

České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta stavební  
Katedra betonových a zděných konstrukcí



Bakalářská práce

**Tvorba a aplikace výpočetní pomůcky pro stanovení vnitřních sil na deskách**

Development and Application of Calculation Tool for Internal Forces Determination in Slabs

*Aneta Bulíčková*

Vedoucí práce: Ing. Radek Štefan, Ph.D.

Studijní program: Stavební inženýrství

Studijní obor: Konstrukce pozemních staveb

2018



**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE**

Fakulta stavební  
Thákurova 7, 166 29 Praha 6

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

### I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Bulíčková Jméno: Aneta Osobní číslo: 439107

Zadávající katedra: Katedra betonových a zděných konstrukcí

Studijní program: Stavební inženýrství

Studijní obor: Konstrukce pozemních staveb

### II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce: Tvorba a aplikace výpočetní pomůcky pro stanovení vnitřních sil na deskách

Název bakalářské práce anglicky: Development and Application of Calculation Tool for Internal Forces Determination in Slabs

Pokyny pro vypracování:

- rešerše literatury
- algoritmizace problému
- tvorba výpočetní aplikace a její verifikace a validace
- ukázka využití aplikace na konkrétních příkladech

Seznam doporučené literatury:

Normy: ČSN EN 1990, ČSN EN 1991-1-1, ČSN EN 1992-1-1  
Procházka, J., Šmejkal, J. Betonové stropní a schodišťové konstrukce  
Šejnoha J., Bittnarová J. Pružnost a pevnost  
Bittnarová J. a kol. Pružnost a pevnost - příklady

Jméno vedoucího bakalářské práce: Ing. Radek Štefan, Ph.D.

Datum zadání bakalářské práce: 15. 2. 2018

Termín odevzdání bakalářské práce: 27. 5. 2018

*Údaj uveďte v souladu s datem v časovém plánu příslušného ak. roku*

[Podpis]  
Podpis vedoucího práce

[Podpis]  
Podpis vedoucího katedry

### III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

*Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v bakalářské práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.*

16.2.2018

Datum převzetí zadání

[Podpis]  
Podpis studenta(ky)

## Poděkování

Děkuji vedoucímu této práce Ing. Radkovi Štefanovi, Ph.D. za jeho ochotu při konzultacích, cenné rady a připomínky. Dále jsem vděčná za pohotové odpovědi odborníkům ze SCIA Engineer a FEM consulting. Nemalý dík patří mému příteli a rodině za jejich neustálou podporu.

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracovala samostatně a že jsem uvedla veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne 15. 5. 2018

.....

# Abstrakt

Hlavním cílem této práce je vytvoření přehledné výpočetní pomůcky, která stanovuje momenty na železobetonových deskách po obvodě podepřených. Vytvořený program umožňuje snadné zadání parametrů desky a po provedení výpočtu přehledné zobrazení výsledků v grafické nebo numerické podobě. Praktické využití umožňuje druhá část programu, která se zabývá návrhem výztuže.

V bakalářské práci je uvedena teorie a vztahy potřebné k výpočtu. Dále je popsán algoritmus výpočtu, ověřena a porovnána správnost výsledků s existujícími způsoby řešení. Součástí práce je také uživatelská příručka, která uživateli popisuje jeho správné používání.

**Klíčová slova:** výpočetní pomůcka, železobeton, deska, momenty, vyztužení

# Abstract

The main objective of this thesis is a development of calculation tool for calculating moments in reinforced concrete two way slabs. The tool provides a simple graphical user interface for entering inputs. After calculation, results can be displayed both in graphical and numerical form. The practical use provides the second part of the tool, which deals with the reinforcement design.

Theoretical part of the thesis introduces the theory of slabs and formulas used inside calculations. Furthermore, algorithm used for the calculation is shown, as well as the verification with the existing ways of solution. This thesis includes user-oriented manual, guiding the correct usage of this tool.

**Key words:** calculation tool, reinforced concrete, slab, moments, reinforcement

# Obsah

<b>Poděkování</b>	<b>v</b>
<b>Prohlášení</b>	<b>vi</b>
<b>Abstrakt</b>	<b>vii</b>
<b>Seznam obrázků</b>	<b>xi</b>
<b>Seznam tabulek</b>	<b>xii</b>
<b>Popis použitých symbolů</b>	<b>xiv</b>
<b>1 Úvod</b>	<b>1</b>
<b>2 Teoretická část</b>	<b>2</b>
2.1 Desky	2
2.2 Teorie podle tloušťky desky	3
2.2.1 Kirchhoffova teorie	3
2.2.2 Mindlinova teorie	4
2.2.3 Teorie tenkých skořepin	4
2.3 Geometrické a fyzikální vztahy	5
2.4 Vnitřní síly	6
2.4.1 Měrné síly	6
2.4.2 Hlavní a dimenzační momenty	7
2.4.3 Zvedání rohů	8
2.4.4 Desková rovnice	9
2.5 Metoda sítí	10
2.6 Návrh výztuže	12
<b>3 Výpočet momentů v prostředí MATLAB</b>	<b>17</b>
3.1 Matice $A$ (kroky 1 - 7)	18
3.2 Vektor pravé strany $b$ (krok 8)	21
3.3 Řešení soustavy (krok 9)	23
3.4 Výsledky (kroky 10 - 13)	24

<b>4</b>	<b>Porovnání s programem SCIA Engineer</b>	<b>25</b>
4.1	Rovnoměrné zatížení . . . . .	26
4.2	Závislost na velikosti kroku sítě . . . . .	29
4.3	Osamělá síla . . . . .	32
4.4	Výztuž . . . . .	34
<b>5</b>	<b>Porovnání s ručním výpočtem</b>	<b>37</b>
5.1	Lineární analýza dle statických tabulek . . . . .	37
5.2	Lineární analýza dle tabulek zohledňujících vliv $m_{xy}$ . . . . .	40
<b>6</b>	<b>Závěr</b>	<b>42</b>
	<b>Literatura</b>	<b>43</b>
	<b>Použité programy</b>	<b>44</b>
<b>A</b>	<b>Odvození vztahu pro výpočet <math>a_{s,req}</math></b>	<b>45</b>
<b>B</b>	<b>Řešený příklad [10]</b>	<b>46</b>
<b>C</b>	<b>Uživatelská příručka k programu SlaFoR verze 1.0</b>	<b>47</b>
C.1	Systémové informace . . . . .	47
C.2	Spuštění programu . . . . .	48
C.3	Vstupní hodnoty . . . . .	49
C.4	Výpočet momentů . . . . .	52
C.5	Návrh výztuže . . . . .	54

# Seznam obrázků

2.1	Rozdíl mezi předpoklady Kirchhoffovy a Mindlinovy teorie [9]	4
2.2	Předpoklad o normálách [9]	5
2.3	Napětí a vnitřní síly na desce [9]	7
2.4	Momenty působící na element desky podle jeho rotace [13]	7
2.5	Poddajné a nepoddajné podepření desky	9
2.6	Schéma zavedení diferenčních náhrad [10]	11
2.7	Okrajové podmínky	12
2.8	Průběh přetvoření a napětí v jednostranně vyztuženém průřezu	13
2.9	Schéma pro výpočet limitní výšky tlačené oblasti	13
2.10	Vývojový diagram pro návrh výztuže desky	15
3.1	Matice geometrie desky	18
3.2	Diferenční schéma	18
3.3	Pomocná matice $\mathbf{T}_1$ při první iteraci	19
3.4	Matice $\mathbf{S}_1$ po roznásobení při první iteraci	19
3.5	Zatřídění vnitřního uzlu	20
3.6	Matice $\mathbf{A}_1$ při první iteraci	20
3.7	Průběh for cyklu	21
3.8	Výsledná matice $\mathbf{A}$ po dokončení cyklu	21
3.9	Přepočtení rovnoměrného zatížení do uzlu	22
3.10	Přepočtení osamělé síly do uzlu	22
3.11	Vektor zatížení $\mathbf{b}$	23
3.12	Vektor redukovaného průhybu	23
3.13	Skutečné průhyby [mm]	23
3.14	Redukované průhyby na desce	24
3.15	Měrné momenty na desce	24
4.1	Zadání příkladu	25
4.2	Porovnání vykreslení momentů $m_x$ ve 2D	26
4.3	Porovnání vykreslení momentů $m_y$ ve 2D	27
4.4	Porovnání vykreslení momentů $m_{xy}$ ve 2D	27
4.5	Řezy v místech extrémních momentů	28
4.6	Porovnání momentů $m_x$ a $m_y$	28
4.7	Porovnání momentů $m_{xy}$	29
4.8	Závislost velikosti momentu $m_x$ v bodě A[3,0] na kroku sítě $a$	30



4.9	Nové schéma příkladu . . . . .	30
4.10	Vykreslení $m_x$ pro různý krok sítě . . . . .	31
4.11	Porovnání momentů $m_x$ . . . . .	32
4.12	Závislost velikosti momentu $m_x$ v místě působení síly na kroku sítě $a$ . . . . .	33
4.13	3D vykreslení momentů desky zatížené rovnoměrným zatížením a osamělou silou . . . . .	33
4.14	Dimenzační moment $m_{y,dim}$ . . . . .	34
4.15	Porovnání $a_{s,req}$ výztuže staticky nutné výztuže dolního povrchu ve směru $x$ . . . . .	35
4.16	Porovnání $a_{s,req}$ výztuže staticky nutné výztuže horního povrchu ve směru $y$ . . . . .	36
5.1	Křížící se nosníky a stejný průhyb uprostřed . . . . .	38
5.2	Empirické hodnoty průhybů a momentů pro řešený příklad [7] . . . . .	38
5.3	Porovnání momentů $m_x$ a $m_y$ . . . . .	39
5.4	Tabulkové hodnoty součinitelů pro řešený příklad [7] . . . . .	40
5.5	Porovnání momentů $m_x$ a $m_y$ . . . . .	41
C.1	Úvodní obrazovka . . . . .	48
C.2	Stručný popis programu . . . . .	49
C.3	Vstupní parametry . . . . .	50
C.4	Okno nápovědy . . . . .	51
C.5	Příklad správného zadání osamělé síly . . . . .	51
C.6	Příklad chybného zadání . . . . .	52
C.7	Okno pro výpočet momentů . . . . .	53
C.8	Ukázka vykreslení průběhu momentu . . . . .	54
C.9	Ukázka vypočítání hodnoty momentu . . . . .	54
C.10	Okno pro návrh výztuže . . . . .	55
C.11	Ukázka vykreslení návrhu výztuže . . . . .	57
C.12	Ukázka vykreslení návrhu výztuže . . . . .	57

# Seznam tabulek

4.1	Číselné srovnání momentů . . . . .	29
4.2	Hodnoty $m_x$ [ $kNm/m$ ] a doba výpočtu programem SlaFoR . . . . .	30
C.1	Třídy betonu [4] . . . . .	55
C.2	Typy betonářské výztuže [1] . . . . .	56



## Popis použitých symbolů

$a$	velikost kroku sítě
$a_{s,1}$	plocha jednoho prutu výztuže
$a_{s,max}$	maximální plocha výztuže
$a_{s,min}$	minimální plocha výztuže
$a_{s,req}$	potřebná plocha výztuže
$b$	šířka desky
$c$	krytí výztuže
$d$	staticky účinná výška desky
$D$	desková tuhost
$E$	modul pružnosti v tahu
$F$	osamělá síla
$F_c$	výsledná síla v betonu
$f$	rovnoměrné zatížení
$f_{cd}$	návrhová pevnost betonu v tlaku
$f_{ck}$	charakteristická pevnost betonu v tlaku
$f_{ctm}$	střední hodnota pevnosti betonu v tahu
$F_s$	výsledná síla ve výztuži
$f_x$	zatížení působící ve směru $x$
$f_y$	zatížení působící ve směru $y$
$f_{yd}$	návrhová pevnost oceli
$f_{yk}$	mez kluzu oceli
$G$	modul pružnosti ve smyku
$g_d + q_d$	návrhová hodnota zatížení
$g_k$	charakteristická hodnota stálého zatížení
$h$	tloušťka desky

$L_1, l_x$	půdorysný rozměr desky ve směru $x$
$L_2, l_y$	půdorysný rozměr desky ve směru $y$
$m_1, m_2$	hlavní momenty
$m_{Ed}$	působící moment
$m_{Rd}$	moment únosnosti
$m_x$	ohybový moment ve směru $x$
$m_{xy}$	kroučící moment
$m_{x,dim}$	dimenzační moment ve směru $x$
$m_y$	ohybový moment ve směru $y$
$m_{y,dim}$	dimenzační moment ve směru $y$
$n_1$	počet dílků na desce ve směru $x$
$n_2$	počet dílků na desce ve směru $y$
$p$	rovnoměrné zatížení
$P_{i,j}$	hodnota uzlového zatížení
$q_k$	charakteristická hodnota proměnného zatížení
$s_{l,min}$	minimální světlá vzdálenost prutů výztuže
$s_{max}$	maximální rozteč prutů výztuže
$u$	posunutí ve směru $x$
$v$	posunutí ve směru $y$
$w$	posunutí ve směru $z$ (průhyb)
$w_s$	průhyb uprostřed desky
$x$	výška tlačené oblasti
$x_{bal,1}$	limitní výška tlačené oblasti
$x, y, z$	směry hlavních os souřadného systému
$\alpha_1$	pootočení směru hlavních momentů od soustavy souřadnic
$\gamma_c$	bezpečnostní součinitel pro beton
$\gamma_G$	dílčí součinitel stálého zatížení
$\gamma_s$	bezpečnostní součinitel pro ocel
$\gamma_Q$	dílčí součinitel proměnného zatížení
$\gamma_{xy}$	smykové přetvoření (skos)
$\varepsilon$	poměrné délkové přetvoření
$\varepsilon_{cu}$	mezní přetvoření betonu

$\varepsilon_s$	přetvoření ve výztuži
$\varepsilon_x$	poměrné délkové přetvoření ve směru $x$
$\varepsilon_y$	poměrné délkové přetvoření ve směru $y$
$\varepsilon_{yk}$	přetvoření ve výztuži na mezi kluzu
$\nu$	Poissonovo číslo
$\varphi_x$	pootočení pro směr $x$
$\varphi_y$	pootočení pro směr $y$
$\sigma_s$	napětí ve výztuži
$\sigma_x$	normálové napětí ve směru $x$
$\sigma_y$	normálové napětí ve směru $y$
$\sigma_z$	normálové napětí ve směru $z$
$\tau_{xy}$	smykové napětí v rovině $xy$
$\xi$	poměrná výška tlačené oblasti
$\xi_{bal}$	limitní poměrná výška tlačené oblasti
$\emptyset$	profil výztuže

# Kapitola 1

## Úvod

Hlavním přínosem této práce je vytvoření výpočetní pomůcky, která je určena pro výpočet momentů na železobetonových deskách. Druhá část programu se zabývá aplikací výpočtů na návrh výztuže dle ČSN EN 1992-1-1 [5]. Program byl vytvořen v prostředí MATLAB.

Výpočetní pomůcka řeší desky obdélníkového půdorysu po obvodě podepřené. Pro stanovení momentů je vycházeno z teorie lineární pružnosti, která se vyznačuje na tenké desky podle Kirchhoffovy teorie. Výpočetní pomůcka umožňuje zatížit desky rovnoměrným zatížením, osamělými silami na libovolných místech desky nebo kombinací obojího. Podepření okrajů desky může být kloub nebo vetknutí.

Vytvořená výpočetní pomůcka je vhodná pro edukativní účely. Pro výše specifikovanou desku zprostředkovává rychlejší a snadnější zadávání oproti komerčně využívaným komplexním programům. Výpočetní pomůcka dále umožňuje analyzovat desku v celku, v řezech i v konkrétních bodech. Poskytuje názorné zobrazení výsledků ve formě 3D a 2D vykreslení nebo jako konkrétní numerické hodnoty.

**Kapitola 2** se zabývá teoretickou částí této práce. Je popsána klasifikace desek dle různých parametrů a vymezení desek řešených navrženou výpočetní pomůckou. Dále jsou odvozeny vztahy pro výpočet momentů. Pro řešení úloh teorie desek se využívá desková rovnice. Jedná se o parciální diferenciální rovnici, kterou lze vyřešit pouze vybrané případy. Proto se využívají k řešení přibližné metody. V této práci je k řešení využita metoda sítí. Dále je v kapitole popsáno, jakým způsobem je navrhována výztuž. Odvození výpočtu potřebné plochy výztuže se nachází v **příloze A**.

V praktické části je nejprve v **kapitole 3** vysvětleno, jakým způsobem je metoda sítí aplikována v navrženém programu, který byl vytvořen v prostředí MATLAB. Jsou popsány procesy probíhající na pozadí při výpočtu momentů. Správnost výpočtu je ověřena na řešeném příkladu z **přílohy B**.

**Kapitola 4** se zabývá podrobnějším porovnáním výsledků momentů s komerčně využívaným programem SCIA Engineer, který pro své výpočty využívá metodu konečných prvků. V obou programech je navržena a porovnána výztuž.

V **kapitole 5** je dále provedeno srovnání s dvěma způsoby ručního výpočtu. Pro ruční výpočet jsou využity přibližné vztahy a tabulky.

Uživatelská příručka k navrženému programu se nachází v **příloze C**. Uživateli popisuje správný průchod programem a možnosti zobrazení výstupů.

## Kapitola 2

# Teoretická část

Tato kapitola shrnuje poznatky z teorie desek, které budou důležité pro praktickou část této práce. Při vytváření teoretické části bylo čerpáno z následujících zdrojů: [6], [9], [11], [12], [13], [14].

### 2.1 Desky

Desku lze charakterizovat jako plošnou nosnou konstrukci, jejíž střednicová plocha je rovinná. Předpokládá se zatížení silami kolmo k této rovině, které způsobuje příčný ohyb. U desek je jeden rozměr (tloušťka) podstatně menší než rozměry ostatní.

Deska je hlavním konstrukčním prvkem stropních konstrukcí, které tvoří podstatnou část celkové tuhosti systému. Tuhost stropní konstrukce je důležitá pro roznesení vodorovných účinků od zatížení do svislých nosných prvků, které zajišťují celkovou stabilitu systému.

Pole desky může mít různý tvar (obdélníkový, mnohoúhelníkový, kruhový...) a působit samostatně nebo ve spojitosti s okolními poli popř. navazující konstrukcí. Z hlediska statického působení rozdělujeme desky na jednosměrně pnuté a obousměrně pnuté.

- **Jednosměrně pnutá** deska je konstrukce podepřená po dvou protilehlých stranách, konzolově vyložená nebo podepřená po více stranách s poměrem půdorysných rozměrů

$$\frac{\max(L_1, L_2)}{\min(L_1, L_2)} > 2. \quad (2.1)$$

Zatížení je roznášeno v jednom směru, které nazýváme rozpětí. Hlavní výztuž se pak klade v tomto směru.

- **Obousměrně pnutá** deska je podepřena takovým způsobem, který umožňuje přenos zatížení ve dvou navzájem kolmých směrech. Platí poměr půdorysných rozměrů

$$1 \leq \frac{\max(L_1, L_2)}{\min(L_1, L_2)} \leq 2. \quad (2.2)$$

Obousměrně pnutá deska je při stejných parametrech (zatížení, tloušťka, rozpětí) subtilnější a více únosná než deska jednosměrně pnutá. Hlavní výztuž se dimenzuje v obou směrech. [11]



Podle způsobu podepření lze desky rozdělit na desky po **obvodě podepřené** a **lokálně podepřené**.

„Při návrhu stropních konstrukcí musíme vždy přihlížet jak k mezním stavům únosnosti, tak k mezním stavům použitelnosti. Silové účinky zatížení desek (ohybové a kroutící momenty, posouvající síly, popř. normálové síly) a přetvárné účinky zatížení desek (průhyby, šířky trhlin apod.) lze v zásadě vyšetřovat pode jakékoliv metody vyhovující podmínkám rovnováhy a spojitosti přetvoření za předpokladu, že budou splněny podmínky bezpečnosti a použitelnosti konstrukce.

U konstrukcí **staticky určitých** se dají silové účinky zatížení stanovit z rovnic rovnováhy. U konstrukcí **staticky neurčitých** lze silové a přetvárné účinky zatížení stanovit s přihlédnutím k posuzovanému meznímu stavu metodami vycházejícími z:

- **teorie lineární pružnosti** - vychází z předpokladu tenké desky (**Kirchhoffova teorie**),
- **teorie fyzikální nelinearity** - vychází z předpokladu nelineárního vztahu mezi ohybovým momentem a křivostí ohybové čáry,
- **teorie plasticity** - nutno přihlížet k přetvárným možnostem jednotlivých průřezů.“ [11]

Výpočetní pomůcka, která byla vytvořena v rámci této práce, se zabývá obdélníkovými deskami samostatně působícími, které jsou podepřeny po obvodě. K výpočtu je využito teorie lineární pružnosti.

## 2.2 Teorie podle tloušťky desky

Vzhledem k tomu, že tloušťka desky  $h$  je řádově menší, než zbylé dva rozměry, je možno převést obecně třírozměrný problém na dvourozměrnou úlohu. Hledané veličiny jsou pak funkcí pouze souřadnic  $x$  a  $y$ . Tento souřadný systém se obvykle vkládá do střednicové plochy, tj. plochy, která půlí tloušťku desky  $h$ . Poměr kratší délky desky  $\min(L_1, L_2)$  ku tloušťce desky  $h$  je rozhodující pro dělení deskových konstrukcí podle následujících teorií.

### 2.2.1 Kirchhoffova teorie

Lze ji využít pro **tenké** desky, které jsou zhruba vymezeny nerovností

$$\frac{1}{100} \leq \frac{h}{\min(L_1, L_2)} \leq \frac{1}{10}. \quad (2.3)$$

Vychází z podobných předpokladů jako Bernoulliova-Navierova teorie ohybu nosníků. Předpoklady je možno shrnout do těchto bodů:

- normály střednicové roviny zůstanou i po deformaci přímé a kolmé k této rovině (Obrazek 2.1),
- normálové napětí  $\sigma_z$  předpokládáme nulové (uvažujeme pouze  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$ ),
- body ve střednicové rovině se mohou pohybovat pouze ve směru osy  $z$ .

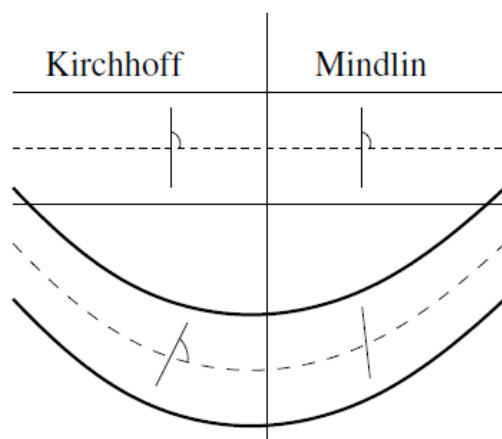
### 2.2.2 Mindlinova teorie

Je určena pro desky **tlusté**, jejichž poměr odpovídá přibližně nerovnosti

$$\frac{h}{\min(L_1, L_2)} > \frac{1}{10}. \quad (2.4)$$

Může se jednat například o základové desky či mostovky. U tlusté desky se uvažuje vliv smyku na průhyb desky. Deformace od smykového působení způsobí změnu úhlu mezi ohybovou plochou a původní normálou ke střednicové ploše, z čehož vyplývá následující předpoklad:

- normály střednicové roviny zůstanou i po deformaci přímé, avšak nemusí být kolmé k této ploše (Obrázek 2.1). [9]



Obrázek 2.1: Rozdíl mezi předpoklady Kirchhoffovy a Mindlinovy teorie [9]

### 2.2.3 Teorie tenkých skořepin

Skořepiny jsou plošné konstrukce s oblou střednicovou rovinou, která má velmi malou tloušťku. Jedná se o bání, nádrže, válcové skořepiny jako střešní konstrukce. Předpokládáme

$$\frac{h}{\min(L_1, L_2)} < \frac{1}{100}. \quad (2.5)$$

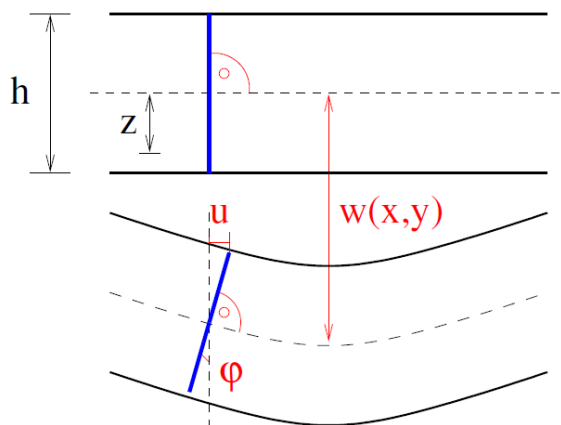
U skořepin rozlišujeme membránový stav, kde působí převážně normálové síly a ohybový stav, kde působí hlavně ohybové momenty.

## 2.3 Geometrické a fyzikální vztahy

Dále se budeme zabývat Kirchhoffovou teorií tenkých desek. Primární neznámou a řešící funkcí je průhyb  $w$ . Z předpokladů Kirchhoffovy teorie 2.2.1 vyplývá, že průhyb  $w$  je funkcí pouze dvou proměnných  $x$  a  $y$ . Pootočení  $\varphi$  se vyjádří obdobně jako na nosnicích pomocí vztahů

$$\begin{aligned}\varphi_x &= \frac{\partial w}{\partial x}, \\ \varphi_y &= \frac{\partial w}{\partial y}.\end{aligned}\tag{2.6}$$

Na obrázku 2.2 je vidět, že ve střednicové ploše desky je nenulový pouze průhyb  $w$  ve směru osy  $z$ . Mimo střednicovou plochu jsou zbývající dvě vodorovná posunutí  $u$  a  $v$  obecně nenulová.



Obrázek 2.2: Předpoklad o normálách [9]

Při předpokladu, že přibližně platí  $\tan(\varphi) = \varphi$ , pak můžeme zapsat

$$\begin{aligned}u &= -z\varphi_x = -z\frac{\partial w}{\partial x}, \\ v &= -z\varphi_y = -z\frac{\partial w}{\partial y}.\end{aligned}\tag{2.7}$$

Složky deformace se získají z geometrických rovnic, do kterých se dosadí vztahy (2.7). Jednotlivá přetvoření pak budou mít tvar

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = -z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = -z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x}.\end{aligned}\tag{2.8}$$

Předpokládáme, že platí Hookeův zákon a deska se chová lineárně pružně. V každé elementární vrstvě desky rovnoběžné se střednicovou rovinou je stav blízký rovinné napjatosti, která je charakterizována složkami napětí  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  a  $\tau_{xy}$ . Z fyzikálních rovnic plynou pro tato napětí vztahy

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) = -\frac{Ez}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right), \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) = -\frac{Ez}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right), \\ \tau_{xy} &= G\gamma_{xy} = -\frac{Ez}{(1+\nu)}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}.\end{aligned}\tag{2.9}$$

Tyto složky napětí mají po výšce desky lineární průběh (Obrázek 2.3). Napětí  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  odpovídají ohybovým účinkům. Napětí  $\tau_{xy}$  znázorňuje kroutící účinek. Na obrázku 2.3 jsou ještě znázorněny napětí  $\tau_{xz}$  a  $\tau_{yz}$ , která odpovídají smykovým účinkům. Tato napětí pro tuto práci nejsou podstatná.

## 2.4 Vnitřní síly

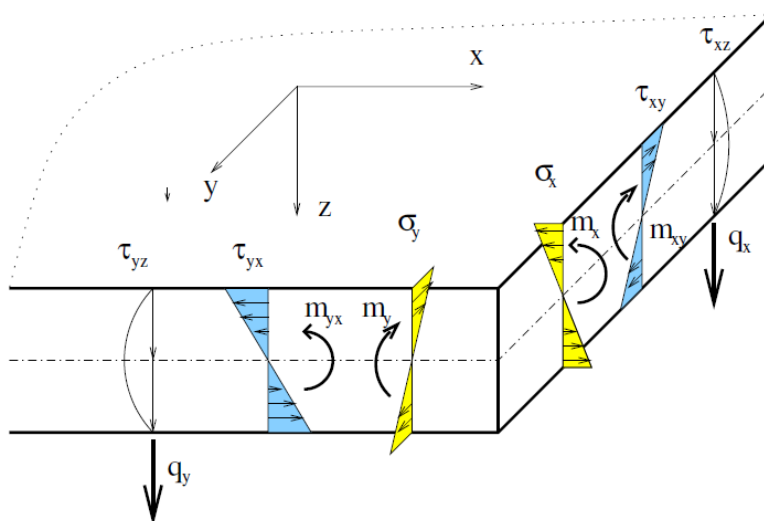
### 2.4.1 Měrné síly

Účinkem působícího zatížení vznikají na deskách, které působí v obou směrech vnitřní síly: ohybové momenty  $m_x$ ,  $m_y$ , kroutící moment  $m_{xy}$  a posouvající síly  $q_x$ ,  $q_y$ . Vzhledem k malým průhybům se obvykle zanedbávají normálové síly působící ve střednicové rovině. V této práci je z vnitřních sil sledován průběh momentů.

Tyto veličiny jsou vztaženy na jednotku šířky svislého řezu deskou, a proto jsou nazývány **měrnými silami**. Jejich základní jednotky jsou  $Nm/m$ . Měrné momenty  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $m_{xy}$  jsou definovány integrálními vztahy

$$\begin{aligned}m_x &= \int_{h/2}^{-h/2} \sigma_x z \, dz, \\ m_y &= \int_{h/2}^{-h/2} \sigma_y z \, dz, \\ m_{xy} &= \int_{h/2}^{-h/2} \tau_{xy} z \, dz.\end{aligned}\tag{2.10}$$

Na obrázku 2.3 jsou zobrazeny průběhy napětí po tloušťce desky a měrné síly, které se z jednotlivých složek napětí získají.

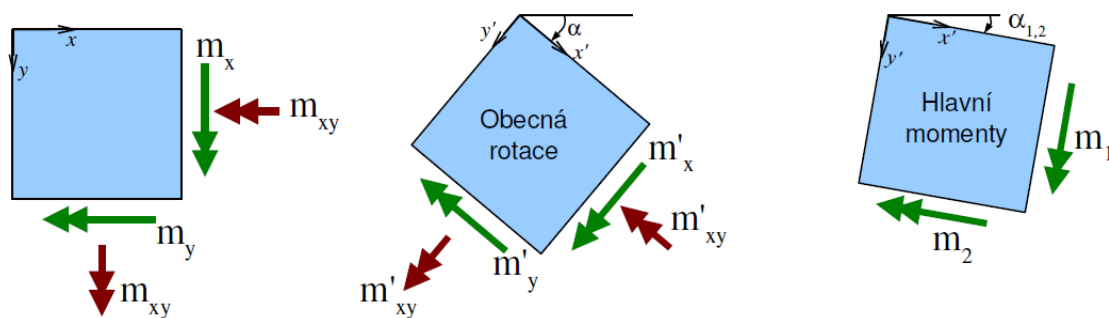


Obrázek 2.3: Napětí a vnitřní síly na desce [9]

### 2.4.2 Hlavní a dimenzační momenty

Při návrhu železobetonové desky se setkáváme s problémem návrhu výztuže, která musí zachytit ohybové momenty i kroutící moment. U nosníků se k přenesení ohybových účinků využívají třmínky, což u desky není možné. Kroucení tedy musí být v návrhu zohledněno jinak.

Na diferenciální element desky, který je rovnoběžný s osami  $x$  a  $y$ , působí ohybové momenty  $m_x$ ,  $m_y$  a kroutící moment  $m_{xy}$ . Rotací tohoto elementu lze dosáhnout takového stavu, kdy na element nepůsobí žádný kroutící moment ( $m_{xy} = 0$ ), ale existují na něm pouze **hlavní momenty**. Myšlenku znázorňuje obrázek 2.4.



Obrázek 2.4: Momenty působící na element desky podle jeho rotace [13]

Hlavní momenty můžeme definovat jako největší a nejmenší ohybové momenty, které je možné určit ve studovaném místě desky. Jejich velikost a pootočení  $\alpha_1$  od hlavní soustavy souřadnic lze zjistit ze vztahů

$$m_{1,2} = \frac{1}{2} \left[ (m_x + m_y) \pm \sqrt{(m_x + m_y)^2 + 4m_{xy}^2} \right],$$

$$\alpha_1 = \arctg \left( \frac{m_{xy}}{m_x - m_y} \right).$$
(2.11)

V praxi by se dalo využít hlavních momentů při návrhu výztuže. Tento návrh by byl nejpřesnější a nejefektivnější z hlediska spotřeby materiálu výztuže. Avšak směry hlavních momentů se po ploše desky mění a nebylo by tak možné navrhnout přímé pruty.

Z těchto důvodů se při návrhu železobetonových desek využívají **dimenzační momenty**. Vztahy jsou dány rovnicemi

$$m_{x,dim} = m_x + \operatorname{sgn}(m_x) |m_{xy}|,$$

$$m_{y,dim} = m_y + \operatorname{sgn}(m_y) |m_{xy}|.$$
(2.12)

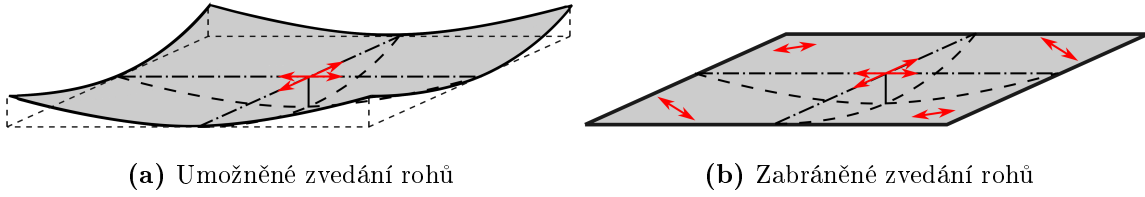
Hodnota ohybového momentu se zvětší o celou hodnotu momentu kroutícího. Tento návrh sice není tak efektivní, avšak nepřesnosti vždy vznikají na stranu bezpečnosti. Skutečné namáhání desky bude vždy o něco menší, není však nutné navrhovat žádné další opatření zachycující kroucení. [9]

### 2.4.3 Zvedání rohů

Důležitým faktorem pro výpočet momentů je vhodná klasifikace po obvodě podepřené desky z hlediska **zvedání rohů**, které může být **umožněno** nebo mu může být **zabráněno**. Pro vysvětlení rozdílů desku rozdělíme v jednom směru na myšlené nosníky o stejné šířce  $b$ .

V prvním případě se při působení zatížení všechny myšlené nosníky v daném směru budou deformovat stejně. Stejnou deformaci tedy bude vykazovat myšlený nosník, který je blízko liniové podpory i nosník uprostřed rozpětí. To samé platí o deformaci v druhém směru. Při takovémto podepření rohy desky nic nedrží a **mohou se** v důsledku působení zatížení **nadzvedávat** (Obrázek 2.5a). Popřípadě prvky po obvodě podporující desku jsou poddajné a přizpůsobí se deformaci spolu s deskou (poddajné podepření). Pro takovou variantu **neuvažujeme vliv kroutících momentů**.

V druhém případě budeme uvažovat nepoddajné podepření - deska je po obvodě zazděna či monoliticky spojena s tuhými trámy. **Zvedání rohů není umožněno** (Obrázek 2.5b). Při zatížení se myšlené nosníky nebudou deformovat stejně (největší průhyb bude mít nosník v poli, nejmenší blízko podpory). Zároveň se jednotlivé nosníky při přetvoření vzájemně ovlivňují. Na styčných plochách vzniká svislé smykové napětí vedoucí na posouvající sílu a vodorovné smykové napětí, jehož výslednicí **jsou kroutící momenty**. Při deformaci nosníků tedy dochází i k nakroucení jejich příčných průřezů. Stav napjatosti se vlivem kroutících momentů změní. [5]



(a) Umožněné zvedání rohů

(b) Zabráněné zvedání rohů

Obrázek 2.5: Poddajné a nepoddajné podepření desky

Vlivem působení kroutících momentů se zmenšují kladné ohybové momenty v poli. U obousměrně pnuté desky zatížené rovnoměrným zatížením je lze redukovat pomocí vztahů

$$\begin{aligned} m_x &= m_x^I \left( 1 - \frac{5}{6} \left( \frac{l_x}{l_y} \right)^2 \frac{m_x^I}{m_{0x}} \right), \\ m_y &= m_y^I \left( 1 - \frac{5}{6} \left( \frac{l_y}{l_x} \right)^2 \frac{m_y^I}{m_{0y}} \right), \end{aligned} \quad (2.13)$$

kde:

$$\begin{aligned} m_x^I, m_y^I & \text{ jsou ohybové momenty bez zřetele k účinkům kroucení} \\ & \text{ pro křížem vyztuženou desku daného podepření [kNm/m],} \\ m_{0x} = fl_x^2/8, m_{0y} = fl_y^2/8 & \text{ jsou momenty prostě uložené desky s nosnou výztuží} \\ & \text{ v jednom směru [kNm/m]. [5]} \end{aligned}$$

#### 2.4.4 Desková rovnice

Při řešení izotropních tenkých desek v teorii lineární pružnosti (viz 2.2.1) se vychází z **deskové rovnice** (2.14), která vyjadřuje vztah mezi vnějším zatížením  $p$  a průhybem desky  $w(x, y)$  na diferenciálním elementu desky:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D}. \quad (2.14)$$

Zavedení Laplaceova operátoru  $\Delta$  umožňuje zkrácené vyjádření

$$\Delta \Delta w = \frac{p}{D}, \quad (2.15)$$

kde  $D$  se označuje jako desková tuhost daná vztahem

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}. \quad (2.16)$$

## 2.5 Metoda sítí

„Řídící funkcí v teorii ohybu desek je funkce průhybu  $w$ , která vyhovuje diferenciální rovnici (2.14) a přeepsaným okrajovým podmínkám. Řešení deskové rovnice zpravidla není možné získat v uzavřeném tvaru, a proto je třeba zvolit některou z přibližných metod známých z teorie parciálních diferenciálních rovnic. Nejužívanější jsou tzv. **přímé metody**, které převádějí okrajovou úlohu pro diferenciální rovnici na konečné systémy algebraických rovnic. Mezi přímé metody počítáme např. **metodu sítí**, **kolokační metodu** nebo **metodu konečných prvků**.“ [12]

K vytvoření výpočetní pomůcky byla použita metoda sítí. Popis metody je převzat ze zdroje [10]. Řešená deska musí být klasifikována jako tenká a platí pro ní předpoklady Kirchhoffovy teorie 2.2.1.

Principem metody sítí je diskrétní rozdělení konstrukce na uzly a převod diferenciální deskové rovnice (2.15) s neznámou  $w(x, y)$  na systém lineárních algebraických rovnic pouze pro uzlové hodnoty tzv. **redukovaného průhybu**:

$$W_{i,j} = \frac{D}{a^2} w_{i,j}, \quad (2.17)$$

kde:

- $W_{i,j}$  je redukovaný průhyb [N],
- $D$  je desková tuhost [Nm] (2.16),
- $a$  je diferenční krok [m],
- $w_{i,j}$  je skutečný průhyb [m].

V každém uzlu sítě, kde neznáme průhyb (vnitřní uzly a hraniční uzly na volném okraji) je potřeba sestavit diferenční náhradu za deskovou rovnici (2.15). Tato rovnice má lineární tvar

$$20W_{i,j} - 8(W_{i,j-1} + W_{i+1,j} + W_{i,j+1} + W_{i-1,j}) + 2(W_{i+1,j-1} + W_{i+1,j+1} + W_{i-1,j+1} + W_{i-1,j-1}) + W_{i,j-2} + W_{i+2,j} + W_{i,j+2} + W_{i-2,j} = P_{i,j}, \quad (2.18)$$

kde:

- $W_{i,j}$  je hodnota redukovaného průhybu v jednotlivých uzlech sítě [N] (Obrázek 2.6),
- $P_{i,j}$  je hodnota uzlového zatížení [N]:

$$P_{i,j} = p_{i,j} a^2 + F_{i,j}, \quad (2.19)$$



kde:

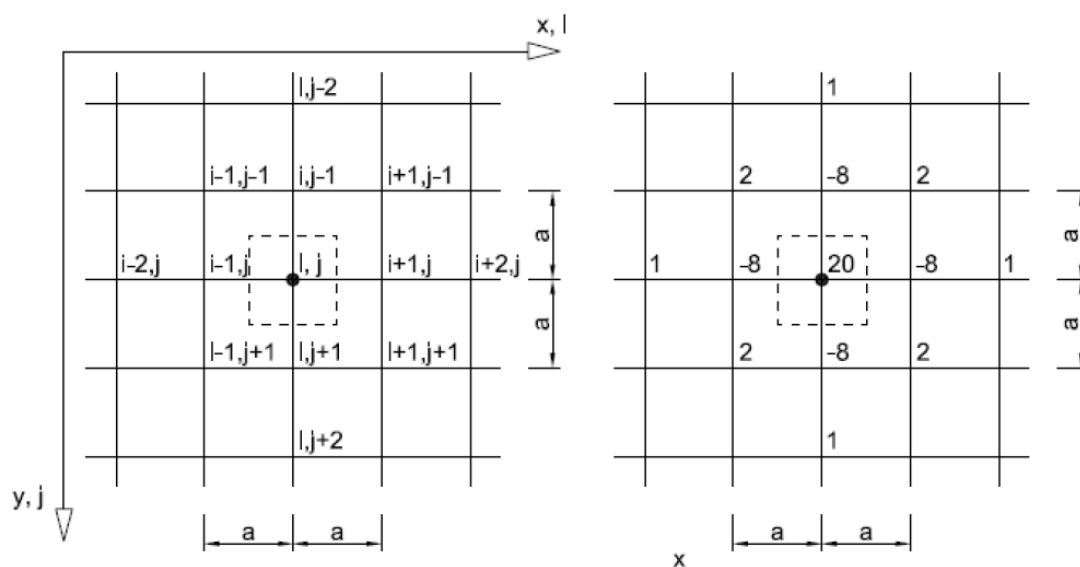
$p_{i,j}$  je hodnota plošného zatížení na konstrukci [ $\text{N}/\text{m}^2$ ],

$a$  je diferenční krok [m],

$F_{i,j}$  je osamělé břemeno v uzlovém bodě [N].

Pokud na desku působí i osamělá břemena, je vhodné navrhnout takovou síť, jejíž uzly splývají s působišti těchto břemen.

Schématické vyjádření rovnice (2.18) je znázorněno na obrázku 2.6.



Obrázek 2.6: Schéma zavedení diferenčních náhrad [10]

Hodnoty na hranici desky a mimo ni se vyjadřují pomocí diferenčního vyjádření **okrajových podmínek**. Tyto podmínky závisí na způsobu podepření desky. Výpočetní pomůcka navržená v této práci umožňuje dvě základní podepření<sup>1</sup>:

- **vetknutí** (Obrázek 2.7a) - platí tyto okrajové podmínky:

$$W_A = 0, \quad W_a = W_1, \quad (2.20)$$

- **kloub** (Obrázek 2.7b) - platí tyto okrajové podmínky:

$$W_A = 0, \quad W_a = -W_1. \quad (2.21)$$

<sup>1</sup>Metoda sítí dokáže řešit i desky s volným okrajem. Výpočetní pomůcka volný okraj zadat neumožňuje.



Obrázek 2.7: Okrajové podmínky

Měrné momenty [Nm/m] na desce se pak vypočítají podle rovnic

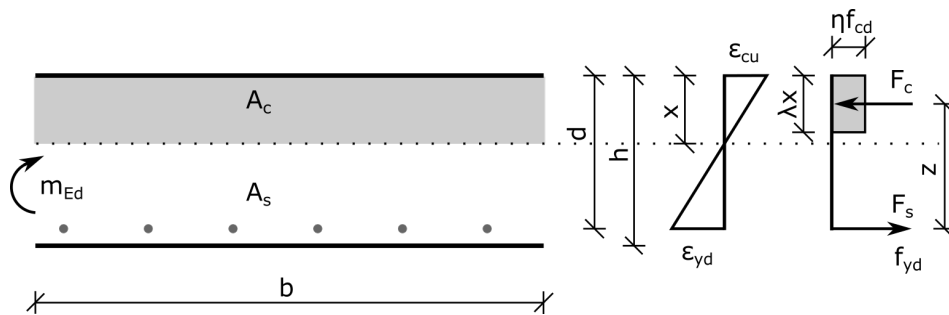
$$\begin{aligned}
 m_{x,ij} &= -[W_{i+1,j} - 2W_{i,j} + W_{i-1,j} + \nu(W_{i,j+1} - 2W_{i,j} + W_{i,j-1})], \\
 m_{y,ij} &= -[W_{i,j+1} - 2W_{i,j} + W_{i,j-1} + \nu(W_{i+1,j} - 2W_{i,j} + W_{i-1,j})], \\
 m_{xy,ij} &= -\frac{1-\nu}{4}[-W_{i+1,j-1} + W_{i+1,j+1} - W_{i-1,j+1} + W_{i-1,j-1}].
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

## 2.6 Návrh výztuže

V této sekci je čerpáno z normy ČSN EN 1992-1-1 [5] a z návodu pro návrh a posouzení desky [3].

Pro desky je standardně navrhována ohybová výztuž. V našem případě chceme, aby výztuž přenesla i kroutící účinek. Proto pro návrh výztuže využíváme dimenzační momenty, které se vypočítají ze vztahů (2.12). Obvykle bývá potřeba nosná výztuž při jednom povrchu - dolní výztuž přenáší kladné momenty a horní výztuž zachycuje záporné momenty.

Na obrázku 2.8 je znázorněn průběh přetvoření  $\varepsilon$  a napětí betonu  $\sigma_c$  na mezi únosnosti, kdy jsou dosaženy mezní hodnoty přetvoření a napětí. Předpokládáme, že v mezním stavu únosnosti je v krajních tlačných vláknech dosaženo mezního poměrného přetvoření betonu  $\varepsilon_{cu}$ . V dolních tažených vláknech platí, že výztuž je za mezí kluzu (platí  $\varepsilon_s > \varepsilon_{yd}$ ) a pro napětí ve výztuži uvažujeme  $\sigma_s = f_{yd}$ . Při výpočtu idealizujeme skutečný průběh napětí v betonu obdélníkovým průběhem. V tlačném betonu je dosaženo pevnosti  $\eta f_{cd}$ . Pro betony běžných pevností se uvažuje  $\eta = 1$ . Působení betonu v tahu zanedbáváme. Integrací napětí v betonu získáme výslednou sílu v betonu  $F_c$ . Musí platit rovnováha sil v průřezu, a proto bude síla ve výztuži  $F_s$  stejně velká a opačně orientovaná. Působíště těchto sil se nachází ve vzájemné vzdálenosti ramena vnitřních sil  $z$ . Hodnotou sil a ramene je dána únosnost desky v ohybu vyjádřená momentem únosnosti  $m_{Rd}$ .



**Obrázek 2.8:** Průběh přetvoření a napětí v jednostranně vyztuženém průřezu

Výpočtu potřebné plochy výztuže  $a_{s,req}$  předchází ověření, zda je splněn předpoklad o dostatečném poměrném přetvoření výztuže. Pokud by nebyl splněn, výztuž by v mezním stavu únosnosti nebyla za mezí kluzu. To by znamenalo porušení prvku drcením betonu. Nesplnil by se předpoklad  $\sigma_s = f_{yd}$  a konstrukce by před porušením nevarovala. Poměrná výška tlačené oblasti  $\xi$  musí splňovat podmínku

$$\xi = \frac{x}{d} \leq \xi_{bal}. \quad (2.23)$$

Kde  $x$  je výška tlačené oblasti a určí se dle vztahu <sup>2</sup>

$$x = \frac{d}{\lambda} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2m_{Ed}}{f_{cd} b d^2}} \right). \quad (2.24)$$

$\xi_{bal}$  se určí z podobnosti trojúhelníku (Obrázek 2.9):

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_{cu}}{x_{bal,1}} &= \frac{\varepsilon_{yd}}{d - x_{bal,1}}, \\ \varepsilon_{cu}(d - x_{bal,1}) &= \varepsilon_{yd} x_{bal,1}, \\ \frac{x_{bal,1}}{d} &= \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}}, \\ \xi_{bal} &= \frac{x_{bal,1}}{d}. \end{aligned}$$

**Obrázek 2.9:** Schéma pro výpočet limitní výšky tlačené oblasti

Mezní přetvoření betonu  $\varepsilon_{cu}$  uvažujeme 0.0035 pro betony běžné pevnosti. Přetvoření oceli B500 ( $E_{ocel} = 200000$  MPa) je  $\varepsilon_{yd} = f_{yd}/E = 435/200000 = 0.002175$ . Což po dosazení znamená:

$$\xi_{bal} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} = \frac{0.0035}{0.0035 + 0.002175} = 0.617. \quad (2.25)$$

Výška tlačené oblasti tedy může být maximálně  $0.617 \cdot d$ , aby byla tažená výztuž za mezí kluzu. Dle ČSN EN 1992-1-1 [5] je toto omezení přísnější a platí:  $\xi \leq \xi_{max} = 0.45$  pro betony běžné pevnosti při lineárně pružné analýze. Při návrhu výztuže výpočetní pomůckou musí být splněna tato hodnota.

<sup>2</sup> $\lambda = 0.8$  pro betony běžných pevnostních tříd

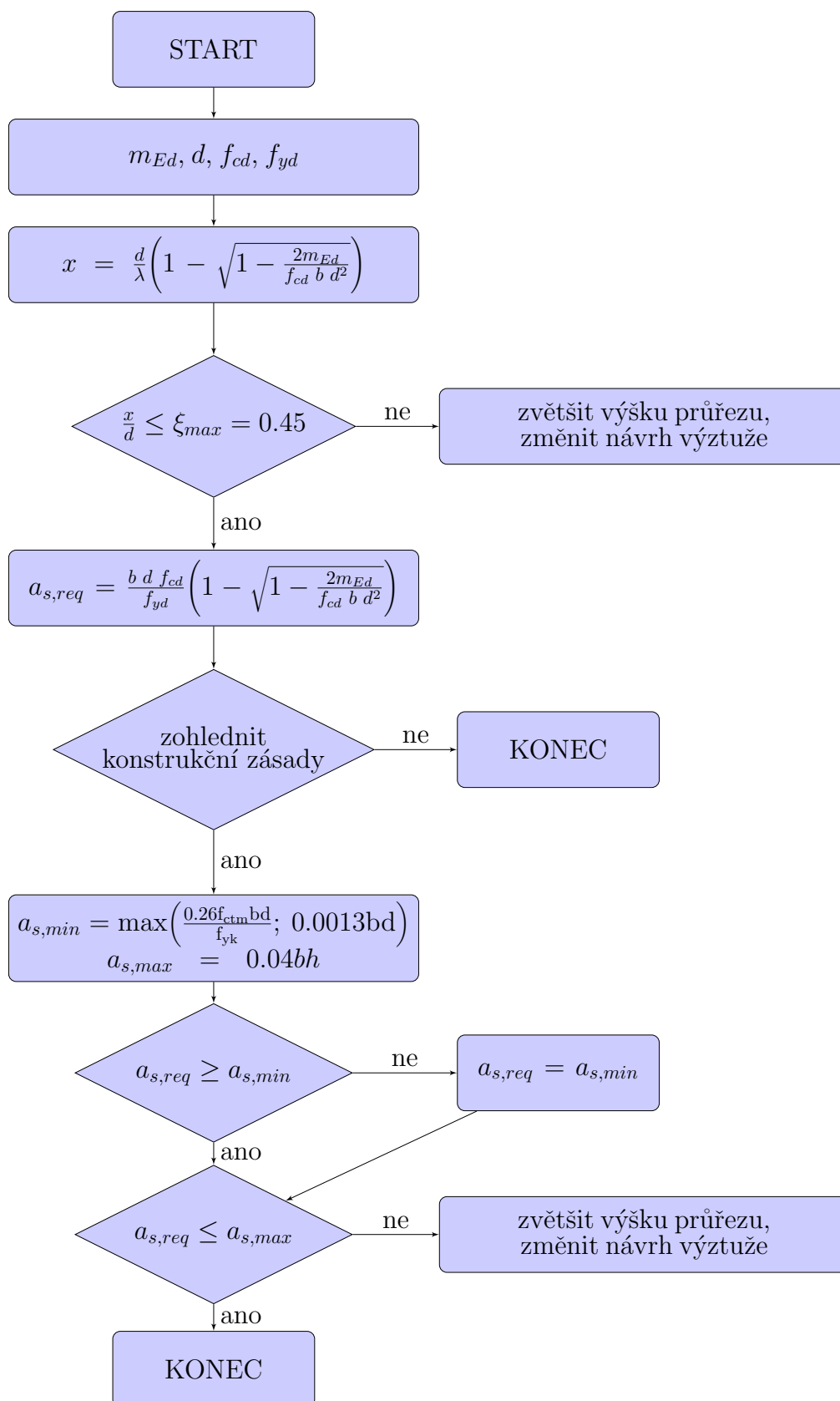
Návrh výztuže ve vytvořeném programu je proveden přímým výpočtem (2.26) dle vztahu z ČSN EN 1992-1-1 [5]. Tento vztah vychází z rovnosti sil v betonu a ve výztuži (Obrázek 2.8) a jeho odvození lze dohledat v příloze A.

$$a_{s,req} = \frac{f_{cd} b d}{f_{yd}} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2m_{Ed}}{f_{cd} b d^2}} \right), \quad (2.26)$$

kde:

- $a_{s,req}$  je potřebná plocha výztuže na 1 m šířky desky [m<sup>2</sup>],
- $b$  je šířka desky [m] (uvažujeme 1 m),
- $d$  je staticky účinná výška desky [m],
  - pro desky jednosměrně pnuté, kde platí  $\frac{\max(L_1, L_2)}{\min(L_1, L_2)} > 2$ ,  
 $d = h - c - \frac{\emptyset}{2}$ ,
  - pro desky obousměrně pnuté, kde platí  $1 \leq \frac{\max(L_1, L_2)}{\min(L_1, L_2)} \leq 2$ ,  
 $d = h - c - \emptyset$ ,
- $c$  je krytí výztuže [m],
- $\emptyset$  je průměr výztuže [m] (pro obousměrně pnutou desku uvažován stejný profil výztuže pro oba směry),
- $f_{cd}$  je návrhová pevnost betonu v tlaku [Pa],  
 $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ ,  
 $f_{ck}$  je charakteristická pevnost betonu v tlaku [Pa],  
 $\gamma_c$  je bezpečnostní součinitel pro beton ( $\gamma_c = 1.5$ ),
- $f_{yd}$  je návrhová pevnost výztuže [Pa],  
 $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ ,  
 $f_{yk}$  je mez kluzu oceli [Pa],  
 $\gamma_s$  je bezpečnostní součinitel pro ocel ( $\gamma_s = 1.15$ ),
- $m_{Ed}$  je působící moment na desce zohledňující kroucení [Nm/m],  
 $m_{x,dim}$  pro výztuž ve směru osy  $x$ ,  
 $m_{y,dim}$  pro výztuž ve směru osy  $y$ .

Na obrázku 2.10 je vývojovým diagramem vyjádřen postup výpočtu potřebné plochy výztuže  $a_{s,req}$  výpočetní pomůckou. Kromě počátečního ověření podmínky poměrné výšky tlačené oblasti mohou být ve výpočtu zohledněny konstrukční zásady.



Obrázek 2.10: Vývojový diagram pro návrh výztuže desky

Kromě potřebné plochy výztuže  $a_{s,req}$  dokáže výpočetní pomůcka vykreslit maximální rozteč prutů  $s_{max}$ . Nejprve je vypočítán počet prutů na 1 m, který je zaokrouhlen nahoru:

$$pocet = \frac{a_{s,req}}{a_{s,1}}, \quad (2.27)$$

kde:

$a_{s,1}$  je plocha jednoho prutu,

$$a_{s,1} = \frac{\varnothing^2 \pi}{4}.$$

Maximální rozteč  $s_{max}$  je pak určena jako:

$$s_{max} = \frac{1000}{pocet}. \quad (2.28)$$

Konstrukční zásady týkající se rozteče prutů jsou vyjádřeny vztahy

$$\begin{aligned} s_{max} &\leq \min(2h; 300\text{mm}), \\ s_{l,min} &\geq \max(1, 2\varnothing; D_{max} + 5\text{mm}; 20\text{mm}), \end{aligned} \quad (2.29)$$

kde:

$D_{max}$  je maximální průměr zrna kameniva.

Pro jejich zohlednění platí obdobný postup jako pro potřebnou plochu výztuže na vývojovém diagramu 2.10. Pokud deska nespĺňuje minimální možnou rozteč, je hodnota  $s_{max}$  nahrazena právě touto hodnotou. Pokud světlá vzdálenost prutů výztuže  $s_{l,min}$  nevyhovuje druhému vztahu, je potřeba návrh výztuže změnit.

## Kapitola 3

# Výpočet momentů v prostředí MATLAB

MATLAB je numerické výpočetní prostředí vhodné pro vědeckotechnické výpočty. Klíčovou datovou strukturou při výpočtech v MATLABu jsou matice. Pro vhodné řešení je tedy nutné převést řešený problém do maticové formy a řešit výslednou soustavu, která má v našem případě tvar  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{W} = \mathbf{b}$ . Je potřeba sestavit soustavu rovnic a zapsat ji jako matici  $\mathbf{A}$ . Neznámá  $\mathbf{W}$  odpovídá redukovanému průhybu. Pravá strana  $\mathbf{b}$  je vektor zatížení.

Výpočetní pomůcka vytvořená v rámci této práce umožňuje uživateli nastavení velikosti kroku sítě  $a$ . Musí být však splněna podmínka, že deska bude pokryta pouze čtvercovou sítí a bude na ní minimálně jeden vnitřní uzel. Rozměry desky tedy musí být dělitelné velikostí kroku  $a$ . Soustava rovnic poté bude mít tolik neznámých, kolik vznikne na desce vnitřních uzlů v závislosti na rozměrech desky  $L_1$  a  $L_2$  a velikosti kroku sítě  $a$ .

Výpočetní pomůcka vytvořená v prostředí MATLAB je založena na principu metody sítí. Postup výpočtu bude demonstrován na vyřešeném příkladu z publikace [10], který se nachází v příloze B. Vytvořený program byl nazván SlaFoR, podle zkratky Slab Forces & Reinforcement, čili v překladu Vnitřní síly na deskách & vyztužení. V algoritmu 1 jsou uvedeny kroky, ve kterých program počítá výsledné měrné momenty. Ty mohou být dále aplikovány pro návrh vyztuže.

---

### Algoritmus 1 Postup výpočtu momentů

---

- 1: sestavení matice geometrie desky  $\mathbf{D}$
  - 2: vytvoření matice diferenčního schématu  $\mathbf{C}$
  - 3: **for**  $i = 1$  až  $(n_1 - 1) \cdot (n_2 - 1)$
  - 4:     vytvoření pomocné matice  $\mathbf{T}_i$
  - 5:     roznásobení prvků matic  $\mathbf{T}_i \cdot \mathbf{D} = \mathbf{S}_i$
  - 6:     vytvoření matice  $\mathbf{A}_i$  a její načtení do matice  $\mathbf{A}$
  - 7: **end**
  - 8: sestavení vektoru zatížení  $\mathbf{b}$
  - 9: vyřešení soustavy rovnic  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{W} = \mathbf{b}$ , výpočet vektoru redukovaných průhybů  $\mathbf{W}$ , výpočet vektoru skutečných průhybů  $\mathbf{w}$
  - 10: sestavení matice  $\mathbf{Z}$
  - 11: **for**  $i = 1$  až  $(n_1 + 1) \cdot (n_2 + 1)$
  - 12:     výpočet matic  $\mathbf{m}_{xi}$ ,  $\mathbf{m}_{yi}$ ,  $\mathbf{m}_{xyi}$  a jejich načtení do matic momentů  $\mathbf{m}_x$ ,  $\mathbf{m}_y$ ,  $\mathbf{m}_{xy}$
  - 13: **end**
-

### 3.1 Matice $A$ (kroky 1 - 7)

V **kroku 1** se geometrie desky zapíše ve formě matice. Deska je v MATLABu definována pomocí jedniček a nul. Nuly znázorňují místa nulového průhybu - podepření po obvodě desky a vnější uzly, na které se nevztahují okrajové podmínky. Jedničky reprezentují neznámé ve vnitřních uzlech a okrajové podmínky (1 pro vetknutí, -1 pro kloubové uložení). Velikost matice je závislá na velikosti kroku  $a$ , který určuje jemnost sítě a ovlivňuje počet vnitřních uzlů. Matice bude mít velikost  $(n_1 + 3) \times (n_2 + 3)$ , kde:

$n_1$  je počet dílků na desce ve směru  $x$   
 $n_2$  je počet dílků na desce ve směru  $y$

a platí:

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{L_1}{a}, \\ n_2 &= \frac{L_2}{a}. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Počet vnitřních uzlů bude  $(n_1 - 1) \cdot (n_2 - 1)$ .

Na obrázku 3.1 je maticí  $D$  znázorněna deska. Jedničky uprostřed značí  $2 \cdot 2$  vnitřní uzly, kolem kterých jsou nuly znamenající okraj desky. Podpora levého a horního okraje je kloub (-1), pravý a dolní okraj desky je vetknutý (1).

$$D = \begin{array}{cccccc} 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

**Obrázek 3.1:** Matice geometrie desky

V **kroku 2** je vytvořena matice  $C$  (Obrázek 3.2) vyjadřující diferenční schéma 2.6 potřebné k vytvoření lineárních rovnic. Toto schéma bude pro všechny případy stejné.

$$C = \begin{array}{ccccc} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -8 & 2 & 0 \\ 1 & -8 & 20 & -8 & 1 \\ 0 & 2 & -8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

**Obrázek 3.2:** Diferenční schéma



V **krocích 3 - 7** je využito `for` cyklu. Počet iterací je roven počtu vnitřních uzlů. Uvnitř `for` cyklu je vytvořena nulová matice o stejné velikosti jako matice geometrie desky  $\mathbf{D}$ . Do nulové matice je iteračně vkládáno diferenční schéma tak, že do všech pozic vnitřních uzlů je vždy vloženo svým prvkem  $\mathbf{C}(3, 3)$ . Vznikne tím pomocná matice  $\mathbf{T}_i$  (Obrázek 3.3).

$$\mathbf{T}_1 = \begin{matrix} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{matrix}$$

Obrázek 3.3: Pomocná matice  $\mathbf{T}_1$  při první iteraci

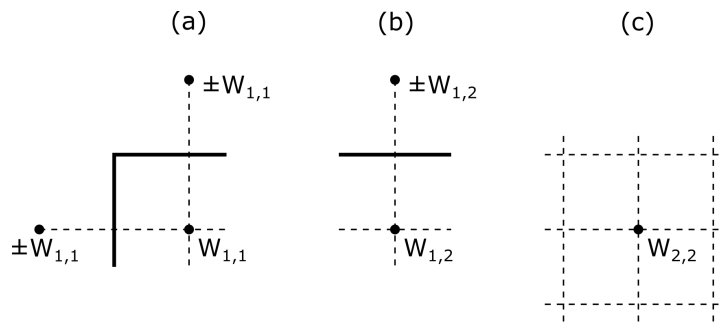
Pro další operaci je důležité, aby pomocná matice  $\mathbf{T}_i$  měla stejnou velikost jako matice geometrie desky  $\mathbf{D}$ . Jednotlivé členy matic se mezi sebou roznásobí. Nejedná se o klasické maticové násobení, ale o násobení prvků obou matic na stejné pozici. V MATLABu je proto využito operátoru `".*"`. Vztahem  $\mathbf{S}_i = \mathbf{T}_i .* \mathbf{D}$  získáme matici  $\mathbf{S}_i$  (Obrázek 3.4).

$$\mathbf{S}_1 = \begin{matrix} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{matrix}$$

Obrázek 3.4: Matice  $\mathbf{S}_1$  po roznásobení při první iteraci

Dále jsou vnitřní uzly pomocí `if` podmínky rozděleny do tří kategorií podle své polohy na desce. Poloha uzlu určuje, kolikrát se neznámá z uzlu objeví ve výsledné lineární rovnici (2.18). Na uzly, které se nachází nejbližší okraji desky se vztahují okrajové podmínky, a proto je potřeba počítat s danou neznámou i za okrajem desky (Obrázek 3.5). Vnitřní uzly jsou klasifikovány následovně:

- **rohový uzel** (a) - v rovnici bude neznámá třikrát (vnitřní uzel a dvě okrajové podmínky),
- **uzel na okraji** (b) - v rovnici bude neznámá dvakrát (vnitřní uzel a jedna okrajová podmínka),
- **uzel uvnitř desky** (c) - v rovnici bude neznámá jednou (pouze vnitřní uzel).



Obrázek 3.5: Zatřídění vnitřního uzlu

Neznámé z matice  $S_i$  na obrázku 3.4 se sečtou, zohlední se výskyt stejných neznámých vícekrát dle obrázku 3.5. Pro každý vnitřní uzel tak vznikne lineární rovnice odpovídající rovnici (2.18), která je funkcí reshape postupně ukládána do výsledné matice  $A$ .

Na obrázku 3.6 je znázorněna matice  $A_i$  při první iteraci for cyklu.

$$A_1 = \begin{matrix} & 18 & -8 & -8 & 2 \end{matrix}$$

Obrázek 3.6: Matice  $A_1$  při první iteraci

Cyklus bude pokračovat a kroky 3 - 6 se provedou pro zbytek vnitřních uzlů (Obrázek 3.7).

$$T_2 = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -8 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & 20 & -8 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \quad S_2 = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 20 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(a) Druhá iterace

(b) Druhá iterace

$$A_2 = \begin{matrix} 18 & -8 & -8 & 2 \\ -8 & 20 & 2 & -8 \end{matrix} \quad T_3 = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -8 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & -8 & 20 & -8 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -8 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(c) Druhá iterace

(d) Třetí iterace

$S_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 20 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ <p style="text-align: center;">(e) Třetí iterace</p>	$A_3 = \begin{bmatrix} 18 & -8 & -8 & 2 \\ -8 & 20 & 2 & -8 \\ -8 & 2 & 20 & -8 \end{bmatrix}$ <p style="text-align: center;">(f) Třetí iterace</p>
$T_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -8 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & 20 & -8 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ <p style="text-align: center;">(g) Čtvrtá iterace</p>	$S_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 20 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ <p style="text-align: center;">(h) Čtvrtá iterace</p>

Obrázek 3.7: Průběh for cyklu

Na konci cyklu dostaneme výslednou matici  $A$  (Obrázek 3.8). Pro dříve zmíněný případ čtyřech vnitřních uzlů platí  $A = A_4$ . Výsledná matice má velikost 4x4 a každý řádek odpovídá jedné iteraci for cyklu. Konec cyklu je ukončen v **kroku 7**.

$$A_4 = \begin{bmatrix} 18 & -8 & -8 & 2 \\ -8 & 20 & 2 & -8 \\ -8 & 2 & 20 & -8 \\ 2 & -8 & -8 & 22 \end{bmatrix}$$

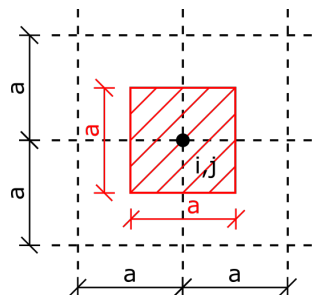
Obrázek 3.8: Výsledná matice  $A$  po dokončení cyklu

## 3.2 Vektor pravé strany $b$ (krok 8)

V **kroku 8** je vyjádřen vektor pravé strany  $b$ , který odpovídá **zatížení** desky. Pro řešení soustavy rovnic je potřeba v každém vnitřním bodě sítě určit uzlové břemeno, které se vypočítá podle rovnice (2.19).

Program SlaFoR umožňuje zadat **rovnoměrné zatížení**  $p$  působící po celé desce a **osamělou sílu**  $F$  do libovolného bodu desky.

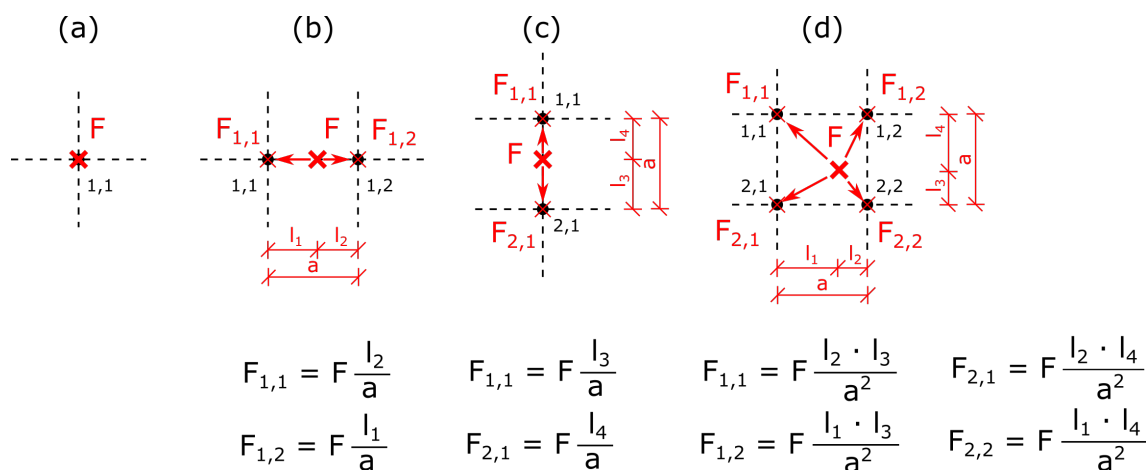
Rovnoměrné zatížení je přečítáno do výslednice působící ve vnitřním uzlu  $i, j$ . Velikost výslednice je dána obsahem čtverce o straně  $a$  značící velikost kroku sítě (Obrázek 3.9). Pro desku, která je zatížena pouze rovnoměrným zatížením, bude vektor zatížení obsahovat stejné hodnoty pro všechny vnitřní uzly.



Obrázek 3.9: Přečítání rovnoměrného zatížení do uzlu

Pokud je deska zatížena osamělou silou, budou některé uzly zatíženy méně a jiné více. Pro výpočet metodou sítí je nutné, aby osamělá síla působila v uzlu sítě. Uživatel výpočetní pomůcky SlaFoR si může zvolit libovolnou polohu síly. Program sílu zařadí pomocí  $i, f$  podmínky do jedné ze čtyř kategorií znázorněných na obrázku 3.10. Velikost síly se následně rozpočítá mezi sousední uzly. Působíště síly může být:

- **v uzlu** (a) - není potřeba přečítání,
- **na vodorovné hraně sítě** (b) - přečítání síly do dvou sousedních vodorovných uzlů,
- **na svislé hraně sítě** (c) - přečítání síly do dvou sousedních svislých uzlů,
- **mimo hrany** (d) - přečítání síly do čtyř sousedních uzlů.



Obrázek 3.10: Přečítání osamělé síly do uzlu

Při současném působení rovnoměrného zatížení a osamělých sil bude výsledný vektor  $\mathbf{b}$  součtem obou těchto složek.

Na obrázku 3.11 je znázorněn vektor zatížení pro příklad z přílohy B. Je zřejmé, že na druhý a třetí uzel působí kromě rovnoměrného zatížení také osamělá síla, jelikož jsou hodnoty větší.

$$\mathbf{b}' = \begin{matrix} 12 & 24 & 24 & 12 \end{matrix}$$

Obrázek 3.11: Vektor zatížení  $\mathbf{b}$

### 3.3 Řešení soustavy (krok 9)

V kroku 9 je vyřešena soustava rovnic  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{W} = \mathbf{b}$ . Existuje několik možností řešení. Velmi přesné jsou iterační metody (např. Jacobiova metoda, Gaussova-Seidlova metoda), které postupnou iterací konvergují k výsledku. Gaussova eliminační metoda je velmi často využívána pro svoji jednoduchost.

Schematické znázornění soustavy rovnic:

$$\begin{bmatrix} 18 & -8 & -8 & 2 \\ -8 & 20 & 2 & -8 \\ -8 & 2 & 20 & -8 \\ 2 & -8 & -8 & 22 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 24 \\ 24 \\ 12 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

V MATLABu lze k řešení využít operátor " $\backslash$ " (zpětné lomítko). Operace pro získání vektoru neznámého redukovaného průhybu  $\mathbf{W}$  se pak zapíše jako  $\mathbf{W} = \mathbf{A} \backslash \mathbf{b}$ .

Po vyřešení získáme vektor redukovaných průhybů (Obrázek 3.12). Lze si všimnout, že řešená deska je diagonálně symetrická, protože se  $\mathbf{W}(2)$  a  $\mathbf{W}(3)$  rovnají.

$$\mathbf{w}' = \begin{matrix} 3.2271 & 3.2032 & 3.2032 & 2.5817 \end{matrix}$$

Obrázek 3.12: Vektor redukovaného průhybu

Redukovaný průhyb  $W$  je definován rovnicí (2.17) a slouží jako substitute za skutečný průhyb  $w$ . Desková tuhost  $D$  se vypočítá rovnicí (2.16). Skutečný průhyb se pak vyjádří jako

$$w_{i,j} = \frac{a^2}{D} W_{i,j}. \quad (3.3)$$

Na obrázku 3.13 je tímto lineárním vztahem vypočítán vektor skutečného průhybu  $\mathbf{w}$  řešeného příkladu.

$$\mathbf{w}' = \begin{matrix} 1.4687 & 1.4578 & 1.4578 & 1.1749 \end{matrix}$$

Obrázek 3.13: Skutečné průhyby [mm]

Hodnoty skutečného průhybu  $w$  nejsou potřeba pro výpočet měrných momentů. Jsou zde pouze ukázány pro úplnost vyřešení příkladu z přílohy B.

### 3.4 Výsledky (kroky 10 - 13)

V **kroku 10** je vektor redukovaných průhybů vložen do matice geometrie desky  $D$  tak, že znázorňuje hodnoty pro vnitřní uzly a okrajové podmínky (Obrázek 3.14). Vytvořená matice je pojmenována  $Z$  a dále z ní vychází výpočet momentů.

```

z =
      0      0 -3.2271 -3.2032      0      0
      0      0      0      0      0      0
 -3.2271      0  3.2271  3.2032      0  3.2032
 -3.2032      0  3.2032  2.5817      0  2.5817
      0      0      0      0      0      0
      0      0  3.2032  2.5817      0      0

```

Obrázek 3.14: Redukované průhyby na desce

V **krocích 11 - 13** jsou ve for cyklu počítány hodnoty měrných momentů podle vztahů (2.22) a postupně jsou vkládány do výsledné matice  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $m_{xy}$  (Obrázek 3.15). Počet iterací je roven  $(n_1 + 1) \cdot (n_2 + 1)$ , což odpovídá počtu uzlů na desce (nejen vnitřních, ale i na hraně desky). Uživatel výpočetní pomůcky SlaFoR může souřadnicemi zadat libovolný bod desky a zjistit na něm působící momenty. Hodnoty v bodech ležící mimo uzly jsou lineárně interpolovány.

```

m_x =
      0      0      0      0
      0  3.9012  3.9442 -6.4064
      0  4.4606  2.3522 -5.1633
      0 -1.2813 -1.0327      0

m_xy =
      -2.5817 -1.2813  1.2908      0
      -1.2813 -0.5163  0.6406      0
      1.2908  0.6406 -0.6454      0
      0      0      0      0

m_y =
      0      0      0      0
      0  3.9012  4.4606 -1.2813
      0  3.9442  2.3522 -1.0327
      0 -6.4064 -5.1633      0

```

Obrázek 3.15: Měrné momenty na desce

Vztah pro  $m_{xy}$  byl upraven pro hodnoty na rohu desky. Předpokládáme, že v rohu, kde se stýká vetknutí-vetknutí nebo vetknutí-kloub, bude nulový kroučící moment. Pro roh kloub-kloub se předpokládá, že bude stejný redukovaný průhyb  $W$  i diagonálně za okrajem od vnitřního uzlu. Bez této úpravy by hodnoty v rohu desky nebyly správné (viz také řešený příklad v příloze B).

## Kapitola 4

# Porovnání s programem SCIA Engineer

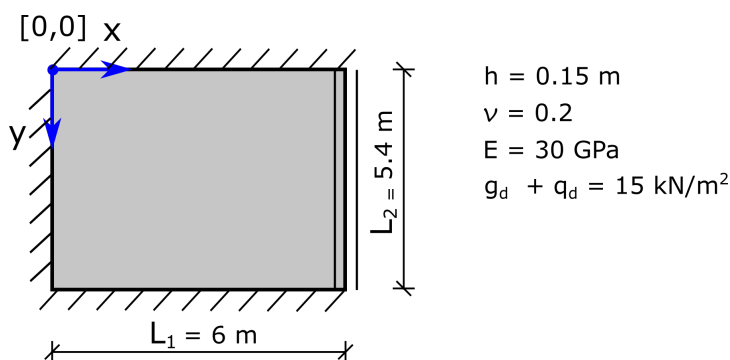
Cílem předchozí kapitoly bylo nastínit, jak samotný program funguje a názorně to ukázat na řešeném příkladu ze skript. Takový příklad ale slouží především k porozumění tematiky a vlastnímu procvičení ručním výpočtem. Deska je pokryta řídkou sítí s velkým krokem  $a$  a vzniká na ní málo vnitřních uzlů a tím pádem i malý počet neznámých. Výslednou soustavu lze snadno vyřešit ručně.

Výpočetní pomůcka umožňuje nastavit velikost kroku sítě. Musí být pouze splněna podmínka, že na desce vznikne minimálně jeden vnitřní uzel a že oba rozměry desky budou dělitelné krokem sítě  $a$ . Pokud desku pokryjeme hustější sítí, samotný výpočet bude sice náročnější a bude trvat déle, zároveň však získáme přesnější výsledné hodnoty.

V následujících sekcích budou porovnány momenty zjištěné na desce z příkladu 4.1. Hodnoty budou vypočteny komerčním programem SCIA Engineer a výpočetní pomůckou SlaFoR.

Uživatelská příručka k programu SlaFoR, která popisuje jeho používání, se nachází v příloze C této práce.

**Příklad 4.1:** Železobetonová deska o půdorysných rozměrech 6 m a 5.4 m a tloušťce 0.15 m je zatížena rovnoměrným návrhovým zatížením  $g_d + q_d = 15 \text{ kN/m}^2$ . Modul pružnosti je 30 GPa a Poissonovo číslo 0.2. Pravý okraj desky je kloubově podepřený, ostatní okraje jsou vetknuté.



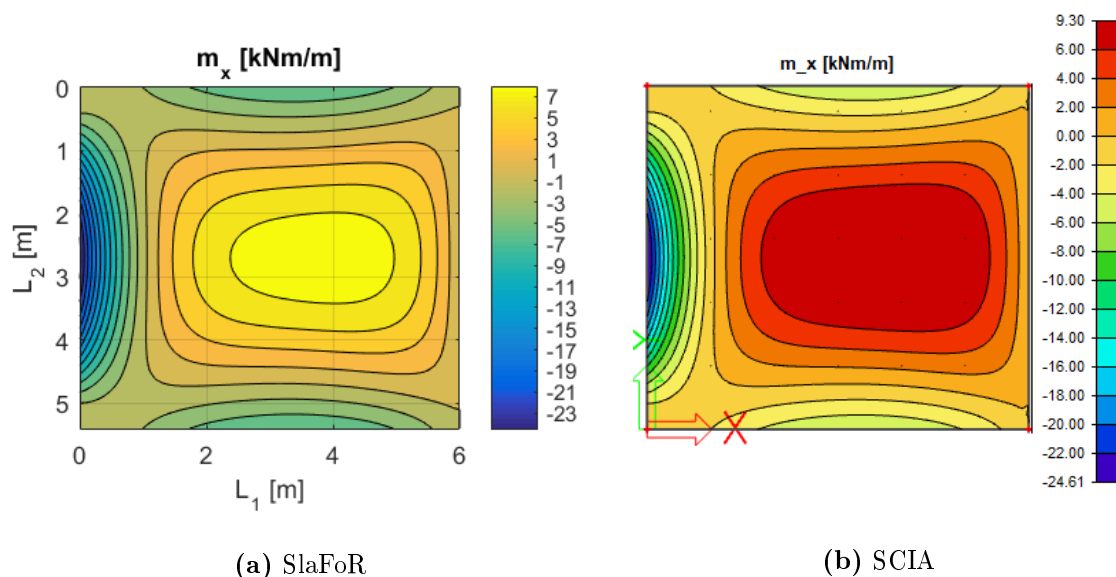
Obrázek 4.1: Zadání příkladu

## 4.1 Rovnoměrné zatížení

Do programu SCIA Engineer je zadána deska se všemi parametry odpovídajícími zadání příkladu 4.1. Deska se definuje následující cestou z Hlavního stromu: *Konstrukce* → *Plochy* → *Desky* → *Deska*. Zadá se tloušťka a na pracovní ploše půdorysné rozměry. Do počátku souřadného systému je zadán levý dolní roh desky. Zatížení je definováno z Hlavního stromu touto cestou: *Zatížení* → *Plošné zatížení* → *Na ploše*. V okně Hlavního stromu *Projekt* pod rozšířeným nastavením pole *Materiál* (označení "...") jsou nastaveny materiálové vlastnosti  $E$  a  $\nu$  dle zadání. V okně *Výpočet, síť* → *Nastavení řešiče* je zvolena teorie ohybu pro výpočet desek podle Kirchhoffovy teorie (viz 2.2.1), protože řešenou desku lze klasifikovat jako tenkou. SCIA Engineer pro své výpočty používá metodu konečných prvků. V okně *Výpočet, síť* → *Nastavení sítě* je potřeba upravit velikost hrany konečných prvků desky. Empirické pravidlo říká, že pro získání dostatečně přesných výsledků by obvykle měla stačit velikost plošného prvku odpovídající tloušťce stropní desky [8]. Průměrná velikost plošného prvku byla zadána ještě o něco menší než tloušťka desky, a to  $0.1\text{ m}$ . Takto definovaná deska je vypočítána.

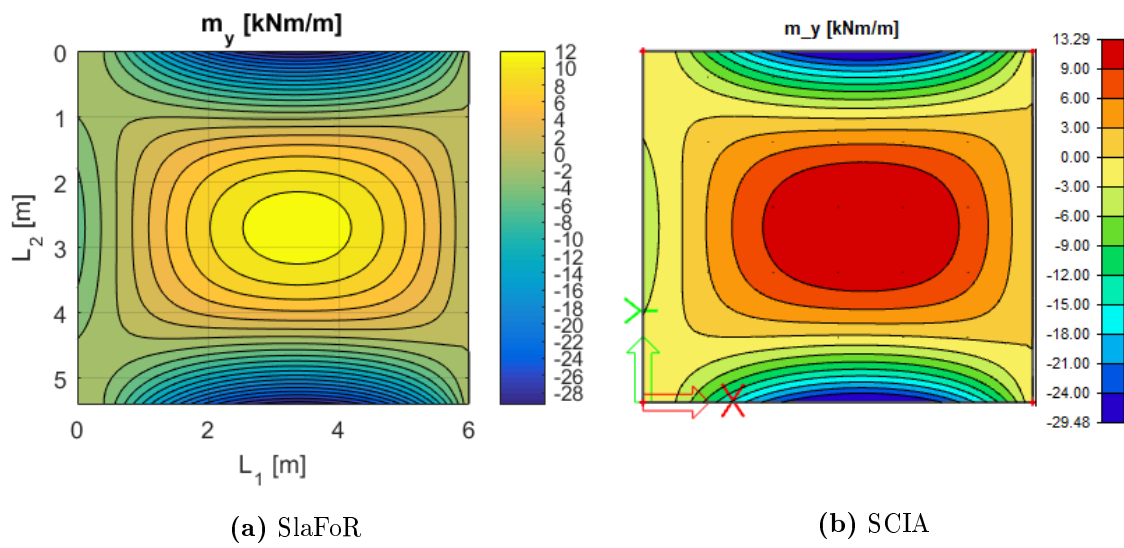
Do programu SlaFoR jsou zadány stejné parametry desky odpovídající zadání příkladu 4.1. Velikost kroku sítě  $a$  je definována stejně jako v programu SCIA, tedy  $0.1\text{ m}$ . Dále je možné provést výpočet.

Jedna z funkcí programu SlaFoR je vykreslení momentů ve 2D. Na obrázcích 4.2, 4.3 a 4.4 jsou takto vykresleny průběhy momentů  $m_x$ ,  $m_y$  a  $m_{xy}$  ze zadaného příkladu 4.1. Způsob vykreslení z obou programů se liší barevnou škálou a hustotou izolinií. Hodnoty krouticího momentu  $m_{xy}$  se také liší znaménkem. To je dáno rozdílným souřadným systémem v programu SCIA a v programu SlaFoR. Osa  $y$  v programu SCIA směřuje nahoru a počátek souřadného systému se nachází v levém dolním rohu desky. V programu SlaFoR osa  $y$  míří dolů, počátek souřadného systému je v levém horním rohu desky. Samotné hodnoty momentů jsou velmi podobné a budou porovnány později.

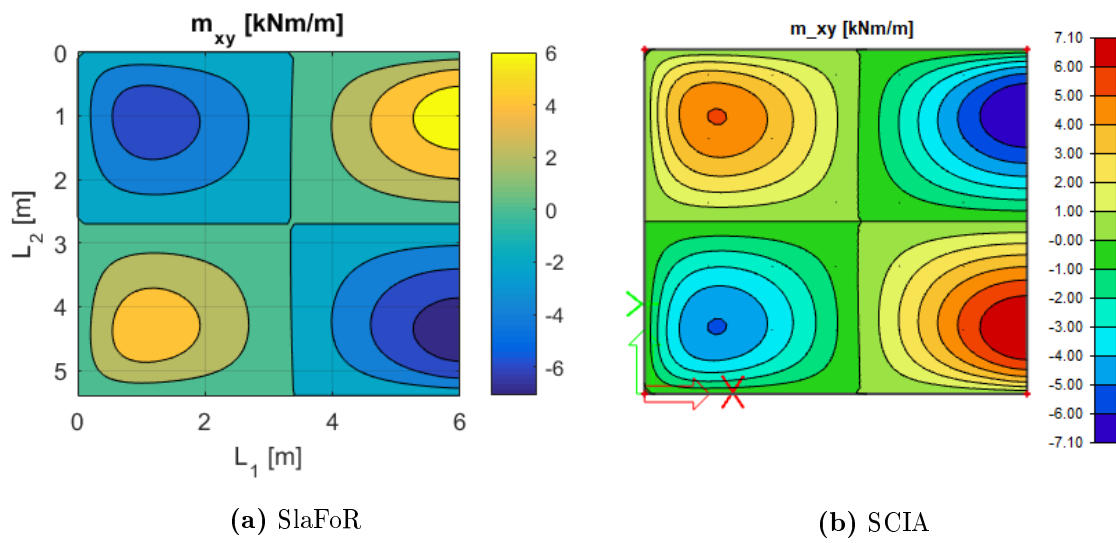


Obrázek 4.2: Porovnání vykreslení momentů  $m_x$  ve 2D



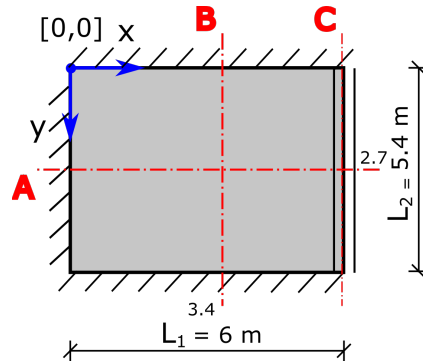


Obrázek 4.3: Porovnání vykreslení momentů  $m_y$  ve 2D



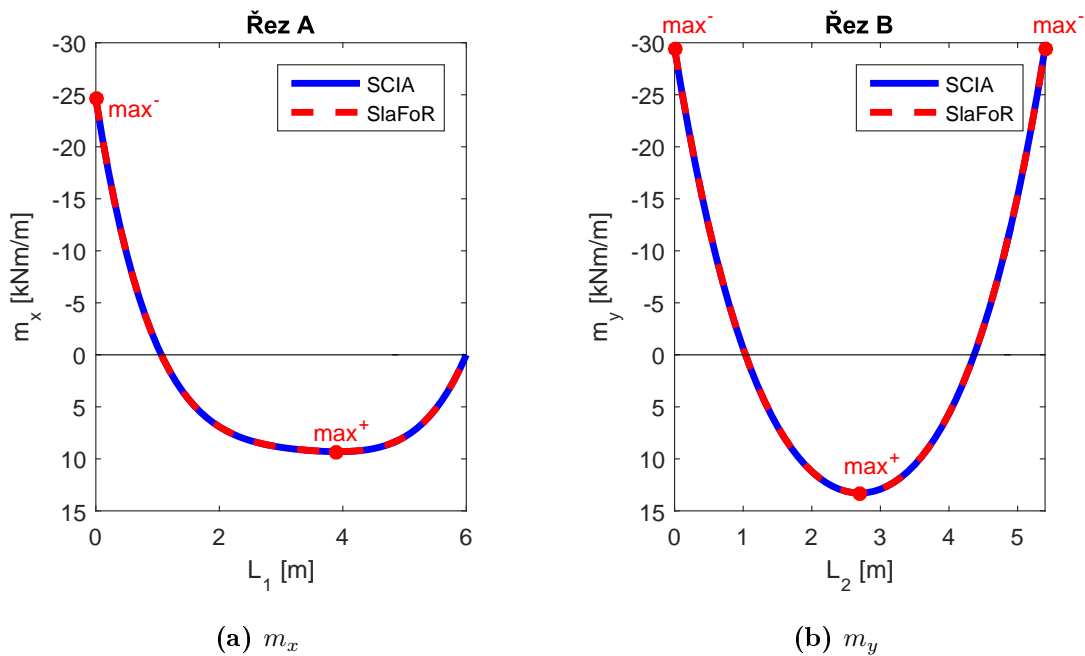
Obrázek 4.4: Porovnání vykreslení momentů  $m_{xy}$  ve 2D

Dále jsou porovnány průběhy momentů na řezu deskou. Řezy zobrazené na obrázku 4.5 jsou provedeny místy, kde dané momenty dosahují extrémních hodnot. V řezu A je maximální moment  $m_x$ , v řezu B moment  $m_y$  a v řezu C kroučící moment  $m_{xy}$ .



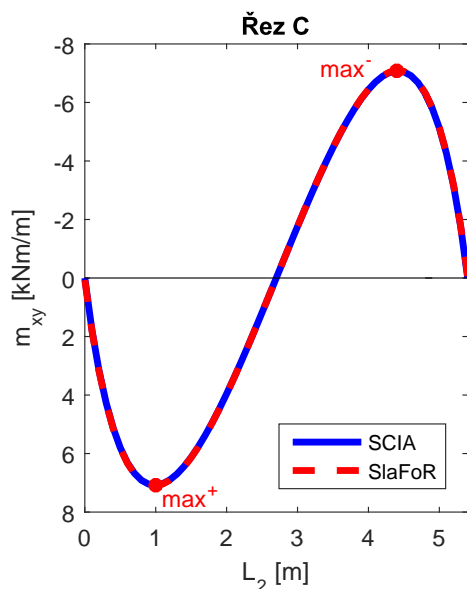
Obrázek 4.5: Řezy v místech extrémních momentů

Na obrázcích 4.6 a 4.7 jsou graficky porovnány momenty  $m_x$ ,  $m_y$  a  $m_{xy}$ <sup>1</sup> v řezech deskou podle obrázku 4.5. Souřadnice extrému získaných ze softwaru SCIA i SlaFoR se shodují. Modře jsou vykresleny hodnoty momentů vypočítané v softwaru SCIA, červeně momenty z programu SlaFoR. Z grafického vykreslení hodnot je patrné, že velikost momentů je viditelně shodná.



Obrázek 4.6: Porovnání momentů  $m_x$  a  $m_y$

<sup>1</sup>hodnoty  $m_{xy}$  z programu SCIA jsou přenášeny -1 z důvodu opačné orientace osy  $y$  v obou programech

Obrázek 4.7: Porovnání momentů  $m_{xy}$ 

V tabulce 4.1 jsou na čtyři desetinná místa rozepsány hodnoty jednotlivých extrémů získaných ze softwaru SCIA a z výpočetní pomůcky SlaFoR. Zároveň je spočítána procentuální odchylka obou hodnot. Jak již bylo vidět z grafického srovnání, odchylka je velmi malá. Rozdíl v hodnotách se objevuje až při zaokrouhlení na setiny.

$m_{\max}$ [kNm/m]	SCIA	SlaFoR	odchylka
$m_{x+}$	9.2996	9.3116	0.13%
$m_{x-}$	-24.6144	-24.5998	0.06%
$m_{y+}$	13.2881	13.2916	0.03%
$m_{y-}$	-29.4801	-29.4552	0.08%
$m_{xy+}$	7.095	7.0794	0.22%
$m_{xy-}$	-7.095	-7.0794	0.22%

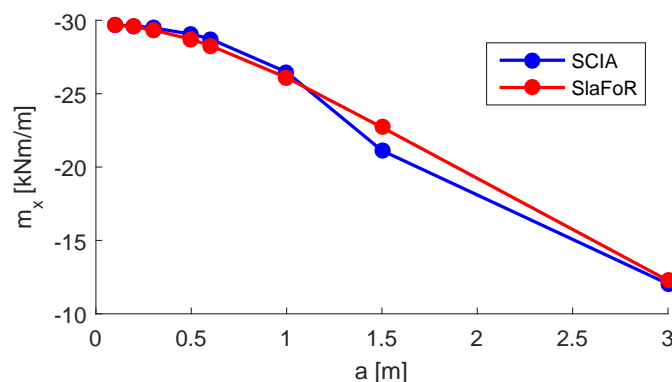
Tabulka 4.1: Číselné srovnání momentů

## 4.2 Závislost na velikosti kroku sítě

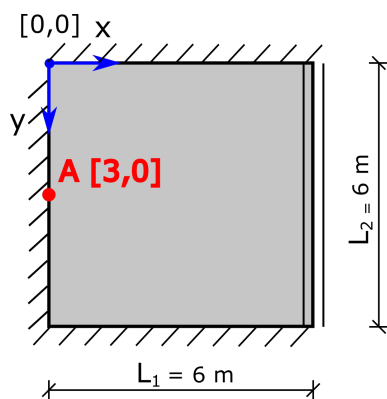
Jak bylo uvedeno na začátku kapitoly, výsledné hodnoty se zpřesňují při pokrytí desky hustější sítí. Pro účely tohoto porovnání byl rozměr desky  $L_2$  zvětšen na 6 m (Obrázek 4.9). Ostatní parametry zadání příkladu 4.1 zůstaly stejné. Na grafu 4.8 a v tabulce 4.2 je ukázáno, jak se změní hodnota maximálního záporného momentu  $m_x$  v závislosti na velikosti kroku sítě  $a$ . Moment je počítán pro bod  $A[0,3]$  uprostřed vetknutého okraje. Červeně je znázorněn

moment získaný výpočetní pomůckou SlaFoR a modře je vykreslen moment ze softwaru SCIA. V obou případech byly nastaveny stejné parametry desky a postupně měněna velikost kroku sítě  $a$  (3 m, 1.5 m, 1 m, 0.6 m, 0.5 m, 0.3 m, 0.2 m, 0.1 m). U výpočtu s velkým krokem  $a$  se mohou hodnoty získané z obou programů lišit. Se zmenšujícím se krokem velikost momentu konverguje k podobné hodnotě při použití výpočetní pomůcky i softwaru SCIA Engineer. Při kroku 0.1 m je rozdíl obou hodnot 0.06%. Lze tedy předpokládat relativně přesný výsledek.

Během výpočtu aplikací SlaFoR byl měřen čas potřebný k určení výsledné hodnoty (Tabulka 4.2). Pro nejmenší velikost kroku 0.1 m byla doba výpočtu zhruba 45 sekund. Výsledná matice má vždy počet řádků i sloupců roven počtu vnitřních uzlů. Pro takto hustou síť jsou oba rozměry velké  $(\frac{6}{0.1} - 1) \cdot (\frac{6}{0.1} - 1) = 59 \cdot 59 = 3481$ . Jedná se tedy o čtvercovou matici  $3481 \times 3481$ . Při zvětšení kroku  $a$  na 0.2 má matice rozměr  $841 \times 841$ , čili se zmenšila o více než čtyřnásobek. Výrazně poklesl i čas potřebný pro výpočet.



Obrázek 4.8: Závislost velikosti momentu  $m_x$  v bodě A[3,0] na kroku sítě  $a$

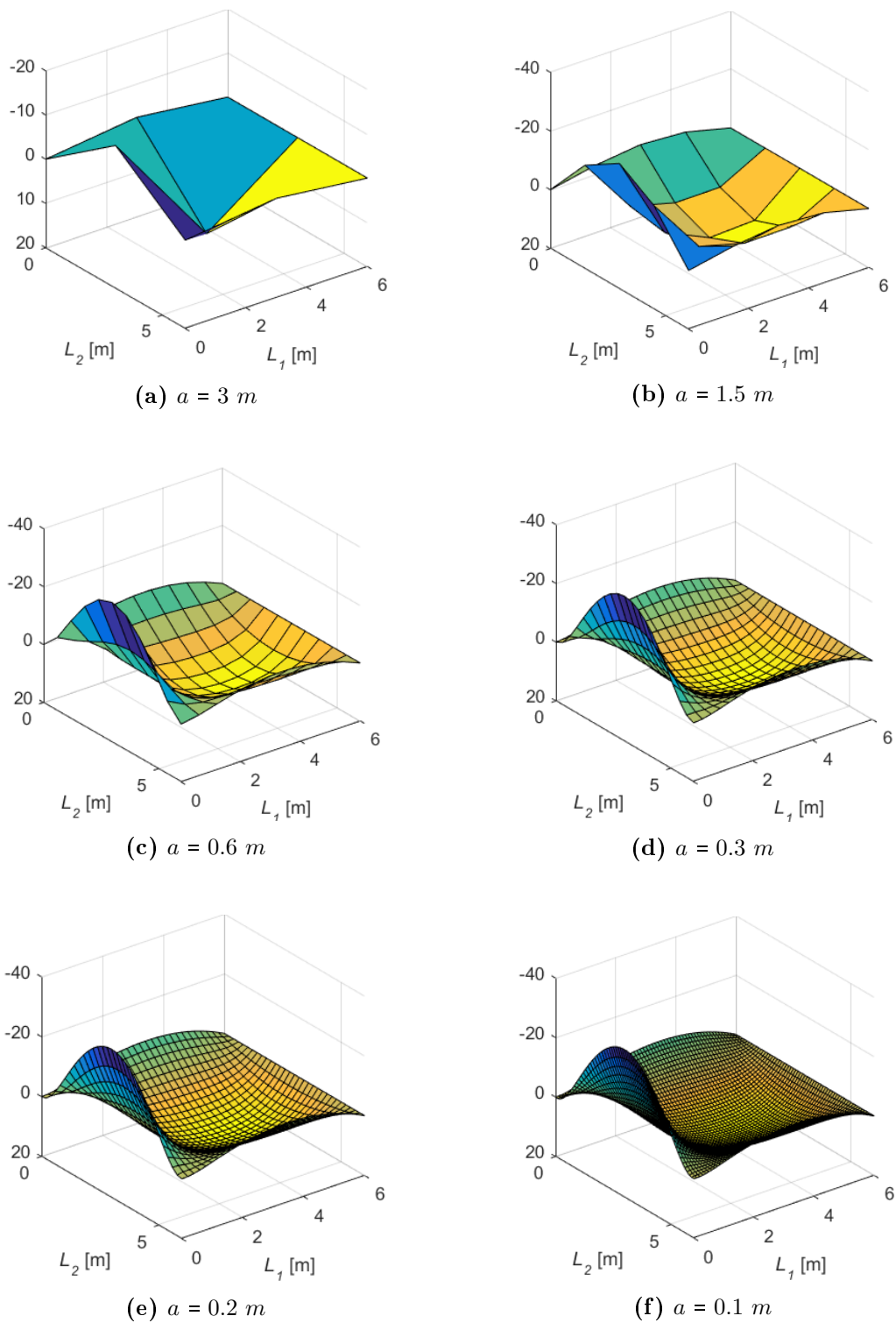


Obrázek 4.9: Nové schéma příkladu

Tabulka 4.2: Hodnoty  $m_x$  [kNm/m] a doba výpočtu programem SlaFoR

$a$ [m]	SCIA	SlaFoR	čas [s]
0.1	-29.6930	-29.6756	44.92
0.2	-29.6192	-29.5510	1.87
0.3	-29.4927	-29.3444	1.47
0.5	-29.0570	-28.7005	0.85
0.6	-28.7306	-28.2773	0.78
1	-26.4707	-26.0972	0.62
1.5	-21.1263	-22.7087	0.60
3	-12.0442	-12.2727	0.59

Na obrázku 4.10 je ukázáno zpřesňování průběhu momentu  $m_x$  se zhušťující se sítí.



Obrázek 4.10: Vykreslení  $m_x$  pro různý krok sítě

### 4.3 Osamělá síla

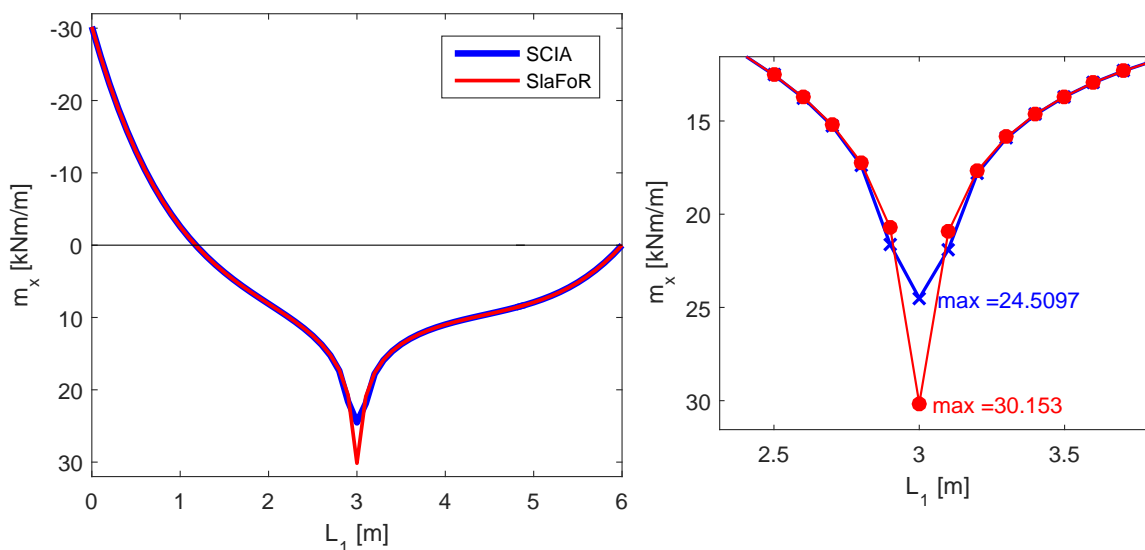
V této sekci jsou porovnány hodnoty momentu  $m_x$  při působení osamělé síly. Využito je opět příkladu 4.1. Do zadání je doplněna osamělá síla o velikosti  $F = 50$  kN, která působí uprostřed desky v bodě  $[3, 2.7]$ . Ostatní hodnoty jsou nezměněny. Krok velikosti sítě zůstává 0.1 m.

V programu SCIA se osamělá síla zadá cestou z Hlavního stromu: *Zatížení* → *Bodová síla* → *volné*, kde se definuje souřadnicemi.

Při výpočtu programem SlaFoR je síla zatříděna dle obrázku 3.10 z předchozí kapitoly. V tomto případě síla působí přímo v uzlu sítě, a proto se projeví v jednom členu vektoru zatížení 3.2.

Na obrázku 4.11 je proveden řez A (Obrázek 4.5), který prochází působištěm síly. V řezu je vykreslen ohybový moment  $m_x$ . Průběh momentu je stejný až do místa okolo působiště síly, kde se hodnoty momentu z obou programů liší. Rozdíl hodnot byl zdůvodněn díky e-mailové korespondenci s firmou FEM consulting, s.r.o. [2], která se zabývá vývojem řešičů metody konečných prvků pro software SCIA Engineer.

Přesnost výpočtu vnitřních sil závisí na hustotě dělení sítě. Po celé ploše desky působí spojitě rovnoměrné zatížení, to se náhle změní v místě působení síly. Pro oba programy je působiště síly singularitou. V takovém bodě je teoretická hodnota momentů nekonečno. Se zhušťováním dělení sítě se budou momenty zvětšovat a teoreticky konvergovat k nekonečnu. Ze srovnání momentů je patrné, že při nastavení stejného kroku sítě, rychleji konvergují hodnoty z programu SlaFoR.



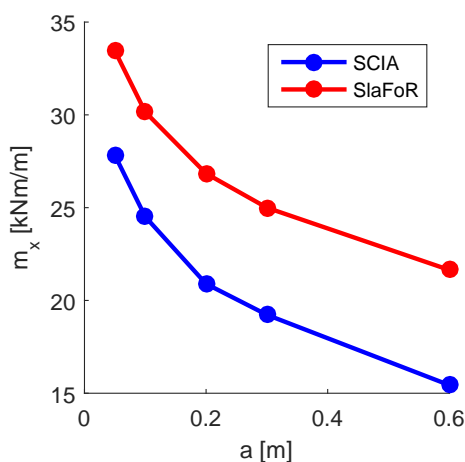
(a) Řez ve směru  $x$

(b) Detail v místě působení síly

Obrázek 4.11: Porovnání momentů  $m_x$

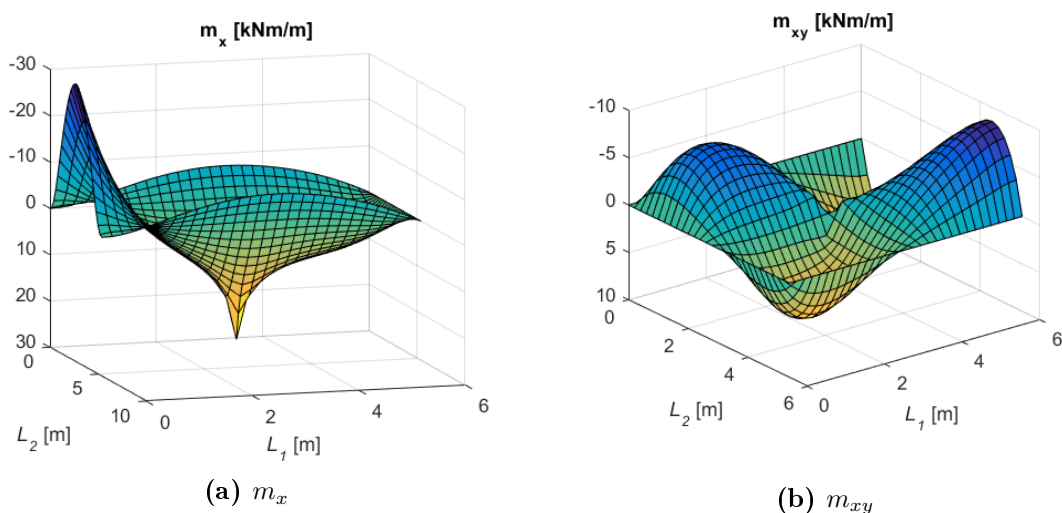
Na obrázku 4.12 je porovnána hodnota maximálního momentu  $m_x$ . Je měněna velikost kroku  $a$  v obou programech SCIA i SlaFoR. Maximální hodnota se ne vždy nachází v místě působení síly. Pro krok sítě 0.2 m a 0.6 m síla nepůsobí v uzlu sítě, jelikož její  $y$ -ová souřadnice není krokem sítě dělitelná. Maximální moment je tak na nejbližším uzlu od působiště síly.

Graf názorně ukazuje, že rozdíl hodnot z obou programů pro stejný krok sítě je téměř konstantní. Zároveň je vidět rostoucí trend obou křivek se zmenšujícím se krokem. Čím menší je krok, tím více se obě křivky blíží k limitní hodnotě (nekonečno).



Obrázek 4.12: Závislost velikosti momentu  $m_x$  v místě působení síly na kroku sítě  $a$

Na obrázku 4.13 jsou vykresleny průběhy momentů  $m_x$  a  $m_{xy}$  ve 3D. V místě působení síly je zlom, který se zvětšuje s větší hustotou sítě.



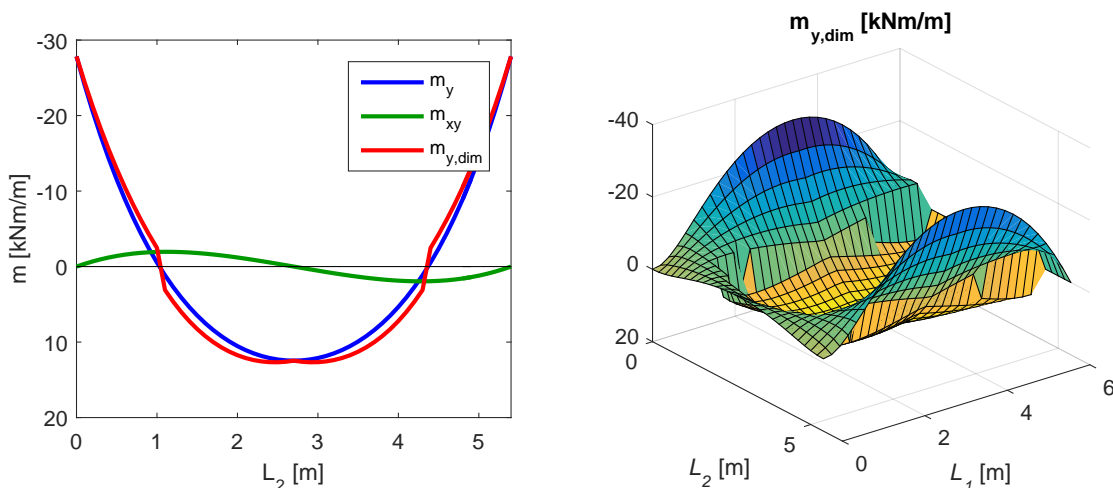
Obrázek 4.13: 3D vykreslení momentů desky zatížené rovnoměrným zatížením a osamělou silou

## 4.4 Výztuž

Druhá část programu SlaFoR se zabývá návrhem výztuže. V kapitole 3 je popsán postup získání hodnot měrných momentů  $m_x$ ,  $m_y$  a  $m_{xy}$ . Při návrhu výztuže je využito dimenzačních momentů  $m_{x,dim}$  a  $m_{y,dim}$ , které jsou popsány v sekci 2.4.2. Měrné momenty  $m_x$  a  $m_y$  jsou navýšeny o kroutící účinek podle rovnice (2.12). Při zvětšení měrných momentů na momenty dimenzační vneseme do výpočtu určité nepřesnosti, které ale budou vždy na straně bezpečnosti. Nemusí být navrhována další opatření zachycující kroutící účinek a vyztužení desky může být provedeno pravoúhloú sítí pro oba povrchy rovnoběžně s osami  $x$  a  $y$ .

Na obrázku 4.14a jsou v řezu deskou vykresleny momenty  $m_y$ ,  $m_{y,dim}$  a  $m_{xy}$ . Na vykreslení je vidět navýšení měrného momentu  $m_y$  o účinek kroutícího momentu  $m_{xy}$ . Výsledný dimenzační moment  $m_{y,dim}$  se pak liší od momentu  $m_y$  nejvíce v místech, kde je kroutící moment největší. Naopak tam, kde je kroutící moment nulový, budou momenty  $m_y$  a  $m_{y,dim}$  nabývat stejných hodnot.

Na obrázku 4.14b je vykreslen dimenzační moment  $m_{y,dim}$ . Jeho průběh není hladký, protože se jedná o sečtení hodnot dvou různých momentů. Maximum dimenzačního momentu pak často bývá jinde, než je maximum příslušného ohybového momentu.



(a) Vykreslení  $m_y$ ,  $m_{y,dim}$  a  $m_{xy}$  v řezu deskou

(b) 3D vykreslení

**Obrázek 4.14:** Dimenzační moment  $m_{y,dim}$

Program SlaFoR i program SCIA výztuž navrhují podle vztahu (2.26). V programu SCIA se dostaneme na návrh výztuže následující cestou z hlavního stromu: *Beton* → *Návrh výztuže* → *Plochy* → *Návrh výztuže (MSÚ)*. V okně *Nastavení betonu (konstrukce)* je potřeba vypnout zaškrtačací tlačítko *Zohlednit přídatnou tahovou sílu od smyku (pravidlo posunu)* (v záložce *Vnitřní síly MSÚ*). Pokud je toto tlačítko aktivní jsou zvětšeny vnitřní síly a tím i potřebná plocha výztuže. Dále je v okně *Výchozí nastavení návrhu* zadána uživatelská hodnota *krytí* u obou povrchů (záložka *Deska, skořepina (deska)*). Zadané krytí je 25 mm, stejně jako v programu SlaFoR. Ostatní nastavení necháme nezměněné.

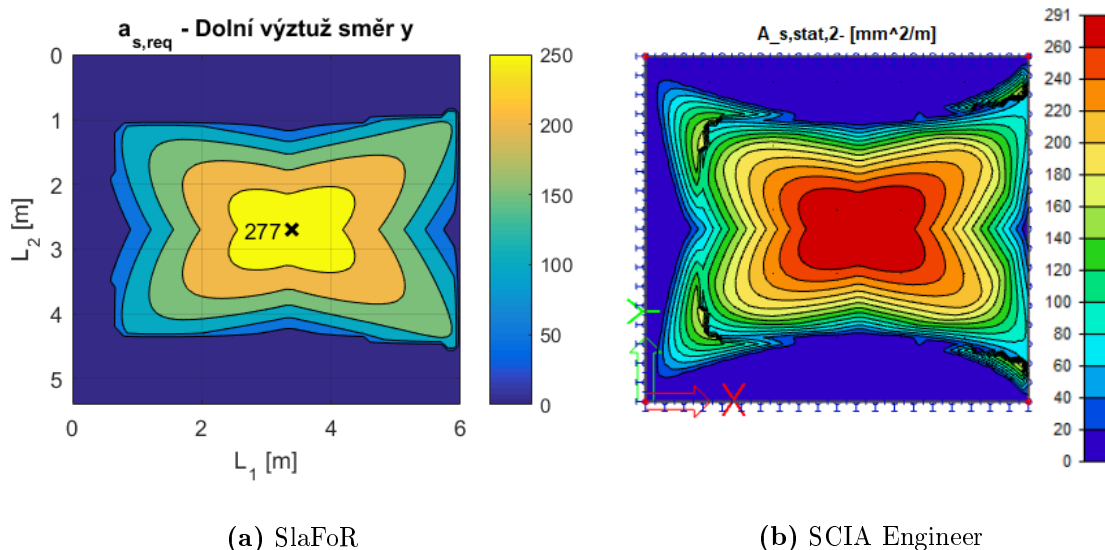


Na obrázku 4.15 je pro příklad 4.1 navržena dolní výztuž ve směru  $y$  programem SlaFoR a programem SCIA. Maximální hodnota staticky nutné plochy výztuže se v obou programech o něco liší. V programu SlaFoR vyšla potřebná plocha výztuže  $277 \text{ mm}^2$ , v programu SCIA  $291 \text{ mm}^2$ . Mírně se také liší vykreslení izoliníí a to hlavně v rozích desky. Rozdíly mohou být způsobeny různým postupem výpočtu vnitřních sil. Program SCIA používá jiné výpočetní vztahy pro momenty určené k návrhu výztuže [8]. Jejich hodnoty se dají zobrazit následující cestou z hlavního stromu: *Beton* → *Návrh výztuže* → *Plochy* → *Vnitřní síly*. Při vykreslení momentu  $m_{Ed2-}$ , který odpovídá hodnotám pro návrh dolní výztuže ve směru  $y$ , dostaneme maximální hodnotu  $13.29 \text{ kNm/m}$ . Program SlaFoR vypočítal totožný maximální kladný moment pro návrh výztuže  $m_{y,dim} = 13.29 \text{ kNm/m}$ . V tomto případě je tedy rozdíl způsoben dosazením jiné účinné výšky průřezu  $d$ . Program SlaFoR uvažuje pro oba směry průměrnou hodnotu  $d = 150 - 25 - 10 = 115 \text{ mm}$ . Program SCIA počítal ve směru  $y$  s hodnotou pro vnější výztuž, čili  $d = 150 - 25 - 15 = 110 \text{ mm}$ .

Rovnicemi (4.1) je ověřen výpočet maximální hodnoty potřebné plochy výztuže pro oba programy využitím vztahu (2.26).<sup>2</sup>

$$a_{s,req} = \frac{13.33 \cdot 0.115 \cdot 10^6}{434.8} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 13.29}{13.33 \cdot 10^3 \cdot 0.115^2}} \right) = 277 \text{ mm}^2$$

$$a_{s,req} = \frac{13.3 \cdot 0.11 \cdot 10^6}{435} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 13.29}{13.3 \cdot 10^3 \cdot 0.11^2}} \right) = 290 \text{ mm}^2$$
(4.1)



**Obrázek 4.15:** Porovnání  $a_{s,req}$  výztuže staticky nutné výztuže dolního povrchu ve směru  $x$

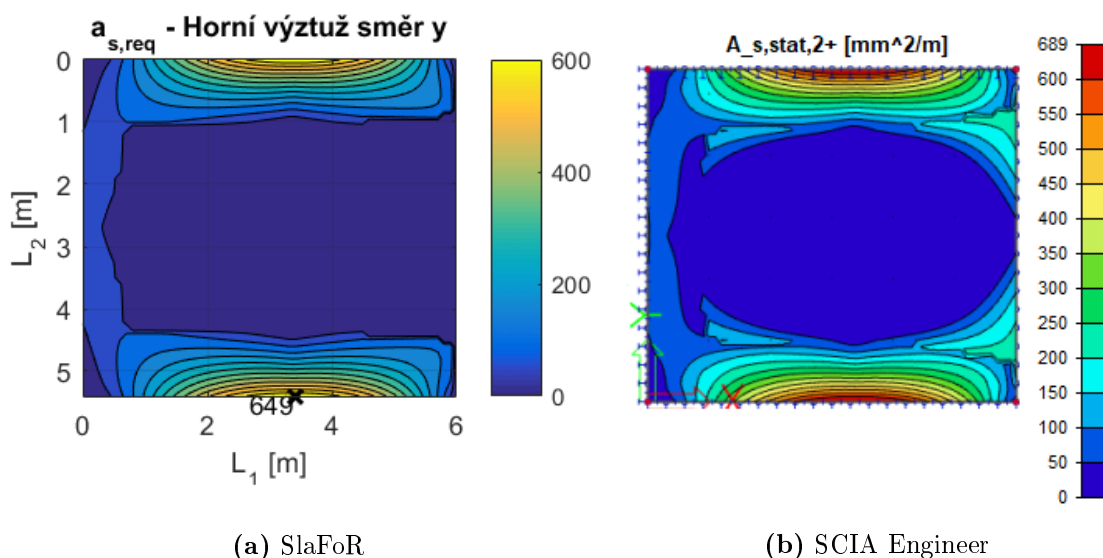
<sup>2</sup> Zobrazením *Detaillního reportu* v programu SCIA zjistíme, že program počítá se zaokrouhlenými materiálovými charakteristikami  $f_{yd} = 435 \text{ MPa}$  a  $f_{cd} = 13.3 \text{ MPa}$ . Toto má na výsledné hodnoty nepatrný vliv.

Na obrázku 4.16 je vykreslen návrh horní výztuže ve směru  $y$  programem SlaFoR a programem SCIA. Využito je opět příkladu 4.1. Potřebná plocha výztuže navržená na moment  $m_{y,dim} = -29.46$  kNm/m byla vypočítána programem SlaFoR jako  $649$  mm<sup>2</sup>. V programu SCIA vyšla potřebná plocha výztuže  $689$  mm<sup>2</sup> na moment  $m_{Ed2+} = -29.48$  kNm/m. Oba momenty jsou velmi podobné. Rozdíl je opět způsoben jinou hodnotou účinné výšky desky  $d$ , kterou SlaFoR uvažuje  $115$  mm pro oba směry. Program SCIA počítal s hodnotou pro vnitřní výztuž, čili  $110$  mm.

Rovnicemi (4.2) je ověřen výpočet maximální hodnoty potřebné plochy výztuže pro oba programy využitím vztahu (2.26).

$$a_{s,req} = \frac{13.33 \cdot 0.115 \cdot 10^6}{434.8} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 29.46}{13.33 \cdot 10^3 \cdot 0.115^2}} \right) = 649 \text{ mm}^2$$

$$a_{s,req} = \frac{13.3 \cdot 0.11 \cdot 10^6}{435} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 29.48}{13.3 \cdot 10^3 \cdot 0.11^2}} \right) = 686 \text{ mm}^2$$
(4.2)



Obrázek 4.16: Porovnání  $a_{s,req}$  výztuže staticky nutné výztuže horního povrchu ve směru  $y$

## Kapitola 5

# Porovnání s ručním výpočtem

V této kapitole jsou momenty po obvodě podepřené desky vypočítané pro příklad 4.1 porovnány s ručním výpočtem využitím dvou způsobů výpočtu:

- lineární analýza dle statických tabulek,
- lineární analýza dle tabulek zohledňujících vliv  $m_{xy}$ .

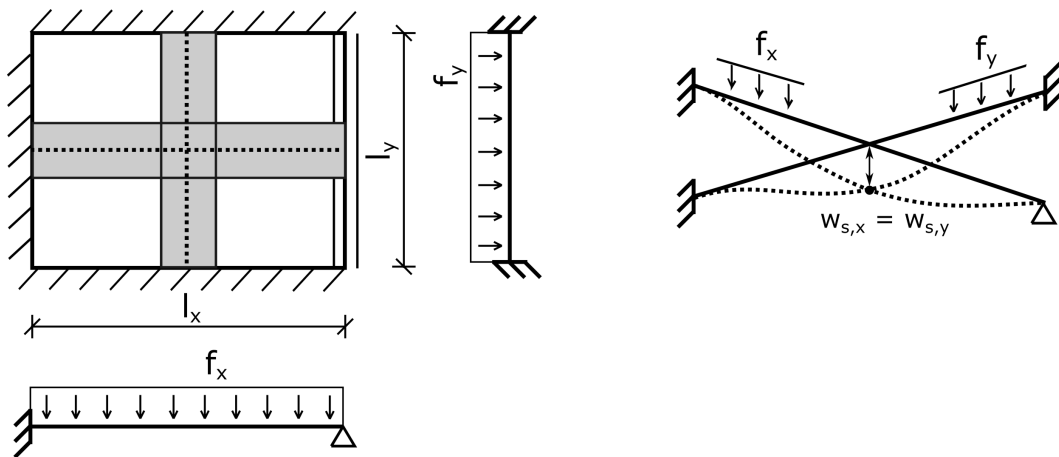
V obou variantách ručního výpočtu se přerozděluje zatížení do obou směrů desky  $x$  a  $y$ . Výpočty jsou tedy určeny pro po obvodě podepřené desky, které jsou obousměrně pnuté. Obousměrně pnutá deska je přibližně definována vztahem (2.2), což námi řešená deska splňuje.

### 5.1 Lineární analýza dle statických tabulek

Obousměrně pnutá deska se účinkem zatížení prohýbá ve směru obou rozpětí. V prvním případě jsou hodnoty momentů vypočítány lineární analýzou dle statických tabulek. Deska se zjednodušeně uvažuje jako dva křížící se nosníky o šířce  $b = 1$  m umístěné uprostřed obou rozponů. Nosníky mají stejné rozpětí a podepření jako deskové pole. Tento způsob výpočtu je založen na předpokladu, že uprostřed obou nosníků bude průhyb  $w_s$  shodný (Obrázek 5.1) [5]. Půdorysné rozměry desky jsou pojmenovány podle souřadného systému  $l_x$  a  $l_y$ . Uvažujeme první variantu ze sekce 2.4.3. Uvažujeme tedy předpoklad, že se všechny pruhy desky o šířce  $b = 1$  m po délce  $l_x$  deformují stejně. To samé platí pro pruhy po délce  $l_y$ . Je umožněno zvedání rohů a není zohledněn vliv krouticích momentů. Proto bude později ukázáno srovnání s měrnými momenty  $m_x$  a  $m_y$ .

Při tomto zjednodušeném řešení se velikost rovnoměrného zatížení rozdělí do obou směrů v závislosti na rozponu a způsobu podepření. Platí rovnice (5.1). Uvažované nosníky jsou pak zatíženy vždy odpovídající složkou rovnoměrného zatížení  $f_x$  a  $f_y$  (Obrázek 5.1).

$$f = f_x + f_y \quad (5.1)$$



Obrázek 5.1: Křížící se nosníky a stejný průhyb uprostřed

Následuje ruční výpočet příkladu 4.1 z předchozí kapitoly. Přibližné vztahy pro výpočet průhybů a momentů na středovém nosníku byly převzaty ze Statických tabulek zveřejněných na webových stránkách [7] a jsou zobrazeny na obrázku 5.2. Tyto vztahy v závislosti na podepření jsou použity pro nosník s rozponem  $l_x$ , který je zatížen složkou zatížení  $f_x$ . Nosník s rozponem  $l_y$  je zatížen složkou zatížení  $f_y$ . Obě složky budou dopočítány. Pro výpočet předpokládáme konstantní hodnotu  $EI$ .

		$V_{ab} = \frac{5}{8} f \cdot L$ $V_{ba} = \frac{-3}{8} f \cdot L$
$M_a = \frac{-1}{12} f \cdot L^2$ $M_b = \frac{1}{24} f \cdot L^2$	$M_a = \frac{-1}{8} f \cdot L^2$ $M_b = 0$	$M_s = \frac{1}{16} f \cdot L^2$ $M_x = \frac{9}{128} f \cdot L^2$
$\delta_s = \frac{f \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I}$	$\delta_s = \frac{f \cdot L^4}{192 \cdot E \cdot I}$ $x = \frac{3}{8} L$	

Obrázek 5.2: Empirické hodnoty průhybů a momentů pro řešený příklad [7]

Platí rovnost průhybů:

$$w_{s,x} = w_{s,y}$$

$$\frac{f_x l_x^4}{192 EI} = \frac{f_y l_y^4}{384 EI}$$

Vydělení  $EI$ , dosazení hodnot:

$$\frac{f_x 6^4}{192} = \frac{(15 - f_x) 5.4^4}{384}$$

$$8.964 f_x = 33.215$$

Výpočet složek zatížení:

$$f_x = 3.705 \text{ kN/m}^2$$

$$f_y = 15 - 3.705 = 11.295 \text{ kN/m}^2$$

Výpočet maximálních momentů dle vztahů na obrázku 5.2:

$$m_{x,pole} = \frac{9}{128} f_x l_x^2 = \frac{9}{128} \cdot 3.705 \cdot 6^2 = 9.378 \text{ kNm/m}$$

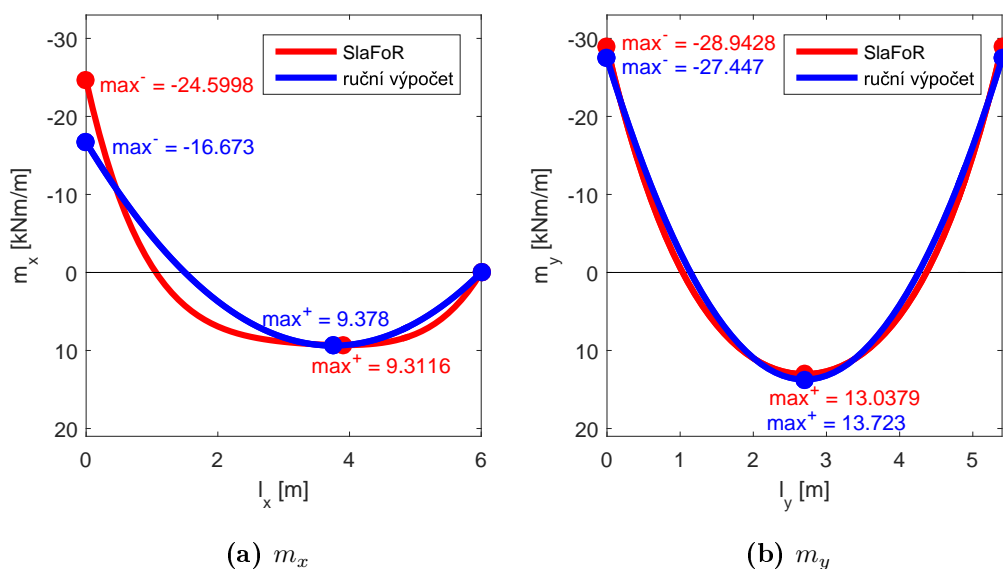
$$m_{x,podp1} = -\frac{1}{8} f_x l_x^2 = -\frac{1}{8} \cdot 3.705 \cdot 6^2 = -16.673 \text{ kNm/m}$$

$$m_{x,podp2} = 0 \text{ kNm/m}$$

$$m_{y,pole} = \frac{1}{24} f_y l_y^2 = \frac{1}{24} \cdot 11.295 \cdot 5.4^2 = 13.723 \text{ kNm/m}$$

$$m_{y,podp1} = m_{y,podp2} = -\frac{1}{12} f_y l_y^2 = -\frac{1}{12} \cdot 11.295 \cdot 5.4^2 = -27.447 \text{ kNm/m}$$

Na obrázku 5.3 jsou porovnány ručně vypočítané momenty s momenty z programu SlaFoR pro řezy provedené prostředkem obou rozponů. Ve směru  $x$  je vykreslen moment  $m_x$  a ve směru  $y$  je vykreslen moment  $m_y$ . Průběh momentu z aplikace SlaFoR je vypočítán stejně jako v předchozí kapitole pro krok sítě  $0.1 \text{ m}$ . Ručním výpočtem byly zjištěny tři extrémní hodnoty na řezu, které jsou proloženy křivkou druhého stupně. Hodnoty maximálních momentů v poli se téměř shodují. Poloha maxima vypočítaná ručně byla určena dle vztahu z obrázku 5.2 jako vzdálenost  $3l_x/8$  od kloubu. Hodnoty extrémů v podporách jsou pro případ vetknutí-vetknutí velmi podobné. Pro případ vetknutí-kloub se výsledky liší. Ručním výpočtem dostaneme pouze přibližné řešení.



Obrázek 5.3: Porovnání momentů  $m_x$  a  $m_y$  pro poloviny polí

## 5.2 Lineární analýza dle tabulek zohledňujících vliv $m_{xy}$

Dalším způsobem ručního výpočtu momentů po obvodě podepřené desky je použití tabulek sestavených podle teorie pružnosti, které zohledňují vliv krouticích momentů. Jedním z předpokladů výpočtu je, že je zabráněno zvedání rohů desky. V tabulkových hodnotách je tedy zahrnut i vliv krouticích momentů (druhý případ v sekci 2.4.3). Pro porovnání budou proto ohybové momenty  $m_x$  a  $m_y$  z programu SlaFoR v poli redukovány podle vztahů (2.13).

Následuje výpočet příkladu 4.1 z předchozí kapitoly a porovnání hodnot. Vypočítané hodnoty odpovídají momentům působících na myšlených středových nosnicích, stejně jako v předchozí sekci 5.1 ( $m_x$  pro směr  $x$ ,  $m_y$  pro směr  $y$ ).

K ručnímu výpočtu jsou použity Tabulky podle teorie pružnosti dostupné na webových stránkách [7]. Hodnoty součinitelů pro řešené podepření desky jsou ukázány na obrázku 5.4.

Desku je nutno orientovat tak, aby odpovídala schématu na obrázku 5.4. V našem případě tedy otočíme desku o  $90^\circ$ . Pro jiná podepření by se uvažovalo jiné schéma, kterému by odpovídaly jiné hodnoty uvedené v tabulce. Pro toto řešení nazveme kratší okraj  $l_a$  a delší okraj  $l_b$  podle označení na obrázku 5.4. Dále postupujeme podle následujícího postupu.

Poměr stran  $\alpha$  v tabulce 5.4:

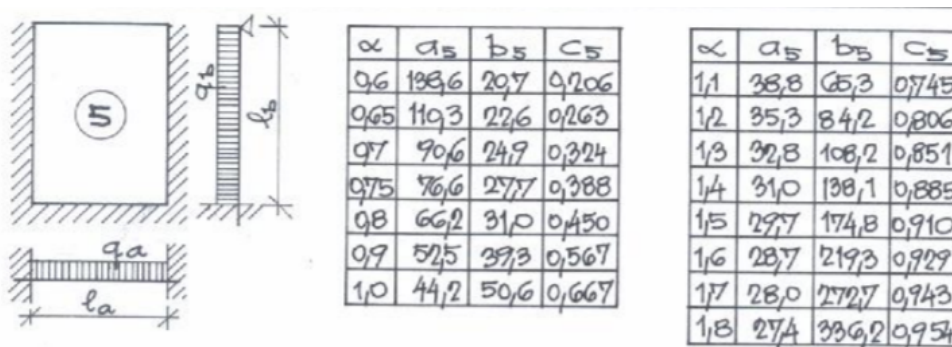
$$\alpha = \frac{l_b}{l_a} = \frac{6}{5.4} = 1.111$$

Interpolace součinitelů v tabulce 5.4:

$$a_5 = 38.415$$

$$b_5 = 67.379$$

$$c_5 = 0.752$$



Obrázek 5.4: Tabulkové hodnoty součinitelů pro řešený příklad [7]

Výpočet maximálních momentů v poli:

$$m_{a,pole} = \frac{1}{a_5} f l_a^2 = \frac{1}{38.415} \cdot 15 \cdot 5.4^2 = 11.386 \text{ kNm/m}$$

$$m_{b,pole} = \frac{1}{b_5} f l_b^2 = \frac{1}{67.379} \cdot 15 \cdot 6^2 = 8.014 \text{ kNm/m}$$

Rozdělení zatížení do směrů:

$$f_a = c_5 f = 0.752 \cdot 15 = 11.280 \text{ kN/m}^2$$

$$f_b = (1 - c_5) f = (1 - 0.752) \cdot 15 = 3.720 \text{ kN/m}^2$$

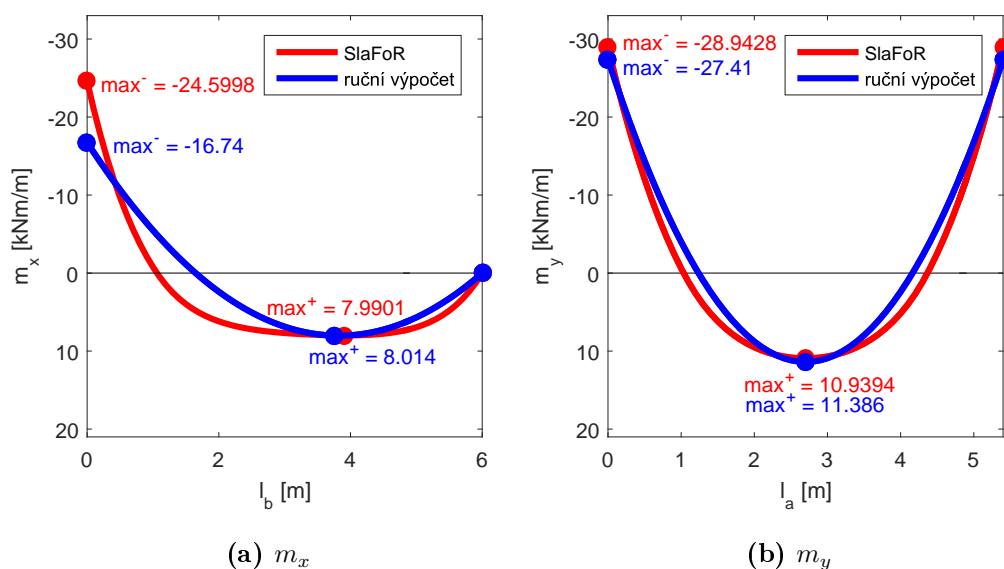
Výpočet maximálních momentů v podporách dle empirických vztahů na obrázku 5.2:

$$m_{a,podp1} = m_{a,podp2} = -\frac{1}{12} f_a l_a^2 = -\frac{1}{12} \cdot 11.280 \cdot 5.4^2 = -27.410 \text{ kNm/m}$$

$$m_{b,podp1} = -\frac{1}{8} f_b l_b^2 = -\frac{1}{8} \cdot 3.720 \cdot 6^2 = -16,740 \text{ kNm/m}$$

$$m_{b,podp2} = 0 \text{ kNm/m}$$

Na obrázku 5.5 jsou porovnány hodnoty ohybových momentů v řezech provedených v polovinách obou rozponů desky. Ručním výpočtem byly zjištěny tři extrémní hodnoty, které jsou spojeny křivkou druhého stupně. Výpočítanému momentu  $m_a$  odpovídá moment  $m_y$  a momentu  $m_b$  odpovídá  $m_x$ . Z programu SlaFoR jsou vykresleny ohybové momenty, jejichž kladné hodnoty jsou redukovány podle vztahů (2.13), protože provedený ruční výpočet zohledňuje vliv krouticích momentů. Z vykreslení je patrné, že se hodnoty extrémů v poli podobají. Zároveň je vidět rozdíl maximálního kladného momentu získaného ručním výpočtem dle tabulek v této sekci a momentem vypočítaném ručně v předchozí sekci 5.1. Tabulky použité pro tento výpočet zohledňují vliv krouticích momentů, a proto je hodnota maximálního momentu v poli redukována a je nižší než na obrázku 5.3. Momenty  $m_y$  v podporách jsou pro případ vetknutí-vetknutí také velmi podobné. Liší se (podobně jako v předchozí sekci 5.1) hodnota  $m_x$  ve vetknutí pro případ vetknutí-klob. Ručním výpočtem získáváme pouze přibližné výsledky, které mohou sloužit jako rychlá a hrubá kontrola.



Obrázek 5.5: Porovnání momentů  $m_x$  a  $m_y$  pro poloviny polí

## Kapitola 6

### Závěr

Hlavním cílem této práce bylo vytvoření přehledné a volně dostupné výpočetní pomůcky určené k výpočtu momentů na železobetonových deskách po obvodě podepřených. Vypočítané momenty jsou pak dále aplikovány při návrhu výztuže, kterým se zabývá druhá část programu.

V práci je rozebírána teorie železobetonových desek, jejich rozdělení a způsob výpočtu vnitřních sil (konkrétně momentů). Dále jsou uvedeny vztahy pro návrh výztuže.

V praktické části byla pro řešení vybrána metoda sítí. V prostředí MATLAB byl následně vytvořen výpočetní algoritmus. Správnost výpočtů byla ověřena porovnáním se softwarem SCIA Engineer a se zjednodušeným ručním výpočtem. Pro přehlednost a snadnost zadávání vstupních parametrů bylo vytvořeno uživatelské rozhraní, které uživateli umožňuje rychlý průchod programem a přehledné zobrazení výsledků. V rámci práce byla vytvořena uživatelská příručka, která uživateli usnadní jeho používání.

Deska řešená programem SlaFoR 1.0 musí splňovat určitá kritéria, která se týkají rozměrů, způsobu podepření a zatížení. Vytvořený program řeší po obvodě podepřené desky, které mají obdélníkový půdorys. Dále musí být splněna podmínka vymezující tloušťku desky, aby bylo možné řešit desku dle Kirchhoffovy teorie. Okraje desky mohou být kloubově uložené nebo vetknuté.

Z důvodů jistých omezení se zde nachází možnost program SlaFoR 1.0 dále rozšířit. V budoucnu by mohlo být umožněno řešit desky libovolných půdorysných tvarů. Dalším námětem by mohla být možnost zadání desky s volným okrajem.



# Literatura

- [1] Betonářské oceli v ČR označení a charakteristiky dle ČSN 10080 a ČSN 42 0139 dostupné z: "<https://www.fce.vutbr.cz/BZK/svarickova.i/pdf/BL01/Tabulky.pdf>".
- [2] FEM consulting, s.r.o. E-mailová korespondence s Doc. Ing. Ivanem Němcem, CSc.
- [3] Návrh a posouzení výztuže desky dostupné z: "[http://people.fsv.cvut.cz/~stefarad/vyuka/133NNK/Uloha\\_2/Navod\\_Uloha\\_2\\_cv\\_5.pdf](http://people.fsv.cvut.cz/~stefarad/vyuka/133NNK/Uloha_2/Navod_Uloha_2_cv_5.pdf)".
- [4] Třídy a mechanické vlastnosti betonu dostupné z: "[http://ecentrum.fsv.cvut.cz/download/obecne/tridy\\_betonu.pdf](http://ecentrum.fsv.cvut.cz/download/obecne/tridy_betonu.pdf)".
- [5] ČSN EN 1992-1-1: Navrhování betonových konstrukcí - část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby.
- [6] R. Bareš. Tabulky pro výpočet desek a stěn. 2. vyd. *Praha: SNTL*, (s 624), 1979.
- [7] P. Bílý. Návod k domácí úloze "Deska po obvodě nepoddajně podepřená" dostupné z: "<http://people.fsv.cvut.cz/~bilypet1/133BK01.htm>".
- [8] P. Bílý. Návrh stropní desky v programu SCIA Engineer. *Vyztužování poruchových oblastí železobetonové konstrukce*, 2017.
- [9] J. Brožovský and A. Materna. *Základy matematické teorie pružnosti. Vysoká škola báňská-Technická univerzita Ostrava a Západočeská univerzita v Plzni*, 2012.
- [10] P. Konvalinka. *Analýza stavebních konstrukcí, Příklady*. Vydavatelství ČVUT, 2009.
- [11] J. Procházka and J. Šmejkal. *Betonové stropní a schodiškové konstrukce*. Vydavatelství ČVUT, 2017.
- [12] J. Šejnoha and J. Bittnarová. *Pružnost a pevnost 20*. Vydavatelství ČVUT, 2003.
- [13] V. Šmilauer. Přednáška 09 - desky, 2012.
- [14] M. Vořechovský. *Pružnost a plasticita*, 2005.

## Použité programy

MATLAB R2015b verze 8.6.0.267246 (akademická licence)

SCIA Engineer (studentská verze)

LaTeX Editor

Inkscape 0.91

Microsoft Excel

PDF Creator

## Příloha A

# Odvození vztahu pro výpočet $a_{s,req}$

Platí rovnováha sil v betonu a ve výztuži (viz Obrázek 2.8):

$$F_s = F_c$$

$$a_{s,req} f_{yd} = 0.8 x f_{cd} b$$

Moment od zatížení na mezi únosnosti:

$$m_{Ed} = m_{Rd}$$

$$m_{Ed} = a_{s,req} f_{yd} z = a_{s,req} f_{yd} (d - 0.4x)$$

$$x = \frac{a_{s,req} f_{yd} d - m_{Ed}}{0.4 a_{s,req} f_{yd}}$$

Dosazení, úprava:

$$a_{s,req} f_{yd} = 0.8 f_{cd} b \frac{a_{s,req} f_{yd} d - m_{Ed}}{0.4 a_{s,req} f_{yd}}$$

$$a_{s,req}^2 f_{yd}^2 - 2f_{cd} b a_{s,req} f_{yd} d + 2f_{cd} b m_{Ed} = 0$$

Úprava kvadratické rovnice:

$$a_{s,req} = \frac{2f_{cd} b f_{yd} d - \sqrt{4f_{cd}^2 b^2 f_{yd}^2 d^2 - 8f_{yd}^2 f_{cd} b m_{Ed}}}{2f_{yd}^2} =$$

$$= \frac{2f_{cd} b f_{yd} d - 2f_{yd} \sqrt{f_{cd}^2 b^2 d^2 - 2f_{cd} b m_{Ed}}}{2f_{yd}^2} =$$

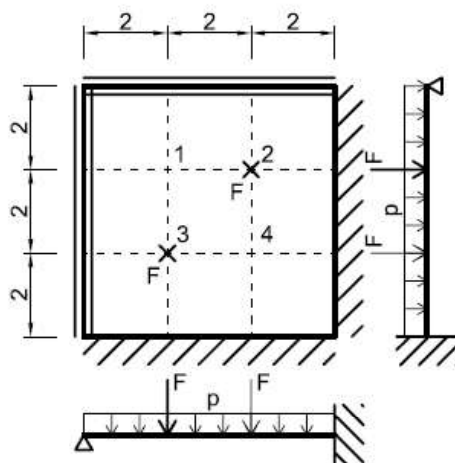
$$= \frac{f_{cd} b d}{f_{yd}} - \frac{\sqrt{f_{cd}^2 b^2 d^2 - 2f_{cd} b m_{Ed}}}{f_{yd}} = \frac{f_{cd} b d}{f_{yd}} - \frac{1}{f_{yd}} \sqrt{f_{cd}^2 b^2 d^2 \left(1 - \frac{2m_{Ed}}{f_{cd} b d^2}\right)} =$$

$$= \frac{f_{cd} b d}{f_{yd}} - \frac{f_{cd} b d}{f_{yd}} \sqrt{1 - \frac{2m_{Ed}}{f_{cd} b d^2}} = \frac{f_{cd} b d}{f_{yd}} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2m_{Ed}}{f_{cd} b d^2}}\right)$$

## Příloha B

### Řešený příklad [10]

Metodou sítí vyřešte průběh funkcí průhybu a všech měrných momentů na zadané betonové stropní desce s uložení viz (obr. 4.11). Deska je zatížena rovnoměrným zatížením  $p = 3 \text{ kN/m}^2$  a silami  $F = 12 \text{ kN}$  v bodech 2 a 3. Tloušťka desky  $h = 0,15 \text{ m}$ , modul pružnosti  $E = 30 \text{ GPa}$  a Poissonův součinitel  $\nu = 0,2$ . Diferenční krok  $a = 2,0 \text{ m}$ .



Obr. 4.11: Příklad 4 - zadání

#### Návod:

Využijte diagonální symetrii a řešte soustavu rovnic pro 3 neznámé redukované průhyby.

#### Výsledky:

Redukované průhyby

$$W_1 = 3,23; \quad W_2 = W_3 = 3,20; \quad W_4 = 2,58$$

Desková tuhost

$$D = 8789,06 \text{ kNm}$$

Skutečné průhyby

$$w_1 = 1,47 \cdot 10^{-3} \text{ m}; \quad w_2 = w_3 = 1,46 \cdot 10^{-3} \text{ m}; \quad w_4 = 1,18 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Vybrané měrné momenty

$$m_{x,1} = 3,90 \text{ kNm/m}; \quad m_{x,2} = 3,94 \text{ kNm/m}; \quad m_{x,C} = -6,41 \text{ kNm/m}$$

$$m_{y,1} = 3,90 \text{ kNm/m}; \quad m_{y,2} = 4,46 \text{ kNm/m}; \quad m_{y,3} = -1,28 \text{ kNm/m}$$

$$m_{xy,E} = -2,58 \text{ kNm/m}; \quad m_{xy,A} = -1,28 \text{ kNm/m}; \quad m_{xy,B} = -1,29 \text{ kNm/m}$$

## Příloha C

# Uživatelská příručka k programu SlaFoR verze 1.0

Toto je manuál k programu *SlaFoR 1.0* (Slab Forces & Reinforcement), který byl vytvořen v rámci bakalářské práce na katedře betonových a zděných konstrukcí pod vedením Ing. Radka Štefana Ph.D. Program *SlaFoR 1.0* slouží k výpočtu momentů po obvodě podepřených desek obdélníkového půdorysu, které lze definovat jako tenké podle Kirchhoffovy teorie (viz 2.2.1). Desky mohou být zatíženy rovnoměrným zatížením, osamělými silami nebo kombinací obojího. Druhá část programu umožňuje návrh výztuže.

Momenty jsou v programu *SlaFoR 1.0* počítány metodou sítí, jejíž teorii popsuje sekce 2.5. Praktické řešení výpočtu je pak ukázáno v kapitole 3. Výztuž je navržena podle vztahu (2.26) dle ČSN 1992-1-1 [5]. V manuálu dále není rozebírána teorie a výpočetní vztahy, které běží v pozadí při jeho použití. Manuál slouží k vysvětlení správného použití programu.

Program *SlaFoR 1.0* je dostupný na přiloženém CD-ROMu. Uživatel ho také může najít a volně stáhnout na webových stránkách katedry betonových a zděných konstrukcí, konkrétně na osobních stránkách Ing. Radka Štefana Ph.D., <<http://people.fsv.cvut.cz/~stefarad/software/slafor/slafor.cz.html>>.

Pro spuštění programu je potřeba mít nainstalované prostředí MATLAB nebo jeho knihovny MATLAB Compiler Runtime 9.0 (R2015b).

### C.1 Systémové informace

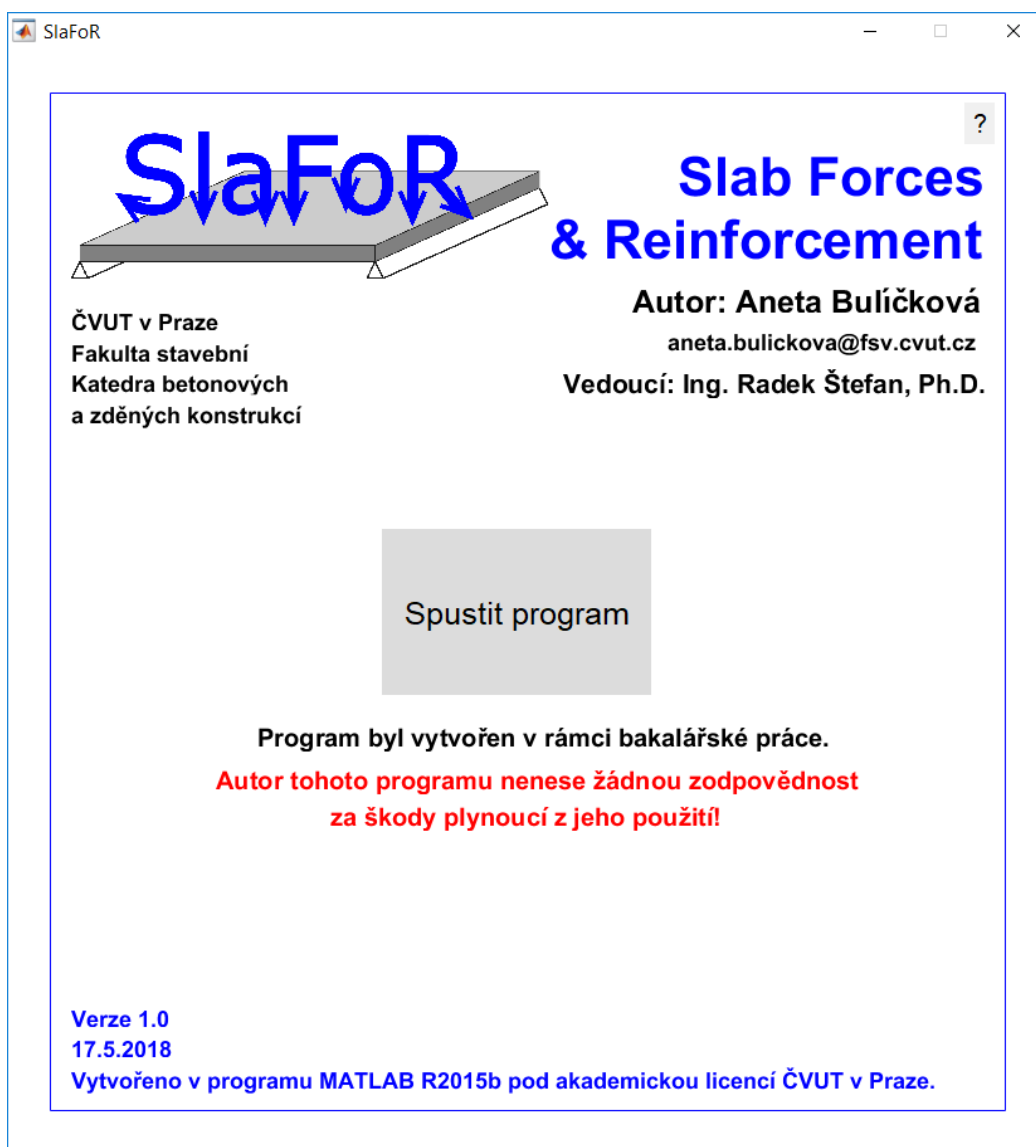
Program *SlaFoR 1.0* byl vytvořen, odzkoušen a zkompileován v prostředí MATLAB R2015b verze 8.6.0.267246 pod akademickou licencí ČVUT v Praze.

Program byl vytvořen na počítači HP ProBook 430 G2 s operačním systémem Windows 10 Home 64-bit, procesorem Intel(R) Core(TM) i5-5200U CPU @ 2.20 GHz a 4 GB RAM. Poslední odzkoušení na tomto zařízení proběhlo 17.5.2018.

Program byl dále odzkoušen na počítači HP ProBook 430 G1 s operačním systémem Windows 7 Professional 64bit, procesorem Intel(R) Core(TM) i7-4702MQ CPU @ 2.20 GHz a 8 GB RAM. Na tomto počítači byla zkompilována finální verze programu dne 17.5.2018.

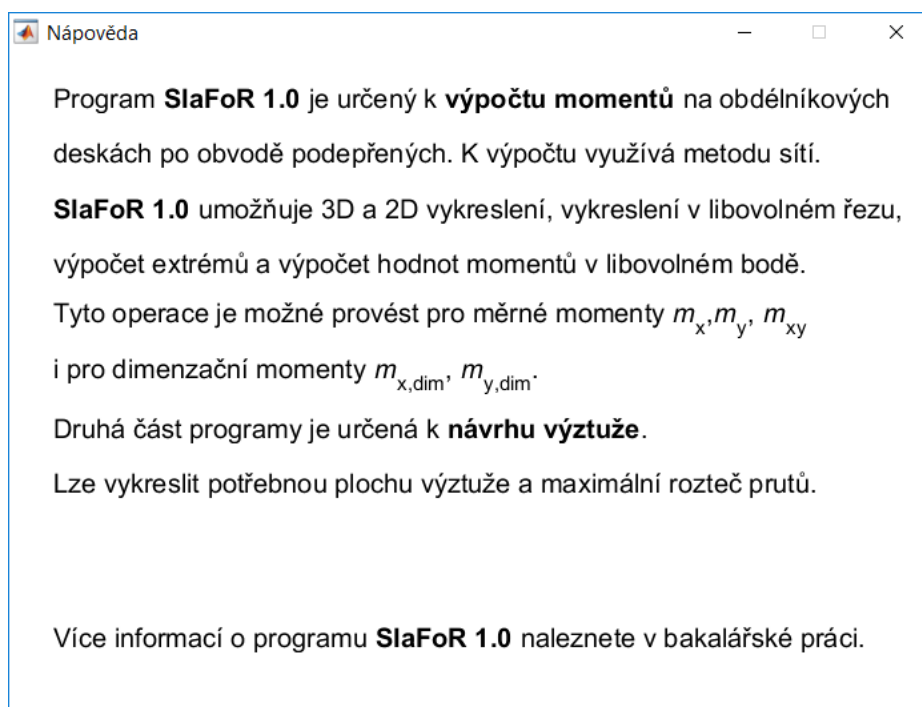
## C.2 Spuštění programu

Program *SlaFoR 1.0* se spustí otevřením souboru SlaFoR.exe přiloženém na CD-ROMu. Po spuštění se načte úvodní obrazovka (Obrázek C.1), která obsahuje základní informace o programu (název, verze, jméno autora a vedoucího práce, kontaktní údaje).



Obrázek C.1: Úvodní obrazovka

Stručný popis programu (Obrázek C.2) najde uživatel po kliknutí na tlačítko se symbolem "?", které označuje nápovědu i v dalších fázích postupu programem.



Obrázek C.2: Stručný popis programu

Po kliknutí na tlačítko *Spustit program* se načte další okno programu, ve kterém se zadávají vstupní hodnoty.

### C.3 Vstupní hodnoty

Okno pro zadání vstupních hodnot (Obrázek C.3) je rozděleno na tři zadávací části: *Parametry desky*, *Podpory* a *Zatížení*. Schéma napravo v okně graficky vysvětluje některé veličiny. Zároveň určuje počátek souřadného systému a směry os  $x$  a  $y$ .

V části *Parametry desky* se do editovacích políček zadají vlastnosti desky. Jednotlivé veličiny jsou popsány označením veličiny (např.  $a$ ) a jednotkou (např. [m]), ve které je třeba danou veličinu zadat. Desetinná místa v číselném zadání hodnoty se oddělují tečkou.

Hlubší vysvětlení veličin a způsobu zadávání je umožněno po stisknutí tlačítka nápovědy označeného symbolem "?". Napravo od hlavního okna se objeví okno nápovědy (Obrázek C.4). Zde je daná veličina popsána a zároveň můžou být červeně stanoveny podmínky a meze určující velikost zadávané hodnoty.

V části *Podpory* se v rolovací nabídce zvolí podepření jednotlivých okrajů. Okraj desky může být vetknutý nebo kloubově uložený.

**Parametry desky**

$a$  [m] ?

$L_1$  [m] ?

$L_2$  [m] ?

$h$  [m] ?

$\nu$  0.2 [-] ?

$E$  [GPa] ?

**Podpory**

horní kloub

dolní kloub

pravá kloub

levá kloub

**Zatížení**

charakteristické  návrhové ?

připočítat vlastní tíhu desky ?

$g_k$  [kN/m<sup>2</sup>] ?

$q_k$  [kN/m<sup>2</sup>] ?

$g_d + q_d$  [kN/m<sup>2</sup>] ?

osamělá síla

$F$  [kN] ?

$x$  [m] ?

$y$  [m] ?

Výpočet momentů

Návrh výztuže

Zpět Zavřít

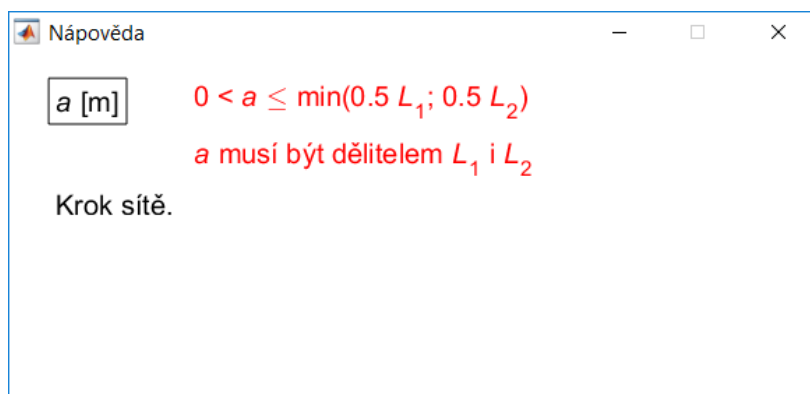
Obrázek C.3: Vstupní parametry

V části *Zatížení* se nejprve zvolí, zda se zatížení bude zadávat v **charakteristických** nebo v **návrhových** hodnotách. Výpočet bude vždy proveden s návrhovými hodnotami, které se buď zadají přímo (při zaškrtnutí přepínače *návrhové*) nebo se vypočítají z charakteristických hodnot. Při zaškrtnutí přepínače *charakteristické* se aktivují editovací pole pro rovnoměrné zatížení  $g_k$  a  $q_k$ . Stálé zatížení  $g_k$  bude před výpočtem momentů vynásobeno dílčím součinitelem  $\gamma_G = 1.35$ . Proměnné zatížení  $q_k$  bude přenásobeno dílčím součinitelem  $\gamma_Q = 1.5$ .

Vlastní tíhu desky lze k zatížení připočítat po zaškrtnutí zaškrťovacího pole *připočítat vlastní tíhu desky*. Vlastní tíha desky se vypočítá jako objemová hmotnost betonu přenásobená tloušťkou desky a dílčím součinitelem  $\gamma_G$ , uvažujeme  $25 \cdot h \cdot 1.35$ .

Desku lze kromě rovnoměrného zatížení zatížit i osamělou silou. Zadávání se aktivuje po zaškrtnutí zaškrťovacího pole *osamělá síla*. Síla se definuje velikostí a polohou na desce





Obrázek C.4: Okno nápovědy

dle souřadného systému. Pokud je aktivován přepínač *charakteristické* zatížení, bude velikost síly přenásobena dílčím součinitelem  $\gamma_G = 1.35$ . Při zadání v *návrhových* hodnotách se velikost nezmění. Více osamělých sil se odděluje středníkem ";". Příklad zadání je vidět na obrázku C.5. Na desku v tomto případě působí síly  $F_1 = 10$  kN na souřadnicích  $[1, 1]$ ,  $F_2 = 25.5$  kN na souřadnicích  $[2, 0.5]$  a  $F_3 = 12$  kN na souřadnicích  $[3.5, 1]$ .

osamělá síla

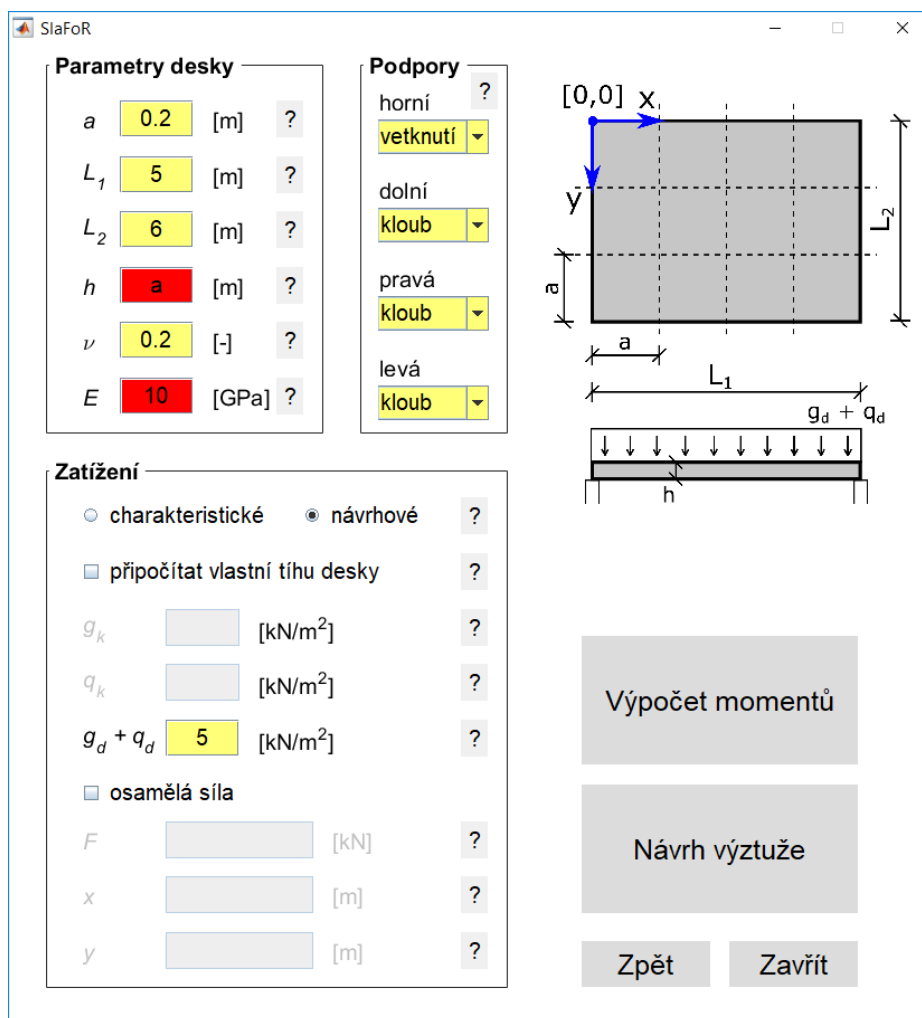
$F$	10; 25.5; 12	[kN]	?
$x$	1; 2; 3.5	[m]	?
$y$	1; 0.5; 1	[m]	?

Obrázek C.5: Příklad správného zadání osamělé síly

Tlačítkem *Zpět* se lze vrátit na úvodní obrazovku. Tlačítkem *Zavřít* se program ukončí.

Pokud jsou zadány všechny aktivované hodnoty a zároveň splňují potřebné podmínky <sup>1</sup>, lze pokračovat do dalšího okna kliknutím na tlačítko *Výpočet momentů* nebo *Návrh výztuže*. Pokud je některá z hodnot zadána chybně, program nepokračuje na další okno. Nesprávně zadané hodnoty zčervenejí (Obrázek C.6). Uživatel nemůže pokračovat dál na výpočet, dokud nejsou všechny veličiny zadány správně.

<sup>1</sup>Pro efektivitu výpočtu se nedoporučuje zadávat velikost kroku sítě  $a$  menší než 0.1 m. Pro takto malý krok je přesnost výpočtu dostatečně velká. Zadání ještě menšího kroku vede k zdlouhavým výpočtům, které výsledné hodnoty téměř nezmění. Může být také vyčerpána paměť počítače a výpočet se neprovede.



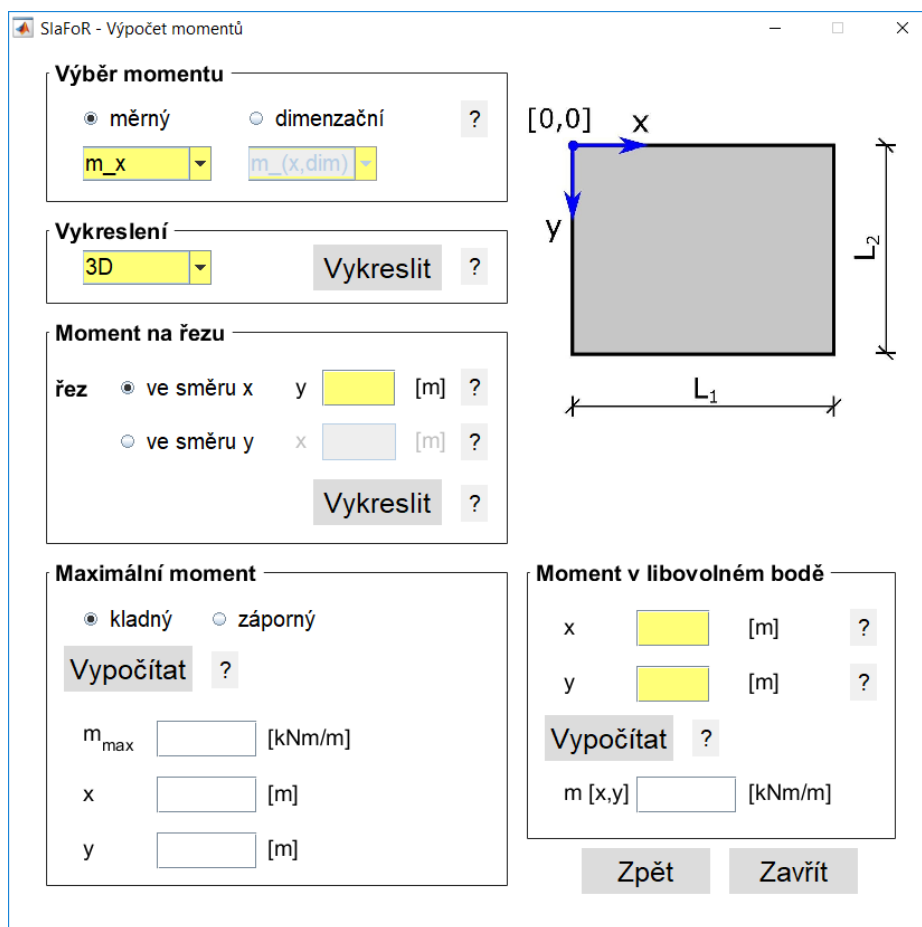
Obrázek C.6: Příklad chybného zadání

## C.4 Výpočet momentů

Jsou-li všechny hodnoty zadány správně, program může pokračovat. Po kliknutí na tlačítko *Výpočet momentů* se otevře nové okno (Obrázek C.7), které je rozděleno do pěti funkčních částí. Obrázek napravo určuje počátek souřadného systému a směry os  $x$  a  $y$ .

V části *Výběr momentu* se přepínačem a v rolovací nabídce vybere požadovaný moment, se kterým se bude počítat:

- měrný - moment od působícího návrhového zatížení  $m_x$ ,  $m_y$  (ohybové momenty),  $m_{xy}$  (kroutící moment);
- dimenzační - ohybový moment zahrnující účinek kroucení  $m_{x,dim}$ ,  $m_{y,dim}$ .

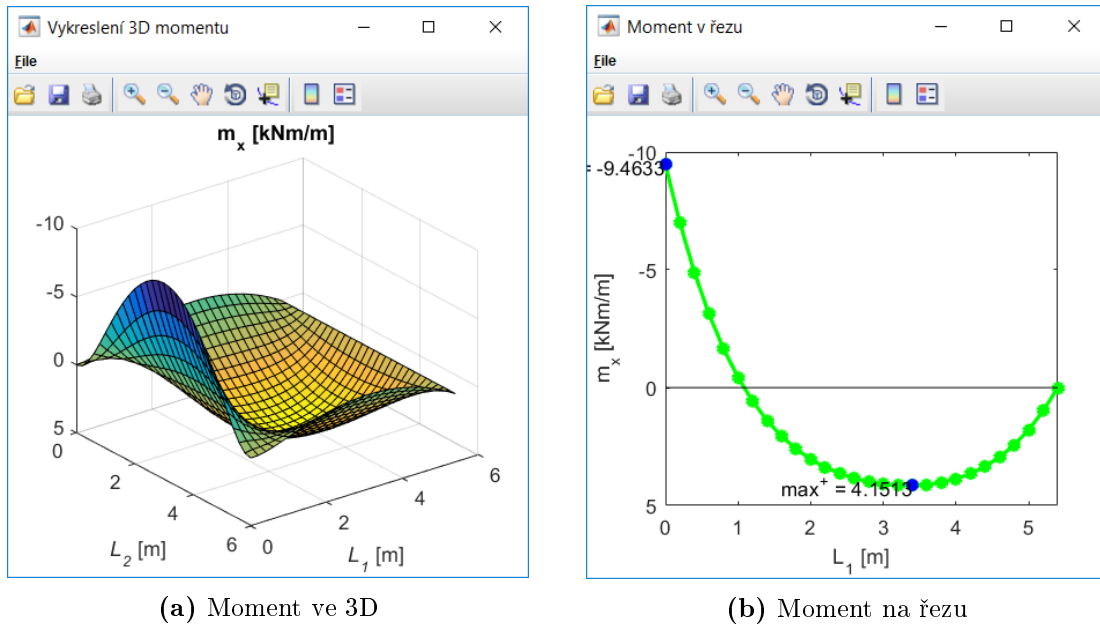


Obrázek C.7: Okno pro výpočet momentů

Další čtyři části okna pracují se zadanými vstupy a poskytují grafický nebo číselný výstup zvoleného momentu.

1. **Vykreslení** - Vykreslí průběh zvoleného momentu ve 3D (Obrázek C.8a) nebo ve 2D.
2. **Moment na řezu** - Přepínačem se zvolí směr řezu. Po zadání požadované souřadnice se vykreslí průběh momentu v řezu deskou s hodnotami extrémů (Obrázek C.8b).
3. **Maximální moment** - Přepínačem se zvolí znaménko momentu. Vypočítá kladný nebo záporný extrém a jeho souřadnice na desce (Obrázek C.9a).
4. **Moment v libovolném bodě** - Po zadání souřadnic vypočítá hodnotu zvoleného momentu v zadaném bodě (Obrázek C.9b).

Tlačítkem *Zpět* se lze vrátit na zadávání vstupních hodnot. Tlačítkem *Zavřít* se program ukončí.



(a) Moment ve 3D

(b) Moment na řezu

Obrázek C.8: Ukázka vykreslení průběhu momentu

**Maximální moment**

kladný    záporný

Vypočítat ?

$m_{max}$   [kNm/m]

x  [m]

y  [m]

**Moment v libovolném bodě**

x  [m] ?

y  [m] ?

Vypočítat ?

m [x,y]  [kNm/m]

(a) Maximální hodnota momentu

(b) Hodnota v libovolném bodě

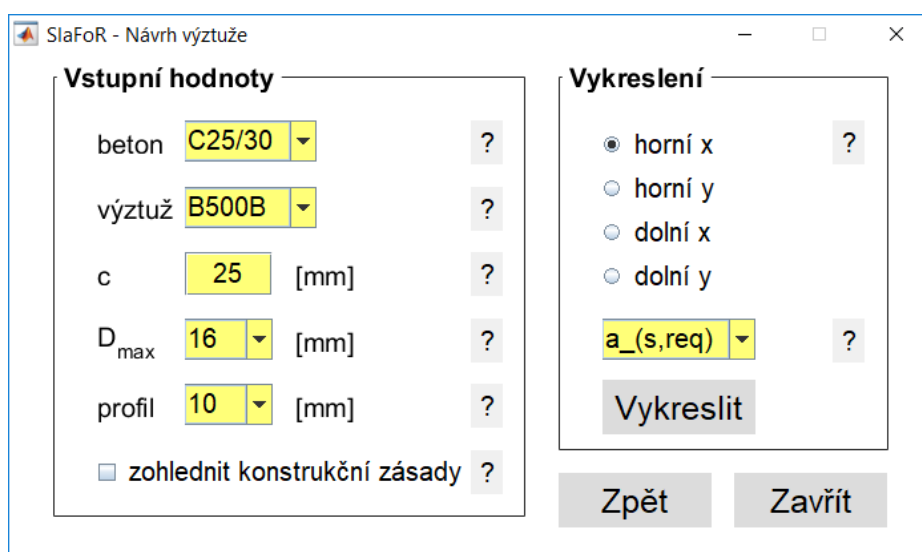
Obrázek C.9: Ukázka vypočítání hodnoty momentu

## C.5 Návrh výztuže

Program *SlafOR 1.0* umožňuje kromě výpočtu momentů také návrh výztuže. Po správném zadání vstupních parametrů (Obrázek C.3) lze pokračovat kliknutím na tlačítko *Návrh výztuže*. Potřebná výztuž bude vypočítána na pokrytí dimenzačních momentů  $m_{x,dim}$  a  $m_{y,dim}$ , které lze vykreslit nebo vypočítat v okně popsaném v sekci C.4.

Zobrazí se okno (Obrázek C.10), které je rozdělené na dvě části - *Vstupní hodnoty* pro návrh výztuže a volba požadovaného *Vykreslení*.

V části *Vstupní hodnoty* se zadají vstupy pro návrh. Více informací o jednotlivých parametrech lze zjistit kliknutím na tlačítko se symbolem "?". Třída betonu se zadává v rolovací nabídce. Vlastnosti pro jednotlivé třídy jsou vidět na obrázku C.1. Pro výpočet je důležitá



Obrázek C.10: Okno pro návrh výztuže

charakteristická hodnota válcové pevnosti betonu v tlaku  $f_{ck}$ . Pevnost betonu v tahu  $f_{ctm}$  je potřebná pro zohlednění konstrukčních zásad. Modul pružnosti  $E$  je uživatelem zadán v předchozím okně (Obrázek C.3) a v případě potřeby je nutné ho změnit manuálně.

Typ betonářské výztuže se volí v rolovací nabídce a liší se mezí kluzu  $f_{yk}$  podle tabulky na obrázku C.2.

Průměr zrna kameniva  $D_{max}$  je důležitý pro výpočet konstrukčních zásad, které mohou být ve výpočtu zohledněny.

Vlastnost betonu		Třída betonu								
		C 12/15	C 16/20	C 20/25	C 25/30	C 30/37	C 35/45	C 40/50	C 45/55	C 50/60
pevnost v tlaku	$f_{ck}$ [MPa]	12	16	20	25	30	35	40	45	50
	$f_{cm}$ [MPa]	20	24	28	33	38	43	48	53	58
pevnost v tahu	$f_{ctm}$ [MPa]	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1
	$f_{ctk,0,05}$ [MPa]	1,1	1,3	1,5	1,8	2	2,2	2,5	2,7	2,9
	$f_{ctk,0,95}$ [MPa]	2	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3
$E_{cm}$ [GPa]		26	27,5	29	30,5	32	33,5	35	36	37
mezí přetvoření	$\epsilon_{cu} \cdot 10^{-4} \sigma_{fo}^{-1/}$	-3,6	-3,5	-3,4	-3,3	-3,2	-3,1	-3,0	-2,9	-2,8
	$\epsilon_{cu} \cdot 10^{-4} \sigma_{fo}^{-2/}$	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5

<sup>1/</sup> pro výpočet únosnosti  
<sup>2/</sup> pro výpočet účinků zatížení

Tabulka C.1: Třídy betonu [4]

Při návrhu výztuže musí být splněna podmínka poměrné výšky tlačené oblasti, která je dána vztahem

$$\xi = \frac{x}{d} \leq \xi_{max} = 0.45. \quad (C.1)$$

Pokud tato podmínka není splněna, zobrazí se varovná hláška (Obrázek C.11b) a návrh desky je třeba změnit.

Označení dle EN	Označení dle národních norem	Norma	Min. mez kluzu $f_{yk}$ [MPa]	Min. pevnost v tahu $f_{tk}$ [MPa]	Třída tažnosti
B 420B	A 400 NR	LNEC E 449	400	460	B
B 500B	10 505.9	ČSN 42 0139	500	550	B
	A 500 NR	LNEC E 450	500	550	B
	B500B	ZAG STS-07/014	500 - 650	550 (540)	B
	BSt 500 S	DIN 488	500	550	B
	BSt 500 WR		500	550	B
B 550B	BSt 550	ÖNORM B 4200	550	620	B

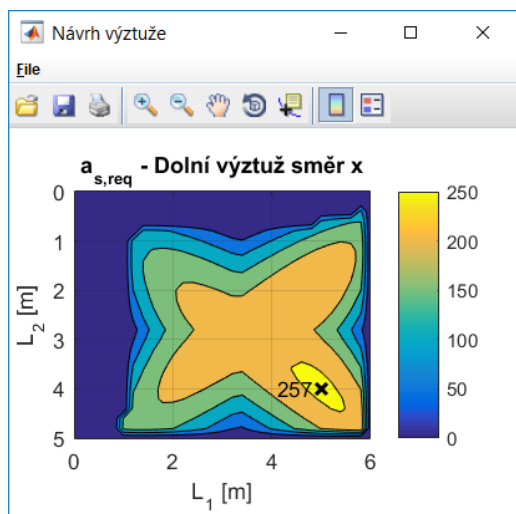
Tabulka C.2: Typy betonářské výztuže [1]

Při zadávání hodnot lze v návrhu zohlednit konstrukční zásady, kterými jsou minimální a maximální plocha výztuže, maximální rozteč prutů, minimální světlá vzdálenost prutů. To se provede zaškrtnutím políčka *zohlednit konstrukční zásady*. Konstrukční zásady jsou vypočítány dle ČSN EN 1992-1-1 [5]. Musí být splněny nerovnice (C.2). Pokud některé hodnoty nesplňují minimální plochu nebo rozteč výztuže, upraví se tak, aby se rovnaly právě minimu (Obrázek C.12b). Při nesplnění maximální plochy nebo rozteče výztuže se objeví varovná hláška. Pokud chceme vykreslit pouze staticky nutnou výztuž, políčko necháme nezaškrtnuté (Obrázky C.11a a C.12a). Vztahy pro výpočet konstrukčních zásad jsou:

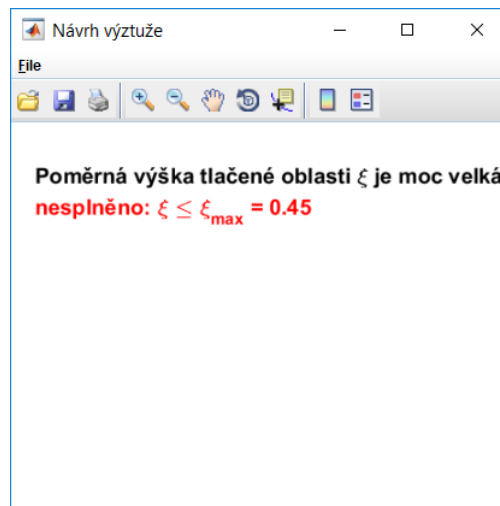
$$\begin{aligned}
 a_s &\geq a_{s,min} = \max\left(\frac{0.26f_{ctm}bd}{f_{yk}}; 0.0013bd\right), \\
 a_s &\leq a_{s,max} = 0.04bh, \\
 s_{max} &\leq \min(2h; 300\text{mm}), \\
 s_{l,min} &\geq \max(1, 2\varnothing; D_{max} + 5\text{mm}; 20\text{mm}).
 \end{aligned}
 \tag{C.2}$$

Jakmile jsou zadány všechny potřebné vstupy, je možné pokračovat dál. V části *Vykreslení* se přepínacím tlačítkem zaškrtnou požadovaný povrch desky (horní nebo dolní) a směr výztuže ( $x$  nebo  $y$ ). Dále se v rolovací nabídce zvolí způsob vykreslení výztuže.

1.  $a_{s,rqd}$  [ $\text{mm}^2/\text{m}$ ] - Vykreslí potřebnou plochu výztuže. Křížkem je označena maximální hodnota (Obrázek C.11). Izolinie jsou kresleny po  $50 \text{ mm}^2$ .
2.  $s_{max}$  [ $\text{mm}/\text{m}$ ] - Vykreslí maximální rozteč prutů v závislosti na zvoleném profilu (Obrázek C.12). Izolinie jsou kresleny po  $50 \text{ mm}$ .

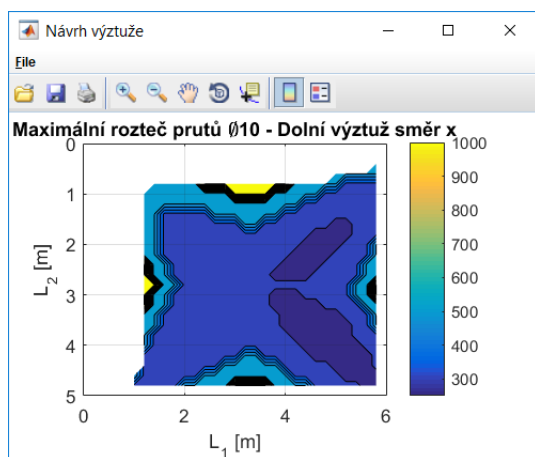


(a)  $a_{s,rqd}$  (bez konstrukčních zásad)

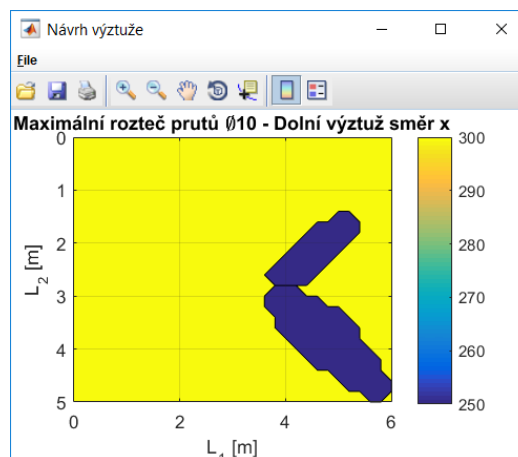


(b)  $a_{s,rqd}$  (nesplnění podmínky  $\xi \leq \xi_{max}$ )

Obrázek C.11: Ukázka vykreslení návrhu výztuže



(a)  $s_{max}$  (bez konstrukčních zásad)



(b)  $s_{max}$  (včetně konstrukčních zásad)

Obrázek C.12: Ukázka vykreslení návrhu výztuže