolute, Time = Steady, 2D Space = Planar, Gravity = ON; $Y = -9,81 \text{ m s}^{-2}$
- (b) Models: Energy = ON, Viscous = Transition SST, Radiation = P1
- (c) Materials: Fluid - Air - ”Incompressible ideal gas” / ”Boussinesq”
- (d) Boundary conditions: Pro vnitřní kruh podm. ”Temperature” s ”Internal Emissivity” = 0,69
Pro vnější kruh podmínka ”Coupled” s ”Internal Emissivity” = 0,96
Pro ”stínový” vnější kruh také podmínka ”Coupled” ovšem s ”Internal Emissivity” = 0
Pro ”pressure-inlet/outlet” jsme nastavili Gauge Total Pressure = 0
Rozložení ”typů” hranic znázorňuje obr. 4.13

2. Solution

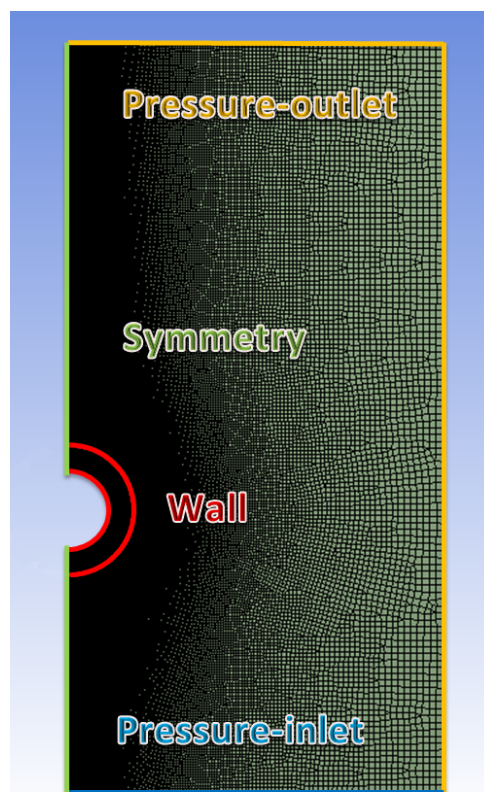
- (a) Methods: Scheme = Coupled, Gradient = Last Square Cell Based, Pressure = Body Force Weighted, Momentum = Second Order Upwind, Turbulent Kinetic Energy & Specific Dissipation Rate = Second Order Upwind, Intermittency = Second Order Upwind, Momentum Thickness Re = Second Order Upwind, Energy = Second Order Upwind, Pseudo Transient = ON
- (b) Initialization: Hybrid Initialization = ON
- (c) Run Calculation: Fluid Time Scale - Time Step Method = Automatic, Timescale factor = 1

Dodatky:

V programu ANSYS CFD je hranice znázorňující gondolu rozdělena do dvou na sebe navazujících entit, kde vnitřní strana (která sousedí s doménou prostoru mezi motorem a gondolou) si drží svůj název (outer-wall), zatímco vnější strana (sousedící s doménou okolního prostředí) dostane přívlastek ”shadow” (outer-wall-shadow).

Nastavením ”Internal Emissivity” = 0 na ”shadow wall” jsme definovali, že gondola nevyzařuje žádné teplo do okolí radiací, a její chlazení bude tedy probíhat pouze konvekcí. Tento krok byl proveden za účelem následného porovnání vypočteného součinitele přestupu tepla s odpovídajícími korelačními výpočty pro přirozenou konvekcí.

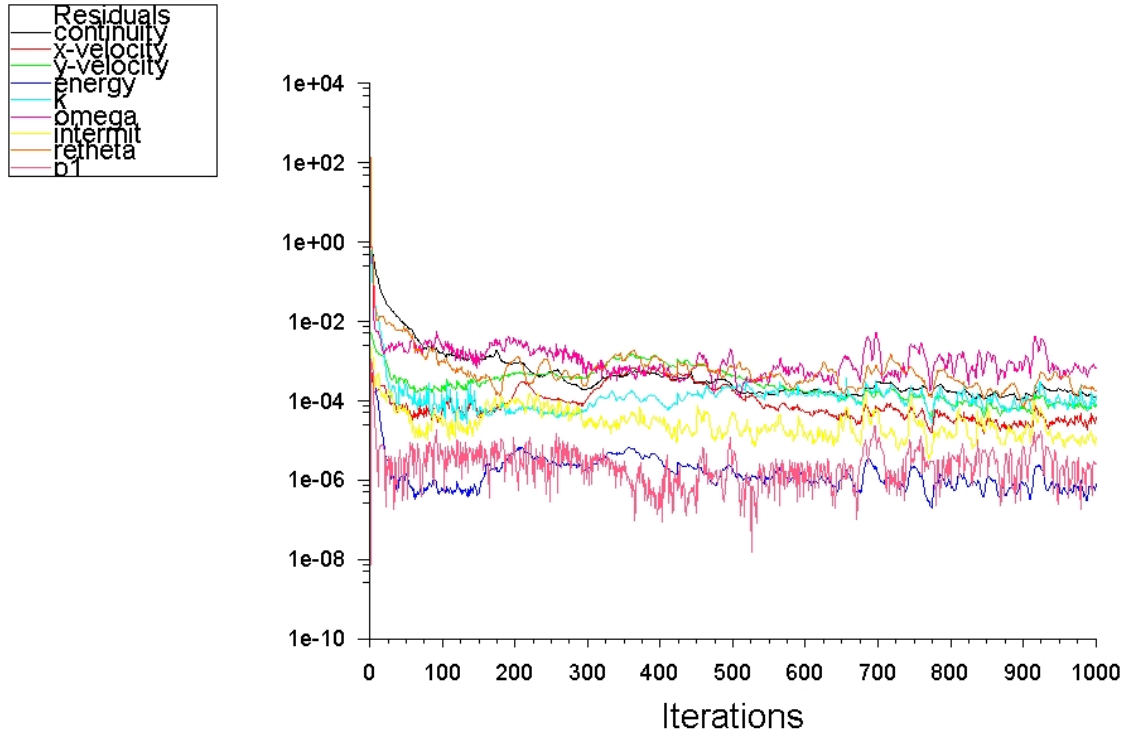
Nastavením Gauge Total Pressure = 0 na ”pressure-inlet/outlet” definujeme, že na těchto hranicích není přetlak ani podtlak.



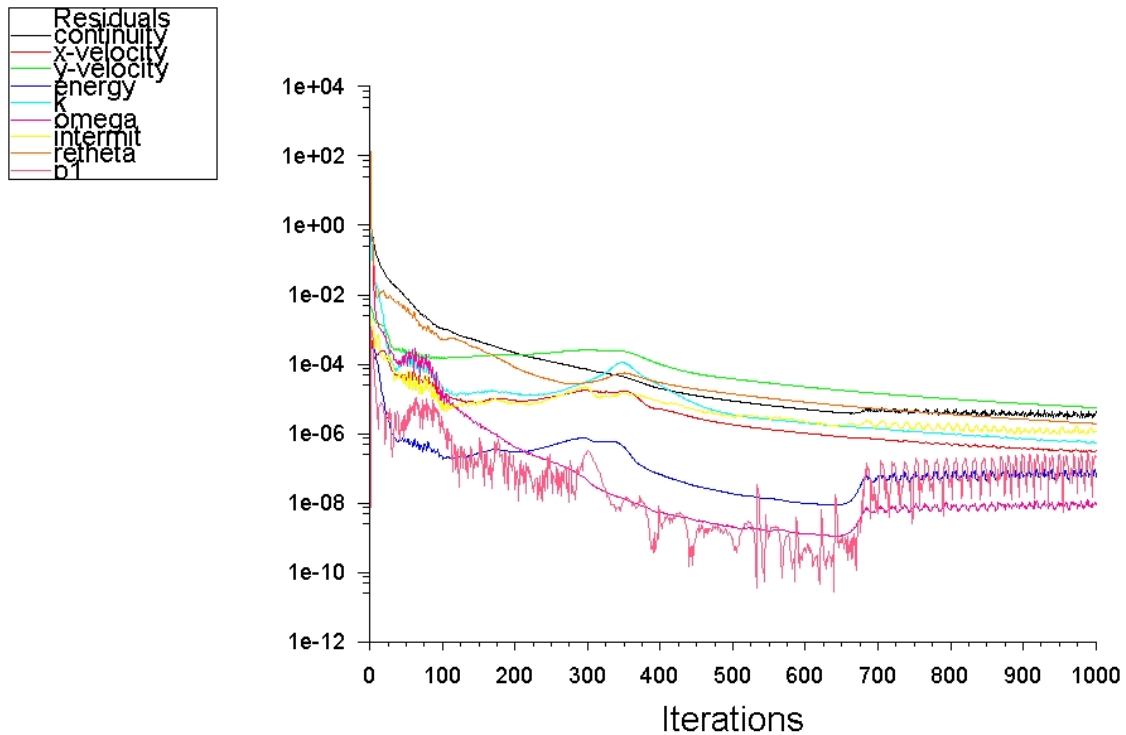
Obr. 4.13: Rozložení hranic

Z již provedených testovacích výpočtů víme, že "Incompressible ideal gas" model a "Boussinesq" model si při teplotě $T = 107,5 \text{ } ^\circ\text{C}$ téměř odpovídají, alespoň co se týče výpočtu na zjednodušené doméně. Proto byl srovnávací výpočet proveden pouze za této teploty.

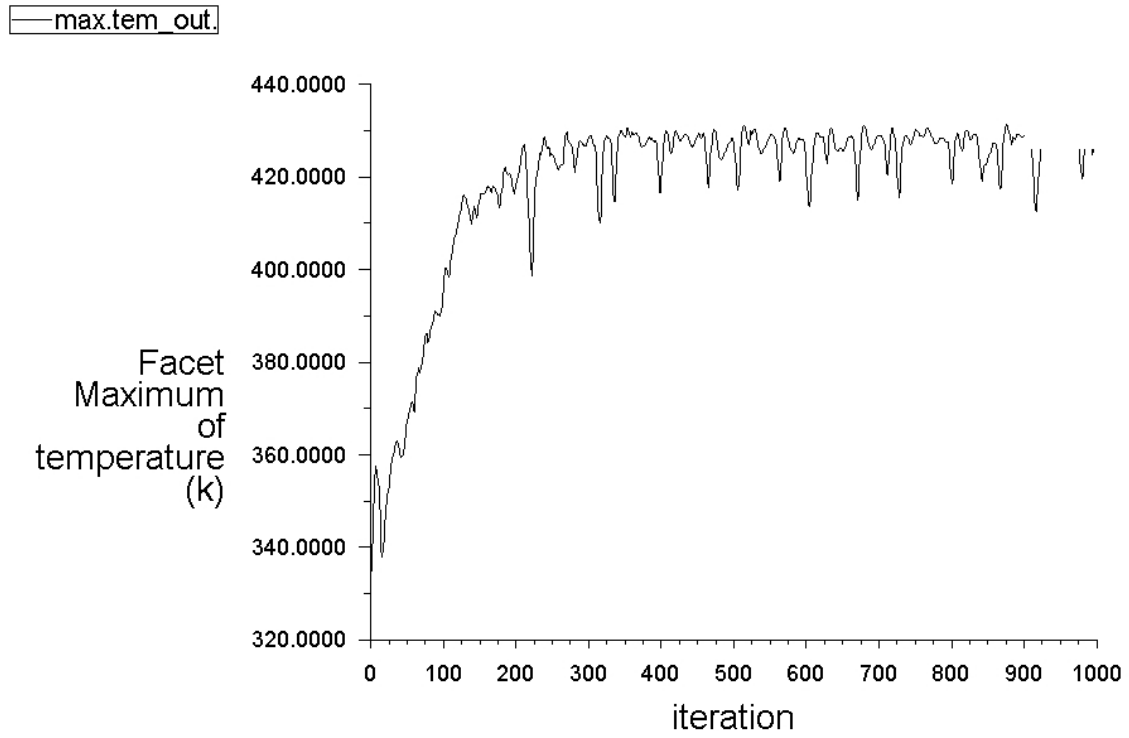
Hodnoty z ANSYS CFD:



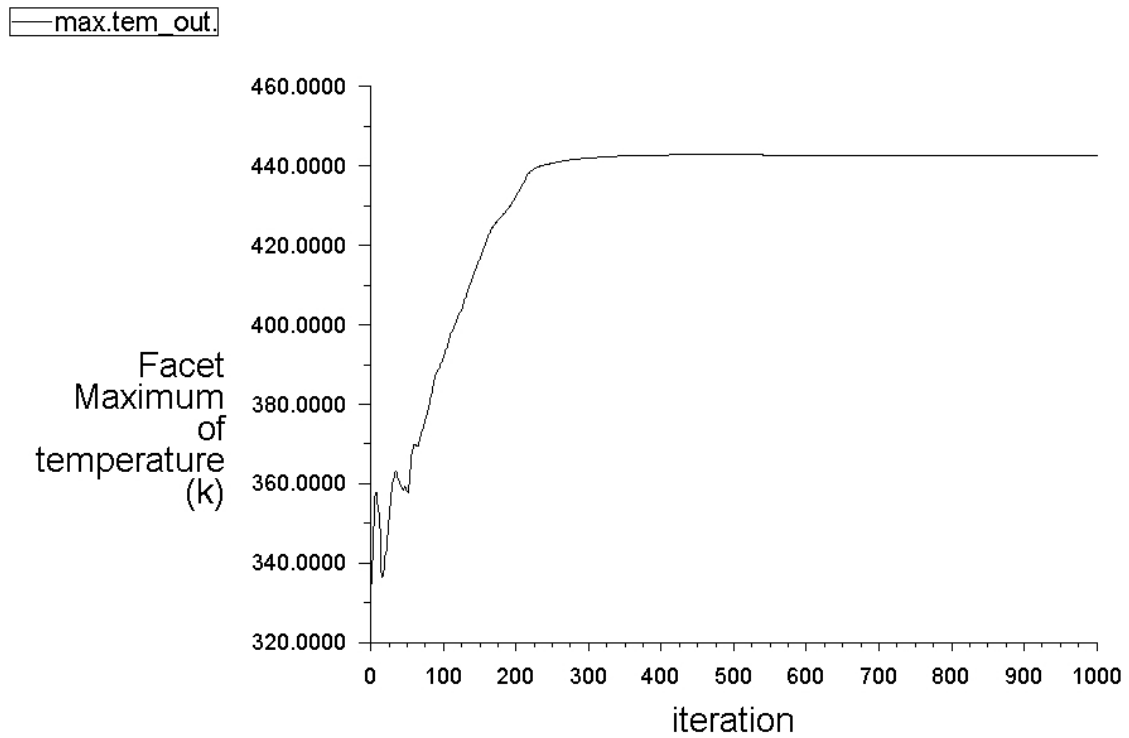
Obr. 4.14: Průběh iterací - "Incompressible ideal gas" model



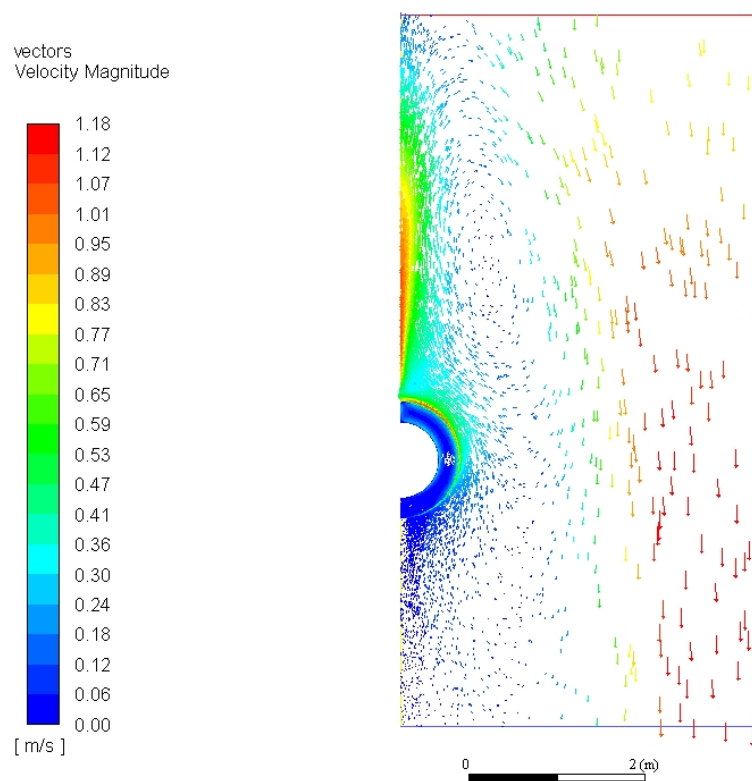
Obr. 4.15: Průběh iterací - "Boussinesq" model



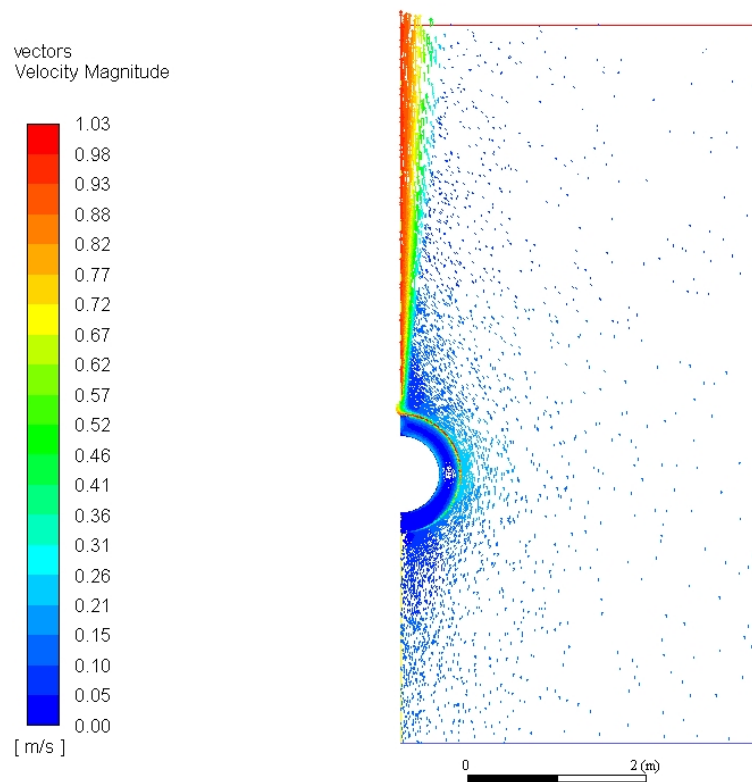
Obr. 4.16: Průběh výpočtu maximální teploty gondoly - "Incompressible ideal gas" model



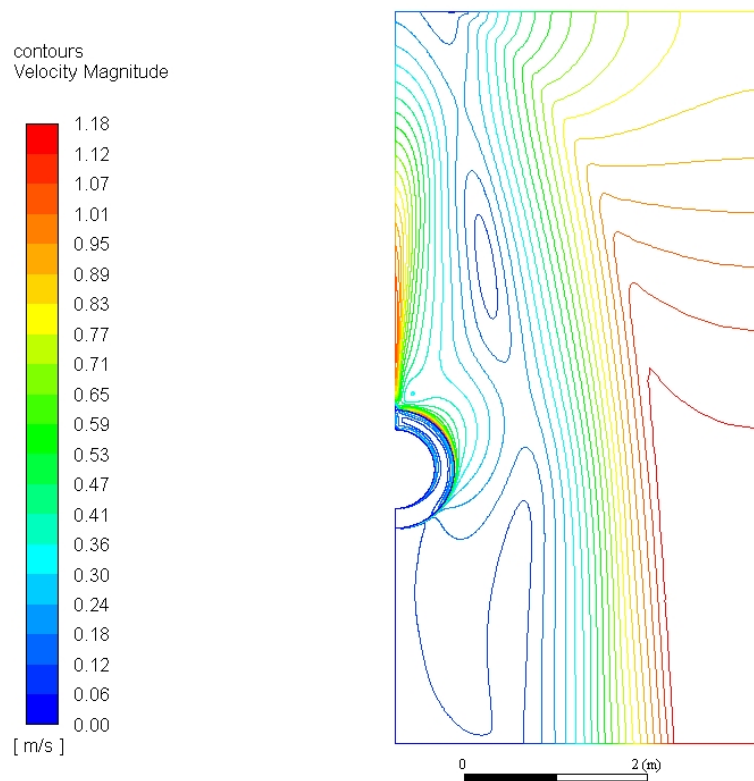
Obr. 4.17: Průběh výpočtu maximální teploty gondoly - "Boussinesq" model



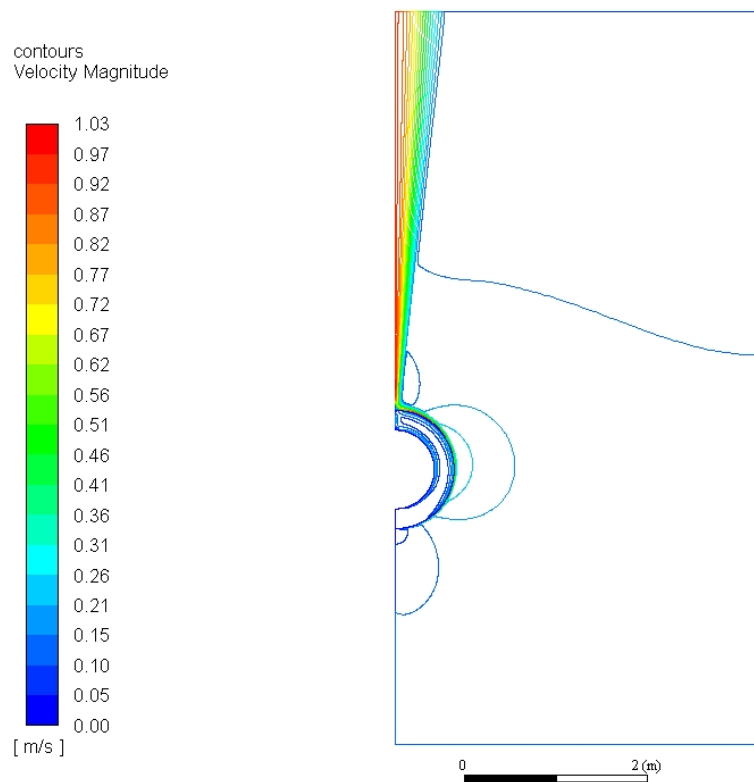
Obr. 4.18: Proudění v doméně - "Incompressible ideal gas" model



Obr. 4.19: Proudění v doméně - "Boussinesq" model



Obr. 4.20: Proudění v doméně - "Incompressible ideal gas" model



Obr. 4.21: Proudění v doméně - "Boussinesq" model

Z výsledků porovnávacího výpočtu je zřejmé, že výpočet pomocí "Incompressible ideal gas" modelu nekonverguje k žádné ustálené hodnotě. To je pravděpodobně způsobeno vznikem tzv. "reversed flow", tedy zpětného proudění, patrného na obr. 4.20.

V případě zpětného proudění dochází k odtoku hmoty skrze hranice domény, koncipované jako "inlet", případně k přítoku hmoty do domény hranicí nastavenou jako "outlet".

Takové proudění je jednoznačně numerickou chybou a není opodstatněné. Současně s tím, pravděpodobně destabilizuje výpočet a proto nedochází ke konvergenci, jak je vidět i na grafu 4.16.

Oproti tomu v iteračním grafu 4.15 získaném pomocí "Boussinesq" modelu je viditelné ustálení většiny reziduí, případně jejich oscilace okolo konstantní hodnoty.

Dále pak na obr. 4.21 můžeme pozorovat proudění okolo pláště motoru, vykazující charakteristickou stoupající tendenci bez zpětného proudění.

Pro další výpočty jsme tedy vybrali materiálový model vzduchu - "Boussinesq".

Test sítě

Před provedením samotného výpočtu bylo opět potřeba otestovat kvalitu sítě. Mesh v doméně mezikruží jsme vygenerovali, na základě předcházejících zkoušek, s velikostí elementu $1,2 \cdot 10^{-3}$ m a se zjemňujícími "Inflation" vrstvami okolo stěn. Síť v doméně okolí byla předmětem testování, kde parametrem bylo nastavení "Sizing" horní a spodní hrany modelu s proměnnými "Number of Divisions" a "Bias Factor"

Vytvořeny byly tři sítě s následujícím nastavením:

Počet elementů	Number of Divisions	Bias Factor
499420	128	15
580000	160	15
725177	214	15

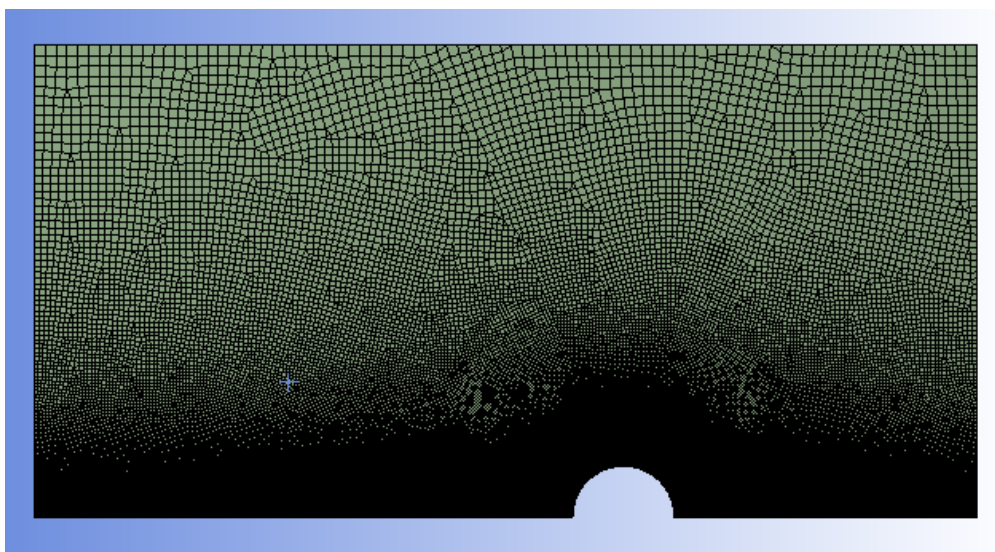
Vygenerované sítě nevykazují větší rozdíly v počtu elementů, neboť jsme limitováni návazností sítě domény mezikruží a sítě domény okolí. Cílem zkoušky bylo především ověřit vliv velikosti elementů na proudění ve vzdálenějších oblastech domény okolí.

Vypočtené hodnoty z ANSYS CFD:

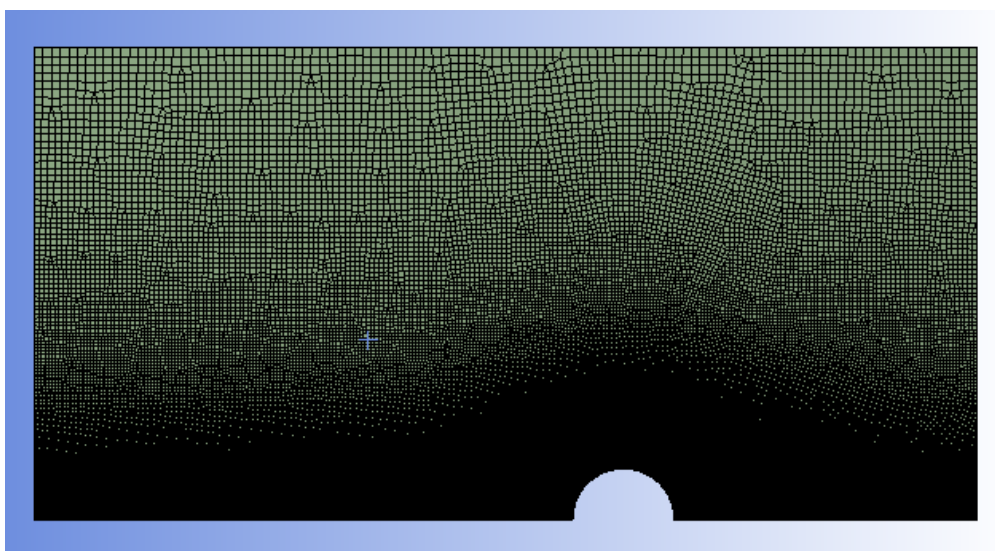
Počet elementů	Max. T_{total}	Avg. T_{total}	Min. T_{total}	Avg. α
499420	169,394	157,092	150,609	10,474
580000	169,303	156,964	150,492	10,531
725177	169,379	157,088	150,222	10,479

Vysvětlivky	Veškeré hodnoty jsou získané na plášti motoru	
Max. T_{total}	Maximal Total Temperature	[°C]
Avg. T_{total}	Average Total Temperature	[°C]
Min. T_{total}	Minimal Total Temperature	[°C]
Avg. α	Average Surface Heat Transfer Coef.	[W m ⁻² K ⁻¹]

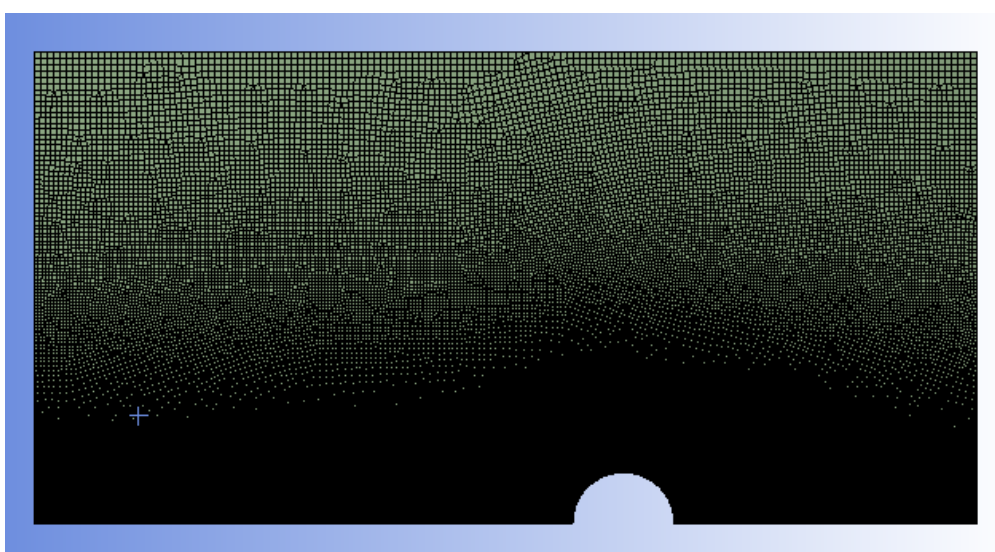
Grafické srovnání vytvořených sítí:



Obr. 4.22: Sít s 499420 elementy



Obr. 4.23: Sít s 580000 elementy



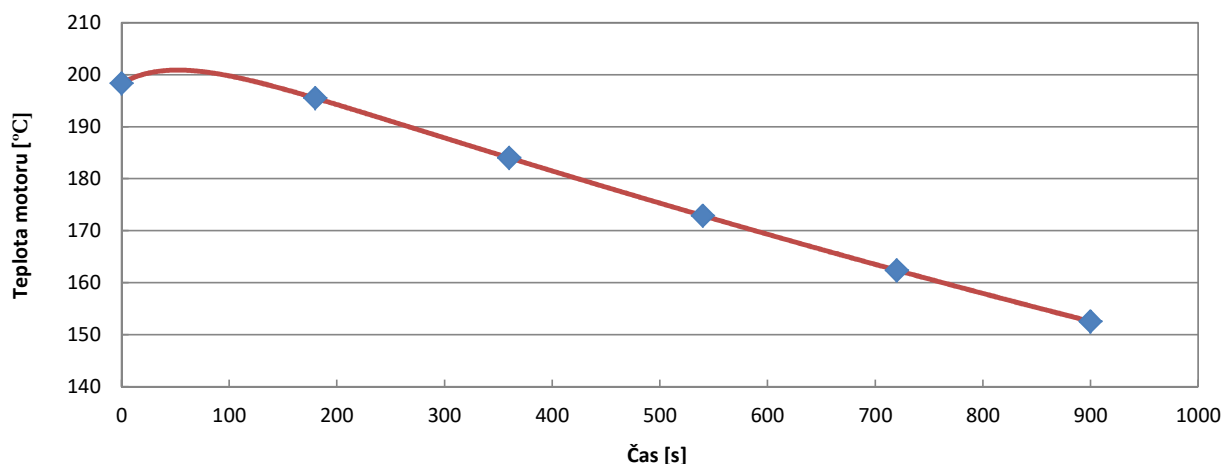
Obr. 4.24: Sít s 725177 elementy

Z porovnání výpočtů, provedených na výše znázorněných sítích, je patrné, že námi testovaná "hrubost" sítě v doméně okolí má na tepelné charakteristiky gondoly zanedbatelný vliv. Velikost elementů v okolí vnějšího kruhu mezikruží je zřejmě dostatečná i u "nejhrubší" sítě s necelými pěti sty tisíci elementy, přičemž velikost elementů ve větší vzdálenosti od pláště motoru už viditelně nehraje zásadní roli.

Pro následující výpočty bude tedy využit model, kde síť obsahuje 499420 elementů a to především z důvodů úspory výpočetních nároků a výpočetního času bez znatelných ztrát na přesnosti.

Numerický experiment

Samotná simulace dochlazování byla provedena na základě reálného experimentu a hodnot naměřených v jeho průběhu, přičemž proměnnými veličinami výpočtu byly čas a teplota motoru, jak je vyobrazeno v grafu 4.25.



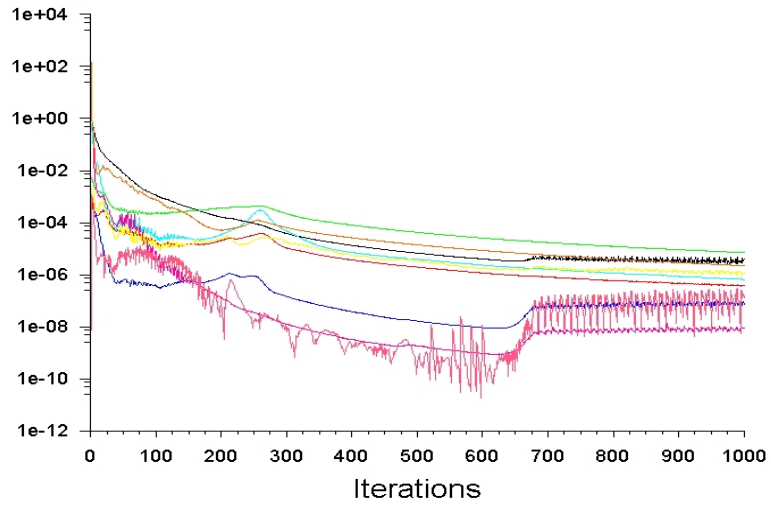
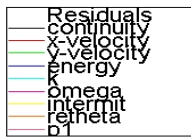
Obr. 4.25: Průběh chladnutí pláště turbovrtulového motoru

Výpočet proběhl v následujících časech s odpovídající teplotou:

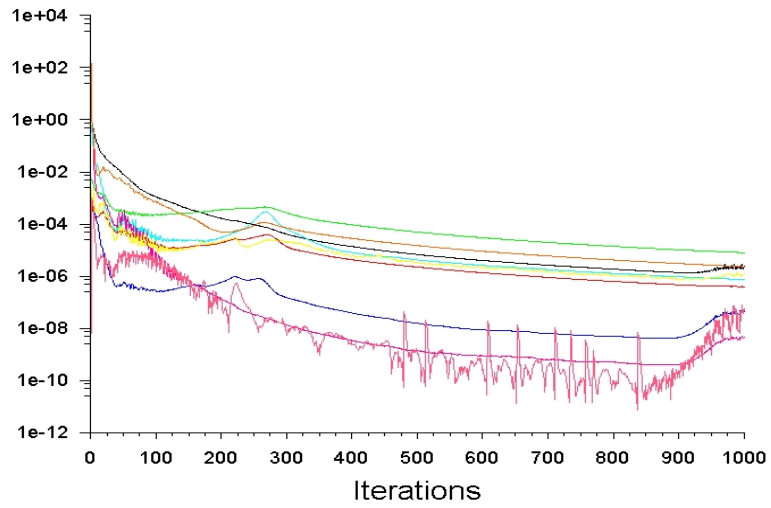
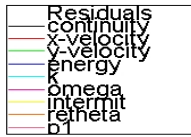
(V grafu 4.25 znázorněno kosočtverci)

Čas [s]	Teplota motoru [°C]
0	198,34
180	195,49
360	184,02
540	172,88
720	162,39
900	152,55

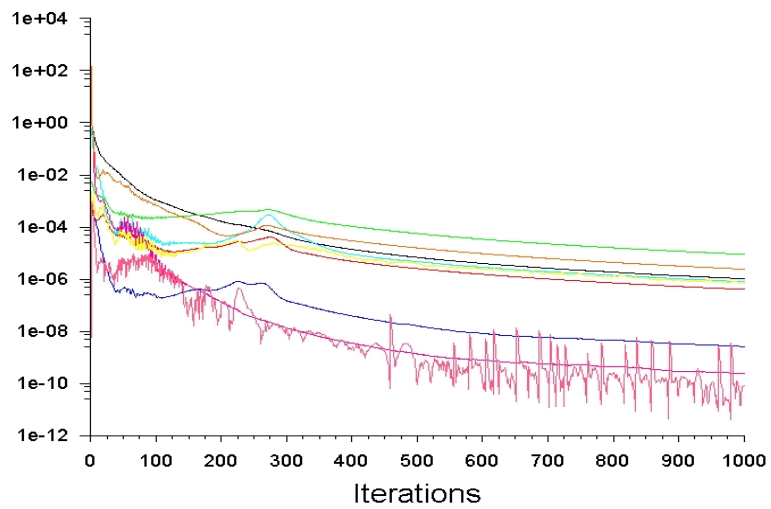
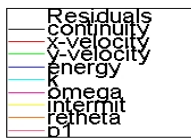
Získané grafické výsledky následující níže jsou uvedeny pouze pro časy $t = 0$ s, $t = 540$ s a $t = 900$ s, neboť vizuální rozdíl jsou minámální.



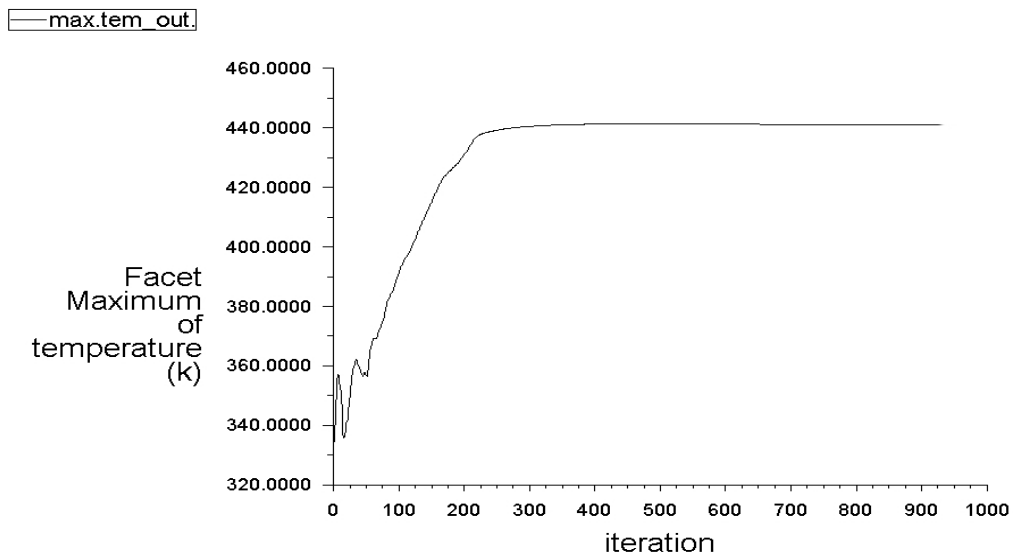
Obr. 4.26: Průběh iterací - $t = 0$ s, $T = 198,34$ °C



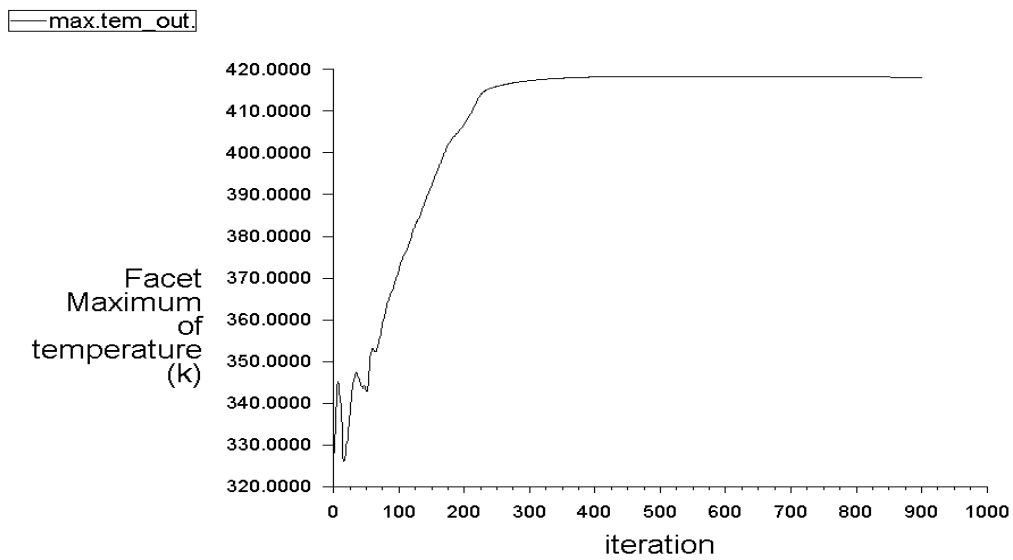
Obr. 4.27: Průběh iterací - $t = 540$ s, $T = 172,88$ °C



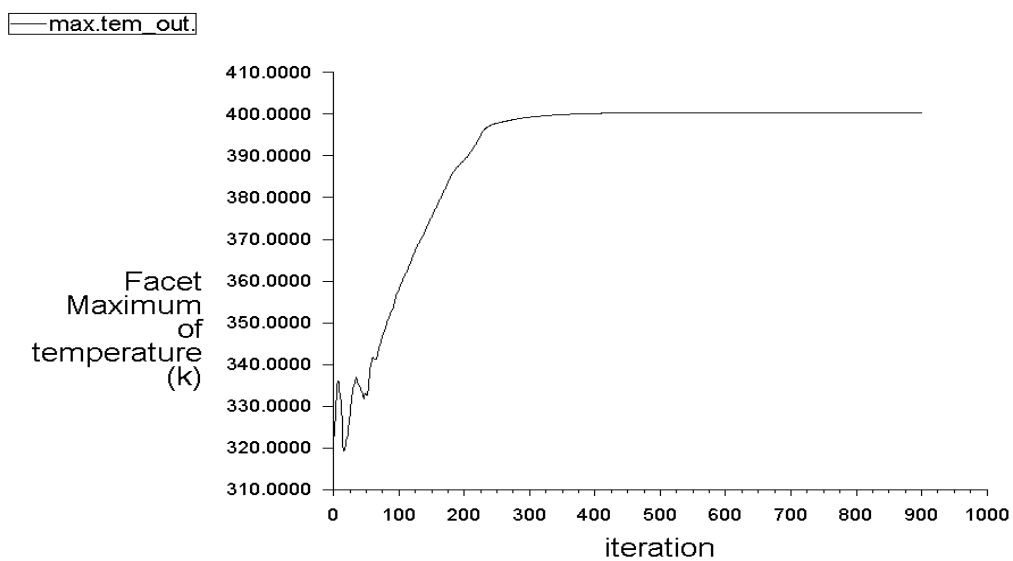
Obr. 4.28: Průběh iterací - $t = 900$ s, $T = 152,55$ °C



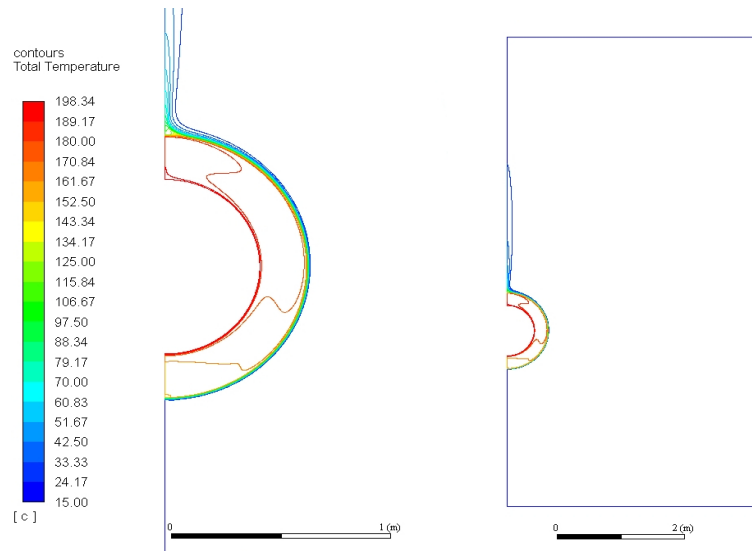
Obr. 4.29: Průběh výpočtu maximální teploty gondoly - $t = 0$ s, $T = 198,34$ °C



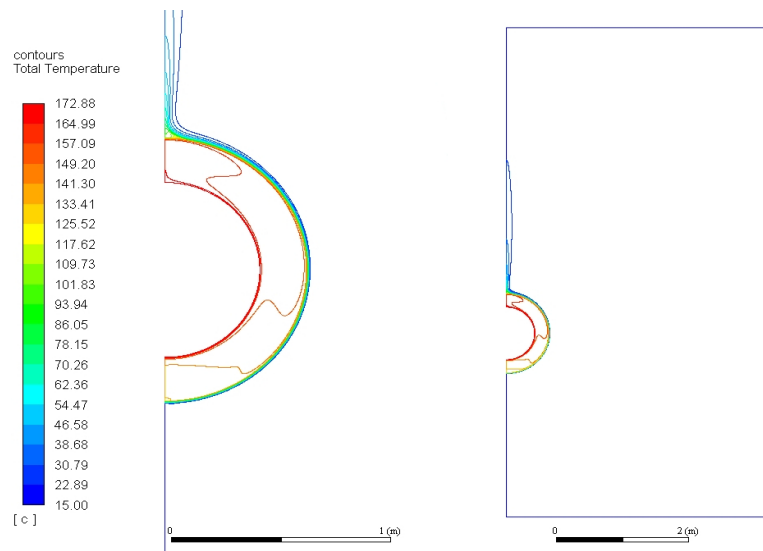
Obr. 4.30: Průběh výpočtu maximální teploty gondoly - $t = 540$ s, $T = 172,88$ °C



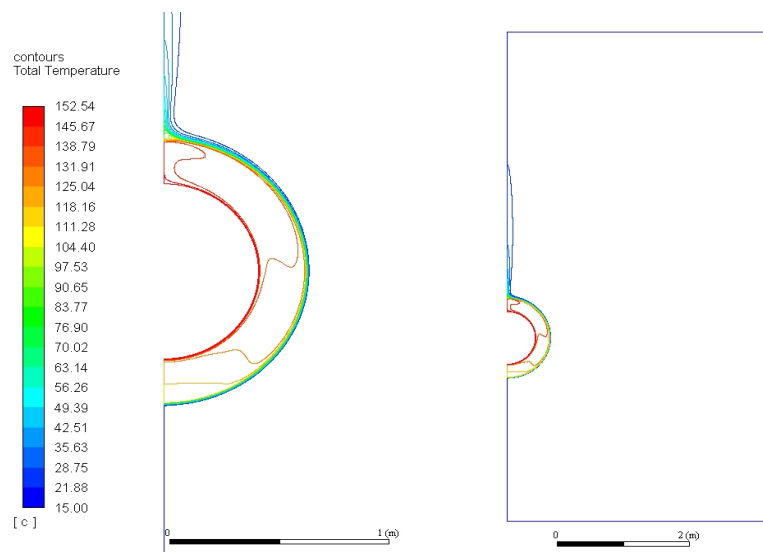
Obr. 4.31: Průběh výpočtu maximální teploty gondoly - $t = 900$ s, $T = 152,55$ °C



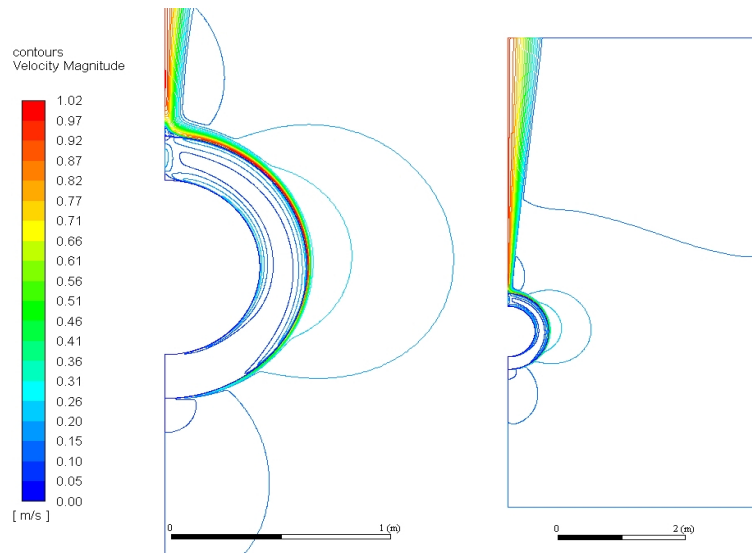
Obr. 4.32: Rozložení teploty v doméně - $t = 0$ s, $T = 198,34$ °C



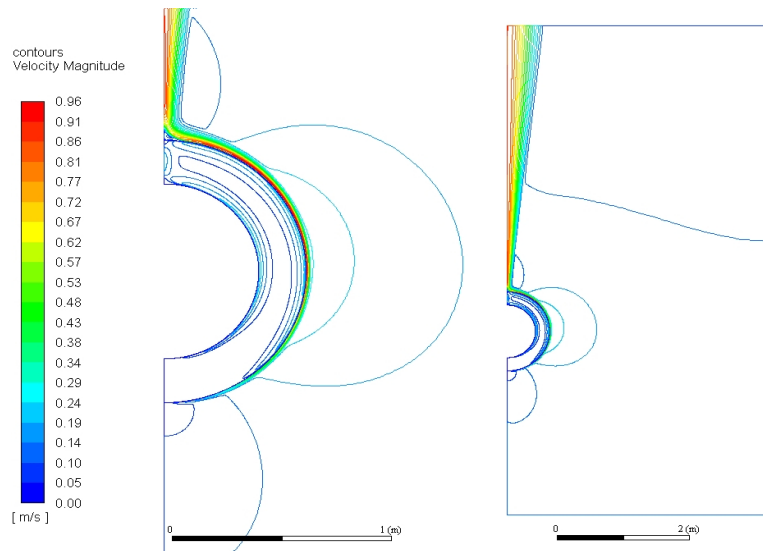
Obr. 4.33: Rozložení teploty v doméně - $t = 540$ s, $T = 172,88$ °C



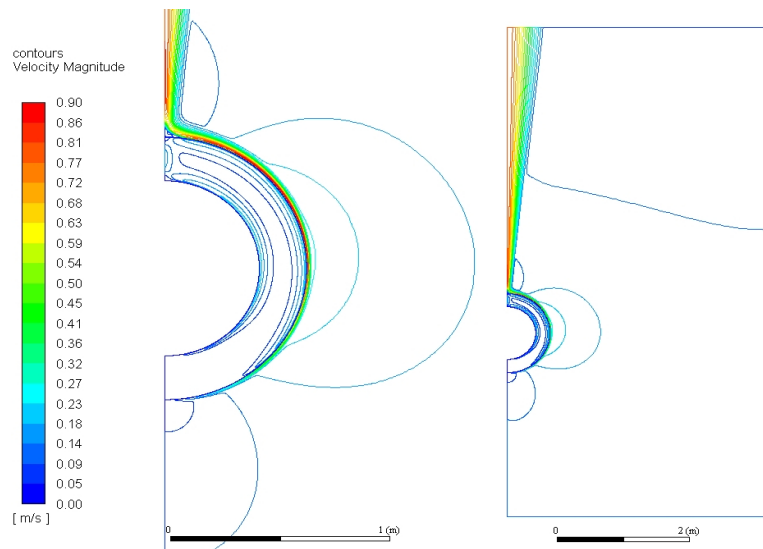
Obr. 4.34: Rozložení teploty v doméně - $t = 900$ s, $T = 152,55$ °C



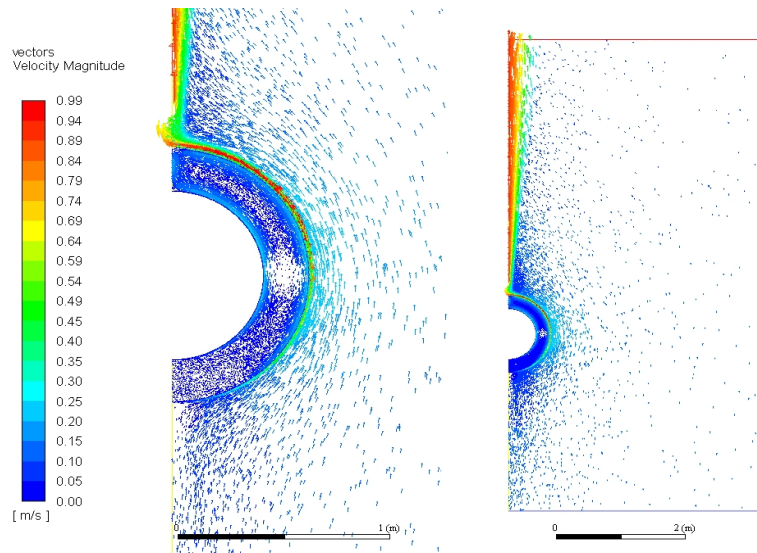
Obr. 4.35: Rozložení rychlosti proudění v doméně - $t = 0 \text{ s}$, $T = 198,34 \text{ °C}$



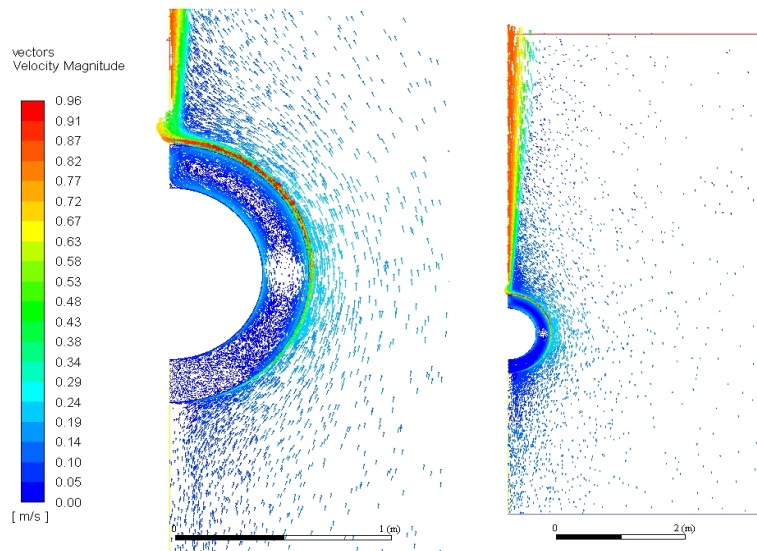
Obr. 4.36: Rozložení rychlosti proudění v doméně - $t = 540 \text{ s}$, $T = 172,88 \text{ °C}$



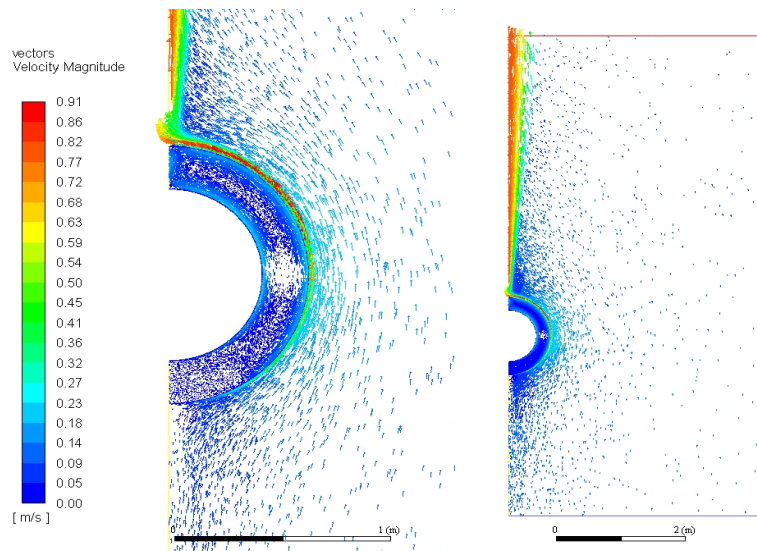
Obr. 4.37: Rozložení rychlosti proudění v doméně - $t = 900 \text{ s}$, $T = 152,55 \text{ °C}$



Obr. 4.38: Rozložení rychlosti proudění v doméně - $t = 0$ s, $T = 198,34$ °C



Obr. 4.39: Rozložení rychlosti proudění v doméně - $t = 540$ s, $T = 172,88$ °C



Obr. 4.40: Rozložení rychlosti proudění v doméně - $t = 900$ s, $T = 152,55$ °C

Grafy znázorňující průběh iterací (obrázky 4.26, 4.27, 4.28) nevykazují větší rozdíly, až na "skok" ve velikosti reziduí, který se patrně se snižující se teplotou motoru posouvá k vyššímu počtu iterací. Jeho vliv na výsledky výpočtu však není zřejmý.

V grafech zobrazujících průběh výpočtu maximální teploty gondoly (obrázky 4.29, 4.30, 4.31) sledujeme poměrně rychlé ustálení výsledků na konečné teplotě. Pro samotný výpočet teploty na gondole by tedy stačil i menší počet iterací.

Na obrázcích 4.32, 4.33, 4.34 vidíme rozložení teploty ve výpočtové doméně, přičemž je patrná změna jak v samotných konturách, tak i ve velikostech teplot.

Obrázky znázorňující rozložení rychlosti proudění pomocí kontur (4.35, 4.36, 4.37), a vektorů (4.38, 4.39, 4.40) jsou si v různých časech numerického experimentu velice podobné, nicméně se liší legednou. Je očividné, že s klesající teplotou motoru se mění intenzita proudění, nikoli však jeho profil.

Hodnoty z ANSYS CFD:

Čas	\dot{Q}_{total} (W)	$\dot{Q}_{radiation}$ (W)	Avg. α_{outer} ($\frac{W}{m^2 K}$)
0	1030,37	911,74	10,65
180	1006,11	888,52	10,98
360	911,13	798,46	12,81
540	821,81	714,43	15,89
720	741,53	639,52	22,07
900	669,19	572,65	40,19

Čas	Max. T_{total} (°C)	Avg. T_{total} (°C)	Min. T_{total} (°C)
0	167,88	155,62	148,78
180	165,27	153,02	148,26
360	154,88	142,95	137,11
540	144,97	133,46	128,86
720	135,67	124,51	121,44
900	127,07	116,33	113,24

Radiační tepelný tok je modelovaný pouze v doméně mezikruží. Emisivita vnějšího povrchu pláště gondoly byla nastavena = 0 a tudíž vyzařování tepla do okolního prostředí neprobíhá.

Výsledky získané numerickou simulací odpovídají představě, že se snižující se teplotou motoru bude klesat tepelný tok a současně i teplota gondoly. V naprostém rozporu s tímto míněním je však vývoj hodnot součinitele přestupu tepla, které v průběhu dochlazování rostou. Z logického úsudku se jedná o chování vysoce nepravděpodobné a chybové.

Současně s fiktivním průběhem součinitele α jsou také získané teploty gondoly nereálně vysoké. To ovšem může být způsobeno právě absencí tepelného radiačního toku z gondoly do okolí.

Plánované porovnání vypočtených hodnot součinitele přestupu tepla s odpovídajícími korelacemi pro přirozenou konvekci je vzhledem k výsledkům neopodstatněné a nebylo tedy provedeno, neboť by k žádné shodě dojít nemohlo.

Kapitola 5

Diskuse

Vliv emisivity na součinitel přestupu tepla α

Vzhledem k výsledkům předcházející numerické simulace pro $\epsilon = 0$ byl zkoumán vliv nastavení emisivity na vnější straně pláště gondoly na průběh a výsledky výpočtu.

Ukázalo se, že pro $\epsilon = 0$ a současně i hodnoty blíží se nule dochází k růstu součinitele přestupu tepla α s klesající teplotou motoru.

Pro porovnání byly provedeny výpočty s nastavením emisivity do okolního prostředí rovno jedné, jejichž výsledky jsou prezentovány níže.

Hodnoty z ANSYS CFD:

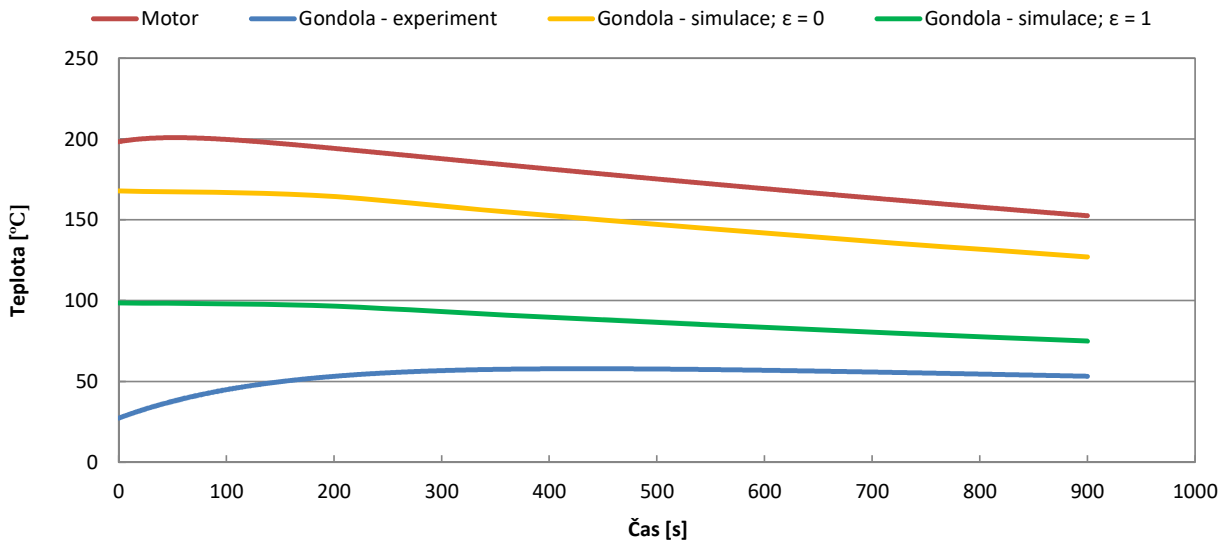
Čas	\dot{Q}_{total} (W)	$\dot{Q}_{radiation}$ (W)	Avg. α_{outer} ($\frac{W}{m^2 K}$)
0	2285,81	1891,79	61,13
180	2226,14	1838,46	54,96
360	1994,97	1632,94	37,97
540	1784,99	1448,01	27,99
720	1599,45	1286,18	21,61
900	1435,77	1144,89	17,23

Čas	Max. T_{total} (°C)	Avg. T_{total} (°C)	Min. T_{total} (°C)
0	98,63418	87,99197	82,39819
180	97,04711	86,52524	81,00109
360	91,01388	80,83553	75,47885
540	85,22711	75,41792	70,24301
720	79,91912	70,5132	65,51583
900	74,94265	65,96611	61,17822

Ze získaných hodnot je patrné, že součinitel α sleduje předpokládanou klesající tendenci v čase. Vadou předchozího výpočtu tedy pravděpodobně bylo nastavení nulové emisivity na gondole, případně interakce tohoto parametru v programu ANSYS CFD.

5.1 Porovnání s experimentem

V rámci reálného experimentu byl sledován vývoj teplot na motoru i gondole v průběhu dochlazování. Měření probíhalo v horní části gondoly, kde bychom očekávali nejvyšší teploty. K porovnání tedy využijeme maximálních teplot získaných numerickou simulací pro $\epsilon = 0$ a $\epsilon = 1$.



Obr. 5.1: Průběh chladnutí turbovrtulového motoru - porovnání

Na grafu 5.1 je jasně viditelné, že teploty vypočtené na gondole motoru pro $\epsilon = 0$ jsou neadekvátně vysoké a blíží se teplotě motoru.

Hodnoty získané pro $\epsilon = 1$ se experimentálně naměřeným datům shora přibližují, ale stále je zřejmá značná odchylka. To je ovšem zvláštní, neboť plášť gondoly nepochybně nedosahuje stoprocentní emisivity, teoreticky možné pouze u dokonale černého tělesa.

Pro reálnou (neznámou, nenaměřenou) emisivitu bychom nepochybně získali průběh teplot na gondole v rozmezí námi vypočtených hodnot pro $\epsilon = 0$ a $\epsilon = 1$. Ten by však ani zdaleka neodpovídal hodnotám z experimentu.

Vzhledem k zevrubnému testování výpočetních modelů ANSYS CFD předcházejícího samotné simulaci je nepravděpodobné, že by došlo ke zvolení nevhodných modelů.

Zásadní vliv na rozpor mezi experimentem a simulací měla patrně míra zjednodušení řešeného problému. Prvotní aproximací bylo nahrazení geometrie motoru a gondoly dvěma sousými válci, což by na výsledky nemělo mít takto výrazný vliv.

Převedení 3D geometrie do 2D ovšem zamezilo tvorbě třidimenzionálního spirálního proudění, které by mohlo, na základě práce Powe et al. (1969), vznikat v naší geometrii. Zároveň tato simplifikace zamezila konvektivnímu přenosu tepla ven z prostoru gondoly okolo vrtule, jež by mohl mít na chladnutí rozhodující vliv.

K ověření předložených hypotéz by bylo vhodné provést výpočty na zjednodušeném, a následně přesném 3D modelu turbovrtulového motoru.

Kapitola 6

Závěr

Cílem bakalářské práce byla numerická simulace přenosu tepla při dochlazování turbovrtulového motoru po jeho odstavení a dále pak porovnání vlivu konvektivní a radiační složky přestupu tepla. Následujícím krokem bylo srovnání získaných dat s hodnotami naměřenými během experimentu.

V úvodu teoretické části došlo k představení problematiky turbovrtulových motorů a mechanismů přenosu tepla, jejich vyjádření rovnicemi a implementaci v ANSYS CFD. Současně s tím byly prezentovány výsledky experimentálních studií zaměřujících se na přestup tepla v soustředném mezikruží, vyplněném vzduchem, v závislosti na poměru poloměrů, Reynoldsově a Grashofově čísle.

Praktická část se zabývala simulací, v rámci které byla vytvořena adekvátně jemná výpočetní síť a zároveň byly vybrány vhodné modely proudění, radiace a materiálový model vzduchu. Tyto modely byly následně validovány, přičemž výsledky testů odpovídaly řešeným problémům. Zmíněné modely byly posléze použity k samotnému výpočtu.

Z výsledků numerického experimentu a jejich porovnání s reálným experimentem je však patrné, že výpočet vykazuje značnou odchylku od naměřených dat. To je pravděpodobně způsobeno přílišným zjednodušením řešeného problému. K získání validních výstupů by bylo nejspíš potřeba provést numerickou simulaci na 3D modelu.

K přímému zkoumání podílu radiačního tepelného toku na celkovém tepelném toku nedošlo, neboť během experimentálních měření nebyla změřena emisivita vnějšího pláště gondoly, která tyto parametry zásadně ovlivňuje. Přibližný odhad vlivu konvektivní a radiační složky tak získáme z výsledků simulace pro $\epsilon = 0$ a $\epsilon = 1$, odkud je možné tvrdit, že podíl $\dot{Q}_{radiation}$ na \dot{Q}_{total} je pro námi řešený problém v rozmezí od 83% do 88%, přičemž se snižující se teplotou motoru postupně klesá o desetiny až jednotky procent. Tyto výsledky se shodují s závěry dvojice Shaija a Narasimham (2009), zkoumající vliv radiace v horizontálním mezikruží.

Bakalářská práce naznačuje směr, kterým se vydat při řešení obdobných úkolů, přičemž upozorňuje na výhody a nevýhody určitých metod řešení, stejně tak jako na chování programu ANSYS CFD při konkrétních hodnotách parametrů.

Zároveň je z ní možno vycházet i při výběru matematických modelů proudění a radiace, které zde byly podrobněji testovány.

Literatura

- ANSYS, Inc. *Natural Convection and Buoyancy-Driven Flows — ANSYS Fluent*, 2006a. Section 13.2.5.
- ANSYS, Inc. *Surface-to-Surface (S2S) Radiation Model Theory — ANSYS Fluent*, 2006c. Section 13.3.7.
- ANSYS, Inc. *P-1 Radiation Model Theory — ANSYS Fluent*, 2009b. Section 5.3.3.
- Atta, T. Three Modes of Heat Transfer; Conduction, Convection and Radiation — Green Mechanic. <http://www.green-mechanic.com/2017/01/conduction-convection-radiation.html>, 2017. [Online; accessed 24-February-2018].
- Chakravarty, A. *CFD Simulation of Heat Transfer in an Agitated Vessel*. Diplomová práce, Czech Technical University in Prague, 2017.
- Comsol. The Boussinesq approximation — multiphysics CYCLOPEDIA. <https://www.comsol.com/multiphysics/boussinesq-approximation>, 2015. [Online; accessed 25-February-2018].
- Jischke, M., Farshchi, M. Boundary layer regime for laminar free convection between circular horizontal cylinders. *ASME Journal of Heat Transfer*, 1980, roč. 102, s. 228–235.
- Kuehn, T., Goldstein, R. An experimental study of natural convection heat transfer in concentric and eccentric horizontal cylindrical annuli. *Journal of Heat Transfer*, 1978, roč. 100, s. 635–640.
- Kussior, Z. Typy leteckých motorů. <http://www.leteckemotory.cz/teorie/typy-leteckych-motoru/>, 2010. [Online; accessed 20-February-2018].
- McLeod, A., Bishop, E. Turbulent natural convection of gasses in cylindrical annuli at cryogenic temperatures. *International journal of Heat and Mass transfer*, 1989, roč. 32.
- Modest, M. F., Yang, J. Elliptic PDE formulation and boundary conditions of the spherical harmonics method of arbitrary order for general three dimensional geometries. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative transfer*, 2008, roč. 109, s. 1641–1666.
- Powe, R., Carley, C., Bishop, E. Free convective flow patterns in cylindrical annuli. *Journal of Heat Transfer*, 1969, roč. 91, s. 310–314.
- Provost, J. Turboprop Engine Cutaway. <https://jamesprovost.com/portfolio/turboprop-engine-cutaway>, 2014. [Online; accessed 20-February-2018].
- Rao, Y., Miki, Y., Fukuda, K., Takata, Y., S.Hasegawa. Flow patterns of natural convection in horizontal cylindrical annuli. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1985, roč. 28, s. 705–714.
- Ravishankar, M., Tech, B. *Spherical harmonics based techniques for solution of the radiative transfer equation*. Diplomová práce, The Ohio State University, 2009.
- Sanchez, G. Cutter Aviation Named Authorized Service Center for GE M601 and H80 — Cutter aviation. <http://cutteraviation.com/2011/11/cutter-aviation-named-authorized-service-center-for-ge-aviation-m601-h80-engines/>, 2011. [Online; accessed 20-February-2018].

- Shaija, A., Narasimham, G. Effect of surface radiation on conjugate natural convection in horizontal annulus driven by inner heat generating solid cylinder. *International journal of Heat and Mass transfer*, 2009, roč. 52, s. 5759–5769.
- Teerestra, P., Yovanovich, M. Copmprehensive review of natural convection in horiyontal circular annuli. *7th AIAA/ASME Joint Termophysics and Heat Transfer Conference*, 1998, roč. 357, s. 141–152.
- Wikipedia. Boussinesq approximation (buoyancy) — Wikipedia, The Free Encyclopedia. [http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Boussinesq%20approximation%20\(buoyancy\)Xoldid=813147398](http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Boussinesq%20approximation%20(buoyancy)Xoldid=813147398), 2017a. [Online; accessed 24-February-2018].
- Wikipedia. Rudolf Clausius — Wikipedia, The Free Encyclopedia. <http://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Rudolf%20ClausiusXoldid=15082921>, 2017b. [Online; accessed 20-February-2018].
- Wikipedia. General Electric Advanced Turboprop — Wikipedia, The Free Encyclopedia. <http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=General%20Electric%20Advanced%20TurbopropXoldid=821112784>, 2018. [Online; accessed 20-February-2018].
- Wood, J. King Air oil coolers now available — General aviation news. <https://generalaviationnews.com/2011/06/29/king-air-oil-coolers-now-available>, 2011. [Online; accessed 20-February-2018].
- Šesták, J., Rieger, F. *Přenos hybnosti, tepla a hmoty*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1993a, 27–32 s.
- Šesták, J., Rieger, F. *Přenos hybnosti, tepla a hmoty*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1993b, 224–231 s.

Seznam použitých symbolů

a	teplotní vodivost	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
a	koeficient absorpce	–
$A^{(s)}$	poměrná absorbtivita	–
A_i	plocha	m^2
c	rychlost světla ve vakuu	m s^{-1}
C	koeficient lineárně anisotropické funkce	–
c_p	měrná tepelná kapacita	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
$D^{(s)}$	poměrná průteplivost	–
E_I	celkový dopadající zářivý tok	W
E_R	odražený zářivý tok	W
E_A	absorbovaný zářivý tok	W
E_D	průteplený zářivý tok	W
\vec{f}	vektor objemových sil	m s^{-2}
F_{x-y}	součinitel ozáření	–
\vec{g}	vektor tíhového zrychlení	m s^{-2}
Gr	Grashofovo číslo	–
\hbar	redukovaná Planckova konstanta	J s
H	šířka mezikruží	m
I	intenzita záření	W m^{-2}
$I_e^{(m)}$	koeficient polohy	–
J	radiosivita	W m^{-2}
k	Boltzmannova konstanta	J K^{-1}
L	charakteristický rozměr	m
M	molekulová hmotnost	kg kmol^{-1}
Nu	Nuseltovo číslo	–
p	tlak	Pa
Pr	Prandtlovo číslo	–
\dot{Q}	tepelný tok	W
\dot{Q}_r	radiační tepelný tok	W
\dot{q}	hustota tepelného toku	W m^{-2}
\dot{q}_r	hustota radiačního tepelného toku	W m^{-2}
r_o	vnější poloměr	m
r_i	vnitřní poloměr	m
R	poměrný činitel poloměrů	–
R	univerzální plynová konstanta	$\text{J K}^{-1} \text{mol}^{-1}$
$R^{(s)}$	poměrná odrazivost	–
Ra	Rayleighovo číslo	–
\vec{s}	jednotkový směrový vektor	m
S_i	plocha	m^2
t	čas	s
T	teplota	K (°C)
ΔT	rozdíl teplot	K (°C)
T_0	teplota okolí	K (°C)
T_o	teplota vnějšího válce	K (°C)
T_i	teplota vnitřního válce	K (°C)
\vec{u}	vektor rychlosti toku	m s^{-1}
x	souřadnice v kolmém směru	m

α	součinitel přestupu tepla	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$
α	poměrná absorbtivita	–
β	součinitel teplotní expanze	K^{-1}
$\vec{\delta}$	Kroneckerovo delta	–
ϵ	emisivita	–
λ	tepelná vodivost	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
μ	dynamická viskozita	Pa s
ξ	prostorový úhel	sr
ρ	hustota	kg m^{-3}
ρ	odrazivost	–
ρ_0	teplotně a tlakově nezávislá hustota	kg m^{-3}
σ^S	Stefan-Boltzmannova konstanta	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$
σ_s	koeficient rozptylu	–
$\vec{\tau}$	tenzor dynamického napětí	Pa
φ	prostorový úhel	rad
ψ	prostorový úhel	rad

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

Martin Hodek, v. r., 14. srpna 2018

Kuba, J.: Metodický pokyn č. 1/2009 O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací, ČVUT v Praze, 1. července 2009, <https://www.cvut.cz/sites/default/files/content/d1dc93cd-5894-4521-b799-c7e715d3c59e/cs/20180605-metodicky-pokyn-c-12009-o-dodrzovani-etickyh-principu-pri-priprave-vysokoskolskych.pdf> [10. srpna 2018]