

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STROJNÍ

Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

**Numerický výpočet tlakové ztráty
při významném zúžení průřezu**

**Numerical Calculation of Pressure Loss
by Significant Constriction
of the Cross Section**

Studijní program: Teoretický základ strojního inženýrství
Studijní obor: bez oboru

Vedoucí práce: Ing. Hana Netřebská, Ph.D.

Praha 2018

Vojtěch Škrle

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Škrle** Jméno: **Vojtěch** Osobní číslo: **459854**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávací katedra/ústav: **Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky**
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**
Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Numerický výpočet tlakové ztráty při významném zúžení průřezu

Název bakalářské práce anglicky:

Numerical Calculation of Pressure Loss by Significant Constriction of the Cross Section

Pokyny pro vypracování:

1. Vytvořte numerický model proudění v 75% stenóze s geometrií shodnou s reálným modelem a model validujte s využitím dostupných experimentálních dat.
2. Validovaný model využijte k výpočtu proudového pole v prostoru významného zúžení (90%) pro vybraný rozsah Reynoldsových čísel.
3. Výsledky analyzujte a porovnejte získané údaje o tlakové ztrátě s experimentálními daty pro méně významná zúžení. Rozsah práce: cca 30 stran včetně příloh.

Seznam doporučené literatury:

Idelchik, I.E.: Handbook of Hydraulic, Moskva, 1960
Clayton, T.C. et al.: Engineering Fluid mechanics, 8th Edition, 2006

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

Ing. Hana Netřebská, Ph.D., 12112

Jméno a pracoviště druhého(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

doc. Ing. Tomáš Hyhlík, Ph.D., 12112

Datum zadání bakalářské práce: **30.04.2018**

Termín odevzdání bakalářské práce: **10.08.2018**

Platnost zadání bakalářské práce: **29.04.2019**

Ing. Hana Netřebská, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

prof. Ing. Jiří Nožička, CSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Anotační list

Jméno autora:	Vojtěch Škrle
Název bakalářské práce:	Numerický výpočet tlakové ztráty při významném zúžení průřezu
Anglický název:	Numerical Calculation of Pressure Loss by Significant Constriction of the Cross Section
Akademický rok:	2017/2018
Studijní program:	B2342 Teoretický základ strojního inženýrství
Studijní obor:	2301R000 bez oboru
Ústav:	Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky (12112)
Vedoucí bakalářské práce:	Ing. Hana Netřebská, Ph.D.
Bibliografické údaje:	Počet stran 42 Počet obrázků 17 Počet tabulek 3 Počet příloh 9
Klíčová slova:	Proudění krve, stenóza, CFD, tlaková ztráta, místní ztráta, proudění stenózou
Keywords:	Blood flow, stenosis, CFD, pressure loss, local pressure loss, flow in stenosis

Abstrakt

Bakalářská práce je zaměřena na tvorbu numerického modelu proudění významným zúžením průřezu. Popisuje tvorbu a validaci modelu zúžení za pomoci dat dostupných z experimentu a vyhodnocení tlakových ztrát v zúžení v závislosti na Reynoldsově čísle. Validovaný model je použit pro obdobné stanovení tlakových ztrát ve významnějším zúžení. Pro srovnání tlakových ztrát je využito součinitelů místní tlakové ztráty.

Abstract

The bachelor thesis aims at creating numerical model of flow through significant constriction of the cross section. It describes creation and validation of model using data obtained from an experiment and evaluation of pressure loss by constriction of the cross section depending on the Reynolds number. Validated model is used for similar calculation of pressure loss in more significant constriction. The resistance coefficients are used for pressure loss comparison.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou bakalářskou práci vypracoval samostatně, s využitím uvedené literatury a podkladů, na základě konzultací a pod vedením vedoucího bakalářské práce.

V Praze dne

.....

podpis

Poděkování

V první řadě bych chtěl poděkovat doc. Ing. Ludmile Novákové, Ph.D. za odborné a zodpovědné vedení, ochotu a pomoc při řešení problémů a zpracování bakalářské práce. Dále bych chtěl poděkovat inženýru Jakobovi Dostálovi za zasvěcení do problematiky potřebného software a zpracování dat. Mé poděkování také patří doktorce Haně Netřebské za ochotu a cenné rady při dokončování práce.

Obsah

Použité symboly	8
1. Úvod.....	10
1.1. Cíl práce.....	10
1.2. Motivace	10
1.3. Zdrojový experiment	11
2. Teorie mechaniky tekutin	12
2.1. Rovnice kontinuity	12
2.2. Proudění vazké kapaliny.....	12
2.3. Třecí ztráta	14
2.4. Místní ztráta	15
2.5. Odhad místní ztráty	15
2.6. Princip numerického výpočtu	17
3. Tvorba modelu	19
3.1. Geometrie	19
3.2. Výpočetní síť	20
3.3. Porovnání sítí.....	20
3.4. Porovnání viskózních modelů	21
4. Stacionární režim 75 % stenózy.....	22
4.1. Rychlostní profily	22
4.2. Tlaková ztráta	23
5. Nestacionární režim 75 % stenózy.....	24
6. Model 90 % stenózy	26
6.1. Tvorba geometrie.....	26
6.2. Rychlostní pole	27
6.3. Tlaková ztráta	27
7. Porovnání tlakových ztrát	28
8. Závěr	30
8.1. Shrnutí pracovních úkonů a splnění cílů	30
8.2. Přehled poznatků	30
8.3. Návrhy na zdokonalení.....	31
Bibliografie	32
Seznam obrázků.....	33
Seznam tabulek.....	33
Seznam příloh.....	33

Použité symboly

a_i, a_{ij}	[–]	Koeficienty použité pro určení teoretické tlakové ztráty dle [1] (Příloha 9)
A	$[m^2]$	Průřez potrubí
B	[–]	Koeficient pro určení teoretické tlakové ztráty [1]
C	[–]	Konstanta geometrie součinitele třecích ztrát
d, D	$[m]$	Průměr potrubí
e_z	$[J \cdot kg^{-1}]$	Měrná ztrátová energie
$e_z^{(třecí)}$	$[J \cdot kg^{-1}]$	Měrná ztrátová energie třecí ztráty
\vec{f}	$[m]$	Vektor vnějších objemových sil
f	$[Hz]$	Frekvence
i, j	[–]	Součtové indexy
K	[–]	Koeficient pro určení teoretické tlakové ztráty [1]
l, L	$[m]$	Délka
l_{hr}	$[m]$	Délka hrdla stenózy
l_{pred}	$[m]$	Délka potrubí před začátkem stenózy
l_{st}	$[m]$	Délka stenózy
l_{za}	$[m]$	Délka potrubí za koncem stenózy
\dot{m}	$[kg \cdot s^{-1}]$	Hmotnostní tok
p_z	$[Pa]$	Tlaková ztráta
$p_z^{místní}$	$[Pa]$	Místní tlaková ztráta
Δp	$[Pa]$	Tlaková diference modelu
p_z^{teor}	$[Pa]$	Teoretická tlaková ztráta (pouze třecí)
p_{outlet}	$[Pa]$	Tlaková okrajová podmínka
Re	[–]	Reynoldsovo číslo

$time$	[s]	Čas
u	$[m \cdot s^{-1}]$	Rychlost ve směru osy x
\bar{u}	$[m \cdot s^{-1}]$	Střední rychlost
u'	$[m \cdot s^{-1}]$	Flukтуаční složka rychlosti
u_{inlet}	$[m \cdot s^{-1}]$	Rychlostní okrajová podmínka
u_m	$[m \cdot s^{-1}]$	Amplituda rychlosti
\dot{V}	$[m^3 \cdot s^{-1}]$	Objemový tok
x, y, z	[m]	Souřadnice kartézského systému
Δ	$[s^{-1}]$	Tenzor rychlosti deformace
η	$[Pa \cdot s]$	Dynamická viskozita
λ	[-]	Součinitel třecích ztrát
ν	$[m^2 \cdot s^{-1}]$	Kinematická viskozita
ξ	[-]	Součinitel místní ztráty
ξ_{con}	[-]	Součinitel místní ztráty náhlého zúžení průřezu
ξ_{exp}	[-]	Součinitel místní ztráty náhlého rozšíření průřezu
ξ_{fri}	[-]	Součinitel místní ztráty tření v hrdle
ξ_{75}, ξ_{90}	[-]	Součinitel místní ztráty pro 75 % a 90 % zúžení
ξ_{170}, ξ_{600}	[-]	Součinitel místní ztráty pro $Re = 170$ a $Re = 600$
ξ^{exp}	[-]	Součinitel místní ztráty určený experimentálně
ξ^{idel}	[-]	Součinitel místní ztráty určený dle Idelchik I.E. [1]
ξ^{num}	[-]	Součinitel místní ztráty z numerického modelu
ρ	$[kg \cdot m^{-3}]$	Hustota
τ	$[N \cdot m^{-2}]$	Tenzor dynamických napětí

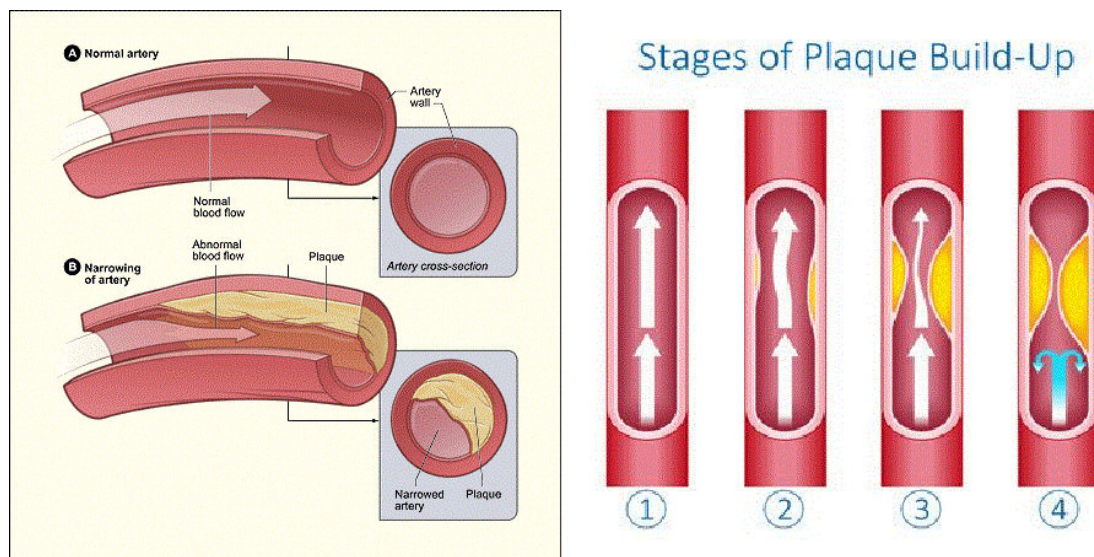
1. Úvod

1.1. Cíl práce

Cílem této práce je vytvoření numerického modelu proudění krve stenózou cévy a jeho porovnání s daty naměřenými při experimentu. Takto ověřený model bude dále použit pro simulaci proudění významnějším zúžením cévy a vyhodnocení rychlostního pole a tlakových ztrát.

1.2. Motivace

Stenóza je onemocnění cévní soustavy vyznačující se zúžením průřezu a tím zhoršením její průchodnosti. Zpravidla je tvořena usazeninami tuku, cholesterolu, vápníku nebo dalších látek nacházejících se v krvi. Už při mírném lokálním zúžení může docházet k odtržení mezní vrstvy, což vede k rychlejšímu usazování plaku a tím k zvětšování stenózy. Takové zúžení negativně ovlivňuje cirkulaci krve. Kromě urychlení krve, které ovlivňuje stěny cévy daleko za stenózou, je problémem také místní tlaková ztráta v zúžení, jejímž vlivem dochází k nedostatečnému prokrvení a okysličení tělních částí nacházejících se za zúžením. To vede k zdravotním obtížím dle konkrétního místa výskytu v těle. V lékařské praxi se operuje většina zúžení nad 75% průřezu (respektive 50% světlosti). Dále bude míra zúžení vztahována výhradně na průřez. [2] [3]



Obr. 1 Usazování plaku a tvorba stenózy v žíle (převzato z [2])

Pro medicínu není důležité jen zjistit, zda je nutné stenózu operovat. Vyskytují se také případy, kdy se i rozvinutější onemocnění ponechává bez operace. V takový případech je ale vhodné znát vliv proudění na další vývoj onemocnění. V praxi se mohou v cévách tvořit zúžení různých tvarů a ve větším počtu blízko za sebou. Pokud chceme takové případy zkoumat, dostává se nám dvou možností, provedení experimentu, nebo vytvoření počítačové simulace, která se také nazývá CFD (Computational Fluid Dynamics).

V dnešní době díky dostupnosti výkonných počítačů vychází jako levnější i rychlejší metoda CFD, která je za předpokladu vytvoření kvalitního modelu schopna velmi přesně vyřešit daný problém. Přesto je i pro CFD experiment nenahraditelný, bez něj by matematický model nemohl vzniknout. V praxi se tedy model vždy validuje pomocí skutečných naměřených dat a teprve poté je použit na jiné případy. Podobně tomu bude i v případě této práce.

1.3. Zdrojový experiment

Pro validaci numerického modelu bylo použito dat z experimentu, který není součástí této práce, ale pro odůvodnění parametrů modelu a některých přijatých zjednodušení při jeho tvorbě je třeba jej zmínit. Experiment provedla na Fakultě Strojní ČVUT v Praze doc. Ing. Ludmila Nováková, Ph.D. a je popsán v [4].

Konkrétní část experimentu, z níž jsou dále používána data, probíhala na skleněném modelu jednoduché 75 % stenózy s oblými hranami o velkém průměru 14 mm a malém 7 mm (typ „M“). Jako kapalina proudící stenózou byl použit roztok glycerinu s modifikovanými vlastnostmi, dynamickou viskozitou $\eta = 4,6 \cdot 10^{-3} Pa \cdot s$ a hustotou $\rho = 1400 kg/m^3$. Na skleněném modelu byly změřeny hodnoty tlaků před zúžením a za ním ve vzdálenosti, kde už nebylo proudění ovlivněno zúžením. Z tlakové ztráty na modelu byla odečtením teoretické třecí ztráty stanovena hodnota součinitele místní ztráty stenózy. Metodou PIV (Particle Image Velocimetry) bylo vyhodnoceno rychlostní pole. Měření proběhlo v několika režimech, pro tuto práci byly použity režimy dva. Stacionární režim se střední rychlostí podle objemového toku $\bar{u} = 0,05 m/s$. A nestacionární režim se střední časovou rychlostí $\bar{u} = 0,05 m/s$ a harmonickým průběhem kmitů o amplitudě $u_m = 0,025 m/s$ a frekvenci $f = 0,25 Hz$.

Pokud není uvedeno jinak, pochází všechna data dále označována jako experimentální z toho zdroje.

2. Teorie mechaniky tekutin

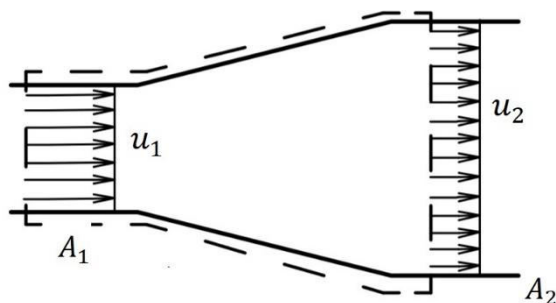
V následujícím oddíle je uveden souhrn nejdůležitějších teoretických znalostí potřebných pro praktickou část.

2.1. Rovnice kontinuity

Rovnice kontinuity vychází ze zákona zachování hmotnosti a její interpretace pro ideální nestlačitelné tekutiny ($\rho = konst.$) je velice jednoduchá. Vytkneme si v kapalině proudící jednoduchou trubicí na Obr. 2 kontrolní oblast (ohraničena čárkovaně) a označíme vstupní průřez A_1 , výstupní A_2 , vstupní rychlost u_1 a výstupní u_2 . Předpokládáme, že kapalina nemůže procházet stěnou a její rychlost je v celém profilu konstantní. Můžeme pro kontrolní objem psát bilanci toku hmotnosti ve tvaru

$$\begin{aligned} \dot{m}_1 &= \dot{m}_2, \\ \rho \cdot A_1 \cdot u_1 &= \rho \cdot A_2 \cdot u_2, \\ A_1 \cdot u_1 &= A_2 \cdot u_2 = \dot{V}. \end{aligned} \quad (2-1)$$

Poslední rovnice se nazývá Rovnice kontinuity a plyne z ní, že součin průřezu a rychlosti je roven objemovému toku a je pro každý průřez stejný. Tato rovnice bude platit i pro stacionární viskózní proudění, pokud za rychlosti u_1 a u_2 dosadíme rychlosti střední dle objemového toku.



Obr. 2 Část trubice s vyznačeným kontrolním objemem

2.2. Proudění vazké kapaliny

Při proudění reálné kapaliny dochází na jejích okrajích k disipaci energie působením třecích sil a kapalina na stěnách ulpívá, rychlost je zde nulová. Účinek třecích sil můžeme vztáhnout na plochu a vyjádřit jako tečné napětí, kterému se také říká smykové, protože vzniká smýkáním jednotlivých vrstev kapaliny po sobě. Velikost takového napětí popisuje Newtonův zákon vazkého tření, který pro nestlačitelné tekutiny můžeme psát v tenzorovém tvaru

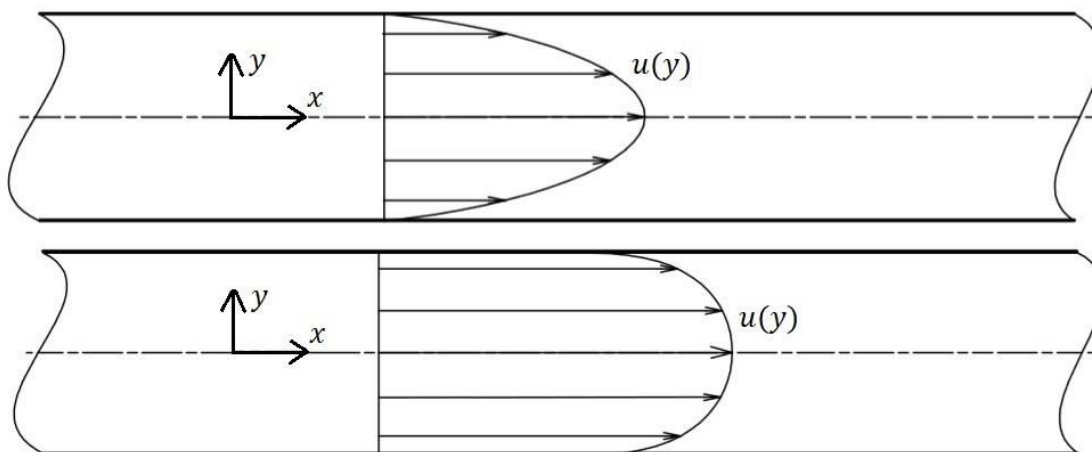
$$\tau = 2 \cdot \eta \cdot \Delta, \quad (2-2)$$

kde τ je tenzor dynamických napětí, η dynamická viskozita a Δ je tenzor rychlosti deformace. Respektive pro pouze axiální proudění v potrubí lze přepsat jedinou složku tenzoru napětí do tvaru

$$\tau_{yx} = \eta \cdot \frac{du}{dy}, \quad (2-3)$$

kde u je rychlost v axiálním směru (v následujících kapitolách označeném souřadnicí x), y radiální souřadnice a $\frac{du}{dy}$ rychlostní gradient. Tekutinám, které se řídí tímto zákonem a jejichž viskozita je závislá pouze na teplotě, říkáme newtonské. Vedle nich existují také tekutiny nenewtonské, jejichž viskozita je kromě teploty funkcí také rychlosti deformace. Dále budeme pracovat pouze s modelem newtonské tekutiny.

Proudění reálné kapaliny dále dělíme na laminární a turbulentní. Laminární proudění se vyznačuje pohybem částic po rovnoběžných trajektoriích, což si lze také představit jako klouzání tenkých vrstev kapaliny po sobě, kdy k mísení mezi jednotlivými vrstvami dochází pouze difuzí. Při turbulentním proudění se naopak částice mezi sebou neuspořádaně mísí podstatně větší rychlostí, než je pouze difuzní. V obou případech je rychlostní profil parabolický, liší se však tvarem a rychlostí u stěny, jak je vidět na obrázku Obr. 3.



Obr. 3 Laminární a turbulentní rychlostní profil

Pro rozlišení laminárního a turbulentního proudění se používá Reynoldsovo číslo Re . Jde o bezrozměrné podobnostní číslo, které vyjadřuje poměr setrvačných a vazkých sil. Pro naše účely stačí jeho vyjádření ve tvaru

$$Re = \frac{\bar{u} \cdot L}{\nu}, \quad (2-4)$$

kde L je charakteristický rozměr daný geometrií a ν kinematická viskozita, definovaná jako podíl dynamické viskozity η a hustoty ρ . Pro kruhové potrubí je charakteristickým rozměrem jeho průměr. Vztah tedy můžeme zapsat následovně

$$Re = \frac{\bar{u} \cdot d}{\eta} \cdot \rho. \quad (2-5)$$

Pomocí Re odlišujeme laminární proudění od turbulentního porovnáním s tzv. kritickým Reynoldsovým číslem Re_k , jehož hodnota pro potrubí je uváděna mezi 2000 až 2300 [5] [6]. Po překročení Re_k se laminární proudění mění v turbulentní. Ve skutečnosti tato hranice přechodu není přesně definována a záleží například na rychlosti zvyšování Re , kdy za ideálních podmínek lze udržet laminární proudění i pro hodnoty $Re = 10\,000$.

2.3. Třecí ztráta

Jak bylo již zmíněno, dochází při proudění vazké tekutiny k disipaci energie, její přeměně v jiné formy. Energetickou ztrátu lze rozdělit na dvě části, ztrátu třecí a ztrátu místní. Třecí ztráty jsou závislé na faktorech, mezi které patří rozměry protékané geometrie a drsnost povrchu, rychlost proudění, hustota kapaliny a její viskozita. Budeme-li uvažovat laminární proudění v potrubí kruhového průřezu, můžeme pro popis použít Darcy-Weisbachovu rovnici pro třecí ztrátu v potrubí [6]

$$e_z^{(třecí)} = \frac{p_z}{\rho} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\bar{u}^2}{2}, \quad (2-6)$$

kde p_z je tlaková ztráta, λ součinitel třecích ztrát, l délka potrubí, d průměr potrubí a \bar{u} střední rychlost proudění podle objemového toku. Závislost třecí ztráty na zmiňované drsnosti povrchu je ukryta v součiniteli λ , který je obecně funkcí mnoha dalších proměnných. Pro laminární proudění však závisí pouze na Reynoldsově čísle a je vyjádřen vztahem

$$\lambda = \frac{C}{Re}, \quad (2-7)$$

kde C je konstanta závislá pouze na geometrii potrubí. V tomto případě kruhového průřezu má hodnotu $C = 64$ [7]. Protože bude dále v bakalářské práci použita geometrie o neměnné délce a kapalina s konstantní viskozitou, hodí se zapsat rovnici v následujícím tvaru

$$p_z = 8 \cdot \pi \cdot l \cdot \eta \cdot \frac{\dot{V}}{A^2}. \quad (2-8)$$

Aby byla zachována rovnice kontinuity pro nestlačitelnou tekutinu, musí být také objemový tok \dot{V} konstantní. Z rovnice je tedy zřejmé, že třecí tlaková ztráta v potrubí je v daný moment pouze nepřímo úměrná druhé mocnině průřezu.

2.4. Místní ztráta

Druhým typem ztrát, ke kterým při proudění dochází, jsou ztráty místní. Ty vyjadřují zpravidla ztrátu v místech, kde se mění geometrie potrubí (rozšíření, zúžení) nebo dochází k jeho zahnutí, a mohou být způsobeny vznikem vírů. V tomto případě bude místní ztráta popisovat stenózu jako celek. Velikost místní ztráty se určuje vztahem

$$e_z = \frac{p_z}{\rho} = \xi \cdot \frac{\bar{u}^2}{2}, \quad (2-9)$$

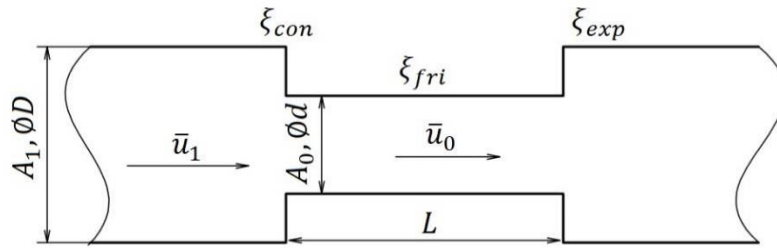
kde ξ je součinitel místní ztráty, který je závislý pouze na geometrii pro velká Re , ale i na Reynoldsově čísle pro nízké hodnoty Re . Princip jeho určení je následující. Na potrubí obsahujícím prvek změny geometrie nebo směru se experimentálně určí celková tlaková ztráta Δp , od které se odečte teoretická třecí ztráta $p_z^{teor.}$, ke které by došlo na rovném potrubí. Ztrátový součinitel se určí z rovnice (2-9) po dosazení rozdílu celkové tlakové ztráty a teoretické tlakové ztráty, protože celková ztráta je určena součtem všech třecích a místních ztrát

$$p_z^{místní} = \Delta p - p_z^{teor.} \quad (2-10)$$

Hodnoty ztrátového součinitele je možné vyhledat v odborných publikacích a příručkách, kde je uveden pro různé velikosti Reynoldsova čísla a různé geometrie.

2.5. Odhad místní ztráty

Před provedením samotného numerického výpočtu je vhodné za pomoci odborných zdrojů odhadnout výsledek. K tomuto byla použita publikace *Handbook of Hydraulic Resistance* [1], ve které jsou uvedeny experimentálně zjištěné hodnoty součinitelů místní ztráty. Ty jsou zde uvedeny jednak ve formě grafu a tabulky pro naměřené hodnoty a jednak ve formě rovnic, pomocí kterých lze součinitele určit i pro jiné vstupní parametry. Tak složitý tvar, jakým je stenóza, se zde přímo nevyskytuje, nicméně pro přibližný odhad lze použít součet ztráty náhlým zúžením průřezu (ξ_{con}), náhlým rozšířením (ξ_{exp}) a třecí ztráty v hrdle stenózy (ξ_{fri}).



Obr. 4 Model pro přibližné určení dílčích součinitelů místní ztráty

Například vztah pro určení součinitele v náhlém zúžení průřezu vypadá následovně

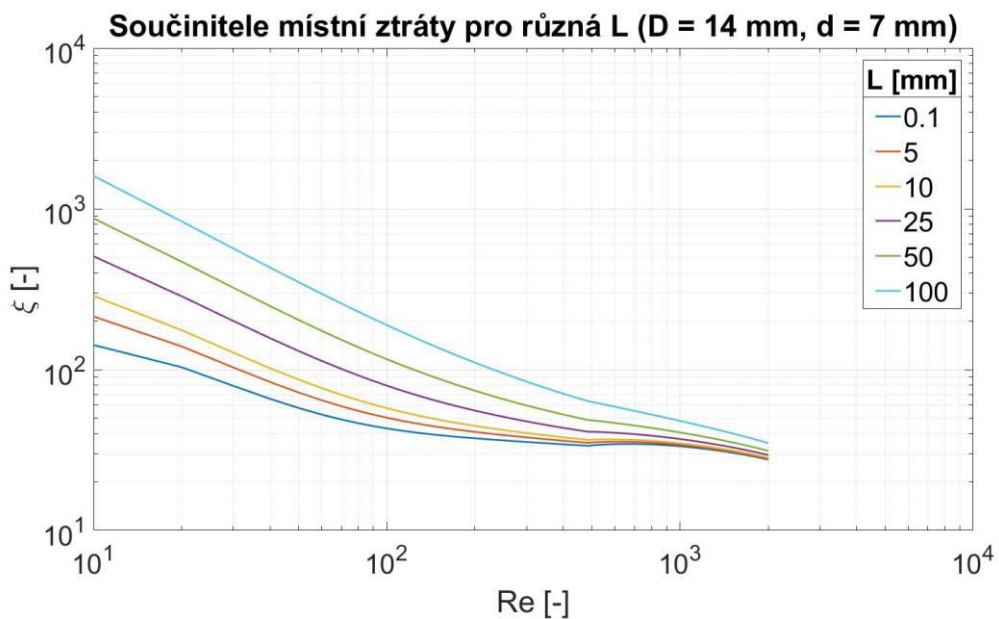
$$\xi_{con} = K \cdot B \cdot \left(1 - \frac{A_0}{A_1}\right),$$

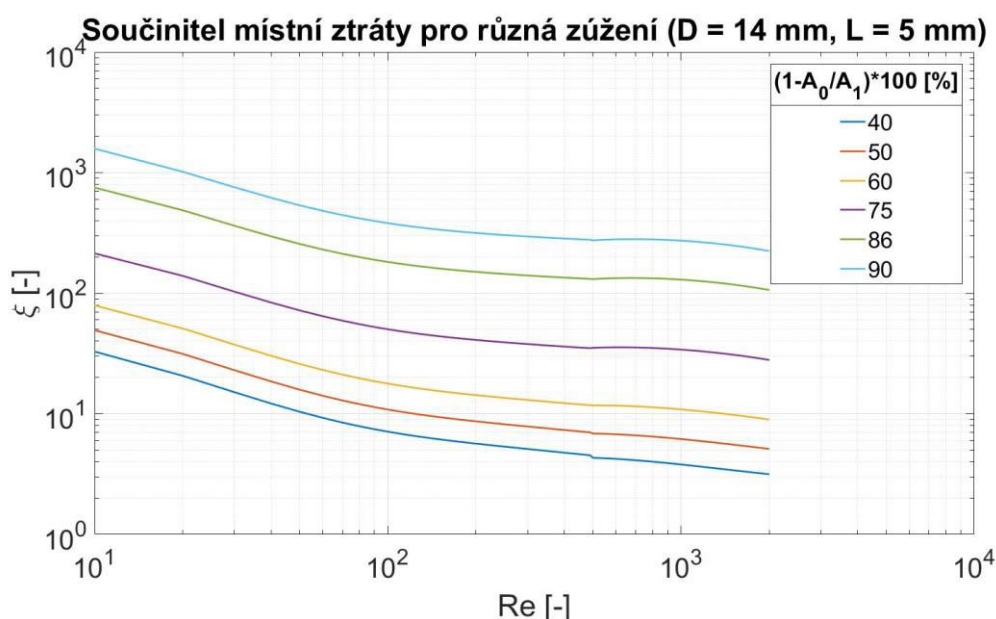
$$K = \sum_{i=0}^7 a_i \cdot (\lg Re)^i,$$

$$B = \sum_{i=0}^2 \left\{ \left[\sum_{j=0}^2 a_{ij} \cdot \left(1 - \frac{A_0}{A_1}\right)^j \right] \cdot (\lg Re)^i \right\}, \quad (2-11)$$

kde a_i a a_{ij} jsou konstantní koeficienty (Příloha 9).

Při vztažení těchto součinitelů k rychlosti v nezúžené trubce (\bar{u}_1) vzniknou v oblasti 10 až 2000 Re průběhy celkového součinitele závislé na zúžení průřezu $\frac{A_0}{A_1}$ a délce hrdla L , jak je uvedeno v grafu na Obr. 5 a 6.

Obr. 5 Celkový součinitel místní ztráty určený součtem dílčích součinitelů pro různé délky hrdla L



Obr. 6 Celkový součinitel místní ztráty určený součtem dílčích součinitelů pro různá zúžení průřezu

Modelu 75 % stenózy odpovídá křivka označená délkou $L = 5 \text{ mm}$ v prvním grafu, respektive zúžením 75 % v druhém. Pokud by tedy šlo o ostrohrannou stenózu, měl by součinitel místní ztráty dosahovat hodnot $\xi = 50$ pro $Re = 100$, respektive $\xi = 37$ pro $Re = 500$. Pro 90 % ostrohrannou stenózu vychází $\xi = 381$ pro $Re = 100$, respektive $\xi = 274$ pro $Re = 500$. U oblých variant stenóz tedy můžeme očekávat hodnoty nižší.

2.6. Princip numerického výpočtu

Pro numerické simulace problémů proudění se využívá matematického popisu základními rovnicemi, mezi které patří rovnice kontinuity a Navier-Stokesova rovnice (N-S rovnice). Ta je bilanční rovnicí vnitřní energie pro kapaliny, která vznikne zjednodušením Cauchyho rovnice dynamické rovnováhy. N-S rovnice pro kapaliny v tenzorovém tvaru vypadá následovně

$$\rho \left\{ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right\} = -\nabla p + \eta \nabla^2 \vec{u} + \rho \vec{f}, \quad (2-12)$$

kde ∇ je operátor nabla a vektor \vec{f} vyjadřuje působení vnějších sil, jakými jsou například gravitační. Řešení těchto rovnic analyticky je možné pouze v několika málo limitních případech a využívá se řešení numerického, pro které existují specializované programy. Nicméně takové řešení je v reálném čase možné pouze pro laminární proudění, při proudění turbulentním dochází k tak chaotickému pohybu částic, že musel být zaveden jiný způsob řešení. Vektor rychlosti u se rozděluje na dvě složky, časově střední rychlost \bar{u} a flukтуаční složku u'

$$u = \bar{u} + u' \quad (2-13)$$

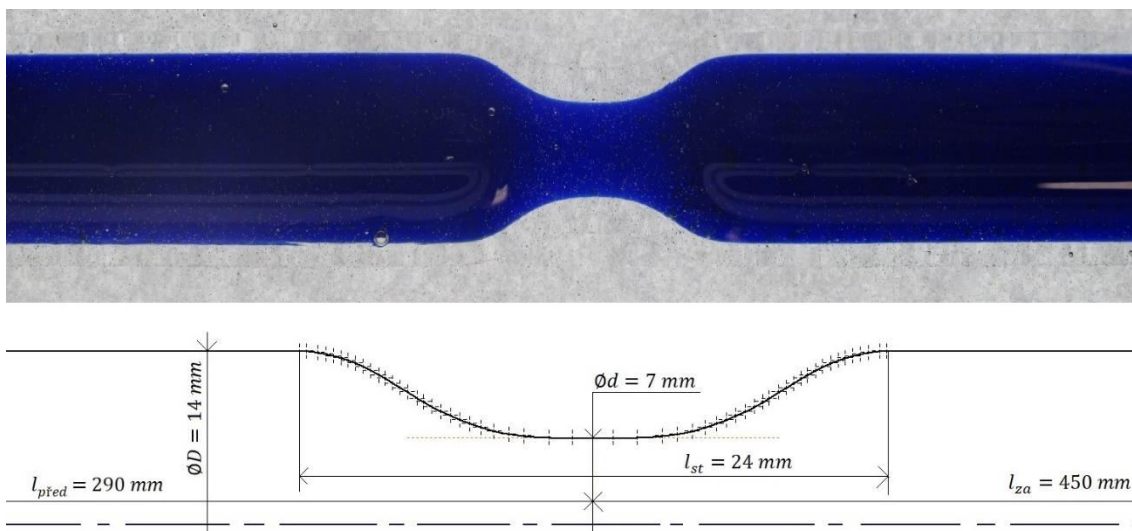
Složka u' vyjadřuje fluktuaci kolem střední hodnoty a její součet za určitý čas je roven nule. Tímto způsobem jsou vyjádřeny i ostatní veličiny jako například tlak. Po dosazení takto upravených veličin do N-S rovnice vznikne tzv. Reynolds-averaged Navier-Stokes rovnice (RANS rovnice). [7] [8]

3. Tvorba modelu

Pro simulaci proudění CFD je nutné nejdříve vytvořit geometrii, v které má proudění probíhat. Pro takový model je dále vytvořena výpočetní síť, tedy rozdělení modelu na konečný počet diskretních objemů. Teprve síť s definovaným umístěním okrajových podmínek může být použita pro samotnou simulaci. V této práci byl pro vytvoření numerického modelu použit balíček komerčního software ANSYS 17.0 a 17.2, konkrétně program ICEM CFD pro tvorbu výpočetní sítě a Fluent pro provedení výpočtu.

3.1. Geometrie

Geometrie pro výpočtový model vycházela ze skleněné stenózy, na které bylo provedeno experimentální měření. Protože program Fluent umožňuje řešení rotačně symetrických úloh, což daná stenóza je, stačí vytvořit 2D geometrii. Pomocí programu Autodesk Inventor 2018 jsem co nejpřesněji obkreslil tvar zaoblení stenózy a přidal rovnou část potrubí před stenózou a za ní. Úsek potrubí před zúžením slouží k dostatečnému vyvinutí parabolického rychlostního profilu proudění, protože na vstupu je pro jednoduchost generován pístový rychlostní profil [5]. Úsek za zúžením slouží k zpětnému ustálení proudění. Celková délka výpočtového modelu byla $52 \times \text{Ø}D$ a hrdlo stenózy se nacházelo $20 \times \text{Ø}D$ od vstupu.

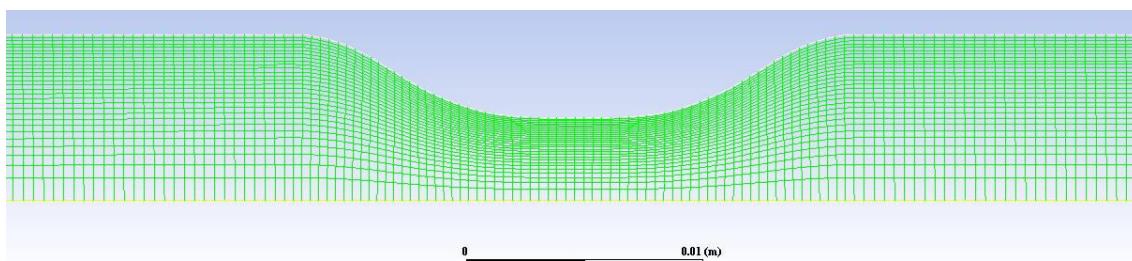


Obr. 7 Model stenózy naplněný roztokem s upraveným indexem lomu a podle něj vytvořená geometrie (převzato z [4] a upraveno)

3.2. Výpočetní síť

Definovanou geometrii jsem importoval do programu ICEM CFD, ve kterém proběhla tvorba strukturované sítě. Tvorba sítě pro takto jednoduchý případ, jakým je 2D proudění v rovné trubce pouze s jedním zúžením, není velký problém. Po rozdělení modelu na 5 bloků je na hranách mezi těmito bloky nastaven počet buněk. Velikost prvního elementu u stěny jsem stanovil pomocí webové aplikace *Pointwise Y+ calculator* [9]. Axiální rozměr elementů jsem nastavil konstantní a radiální rozměr lineárně závislý. V ose jsou tedy buňky širší než buňky u stěny. Tímto způsobem byla generována celá síť, u které se pouze nastavili funkce jednotlivých hran rozdělením na stěnu, osu, vstup a výstup. Tedy stanovení okrajových a počátečních podmínek.

Obecně je při numerických simulacích kvalita sítě jedním z nejdůležitějších faktorů pro přiblížení se realitě. Při malém počtu prvků budou výsledky hlavně poblíž překážek zkreslené a při příliš velkém bude výpočet trvat delší dobu, což vede k vyšší ceně. Proto jsem pro vytvořil tři sítě o různém počtu prvků. Sítě měly 5, 50 a 500 tisíc prvků. Jejich kvalitu jsem nejdříve kontroloval funkcí integrovanou v ICEMu. Kvalita nejjemnější a středně jemné sítě vyšla stejně, průměrně 0,98 (maximální hodnota je 1). U nejhorší sítě vyšla kvalita průměrně 0,9, což je stále relativně dobrý výsledek, ale způsobený převážně tím, že jde o velmi jednoduchou 2D geometrii.



Obr. 8 Detail zúžení výpočetní sítě s 50 663 prvky

3.3. Porovnání sítí

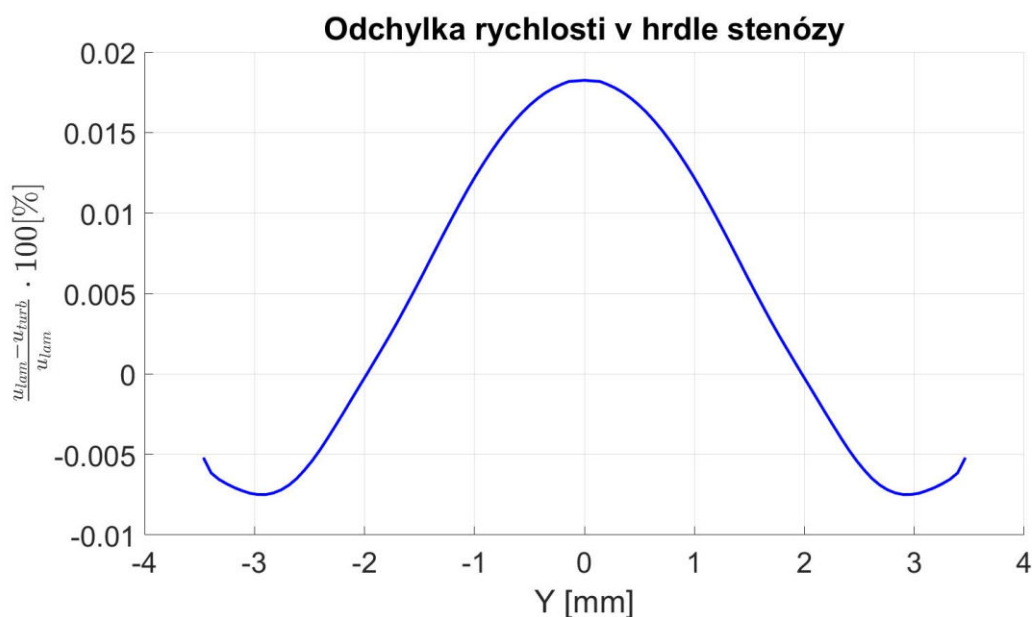
Po vytvoření výpočetní sítě je možné ji importovat do programu Fluent, kde se před spuštěním výpočtu musí definovat jeho parametry. V prvním případě to je nastavení rotační symetrie úlohy. Pro všechny simulace byly použity také shodně vlastnosti glycerinu, hustota a dynamická viskozita, jak je uvedeno v kapitole 1.3.

Prvním výpočtem byl stacionární režim s laminárním modelem. Pro okrajové podmínky jsem zadal rychlost na vstupu $u_{inlet} = 0,05 \text{ m/s}$ a tlak na výstupu $p_{outlet} = 0 \text{ Pa}$. A zvolil laminární viskózní model. Toto nastavení je postačující pro zahájení výpočtu

a bylo použito pro srovnání tří výpočetních sítí. Výsledky z jednotlivých sítí byly vztaženy na tu nejjemnější. Zatímco nejhorší síť vykazovala odchylky rychlostí až desítky procent, u střední nepřesáhly 5 % a průměr se pohyboval na 0,9 %. Průběh odchylky rychlosti ve dvou řezech je uveden v příloze 3 a 4, ze kterých je patrné, že nejmenší síť nestačí k popisu chování proudu blízko u stěny. Pro další výpočty jsem používal střední síť s 50 tisíci prvky.

3.4. Porovnání viskózních modelů

Dalším krokem bylo porovnání výsledků simulace získaných při použití laminárního a turbulentního modelu. Pro turbulentní režim byl zvolen Wilcoxův model $k - \omega$, který by dle [10] měl nejlépe popisovat chování turbulentního proudění při malých Re . Pro rychlost $u_{inlet} = 0,05 \text{ m/s}$ je hodnota $Re = 213$. Průběh odchylky rychlosti v hrdle stenózy je patrný z Obr. 9. Odchylky v dalších řezech a průběh smykového napětí na stěně je uveden v příloze 5 a 6. Z toho je možné usoudit, že pro tento případ rychlosti a zúžení není třeba použít turbulentní model a laminární bude dostačující.



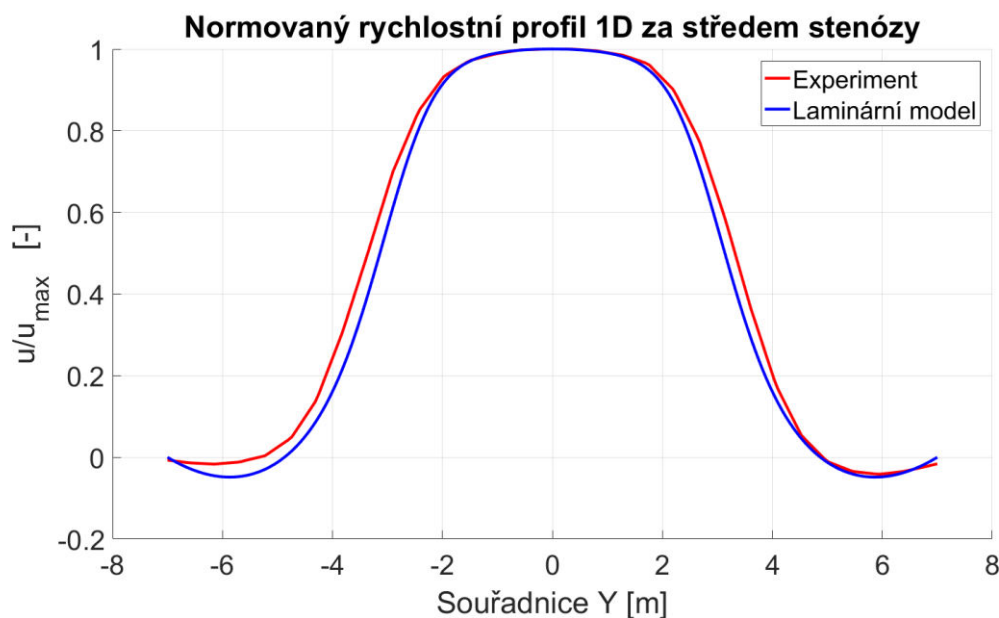
Obr. 9 Průběh odchylky rychlosti v hrdle stenózy při porovnání laminárního a turbulentního modelu

4. Stacionární režim 75 % stenózy

Všechna data získána numerickým výpočtem je z Fluentu možné exportovat pro zpracování v dalších programech. Protože data, která jsem měl k dispozici z experimentu, byla zpracováváno v Matlabu, exportoval jsem všechna svá data také do Matlabu, aby bylo možné jejich snadné srovnání.

4.1. Rychlostní profily

Vizualizace rychlostního pole z experimentu je zobrazena v příloze 1. V příloze 2 je rychlostní pole získané z Fluentu (po převrácení podél osy do druhé poloviny potrubí). Data z Fluentu byla uspořádána do matice tak, aby odpovídala experimentu. Toho bylo docíleno funkcí *griddata()* [11]. Z rychlostních polí jsem znovu vybral 6 řezů, abych v nich porovnal rychlostní profily (od středu stenózy po násobcích průměru trubky do pětinasobku průměru D). Protože v hodnotách rychlostí byly patrné rozdíly, pro lepší názornost jsem ještě porovnal pouze tvar profilů normováním, všechny hodnoty jsou vydělené maximální hodnotou. Všechny rychlostní profily a jejich normované tvary jsou uvedeny v příloze.



Obr. 10 Srovnání tvaru rychlostního profilu experimentu a numerického modelu

Z toho srovnání je vidět, že si experimentální data s numerickými stoprocentně neodpovídají, tato odchylka však může být z velké části způsobena provedením experimentu, kde potrubí nemuselo být ideálně symetrické.

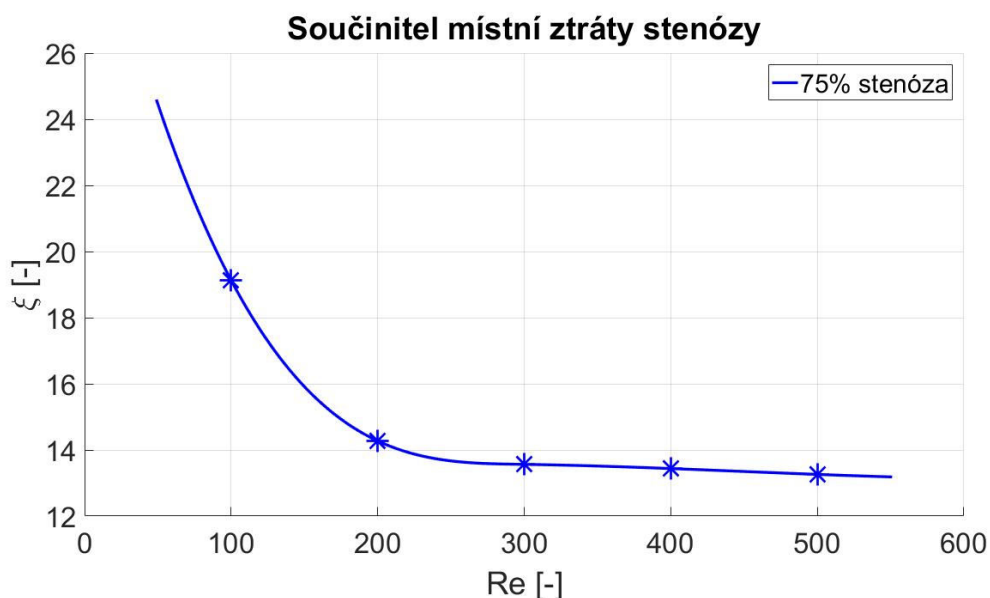
4.2. Tlaková ztráta

Jak bylo již řečeno v kapitole 2.3. a 2.4. bude dalším bodem vyhodnocení tlaková ztráta modelu, respektive součinitele místní ztráty. Pro tento účel jsem provedl sérii simulací s různou rychlostí na vstupu, za účelem zmapování tlakové ztráty pro různá Re . Výsledkem je ověření předpokladu, že velikost součinitele místní ztráty při malých rychlostech je funkcí Reynoldsova čísla. Naopak pro vyšší rychlosti se na něm stává nezávislá.

Tabulka 1 Tlaková ztráta z numerického modelu 75 % stenózy

Re [-]	Δp [Pa]	$p_z^{teor.}$ [Pa]	$p_z^{místní}$ [Pa]	ξ [-]
100	20,4	13,0	7,4	19,1
200	48,1	26,1	22,0	14,3
300	86,2	39,1	47,1	13,6
400	135,1	52,2	82,9	13,4
500	193,0	65,2	127,8	13,3

Po proložení těchto hodnot křivkou, je na Obr. 11 vidět, že tyto hodnoty přibližně odpovídají experimentálně získaným. V [4] je pro $Re = 600$ uvedena hodnota $\xi_{600}^{exp} = 11,7$ a pro $Re = 170$ je zde $\xi_{170}^{exp} = 16,6$.



Obr. 11 Závislost součinitele místní ztráty v 75 % stenóze na Re

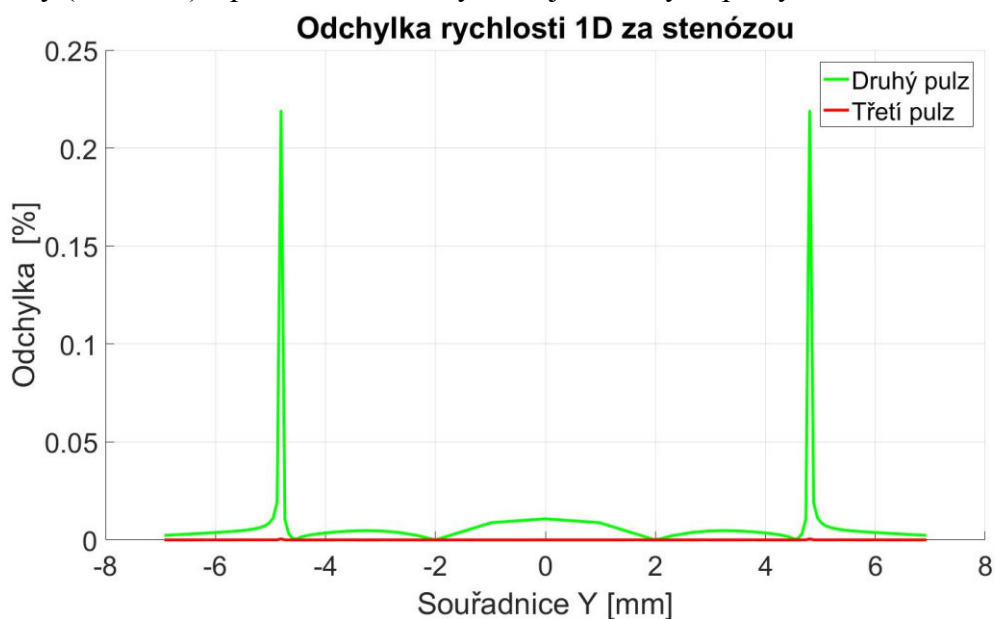
5. Nestacionární režim 75 % stenózy

Data z experimentu pro měření nestacionárního režimu zahrnovala rychlostní pole v 8 časových bodech během jedné periody. Pro simulaci takového režimu Fluent nabízí možnost zahrnutí času do výpočtu, stačí vybrat v úvodní nabídce možnost *Transient*. Dále je ale nutné nějak změnu rychlosti v čase definovat. K tomu slouží tzv. *UDF* (User-defined functions), uživatelem definované funkce. Tyto funkce je možné psát v jazyce C, použil jsem tedy skript obsahující následující definici rychlostního profilu na vstupu

$$u(\text{time}) = 0,05 + 0,025 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \text{time} + \frac{\pi}{4}\right). \quad (5-1)$$

Fázový posun sinusové funkce je použit proto, aby v první časové vrstvě (která ve Fluentu není $\text{time} = 0$) byla velikost rychlosti v maximum a pořadí časových vrstev tak souhlasilo s číslováním v experimentu. Před samotným spuštěním výpočtu je ještě třeba nastavit velikost časového kroku a jejich počet. Protože jedna perioda má být rozdělena na 8 částí, nastavil jsem časový krok na 0,5 s.

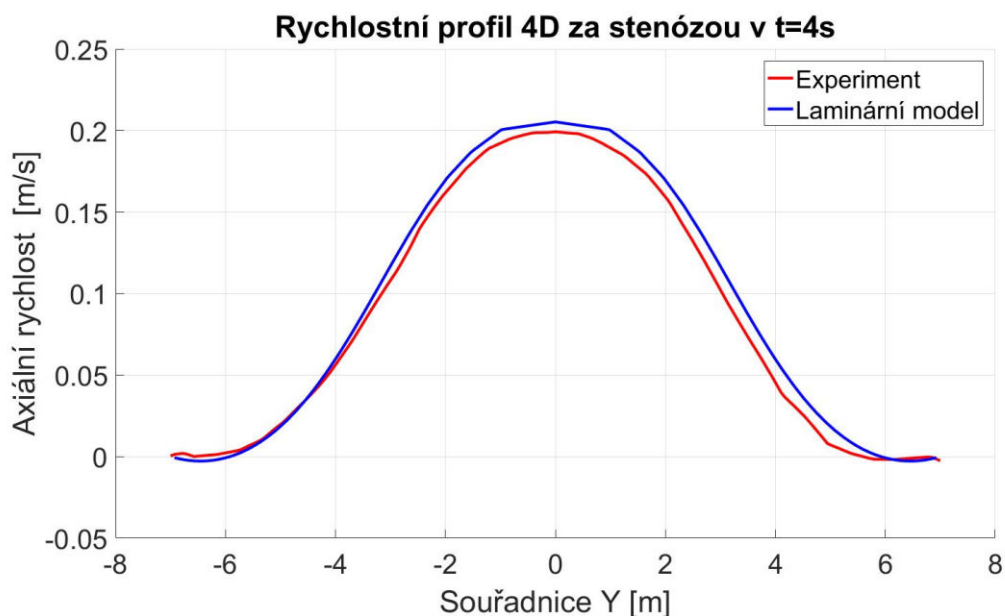
Princip časově proměnného proudění ve Fluentu je jednoduchý. Po dokončení výpočtu v jedné časové vrstvě je změněna hodnota času a výpočet pokračuje s novou hodnotou okrajové podmínky, ale vychází z výsledků na předchozí vrstvě. Každý krok je tedy také ovlivněn těmi předchozími. Z tohoto důvodu jsem výpočet nechal běžet přes 4 periody (32 kroků) a porovnával rozdíly mezi jednotlivými pulzy.



Obr. 12 Odchylna rychlosti mezi aktuálním a následujícím pulzem

Dle předpokladu nevychází průběh rychlosti ve všech pulzech stejně. Zásadně se ovšem liší pouze první, odchylka zde dosahovala maxima na rozhraní hlavního proudu a vírů u stěny. Ačkoliv tedy absolutní rozdíl rychlostí není v tomto místě velký, dochází k nárůstu odchylky, protože se zde rychlosti blíží nule. Na Obr. 12 je uvedeno srovnání druhého, třetího a čtvrtého pulzu v jednom řezu. Srovnání je zobrazeno jako odchylka rychlosti aktuálního pulzu od následujícího. Z tohoto je patrné, že už druhý pulz je možné použít, odchylka zde v žádném místě nepřesahuje 0,25 %.

Porovnání rychlostních profilů s experimentem je pro ukázkou zobrazeno na Obr.13, ostatní profily ve všech řezech a časových krocích nebudou uváděny ani v samostatné příloze, neboť jde v podstatě o stejné grafy jako v předchozí kapitole.



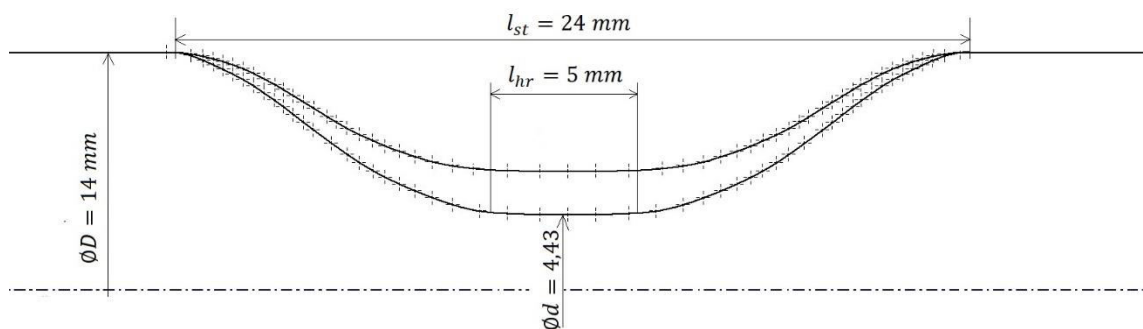
Obr. 13 Porovnání rychlostního profilu při nestacionárním režimu

6. Model 90 % stenózy

V této kapitole bude popsána tvorba numerického modelu pro významnější zúžení průřezu a vyhodnocení získaných výsledků

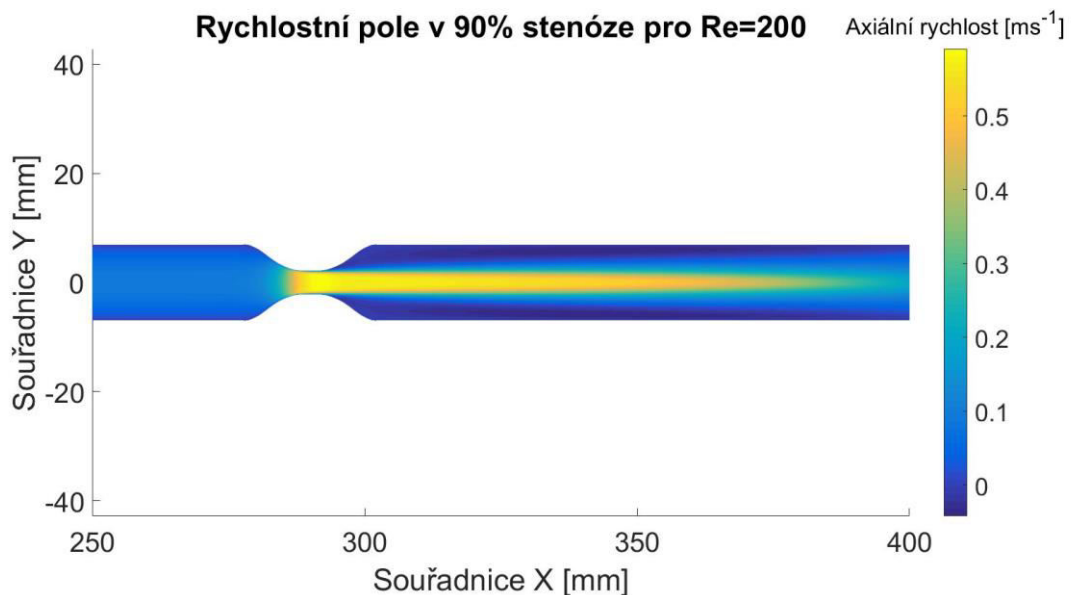
6.1. Tvorba geometrie

Pro 90 % zúžení bylo třeba vytvořit novou geometrii. Ta vycházela z původní 75 %. Délka celého modelu i samotného zúžení zůstala shodná, jen průměr v hrdle se zmenšil z původních 7 mm na 4,43 mm (aby se průřez zmenšil na 10 %, musí se průměr zmenšit na $\sqrt{10}$ %).



Obr. 14 Geometrie 90 % stenózy v porovnání se 75 %

Při tvorbě výpočetní sítě pro druhý model jsem využil znalostí z prvního. Pro výpočty na tomto zúžení jsem použil síť o 56 tisících prvcích, která dle kontrolní funkce ICEMu opět dosahovala průměrné kvality 0,99.



Obr. 15 Rychlostní pole v 90 % stenóze pro $Re=200$

6.2. Rychlostní pole

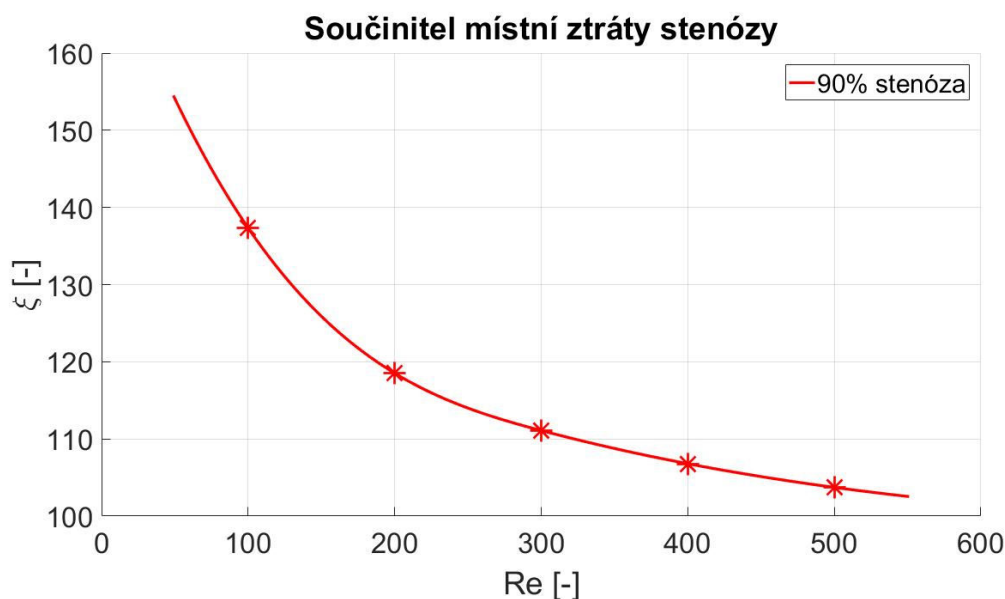
Nastavení simulace ve Fluentu pro nový model probíhalo stejně jako u prvního. Pro toto významnější zúžení jsem také provedl simulace pro 5 různých vstupních podmínek odpovídajících Re od 100 do 500. V tomto případě už docházelo v zúžení k tak významnému urychlení proudu, že laminární model od $Re = 300$ nekonvergoval. V zúžení totiž Re nabývá desetinásobných hodnot. Všechny 5 simulací jsem tedy provedl s použitím laminárního i turbulentního modelu. Pro hodnoty 100 a 200 se oba modely shodovaly. Od hodnoty 300 už je použit pouze turbulentní. Grafická zobrazení rychlostních polí jsou uvedena v příloze 8.

6.3. Tlaková ztráta

Princip vyhodnocení tlakové ztráty zůstává shodný jako v kapitole 4.2. Od hodnoty získané z Fluentu je odečtena teoretická třecí ztráta a z ní je poté vypočítán ztrátový součinitel. Hodnoty jsou uvedeny v Tabulce 2 a zobrazeny v grafu na Obr. 16.

Tabulka 2 Tlaková ztráta z numerického modelu 90 % stenózy

Re [-]	Δp [Pa]	$p_z^{teor.}$ [Pa]	$p_z^{místní}$ [Pa]	ξ [-]
100	66,0	13,0	53,0	137,3
200	208,9	26,1	182,8	118,5
300	424,6	39,1	385,5	111,1
400	711,0	52,2	658,8	106,8
500	1065,0	65,2	999,8	103,7



Obr. 16 Závislost součinitele místní ztráty v 90 % stenóze na Re

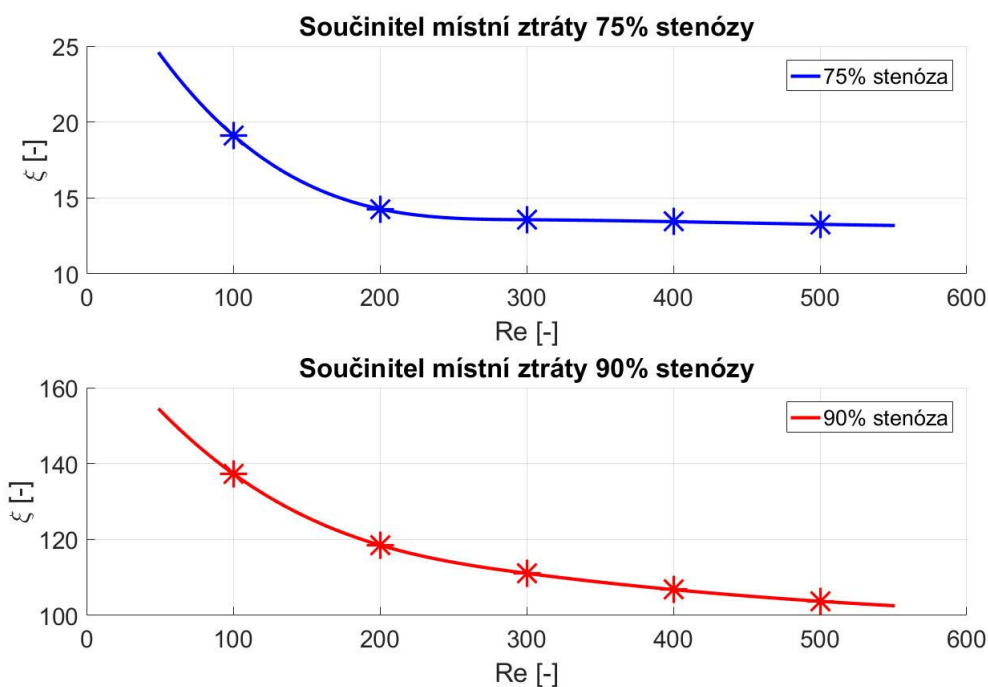
7. Porovnání tlakových ztrát

V Tabulce 3 jsou uvedeny hodnoty součinitelů místní ztráty pro 75 % ($\xi_{75\%}$) a 90 % ($\xi_{90\%}$) stenózu získané z odhadu dle vztahů pro náhlé zúžení a rozšíření uvedené v *Handbook of hydraulic resistance* od Idelchik I.E. [1] (ξ^{idel}) a získané z numerického modelu (ξ^{num}). Pro 75 % stenózu jsou zde také uvedeny hodnoty z experimentu (ξ^{exp}).

Tabulka 3 Hodnoty součinitelů místní ztráty pro vybrané Re dle experimentu

	75 % stenóza			90 % stenóza	
	$\xi_{75\%}^{exp}$ [-]	$\xi_{75\%}^{idel}$ [-]	$\xi_{75\%}^{num}$ [-]	$\xi_{90\%}^{idel}$ [-]	$\xi_{95\%}^{num}$ [-]
$Re = 170$	16,6	42,53	15,1	326,7	122,5
$Re = 600$	11,7	35,57	13	279,5	101,3

Z této tabulky lze usuzovat, že vytvořený numerický model byl dostačující, neboť hodnoty součinitelů místní ztráty vyšly velmi podobné. Také je zde vidět, že teoretická ztráta pro ostrohrannou stenózu určená dle [1] nabývá hodnot téměř trojnásobných oproti experimentálním i numerickým, a to jak pro 75 %, tak i pro 90 %. Toto je další znak, který lze považovat za potvrzení správnosti numerického modelu.



Obr. 17 Porovnání součinitelů místní ztráty pro dvě stenózy (numerické hodnoty)

Jak již bylo řečeno, od určité hodnoty Re již na něm součinitel místní ztráty nezávisí a zůstává konstantní. Tato hodnota, do které ještě Re hodnotu součinitele ovlivňuje, závisí na velikosti zúžení. Je zřejmé, že pro významnější zúžení musí být Re vyšší, aby přestalo mít na hodnotu součinitele vliv.. Také lze z těchto závislostí vypožorovat, že naopak pro menší zúžení v oblasti nízkých Re ovlivňuje jeho hodnota součinitel větší mírou.

8. Závěr

8.1. Shrnutí pracovních úkonů a splnění cílů

V bakalářské práci jsem se zabýval numerickým modelem proudění kapaliny zúžením průřezu a jeho využití k určení tlakových ztrát. V rámci práce jsem splnil všechny stanovené cíle

1. Vytvořil jsem numerický model proudění v 75 % stenóze dle geometrie reálného modelu a tento jsem validoval s využitím dostupných experimentálních dat.
2. Model jsem dále využil pro výpočet proudového pole ve významnějším zúžení (90 % stenóze) pro rozsah Reynoldsových čísel.
3. Výsledky z modelu 75 % zúžení jsem použil pro porovnání tlakové ztráty s experimentálními daty.

Za použití dat z experimentu jsem vytvořil 2D geometrii potrubí se zúžením a pomocí programu ICEM CFD vytvořil výpočetní síť. Po importování sítě do programu Fluent a zadání všech parametrů proudění jsem provedl počáteční simulace pro porovnání tří různě kvalitních sítí.

Pro další výpočty jsem použil pouze tu neoptimálnější, kterou se ukázala být středně velká síť. Vytvořil jsem několik simulací pro různé okrajové podmínky (vstupní rychlost) a z nich vyhodnotil součinitele místní ztráty pro rozsah Re od 100 do 500. Tyto jsem porovnal s hodnotami z experimentu. Celý proces jsem opakoval pro geometrii potrubí s významnějším (90 %) zúžením a také vyhodnotil součinitele místní ztráty pro rozsah Re .

Pro ověření získaných součinitelů tlakové ztráty jsem dále použil příručku *Handbook of Hydraulic Resistance* [1], z které jsem použil rovnice pro určení tlakových ztrát náhlého zúžení a rozšíření průřezu. Toto porovnání ukázalo téměř trojnásobný nárůst součinitele tlakové ztráty u ostrohranného modelu stenózy oproti použitému modelu s oblými hranami.

8.2. Přehled poznatků

Numerické simulace proudění se využívají pro svou časovou nenáročnost oproti experimentálním měřením. Vytvořený numerický model je ale vždy nutné validovat za

pomocí skutečných dat, jinak nelze potvrdit správnost výpočtem získaných dat. Po validaci modelu experimentem je pak možné jej použít na další podobné problémy.

Podstatný vliv na kvalitu numerického modelu má výpočetní síť. V okolí stěn, respektive obtékaných těles, je nutné zajistit dostatečné množství síťových buněk. Ve volném prostoru pak může být jejich počet menší pro výrazné urychlení výpočtů. Pro porovnání sítí se používá tzv. síťová analýza.

I u proudění s nízkou rychlostí je třeba věnovat pozornost vzniku turbulence a případně použít vhodný turbulentní model. Modelů turbulence existuje velké množství a každý je vhodný pro jinou aplikaci. Pro turbulenci při nízkých hodnotách Re se používá například Wilcoxův model.

Pro zjednodušení popisu tlakových ztrát se využívá součinitelů místních ztrát. Tím je možné nahradit jinak obtížně popsanou oblast, kde dochází k ovlivnění proudění například změnou průřezu. Velikost součinitele místní ztráty závisí na geometrii, ve které k místní ztrátě dochází, a pro malé hodnoty Reynoldsova čísla také na Re .

8.3. Návrhy na zdokonalení

Bakalářská práce byla zaměřena především na vytvoření a validaci modelu pomocí experimentálních dat. Pro další krok navazující práce bych zvolil využití modelu krve jako proudící kapaliny. V tom případě by byl použit model neneutonské kapaliny.

Dalším zajímavým krokem by bylo zjistit, jak se změní tlaková ztráta, pokud nejde o rotačně symetrickou geometrii, tedy zúžení se nenachází v přímé části cévy, je excentrické nebo se jich opakuje více za sebou.

Bibliografie

- [1] IDELCHIK, I.E., M.O. Steinberg EDITOR TRANSLATED BY GRETA R. MALYASKAYA a Oleg G. Martynenko. TRANSLATION EDITOR. Handbook of hydraulic resistance. 3rd ed. New York: Begell House, 1996. ISBN 9781567000740.
- [2] KONVIČKOVÁ, Svatava a Jaroslav VALENTA. Biomechanika srdečně cévního systému člověka. Vyd. 2. Praha: Česká technika - nakladatelství ČVUT, 1997. ISBN 80-01-03425-9.
- [3] Atherosclerosis [online]. Bethesda: National Heart, Lung, and Blood Institute, b.r. [cit. 2018-05-01]. Dostupné z: <https://www.nhlbi.nih.gov/health-topics/atherosclerosis>
- [4] NOVÁKOVÁ, Ludmila. Analýza proudění krve ve stenózách. Praha, 2016. Habilitační práce. Fakulta Strojní, ČVUT v Praze.
- [5] CROWE, C. T. Engineering fluid mechanics. 9th ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2009. ISBN 978-0470-25977-1.
- [6] JEŽEK, Jan, Blanka VÁRADIOVÁ a Josef ADAMEC. Mechanika tekutin. Vyd. 3. přeprac. Praha: České vysoké učení technické, 1997. ISBN 80-010-1615-3.
- [7] ŠESTÁK, Jiří a František RIEGER. Přenos hybnosti, tepla a hmoty. Vyd. 3. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 80-01-02933-6.
- [8] Reynolds (Ensemble) Averaging. Sharcnet [online]. London: The University of Western Ontario, b.r. [cit. 2018-05-04]. Dostupné z: https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/flu_th/flu_th_sec_reynolds_averaging.html
- [9] Y+ Calculator. Pointwise [online]. Texas: Pointwise, b.r. [cit. 2018-05-21]. Dostupné z: <http://www.pointwise.com/yplus/>
- [10] GHALICHI, Farzan, Xiaoyan DENG, Alain DE CHAMPLAIN, Yvan DOUVILLE, Martin KING a Robert GUIDOIN. Low Reynolds number turbulence modeling of blood flow in arterial stenoses. Biorheology. IOS Press, 1998, 1998(3545). ISSN 1878-5034.
- [11] Interpolate 2-D or 3-D scattered data: MATLAB griddata. MathWorks Documentation [online]. b.r. [cit. 2018-05-05]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/griddata.html>

Seznam obrázků

<i>Obr. 1 Usazování plaku a tvorba stenózy v žíle (převzato z [2])</i>	10
<i>Obr. 2 Část trubice s vyznačeným kontrolním objemem</i>	12
<i>Obr. 3 Laminární a turbulentní rychlostní profil</i>	13
<i>Obr. 4 Model pro přibližné určení dílčích součinitelů místní ztráty</i>	16
<i>Obr. 5 Celkový součinitel místní ztráty určený součtem dílčích součinitelů pro různé délky hrdla L</i>	16
<i>Obr. 6 Celkový součinitel místní ztráty určený součtem dílčích součinitelů pro různá zúžení průřezu</i>	17
<i>Obr. 7 Model stenózy naplněný roztokem s upraveným indexem lomu a podle něj vytvořená geometrie (převzato z [4] a upraveno)</i>	19
<i>Obr. 8 Detail zúžení výpočetní sítě s 50 663 prvky</i>	20
<i>Obr. 9 Průběh odchyly rychlosti v hrdle stenózy při porovnání laminárního a turbulentního modelu</i>	21
<i>Obr. 10 Srovnání tvaru rychlostního profilu experimentu a numerického modelu</i>	22
<i>Obr. 11 Závislost součinitele místní ztráty v 75 % stenóze na Re</i>	23
<i>Obr. 12 Odchylna rychlosti mezi aktuálním a následujícím pulzem</i>	24
<i>Obr. 13 Porovnání rychlostního profilu při nestacionárním režimu</i>	25
<i>Obr. 14 Geometrie 90 % stenózy v porovnání se 75 %</i>	26
<i>Obr. 15 Rychlostní pole v 90 % stenóze pro $Re=200$</i>	26
<i>Obr. 16 Závislost součinitele místní ztráty v 90 % stenóze na Re</i>	27
<i>Obr. 17 Porovnání součinitelů místní ztráty pro dvě stenózy (numerické hodnoty)</i>	28

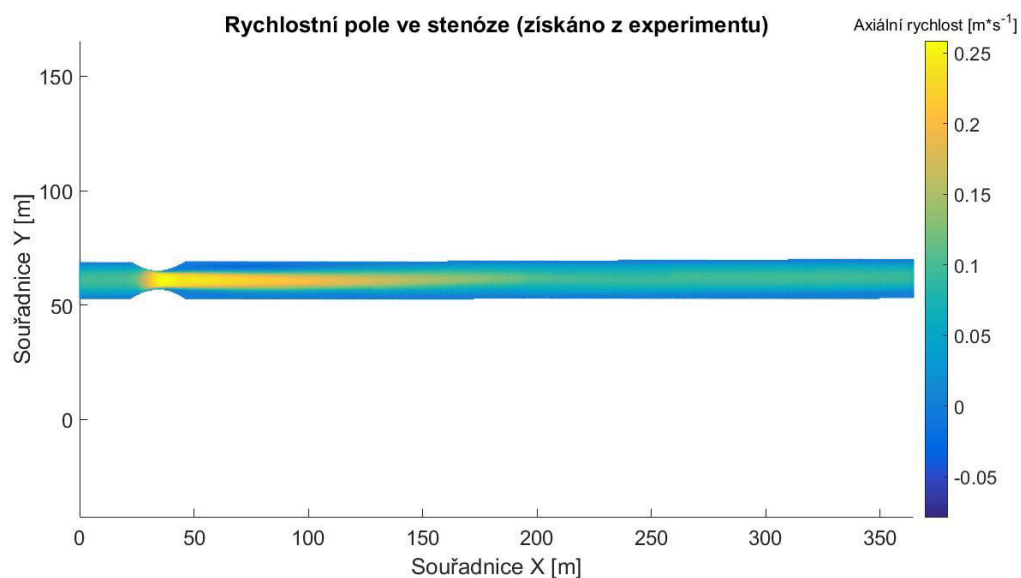
Seznam tabulek

<i>Tabulka 1 Tlaková ztráta z numerického modelu 75 % stenózy</i>	23
<i>Tabulka 2 Tlaková ztráta z numerického modelu 90 % stenózy</i>	27
<i>Tabulka 3 Hodnoty součinitelů místní ztráty pro vybrané Re dle experimentu</i>	28

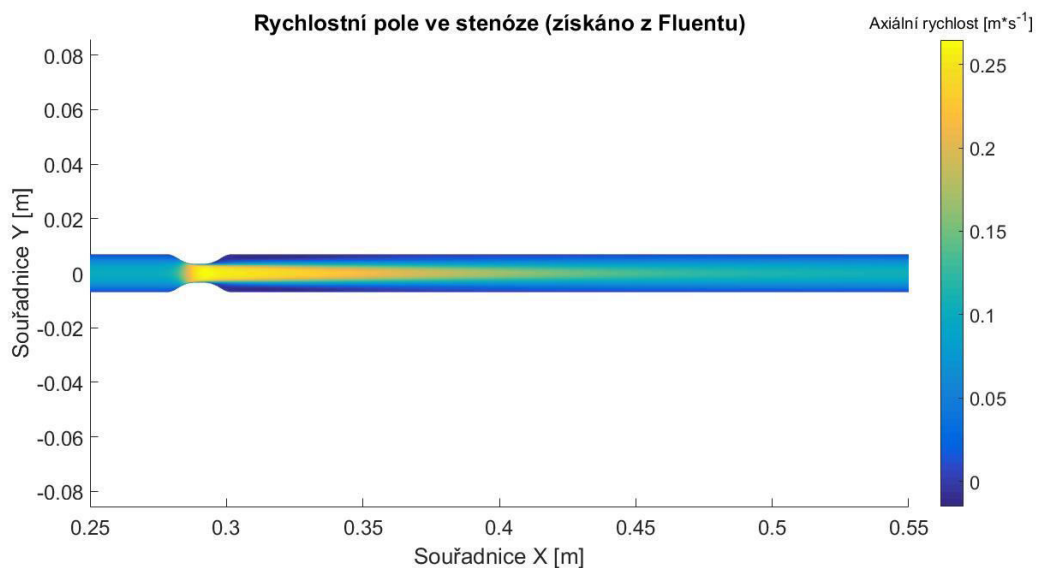
Seznam příloh

<i>Příloha 1 – Rychlostní pole experimentu při stacionárním režimu</i>
<i>Příloha 2 – Rychlostní pole numerického modelu při stacionárním režimu</i>
<i>Příloha 3 – Odchylna rychlostí v hrdle při testování sítí</i>
<i>Příloha 4 – Odchylna rychlostí 5D za hrdlem při testování sítí</i>
<i>Příloha 5 – Odchylny rychlostí při porovnání laminárního a turbulentního modelu</i>
<i>Příloha 6 – Průběh smykového napětí porovnání laminárního a turbulentního modelu</i>
<i>Příloha 7 – Rychlostní profily (6) v násobcích průměru D od hrdla 75 % stenózy</i>
<i>Příloha 8 – Rychlostní pole 90 % stenózy pro čtyři různá Reynoldsova čísla</i>
<i>Příloha 9 – Výpočet teoretické tlakové ztráty dle [1]</i>

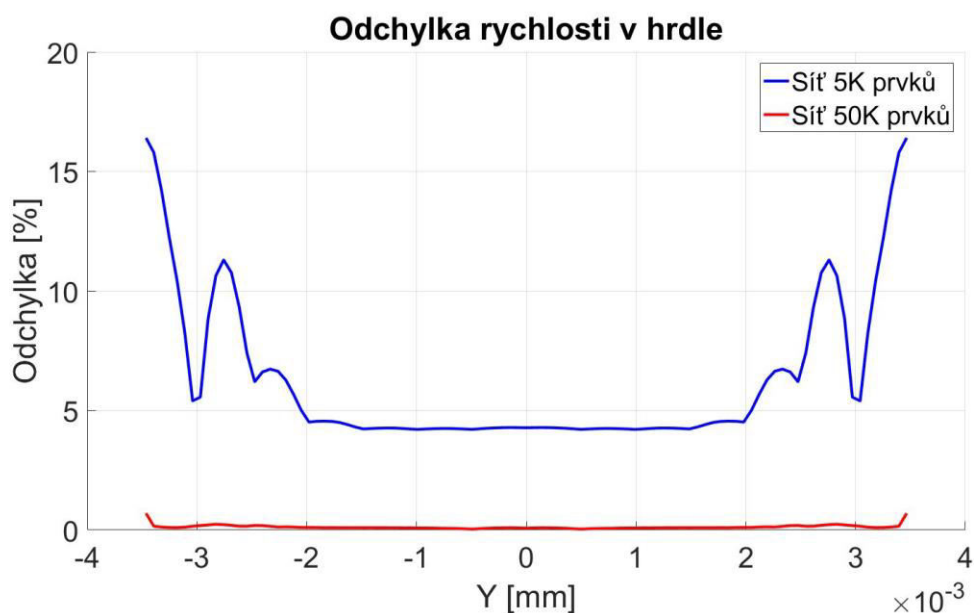
Příloha 1 – Rychlostní pole experimentu při stacionárním režimu



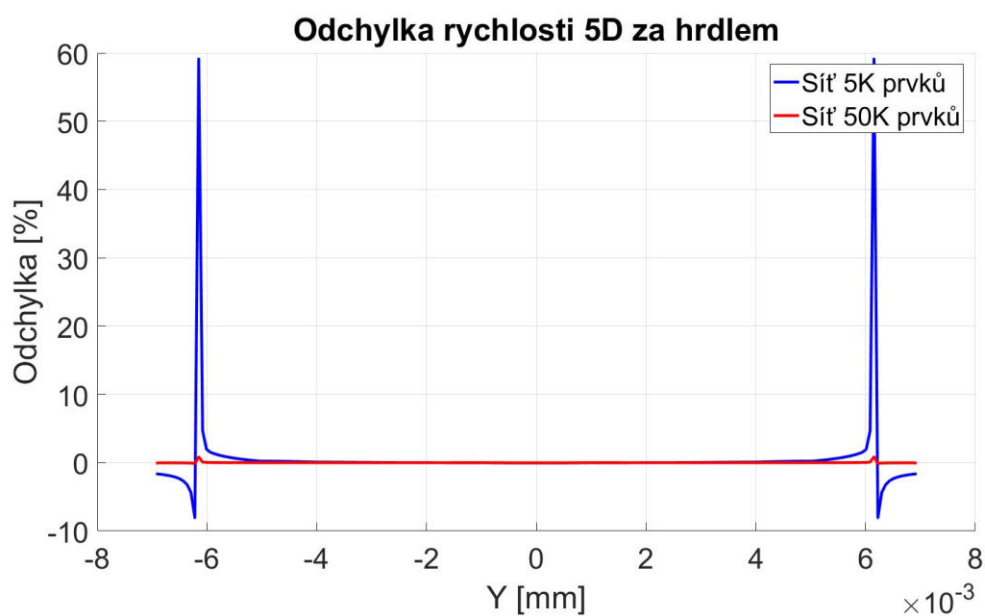
Příloha 2 – Rychlostní pole numerického modelu při stacionárním režimu



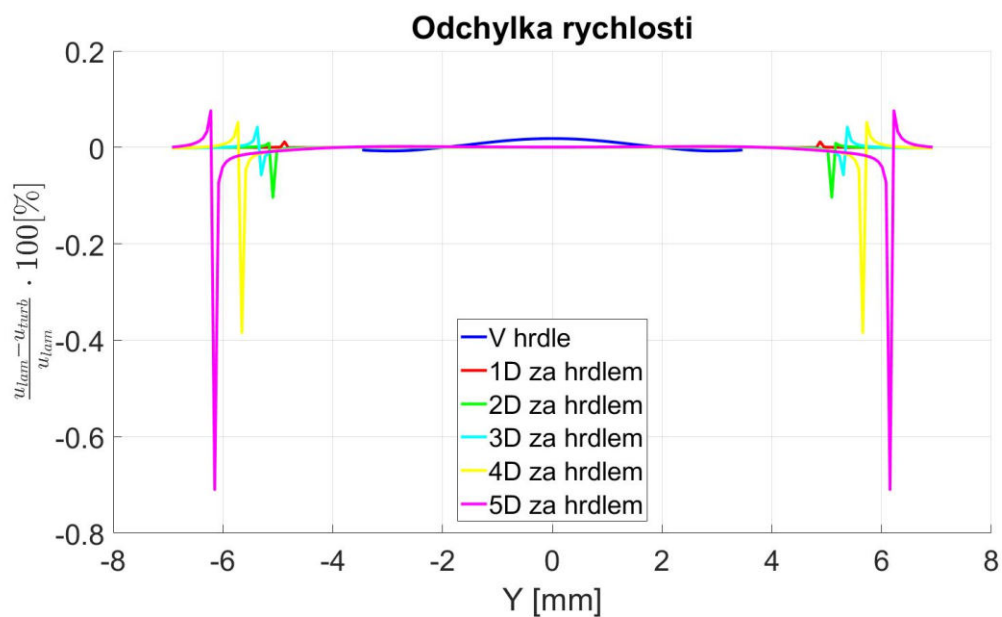
Příloha 3 – Odchylka rychlostí v hrdle při testování sítí



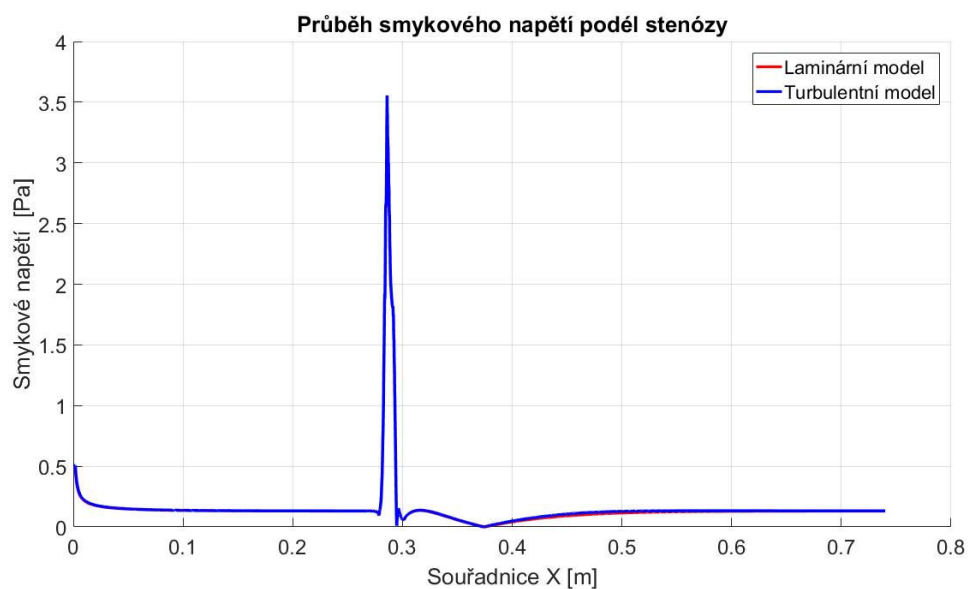
Příloha 4 – Odchylka rychlostí 5D za hrdlem při testování sítí



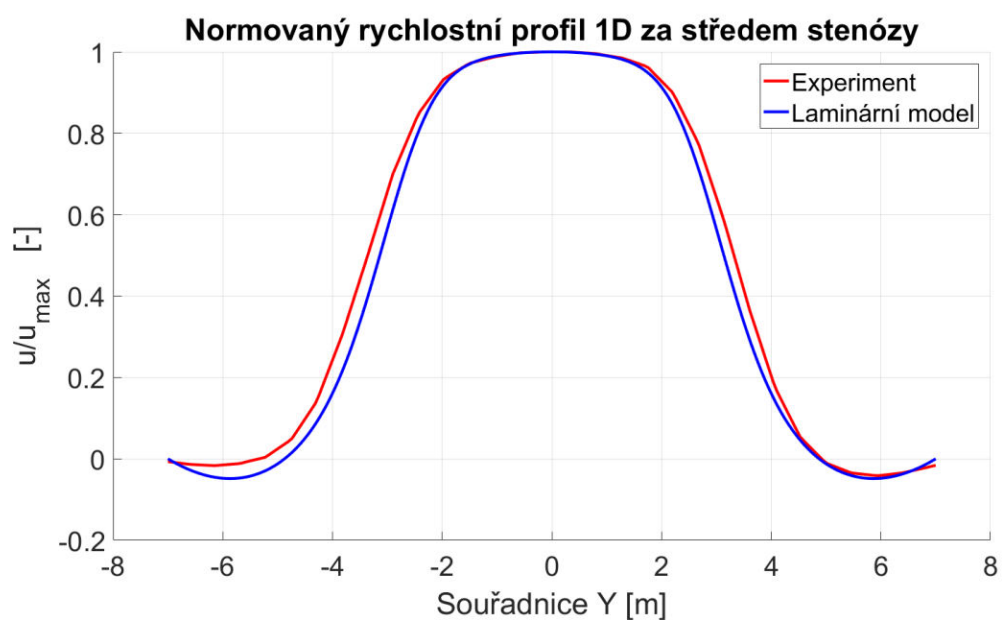
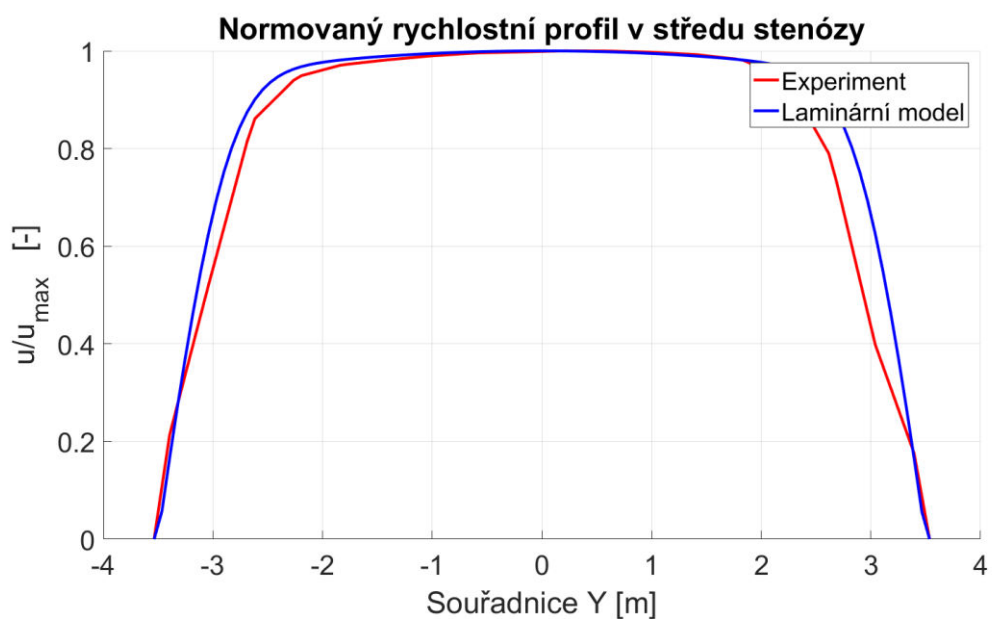
Příloha 5 – Odchyly rychlostí při porovnání laminárního a turbulentního modelu

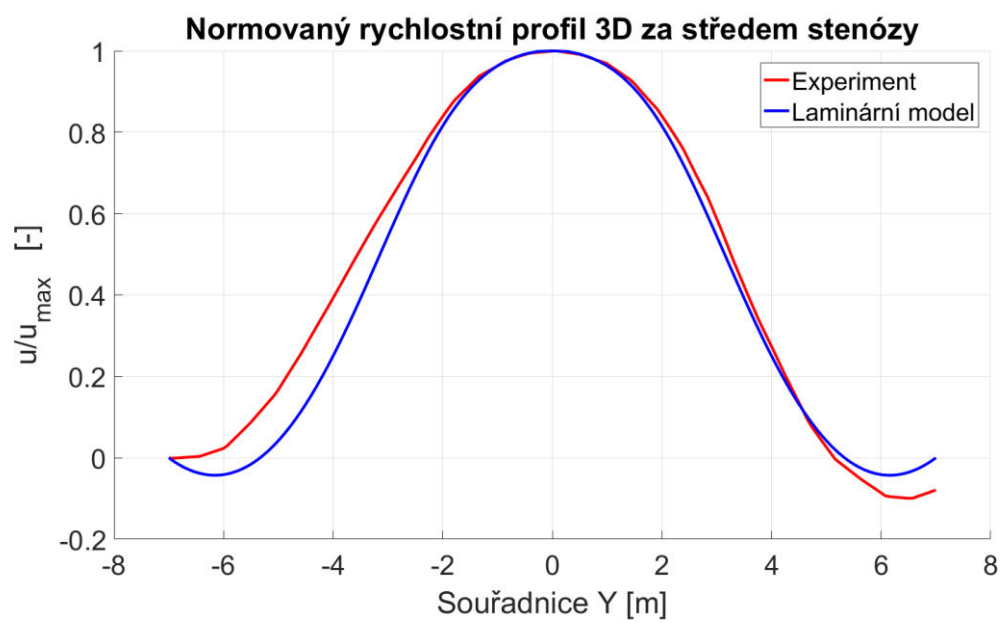
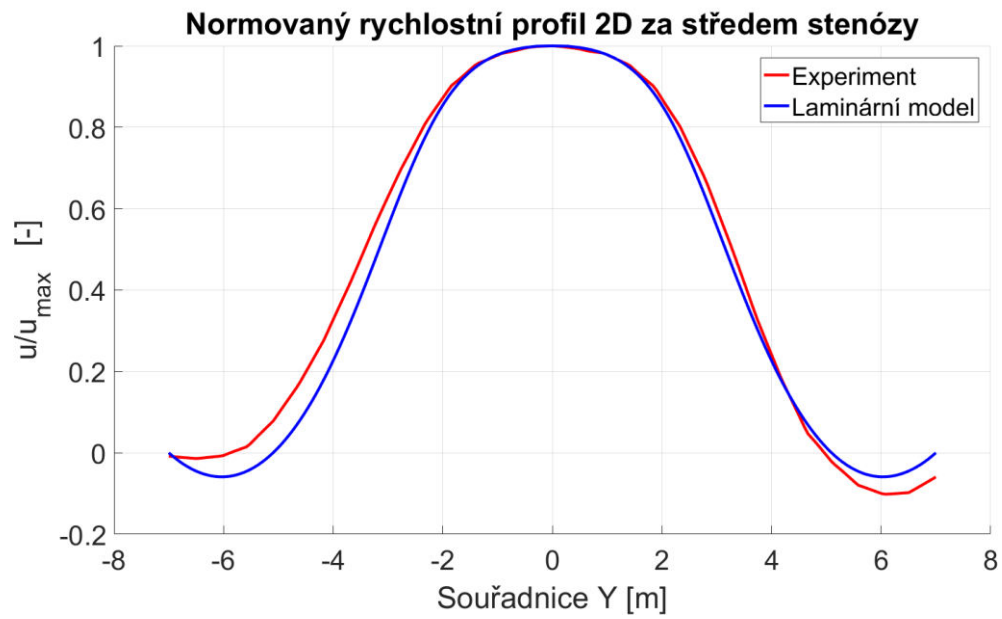


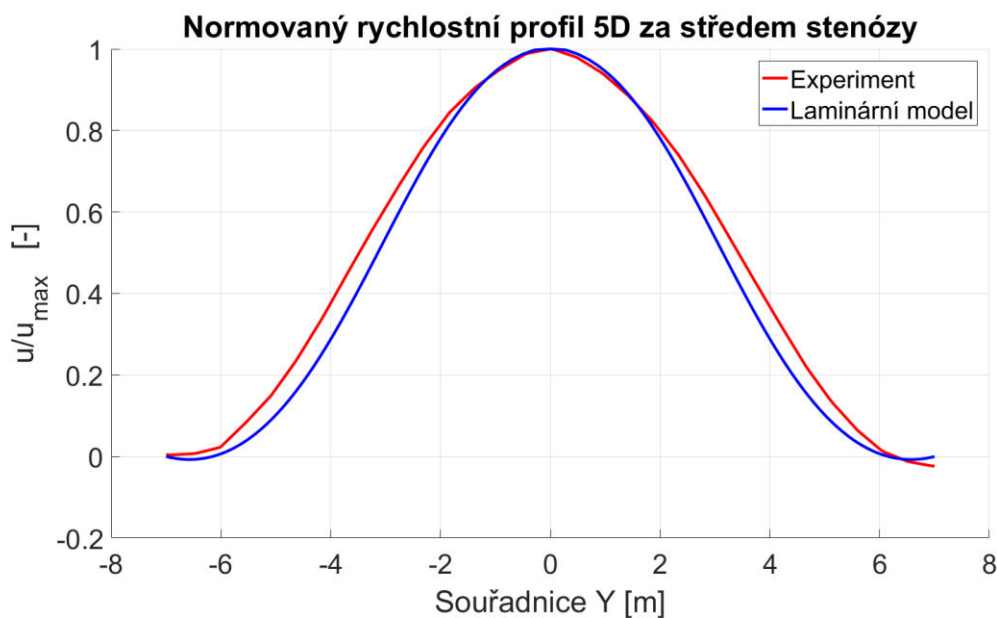
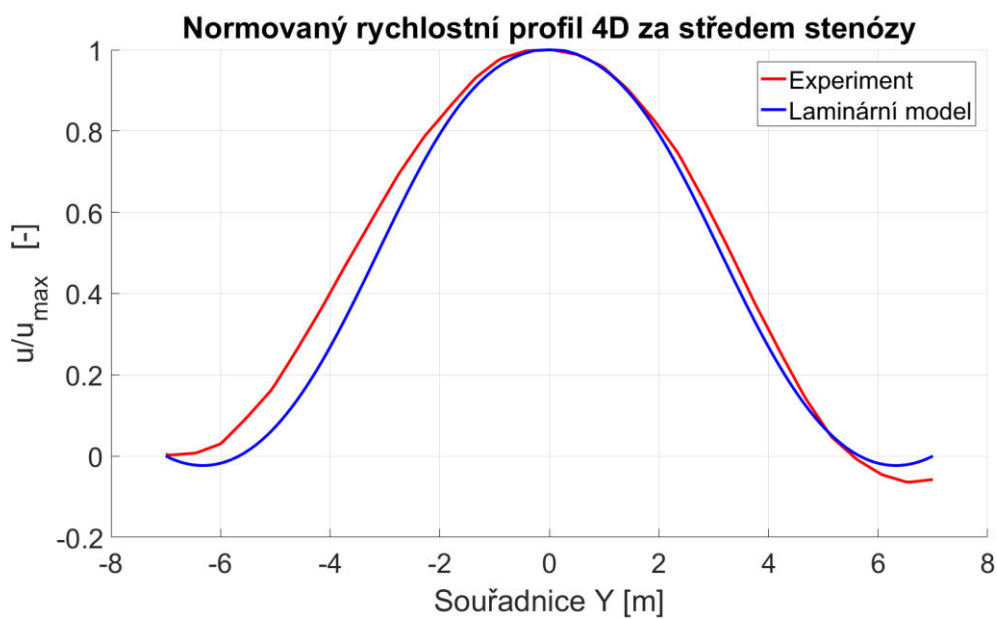
Příloha 6 – Průběh smykového napětí při porovnání laminárního a turbulentního modelu



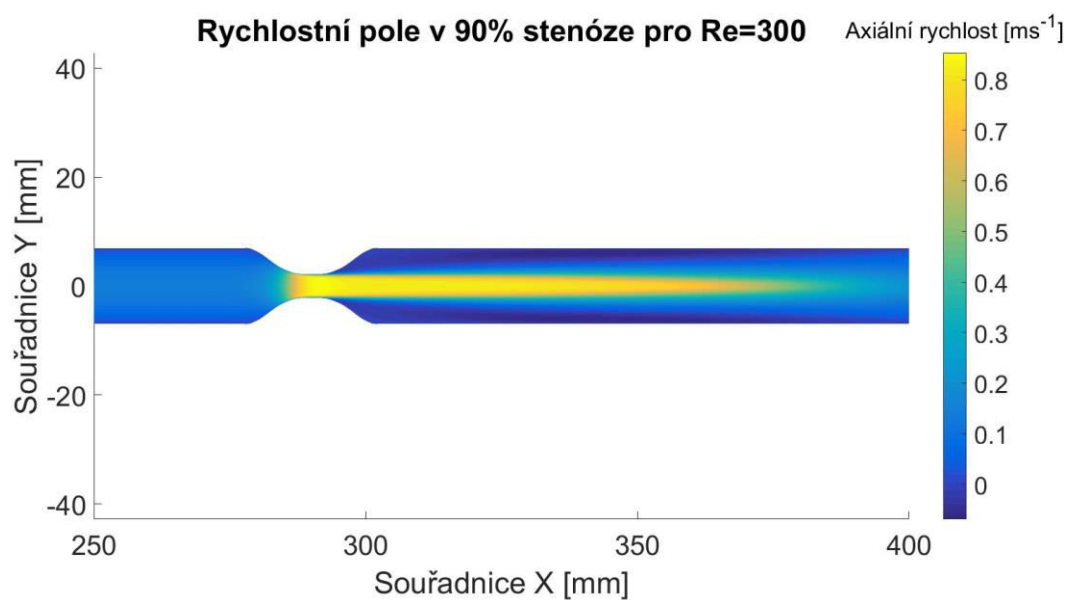
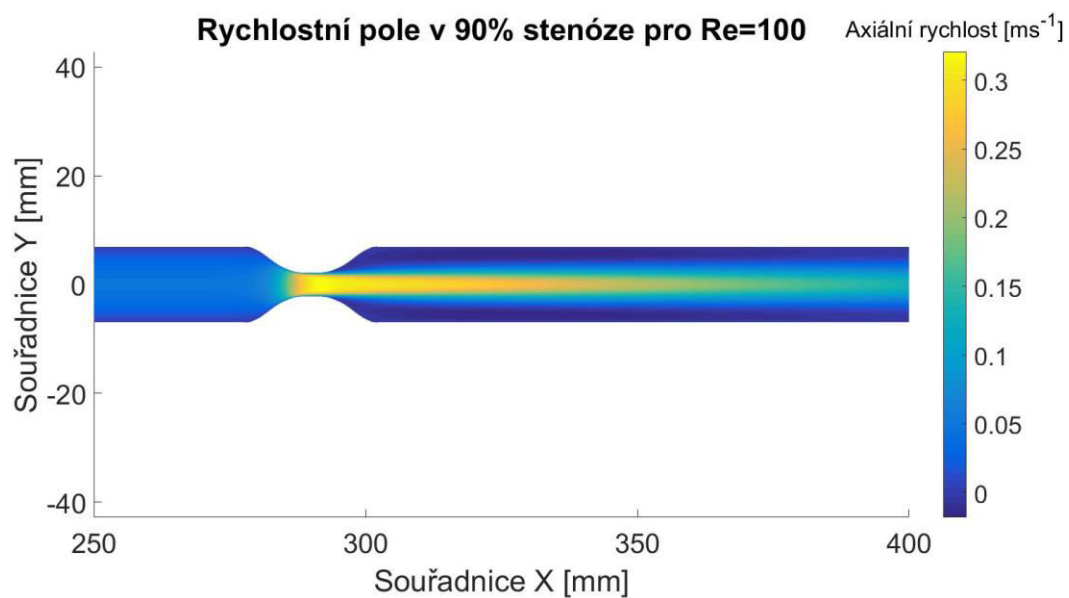
Příloha 7 – Rychlostní profily (6) v násobcích průměru D od hrdla 75 % stenózy

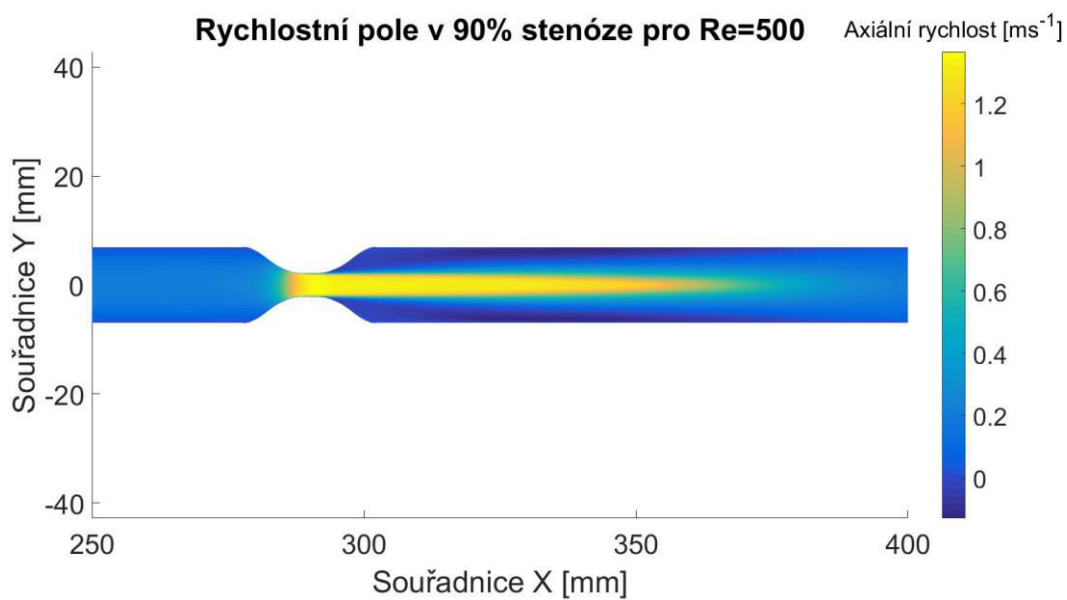
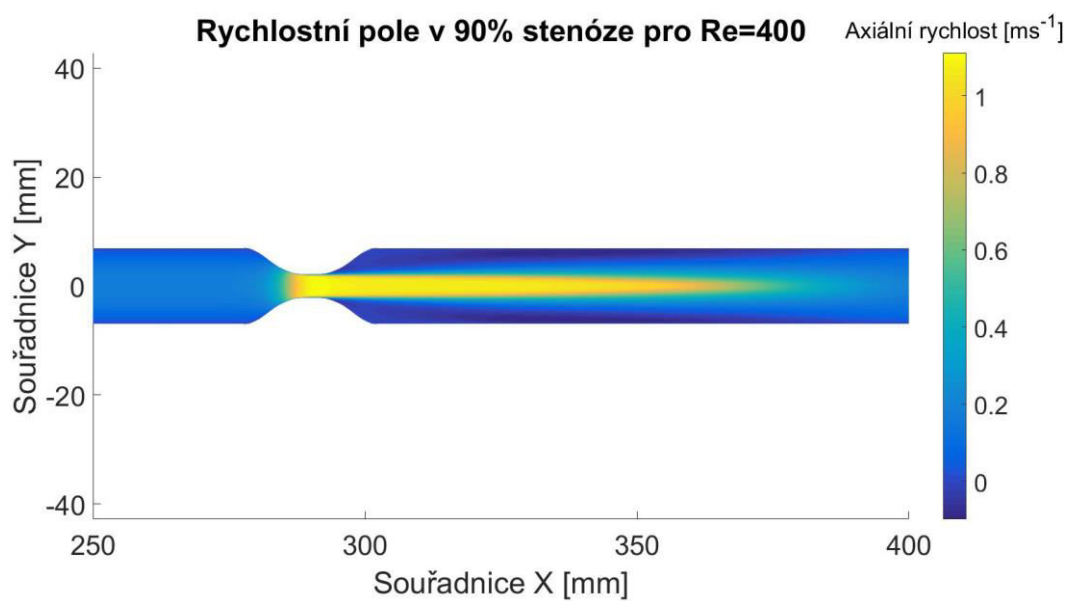






Příloha 8 – Rychlostní pole 90 % stenózy pro 4 různá Reynoldsova čísla





Příloha 9 – Výpočet teoretické tlakové ztráty dle [1]

1) Součinitel místní ztráty náhlého rozšíření průřezu

$$10 < Re < 500$$

$$\begin{aligned} \xi_{\text{exp}} = & 3,62536 + 10,744 \cdot \left(1 - \frac{A_0}{A_1}\right)^2 - 4,41041 \cdot \left(1 - \frac{A_0}{A_1}\right)^4 + \\ & + \frac{1}{\log Re} \cdot \left[-18,13 - 56,77855 \cdot \left(1 - \frac{A_0}{A_1}\right)^2 + 33,40344 \cdot \left(1 - \frac{A_0}{A_1}\right)^4 \right] + \\ & + \frac{1}{(\log Re)^2} \cdot \left[30,8558 + 99,9542 \cdot \left(1 - \frac{A_0}{A_1}\right)^2 - 62,78 \cdot \left(1 - \frac{A_0}{A_1}\right)^4 \right] + \\ & + \frac{1}{(\log Re)^3} \cdot \left[-13,217 - 53,9555 \cdot \left(1 - \frac{A_0}{A_1}\right)^2 + 33,8053 \cdot \left(1 - \frac{A_0}{A_1}\right)^4 \right] \end{aligned}$$

$$500 \leq Re < 3\,300$$

$$\begin{aligned} \xi_{\text{exp}} = & -8,44556 - 26,163 \cdot \left(1 - \frac{A_0}{A_1}\right)^2 - 5,38086 \cdot \left(1 - \frac{A_0}{A_1}\right)^4 + \\ & + \log Re \cdot \left[6,007 + 185372 \cdot \left(1 - \frac{A_0}{A_1}\right)^2 + 3,9978 \cdot \left(1 - \frac{A_0}{A_1}\right)^4 \right] + \\ & + (\log Re)^2 \cdot \left[-1,02318 - 3,0916 \cdot \left(1 - \frac{A_0}{A_1}\right)^2 + 0,680943 \cdot \left(1 - \frac{A_0}{A_1}\right)^4 \right] \end{aligned}$$

2) Součinitel místní ztráty náhlého zúžení průřezu

$$10 < Re < 10\,000$$

$$\xi_{\text{con}} = K \cdot B \cdot \left(1 - \frac{A_0}{A_1}\right),$$

$$\text{kde } K = \sum_{i=0}^7 a_i \cdot (\lg Re)^i$$

$$\begin{array}{llll} a_0 = -25,12458 & a_1 = 118,5076 & a_2 = -170,4147 & a_3 = 118,1949 \\ a_4 = -44,42141 & a_5 = 9,09524 & a_6 = -0,9244027 & a_7 = 0,03408265 \end{array}$$

$$B = \sum_{i=0}^2 \left\{ \left[\sum_{j=0}^2 a_{ij} \cdot \left(1 - \frac{A_0}{A_1}\right)^j \right] \cdot (\lg Re)^i \right\}$$

kde a_{ij} pro $10 \leq Re \leq 2\,000$

i/j	0	1	2
0	1,07	1,22	2,9333
1	0,05	-0,51668	0,8333
2	0	0	0