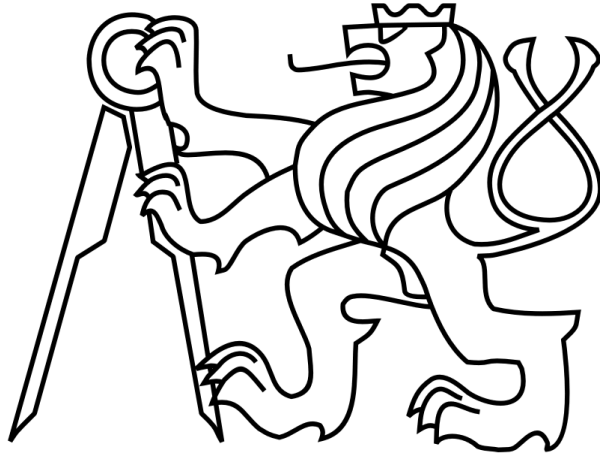


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

Ústav výrobních strojů a zařízení



Bakalářská práce

Experimentální ověření statické axiální tuhosti ložiska s kosouhlým stykem

2018

Matěj Dudík

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl v příloženém seznamu veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací, vydaným ČVUT v Praze 1. 7. 2009.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 25.5.2018

.....

podpis

Poděkování

Rád bych poděkoval Josefu Kekulovi za odborný dohled při zpracování bakalářské práce, zejména za cenné rady, věcné připomínky a v neposlední řadě za pomoc s praktickou částí. Mé poděkování patří též mé nejbližší rodině za podporu během celého studia.

Anotace

<i>Jméno autora:</i>	Matěj Dudík
<i>Název BP:</i>	Experimentální ověření statické axiální tuhosti kuličkového ložiska s kosoúhlým stykem
<i>Rozsah práce:</i>	51 stran
<i>Akad. rok vyhotovení:</i>	2017/2018
<i>Ústav:</i>	Ústav výrobních strojů a zařízení
<i>Vedoucí BP:</i>	Ing. Josef Kekula, Ph.D.
<i>Konzultant:</i>	Ing. David Burian, Ph.D.
<i>Zadavatel tématu:</i>	ČVUT FS, Ú12135
<i>Využití:</i>	Ověření statické axiální tuhosti vybraných kuličkových ložisek s kosoúhlým stykem. Matematický model statické axiální tuhosti.
<i>Klíčová slova:</i>	tuhost, ložisko, experiment, simulace
<i>Anotace:</i>	Bakalářská práce se zabývá problematikou statické axiální tuhosti kuličkového ložiska s kosoúhlým stykem. Na základě Hertzovy teorie o styku těles je sestaven matematický model statické axiální tuhosti a deformační charakteristiky tohoto ložiska. Dále je navržen jednoduchý experiment pro měření statické axiální tuhosti dvou vybraných ložisek, jehož výsledky jsou vyhodnoceny a porovnány s výstupem z modelu a s katalogovými údaji výrobce ložisek.

Annotation

<i>Author:</i>	Matěj Dudík
<i>Title of bachelor dissertation:</i>	Axial Static Stiffness of Angular Contact Ball Bearings: Experimental Verifications
<i>Extent:</i>	51 stran
<i>Academic year:</i>	2017/2018
<i>Univerzity:</i>	CTU – Faculty of Mechanical Engineering
<i>Department:</i>	Ú12135 – Department of Production Machines and Equipment
<i>Supervisor:</i>	Ing. Josef Kekula, Ph.D.
<i>Consultant:</i>	Ing. David Burian, Ph.D.
<i>Submitter of the Theme:</i>	ČVUT FS, Ú12135
<i>Application:</i>	Verification of static axial stiffness of selected angular contact ball bearings. Mathematical model of static axial stiffness.
<i>Keywords:</i>	stiffness, bearing, experiment, simulation
<i>Annotation:</i>	<p>Bachelor thesis deals with static axial stiffness of angular contact ball bearing. Based on Hertz's theory of contact stresses, a mathematical model of static axial stiffness and deformation characteristics of this bearing is constructed.</p> <p>In addition, a simple experiment is designed to measure the static axial stiffness of two selected bearings, the results of which are evaluated and compared with the output of the model and catalog data of the bearing manufacturer.</p>

Seznam použitých veličin a jednotek

a	[mm]	hlavní poloosa kontaktní elipsy
b	[mm]	vedlejší poloosa kontaktní elipsy
B	[mm]	šířka ložiska
D	[mm]	průměr valivého elementu
D_L	[mm]	vnější průměr ložiska
d_m	[mm]	střední valivý průměr
f	[-]	koeficient přimknutí
g	[m·s ⁻²]	tíhové zrychlení
E	[mm]	elastický modul pružnosti
F	[N]	zatížení
$F(\kappa)$		eliptický integrál prvního druhu
$F(\rho)$	[-]	rozdíl křivostí
K	[-]	deformační konstanta
k	[N·mm ⁻¹]	tuhost
K_n	[N·mm ^{-3/2}]	tuhost kontaktů
m	[kg]	hmotnost
n	[-]	exponent
Q	[N]	normálové zatížení
r	[mm]	poloměr křivosti
$S(\kappa)$		eliptický integrál druhého druhu
u_A	[-]	standardní nejistota typu A
u_B	[-]	standardní nejistota typu B

u_F	[-]	standardní kombinovaná nejistota veličiny F
u_k	[-]	standardní kombinovaná nejistota veličiny k
u_δ	[-]	standardní kombinovaná nejistota veličiny δ
Z	[-]	počet valivých elementů
α	[°]	stykový úhel
γ	[-]	$D \cdot (\cos \alpha) / d_m$
δ	[mm]	deformace
δ^*	[-]	bezrozměrná deformace
κ	[-]	a/b
ν	[-]	Poissonovo číslo
ρ	[mm ⁻¹]	křivost
$\sum \rho$	[mm ⁻¹]	suma křivostí
ΔF	[-]	maximální chyba siloměru
$\Delta \delta$	[-]	maximální chyba úchylkoměru

Obsah

1	Úvod	11
2	Definice pojmů	12
2.1	Tuhost	12
2.2	Styk zakřivených těles	13
3	Kuličkové ložisko s kosoúhlým stykem.....	16
3.1	Stykový úhel	16
3.2	Vnitřní geometrie ložiska s kosoúhlým stykem.....	17
3.3	Deformace ve styku	20
3.4	Axiální tuhost kuličkového ložiska s kosoúhlým stykem	23
4	Vlastní analytický model	25
4.1	Princip funkce	26
4.2	Postup výpočtu	26
4.3	Výstupy z matematického modelu	28
5	Návrh experimentu	31
5.1	Princip měření	31
5.2	Návrh č. 1	31
5.3	Návrh č. 2	32
5.4	Návrh č. 3	33
6	Měření	35
6.1	Realizace experimentu	35
6.2	Postup měření a fotodokumentace	37
6.3	Zpracování dat.....	39
6.4	Nejistoty měření.....	44
6.5	Diskuze výsledků	45
7	Závěr	47
8	Seznamy.....	48
8.1	Seznam použité literatury	48

8.2	Seznam obrázků.....	49
8.3	Seznam grafů	50
8.4	Seznam tabulek.....	50
8.5	Seznam použitého softwaru.....	50
8.6	Seznam příloh	51
8.6.1	Textové přílohy.....	51
8.6.2	Výkresová dokumentace	51
8.6.3	Elektronické přílohy.....	51

1 Úvod

Valivá ložiska jsou nedílnou součástí strojírenských aplikací, kde dochází k rotačnímu pohybu jednotlivých komponent. Skládají se zpravidla ze dvou kroužků, mezi nimiž se odvalují tělíska různých tvarů, která přenáší síly z otáčející se hřídele do nepohyblivého rámu. V dnešní době najdeme na trhu široké spektrum typů ložisek, které se od sebe liší svými vlastnostmi a použitím.

Tato bakalářská práce se zaměřuje na kuličková ložiska s kosoúhlým stykem. Mají vůči sobě přesazený vnitřní a vnější kroužek, a proto mohou přenášet současně radiální a axiální zatížení. V nejpřesnějším provedení je nalezneme v uložení vřeten obráběcích strojů (OS), protože právě zde je požadována vysoká tuhost, vysoké otáčky a zároveň přesnost chodu. Tuhost je jeden ze základních požadavků na vřetena, neboť vřeteno je jedna z nejdůležitějších komponent OS, jehož vlastnosti se přímo promítají do výsledné přesnosti obrobku a jeho jakosti povrchu. Tuhost vřetena určuje také jeho dynamické vlastnosti, které jsou důležitým parametrem hodnocení kvality OS.

Při vývoji nebo optimalizaci strojních součástí je v dnešní době často užíváno simulačních nástrojů, které nám umožňují predikovat charakteristiky jednotlivých komponent. To značně snižuje finanční náklady ve smyslu nutné doby pro návrh součástí a případných pozdějších úprav již realizované konstrukce. Vřetena OS představují komplexní celky, ve kterých se jejich uložení zásadním způsobem podílí na výsledném chování. Simulační modely vřeten jsou často nezbytné při jejich návrhu, zejména u vřeten, která dosahují vysokých otáček. Simulační model vřetene komplexně postihuje teplotně-mechanické chování celé struktury (hřídel-ložiska-tubus). Pro realizaci těchto simulací je však nutno disponovat modely, které by měly být ověřeny experimentální cestou.

Cílem této bakalářské práce je sestavit matematický model statické axiální tuhosti ložiska s kosoúhlým stykem. Dále navrhnout konfiguraci jednoduchého experimentu pro měření statické axiální tuhosti vybraných ložisek a porovnat naměřená data s výstupy modelu a katalogových údajů výrobce ložisek. Ověřený model statické tuhosti bude následně možné použít pro výpočet tuhostí ložisek v jiných zátěžných stavech než těch, které udává katalog výrobce.

2 Definice pojmů

Tato kapitola se zabývá definicemi základních pojmů, které jsou pro danou problematiku nezbytné.

2.1 Tuhost

Kritériem pro volbu rozměru a tvaru většiny strojních součástí je jejich největší dovolená deformace. Měřítkem odolnosti proti deformacím je veličina tuhost.

Tuhost je definována jako poměr mezi zatížením a pružnou deformací v místě zatížení.

$$k = \frac{F}{\delta} \quad (2.1)$$

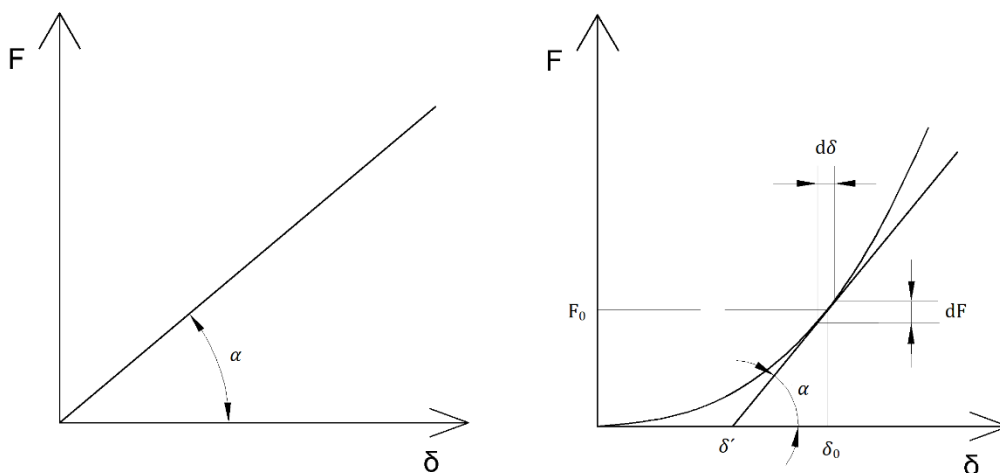
kde F je zatěžující síla a δ je pružná deformace. [1]

Z hlediska způsobu zatížení lze rozlišit dva druhy tuhostí. Jedná-li se o zatížení stálé velikosti, mluvíme o **tuhosti statické**. Jestliže se zatížení periodicky mění, jedná se o tzv. **dynamickou tuhost**. Tuhost se pak vypočte jako poměr amplitud zatížení a deformace.

Podle toho, zda se jedná o tuhost jedné strojní součásti, nebo o tuhost nějaké sestavy dílů, rozeznáváme **tuhost dílčí** (např. tuhost ložisek bez vlivu deformace vřetena) a **tuhost celkovou**. [1]

Dílčí tuhost součástí, pro které platí až do meze úměrnosti Hookův zákon, se při změně zatížení nemění. Závislost mezi zatížením a deformací tzv. **deformační charakteristika** je pak dána přímkou, vycházející z počátku souřadného systému a tuhost se zde vyjádří tangencí úhlu sklonu k ose deformace (Obr. 2.1).

Pro celkovou tuhost spolu se stýkajících součástí a pro některé případy dílčí tuhosti (zejména pro stykové deformace) tato závislost neplatí a tuhost se mění se změnou velikosti zatížení. Deformační charakteristika je nelineární (Obr. 2.1). [1] S touto nelineární závislostí se setkáváme právě u ložisek s kosoúhlým stykem, protože s rostoucí zatěžující silou roste velikost eliptické kontaktní plochy mezi kuličkou a kroužky (bude rozvedeno dále).



Obr. 2.1 Lineární a nelineární deformační charakteristika [1]

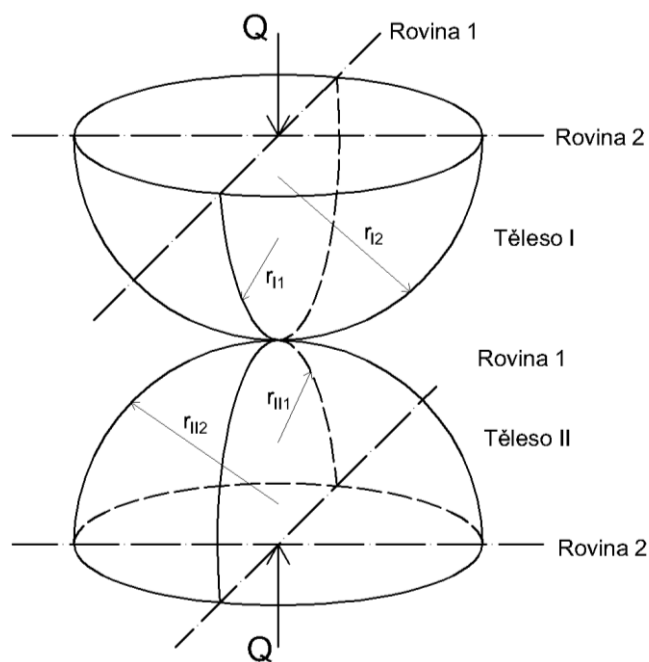
Tuhost v obecném bodě lze vypočíst dle následujícího vztahu:

$$k = \frac{dF}{d\delta} = \frac{F_0}{\delta_0 - \delta_0'} = \operatorname{tg} \alpha \tag{2.2}$$

kde α je úhel sklonu tečny k deformační charakteristice ve vyšetřovaném místě. [1]

2.2 Styk zakřivených těles

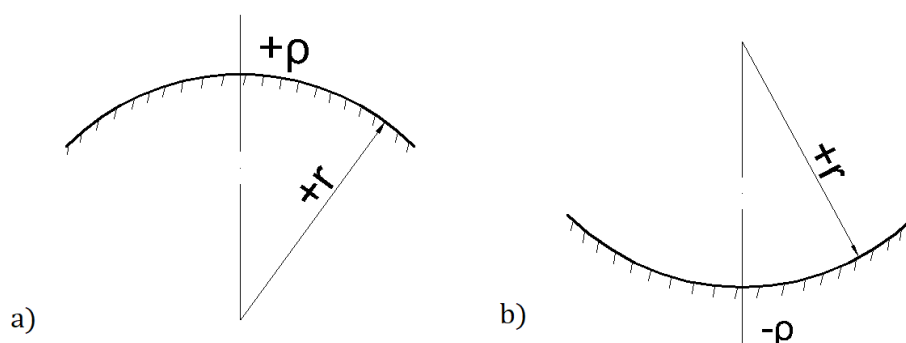
U zakřivených těles rozeznáváme tři druhy styku: bodový, přímkový (čárový styk) a plošný styk. Kuličkové ložisko s kosoúhlým stykem představuje problém bodového styku, neboť v nezátíženém stavu se kulička s oběžnou drahou dotýká právě v jednom bodě. Tento případ styku dvou kulových těles popsal již v roce 1882 Heinrich Hertz. Odvodil základní nelineární vztah mezi normálovou silou Q a pružnou deformací ve směru stykové normály δ_n .



Obr. 2.2 Styk dvou kulových těles [8]

V důsledku zatížení způsobí normálová síla Q ve stykovém bodě vznik stykové plochy, jejíž tvar závisí na křivosti povrchu obou těles v místě styku, obě tělesa se současně přibližují v důsledku pružné deformace δ_n . Při kontaktu dvou koulí mají stykové plochy kruhový tvar, ale jestliže se poloměry zakřivení ve dvou navzájem kolmých směrech každého tělesa během přibližování mění, jsou stykové plochy mezi nimi eliptické.

V každém tělese se proto definují dvě hlavní křivosti, které ve dvojici navzájem kolmých rovin nabývají různých hodnot. **Křivost** ρ je převrácená hodnota příslušného poloměru křivosti r . [7]



Obr. 2.3 Křivost a) konvexní b) konkávní [7]

$$\rho = \frac{1}{r} \quad (2.3)$$

Zatímco poloměr křivosti je vždy kladná hodnota, křivost nabývá hodnoty kladné nebo záporné. Pokud střed zakřivení leží uvnitř tělesa, mluvíme o konvexní křivosti a křivost ρ počítáme kladně, leží-li mimo jedná se o konkávní křivost se záporným znaménkem (Obr. 2.3). [7]

Pro výpočet deformací a maximálního kontaktu tlaku lze použít přístup z [8], kde jsou definovány následující pojmy:

a) **suma křivostí** – součet hlavních křivostí obou těles

$$\sum \rho = \frac{1}{r_{I1}} + \frac{1}{r_{I2}} + \frac{1}{r_{II1}} + \frac{1}{r_{II2}} = \rho_{I1} + \rho_{I2} + \rho_{II1} + \rho_{II2} \quad (2.4)$$

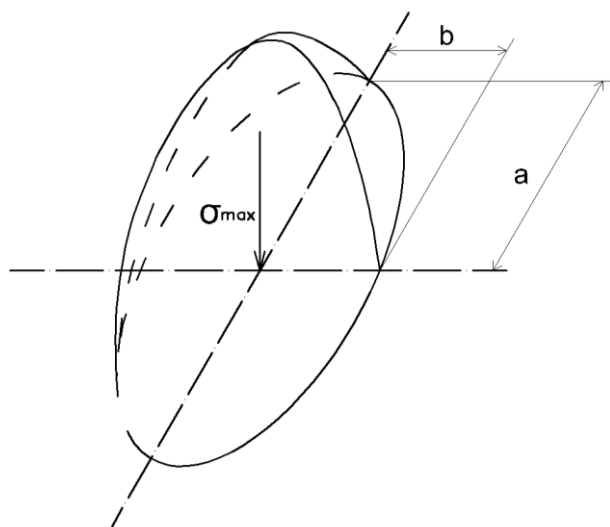
b) **rozdíl křivostí**

$$F(\rho) = \frac{(\rho_{I1} - \rho_{I2}) + (\rho_{II1} - \rho_{II2})}{\sum \rho} \quad (2.5)$$

Pomocí těchto veličin lze podle [8] vypočítat přibližně středů dvou kontaktních těles (viz kap. 3.3). Zároveň z nich lze vypočítat velikost hlavní a vedlejší poloosy kontaktní elipsy a určit tak hodnotu největšího tlakového napětí, které je uprostřed stykové plochy. Hodnotu maximálního napětí lze přibližně určit z rovnice

$$\sigma_{max} = 1,5 \frac{Q}{\pi ab} \quad (2.6)$$

kde Q je normálové zatížení mezi oběma tělesy, a a b jsou poloosy kontaktní elipsy. Jednotlivé vztahy můžeme nalézt např. v publikaci [7].



Obr. 2.4 Rozložení napětí [9]

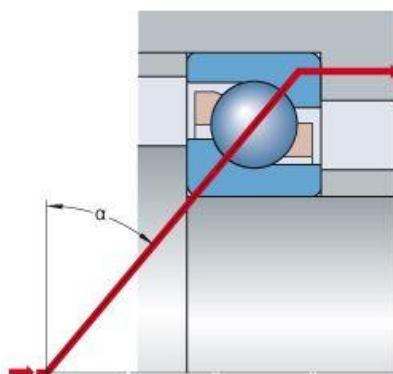
3 Kuličkové ložisko s kosoúhlým stykem

Hlavní funkcí ložisek je přenos externě působících kombinovaných zatížení do rámu konstrukce. U kuličkových ložisek je přenos síly realizován bodovým stykem. V důsledku působení této síly vzniká eliptická styková plocha mezi kuličkou a oběžnou drahou (lokální kontaktní tlak) ve vnitřním i vnějším kontaktu. Deformaci v kontaktech dle Hookova zákona provází napětí, které je největší v místě prvního kontaktu kuličky s oběžnou drahou. Rozložení napětí je tedy funkcí vnitřní geometrie ložiska a elastické deformace kontaktů.

Analýza zatížení a deformace má zásadní význam pro konstrukci kuličkových ložisek. Pomáhá určit velikost kontaktních napětí v oběžných drahách, statické zatížení a únavovou životnost ložisek. Existují analytické modely, které se na základě Hertzovy teorie touto problematikou zabývají.

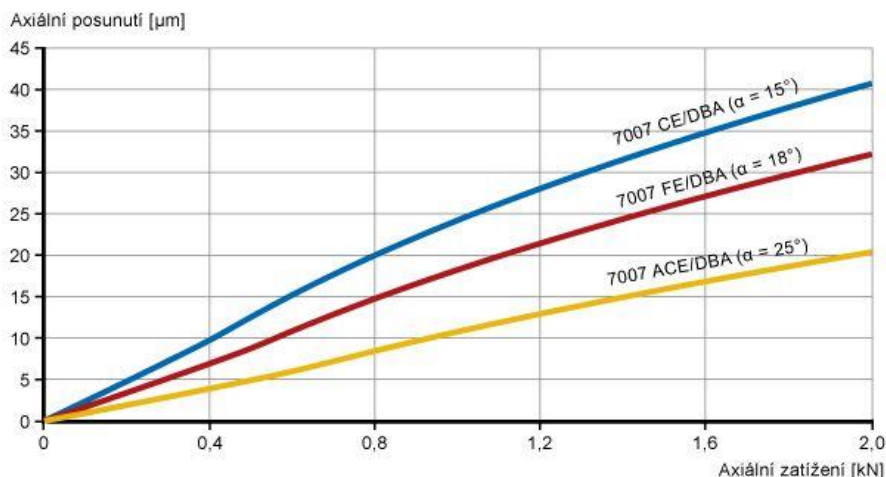
3.1 Stykový úhel

Spojnice kontaktních bodů valivého tělesa s valivými drahami svírá s kolmicí na osu ostrý úhel – tzv. **stykový úhel**.



Obr. 3.1 Stykový úhel [4]

Ložiska s kosoúhlým stykem se vyrábí se stykovým úhlem v řadě: 15°, 18°, 20°, 25°, 30°, 40°. Se stoupajícím stykovým úhlem roste axiální únosnost, zatímco radiální únosnost se pozvolna snižuje. Ložiska s malým stykovým úhlem jsou vhodná např. pro rychloběžná brousící vřetena, zatímco ložiska s většími stykovými úhly (25°, 30°, 40°) se používají pro zachycení větších axiálních sil – např. hrubovací vřetena. [7] V grafu níže je porovnání křivek tuhostí ložisek stejné řady s různými stykovými úhly dostupné z webu výrobce ložisek SKF.



Obr. 3.2 Vliv velikosti stykového úhlu na tuhost ložiska [5]

3.2 Vnitřní geometrie ložiska s kosoúhlým stykem

Zatímco stykový úhel výrobci uvádí ve svých katalozích, ostatní parametry, jako např. vnitřní poloměry oběžných drah ložiskových kroužků, zůstávají výrobním tajemstvím. Jsou však klíčové k určení tuhosti kontaktů mezi kuličkou a oběžnými drahami.

Obecně musí být poloměry vnitřní i vnější oběžné dráhy větší, než je poloměr kuličky. Proto zavádíme tzv. **koeficient přimknutí**, který je dán poměrem mezi poloměrem oběžné dráhy r a průměrem valivého elementu D :

$$f = \frac{r}{D} \tag{3.1}$$

Ložiska, jež jsou určena pro snášení velkých zatížení, mají koeficient přimknutí co nejbližší hodnotě $f=0,5$. Z hlediska valení však tato hodnota není výhodná, neboť vzniká velké valivé tření. U vysokootáčkových ložisek se tedy koeficient přimknutí volí větší – klesá únosnost. V praxi jsou proto tyto hodnoty voleny v určitém kompromisu. Publikace [9] uvádí rozmezí obvyklých hodnot vnitřních R_{yi} a vnějších R_{ye} poloměrů oběžných drah, pomocí nichž jsou určeny hlavní křivosti definované v kap. 2.2.

$$0,51D < R_{yi} < 0,5175D \text{ a } 0,52D < R_{ye} < 0,525D \text{ [9]}$$

Ve vnitřním kontaktu se zpravidla volí těsnější přimknutí, zvláště u kuličkových ložisek určených pro rychloběžná vřetena, z důvodu velkých odstředivých sil. Při rotaci působí na valivý element odstředivá síla, která přitěžuje vnější kontakt a odlehčuje kontakt vnitřní. Volbou většího koeficientu přimknutí ve vnějším kontaktu je tedy kompenzován celkový odpor ložiska při vysokých rychlostech.

U ložiska s kosoúhlým stykem se hlavní křivosti určují zvlášť pro vnitřní a vnější kontakt:

a) Vnitřní kontakt:

Křivost vnitřního kroužku v 1. hlavní rovině (Obr. 3.3), tj. v rovině nákresny, je záporná:

$$\rho_{II1i} = -1/R_{yi} \quad (3.2)$$

V 2. hlavní rovině křivosti (rovina kolmá k nákresně obsahující stykovou normálu) je křivost vnitřního kroužku kladná:

$$\rho_{II2i} = 1/R_{xi} \quad (3.3)$$

Křivosti kuličky v obou rovinách jsou stejné, neboť se jedná o kulové těleso.

$$\rho_{I1i} = \rho_{I2i} = 2/D \quad (3.4)$$

b) Vnější kontakt:

Křivosti kuličky jsou opět v obou rovinách stejné:

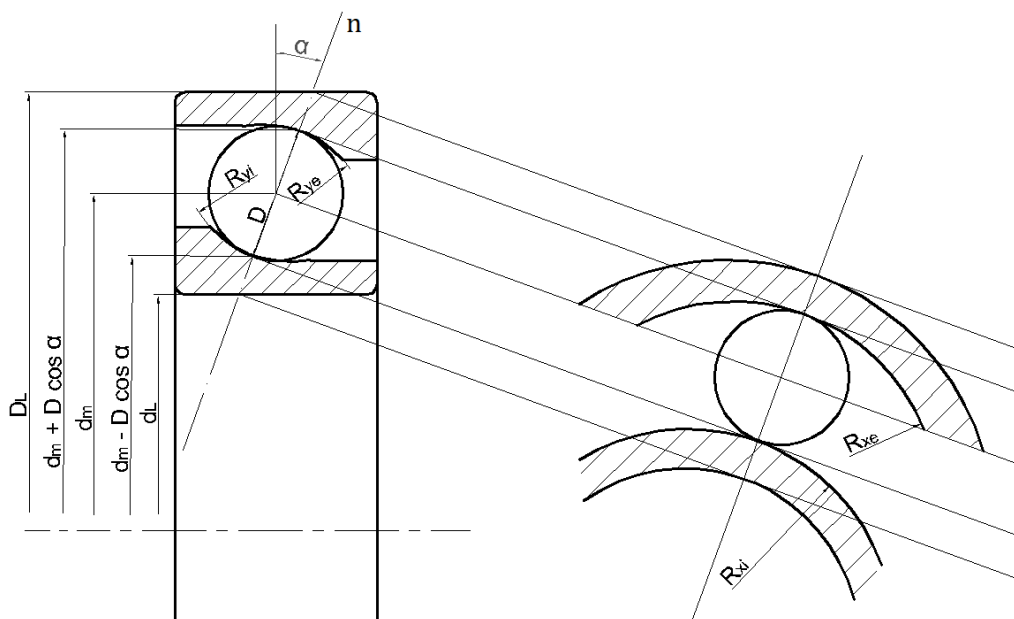
$$\rho_{I1e} = \rho_{I2e} = 2/D \quad (3.5)$$

U vnějšího kroužku jsou křivosti záporné v obou rovinách:

$$\rho_{II1e} = -1/R_{ye} \quad (3.6)$$

$$\rho_{II2e} = -1/R_{xe} \quad (3.7)$$

[9]



Obr. 3.3 Ložisko s kosoúhlým stykem - 1. a 2. hlavní rovina křivosti

Pro přehlednost jsou v Tab. 3.1 jednotlivé poloměry křivosti shrnuty následovně:

	Vnitřní kroužek	Vnější kroužek
R_x	$R_{xi} = \frac{d_i}{2 \cos \alpha} = \frac{1}{2} \left(\frac{d_m}{\cos \alpha} - D \right)$	$R_{xe} = \frac{d_e}{2 \cos \alpha} = \frac{1}{2} \left(\frac{d_m}{\cos \alpha} + D \right)$
R_y	$R_{yi} = f_i D$	$R_{ye} = f_e D$

Tab. 3.1 Poloměry křivosti ve dvou navzájem kolmých rovinách. [9]

kde $f_{i,e}$ jsou koeficienty přimknutí: $f_e=R_{ye}/ D$, $f_i=R_{yi}/ D$ a d_m je střední valivý průměr vypočítaný jako:

$$d_m = \frac{D_L + d_L}{2} \tag{3.8}$$

kde D_L je vnější průměr vnějšího kroužku a d_L vnitřní průměr vnitřního kroužku ložiska. [7]

V kap 2.2 již bylo naznačeno, že pomocí křivostí ploch lze vypočíst velikost deformace obou kontaktů, přičemž je nutno sečíst všechny čtyři křivosti u každého z kontaktů.

Níže je uveden výpočet sumy a rozdílu hlavních křivosti kuličky a **vnitřní oběžné dráhy**:

$$\sum \rho_i = \frac{2}{D} + \frac{2}{D} + \frac{2}{D} \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \right) - \frac{1}{f_i D} \tag{3.9}$$

kde $\gamma = D \cos \alpha / d_m$.

$$F(\rho_i) = \frac{(\rho_{I1i} - \rho_{I2i}) + (\rho_{II1i} - \rho_{II2i})}{\sum \rho_i} = \frac{\left(\frac{2}{D} - \frac{2}{D} \right) + \left(\frac{2}{D} \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \right) - \left(-\frac{1}{f_i D} \right) \right)}{\sum \rho_i} \tag{3.10}$$

Sumu hlavních křivosti kuličky s **vnější oběžnou drahou** bychom vypočetli následovně:

$$\sum \rho_e = \frac{2}{D} + \frac{2}{D} - \frac{2}{D} \left(\frac{\gamma}{1+\gamma} \right) - \frac{1}{f_e D} \tag{3.11}$$

Rozdíl hlavních křivosti ve vnějším kontaktu je:

$$F(\rho_i) = \frac{(\rho_{I1i} - \rho_{I2i}) + (\rho_{II1i} - \rho_{II2i})}{\sum \rho_i} = \frac{\left(\frac{2}{D} - \frac{2}{D} \right) + \left(-\frac{2}{D} \left(\frac{\gamma}{1+\gamma} \right) - \left(-\frac{1}{f_i D} \right) \right)}{\sum \rho_i} \tag{3.12}$$

3.3 Deformace ve styku

Deformaci δ_e mezi kuličkou a vnější oběžnou drahou je možné dle Hertzovy teorie vyjádřit vztahem:

$$\delta_e = \frac{F_e(\kappa_e)}{[2S_e(\kappa_e)\rho_e]^{1/3}} \left(\frac{3Q}{\pi\kappa_e E} \right)^{2/3} \quad (3.13)$$

kde $F_e(\kappa_e)$ je eliptický integrál prvního druhu, $S_e(\kappa_e)$ eliptický integrál druhého druhu a ρ_e je součet hlavních křivostí (viz kap 3.2). κ je definováno jako a/b (podíl poloos kontaktních elips). Q je normálová síla a E je redukovaný modul pružnosti těles, vypočtený podle:

$$E = \frac{2}{\frac{1-v_I^2}{E_I} + \frac{1-v_{II}^2}{E_{II}}} \quad (3.14)$$

kde $E_{I,II}$ a $v_{I,II}$ jsou materiálové vlastnosti těles (elastický modul pružnosti pro ocel-ocel $E_I=E_{II}=210\text{GPa}$, Poissonovo číslo $v_I=v_{II}=0,3$). [3]

Zmíněné eliptické integrály mají tvar

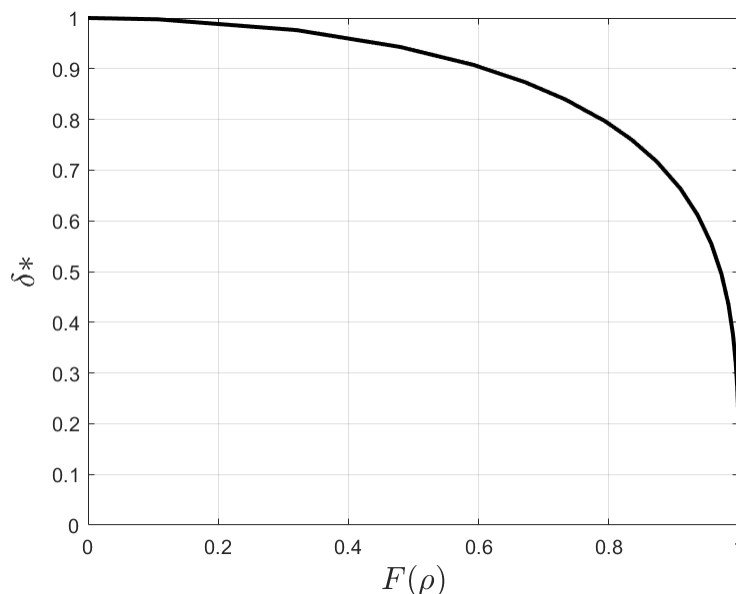
$$F(\kappa) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(1 - \frac{1}{\kappa^2}\right) \sin^2 \psi}} d\psi \quad (3.15)$$

$$S(\kappa) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \left(1 - \frac{1}{\kappa^2}\right) \sin^2 \psi} d\psi \quad (3.16)$$

není možné řešit analyticky. [3] Existuje však jejich numerické řešení, díky kterému je možné přiblížení (deformace) středů dvou zakřivených těles v kontaktu vypočíst dle vztahu [8]:

$$\delta_i = \delta_i^* \left\{ \frac{3Q}{2\sum \rho_i} \left[\frac{1-v_I^2}{E_I} + \frac{1-v_{II}^2}{E_{II}} \right] \right\}^{2/3} \frac{\sum \rho_i}{2} \quad (3.17)$$

kde $E_{I,II}$ a $v_{I,II}$ jsou materiálové vlastnosti těles (elastický modul pružnosti pro ocel-ocel $E_I=E_{II}=210\text{GPa}$, Poissonovo číslo $v_I=v_{II}=0,3$). Z numerického řešení daných eliptických integrálů je podle [8] definována bezrozměrná deformace δ^* , která je závislá na funkci rozdílu křivostí F_ρ . (Graf 3.1) [8]



Graf 3.1 Závislost bezrozměrné deformace δ^* na $F(\rho)$ [8]

Využitím Hertzova vztahu (3.13) lze odvodit celkovou konstantu tuhosti ložiska s kosoúhlým stykem. Vyjádříme-li totiž z této rovnice normálovou sílu Q , která působí současně ve vnitřním i vnějším kontaktu, dostáváme:

$$Q = \sqrt{\frac{2S_e(\kappa_e)\rho_e\pi}{(F_e(\kappa_e))^3} \frac{\pi}{3} \kappa_e E} \delta_e^{3/2} = \sqrt{\frac{2S_i(\kappa_i)\rho_i\pi}{(F_i(\kappa_i))^3} \frac{\pi}{3} \kappa_i E} \delta_i^{3/2} \quad (3.18)$$

kde indexy i odpovídají vnitřnímu kontaktu, indexy e pak kontaktu vnějšímu.

Označíme-li výraz $\sqrt{\frac{2S_e(\kappa_e)\rho_e\pi}{(F_e(\kappa_e))^3} \frac{\pi}{3} \kappa_e E} = K_e$ a $\sqrt{\frac{2S_i(\kappa_i)\rho_i\pi}{(F_i(\kappa_i))^3} \frac{\pi}{3} \kappa_i E} = K_i$ můžeme psát, že:

$$Q = K_e \delta_e^{3/2} = K_i \delta_i^{3/2} \quad (3.19)$$

kde K_e je tuhost kontaktu kuličky a vnější oběžné dráhy, K_i pak tuhost vnitřního kontaktu. Pro výpočet celkové poddajnosti ložiska je nutné zvlášť vyjádřit deformace δ_e a δ_i sečíst (viz Obr. 3.4). [3]

$$\delta_n = \left(\frac{Q}{K_e}\right)^{2/3} + \left(\frac{Q}{K_i}\right)^{2/3} = Q^{2/3} \left(\frac{1}{K_e^{2/3}} + \frac{1}{K_i^{2/3}}\right) \quad (3.20)$$

Hertzův vztah mezi silou Q a celkovou pružnou deformací δ_n obou kontaktů ve směru normály pomocí celkové tuhosti K_n zní:

$$Q = K_n \delta_n^{3/2} \quad (3.21)$$

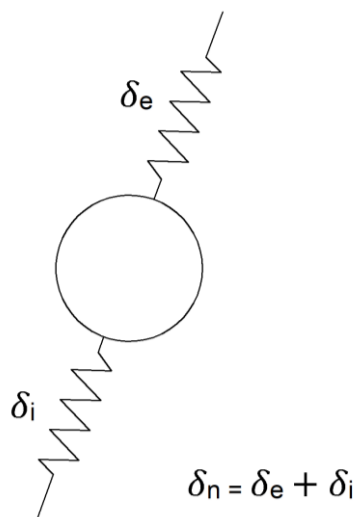
Vyjádřením δ_n ze vztahu (3.21) a porovnáním s (3.20) dostáváme výraz:

$$\delta_n = \left(\frac{Q}{K_n} \right)^{2/3} = Q^{2/3} \left(\frac{1}{K_e^{2/3}} + \frac{1}{K_i^{2/3}} \right) \quad (3.22)$$

Z čehož vyplývá konstanta celkové stykové tuhosti mezi kuličkou a oběžnými drahami K_n :

$$K_n = \left(\frac{1}{K_e^{2/3}} + \frac{1}{K_i^{2/3}} \right)^{-3/2} \quad (3.23)$$

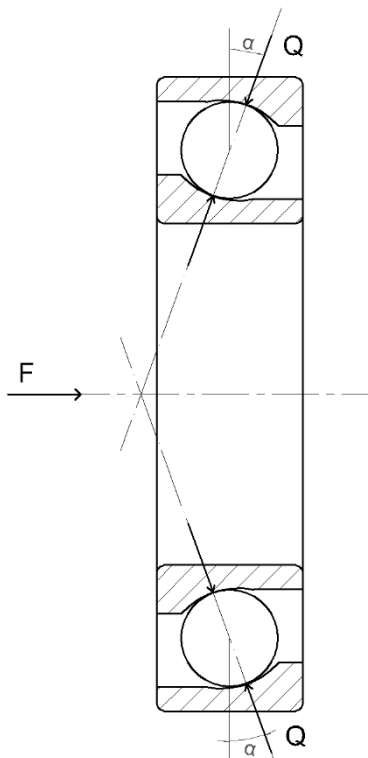
Důležitá je skutečnost, že styková konstanta tuhosti obou kontaktů nezávisí na normálové síle Q (tzn. ani osově síle F), ale pouze na vnitřní geometrii ložiska a materiálových vlastnostech těles v kontaktu. [3]



Obr. 3.4 Deformace v kontaktech

3.4 Axiální tuhost kuličkového ložiska s kosoúhlým stykem

Axiální tuhost ložisek s kosoúhlým stykem je dána poměrem působícího zatížení v axiálním směru a elastické deformace vnitřního a vnějšího kontaktu. V této kapitole budou předchozí odvozené vztahy aplikovány na ložisko zatížené axiální silou F . [3]



Obr. 3.5 Axiální zatížení ložiska s kosoúhlým stykem

Axiální síla F působící na ložisko se rozloží na valivá tělesa a v místě kontaktu kuličky s valivými drahami vznikne normálová síla Q , jejíž velikost je:

$$Q = \frac{F}{Z \sin \alpha} \quad (3.24)$$

kde α je stykový úhel a Z je počet nosných valivých elementů. Ve výpočtech předpokládáme, že se axiální síla F rozloží rovnoměrně na **všechna** valivá tělesa, proto je Z celkový počet kuliček v ložisku. [3]

Vyjádříme-li ze vzorce (3.24) osovou sílu F a za normálovou sílu Q dosadíme výraz (3.21), dostáváme:

$$F = ZK_n \sin \alpha \delta_n^{3/2} \quad (3.25)$$

Pro výsledný vztah je třeba přepočítat velikost normálové deformace δ_n do osového směru. Pokud je stykový úhel α , i po zatížení osovou silou F , konstantní, lze psát:

$$\delta_n = \delta \sin \alpha \quad (3.26)$$

Po dosazení za normálovou deformaci do rovnice (3.25) získáme závislost osové síly na osové deformaci, která zní:

$$F = Z K_n (\sin \alpha)^{5/2} \delta^{3/2} \quad (3.27)$$

Popř. vyjádříme inverzní funkci:

$$\delta = \left(\frac{F}{Z K_n (\sin \alpha)^{5/2}} \right)^{2/3} \quad (3.28)$$

Statickou axiální tuhost jediného ložiska vypočteme dle vztahu (2.2) v kap 2.1. Derivováním (3.27) dostáváme:

$$k = \frac{dF}{d\delta} = \frac{3}{2} Z K_n (\sin \alpha)^{5/2} \delta^{1/2} \quad (3.29)$$

Dosazením za δ z (3.28) dostaneme vztah pro velikost statické axiální tuhosti v závislosti na osové síle F .

$$k = \frac{3}{2} (Z K_n)^{2/3} (\sin \alpha)^{5/3} F^{1/3} \quad (3.30)$$

[3]

Vidíme, že tuhost závisí na počtu valivých elementů (předpokládali jsme rovnoměrné zatížení všech kuliček), na konstantě stykové tuhosti vnitřních kontaktů a stykovém úhlu α . Celková statická axiální tuhost *ideálního* kuličkového ložiska s kosoúhlým stykem roste s druhou odmocninou deformace a s třetí odmocninou síly.

Díky rovnicím (3.27) až (3.30) lze přibližně vypočítat velikost axiálního posunutí nebo statickou axiální tuhost kuličkového ložiska s kosoúhlým stykem, známe-li hodnotu stykového úhlu, počet valivých elementů a hodnotu konstanty tuhosti v obou kontaktech, o které již nyní víme, že závisí pouze na vnitřní geometrii ložiska a zmíněných materiálových vlastnostech těles v kontaktu.

4 Vlastní analytický model

V této kapitole bude proveden výpočet pomocí již odvozených vztahů, jehož cílem je znázornit přibližnou deformační charakteristiku ložisek s kosoúhlým stykem, která bude později porovnána s experimentem.

Jedná se o přesná kuličková ložiska s kosoúhlým stykem, určená pro vřetena obráběcích strojů. Ložiska jsou stejné řady, ale s odlišným stykovým úhlem. Parametry ložisek od výrobce FAG s označením B7214-C-T-P4S a B7214-E-T-P4S nalezneme v následujících tabulkách:

B7214-C-T-P4S	d_L [mm]	D_L [mm]	B [mm]
$\alpha = 15^\circ$	70	125	24
Třída předpětí	L	M	H
Předepínací síla [N]	404	1301	2664
Statická axiální tuhost [$N/\mu m$]	83,8	143,2	207,6
Statická únosnost [kN]	58,5		
Maximální otáčky [min^{-1}]	18 000		

Tab. 4.1 Parametry ložiska FAG B7214-C-T-P4S. [6]

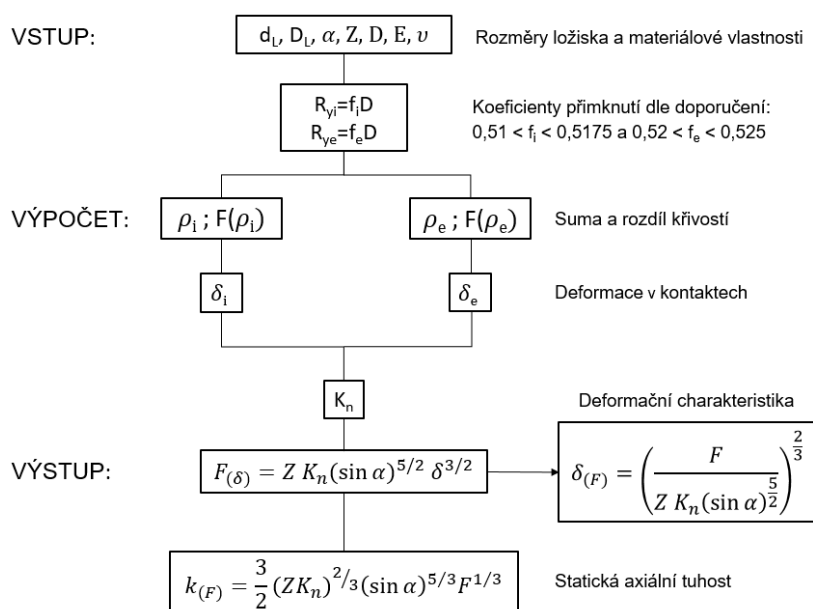
B7214-E-T-P4S	d_L [mm]	D_L [mm]	B [mm]
$\alpha = 25^\circ$	70	125	24
Třída předpětí	L	M	H
Předepínací síla [N]	600	2030	4233
Statická axiální tuhost [$N/\mu m$]	194,9	310,5	421
Statická únosnost [kN]	56		
Maximální otáčky [min^{-1}]	17 000		

Tab. 4.2 Parametry ložiska FAG B7214-E-T-P4S. [6]

Katalog výrobce uvádí hodnoty tuhosti pouze pro tři zátěžné stavy oproti matematickému modelu, jehož výstupem je velikost tuhosti v závislosti na síle v libovolném intervalu. Na druhou stranu je třeba zdůraznit, že model funguje na základě teorie o styku pevných těles, která vychází z předpokladů, že tělesa v kontaktu jsou homogenní, z dokonale elastického materiálu a jejich povrchy jsou zcela hladké, tzn. že vznikají pouze normálové síly. [7] Vytvořený matematický model dále předpokládá konstantní hodnotu stykového úhlu, který ve skutečnosti při vyšších silách nepatrně roste (pro stykový úhel 25° zhruba o $0,3^\circ$ až $0,5^\circ$). Pro zjednodušení výpočtu je tato malá změna stykového úhlu zanedbána. [3]

4.1 Princip funkce

Matematický model je vytvořen v prostředí programu Matlab. Jeho vstupními parametry jsou vnitřní a vnější průměr ložiska (d_L a D_L), stykový úhel α , počet a průměr valivých kuliček (Z a D) společně s jejich materiálovými vlastnostmi – modul pružnosti v tahu E a Poissonovo číslo ν . Pro model deformační charakteristiky ložiska je však klíčové určit hodnotu konstanty tuhosti K_n , která je funkcí vnitřní geometrie ložiska, zejména poloměrů zaoblení těles v kontaktu. Ty lze vypočítat přibližně z koeficientů přimknutí, které však výrobci většinou neuvádějí, proto je volíme dle doporučení podle [9]. Postup výpočtu je patrný z Obr. 4.1. Nejdříve vypočteme pomocné veličiny sumu a rozdíl křivosti zvlášť pro vnitřní a vnější kontakt. Z nich určíme velikosti deformací, jejichž součtem obdržíme celkovou deformaci, a následně vypočteme velikost konstanty tuhosti v obou kontaktech. Postup celého výpočtu je uveden v další kapitole.



Obr. 4.1 Schéma funkce modelu

4.2 Postup výpočtu

Pro sestavení modelu je nezbytné znát geometrii ložiska – zejména průměr kuličky $D=16,5\text{mm}$, jejich počet $Z=16$ a vnitřní poloměry zakřivení oběžných drah. Již dříve bylo řečeno, že tyto hodnoty výrobce neuvádí, proto musíme vyjít z určitého předpokladu. Koeficienty přimknutí volíme dle doporučení:

$$R_{yi} = 0,515D = 0,515 \cdot 16,5 = 8,498 \text{ mm} \tag{4.1}$$

$$R_{ye} = 0,525D = 0,525 \cdot 16,5 = 8,663 \text{ mm} \tag{4.2}$$

[10]

Střední valivý průměr vypočteme dle (3.8):

$$d_m = \frac{D_L + d_L}{2} = \frac{125 + 70}{2} = 97,5 \text{ mm} \quad (4.3)$$

$$\gamma = \frac{D \cos \alpha}{d_m} = \frac{16,5 \cdot \cos 15^\circ}{97,5} = 0,164 \quad (4.4)$$

Působí-li zatěžující síla v ose ložiska (např. $F=1000 \text{ N}$), normálová síla Q má velikost:

$$Q = \frac{F}{Z \sin \alpha} = \frac{1000}{16 \sin 15^\circ} = 241,48 \text{ N} \quad (4.5)$$

Vnitřní kontakt:

Suma křivostí:

$$\begin{aligned} \sum \rho_i &= \frac{2}{D} + \frac{2}{D} + \frac{2}{D} \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \right) - \frac{1}{f_i D} = \frac{4}{16,5} + \frac{2}{16,5} \cdot \left(\frac{0,164}{1-0,164} \right) - \frac{1}{0,515 \cdot 16,5} \\ &= 0,148 \text{ mm}^{-1} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Rozdíl křivostí:

$$\begin{aligned} F(\rho_i) &= \frac{\left(\frac{2}{D} \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \right) - \left(-\frac{1}{f_i D} \right) \right)}{\sum \rho_i} = \frac{\left(\frac{2}{16,5} \left(\frac{0,164}{1-0,164} \right) - \left(-\frac{1}{0,515 \cdot 16,5} \right) \right)}{0,148} \\ &= 0,952 \end{aligned} \quad (4.7)$$

Funkce z Graf 3.1 v *kap. 3.3* je v [8] dána pomocí tabulky, z níž interpolujeme hodnotu bezrozměrné deformace $\delta_i^* = 0,5684$, abychom následně vypočetli deformaci ve vnitřním kontaktu:

$$\begin{aligned} \delta_i &= \delta_i^* \left\{ \frac{3Q}{2 \sum \rho_i} \left[\frac{1-v_I^2}{E_I} + \frac{1-v_{II}^2}{E_{II}} \right] \right\}^{2/3} \frac{\sum \rho_i}{2} = \\ &= 0,5684 \cdot \left\{ \frac{3 \cdot 241,48}{2 \cdot 0,148} \left[2 \cdot \frac{1-0,3^2}{210\,000} \right]^{2/3} \frac{0,148}{2} \right\} = 32 \cdot 10^{-4} \text{ mm} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Analogickým postupem bychom dostali i velikost deformace mezi kuličkou a vnějším kroužkem. Vzhledem k rozsáhlosti výpočtu je uveden již výsledek: $\delta_e = 35 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$.

Sečtením obou deformací dostaneme celkovou pružnou deformaci ve směru normály na vnitřním i vnějším kroužku:

$$\delta_n = \delta_i + \delta_e = 32 \cdot 10^{-4} + 35 \cdot 10^{-4} = 67 \cdot 10^{-4} \text{ mm} \quad (4.9)$$

Konstantu tuhosti pak vypočteme ze vztahu (3.21):

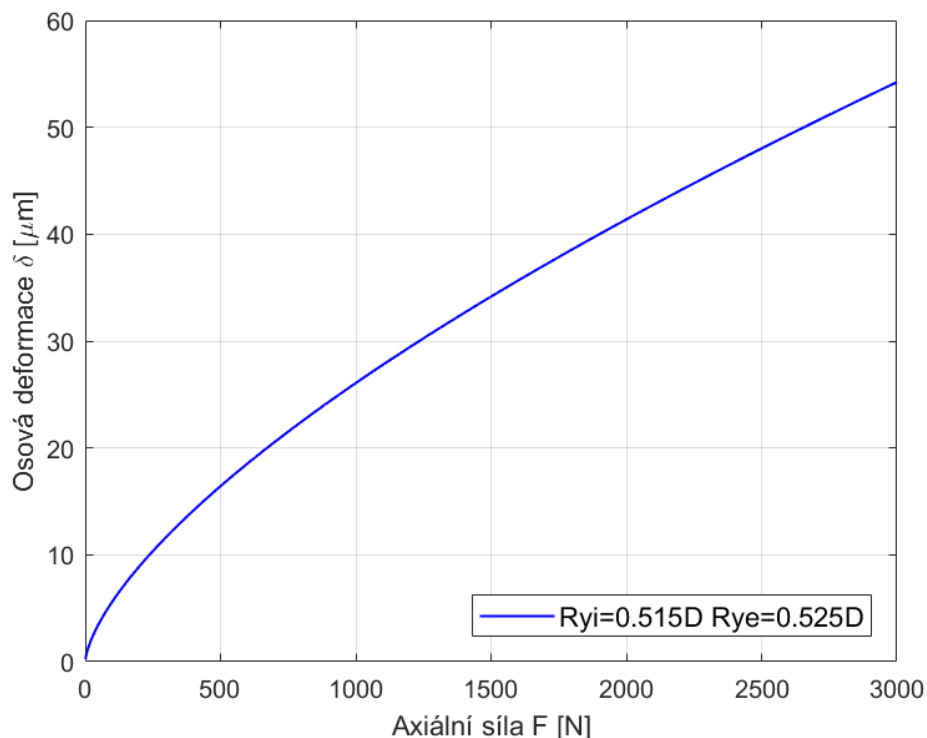
$$K_n = \frac{Q}{\delta_n^{3/2}} = \frac{241,48}{0,0067^{3/2}} = 435710 \frac{\text{N}}{\text{mm}^{3/2}} \quad (4.10)$$

Nyní již můžeme dosadit do rovnice (3.28) a vykreslit závislost mezi osovou deformací a zatěžující silou:

$$\delta = \left(\frac{F}{Z K_n (\sin \alpha)^{5/2}} \right)^{2/3} \quad (4.11)$$

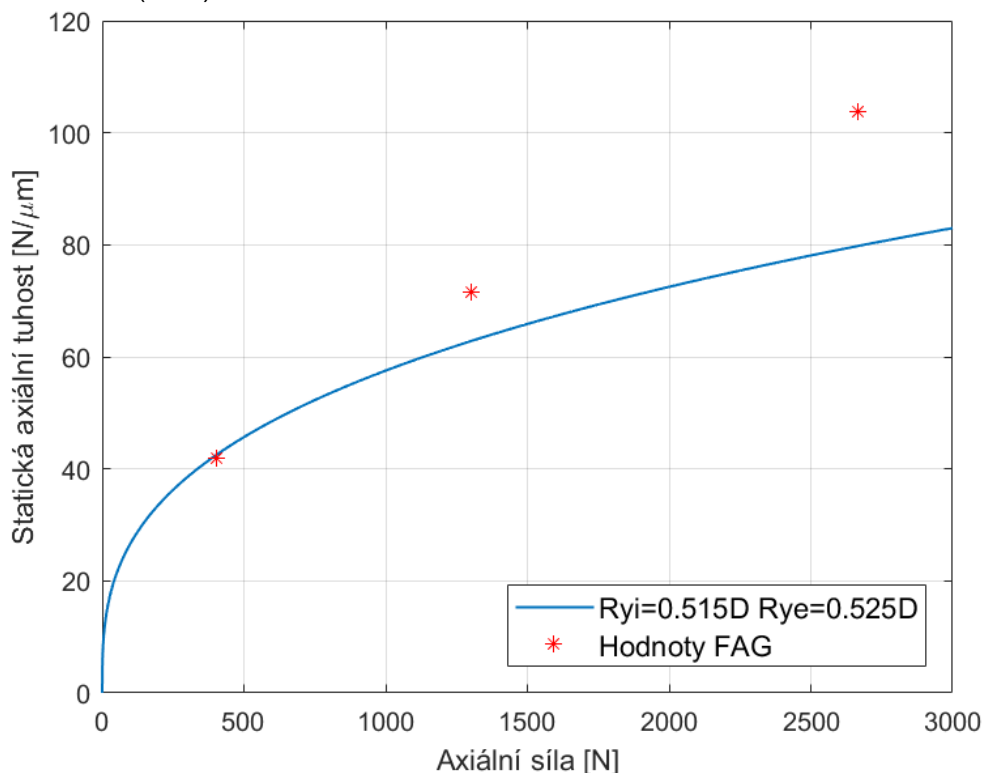
4.3 Výstupy z matematického modelu

Průběh deformační charakteristiky podle (4.11) je vykreslen na následujícím grafu. Vstupní parametry byly nastaveny pro ložisko FAG B7214-C-T-P4S. Koeficienty přimknutí vnitřního a vnějšího kontaktu jsou zvoleny dle doporučení z [9], a to $f_i=0,515$ a $f_e=0,525$.



Graf 4.1 Deformační charakteristika ložiska FAG B7214-C-T-P4S

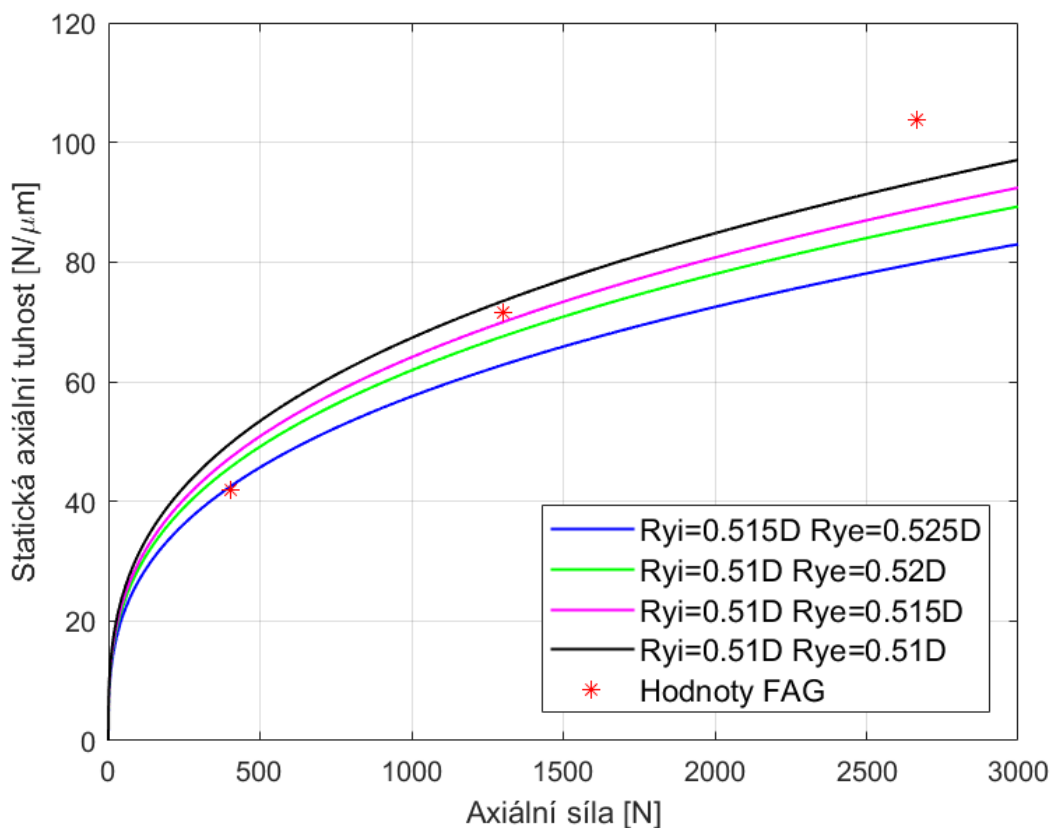
Závislost statické axiální tuhosti jednoho ložiska na velikosti axiální síly vykreslíme, použijeme-li vztah (3.30):



Graf 4.2 Porovnání výstupních hodnot axiální tuhosti z modelu s katalogovými hodnotami

Červenými křížky jsou vyneseny poloviční katalogové hodnoty statické axiální tuhosti při určité předepínací síle. Modrá křivka je výstupem z modelu za předpokladu koeficientů přimknutí, jež byly uvedeny výše. V katalogu výrobce FAG se nepodařilo dohledat informaci, jestli katalogová hodnota platí pro jedno ložisko nebo pro pár. Ložiska s kosoúhlým stykem jsou vždy montována ve dvojici, proto předpokládáme, že uvedená hodnota platí pro pár. Citováno z webu výrobce SKF: „Hodnoty axiální tuhosti jednosměrných ložisek jsou uvedeny v tabulkové části. Platí pro ložiskové sady v nenamontovaném stavu, skládající se ze dvou ložisek v uspořádání zády k sobě (do "O") nebo čely k sobě (do "X").“ [10] Pokud nás zajímá tuhost jednoho ložiska, vezmeme tedy poloviční hodnotu (viz Graf 4.2).

Než provedeme diskuzi výsledných hodnot statické axiální tuhosti z modelu v porovnání s katalogem výrobce, podívejme se ještě, jaký vliv na výsledek má volba koeficientu přimknutí. V grafu níže jsou vyneseny závislosti statické axiální tuhosti ložiska s kosoúhlým stykem na axiální síle při změně vstupních parametrů.



Graf 4.3 Závislost statické axiální tuhosti na axiální síle s různými koeficienty přimknutí

Při snižování koeficientu přimknutí směrem k mezní hodnotě 0,5 výrazně roste statická axiální tuhost, neboť klesá velikost deformace. Pro přehlednost je velikost změny (přírůstku) výsledné tuhosti uvedena v procentech vzhledem k poloviční katalogové hodnotě:

Tuhost [N/μm]	Koeficienty přimknutí			
	R _{yi} =0,515D	R _{yi} =0,51D	R _{yi} =0,51D	R _{yi} =0,51D
	R _{ye} =0,525D	R _{ye} =0,52D	R _{ye} =0,515D	R _{ye} =0,51D
41,9	1,5%	9,2%	13,0%	18,8%
71,6	12,3%	5,6%	2,3%	2,6%
103,8	23,0%	17,3%	14,4%	10,1%

Tab. 4.3 Vliv koeficientu přimknutí na tuhost

Z tabulky vyplývá, že volba koeficientu přimknutí pro sestavení modelu má na výslednou tuhost vliv. S jeho snižující se velikostí se vypočítaná tuhost z modelu dle předpokladu blíží největší hodnotě tuhosti z katalogu, avšak narůstá chyba vzhledem k nejnižší katalogové hodnotě. Vzrůstající odchylka při vyšších silách je zřejmě způsobena změnou stykového úhlu. Model uvažuje konstantní stykový úhel ve všech zátěžných stavech, což v reálném případě neplatí, neboť se vzrůstající silou se stykový úhel nepatrně zvětšuje, a proto roste i chyba v predikci tuhosti.

5 Návrh experimentu

V této kapitole bude vysvětlen princip vlastního měření statické axiální tuhosti ložiska s kosoúhlým stykem a navrženy různé varianty provedení experimentu, který se realizuje na půdě Ústavu výrobních strojů a zařízení za pomoci dostupného vybavení.

Měření proběhne na kuličkových ložiskách s kosoúhlým stykem od výrobce značky FAG. Parametry obou těchto ložisek jsou uvedeny v kap. 4.

5.1 Princip měření

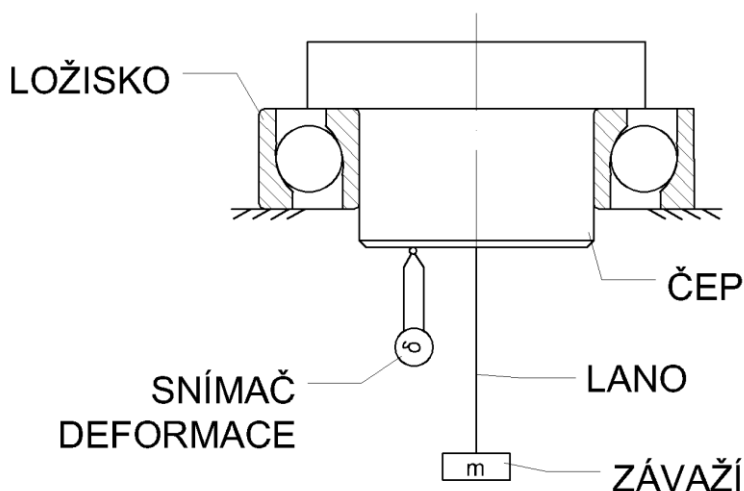
Ověřování statické axiální tuhosti ložiska spočívá v postupném zatěžování silou o známé velikosti v ose ložiska a vyhodnocování deformace, kterou toto zatížení vyvolá. Výstupem z měření bude tedy deformační charakteristika, ze které je možno vyhodnotit tuhost.

Velikost posunutí lze měřit buď analogovými, nebo digitálními dotykovými úchylkoměry. Předpokládané velikosti deformací jsou v řádech desítek μm , proto je třeba zvolit vhodné měřidlo s dostatečnou přesností, citlivostí a rozsahem. Vzhledem k takto malým měřeným deformacím je třeba zajistit dostatečnou tuhost okolních součástí, aby nezkreslovaly výsledky měření.

Rozsah sil, kterým bude ložisko vystaveno, se pohybuje v intervalu 0-5 kN. Nacházíme se tedy daleko od maximální hodnoty statické únosnosti ložiska. Sílu lze vyvinout různými způsoby, které představí níže uvedené návrhy uspořádání experimentu. Zároveň budou rozebrány výhody a nevýhody jednotlivých variant, ze kterých vzejde nejlepší řešení.

5.2 Návrh č. 1

Nejjednodušší způsob vyvinutí síly se jeví uspořádání se závažím o známé hmotnosti m , které generuje sílu v laně o velikosti $F=mg$ (Obr. 5.1). Lano přenáší tahovou sílu F do osy čepu, na kterém je ložisko nasazeno. Za předpokladu zcela vodorovného uložení ložiska se síla rozloží po celém obvodu vnitřního kroužku a valivá tělesa budou zatížena rovnoměrně. Postupným přidáváním závaží lze snadno měnit přírůstek síly a vyhodnocovat posunutí čepu pomocí úchylkoměru.



Obr. 5.1 Schéma experimentu č. 1

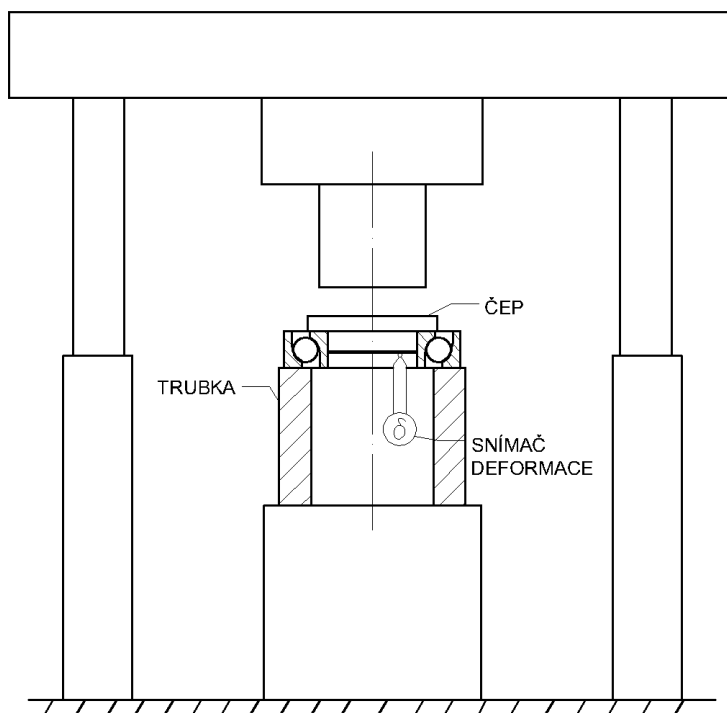
Aby byly proměřeny deformace v rámci celého intervalu působící síly, muselo by závaží dosahovat hmotnosti zhruba až 500 kg, což je z praktického hlediska problematické, uvážíme-li navíc, že sílu bude potřeba zvyšovat postupně. Rovněž z praktických důvodů je nemožné upevnit lano přímo do osy ložiska tak, aby nevznikal přídavný klopný moment, který by působil nesymetrické zatížení ložiska. Z těchto důvodů se jeví tato varianta jako nevhodná.

5.3 Návrh č. 2

Z předchozího návrhu plyne potřeba s vyvozením síly. Další možnost, jak vyvodit zatěžující sílu, je např. hydraulicky. Schéma na Obr. 5.2 zobrazuje uspořádání měření na hydraulickém lisu. Ložisko je opřeno o trubku, ve které je umístěn digitální snímač deformace.

Rozsah sil, kterým bude ložisko zatěžováno, lze na lisu dosáhnout snadno. Avšak sílu je třeba zvyšovat plynule, což klade požadavky na lis, který umožňuje řízení tlaku a průtoku – tudíž regulaci síly a rychlosti zatěžování. Hydraulické lisy jsou obecně koncipovány na co největší velikost lisovací síly. I ty nejmenší lisy se pohybují v řádech desítek kN, musela by se proto nastavit maximální síla, aby nebylo ložisko přetíženo. Zároveň je potřeba lis s velkou citlivostí posuvu beranu, neboť očekávané deformace jsou v řádech desítek μm . S ohledem na frekvenci ukládání dat ze snímačů je třeba volit nízkou pracovní rychlost beranu, aby mohlo být změřeno co nejvíce hodnot deformací, než bude dosažena maximální nastavená síla.

Uvažme ještě vliv okolních podmínek na měření – zejména tuhost trubky a čepu. Ty musí být řádově vyšší než tuhosti kontaktů v ložisku, aby nebylo měření ovlivněno.

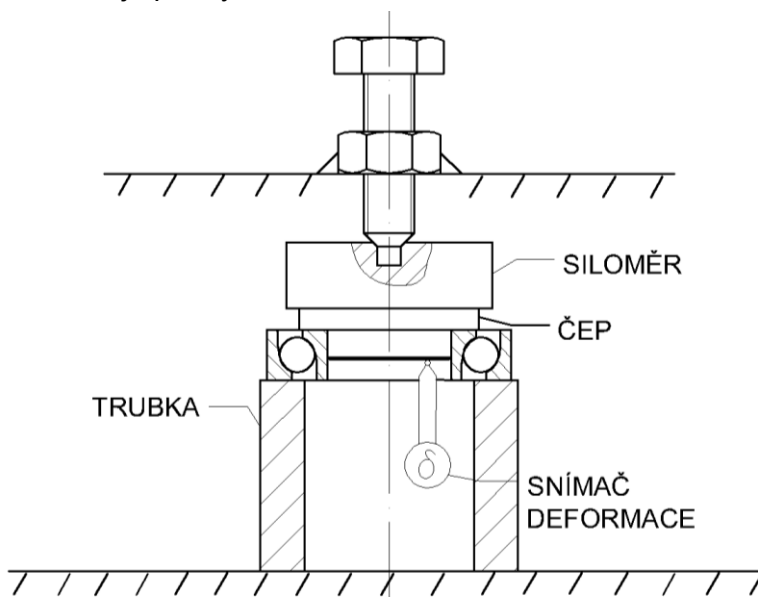


Obr. 5.2 Měření na hydraulickém lisu

5.4 Návrh č. 3

Z předchozích návrhů se jeví jako hlavní problém vyvození síly o známé velikosti a možnost ji snadno zvětšovat nebo zmenšovat. Důležitým aspektem je i ekonomičnost provedení experimentu.

Princip 3. návrhu je patrný z obrázku níže:



Obr. 5.3 Návrh č. 3

Zatěžující sílu vyvodíme utahováním odtlačovacího šroubu skrze matici přivařenou k rámu. Abychom zjistili její velikost, je nutné mezi šroub a čep umístit tenzometrický siloměr. Ložisko bude opět opřeno o trubku jako v předchozím případě, aby se pod něj vešel digitální úchylkoměr.

Pro správné měření je třeba zajistit rovnoběžnost všech dosedacích horizontálních ploch, zejména ploch horní části rámu, čelní plochy matice a základové desky, aby osa šroubu byla přesně v ose ložiska.

Toto uspořádání je v porovnání s prvním návrhem také snadné a ne příliš nákladné na provedení, avšak naměřené hodnoty by měly být přesnější.

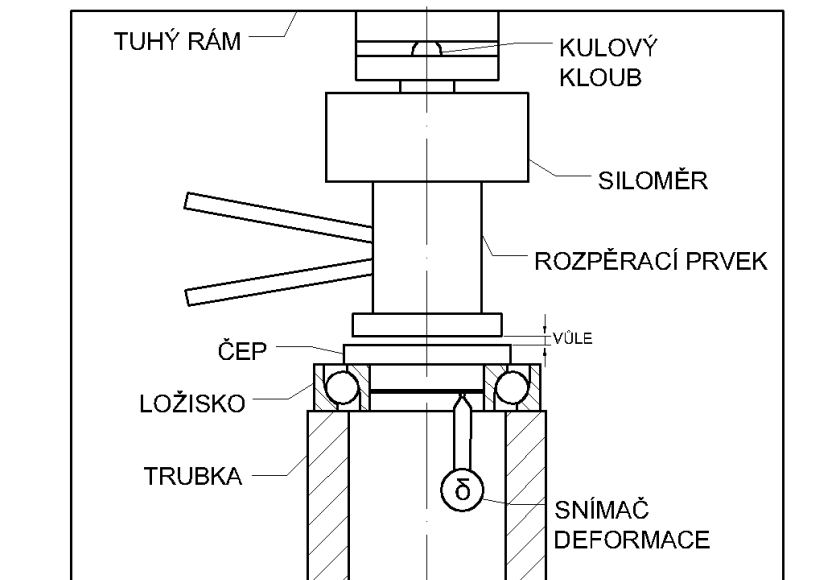
V úvahu tedy připadají 2 varianty řešení (2. a 3.). Vzhledem k nedostupnému hydraulickému lisu s potřebnou citlivostí byla po konzultaci na Ústavu výrobních strojů a zařízení vybrána varianta č. 3.

6 Měření

V této kapitole bude popsáno provedené měření, způsob vyhodnocení naměřených dat a výpočet nejistot měření.

6.1 Realizace experimentu

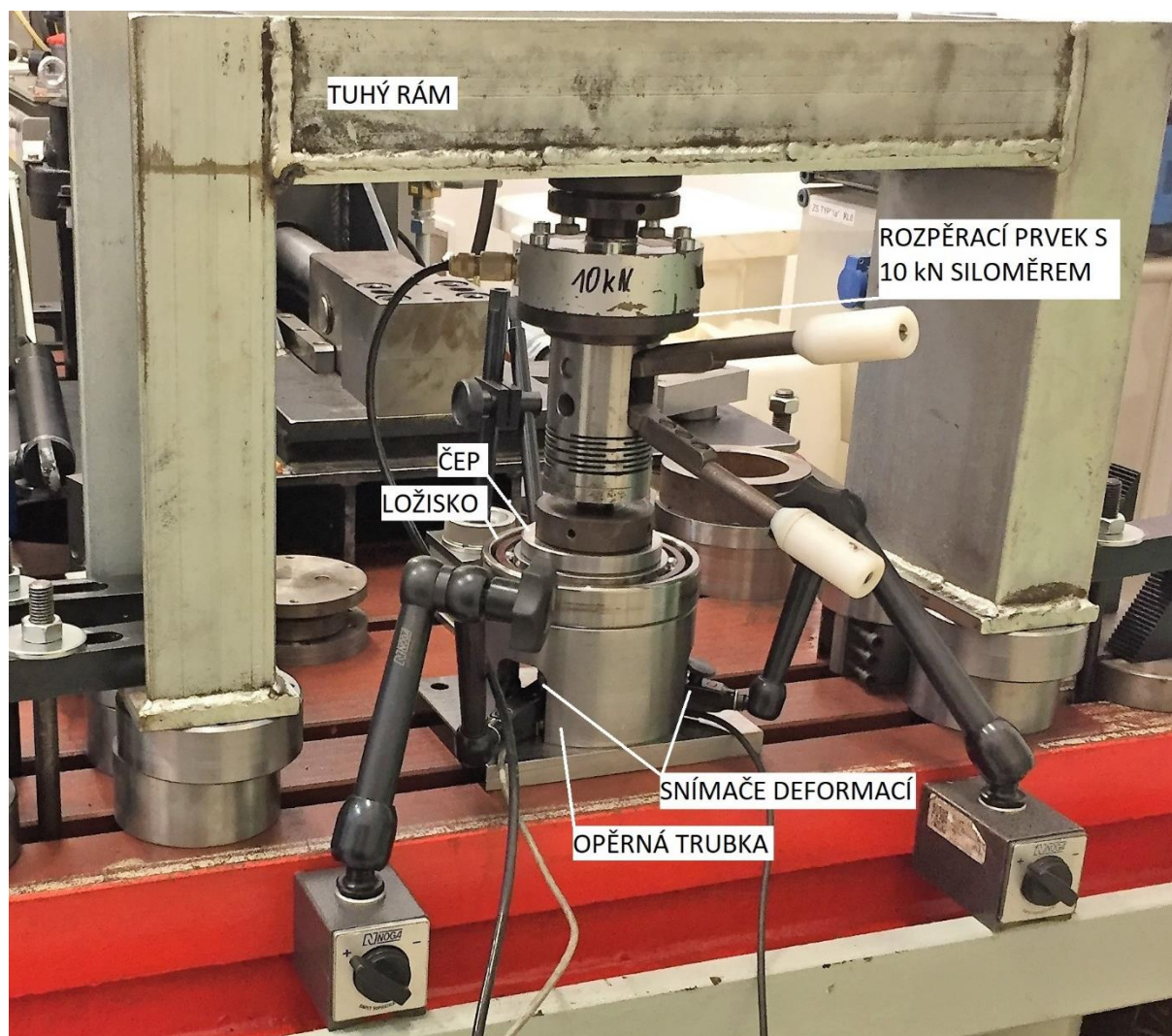
Pro provedení experimentu byla vybrána varianta návrhu č. 3. Odtlačovací šroub byl však nahrazen rozpěracím prvkem, díky čemuž bylo dosaženo plynulejšího náběhu zatěžující síly. (Obr. 6.1) Rozpěrací prvek je na obrázku válcovitá součást se dvěma pákami, ke které je přišroubován siloměr. Zmáčknutím pák se díky pootočení excentricky uložených kotoučů uvnitř ocelového válce, jehož tělo je zpoddajněno zářezy, dojde k rozepření prvku mezi rám a ložisko a začne se vyvozovat síla. Pro její správný přenos je siloměr uložen na kulovém kloubu. Hodnoty ze dvou dotykových snímačů umístěných na nezávislém rámu zaznamenala měřící ústředna Dewetron.



Obr. 6.1 Schéma původního měření

Název	Typ/označení	Výrobce	Rozsah	Přesnost
Měřicí ústředna	DEWE 3010	Dewetron		
Siloměr	S-35	Lukas	10kN	0,05±0,08% z rozsahu
2x Polohové čidlo	GT44	Hexagon MI	±1mm	±0,2 μm

Tab. 6.1 Použitá měřidla



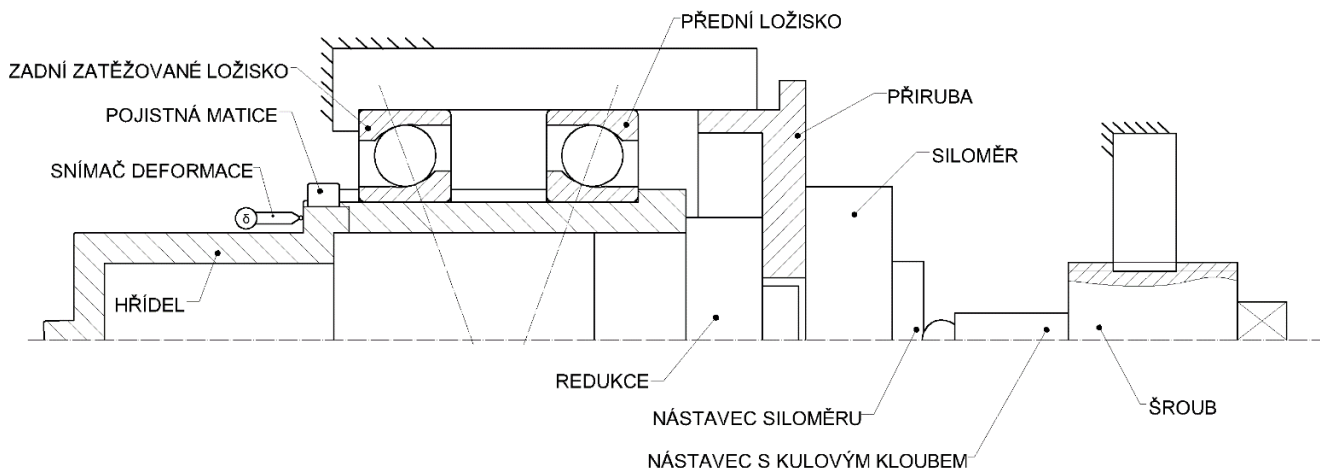
Obr. 6.2 Uspořádání měření

Již prvotní měření na ložisku FAG B7214-C-T-P4S vykázalo rozdílné hodnoty deformací ze dvou umístěných snímačů, které se od sebe lišily zhruba o 80 %. Pro sestavení komponent bylo nutné vymezit vůli mezi čepem ložiska a opěrnou plochou rozpěracího prvku, pomocí stavěcího dorazu, což mohlo způsobit nedostatečnou souosost ložiska a rozpěracího prvku. Další problém mohl být i v kontaktu mezi trubkou a základovou deskou, jejíž povrch nemohl být opracován – mohl zde být tedy vliv kontaktních deformací. Nelze vyloučit ani nedostatečnou tuhost opěrné trubky, kterou snižují celkem tři otvory pro snímače.

Z těchto důvodů se pro měření využily části komponent, které na Ústavu výrobních strojů a zařízení sloužily k měření pasivních odporů v ložiskách.

6.2 Postup měření a fotodokumentace

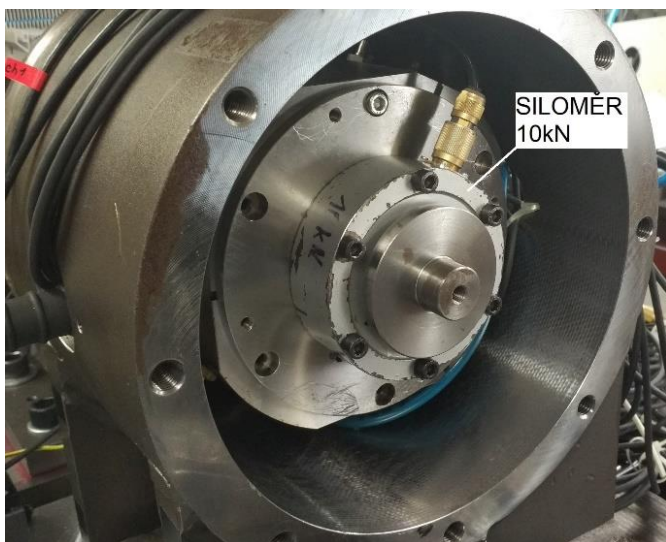
K dispozici byla hřídel, na kterou se nalisovala dvě ložiska do „X“. Celá sestava ložisek s hřídelí se vložila do tubusu. Požadované axiální síly se snadno dosáhlo utahováním šroubu. Vyvozená síla se přenášela do osy siloměru přes nástavec s kulovým kloubem, umístěný ze stejného důvodu jako v předchozím případě – pro lepší přenos síly v kontaktních plochách. Velikost působící síly zaznamenal siloměr přišroubovaný k přírubě, která původně dosedala na vnější kroužek předního ložiska, mezi nimiž byl umístěn opěrný kroužek.



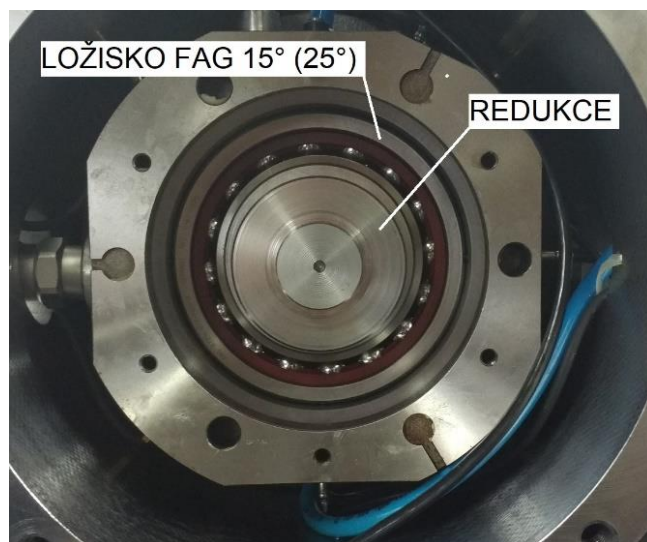
Obr. 6.3 Schéma měření

Aby však mohlo být změřeno jen jedno ložisko, bylo potřeba vyrobit redukci. Opěrný kroužek byl odebrán, aby se mohla vložit redukce, která se umístila mezi přírubu se siloměrem a hřídel. Velikost posunutí hřídele v axiálním směru odečetly dva dotykové úchylkoměry umístěné ve stejné výšce z druhé strany na zadním konci hřídele.

Zatěžování soustavy v rámci jednoho měření **proběhlo 10x**. Celé **měření** se opakovalo celkem **5x** nejdříve s ložiskem B7214-C-T-P4S (15°), poté s B7214-E-T-P4S (25°)

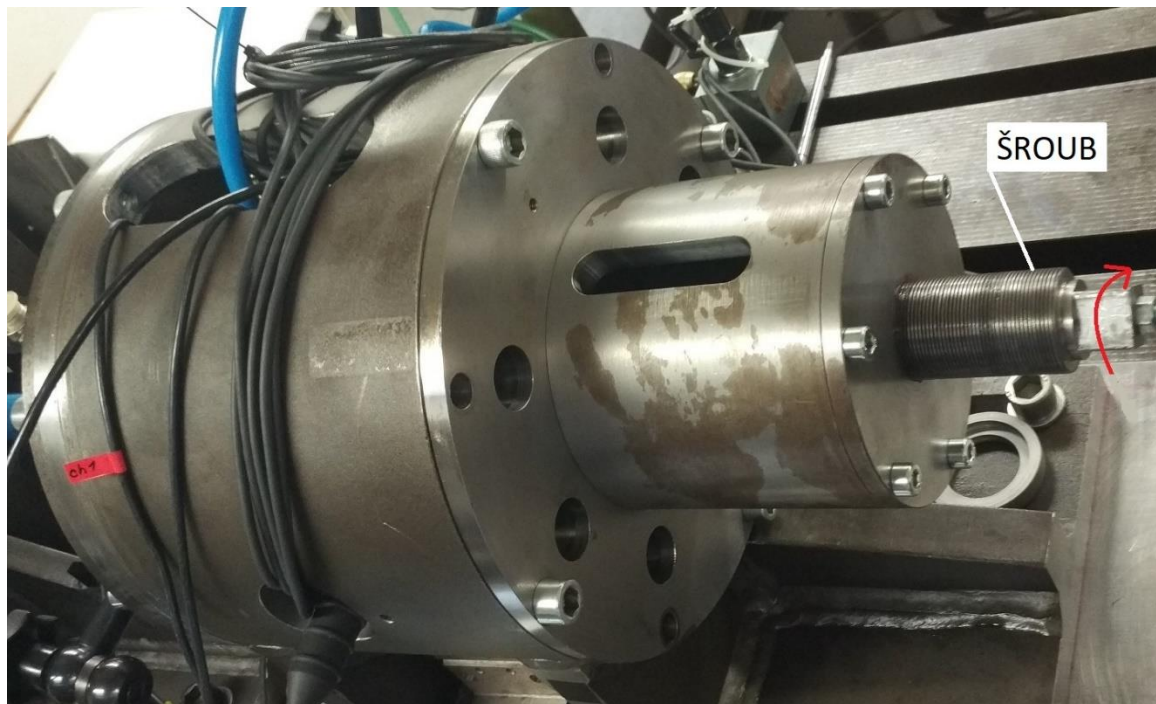


Obr. 6.4 Příruba se siloměrem s nástavcem



Obr. 6.5 Část sestavy za přírubou se siloměrem

Utahováním šroubu klíčem ve směru červené šipky vyvodíme axiální sílu. Opačným směrem ložisko odlehčíme, a to celé opakujeme desetkrát v rámci jednoho měření.



Obr. 6.6 Vnější pohled – přední část

Dva snímače deformace odečítají axiální posun hřídele. Digitální dotykový úchylkoměr je umístěn pro kontrolu deformací skříně, které byly po celou dobu měření nulové.



Obr. 6.7 Vnější pohled – zadní část

Název	Typ/označení	Výrobce	Rozsah	Přesnost
Měřicí ústředna	DEWE 3010	Dewetron		
Siloměr	S-35	Lukas	10kN	0,05±0,08% z rozsahu
2x Polohové čidlo	GT44	Hexagon MI	±1mm	±0,2 μm

Tab. 6.2 Použitá měřidla

6.3 Zpracování dat

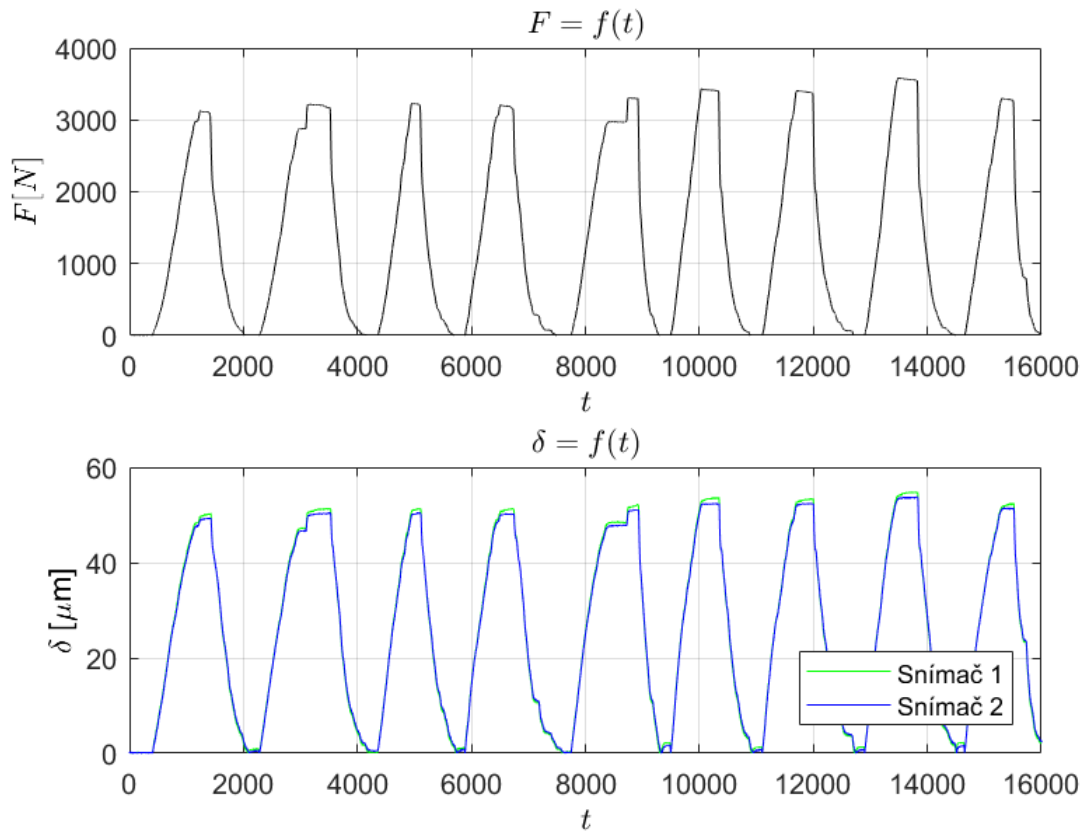
Data ze siloměru a dotykových snímačů zaznamenala měřicí ústředna Dewetron. Výstupem byl soubor s daty ve formátu *.txt (viz Obr. 6.8). Hodnoty ve sloupcích 2. a 3. odpovídají naměřenému posunutí z jednoho a druhého snímače v μm. Velikost zatěžující síly F (v Newtonech) změřené siloměrem je zaznamenána v 8. sloupci. Jednotlivé řádky pak odpovídají jednotce času. Takto zapsaná data v textovém souboru byla zpracována pomocí programu Matlab.

```
00-Balast.tabul (MM)    01-DeweTesa05_ch1_9L78_C--16860 (MM01)
-0.0    1005.2    983.1    -0.7    0.5    0.2    -0.0    192.9
-0.0    1005.0    983.0    -0.7    0.5    0.2    -0.0    191.5
-0.0    1005.0    983.0    -0.7    0.5    0.2    -0.0    191.5
-0.0    1005.1    982.8    -0.7    0.5    0.2    -0.0    191.5
-0.0    1005.0    982.8    -0.7    0.5    0.2    -0.0    190.1
-0.0    1005.1    983.0    -0.7    0.5    0.2    -0.0    191.5
-0.0    1005.1    983.0    -0.7    0.5    0.2    -0.0    191.5
-0.0    1005.1    983.1    -0.7    0.5    0.2    -0.0    191.5
-0.0    1005.1    983.0    -0.7    0.5    0.2    -0.0    190.1
```

Obr. 6.8 Hlavička souboru s naměřenými daty

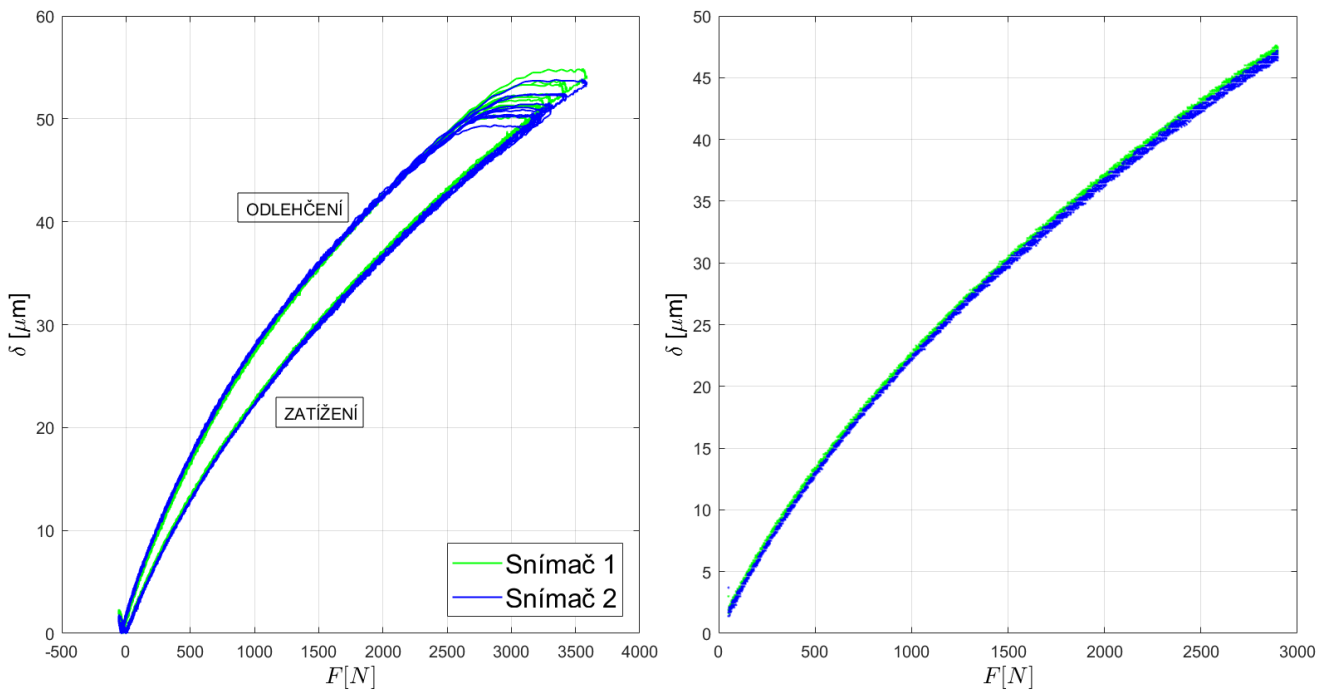
Načtená data do Matlabu bylo třeba posunout o počáteční diferenci, tzv. vynulovat. To znamená od každé hodnoty v rámci každého sloupce odečíst počáteční hodnotu. Takto upravená data rozdělíme pro lepší přehlednost na dvě závislosti – sílu na čase a velikosti deformací z obou snímačů v závislosti na čase (celkový čas odpovídá celkovému počtu řádků). (Graf 6.1)

Hlavička souboru z obrázku výše, stejně jako všechny následující grafy v této kapitole, jsou výstupem z měření č. 1 na ložisku FAG B7214-C-T-P4S (15°) a slouží jako demonstrace postupu vyhodnocení a zpracování dat.



Graf 6.1 Výstupní data

Abychom vykreslili deformační charakteristiku ložiska ($\delta=f(F)$), vyneseme na vodorovnou osu velikost síly a na svislou osu odpovídající hodnoty deformací (viz Graf 6.2).



Graf 6.2 Hystereze a oříznutá data

Z této závislosti je jasně vidět, že data vykazují hysterezi při stavech odlehčení – pro stejnou hodnotu síly naměříme při odlehčení větší velikost deformace. Proto je pro další výpočet třeba uvažovat pouze hodnoty získané při zatěžování – rostoucí části funkcí $F=f(t)$ a $\delta=f(t)$ z Graf 6.1.

Z takto „oříznutých“ dat byla pomocí nástroje „Curve Fitting“, který je v Matlabu k dispozici, získána regresní funkce. Bylo třeba zvolit funkci, která aproximuje naměřené hodnoty co nejpřesněji. Ze vztahu (3.28) v kap 3.4 je zřejmé, že deformační charakteristika má obecně tvar mocninné funkce:

$$\delta = K \cdot F^n \quad (6.1)$$

kde K je deformační konstanta a n je exponent. Z toho vyplývá, že nejvhodnější bude zvolit mocninnou regresi.

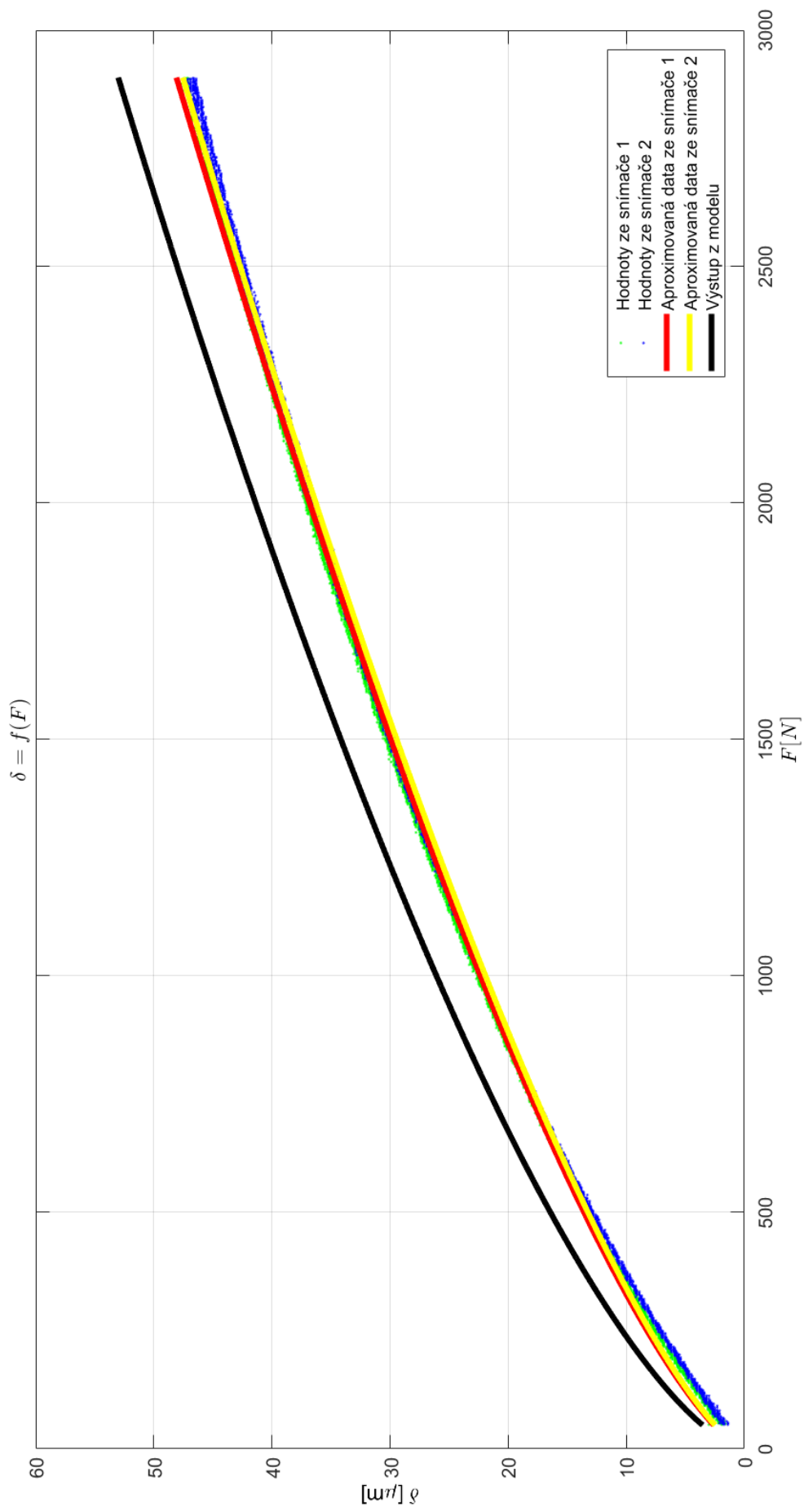
Tímto způsobem lze zprůměrovat všech 10 stavů zatížení v rámci jednoho měření. Díky zmíněnému nástroji v Matlabu byly získány koeficienty obecné mocninné funkce. Po jejich dosazení do rovnice (6.1) obdržíme dvě výsledné deformační křivky zvlášť pro každý snímač.

$$\delta_{S1}(F) = 0,153 \cdot F^{0,719} \quad (6.2)$$

$$\delta_{S2}(F) = 0,145 \cdot F^{0,727} \quad (6.3)$$

Při každé matematické regresi je třeba vědět, s jakou přesností byla data aproximována, to vyjadřuje tzv. **koeficient determinace**, označovaný jako R^2 . Udává, jakou část celkové variability závislé proměnné objasňuje regresní model. Jeho hodnota leží v intervalu $<0;1>$, přičemž větší hodnoty znamenají větší úspěšnost regrese. [12] V našem případě je pro získanou rovnici (6.2) hodnota $R^2=0,999$ a pro rovnici (6.3) $R^2=0,998$, tedy skoro 1. Volba regrese mocninnou funkcí byla tedy správná a v dalším postupu již pracujeme s takto aproximovanou závislostí – 10 stavů zatížení kuličkového ložiska v rámci jednoho měření nahradíme dvěma mocninnými funkcemi zvlášť pro každý snímač.

Z takto aproximované závislosti vykreslíme dvě křivky, které prokládají naměřené hodnoty. V Graf 6.3 je vykreslena deformační charakteristika ložiska z naměřených dat společně s výstupy z vytvořeného matematického modelu. Naměřené hodnoty deformací z obou snímačů jsou vyneseny zelenou a modrou barvou. Křivky, odpovídající rovnicím (6.2) a (6.3), získané aproximací mocninnou funkcí, je překrývají (červená a žlutá). Černou barvou je vynesena deformační charakteristika zmíněného kuličkového ložiska získaná z matematického modelu.



Graf 6.3 Výsledná aproximace zpracovaných dat a porovnání s modelem
(FAG B7214-C-T-P4S Měření 1)

Abychom vykreslili tuhost v celém intervalu, bylo by potřeba získat funkce inverzní a ty potom derivovat dle vztahu (2.2) v kap 2.1:

$$k = \frac{dF}{d\delta} \tag{6.4}$$

Pro porovnání s katalogovými hodnotami je však postačující vyšetřit velikost tuhosti v bodech kdy $F=404\text{ N}$, $F=1301\text{ N}$, $F=2664\text{ N}$ (FAG B7214 15°). Z rovnic (6.2) a (6.3) určíme, jak se změní velikost deformace na malém okolí kolem těchto bodů ($\pm 1\text{ N}$).

Snímač 1:

$$\delta_{S1}(403\text{ N}) = 0,153 \cdot 403^{0,719} = 11,626\ \mu\text{m} \tag{6.5}$$

$$\delta_{S2}(405\text{ N}) = 0,153 \cdot 405^{0,719} = 11,667\ \mu\text{m} \tag{6.6}$$

Snímač 2:

$$\delta_{S2}(403\text{ N}) = 0,145 \cdot 403^{0,727} = 11,332\ \mu\text{m} \tag{6.7}$$

$$\delta_{S2}(405\text{ N}) = 0,145 \cdot 405^{0,727} = 11,362\ \mu\text{m} \tag{6.8}$$

Užitím vztahu (6.4) získáme hodnotu tuhosti pro bod, kdy $F=404\text{ N}$, z jednoho i druhého snímače.

$$k_{S1} = \frac{dF}{d\delta_{S1}} = \frac{(405 - 403)}{(11,667 - 11,626)} = 48,22\ \frac{\text{N}}{\mu\text{m}} \tag{6.9}$$

$$k_{S2} = \frac{dF}{d\delta_{S2}} = \frac{(405 - 403)}{(11,362 - 11,332)} = 48,99\ \frac{\text{N}}{\mu\text{m}} \tag{6.10}$$

Tyto hodnoty tuhosti jsou vypočteny na základě dat z prvního měření pro sílu velikosti 404 N. Slouží pouze jako ukázka postupu výpočtu! Zbývající hodnoty byly zpracovány a vypočteny stejným způsobem. Výsledky jsou získané z 5 sérií provedených měření, přičemž každé měření sestává z 10 opakování. Jejich přehled shrnuje Tab. 6.3.

FAG B7214-C-T-P4S		Tuhost [N/μm]									
Síla [N]	Měření 1		Měření 2		Měření 3		Měření 4		Měření 5		
	S ₁	S ₂	S ₁	S ₂	S ₁	S ₂	S ₁	S ₂	S ₁	S ₂	
404	48,2	49	45,5	48,9	46,7	48,3	47,9	48,9	48,4	49,9	
1301	66,9	67,4	67	67,4	65,7	65,8	66,4	66,9	66,8	67,7	
2664	81,9	82	84,8	82,1	80,9	79,5	81,2	81,1	81,3	81,6	

Tab. 6.3 Hodnoty statické axiální tuhosti ložiska FAG B7214-C-T-P4S získané z 5 měření

6.4 Nejistoty měření

Nejistota měření charakterizuje interval hodnot, ve kterém se nachází měřená veličina. Skládá se jednak z příspěvku způsobeného náhodnými vlivy, nazývaný standardní nejistota typu A, jednak z příspěvku z předem odhadnutelných chyb (chyba měřidel), který je nazýván standardní nejistotou typu B.

Pro výpočet nejistot jsou použity vzorce uvedené v [11] pro nepřímé měření. Tuhost je dána vztahem $k=dF/d\delta$, proto je výsledná nejistota aproximována Gaussovým zákonem šíření nejistot:

$$u_k = \sqrt{\left(\frac{\partial k}{\partial F} u_F\right)^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial \delta} u_\delta\right)^2} \quad (6.11)$$

Pokud ve výrazech $\frac{\partial k}{\partial F}$ a $\frac{\partial k}{\partial \delta}$ dosadíme z definice (2.2) tuhost, povede výpočet na parciální derivaci 2. řádu. Učiníme proto zjednodušení a tuhost na malém okolí vyšetřovaného bodu nahradíme tečnou. Potom je tuhost dána vztahem (2.1) a lze psát:

$$\frac{\partial k}{\partial F} = \frac{\partial}{\partial F} \left(\frac{F}{\delta} \right) = \frac{1}{\delta} \quad (6.12)$$

$$\frac{\partial k}{\partial \delta} = \frac{\partial}{\partial \delta} \left(\frac{F}{\delta} \right) = -\frac{F}{\delta^2} \quad (6.13)$$

Nejistota u_F je zatížena pouze nejistotou typu B, zatímco nejistotu typu u_δ je třeba stanovit jako nejistotu kombinovanou:

$$u_\delta = \sqrt{u_{A\delta}^2 + u_{B\delta}^2} \quad (6.14)$$

Nejistota typu B, dána přesnostmi měřidel, je určena vztahy:

$$u_{BF} = \frac{\Delta F}{\sqrt{3}} \quad (6.15)$$

$$u_{B\delta} = \frac{\Delta \delta}{\sqrt{3}} \quad (6.16)$$

kde ΔF a $\Delta \delta$ odpovídá maximální chybě měřicího přístroje a $\sqrt{3}$ předpokládá statické rozdělení rovnoměrné.

Nejistota typu A příslušného měření je určena ze směrodatné odchylky od aritmetického průměru výsledků z 5 měření.

$$u_{A\delta} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\delta_i - \bar{\delta})^2} \quad (6.17)$$

kde n je počet měření, δ_i je rozdíl ($\delta_{S1}(405 \text{ N}) - \delta_{S1}(403 \text{ N})$) a $\bar{\delta}$ je aritmetický průměr těchto rozdílů.

[11]

6.5 Diskuze výsledků

Měření na ložisku FAG B7214-C-T-P4S lze vyhodnotit jako úspěšné. Data z obou snímačů se téměř shodují a celková relativní chyba měření nepřekračuje 1 %. Porovnání výsledků z měření společně s výstupem z vytvořeného matematického modelu vůči polovičním katalogovým hodnotám zobrazuje Tab. 6.4. **Výsledná tuhost je průměrem z 5 opakovaných měření.**

Síla [N]	Tuhost [N/ μm]				Chyba [%]				
	Snímač 1	Snímač 2	Model	Katalog	S ₁ / M	S ₁ / K	S ₂ / M	S ₂ / K	M / K
404	47,3 ± 0,4	48,9 ± 0,4	42,5	41,9	11,3%	12,9%	15,1%	16,7%	1,4%
1301	66,6 ± 0,2	67,0 ± 0,2	62,8	71,6	6,1%	7,0%	6,7%	6,4%	12,3%
2664	82,1 ± 0,2	81,4 ± 0,2	79,8	103,8	2,9%	20,9%	2,0%	21,6%	23,1%

Tab. 6.4 Porovnání hodnot statické axiální tuhosti FAG B7214-C-T-P4S

S_{1,2} / M ... odchylka hodnoty ze snímače 1,2 vůči modelu v %

S_{1,2} / K ... odchylka hodnoty ze snímače 1,2 vůči *poloviční* katalogové hodnotě v %

M / K ... odchylka hodnoty získané z modelu vůči *poloviční* katalogové hodnotě v %

Výsledky navrženého modelu se odvíjí od zvoleného doporučeného koeficientu přimknutí. Citlivost tohoto parametru na výstup je rozebrán v kap. 4.3. V tomto případě výstup tuhosti z modelu odpovídá koeficientům přimknutí $f_i=0,515$ a $f_e=0,525$. Pravá část tabulky ukazuje procentuální odchylky mezi jednotlivými vyšetřovanými stavy. Při vyšších silách se naměřená data v porovnání s modelem jeví poddajnější než hodnoty z katalogu ($\approx 20\%$), což je zřejmě způsobeno změnou stykového úhlu, který model uvažuje v celém rozsahu zatěžování konstantní, avšak ve skutečnosti hodnota stykového úhlu při vyšších silách nepatrně vzroste, proto roste i odchylka mezi hodnotami. Největší shoda mezi měřením, modelem a katalogem nastává při velikosti zatěžující síly 1,3 kN. Připomeňme ještě, že uvedené hodnoty ve sloupci *Katalog* jsou poloviční oproti hodnotám nalezeným v katalogu výrobce. Podrobné vysvětlení se nachází opět v kap. 4.3.

Měření kuličkového ložiska s kosouhlým stykem FAG s označením B7214-E-T-P4S bylo opět provedeno 5x. Výsledky ze zpracovaných dat, společně s výstupem z matematického modelu (při stejné volbě koeficientů přimknutí) a katalogem shrnuje Tab. 6.5.

Síla [N]	Tuhost [N/ μ m]				Chyba [%]				
	<i>Snímač 1</i>	<i>Snímač 2</i>	<i>Model</i>	<i>Katalog</i>	S ₁ / M	S ₁ / K	S ₂ / M	S ₂ / K	M / K
600	110,7 ± 1,5	118,2 ± 1,9	109,9	97,5	0,7%	13,5%	7,6%	21,2%	12,7%
2030	143,5 ± 0,7	146,8 ± 0,8	165	155,3	13,0%	7,6%	11,0%	5,5%	6,2%
4233	168,4 ± 0,5	166,7 ± 0,5	210,8	210,5	20,1%	20,0%	20,9%	20,8%	0,1%

Tab. 6.5 Porovnání hodnot statické axiální tuhosti FAG B7214-E-T-P4S

Stejně jako v předchozím případě nastala největší shoda všech hodnot v prostředním vyšetřovaném zátěžném stavu (2 kN). Při nejmenší zátěžné síle jsou naměřené hodnoty vyšší než hodnoty katalogové. Naopak při síle 4,2 kN je vypočtená hodnota statické axiální tuhosti o 20 % menší než uvedená poloviční hodnota v katalogu, stejně jako hodnota získaná z matematického modelu. Model se při výše uvedené volbě koeficientů přimknutí blíží poloviční hodnotě z katalogu prakticky s nulovou odchylkou.

V porovnání s předchozím měřením byla ověřena skutečnost, že ložisko s větším stykovým úhlem má větší tuhost.

7 Závěr

Rešerše pojednává o Hertzově teorii styku dvou těles, na jejímž základě je dle dostupné literatury sestaven matematický model statické axiální tuhosti ložiska s kosoúhlým stykem. Model byl naprogramován pomocí programu Matlab. Model je universální, neboť při změně několika vstupních parametrů zobrazí průběh deformace a velikost tuhosti v závislosti na zatěžující axiální síle. Výstupem z modelu je tedy deformační charakteristika kuličkového ložiska s kosoúhlým stykem a velikost statické axiální tuhosti.

Dalším cílem bakalářské práce bylo experimentálně ověřit statickou vlastnost ložiska s kosoúhlým stykem a sice tuhost. Ze tří představených návrhů uspořádání experimentu byla vybrána nejlepší možná varianta s ohledem na dostupné měřicí vybavení. Experiment spočíval v zatěžování ložiska silou v jeho ose a odečítání velikosti posunutí. Měření proběhlo na půdě Ústavu výrobních strojů a zařízení Fakulty strojní ČVUT v Praze. Pro měření byla vybrána dvě vysoce přesná kuličková ložiska s kosoúhlým stykem stejné řady s různými stykovými úhly (15° a 25°) od německého výrobce ložisek značky FAG.

Měření proběhlo opakovaně z důvodu získání co nejlepších výsledků. Výsledky z měření, zaznamenané měřicí ústřednou Dewetron, byly vyhodnoceny opět v prostředí Matlab. Statická axiální tuhost uvedená v katalogu výrobce je uvedena pro tři velikosti zatěžující síly, proto i vyhodnocení tuhosti z naměřené deformační charakteristiky ložiska odpovídá těmto třem silám. Maximální odchylka od katalogové hodnoty při měření na ložisku B7214-C-T-P4S (15°) byla nejvíce 20 % a nejméně pouhých 6 %.

Měření na kuličkovém ložisku s kosoúhlým stykem stejné řady, avšak se stykovým úhlem 25° , ověřilo platnost tvrzení, že ložisko s větším stykovým úhlem má větší tuhost. Stejně jako v předchozím případě byla maximální chyba od katalogu 20 % při největší zatěžující síle a nejmenší 6 % při síle prostřední.

V obou případech byla data porovnána i s hodnotou statické axiální tuhosti získaných z vytvořeného matematického modelu. Výstup z modelu je ovlivněn počáteční volbou koeficientů přimknutí (které volíme dle doporučení z určitého intervalu) a také uvažováním konstantního stykového úhlu v celém rozsahu zatěžování. Odchylka statické axiální tuhosti získaná z modelu se od katalogové hodnoty liší nejvíce o 23 % a to při nejvyšší zátěžné síle u 15° ložiska. U ložiska se stykovým úhlem 25° se vliv uvažování konstantního stykového úhlu projeví mnohem méně – při síle 4,2 kN je rozdíl hodnot téměř nulový.

8 Seznamy

8.1 Seznam použité literatury

- [1] BORSKÝ, Václav. *Základy stavby obráběcích strojů*. 2. přeprac. vyd. Brno: Vysoké učení technické, 1991.
- [2] SOUČEK, Pavel. Stykové deformace kuličkových šroubů a ložisek. *MM Průmyslové spektrum: Převody v pohonech NC strojů a robotů*. Praha: MM publishing, 2016, (12), 14.
- [3] GUAY, Pascal a Ahmed FRIKHA. *Ball bearing stiffness. A new approach offering analytical expressions*[online]. [cit. 2018-01-31]. Dostupné z: <http://es mats.eu/es matspapers/pastpapers/pdfs/2015/quay.pdf>
- [4] SKF: *Kuličková ložiska s kosoúhlým stykem* [online]. [cit. 2018-01-31]. Dostupné z: <http://www.skf.com/cz/products/bearings-units-housings/ball-bearings/angular-contact-ball-bearings/index.html>
- [5] SKF: *Tuhost ložiska* [online]. [cit. 2018-01-31]. Dostupné z: <http://www.skf.com/cz/products/bearings-units-housings/super-precision-bearings/principles/design-considerations/system-rigidity/bearing-stiffness/index.html>
- [6] Schaeffler Technologies AG & Co. KG. *Super Precision Bearings* [online]. Germany, 2016 [cit. 2018-01-31]. Dostupné z: https://www.schaeffler.com/remotemedien/media/ shared media/08_media_library/01_publications/schaeffler_2/catalogue_1/downloads_6/sp1_de_en.pdf
- [7] FRÖHLICH, Jan. *Technika uložení s valivými ložisky*. Praha: Nakladatelství technické literatury, 1978.
- [8] HARRIS, Tedric A. a Michael N. KOTZALAS. *Rolling bearing analysis*. 5th ed. Boca Raton, FL: CRC/Taylor & Francis, c2007. ISBN 978-0-8493-7183-7.
- [9] WARDLE, Frank. *Ultra-precision Bearings*. Elsevier, 2015. ISBN 0857092189.
- [10] Axiální tuhost. SKF [online]. [cit. 2018-05-08]. Dostupné z: <http://www.skf.com/cz/products/bearings-units-housings/super-precision-bearings/angular-contact-thrust-ball-bearings-for-screw-drives/axialstiffness/index.html>

[11] KOHOUT, Zdeněk. *Laboratorní cvičení z fyziky*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2002. ISBN 8001024725.

[12] Koeficient determinace. *Pravděpodobnost a statistika hypertextově* [online]. 2014 [cit. 2018-05-20]. Dostupné z: <http://home.zcu.cz/~friesl/hpsb/koefdet.html>

8.2 Seznam obrázků

Obr. 2.1 Lineární a nelineární deformační charakteristika.....	13
Obr. 2.2 Styk dvou kulových těles [8].....	13
Obr. 2.3 Křivost a) konvexní b) konkávní.....	14
Obr. 2.4 Rozložení napětí [9].....	15
Obr. 3.1 Stykový úhel [4].....	16
Obr. 3.2 Vliv velikosti stykového úhlu na tuhost ložiska [5].....	17
Obr. 3.3 Ložisko s kosoúhlým stykem - 1. a 2. hlavní rovina křivosti.....	18
Obr. 3.4 Deformace v kontaktech.....	22
Obr. 3.5 Axiální zatížení ložiska s kosoúhlým stykem.....	23
Obr. 4.1 Schéma funkce modelu.....	26
Obr. 5.1 Schéma experimentu č. 1.....	32
Obr. 5.2 Měření na hydraulickém lisu.....	33
Obr. 5.3 Návrh č. 3.....	33
Obr. 6.1 Schéma původního měření.....	35
Obr. 6.2 Uspořádání měření.....	36
Obr. 6.3 Schéma měření.....	37
Obr. 6.4 Příruba se siloměrem s nástavcem.....	37
Obr. 6.5 Část sestavy za přírubou se siloměrem.....	37
Obr. 6.6 Vnější pohled – přední část.....	38
Obr. 6.7 Vnější pohled – zadní část.....	38
Obr. 6.8 Hlavička souboru s naměřenými daty.....	39

8.3 Seznam grafů

Graf 3.1 Závislost bezrozměrné deformace δ^* na $F(\rho)$ [8]	21
Graf 4.1 Deformační charakteristika ložiska FAG B7214-C-T-P4S	28
Graf 4.2 Porovnání výstupních hodnot axiální tuhosti z modelu s katalogovými hodnotami	29
Graf 4.3 Závislost statické axiální tuhosti na axiální síle s různými koeficienty přimknutí	30
Graf 6.1 Výstupní data	40
Graf 6.2 Hystereze a oříznutá data.....	40
Graf 6.3 Výsledná aproximace zpracovaných dat a porovnání s modelem (FAG B7214-C-T-P4S Měření 1)	42

8.4 Seznam tabulek

Tab. 3.1 Poloměry křivosti ve dvou navzájem kolmých rovinách. [9]	19
Tab. 4.1 Parametry ložiska FAG B7214-C-T-P4S. [6].....	25
Tab. 4.2 Parametry ložiska FAG B7214-E-T-P4S. [6].....	25
Tab. 4.3 Vliv koeficientu přimknutí na tuhost	30
Tab. 6.1 Použitá měřidla.....	35
Tab. 6.2 Použitá měřidla.....	39
Tab. 6.3 Hodnoty statické axiální tuhosti ložiska FAG B7214-C-T-P4S získané z 5 měření.....	43
Tab. 6.4 Porovnání hodnot statické axiální tuhosti FAG B7214-C-T-P4S	45
Tab. 6.5 Porovnání hodnot statické axiální tuhosti FAG B7214-E-T-P4S	46

8.5 Seznam použitého softwaru

Microsoft Word 2016
 PowerPoint 2016
 AutoCAD 2018
 Autodesk Inventor Professional 2018
 Matlab R2017a

8.6 Seznam příloh

8.6.1 Textové přílohy

Příloha č. 1 – Měření 2 FAG B7214-C-T-P4S

Příloha č. 2 – Měření 3 FAG B7214-C-T-P4S

Příloha č. 3 – Měření 4 FAG B7214-C-T-P4S

Příloha č. 4 – Měření 5 FAG B7214-C-T-P4S

Příloha č. 5 – Měření 1 FAG B7214-E-T-P4S

Příloha č. 6 – Měření 2 FAG B7214-E-T-P4S

Příloha č. 7 – Měření 3 FAG B7214-E-T-P4S

Příloha č. 8 – Měření 4 FAG B7214-E-T-P4S

Příloha č. 9 – Měření 5 FAG B7214-E-T-P4S

8.6.2 Výkresová dokumentace

12 135 – BP – 01 Redukce

12 135 – BP – 02 Trubka

8.6.3 Elektronické přílohy

BP 0225.pdf

Zadání BP 0225.pdf

Textové přílohy BP 0225.pdf

12 135 – BP 0225 – 01 Redukce.pdf

12 135 – BP 0225 – 02 Trubka.pdf

Model_FAG_B7214_C_T_P4S m

Model_FAG_B7214_E_T_P4S.m

Model_staticke_axialni_tuhosti.m

Mereni_1-5_FAG_B7214_C_T_P4S.m

Mereni_1-5_FAG_B7214_E_T_P4S.m

Mereni_1-5_FAG_B7214_C_T_P4S.txt

Mereni_1-5_FAG_B7214_E_T_P4S.txt