

**ČESKÉ VYSOKÉ
UČENÍ TECHNICKÉ
V PRAZE**

**FAKULTA
STROJNÍ**



**BAKALÁŘSKÁ
PRÁCE**

2018

**DANIEL
ŠEBÍK**

České vysoké učení technické v Praze

Fakulta strojní

Ústav přístrojové a řídicí techniky



NÁVRH A REALIZACE TLUMENÍ VIBRACÍ
MECHANICKÉ SOUSTAVY

Bakalářská práce

Vypracoval: Daniel Šebík

Studijní program: Strojírenství

Studijní obor: Informační a automatizační technika

Vedoucí práce: Ing. Jaromír Fišer, Ph.D.

Rok vypracování: 2018

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Šebík** Jméno: **Daniel** Osobní číslo: **420313**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávající katedra/ústav: **Ústav přístrojové a řídicí techniky**
Studijní program: **Strojírenství**
Studijní obor: **Informační a automatizační technika**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Návrh a realizace tlumení vibrací mechanické soustavy

Název bakalářské práce anglicky:

Absorber design and tuning for vibration suppression of mechanical structure

Pokyny pro vypracování:

1. Rešerše problematiky tlumení vibrací
2. Sestavení matematického modelu mechanické struktury
3. Porovnání různých typů řídicích algoritmů pro tlumení vibrací
4. Naladění hltiče vibrací s experimentálním ověřením

Seznam doporučené literatury:

Olgac, N. and Holm-Hansen, B.T., 1994. A novel active vibration absorption technique: delayed resonator. Journal of Sound and Vibration, 176(1), pp.93-104.
V. Stejskal, J. Brousil, S. Stejskal, Mechanika III, ČVUT v Praze, skriptum, 2001

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

Ing. Jaromír Fišer, Ph.D., U12110.3

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

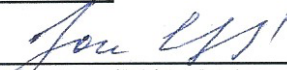
Datum zadání bakalářské práce: **18.04.2018**

Termín odevzdání bakalářské práce: **15.06.2018**

Platnost zadání bakalářské práce: _____



Ing. Jaromír Fišer, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce



podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry



prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací.
Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

18.4.2018
Datum převzetí zadání

Šebík
Podpis studenta

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně s tím, že její výsledky mohou být dále použity podle uvážení vedoucího bakalářské práce jako jejího spoluautora. Souhlasím také s případnou publikací výsledků bakalářské práce nebo její podstatné části, pokud budu uveden jako její spoluautor.

V Praze dne _____

Podpis _____

Poděkování

V první řadě bych rád poděkoval svému vedoucímu Ing. Jaromíru Fišerovi, Ph.D. za odborný dohled, vedení, ochotu a pomoc při řešení problémů. Velké díky patří také Ing. Jaroslavu Buškovi za jeho pomoc a cenné připomínky při přípravě experimentů. V neposlední řadě děkuji také mé rodině za finanční a mentální podporu během studia. Bakalářská práce vznikla za finanční podpory Grantové agentury ČR v rámci řešení projektu GA17-20943S.

Anotace

Tato bakalářská práce se zaměřuje na aktivní tlumení kmitání mechanických struktur. V práci jsou popsány vybrané algoritmy, které jsou často používány pro tlumení vibrací. Algoritmy jsou implementovány na konkrétní zadané mechanické struktuře. Odezva ve struktuře je simulována pomocí simulačního prostředí Simulink a algoritmy jsou porovnány mezi sebou podle navržených kritérií - rychlost útlumu a velikost amplitudy reziduálních kmitů v systému. Jeden vybraný algoritmus je dále použit pro experimentální ověření tlumících účinků na reálné mechanické struktuře.

Klíčová slova

vibrace, mechanické kmitání, aktivní tlumení, matematický model, regulátor, zpoždění, rezonátor, stabilita, simulace, Simulink

Abstract

This bachelor's thesis is focused on active damping of oscillating mechanical structures. In thesis, there are described selected algorithms frequently used for vibrations damping. Algorithms are implemented for specific assigned mechanical structure. Response in the structure is simulated using simulation environment Simulink and algorithms are compared to each other according to proposed criterions - attenuation pace and amplitude height of residual oscillations in the system. One chosen algorithm is then used for experimental verification of damping behaviour in real mechanical structure.

Keywords

vibrations, mechanical oscillations, active damping, mathematical model, regulator, delay, resonator, stability, simulation, Simulink

Obsah

1	Úvod	1
2	Rešerše problematiky tlumení vibrací	2
2.1	Kmitání v mechanických soustavách	2
2.2	Diskretizace mechanických soustav	2
2.3	Metody tlumení vibrací	3
2.3.1	Pasivní absorbéry	4
2.3.2	Semi-aktivní absorbéry	4
2.3.3	Aktivní absorbéry	5
2.4	Stabilita systému	6
2.4.1	BIBO stabilita	6
2.4.2	Michajlovovo-Leonhardovo kritérium	7
2.4.2.1	Retardovaný lineární dynamický systém	8
2.4.2.2	Neutrální lineární dynamický systém	8
2.4.2.3	Poincarého transformace souřadnic hodografu	9
3	Matematický model mechanické soustavy	10
3.1	Zadání	10
3.2	Matematický model soustavy	11
3.2.1	Uvolnění soustavy	11
3.2.2	Vektor přenosů soustavy	12
3.2.3	Charakteristický polynom soustavy	14
3.3	Stavový popis soustavy	14
4	Návrh řídicích algoritmů určených pro tlumení vibrací	18
4.1	Návrh parametrů řídicích algoritmů	18
4.1.1	PI regulátor	18
4.1.2	Zpožděný rezonátor	19
4.1.3	Zpožděný rezonátor s distribuovaným zpožděním	20
4.2	Kontrola stability	22
4.3	Simulace a porovnání řídicích algoritmů	25
4.3.1	Kritérium reziduálních kmitů	26
4.3.2	Kritérium rychlosti přechodu na ustálené aktivně tlumené vibrace	29
4.3.3	Srovnání tlumících algoritmů	30
5	Experimentální ověření chování soustavy řízené vybraným algoritmem	32
5.1	Identifikace soustavy	33
5.2	Implementace řídicího algoritmu	35
5.3	Výsledky experimentu	37
6	Závěr	39
	Seznam použité literatury	41

Seznam obrázků	43
Seznam tabulek	43

1 Úvod

V dnešní době, kdy je vysoký technologický pokrok a velká konkurenceschopnost na trhu, jsou zvyšovány nároky na kvalitu výrobků. Ta je často ovlivněna podmínkami při výrobě. Vzhledem k finančním nákladům na výrobu výrobních strojů se tyto stroje často odlehčují, což má ovšem také vliv na výslednou tuhost strojů, která se tím snižuje a stroje se tak stávají náchylnější k tvorbě a přenosu vibrací. A právě vibrace jsou jednou z nejvýznamnějších podmínek negativně ovlivňující výrobu, jelikož snižují dosaženou přesnost obráběných ploch. Mimo to mají vibrace také nepříznivý vliv na životnost výrobních strojů vzhledem k rychlejší únavě materiálu a v neposlední řadě na zdraví obsluhujícího personálu, který je vystaven nadměrnému hluku.

Jednou z možností pro odstranění vibrací a zbavení se jejich negativních vlastností je použití strojů s výrazně tužším rámem. Ovšem právě vzhledem k nákladům na takovou konstrukci je mnohdy výhodnější využít jiného přístupu pro utlumení vibrací. Navíc v některých případech ani není možné tužší konstrukce vyrábět, například kvůli jejich rozměrovým omezením. Z těchto důvodů se dnes velmi rozšiřuje výzkum aktivního tlumení vibrací.

Tato práce se zabývá různými řídicími algoritmy navrženými pro tlumení vibrací, jejich simulací s následným porovnáním odezev systému a experimentálním ověřením chování reálného systému, ve kterém bude implementován vybraný typ aktivního tlumení.

V první kapitole této práce je sepsán souhrn poznatků z provedené rešerše týkající se problematiky tlumení mechanických vibrací. V závěru kapitoly je připojena rešerše stability systému, jelikož zachování stability je primárním požadavkem nejen při návrhu řídicích algoritmů zaměřených na tlumení vibrací, nýbrž pro libovolný řídicí systém.

Na začátku druhé kapitoly je uvedeno konkrétní zadání reálné mechanické struktury, kterou je třeba utlumit, i s uvedeným frekvenčním pásmem budících sil, které se v systému během provozu nachází. Dále je sestaven matematický model této mechanické struktury potřebný pro návrh parametrů jednotlivých tlumicích algoritmů.

Třetí kapitola je věnována návrhu parametrů vybraných řídicích algoritmů určených pro tlumení zadané struktury a ověření stability řízeného systému. Chování systému s implementovaným řízením je následně simulováno v simulačním prostředí Simulink. Na závěr je porovnána odezva jednotlivých typů řízení v systému.

V poslední kapitole je potom vybraný algoritmus implementován pro řízení reálné mechanické struktury a simulované chování soustavy z předchozí kapitoly je zde experimentálně ověřeno pro několik budících frekvencí.

2 Rešerše problematiky tlumení vibrací

2.1 Kmitání v mechanických soustavách

Kmitání (oscilace) je obecně pojem vyjadřující pravidelnou, opakující se změnu libovolné veličiny popisující nějaký systém, která se pohybuje kolem svého rovnovážného stavu [3]. U vibrací (mechanické kmitání) jsou pak danou veličinou fyzikální veličiny spojené s mechanickým pohybem a deformací těles v prostoru a čase. Mezi takové veličiny patří například poloha, rychlost, zrychlení, hustota tělesa, napětí, energie a další. Často tyto veličiny kmitají závisle na ostatních. Příkladem může být kmitání výchylky kyvadla okolo jeho rovnovážné polohy, kde zároveň s polohou kmitá i jeho rychlost, zrychlení a kinetická a potenciální energie. V této práci se budu zabývat právě mechanickým kmitáním převážně ve smyslu kmitání polohy (výchylky) těles v prostoru a v čase.

Kmitání může být volné nebo vynucené. Volně kmitá soustava po udělení počátečních podmínek, kdy je dále ponechána bez působení vnějších sil. Vnitřní směrová síla potom působící vždy směrem k rovnovážné poloze a zajišťuje kmitání tělesa. Vynucené kmitání je potom kmitání buzené nějakou vnější periodickou silou. Dále jej dělíme na netlumené (bez disipace energie) a tlumené. Netlumené kmitání je takové kmitání, kde proti pohybu tělesa nepůsobí žádné odporové síly a amplituda kmitů se v čase nemění. Naopak tlumené kmitání získáme přidáním nějaké odporové síly, která zapříčiňuje snižování amplitudy kmitů v čase v důsledku disipace energie kmitů. Má-li být tlumené kmitání ustálené, musí být buzené vnější silou. [16]

Druhů kmitavých pohybů v závislosti na pohybu tělesa rozeznáváme v mechanice více. Kmitání může být podélné, příčné, ohybové, kroutivé a krouživé [16]. V této práci je řešeno podélné kmitání, u kterého těleso koná přímočarý posuvný pohyb a jeho poloha je určena jen jednou souřadnicí právě v tomto směru.

2.2 Diskretizace mechanických soustav

Vlastnosti reálných soustav těles jsou v mechanických strukturách spojitě rozloženy. Spojité modely takových soustav jsou ovšem v některých případech zbytečně složité. Lze je však poměrně přesně modelovat pomocí spojení diskretních prvků, které mají pouze určitou charakteristickou vlastnost. Těmito prvky jsou hmota, pružina a tlumič s vlastnostmi hmotnost (setrvačnost), resp. poddajnost (tuhost), resp. tlumení [4]. Charakteristické vlastnosti daných prvků lze vyjádřit následovně:

- Setrvačné elementy popisujeme druhým Newtonovým zákonem (2.1), kde m je hmotnost elementu, x je poloha, resp. výchylka elementu, F_{ri} jsou reakční síly a F_{vi}

jsou vnější síly.

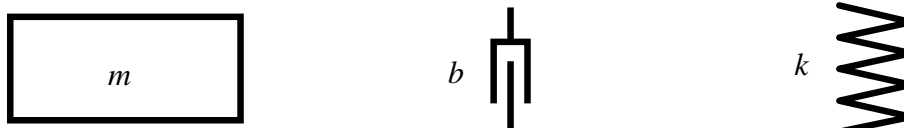
$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = \sum_{i=0}^k (F_{ri} + F_{vi}) \quad (2.1)$$

- Poddajné elementy popisujeme silou F_k v (2.2), kterou vyvolají při změně polohy, resp. výchylky $x(t)$ elementu o tuhosti k .

$$F_k = -kx(t) \quad (2.2)$$

- Tlumičí elementy popisujeme odporovou silou F_c v (2.3), která působí proti směru pohybu elementu o rychlosti pohybu, resp. rychlosti deformace $\frac{dx(t)}{dt}$ a konstantě tlumení c .

$$F_c = -c \frac{dx(t)}{dt} \quad (2.3)$$



Obr. 1: Schematické značení diskrétních mechanických prvků (zleva: hmota, tlumič, pružina)

2.3 Metody tlumení vibrací

Při řešení problematiky kmitání v mechanických soustavách se využívá dvou různých přístupů [10].

První z nich se soustředí na vznik budících sil a zkoumá možnosti jejich odstranění [10]. Jde tedy o potlačení příčiny nechtěného chování. Již pouze změnou nevhodné konstrukce stroje je možné v některých případech dosáhnout snížení amplitud budících sil, a tím zmírnit i buzené vibrace. Možnost primárního odstranění vibrací můžeme najít například v aplikacích, kde mohou být stroje umístěné v těsné blízkosti na nedostatečně tlumeném podkladu, takže je mezi nimi znatelný přenos vibrací. Jeden stroj potom funguje jako budící prvek pro okolní stroje a naopak. Takový problém můžeme řešit potlačením příčiny tak, že přemístíme stroje, případně zajistíme lepší tlumení podkladu pomocí stavby z materiálu pohlcujících vibrace [1], aby přenos vibrací jednoho stroje na druhý byl minimální.

Problémy také často nastávají v řízených částech systému, kde není brán dostatečný ohled na jeho dynamiku. V takových situacích je možné řízení implementovat pomocí sofistikovanějších algoritmů využívajících komplexnějších dynamických modelů systému, navržených tak, aby daná část nebudila v systému vibrace. Může se jednat třeba o polohování

os souřadnicových strojů, kde vznikají kmity v důsledku akcelerace či brždění dané osy. Po nalezení odpovídajícího dynamického modelu celé soustavy je možné řídit změnu pohybu stroje s absencí vyvolaných vibrací. [10]

Druhý přístup spočívá ve snaze potlačit vliv budících sil, tedy odstranit následky [10]. Využití této metody je nutné v aplikacích, kde není možné odstranit buzení systému, jelikož je pevně svázáno s požadovanou funkcí stroje (např. řezné síly u obráběcích strojů). Potlačení vibrací se provádí pomocí přídatných členů, takzvaných absorbérů (dynamických hltičů kmitů). Ty slouží jako člen, kterým nepřímo řídíme tok energie v soustavě tak, aby došlo k maximálnímu snížení amplitudy nechtěných kmitů v systému.

Absorbéry se implementují ve třech provedeních – pasivní, semi-aktivní, aktivní. Jednotlivé typy jsou popsány v následujících sekcích 2.3.1-2.3.3.

2.3.1 Pasivní absorbéry

Pasivní absorbér (anglicky tuned mass damper „TMD“) je složen ze dvou elementů - hmota, pružina a případně i přidaného tlumicího elementu. Parametry jednotlivých elementů (hmotnost, tuhost a koeficient tlumení) se volí v závislosti na frekvenci budící síly a parametrech mechanické struktury, kterou je třeba utlumit. Nastavují se tak, aby frekvence budící síly byla blízká přirozené frekvenci absorbérovi. V takové situaci dochází k maximálnímu pohlcení energie primární struktury absorbérovi [17].

V ideálním případě by pasivní absorbér měl mít nulový koeficient tlumení. Poté by s vhodně zvolenými parametry absorbérovi mohlo dojít k úplnému utlumení amplitudy kmitů. Jelikož ovšem v každém reálném systému dochází k disipaci energie, nemůže být pasivní tlumení nikdy tlumením ideálním a v soustavě vždy zůstanou reziduální kmity. [5]

Výhodou TMD je přirozená stabilita systému v celém rozsahu působnosti TMD [5]. Jeho používání je však možné pouze v úzkém frekvenčním pásmu v okolí jedné frekvence, pro kterou je hltič parametrizován. Pokud bychom chtěli tlumit širší frekvenční pásmo, je nutné změnit fyzické parametry absorbérovi. To je většinou možné provést z důvodu bezpečnosti až po zastavení běhu systému. Tím dochází ke snižování extenzivního využití strojů a k finančním ztrátám. Navíc budeme-li vyžadovat online tlumení soustavy se spojitou změnu frekvence budící síly, je nemožné použít TMD a je nutné využít akčních členů pro řízení parametrů absorbérovi.

2.3.2 Semi-aktivní absorbéry

Pokud je nutné v dané aplikaci měnit frekvenci v za chodu stroje, můžeme využít TMD, u kterého je možné měnit jeho fyzické parametry. Pomocí regulátoru pak můžeme nastavit přirozenou frekvenci TMD na požadovanou hodnotu, ideální pro tlumení dané

budící frekvence. Potom hovoříme o semi-aktivních absorbérech (anglicky semi-active tuned mass damper STMD) [10]. Parametry reálných prvků absorbéru lze ovšem měnit pouze v omezeném rozsahu. Tím je omezený i rozsah tlumených frekvencí. Navíc opět není možné dosáhnout ideálního tlumení, jelikož i když jsou měněny parametry absorbéru, stále je systém tlumený pouze využitím pasivního tlumení a není možné dosáhnout nulového tlumení v absorbéru.

Změny parametrů tlumičů STMD se dosahuje například pomocí kapalinových tlumičů s magnetoreologickými (MR) nebo elektroeologickými (ER) kapalinami. Ty mají schopnost měnit dynamickou viskozitu v případě změny vnějšího magnetického, respektive elektrického pole. Pokud jsme tedy schopni řídit změny intenzit těchto polí, můžeme tím zvýšit koeficient tlumení tlumiče, jelikož na píst při jeho pohybu bude působit vyšší odporová síla. [9]

Mimo změny parametrů tlumičů lze měnit i tuhost použitého pružícího prvku v STMD. V nízkofrekvenčních aplikacích můžeme využít uzavřený válec s neperforovaným utěsněným pístem, kdy můžeme řídit velikost tlaku vzduchu v komorách a jsme tak schopni měnit tuhost tohoto prvku.

Energie spotřebovaná akčním členem u STMD je využívána pouze pro změnu parametrů STMD, jelikož energie kmitů primární struktury je opět tlumena jen pomocí jejího přenosu na hltič vibrací, takže semi-aktivní absorbéry jsou energeticky méně náročné než aktivní absorbéry. Proto jsou vhodné i pro použití v místech, kde hrozí výpadek síťového napájení, jako například při tlumení vibrací budov vyvolaných seismickou aktivitou, jelikož tam mohou být řídicí systémy a aktuátory napájeny pomocí záložních zdrojů. [10]

2.3.3 Aktivní absorbéry

Pro rozšíření pásma tlumených frekvencí a zvýšení útlumu se pasivnímu absorbéru přidává mezi primární strukturu a absorbér paralelně k pružině a tlumiči ještě akční člen. Potom mluvíme o aktivním tlumení a aktivních absorbérech (active mass damper - AMD). Informace o pohybu absorbéru je měřena senzory (polohovými, rychlostními nebo akceleračními) a ve zpětné vazbě je předávána regulátoru. Navíc je měřena i frekvence kmitů budící síly, pokud není exaktně známa. Regulátor následně v závislosti na těchto informacích řídí pomocí akčního signálu aktuátor, který působí silou proti kmitům za účelem potlačení vibrací. Akční síla je zde opět využita pro změnu parametrů absorbéru, ovšem v tomto případě pouze pro zdánlivou změnu. Fyzické parametry absorbéru zde zůstávají konstantní. [5]

Aktivní absorbéry jsou energeticky náročnější než semi-aktivní. Energie dodávaná do soustavy ve formě požadované akční síly je využita přímo na potlačení vibrací. Typicky používané aktuátory jsou většinou elektromechanické či elektrodynamické motory. [10]

Při využití aktivního tlumení je již nutné kontrolovat stabilitu systému, jelikož systém, se špatně nastavenými parametry, může být nestabilní a mohlo by dojít k jeho zhroucení a ohrožení bezpečnosti stroje i jeho obsluhy. To může nastat třeba při špatné identifikaci systému. Například při větším dopravním zpoždění mezi měřenou veličinou a akčním členem by mohla akční síla působit naopak ve fázi s budící silou a systém tak více rozkmitávat.

Kombinací všech uvedených typů absorbérů můžeme sestavit komplexní absorbéry s vyšším počtem stupňů volnosti, a tím dosáhnout průřezu mezi jejich jednotlivými ideálními vlastnostmi, kterými jsou hlavně robustnost systému a jeho energetická náročnost.

2.4 Stabilita systému

Stabilita je jednou z nejdůležitějších vlastností systému. Je nutnou podmínkou pro správnou funkci regulačních obvodů, jelikož cílem je udržet regulovanou veličinu v původním nebo novém rovnovážném stavu [2]. Stabilita systému může být popsána řadou různých definic. Jedna z nich je například Ljapunovská definice stability. Ta hovoří o stabilitě rovnovážných stavů systému a definuje je zjednodušeně tak, že rovnovážný stav systému (kde stav systému je $x(t)$) je stabilní, pokud pro dostatečně malé nenulové počáteční podmínky $\|x(0)\| < \delta$; $\delta \in \mathbb{R}$, zůstane výstup omezený nějakým okolím ϵ , tedy $\|x(t)\| < \epsilon$; $\epsilon \in \mathbb{R}$, a dále definuje asymptoticky stabilní rovnovážný stav, pokud se navíc stav systému s rostoucím časem asymptoticky tomuto rovnovážnému stavu blíží $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0$. [7, 13]

Tato definice nezahrnuje vliv vstupů do systému a navíc je vztažena i na nelineární systémy. V této práci ovšem počítám i se vstupem do systému, a protože mohu linearizovat chování systému v okolí rovnovážného stavu, jelikož počítám s takovými výchylkami systému, kde chování jeho parametrů mohu považovat za lineární, budu vycházet z jiné definice stability, a to z definice BIBO stability (Bounded Input - Bounded Output) týkající se lineárních systémů. [7]

2.4.1 BIBO stabilita

Podle této definice je systém BIBO stabilní, pokud omezený vstup do systému generuje omezený výstup ze systému [7]. O stabilitě v tomto případě rozhoduje obecné řešení $x_H(t)$ lineární diferenciální rovnice (2.4) popisující dynamický model systému, kde $a_k \in \mathbb{R}$ jsou konstanty, $f(t)$ je funkce vstupů systému a $x(t)$ je výstup systému.

$$\sum_{k=0}^n a_k \frac{d^k x(t)}{dt^k} = f(t) \quad (2.4)$$

$$\sum_{k=0}^n a_k s^k = 0 \quad (2.5)$$

Při řešení charakteristické rovnice (2.5) systému (2.4) mohou nastat tři případy umístění jejích kořenů $s_i = \alpha_i + j\Omega_i$; $i = 1, 2, \dots, n$ [2]:

1. Všechny kořeny charakteristické rovnice s_i leží v levé polorovině komplexní roviny, tedy $\alpha_i < 0$ pro všechna i . V tomto případě nazýváme systém asymptoticky stabilní a $\lim_{t \rightarrow \infty} x_H(t) = 0$.
2. Všechny kořeny charakteristické rovnice s_i leží v levé polorovině komplexní roviny a minimálně jeden leží na imaginární ose, tedy $\alpha_i < 0$ pro $i = 1, 2, \dots, p$ a $\alpha_i = 0$ pro $i = p + 1, \dots, n$, kde $n > p$; $p \in \mathbb{N}^+$. V tomto případě se systém nachází na mezi stability. Pokud je navíc alespoň jeden z těchto kořenů na imaginární ose nulový, potom $\lim_{t \rightarrow \infty} x_H(t) = \pm\infty$. Pokud jsou všechny komplexní, pak $x_H(t)$ ani nekonverguje k nule, ani neomezeně neroste. $\lim_{t \rightarrow \infty} x_H(t)$ neexistuje, ale $x_H(t)$ je omezené.
3. Alespoň jeden kořen charakteristické rovnice s_i leží v pravé polorovině komplexní roviny, tedy $\alpha_i > 0$ pro $i = 1, 2, \dots, p$, kde $n > p$; $p \in \mathbb{N}^+$. V tomto případě nazýváme systém nestabilní, a pokud jsou všechny kořeny reálné, tak $\lim_{t \rightarrow \infty} x_H(t) = \pm\infty$. A pokud je alespoň jeden kořen komplexní, potom $\lim_{t \rightarrow \infty} x_H(t)$ neexistuje a amplituda $x_H(t)$ neomezeně roste.

Jelikož řešení charakteristických rovnic je pro rozsáhlejší systémy, případně systémy s časovým zpožděním příliš složité, tak byla pro zjednodušení zkoumání stability vymyšlena různá kritéria stability. Ta mohou být algebraická nebo křivková. Mezi algebraická patří například Hurwitzovo kritérium stability a mezi křivková potom Michajlovovo-Leonhardovo kritérium, případně Nyquistovo kritérium pro uzavřené regulační obvody.[2]

2.4.2 Michajlovovo-Leonhardovo kritérium

V této práci budu stabilitu ověřovat pomocí Michajlovovo-Leonhardova kritéria, které spadá do kategorie frekvenčních křivkových kritérií. Toto kritérium je možno s výhodou použít i pro zkoumání stability retardovaných lineárních dynamických systémů. S modifikacemi uvedenými v [8] je potom možné kritérium využít i pro zkoumání stability neutrálních lineárních dynamických systémů.

Při zjišťování stability se zkoumá průběh tzv. Michajlova hodografu. To je množina bodů, kterou v komplexní rovině opisuje konec vektoru $M(j\omega)$ [2]. Tento vektor získáme symbolickou substitucí v charakteristickém polynomu systému $s = j\omega$.

Dále budu pro definici kritérií uvažovat neutrální lineární systém daný rovnicí:

$$\sum_{k=0}^n \sum_{i=0}^m a_{ki} \frac{d^k x(t - \tau_{ki})}{dt^k} = 0 \quad (2.6)$$

kde $x(t)$ je výstup ze systému, $a_{ki} \in \mathbb{R}$, $a_{n0} = 1$, $\sum_{i=0}^m a_{0i} > 0$, $\tau_{ki} \in \mathbb{R}^+$ pro $i > 0$ a $\tau_{k0} = 0$ pro $k \in \{1, 2, \dots, n\}$.

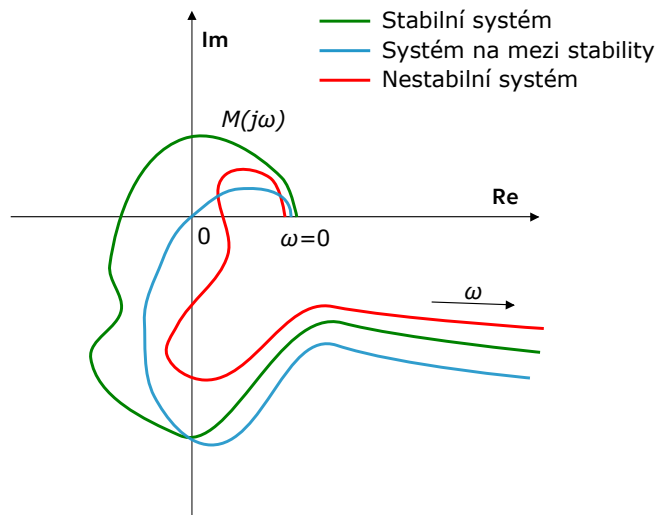
2.4.2.1 Retardovaný lineární dynamický systém

Retardovaný lineární dynamický systém získáme z (2.6), pokud bude $a_{ni} = 0$ pro všechna $i > 0$ a $a_{n0} \neq 0$. V tomto případě můžeme použít Michajlovovo-Leonhardovo kritérium stability, které má dvě podmínky [2]:

1. $\forall \omega \in \langle 0; \infty \rangle; M(j\omega) \neq 0$
2. Úhel, o který se otočí vektor $M(j\omega)$ pro ω jdoucí od 0 do ∞ , je $\frac{n\pi}{2}$:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \Delta \arg\{M(j\omega)\} = \frac{n\pi}{2} \quad (2.7)$$

Toto kritérium platí i pro lineární dynamický systém bez zpoždění, jelikož je to speciální případ (2.6), kde $a_{ki} = 0$ pro $i > 0$. Na obr. 2 jsou zobrazeny tři různé příklady Michajlovových hodografů pro retardovaný lineární dynamický systém čtvrtého řádu.



Obr. 2: Příklad Michajlovových hodografů pro tři různé retardované lineární dynamické systémy čtvrtého řádu

2.4.2.2 Neutrální lineární dynamický systém

Pro neutrální lineární dynamický systém již Michajlovovo-Leonhardovo kritérium není použitelné. Pro zkoumání stability je třeba využít jeho modifikace předvedené v [8]. Zde jsou představena dvě kritéria stability. První se týká systémů, u kterých má být stabilita nezávislá na malé změně dopravního zpoždění, a druhé se týká systémů, u kterých je možné striktně stanovit jednotlivá dopravní zpoždění. V této práci využijí první z nich, jelikož

změna dopravního zpoždění se vlivem implementace na číslicovém hardwaru může, být minimálně, projevit. Podle [8] má toto kritérium (kritérium silné stability, nezávislé na malé změně dopravního zpoždění) tři podmínky:

1. $\sum_{i=1}^m |a_{ni}| < 1$
2. $M(j\omega) \neq 0$ pro všechna $\omega \in \langle 0; \infty \rangle$
3. Pro velikost úhlu, o který se otočí vektor $M(j\omega)$ pro ω jdoucí od 0 do ∞ , platí:

$$\frac{n\pi}{2} - \Phi \leq \Delta_{\omega \in \langle 0; \infty \rangle} \arg \{M(j\omega)\} \leq \frac{n\pi}{2} + \Phi \quad (2.8)$$

kde

$$\Phi = \arcsin \left(\sum_{i=1}^m |a_{ni}| \right) \quad (2.9)$$

2.4.2.3 Poincarého transformace souřadnic hodografu

Jelikož hodografy zobrazené pro vysoké frekvence jsou na první pohled nepřehledné, protože $|M(j\omega)|$ se zvyšující se frekvencí rychle roste a chování křivky v okolí počátku tedy není patrné na první pohled, můžeme pro zjednodušení vyhodnocování stability ze zobrazeného Michajlovova hodografu s výhodou využít transformaci souřadnic představenou Poincarém, uvedenou v [8]. Budeme-li uvažovat, že zkoumáme hodograf $M(j\omega)$, pak pokud provedeme transformaci souřadnic $M(j\omega) \rightarrow M_P(j\omega)$ podle (2.10), můžeme říci, že $\arg M(j\omega) = \arg M_P(j\omega)$, jelikož jmenovatel (2.10) je z \mathbb{R}^+ .

$$M_P(j\omega) = \frac{M(j\omega)}{1 + |M(j\omega)|^\alpha}; \quad \alpha \in (1; 2) \quad (2.10)$$

Výhoda této transformace spočívá v tom, že se všechny zkoumané hodografy promítnou do jednotkové kružnice, a tím získáme lepší přehled o chování hodografu v celém jeho rozsahu většinou i beze změny měřítka zobrazeného diagramu.

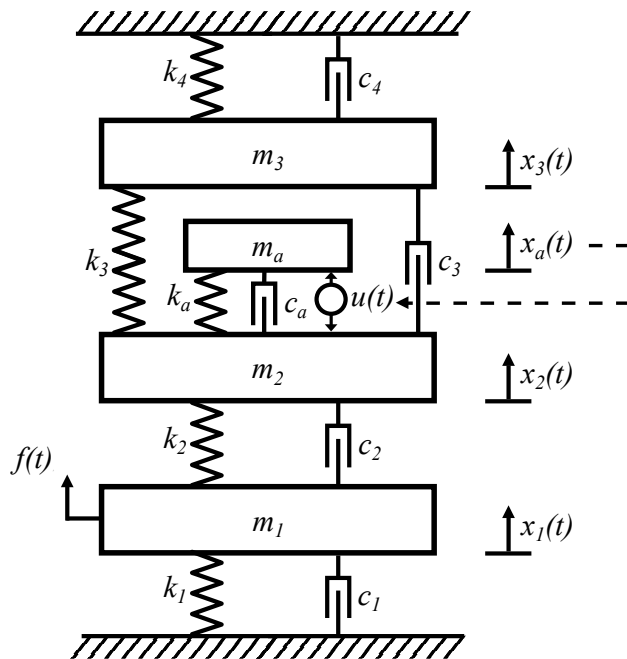
3 Matematický model mechanické soustavy

3.1 Zadání

Úkolem této práce je najít matematický model zadané mechanické struktury, implementovat různé řídicí algoritmy navrhnuté pro tlumení vibrací v dané struktuře, simulovat a porovnat účinky jednotlivých algoritmů a následně experimentálně ověřit funkci vybraného řídicího algoritmu na reálné soustavě.

Zadaná mechanická struktura se skládá ze tří hmot o hmotnostech m_1 , m_2 a m_3 sériově spojených pružinami o tuhostech k_1, k_2, k_3 a k_4 a tlumícími prvky s konstantami tlumení c_1, c_2, c_3 a c_4 . Paralelně k prostřednímu členu je připojena ještě jedna hmota o hmotnosti m_a (hltič vibrací) pružinou k_a a tlumičem c_a . Mezi tyto dvě hmoty je navíc vložen akční člen působící silou $u(t)$, kterým je třeba, za pomoci zpětné vazby z akcelerometru na absorbéru, aktivně utlumit vibrace vyvolané vnější silou $f(t)$, působící na první hmotu. Vibrace je nutné potlačit právě u tohoto prvního členu m_1 . U ostatních hmot by ovšem také mělo dojít k malému snížení amplitudy jejich kmitů. Rozsah frekvencí budící síly, pro které je třeba aktivní tlumení implementovat, uvažujeme $\omega = \langle 10; 20 \rangle \text{ rad.s}^{-1}$.

Na obr. 3 je vidět mechanický model řešené struktury a v tab. 1 jsou uvedeny číselné hodnoty jejich jednotlivých parametrů soustavy.



Obr. 3: Mechanický model zadané soustavy

index	m [kg]	c [kg.s ⁻¹]	k [N.m ⁻¹]
1	1	5	300
2	1	0.5	300
3	1	1	300
4	-	1	200
a	0,5	1	117

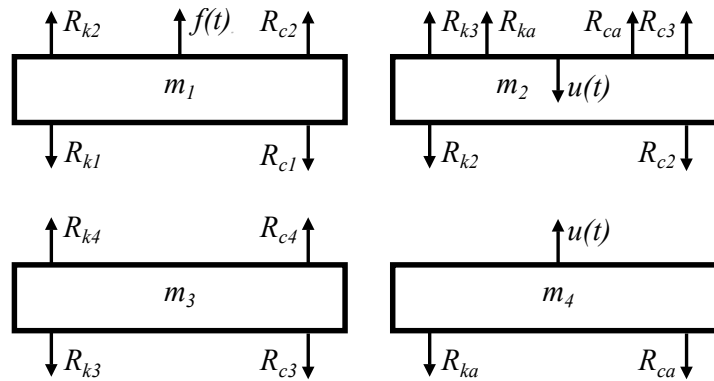
Tab. 1: Tabulka číselných hodnot parametrů zadané soustavy

3.2 Matematický model soustavy

3.2.1 Uvolnění soustavy

Diferenciální rovnice popisující dynamické chování soustavy získám sepsáním Newtonových pohybových rovnic. Souřadnice pohybu těles $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ a $x_a(t)$ budu uvažovat jako výchylky od rovnovážné polohy těchto těles. Metodou uvolňování získám reakční silové účinky jednotlivých vazeb mezi hmotami [6]. Ty pak následně zapíšu spolu s akčními silami do pohybových rovnic. Uvolnění jednotlivých těles je vidět na obr. 4. Reakce působící na jednotlivá tělesa jsou:

$$\begin{aligned}
 R_{k1} &= k_1 x_1(t), & R_{c1} &= c_1 \dot{x}_1(t), & R_{k2} &= k_2(x_2(t) - x_1(t)), & R_{c2} &= c_2(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)), \\
 R_{k3} &= k_3(x_3(t) - x_2(t)), & R_{c3} &= c_3(\dot{x}_3(t) - \dot{x}_2(t)), & R_{k4} &= -k_4 x_3(t), & R_{c4} &= -c_4 \dot{x}_3(t), \\
 R_{ka} &= k_a(x_a(t) - x_2(t)), & R_{ca} &= c_a(\dot{x}_a(t) - \dot{x}_2(t))
 \end{aligned}$$



Obr. 4: Uvolnění jednotlivých hmot soustavy

Sepsáním Newtonových pohybových rovnic pro jednotlivé hmoty soustavy tedy získám čtyři lineární diferenciální rovnice druhého řádu popisující dynamické chování

zadaného systému:

$$m_1 \ddot{x}_1(t) = -c_1 \dot{x}_1(t) - c_2(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) - k_1 x_1 - k_2(x_1(t) - x_2(t)) + f(t) \quad (3.1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2(t) = -c_2(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)) - c_3(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_3(t)) - c_a(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_a(t)) - k_2(x_2(t) - x_1(t)) - k_3(x_2(t) - x_3(t)) - k_a(x_2(t) - x_a(t)) - u(t) \quad (3.2)$$

$$m_3 \ddot{x}_3(t) = -c_3(\dot{x}_3(t) - \dot{x}_2(t)) - c_4 \dot{x}_3(t) - k_3(x_3(t) - x_2(t)) - k_4 x_3(t) \quad (3.3)$$

$$m_a \ddot{x}_a(t) = -c_a(\dot{x}_a(t) - \dot{x}_2(t)) - k_a(x_a(t) - x_2(t)) + u(t) \quad (3.4)$$

Pro optimalizaci parametrů algoritmů jednotlivých zpětných vazeb a ověření stability výsledného systému potřebuji získat přenosovou funkci a frekvenční přenosovou funkci síly $f(t)$ na výchylku jednotlivých hmot.

3.2.2 Vektor přenosů soustavy

Na získané pohybové rovnice (3.1-3.4) aplikuji Laplaceovu transformaci. Uvažuji transformaci proměnných:

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}, U(s) = \mathcal{L}\{u(t)\}, X_1(s) = \mathcal{L}\{x_1(t)\}, X_2(s) = \mathcal{L}\{x_2(t)\}, X_3(s) = \mathcal{L}\{x_3(t)\} \text{ a } X_a(s) = \mathcal{L}\{x_a(t)\}.$$

Při uvažování nulových počátečních podmínek (nulové zrychlení a rychlosti všech výchylek soustavy) tedy z pohybových rovnic získám rovnice:

$$(m_1 s^2 + (c_1 + c_2)s + (k_1 + k_2))X_1(s) - (c_2 s + k_2)X_2(s) - F(s) = 0 \quad (3.5)$$

$$(m_2 s^2 + (c_2 + c_3 + c_a)s + (k_2 + k_3 + k_a))X_2(s) - (c_2 s + k_2)X_1(s) - (c_3 s + k_3)X_3(s) - (c_a s + k_a)X_a(s) + U(s) = 0 \quad (3.6)$$

$$(m_3 s^2 + (c_3 + c_4)s + (k_3 + k_4))X_3(s) - (c_3 s + k_3)X_2(s) = 0 \quad (3.7)$$

$$(m_a s^2 + c_a s + k_a)X_a(s) - (c_a s + k_a)X_2(s) - U(s) = 0 \quad (3.8)$$

Soustavu lineárních algebraických rovnic (3.5-3.8) zapíšu v maticovém tvaru (3.10). V popisu systému využiji poznatku, že vstupem zpětné vazby je akcelerometrem odečítané zrychlení hltiče kmitů, tedy hmoty m_a . Akční síla $u(t)$ bude tedy funkcí $\ddot{x}_a(t)$ a přenosovou funkcí z $X_a(s)$ na $U(s)$ označím jako $P(s)$ (3.9).

$$\frac{U(s)}{X_a(s)} = P(s) \quad (3.9)$$

Přenos $P(s)$ může být obecně libovolný, závisí totiž na vybraném typu algoritmu pro tlumení vibrací. Pro přehlednost dále zavedu následující substituce:

$A(s) = m_1s^2 + c_1s + k_1$, $B(s) = c_2s + k_2$, $C(s) = m_2s^2$, $D(s) = c_3s + k_3$, $E(s) = c_4s + k_4$,
 $R(s) = m_3s^2 + c_4s + k_4$ a $Q(s) = m_4s^2$.

Výsledný maticový tvar soustavy rovnic (3.5-3.8) je tedy:

$$\mathbf{M}(s)\mathbf{X}(s) = \mathbf{N}(s) \quad (3.10)$$

$$\mathbf{M}(s) = \begin{bmatrix} A(s) + B(s) & -B(s) & 0 & 0 \\ -B(s) & B(s) + C(s) + D(s) + E(s) & -D(s) & P(s) - E(s) \\ 0 & -D(s) & R(s) + D(s) & 0 \\ 0 & -E(s) & 0 & -P(s) + E(s) + Q(s) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{X}(s) = [X_1(s) \ X_2(s) \ X_3(s) \ X_4(s)]^T \quad (3.12)$$

$$\mathbf{N}(s) = [F(s) \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (3.13)$$

Vektor přenosů $\mathbf{G}_F(s)$, tedy přenosy síly $f(t)$ na jednotlivé hmoty soustavy, získám řešením soustavy (3.10) pro $F(s) = 1$:

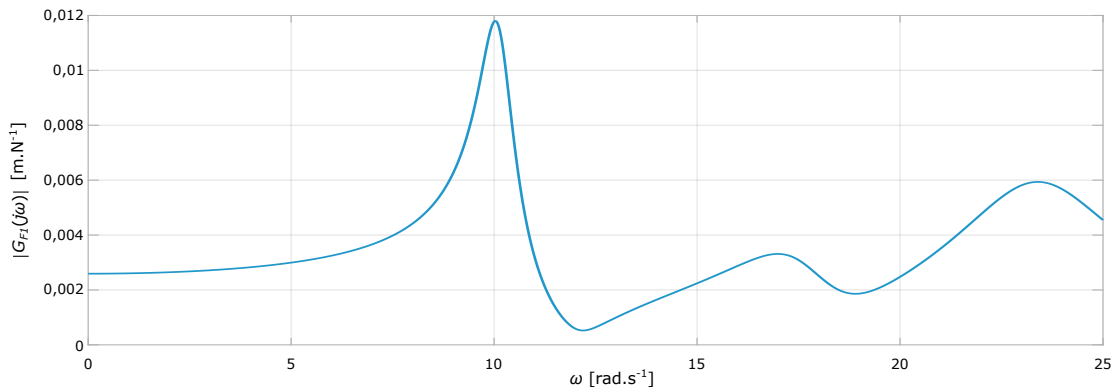
$$\mathbf{G}_F(s) = \begin{bmatrix} G_{F1}(s) \\ G_{F2}(s) \\ G_{F3}(s) \\ G_{Fa}(s) \end{bmatrix} = \mathbf{M}(s)^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{G}_F(s) = \frac{\begin{bmatrix} ((B(s) + C(s))(D(s) + R(s)) + R(s)D(s))* \\ *(E(s) - P(s) + Q(s)) + E(s)Q(s)(D(s) + R(s)) \\ B(s)(D(s) + R(s))(E(s) - P(s) + Q(s)) \\ B(s)D(s)(E(s) - P(s) + Q(s)) \\ B(s)E(s)(D(s) + R(s)) \end{bmatrix}}{(A(s) + B(s))(R(s) + D(s))((B(s) + C(s) + D(s))* \\ *(-P(s) + Q(s) + E(s)) + E(s)Q(s))} \quad (3.15)$$

Pro návrh parametrů jednotlivých algoritmů tlumení potřebuji zjistit frekvenční přenos síly $f(t)$ na první hmotu $G_{F1}(j\omega)$. Ten získám formální substitucí $s = j\omega$ v přenosu $G_{F1}(s)$:

$$G_{F1}(j\omega) = \frac{((B(j\omega) + C(j\omega))(D(j\omega) + R(j\omega)) + R(j\omega)D(j\omega))* \\ *(E(j\omega) - P(j\omega) + Q(j\omega)) + E(j\omega)Q(j\omega)(D(j\omega) + R(j\omega)))}{(A(j\omega) + B(j\omega))(R(j\omega) + D(j\omega))((B(j\omega) + C(j\omega) + D(j\omega))* \\ *(-P(j\omega) + Q(j\omega) + E(j\omega)) + E(j\omega)Q(j\omega))} \quad (3.16)$$

Pokud jde o frekvenční chování soustavy, mohu jej znázornit pomocí amplitudového přenosu kmitání, jako funkci budicí frekvence ω , tedy $|G_F(j\omega)|$. Na obr. 5 je vidět amplitudový přenos na první hmotu soustavy s pasivním tlumením ($P(s) = 0$).



Obr. 5: Amplitudový přenos $|G_{F1}(j\omega)|$ síly $f(t)$ na polohu první hmoty pro pasivní tlumení

3.2.3 Charakteristický polynom soustavy

Pro kontrolu stability potřebuji zjistit tvar charakteristického polynomu soustavy. Ten získám pro jednotlivé regulátory jako determinant matice soustavy (3.11) po dosazení odpovídajících přenosů za $P(s)$. Charakteristický polynom $M(s)$ můžeme také najít ve jmenovateli všech přenosů \mathbf{G}_F v (3.15):

$$M(s) = (A(s) + B(s))(R(s) + D(s))((B(s) + C(s) + D(s)) * (-P(s) + Q(s) + E(s)) + E(s)Q(s)) \quad (3.17)$$

3.3 Stavový popis soustavy

Simulaci odezev systému pro testování různých řídicích algoritmů provedu v simulačním prostředí Simulink. Pro vytvoření stavového schéma systému potřebuji získat jeho stavový popis. K tomu využiji metodu postupných integrací (MPI) [11]. Postupně tedy zavedu nové stavové proměnné $\mathbf{Y}(s) = (Y_{11}(s), Y_{12}(s), Y_{21}(s), Y_{22}(s), Y_{31}(s), Y_{32}(s), Y_{41}(s), Y_{42}(s))^T$ a provádím takové substituce (3.18,3.20,3.22,3.24,3.26,3.28,3.30,3.32) v jednotlivých algebraických rovnicích daného modelu (3.5-3.8), aby v každé rovnici zbyly pouze členy s alespoň první mocninou komplexní proměnné s . Následně obě strany rovnic vydělím s (v originále integruji podle času). Tento postup opakuji, dokud nezůstanou pouze algebraické rovnice (3.21,3.25,3.29,3.33). Uvedených dvanáct rovnic potom popisuje stav zadaného systému.

$$(m_1s^2 + (c_1 + c_2)s + (k_1 + k_2))X_1(s) - (c_2s + k_2)X_2(s) - F(s) = 0$$

$$sY_{11}(s) = F(s) + k_2X_2(s) - (k_1 + k_2)X_1(s) \quad (3.18)$$

$$Y_{11}(s) = (m_1s + (c_1 + c_2))X_1(s) - c_2X_2(s) \quad (3.19)$$

$$sY_{12}(s) = Y_{11}(s) + c_2X_2(s) - (c_1 + c_2)X_1(s) \quad (3.20)$$

$$Y_{12}(s) = m_1X_1(s) \quad (3.21)$$

$$(m_2s^2 + (c_2 + c_3 + c_a)s + (k_2 + k_3 + k_a))X_2(s) - (c_2s + k_2)X_1(s) - (c_3s + k_3)X_3(s) - (c_as + k_a)X_a(s) + U(s) = 0$$

$$sY_{21}(s) = k_2X_1(s) + k_3X_3(s) + k_aX_a(s) - (k_2 + k_3 + k_a)X_1(s) - U(s) \quad (3.22)$$

$$Y_{21}(s) = (m_2s + (c_2 + c_3 + c_a))X_2(s) - c_2X_1(s) - c_3X_3(s) - c_aX_a(s) \quad (3.23)$$

$$sY_{22}(s) = Y_{21}(s) + c_2X_1(s) + c_3X_3(s) + c_aX_a(s) - (c_2 + c_3 + c_a)X_2(s) \quad (3.24)$$

$$Y_{22}(s) = m_2X_2(s) \quad (3.25)$$

$$(m_3s^2 + (c_3 + c_4)s + (k_3 + k_4))X_3(s) - (c_3s + k_3)X_2(s) = 0$$

$$sY_{31}(s) = k_3X_2(s) - (k_3 + k_4)X_3(s) \quad (3.26)$$

$$Y_{31}(s) = (m_3s + (c_3 + c_4))X_3(s) - c_3X_2(s) \quad (3.27)$$

$$sY_{32}(s) = Y_{31}(s) + c_3X_2(s) - (c_3 + c_4)X_3(s) \quad (3.28)$$

$$Y_{32}(s) = m_3X_3(s) \quad (3.29)$$

$$(m_as^2 + c_as + k_a)X_a(s) - (c_as + k_a)X_2(s) = 0$$

$$sY_{41}(s) = k_aX_2(s) - k_aX_a(s) + U(s) \quad (3.30)$$

$$Y_{41}(s) = (m_as + c_a)X_a(s) - c_aX_2(s) \quad (3.31)$$

$$sY_{42}(s) = Y_{41}(s) + c_aX_2(s) - c_aX_a(s) \quad (3.32)$$

$$Y_{42}(s) = m_aX_a(s) \quad (3.33)$$

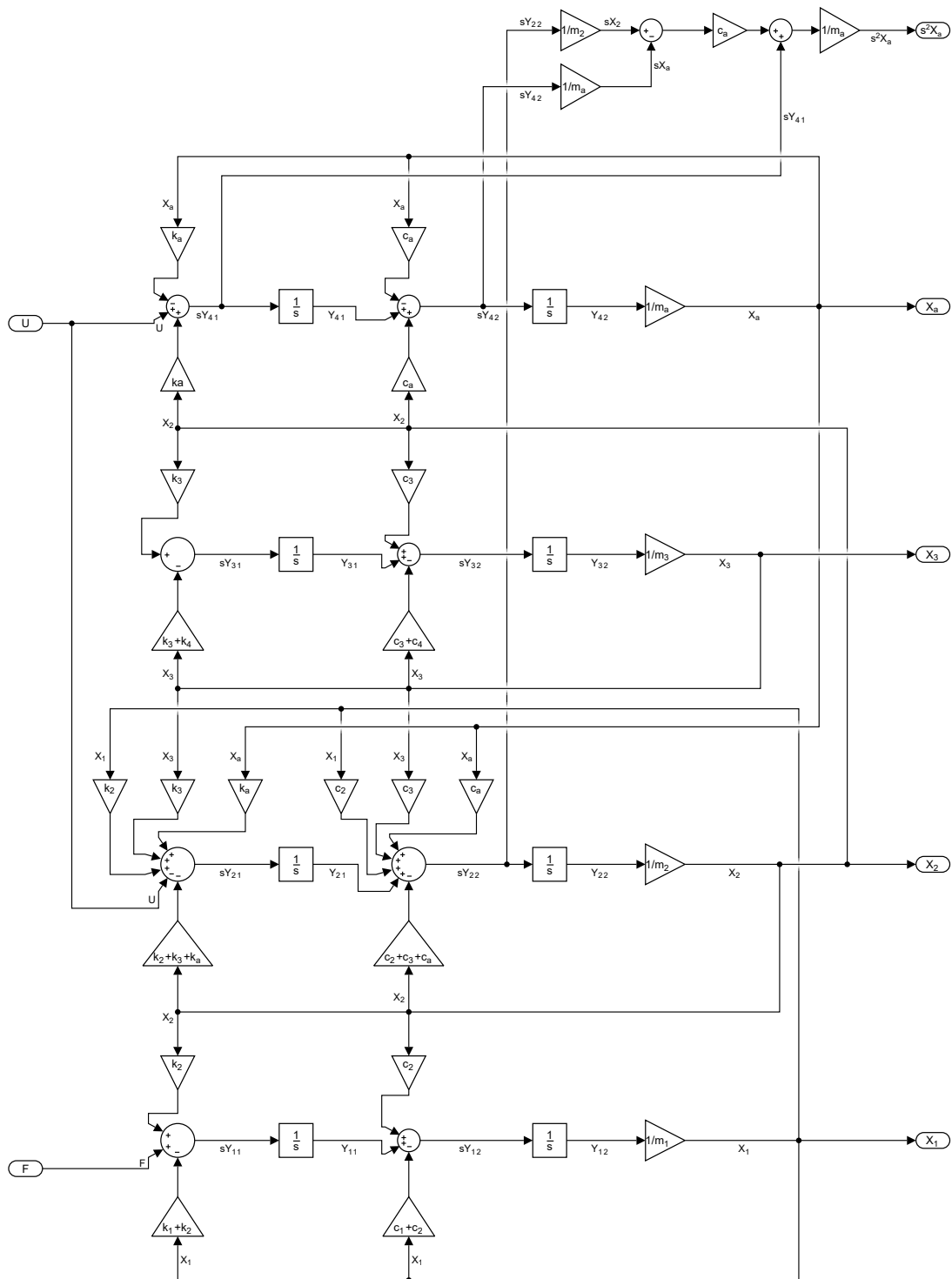
Stav systému můžeme také popsat maticově pomocí stavové (3.34) a výstupní (3.35) rovnice systému. Schematickou reprezentací těchto rovnic získám obecné stavové schéma systému na obr. 6.

$$s\mathbf{Y}(s) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{k_1+k_2}{m_1} & 0 & \frac{k_2}{m_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -\frac{c_1+c_2}{m_1} & 0 & \frac{c_2}{m_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_2}{m_1} & 0 & -\frac{k_2+k_3+k_a}{m_2} & 0 & \frac{k_3}{m_3} & 0 & \frac{k_a}{m_a} \\ 0 & \frac{c_2}{m_1} & 1 & -\frac{c_2+c_3+c_a}{m_2} & 0 & \frac{c_3}{m_3} & 0 & \frac{c_a}{m_a} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{k_3}{m_2} & 0 & -\frac{k_3+k_4}{m_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{c_3}{m_2} & 1 & -\frac{c_3+c_4}{m_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{k_a}{m_2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{k_a}{m_a} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{c_a}{m_2} & 0 & 0 & 1 & -\frac{c_a}{m_a} \end{bmatrix} \mathbf{Y}(s) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F(s) \\ U(s) \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$\mathbf{X}(s) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m_a} \end{bmatrix} \mathbf{Y}(s) \quad (3.35)$$

Jelikož bude nutné simulovat i zpětnou vazbu, tedy signál získaný akcelerometrem umístěným na hmotě m_a , bude třeba v simulačním modelu implementovat ještě jeden výstup ze soustavy, a to druhou derivaci polohy absorbéru:

$$s^2 X_a(s) = \frac{s^2 Y_{42}(s)}{m_a} = \frac{s(Y_{41}(s) + c_a X_2(s) - c_a X_a(s))}{m_a} \quad (3.36)$$



Obr. 6: Stavové schéma soustavy

4 Návrh řídicích algoritmů určených pro tlumení vibrací

4.1 Návrh parametrů řídicích algoritmů

Parametry řídicích algoritmů navrhuji podle požadavku na maximální tlumení pohybu první hmoty zadaného systému. Snažím se tedy nastavit takové parametry jednotlivých regulátorů, aby frekvenční přenos (3.16) síly $f(t)$ na výchylku hmoty $x_1(t)$ byl minimální, ideálně nulový. Pro nulový frekvenční přenos $G_{F1}(j\omega)$ stačí, aby byl nulový jeho čítec. Položím tedy čítec roven nule (4.1) a z rovnice vyjádřím potřebný tvar přenosu $P(j\omega)$ (frekvenční přenos akcelerace výchylky $x_a(t)$ na akční sílu $u(t)$) (4.2).

$$0 = ((B(j\omega) + C(j\omega))(D(j\omega) + R(j\omega)) + R(j\omega)D(j\omega)) * (E(j\omega) - P(j\omega) + Q(j\omega)) + E(j\omega)Q(j\omega)(D(j\omega) + R(j\omega))) \quad (4.1)$$

$$P(j\omega) = E(j\omega) + Q(j\omega) + \frac{E(j\omega)Q(j\omega)(D(j\omega) + R(j\omega))}{(B(j\omega) + C(j\omega))(D(j\omega) + R(j\omega)) + R(j\omega)D(j\omega)} \quad (4.2)$$

Nyní musím jednotlivé obecné předpisy frekvenčních přenosů zkoumaných zpětných vazeb porovnat s výrazem (4.2) a nastavit jejich parametry tak, aby si byly rovny. Dále musím brát v úvahu stabilitu celé soustavy. Soustava může být, i přes ideálně naladěné parametry, nestabilní. V takovém případě by daný algoritmus nebyl pro zjištěné parametry použitelný. Stabilitu budu pro každou zpětnou vazbu zkoumat pomocí Michajlovovo-Leonhardova kritéria. Následně pro každý z algoritmů vytvořím několik simulací, jednotlivé odezvy systému na budící sílu porovnam a vyberu vhodný regulátor pro experimentální ověření tlumících účinků.

4.1.1 PI regulátor

Jeden z nejběžněji používaných algoritmů pro zpětnovazební řízení je PI regulátor (PIR). Ten má dvě složky, proporcionalní a integrační. Proporcionalní složka funguje jako prostý zesilovač signálu ze zpětné vazby. Integrační složka regulátoru má dvě funkce, signál integruje, čímž ho částečně také filtruje a následně ho zesílí.

Obecný předpis PIR je v (4.3), kde g_{PIR} je zesílení proporcionalní složky a h je zesílení integrační složky.

$$u_{PIR}(t) = g_{PIR}\ddot{x}_a(t) + h \int \ddot{x}_a(t)dt \quad (4.3)$$

Laplaceovou transformací akční síly (4.3) získám obecný předpis přenosu $P_{PIR}(s)$

(4.5). Při transformaci uvažuji nulové počáteční podmínky $u_{PIR}(0) = 0$.

$$U_{PIR}(s) = (g_{PIR}s^2 + hs)X_a(s) \quad (4.4)$$

$$P_{PIR}(s) = g_{PIR}s^2 + hs \quad (4.5)$$

Symbolickým dosazením $s = j\omega$ do přenosu (4.5) získám frekvenční přenos pro PIR (4.6). Následným porovnáním výrazů (4.6) a (4.2) zjistím hodnoty parametrů PIR jako funkci tlumené frekvence (4.7-4.8).

$$P_{PIR}(j\omega) = -g_{PIR}\omega^2 + jh\omega \quad (4.6)$$

$$g_{PIR} = -\frac{\Re\{P(j\omega)\}}{\omega^2} \quad (4.7)$$

$$h = \frac{\Im\{P(j\omega)\}}{\omega} \quad (4.8)$$

4.1.2 Zpožděný rezonátor

Pokud jde o tlumení kmitání, jedním z často používaných algoritmů je takzvaný zpožděný rezonátor (DR). Tuto metodu poprvé představili N. Olgac a T. Holm-Hansen v [12]. Jde vlastně o prostý proporcionální regulátor, který má ovšem navíc na výstupu implementované ještě časové zpoždění. Velikost tohoto zpoždění je třeba přizpůsobit ideálnímu fázovému posunu akční síly vůči kmitající akceleraci absorbéru (případně rychlosti či poloze, podle zvolené zpětné vazby) tak, aby z absorbéru vznikl ideální rezonátor a pohyb požadované hmoty byl utlumen.

Obecný předpis DR je v (4.9), kde g_{DR} je zesílení zpětné vazby a τ_{DR} je časové zpoždění zásahu akční síly.

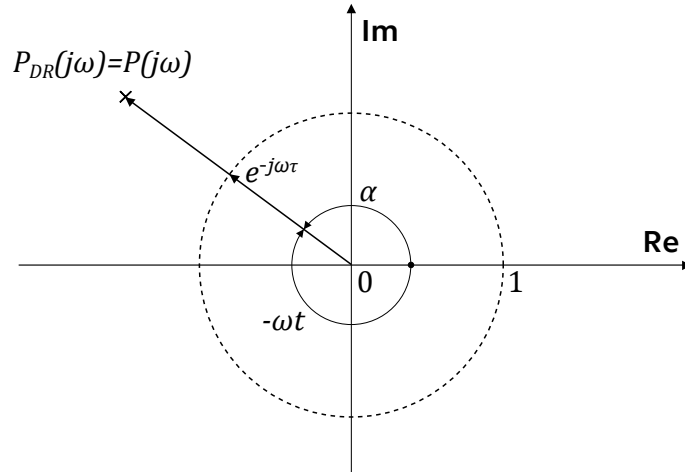
$$u_{DR}(t) = g_{DR}\ddot{x}_a(t - \tau_{DR}) \quad (4.9)$$

Laplaceovou transformací akční síly (4.9) získám obecný předpis přenosu $P_{DR}(s)$ (4.11).

$$U_{DR}(s) = s^2 g_{DR} e^{-s\tau_{DR}} X_a(s) \quad (4.10)$$

$$P_{DR}(s) = s^2 g_{DR} e^{-s\tau_{DR}} \quad (4.11)$$

Symbolickým dosazením $s = j\omega$ do (4.11) dostanu frekvenční přenos DR (4.12). Následně opět porovnáním výrazů (4.12) a (4.2) zjistím hodnoty parametrů DR. Jelikož $P_{DR}(j\omega)$ mám vyjádřený jako komplexní číslo v exponenciálním tvaru, potřebuji zjistit, jaký je modul čísla $P(j\omega)$ a jaký je jeho argument α (viz obr. 7). Podle těchto hodnot poté parametry DR nastavím (4.13-4.14).



Obr. 7: Grafické zobrazení $P_{DR}(j\omega)$ v komplexní rovině

$$P_{DR}(j\omega) = -\omega^2 g_{DR} e^{-j\omega\tau} \quad (4.12)$$

$$g_{DR} = -\frac{|P(j\omega)|}{\omega^2} = -\frac{\sqrt{\Re\{P(j\omega)\}^2 + \Im\{P(j\omega)\}^2}}{\omega^2} \quad (4.13)$$

$$\tau_{DR} = -\frac{\alpha - 2k\pi}{\omega}, k \in N^+ \quad (4.14)$$

Můžete si všimnout, že zpoždění τ_{DR} se opakuje po k -násobcích periody kmitů. Za ideálních podmínek budou totiž ve stejné fázi kmitu v libovolné periodě stejně velké stavové veličiny, a tím i stejně velká akční síla. Teoreticky je tedy jedno, ze které periody budu akční sílu počítat. Pokud vezmu v úvahu i měřený šum, na výběru periody pro výpočet zpoždění τ_{DR} také nezáleží, jelikož šum je náhodná veličina a není možné tedy výběrem jiné periody, ze které se vypočítá akční síla, účelně ovlivnit chování výsledné soustavy.

Toto ideální chování však přestává platit v případě, pokud vezmu v úvahu nepřesnost měření velikosti budící frekvence. Tím se totiž změní i velikost periody kmitů a s každým vyšším k -násobkem periody se úměrně zvyšuje i odchylka mezi vypočítaným a ideálním zpožděním τ_{DR} . To má za následek zhoršení tlumicích účinků DR. Výhoda výběru vyššího k by ovšem mohla spočívat v různých pásmech použitelnosti tohoto algoritmu řízení z důvodu změny pásem stability výsledné soustavy pro různé parametry DR. Z uvedených argumentů dále budu uvažovat $k \in \{1; 2; 3\}$.

4.1.3 Zpožděný rezonátor s distribuovaným zpožděním

Myšlenka funkce zpožděného rezonátoru s distribuovaným zpožděním (DDR) je principiálně založená na rezonátoru s prostým zpožděním. Akční síla zde ovšem není funkcí pouze jedné hodnoty zpožděné o τ_{DDR} , ale střední hodnoty z hodnot naměřených v čase $\langle t - \tau_{DDR}; t \rangle$. Výhoda tohoto algoritmu spočívá oproti DR hlavně v částečné filtraci šumu,

který se objevuje v měřeném signálu z akcelerometru.

Obecný předpis DDR je v (4.15) [5], kde g_{DDR} je zesílení zpětné vazby a τ_{DDR} udává interval časového zpoždění, ze kterého je zjišťována střední hodnota $\ddot{x}_a(t)$ a z té je vypočtena velikost zásahu akční síly.

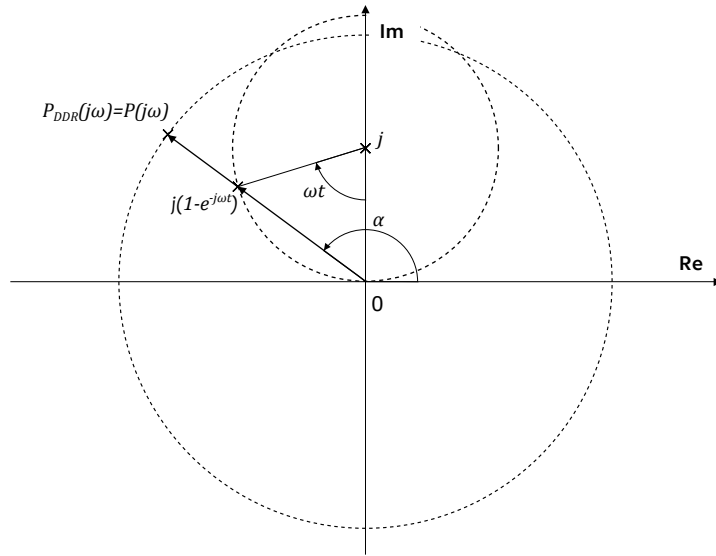
$$u_{DDR}(t) = \frac{g_{DDR}}{\tau_{DDR}} \int_0^{\tau_{DDR}} \ddot{x}_a(t - \sigma) d\sigma \quad (4.15)$$

Pro nulové počáteční podmínky $u_{DDR}(0) = 0$ opět provedu Laplaceovou transformaci akční síly (4.15) a získám obecný předpis přenosu $P_{DDR}(s)$ (4.17).

$$U_{DDR}(s) = \frac{g_{DDR}(1 - e^{-s\tau_{DDR}})s^2 X_a(s)}{s\tau_{DDR}} \quad (4.16)$$

$$P_{DDR}(s) = s \frac{g_{DDR}}{\tau_{DDR}} (1 - e^{-s\tau_{DDR}}) \quad (4.17)$$

Symbolickým dosazením $s = j\omega$ do (4.17) získám frekvenční přenos DDR (4.18). Následně grafickým zobrazením hodnot (4.2) a (4.18) v komplexní rovině (obr. 8) a jejich grafickým porovnáním mohou vyjádřit hodnoty parametrů g_{DDR} a τ_{DDR} .



Obr. 8: Grafické zobrazení $P_{DDR}(j\omega)$ v komplexní rovině

Z obr. 8 je vidět, že pro $\Im\{P_{DDR}(j\omega)\} \geq 0$ je $g_{DDR} \geq 0$ a pro $\Im\{P_{DDR}(j\omega)\} < 0$ je $g_{DDR} < 0$, jelikož zpoždění τ_{DDR} musí být vždy kladné. Platí tedy, že pro $\alpha \in (\pi; 2\pi)$ budou parametry stejné jako pro argument $\alpha - \pi$, ale zesílení g_{DDR} bude záporné (4.20-4.21).

$$P_{DDR}(j\omega) = \omega \frac{g_{DDR}}{\tau_{DDR}} j(1 - e^{-j\omega\tau_{DDR}}) \quad (4.18)$$

$$\alpha \in \langle 0; \pi \rangle : \tau_{DDR} = \frac{2(\pi - \alpha + (k-1)\pi)}{\omega}, k \in N^+ \quad (4.19)$$

$$g_{DDR} = \frac{\tau_{DDR} |P(j\omega)|}{\omega |1 - e^{-j\omega\tau_{DDR}}|} = \frac{\tau_{DDR} \sqrt{\Re\{P(j\omega)\}^2 + \Im\{P(j\omega)\}^2}}{\omega |1 - e^{-j\omega\tau_{DDR}}|} \quad (4.20)$$

$$\alpha \in (\pi; 2\pi) : \tau_{DDR} = \frac{2(2\pi - \alpha + (k-1)\pi)}{\omega}, k \in N^+ \quad (4.21)$$

$$g_{DDR} = -\frac{\tau_{DDR} |P(j\omega)|}{\omega |1 - e^{-j\omega\tau_{DDR}}|} = \frac{\tau_{DDR} \sqrt{\Re\{P(j\omega)\}^2 + \Im\{P(j\omega)\}^2}}{\omega |1 - e^{-j\omega\tau_{DDR}}|} \quad (4.22)$$

Z rovnic (4.19,4.21) je opět vidět, stejně jako u DR, že hodnot τ_{DDR} je teoreticky nekonečně mnoho, jelikož se opakují po k -násobcích periody kmitů. To je možné díky tomu, že v ideálním případě má vliv na velikost akční síly (4.15) pouze integrál $\int_0^{\tau_{DDR}|k=1} \ddot{x}_a(t - \sigma) d\sigma$. Integrál z dalších k -násobků periody je totiž teoreticky vždy nulový, jelikož průběh $\ddot{x}_a(t)$ je sinusový a na velikost akční síly tedy nemá vliv výběr vyšších k -násobků periody kmitů. Na rozdíl od DR má ovšem DDR výhodu v částečné filtraci šumu, jelikož akční sílu ovlivní pouze střední hodnota šumu na nějakém časovém intervalu. Tato střední hodnota se potom se zvětšujícím se intervalem snižuje. Čím vyšší k tedy budeme uvažovat, tím lépe odfiltrujeme naměřený šum.

Na druhou stranu i pro DDR opět platí zhoršující se tlumicí účinky pro vyšší zvolené k z důvodu nepřesně vyhodnocené budicí frekvence. I zde tedy budu dále uvažovat pouze $k \in \{1; 2; 3\}$.

4.2 Kontrola stability

Vzhledem k tomu, že již znám parametry přenosů jednotlivých zpětných vazeb, můžu zkoumat stabilitu výsledného systému naladěného pro různé budicí frekvence. Zadané pásmo působnosti aktivního tlumení soustavy je pro budicí frekvence $\omega = \langle 10; 20 \rangle \text{ rad.s}^{-1}$. Pro toto pásmo tedy ověřím stabilitu pomocí Michajlovových hodografů s výhodným využitím Poincarého transformace souřadnic (2.10) pro lepší přehlednost.

Michajlovovův hodograf je grafické zobrazení Michajlovovy funkce $M(j\omega)$ v komplexní rovině. Tuto funkci získám symbolickou substitucí $s = j\omega$ do charakteristického polynomu (3.17). $M(j\omega)$ nebudu z důvodu velmi vysokého počtu členů rozepisovat obecně, ale dosadím rovnou zadané parametry soustavy a vyčísím jej pouze jako funkci budicí

frekvence, imaginární jednotky j a frekvenčního přenosu regulátorů $P(j\omega)$.

$$\begin{aligned}
M(j\omega, P(j\omega)) \doteq & 0,5\omega^8 - 6j\omega^7 + (P(j\omega) - 1050)\omega^6 + (8370 - 9P(j\omega))j\omega^5 \\
& + (6,72 * 10^5 - 1720P(j\omega))\omega^4 + (9210P(j\omega) - 3,06 * 10^6)j\omega^3 \\
& + (7,88 * 10^5 P(j\omega) - 1,52 * 10^8)\omega^2 \\
& + (2,72 * 10^8 - 1,64 * 10^6 P(j\omega))j\omega - 81 * 10^6 P(j\omega) + 9480 * 10^6
\end{aligned} \tag{4.23}$$

Příklad komplexních polynomů $M(j\omega)$ zadaného systému pro jednotlivé řídicí algoritmy pro $\omega = 14 \text{ rad.s}^{-1}$ (pro DR a DDR je $k = 1$):

$$\begin{aligned}
M_{PIR}(j\omega)|_{\omega=14} \doteq & 0,0649\omega^8 - 0,575j\omega^7 - 286\omega^6 + 1770j\omega^5 + 3,15\omega^4 * 10^5 \\
& + 1,16j\omega^3 * 10^6 - 1,14\omega^2 * 10^8 + 1,50j\omega * 10^8 + 9,48 * 10^9
\end{aligned} \tag{4.24}$$

$$\begin{aligned}
M_{DR}(j\omega)|_{\omega=14, k=1} \doteq & (0,5 - 0,448e^{-j\omega 0,242})\omega^8 - (6 + 4,03e^{-j\omega 0,242})j\omega^7 \\
& - (1050 + 771e^{-j\omega 0,242})\omega^6 + (8370 + 4130e^{-j\omega 0,242})j\omega^5 \\
& + (6,72 + 3,53e^{-j\omega 0,242})10^5\omega^4 - (30,6 + 7,33e^{-j\omega 0,242})10^5j\omega^3 \\
& - (15,1 + 3,63e^{-j\omega 0,242})10^7\omega^2 + 2,72 * 10^8j\omega + 9,48 * 10^9
\end{aligned} \tag{4.25}$$

$$\begin{aligned}
M_{DDR}(j\omega)|_{\omega=14, k=1} \doteq & 0,5\omega^8 + (7,045 - 13e^{-j\omega 0,0347})j\omega^7 \\
& - (931 + 117e^{-j\omega 0,0347})\omega^6 - (1,41 - 2,245e^{-j\omega 0,0347})10^4j\omega^5 \\
& + (5,51 + 1,20e^{-j\omega 0,0347})10^5\omega^4 + (7,21 - 10,28e^{-j\omega 0,0347})10^6j\omega^3 \\
& - (13,1 + 2,13e^{-j\omega 0,0347})10^7\omega^2 - (7,84 - 10,6e^{-j\omega 0,0347})10^8j\omega \\
& + 9,48 * 10^9
\end{aligned} \tag{4.26}$$

Jelikož Michajovovy funkce pro systémy s řízením PIR a DDR v (4.24-4.25) jsou osmého řádu, tak aby byly tyto systémy stabilní, musí platit podmínky:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \Delta \arg\{M_{DDR}(j\omega)|_{\omega=14, k=1}\} = 4\pi \tag{4.27}$$

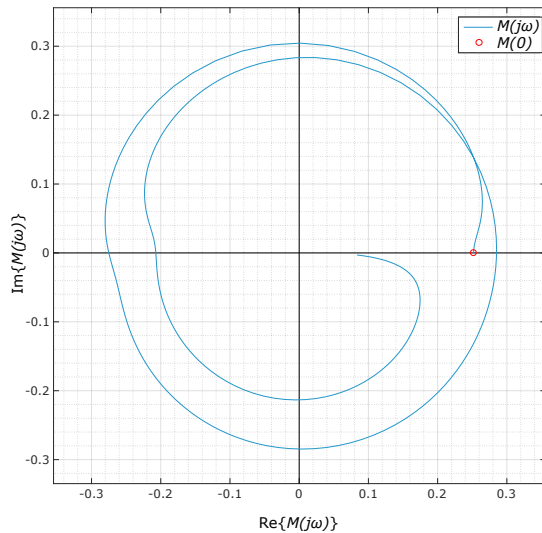
$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \Delta \arg\{M_{PIR}(j\omega)|_{\omega=14}\} = 4\pi \tag{4.28}$$

Systém s neutrálním zpožděním řízený DR z (4.25) je také osmého řádu, a protože $\sum_{i=1}^m |a_{ni}| = 0,8965$, tak podle 2.9 musí být $\Phi = 1,1117$. Pokud má být soustava stabilní

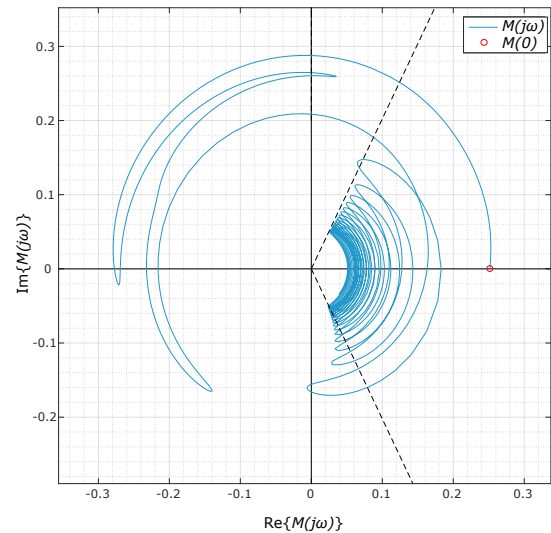
musí tedy platit:

$$4\pi - 1,1117 \leq \Delta \arg \{M_{DR}(j\omega)|_{\omega=14, k=1}\}_{\omega \in (0; \infty)} \leq 4\pi + 1,1117 \quad (4.29)$$

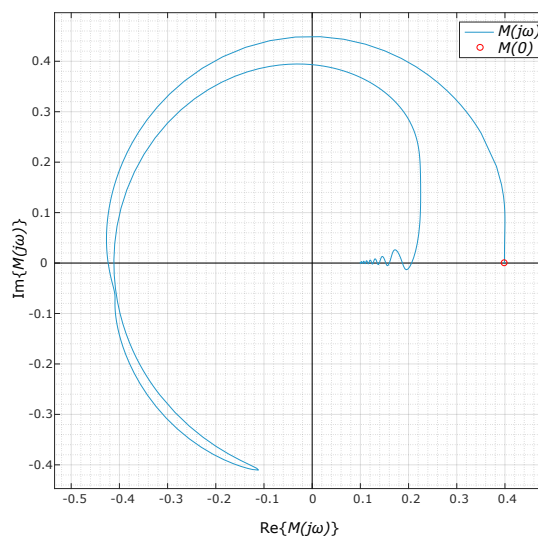
Výsledné Michajlovovy hodografy pro $\omega = 14 \text{ rad.s}^{-1}$ jsou zobrazeny na obr. 9a-9c.



(a) PIR



(b) DR_{|k=1}

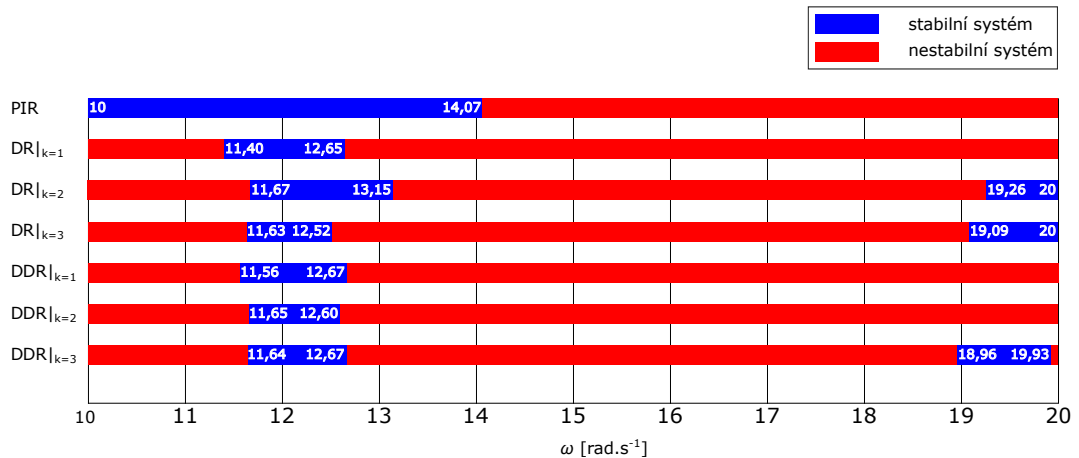


(c) DDR_{|k=1}

Obr. 9: Michajlovovy hodografy pro $\omega = 14 \text{ rad.s}^{-1}$ pro vybrané řídicí algoritmy

Z hodografů zobrazených na obr. 9a-9c je tedy možné vyčíst, že systém řízený PIR s navrženými parametry pro tlumení budící frekvenci $\omega = 14 \text{ rad.s}^{-1}$ je stabilní. Naopak je vidět, že systém řízený DDR_{|k=1} a DR_{|k=1} je pro stejnou budící frekvenci nestabilní a tyto algoritmy jsou pro tlumení v tomto případě nepoužitelné.

Takto otestuji stabilitu systému na celém požadovaném rozsahu působnosti aktivního tlumení ω , kde zvolím krok testovací frekvenci $\Delta\omega = 0.01 \text{ rad.s}^{-1}$. Pro jednotlivé algoritmy tak zjistím pásma jejich možného využití, jejichž grafické znázornění je na obr.10.



Obr. 10: Přehled stability zadaného systému řízeného uvažovanými řídicími algoritmy v závislosti na budící frekvenci ω

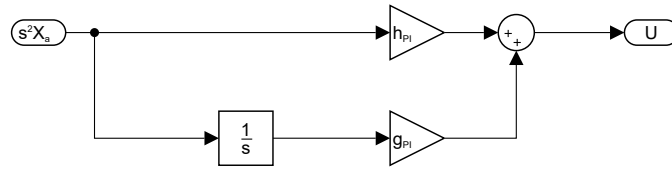
4.3 Simulace a porovnání řídicích algoritmů

Pro stabilní oblast z obr. 10 vyberu frekvenci, pro kterou vytvořím simulaci v prostředí Simulink. Funkční blokový diagram zadaného systému je již sestavený na obr. 6. Nyní ještě potřebuji implementovat zapojení zpětných vazeb. Blokové zapojení jednotlivých přenosů regulátorů z (4.5,4.11,4.17) je na obr. 11.

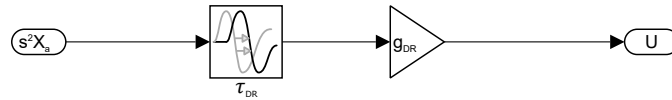
Při simulování budu uvažovat reálné podmínky, za kterých bude systém realizován. Do simulačního modelu tedy zahrnu i maximální vzorkovací frekvenci použité řídicí jednotky, která zvládne měnit vstup a výstup s frekvencí cca 500 Hz. V jednotlivých simulacích nastavím pro prvních deset sekund ustálené chování systému s pasivním tlumením, tedy s vypnutým akčním členem. V čase $t = 10 \text{ s}$ potom zapnu regulátor a zobrazím dalších dvacet sekund.

Výběr budící frekvence pro vytvoření simulace budu volit z obr. 10 tak, aby bylo možné jednotlivé algoritmy porovnat. Simulaci tedy provedu pro frekvenci $\omega = 12 \text{ s}^{-1}$. Provedené simulace jsou na obr. 12-13.

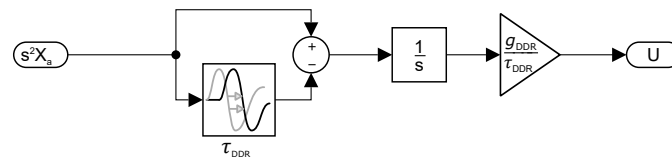
Z provedených simulací je vidět, že průběh kmitání soustavy se dá rozdělit na tři části. V první části kmitá hmota pasivně, ve druhé je zapnut regulátor a amplituda kmitů se postupně snižuje. Ve třetí části je již pohyb hmoty ustálen na nižší amplitudě reziduálních kmitů s tím, že dochází k malým odchýlkám v jejich pravidelnosti a amplitudě. Vytvořené simulace využiji k porovnání tlumicích algoritmů podle dvou srovnávacích kritérií. Prvním



(a) PIR



(b) DR



(c) DDR

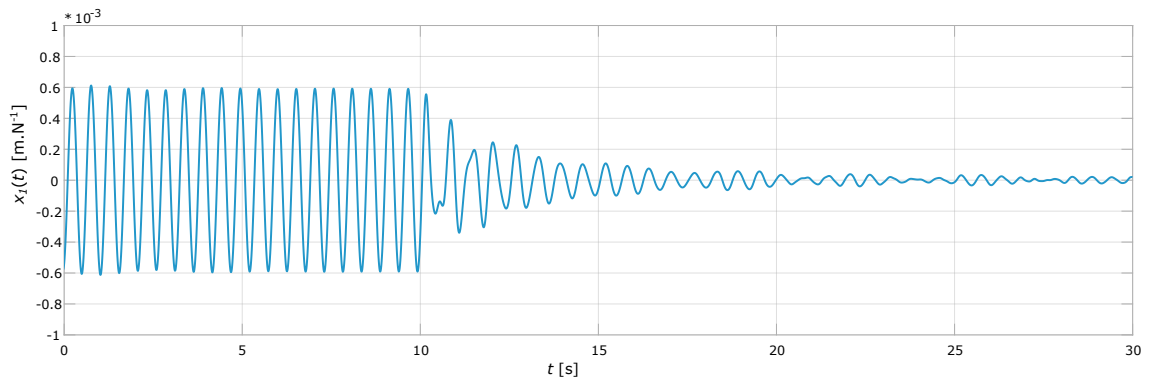
Obr. 11: Schéma zapojení jednotlivých regulátorů

je rychlost přechodu na ustálené aktivně tlumené kmity a druhým je amplituda těchto reziduálních kmitů.

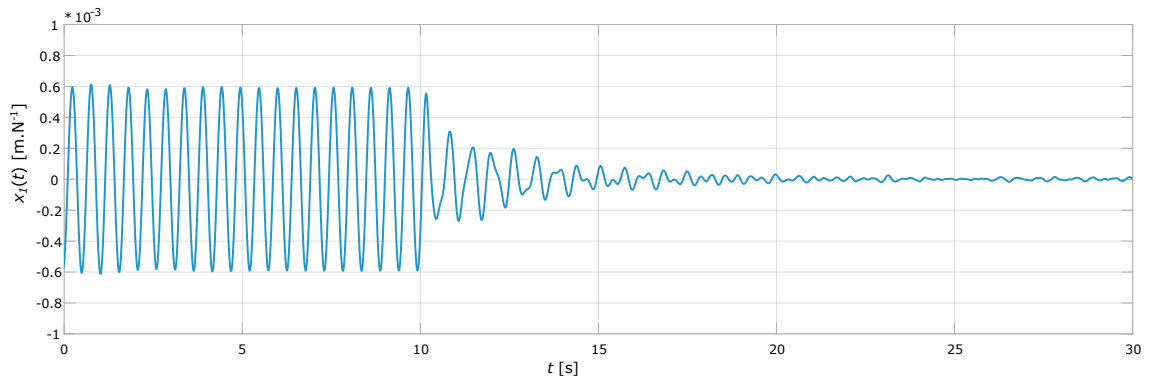
4.3.1 Kritérium reziduálních kmitů

Ze zobrazených simulací je na první pohled patrný rozdíl v reziduálních kmitech soustavy řízené pomocí DR a zbylými dvěma typy řízení. DR utlumil vibrace v soustavě buzené frekvencí $\omega = 12 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ jednoznačně nejlépe, přičemž nejlépe tlumí $\text{DR}|_{k=2}$. Abych mohl explicitně porovnat rozdíl v reziduálních kmitech tlumené hmoty pro jednotlivé algoritmy, vypočítám poměr střední hodnoty z absolutní hodnoty výchylky ustálených kmitů soustavy s aktivním tlumením a střední hodnoty z absolutní hodnoty ustálených kmitů při pasivním tlumení podle rovnice (4.30). Časy t_1 a t_2 omezují dobu, kde soustava kmitá ustáleně s pasivním tlumením a časy t_3 a t_4 omezují dobu, kde soustava kmitá ustáleně s aktivním tlumením. Vypočítané hodnoty pro vybrané budicí frekvence jsou sepsané v tab. 2.

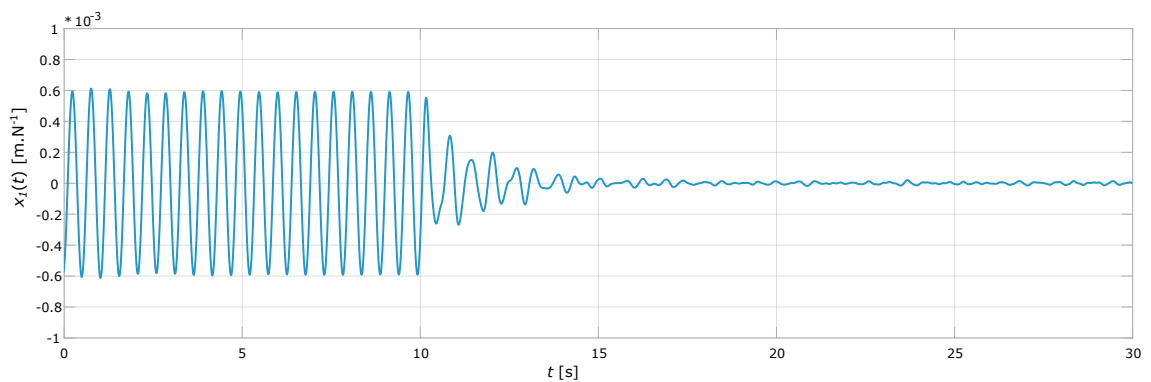
$$J = \frac{\int_{t_3}^{t_4} |x_1(t)| dt}{t_4 - t_3} \bigg/ \frac{\int_{t_1}^{t_2} |x_1(t)| dt}{t_2 - t_1} \quad (4.30)$$



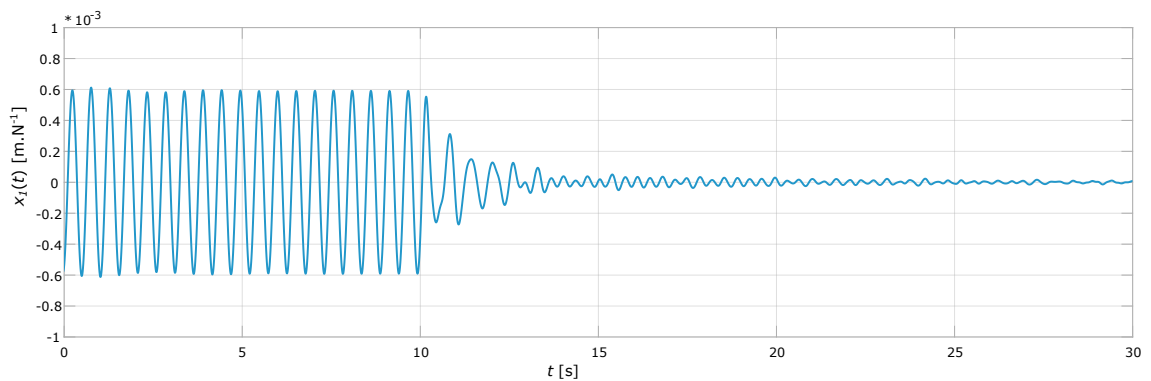
(a) Systém řízený PIR pro $\omega = 12\text{rad.s}^{-1}$ ($g_{PIR} = -0,0242 \text{Ns}^2\text{m}^{-1}$, $h = 0,8978 \text{Nsm}^{-1}$)



(b) Systém řízený $\text{DR}|_{k=1}$ pro $\omega = 12\text{rad.s}^{-1}$ ($g_{DR} = -0,0786 \text{Ns}^2\text{m}^{-1}$, $\tau_{DR} = 0,4188 \text{s}$)

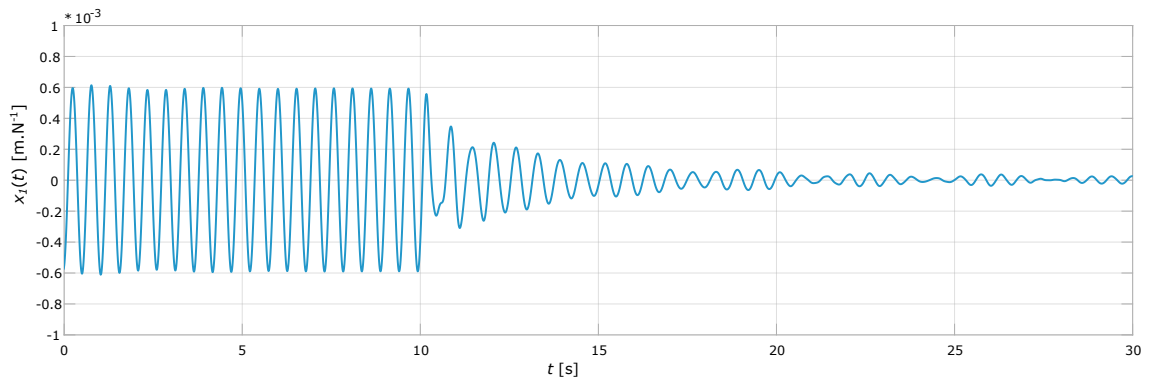


(c) Systém řízený $\text{DR}|_{k=2}$ pro $\omega = 12\text{rad.s}^{-1}$ ($g_{DR} = -0,0786 \text{Ns}^2\text{m}^{-1}$, $\tau_{DR} = 0,9424 \text{s}$)

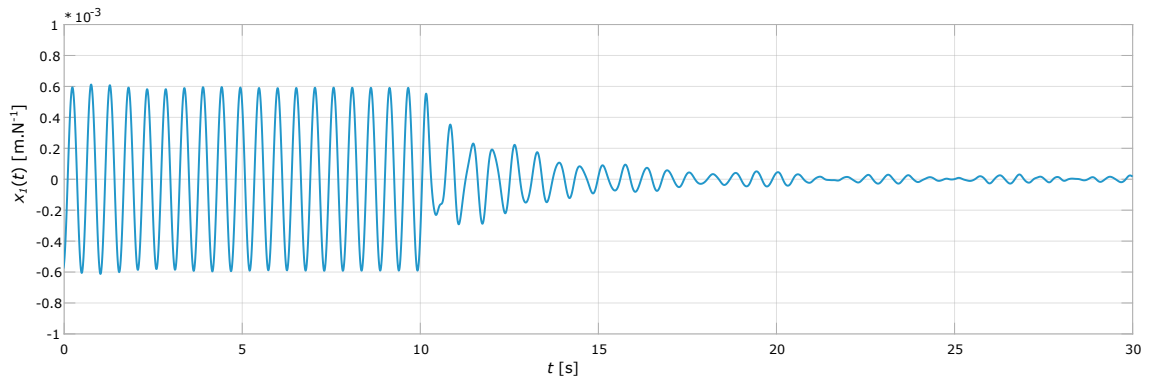


(d) Systém řízený $\text{DR}|_{k=3}$ pro $\omega = 19,8\text{rad.s}^{-1}$ ($g_{DR} = -0,0786 \text{Ns}^2\text{m}^{-1}$, $\tau_{DR} = 1,4660 \text{s}$)

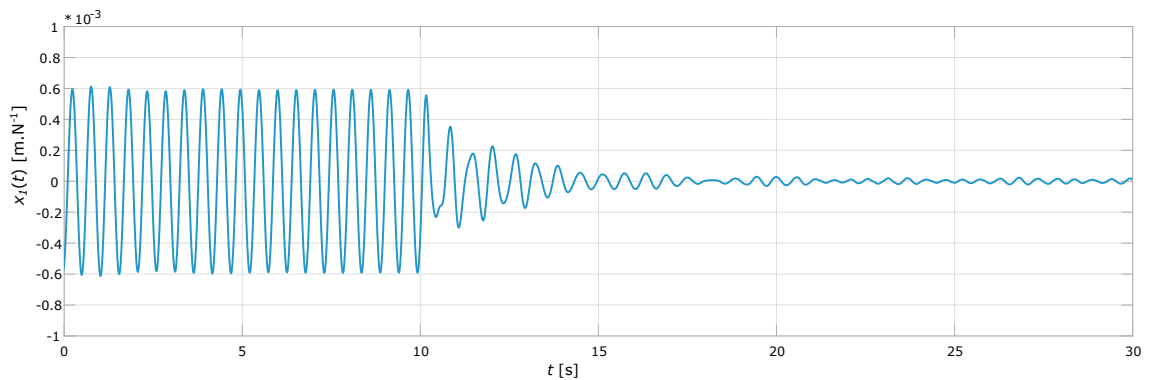
Obř. 12: Simulace chování systému řízeného vybranými algoritmy



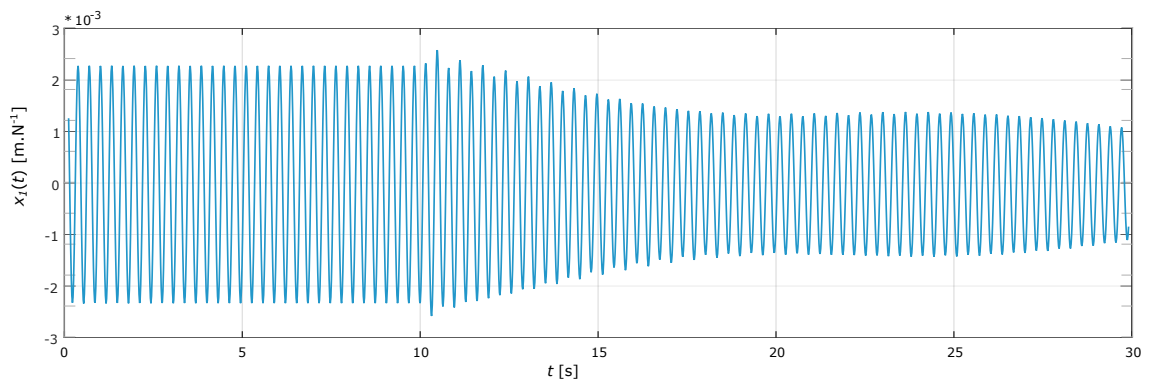
(a) Systém řízený $DDR|_{k=1}$ pro $\omega = 12\text{rad.s}^{-1}$ ($g_{DDR} = 0,1558 \text{Ns}^2\text{m}^{-1}$, $\tau_{DDR} = 0,3140 \text{s}$)



(b) Systém řízený $DDR|_{k=2}$ pro $\omega = 12\text{rad.s}^{-1}$ ($g_{DDR} = 0,4155 \text{Ns}^2\text{m}^{-1}$, $\tau_{DDR} = 0,8376 \text{s}$)



(c) Systém řízený $DDR|_{k=3}$ pro $\omega = 12\text{rad.s}^{-1}$ ($g_{DDR} = 0,6752 \text{Ns}^2\text{m}^{-1}$, $\tau_{DDR} = 0,1,3612 \text{s}$)



(d) Systém řízený $DR|_{k=3}$ pro $\omega = 19,8\text{rad.s}^{-1}$ ($g_{DR} = -0,0786 \text{Ns}^2\text{m}^{-1}$, $\tau_{DR} = 0,4188 \text{s}$)

Obř. 13: Simulace chování systému řízeného vybranými algoritmy

4.3.2 Kritérium rychlosti přechodu na ustálené aktivně tlumené vibrace

Druhým kritériem použitým k porovnání zpětných vazeb je rychlost přechodu k ustáleným kmitům aktivního tlumení. Teoreticky je odezva systému na periodický vstup kombinací složek ustáleného kmitání, u kterých je amplituda konstantní, a složek, jejichž amplituda exponenciálně s časem klesá (případně roste, pokud je soustava nestabilní). Rychlost tohoto poklesu je závislá na časových konstantách jednotlivých složek. Čím blíže jsou kořeny charakteristické rovnice k imaginární ose, tím větší je časová konstanta a pomalejší útlum těchto přechodových kmitů. Na dobu trvání přechodu k ustálenému kmitání soustavy mají tedy největší vliv ty kořeny charakteristické rovnice, které se nacházejí nejvíce vpravo v komplexní rovině. Budu-li tedy předpokládat, že existuje jeden takto dominantní kořen, mohu ostatní zanedbat a exponenciální útlum přechodného kmitání popsat jednou časovou konstantou. Jejich hodnoty potom využiji pro porovnání kvality tlumení jednotlivých algoritků.

Časovou konstantu zjistím z provedených simulací, pokud extrapoluji absolutní hodnoty amplitud vrcholů jednotlivých kmitů vyskytujících se v oblasti přechodu. Pro extrapolaci zvolím metodu nejmenších čtverců. Chci tedy nalézt časovou konstantu τ_0 exponenciální funkce

$$z(t) = he^{\alpha t} \quad (4.31)$$

takovou, aby hodnota funkce $\psi(\alpha)$ byla minimální v bodě $\alpha_0 = \frac{1}{\tau_0}$:

$$\begin{aligned} \min \psi(\alpha) &= \psi(\alpha_0) \\ \psi(\alpha) &= \sum_{i=1}^m (z(t_i - t_s) - z_i)^2 \end{aligned} \quad (4.32)$$

Proměnná m udává počet extrapolovaných vrcholů kmitů, z_i jsou hodnoty amplitud kmitání získané ze simulace v čase t_i , t_s je čas spuštění aktivního tlumení, h je střední hodnota amplitudy ustálených kmitů pasivně tlumené soustavy a α je vlastní útlum.

Vzhledem k tomu, že pro získání řešení daného problému musíme vyřešit systém nelineárních rovnic, převádí se tato úloha na úlohu nalezení lineární funkce [18]. Zlogaritmováním rovnice (4.31) získám rovnici:

$$\ln(z) = \ln(h) + \alpha t \quad (4.33)$$

Pokud dále definuji, že $Z = \ln(z)$ a $H = \ln(h)$, tak mohu převést problém extrapolování původních naměřených hodnot $\{(t_i, z_i)\}_{i=1}^m$ exponenciální funkcí (4.31) na problém extrapolování hodnot $\{(t_i, Z_i)\}_{i=1}^m$ lineární funkcí ve formě $H + \alpha t$ pro neznámou hodnotu

vlastního úhlu α [15]. Ukazuje se, že lepších výsledků extrapolace se dosahuje při použití metody nejmenších vážených čtverců, kde jako váhy jednotlivých čtverců bereme druhé mocniny hodnot v daném bodě [18]. Budu tedy minimalizovat funkci:

$$\psi(\alpha) = \sum_{i=1}^m z_i^2 (H + \alpha(t_i - t_s) - \ln(z_i))^2 \quad (4.34)$$

Minimum této funkce zjistím pomocí její první derivace, pokud ji pološím rovnu nule:

$$0 = \frac{d\psi(\alpha)}{d\alpha} = \sum_{i=1}^m 2z_i^2 (H + \alpha_0(t_i - t_s) - \ln(z_i)) (t_i - t_s) \quad (4.35)$$

Hodnotu zjišťované časové konstanty τ_0 následně získám jako převrácenou hodnotu záporně vzatého vlastního útlumu z rovnice (4.35) ve tvaru:

$$\tau_0 = \frac{1}{-\alpha_0} = \frac{\sum_{i=1}^m z_i^2 (t_i - t_s)^2}{\sum_{i=1}^m z_i^2 (t_i - t_s) (H - Z_i)} \quad (4.36)$$

Vypočítané hodnoty pro vybrané budicí frekvence jsou sepsané v tab. 2.

4.3.3 Srovnání tlumicích algoritmů

Pro porovnání jednotlivých typů regulátorů na základě daných kritérií vyberu šest budicích frekvencí. Přehled všech zjištěných hodnot je v tab. 2. Z některých provedených simulací je vidět, že i když je pro danou budicí frekvenci systém stabilní, stále nemusí být řídicí algoritmus, vzhledem k pomalému útlumu a tím i malé robustnosti, použitelný. Příkladem je simulace systému s regulátorem $DR|_{k=3}$ pro $\omega = 19,8 \text{ rad.s}^{-1}$, která je zobrazena na obr. 13d.

Ze srovnávací tabulky je vidět, že žádný z řídicích algoritmů nemá na celém rozsahu budicích frekvencí jednoznačně nejlepší vlastnosti. Obecně by tedy mohlo být tlumení řešeno v dané aplikaci různými algoritmy řízení podle momentálně používané budicí frekvence. Můžeme si ale například všimnout, že nejrychlejší odezvu systému na zapnutí regulátoru má ve většině případů $DR|_1$. Také je vidět, že jediným použitelným regulátorem pro budicí frekvence v okolí $\omega = 19 \text{ rad.s}^{-1}$ je $DDR|_3$. Pokud jde o nejlepší útlum, tedy nejnižší vyhodnocený parametr J podle zvoleného kritéria, tak ten je dosažen regulátorem $DR|_2$ při buzení silou o frekvenci $\omega = 12 \text{ rad.s}^{-1}$.

Můžeme říci, že výběr použité zpětné vazby záleží na několika různých faktorech, kterými jsou například velikost použité budicí frekvence (jak z hlediska stability výsledného systému, tak z hlediska různých vlastností řízených systémů pro různé budicí frekvence), důraz na požadavek na rychlost útlumu kmitů při zapnutí regulátoru nebo na kvalitu potlačení

T_0 [s]	ω [s ⁻¹]					
	11,8	12	12,2	12,5	19,4	19,8
PIR	5,20	5,24	4,97	4,22	x	x
DR _{$k=1$}	3,07	3,39	3,11	4,96	x	x
DR _{$k=2$}	3,36	3,64	3,45	6,31	-	-
DR _{$k=3$}	3,58	3,57	3,98	5,99	-	-
DDR _{$k=1$}	5,76	6,43	4,72	7,31	x	x
DDR _{$k=2$}	6,23	6,41	4,69	4,71	x	x
DDR _{$k=3$}	4,56	5,12	3,82	3,98	9,51	7,87

$J*10^{-2}$ [-]	ω [s ⁻¹]					
	11,8	12	12,2	12,5	19,4	19,8
PIR	2,79	2,91	2,79	2,11	x	x
DR _{$k=1$}	5,37	1,67	2,86	5,58	x	x
DR _{$k=2$}	5,94	1,32	2,83	7,87	-	-
DR _{$k=3$}	6,87	1,86	1,36	3,07	-	-
DDR _{$k=1$}	6,51	3,25	2,64	2,99	x	x
DDR _{$k=2$}	9,08	2,77	2,51	2,47	x	x
DDR _{$k=3$}	4,99	2,55	2,52	2,54	12,6	14,8

Tab. 2: Srovnávací tabulka. (x nestabilní systém pro regulátor naladěný pro dané ω , - stabilní systém, ale nepoužitelný regulátor pro dané ω)

vibrací, vlastnosti použitého akcelerometru a velikost okolního rušení jeho signálu, přesnost měřené budicí frekvence a další.

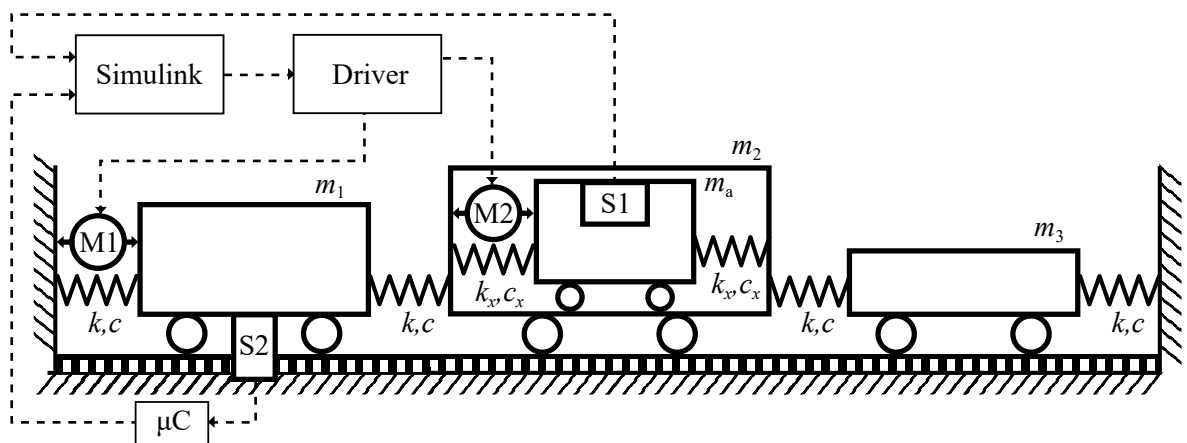
Vzhledem ke složitosti simulace reálně naměřeného šumu jsem do provedených simulací tento parametr nezahrnul. V experimentálním ověření chování soustavy s vybraným řídicím algoritmem již ovšem bude tento parametr znatelný. Z tohoto důvodu dám přednost výhodným vlastnostem regulátoru DDR, který průměruje naměřený šum na intervalu o velikosti τ_{DDR} , čímž ho částečně filtruje. Pro experimentální ověření chování soustavy jsem tedy vybral regulátor DDR s největším uvažovaným dopravním zpožděním τ_{DDR} tak, aby mohl být šum co nejlépe potlačen. Jelikož již dále pracuji pouze s řídicím algoritmem DDR₃, budu značit τ_{DDR} jen jako τ a g_{DDR} jako g .

5 Experimentální ověření chování soustavy řízené vybraným algoritmem

Fyzická soustava použitá pro experiment byla dokončena krátce před termínem odevzdání práce, a proto z důvodu neznalosti parametrů této struktury v době zpracovávání simulací byly předešlé simulace provedeny pro stejně navrženou mechanickou strukturu, ovšem s odlišnými parametry. Návrh a sestavení fyzické soustavy nebyly cílem této práce. Cílem této práce je navrhnout a implementovat řídicí zpětnou vazbu, navrženou pro tlumení vibrací v dané soustavě.

Pro implementaci řídicího algoritmu je použito prostředí Simulink. Rychlost vzorkování je nastavena na 400 Hz. Zrychlení absorbéru použité pro zpětnou vazbu je měřeno analogovým akcelerometrem (S2), který je schopný měřit ± 5 g. Napěťový výstup akcelerometru je připojen k počítači pomocí měřicí karty AD 622. Výsledný pohyb tlumené hmoty je měřen inkrementálním magnetickým snímačem polohy (S2) s krokem 0,025 mm. Senzor je připojen k mikrokontroléru (μC) zpracovávajícímu naměřená data, která jsou dále do počítače posílána s využitím sériové komunikace.

Soustava je sestavena ze tří vozíčků o různých hmotnostech m_1 , m_2 a m_3 , představujících jednotlivé hmoty. Ty jsou umístěny na lineárním kuličkovém vedení s nízkým koeficientem tření. Vozíčky jsou sériově spojeny čtyřmi stejnými tažnými předeprnutými pružinami o tuhosti k a konstantě tlumení c . Uvnitř prostředního vozíčku je dalšími dvěma tažnými pružinami o tuhosti k_x a konstantě tlumení c_x připojen vozíček o hmotnosti m_a , představující hltič kmitů. Tuhost pružin výrobce udává $k = 758,2 \text{ N.m}^{-1}$ a



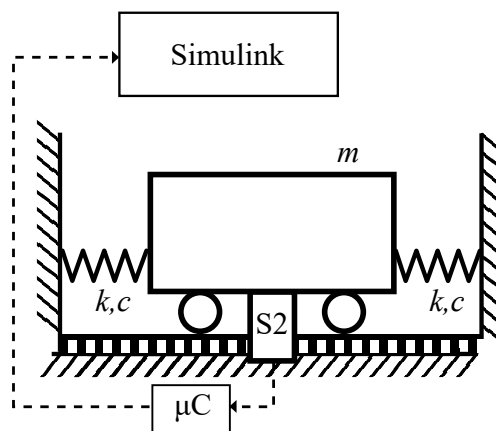
Obr. 14: Schéma experimentální soustavy

$k_x = 201,6 \text{ N.m}^{-1}$ s maximální odchylkou $\pm 10\%$. Jako tlumení v soustavě budu uvažovat jen odpor proti rychlosti deformace pružin. Zbylé odporové síly zanedbám. Tím se dopustím malé odchylky ve vypočítaných parametrech zpětné vazby, které ovšem stejně musí být přesně naladěny až experimentálně.

Jako budicí člen (M1) a aktivní člen absorbéru (M2) jsou využity takzvané voice coil motory (lineární stejnosměrný motor s permanentními magnety), řízené pomocí dvoukanálového servo driveru pracujícího v momentovém režimu. Driver je řízen digitálním přenosem přes sériovou linku. Schéma experimentální soustavy je na obr. 14.

5.1 Identifikace soustavy

Parametry řízené soustavy získám její identifikací. Hodnoty hmotností jednotlivých hmot byly zjištěny zvážením. Zjištěné hodnoty jsou v tab. 3. Identifikaci parametrů pružin jsem provedl na soustavě sestavené podle obr. 15.



Obr. 15: Schéma soustavy použité pro identifikaci parametrů pružin

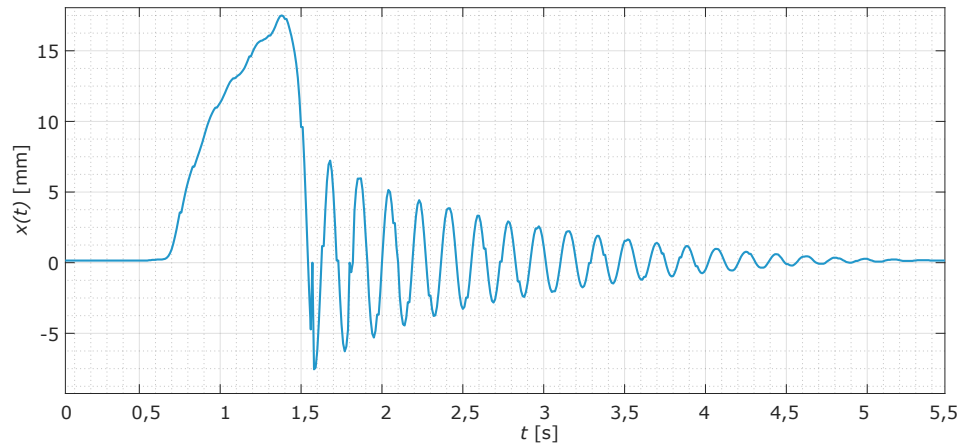
Vozíček o hmotnosti $m = 1442$ g jsem vychýlil z rovnovážné polohy a následně jsem ho pustil. Tím jsem mu udělil obecně libovolné počáteční podmínky. Jejich velikost neovlivní výsledné zjištěné parametry pružin. Vozíček následně začal volně tlumeně kmitat. V Simulinku jsem potom zaznamenával výstup z polohového senzoru. Jedna z naměřených závislostí polohy hmoty na čase je na obr. 16. Teoretický průběh takto volně tlumených kmitů je dán řešením pohybové rovnice vozíčku, která má tvar:

$$m\ddot{x}(t) + 2c\dot{x}(t) + 2kx(t) = 0 \quad (5.1)$$

Charakteristická rovnice je potom uvedena v (5.2) a póly přenosu, ze kterých určíme řešení rovnice (5.1), jsou v (5.3).

$$m.s^2 + 2cs + 2k = 0 \quad (5.2)$$

$$s = -\frac{c}{m} \pm \frac{\sqrt{c^2 - 2mk}}{m} \quad (5.3)$$



Obr. 16: Naměřená odezva hmoty o hmotnosti $m = 1442$ g na vychýlení z rovnovážné polohy

Vzhledem k tomu, že naměřená odezva je kmitavá musí být póly přenosu (5.3) komplexní a hmota použitá pro identifikaci se po vychýlení z rovnovážné polohy bude v čase pohybovat podle rovnice (5.4), kde A_0 a ϕ_0 jsou konstanty závislé na počátečních podmínkách.

$$x(t) = A_0 e^{-\frac{c}{m}t} \sin\left(\frac{\sqrt{2mk - c^2}}{m}t + \phi_0\right) \quad (5.4)$$

Z (5.4) je vidět, že pokles amplitudy kmitů v čase je závislý na hmotnosti a konstantě tlumení pružin. Hmotnost vozíčku již znám. Extrapolací pomocí metody nejmenších vážených čtverců, uvedené v 4.36, tedy ještě zjistím vlastní útlum kmitů a mohu dopočítat i konstantu tlumení. V rovnici 4.36 budu jako čas t_s uvažovat čas dosažení prvního vrcholu kmitů a H bude potom přirozený logaritmus velikosti výchylky v tomto čase. Ostatní vrcholy kmitavého průběhu výchylky hmoty potom extrapoluji a zjistím vlastní útlum α_0 . Následně zjistím velikost konstanty tlumení z rovnice:

$$c = -\alpha_0 m \quad (5.5)$$

Tuhost pružiny zjistím z periody tlumených kmitů. Z (5.4) je vidět, že vlastní úhlová frekvence tlumených kmitů Ω je:

$$\Omega = \frac{\sqrt{2km - c^2}}{m} \quad (5.6)$$

Odtud mohu vyjádřit tuhost jako:

$$k = \frac{\Omega^2 m^2 + c^2}{2m} \quad (5.7)$$

Pro získání vlastní úhlové frekvence zjistím časové intervaly mezi jednotlivými vrcholy

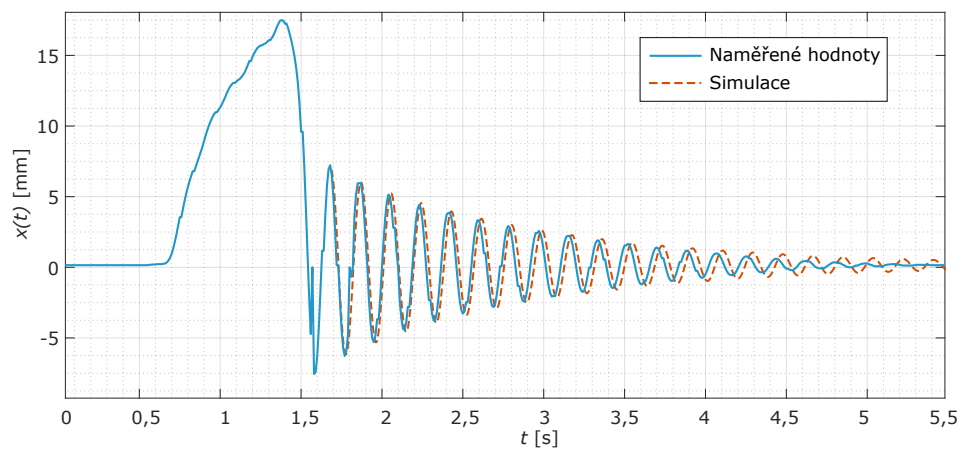
tlumených kmitů, které jsou ve stejné fázi. Jejich zprůměrováním získám periodu kmitů T . Vlastní úhlovou frekvenci potom vypočtu jako $\Omega = \frac{2\pi}{T}$. Následným dosazením do (5.7) zjistím hodnotu tuhosti pružiny.

Takto změřím parametry obou typů použitých pružin. Měření opakuji vícekrát a ze zjištěných hodnot zjistím průměr. Zjištěné hodnoty parametrů pružin jsou shrnuty v tab. 3. Tyto hodnoty ještě můžu ověřit porovnáním se simulací zkoumané odezvy. Jako počáteční

m_1 [g]	m_2 [g]	m_3 [g]	m_a [g]
559	1178	484	264
c [kg.s ⁻¹]	c_x [kg.s ⁻¹]	k [N.m ⁻¹]	k_x [N.m ⁻¹]
1,11	1,18	808	235

Tab. 3: Tabulka číselných hodnot parametrů experimentální soustavy

podmínky pro simulaci zvolím nulovou rychlost vozíčku a počáteční výchylku stejně velkou, jako je výchylka prvního vrcholu v naměřených kmitech. Porovnání je vidět na obr. 17. Z obrázku je vidět, že na začátku pohybu se simulace téměř shoduje s naměřenými daty. Se snižující se amplitudou se průběhy trochu liší, což je ovšem dáno převážně zanedbáním dynamického tření ve vedení v pohybové rovnici.



Obr. 17: Porovnání naměřeného a simulovaného pohybu hmoty soustavy využitě pro identifikaci parametrů

5.2 Implementace řídicího algoritmu

Pro implementaci řídicího algoritmu musím nejdříve zjistit převod naměřeného napětí U z akcelerometru na velikost zrychlení, které je vstupem řídicího algoritmu. Za předpokladu konstantní citlivosti akcelerometru byla hodnota citlivosti experimentálně stanovena jako $q_a = 24,74 \text{ m.s}^{-2} \text{ V}^{-1}$. Napětí pro nulové zrychlení bylo zjištěno jako $U_0 = 2,470 \text{ V}$.

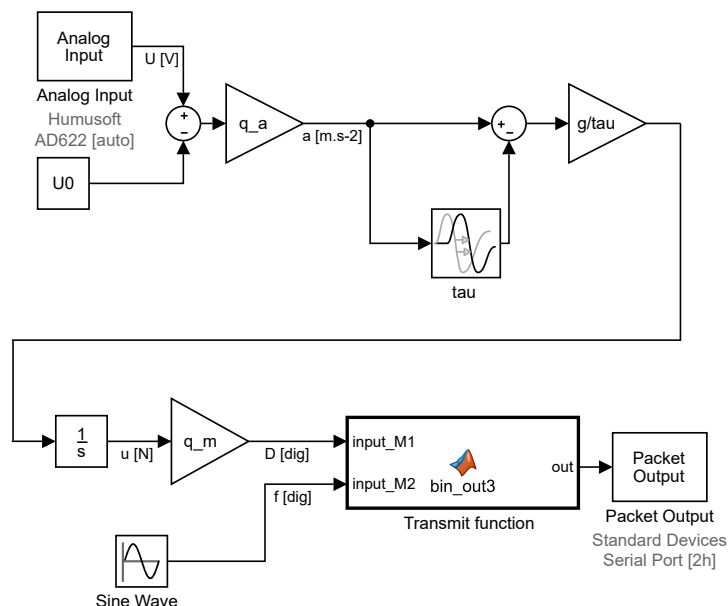
Linearizací statické charakteristiky akcelerometru tedy získáme vztah pro výpočet zrychlení:

$$a = q_a(U - U_0) \quad (5.8)$$

Obdobně potřebuji implementovat převod vypočítané akční síly $u(t)$ na digitální hodnotu (D) posílanou driveru lineárních motorů. Pro malé výchylky budu předpokládat konstantní citlivost. Citlivost jsem identifikoval experimentálně jako $q_m=54,68 \text{ dig.N}^{-1}$ ("dig" značí digitální číslo na vstupu do driveru motorů). Linearizovaná statická charakteristika je potom daná vztahem:

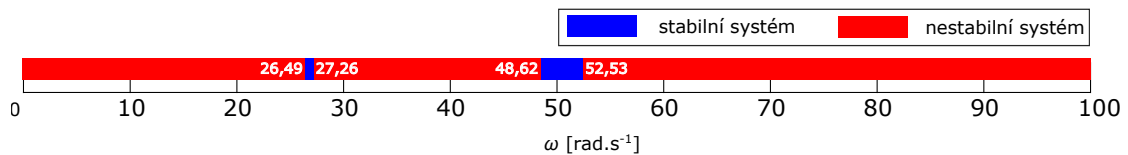
$$u(t) = q_m D \quad (5.9)$$

Pro řízení systému jsem vybral řídicí algoritmus $\text{DDR}|_{k=3}$, jehož zapojení je na obr. 11c. Schéma výsledné implementace regulátoru je na obr. 18. Blok 'Transmit function'



Obr. 18: Blokové schéma implementace regulátoru v prostředí Simulink

zde zajišťuje přípravu dat posílaných do driveru (rozkládá oba vstupy na jednotlivé bity, řadí je podle využitého komunikačního protokolu a přidává další potřebné bity pro realizaci komunikace). Na vstup budicímu pohonu posílám sinusový signál o zvolené frekvenci. Tu volím z některé ze stabilních oblastí systému zjištěných pomocí Michailolovo-Leonhardova kritéria. Stabilita systému pro $\omega = \langle 0; 100 \rangle \text{ rad.s}^{-1}$ je graficky znázorněna na obr. 19. Budicí frekvenci pro experiment tedy vybírám $\omega = 50,5 \text{ rad.s}^{-1}$.

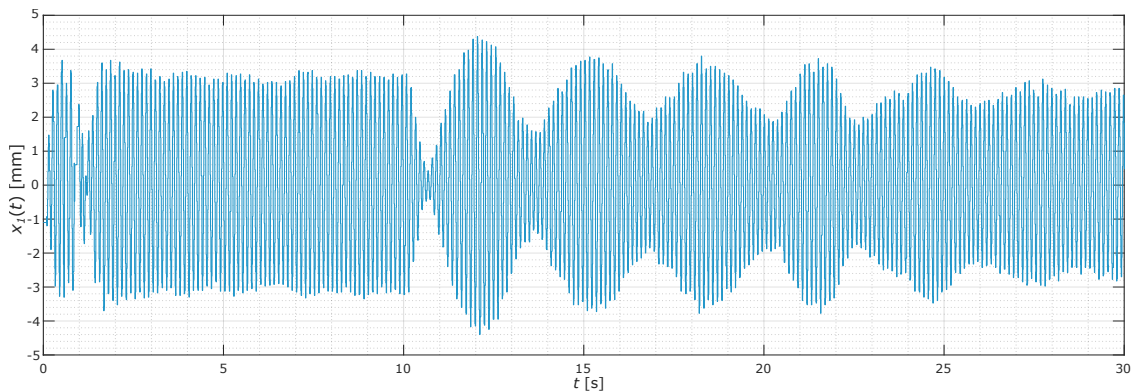


Obr. 19: Přehled stability experimentálního systému s řídicím algoritmem $DDR|_{k=3}$ v závislosti na budící frekvenci ω

5.3 Výsledky experimentu

Experimentální ověření chování systému s vybraným řídicím algoritmem jsem provedl obdobně jako při simulaci. Nejprve jsem nechal deset sekund soustavu kmitat s pasivním tlumením a následně jsem v čase $t = 10$ s zapnul na dalších dvacet sekund řídicí systém.

Jako první jsem nastavil parametry regulátoru vypočítané pro ideální chování podle identifikovaného modelu. Výsledný pohyb první hmoty je zobrazen na obr. 20.

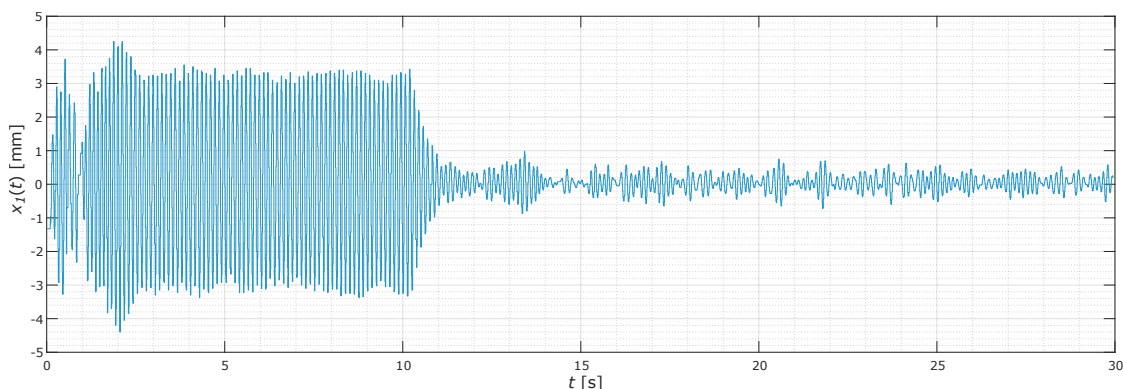


Obr. 20: Experimentální ověření odezvy polohy tlumené hmoty na budící sílu pro systém řízený $DDR|_{k=3}$, pro parametry nastavené podle identifikovaného modelu soustavy: $\tau = 0,2898$ s, $g = -0,6162$ Ns^2m^{-1} . Budící frekvence je $\omega = 50,5$ rad.s^{-1} .

Ze získaného průběhu obr. 20 je vidět, že chování tlumené hmoty není optimální. To je důsledkem rozdílu mezi idealizovaným diskrétním modelem s identifikovanými parametry a mezi reálným systémem. Parametry zpětné vazby pro ideální tlumení první hmoty se potom mohou lišit od těch vypočítaných z identifikovaného modelu. I malá odchylka ve zvoleném zpoždění τ ve zpětné vazbě může mít totiž velký vliv na chování soustavy. Proto je nutné experimentálně naladit ideální parametry zpětné vazby.

Nejdříve jsem tedy snížil zesílení g na 85% vypočítané hodnoty a naladil jsem ideální zpoždění τ zpětné vazby. Následně jsem zvyšoval zesílení tak, aby byl útlum pohybu první hmoty co největší. Získaný průběh polohy první hmoty v čase je na obr. 21.

Z obr. 21 je vidět experimentální potvrzení, že implementovaná zpětná vazba způsobila výrazný útlum pohybu tlumené hmoty soustavy. Ovšem i pro ideálně naladěné parametry zpětné vazby se v pohybu hmoty vyskytují náhodné větší výchylky reziduálních kmitů. Pro řešení tohoto problému by bylo třeba udělat hlubší analýzu celého systému. Pravděpodobně



Obr. 21: Experimentální ověření odezvy polohy tlumené hmoty na budící sílu pro systém řízený $\text{DDR}|_{k=3}$, pro ideálně naladěné parametry: $\tau = 0,2842$ s, $g = -0,6017$ Ns^2m^{-1} . Budící frekvence je $\omega = 50,5$ $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

ovšem problém spočíval v komunikaci softwaru s drivery a senzorem polohy. Simulink je totiž navržený primárně pro simulaci systémů. V takovém případě jeho funkci nevdává přerušení simulace způsobené změnou priority mezi paralelně vykonávanými procesy. Simulace se bude chovat vždy deterministicky, jelikož je možné ji provádět v offline módu. Pokud však jde o regulaci reálného systému implementovanou pomocí takového softwaru, může se stát, že systémová přerušení a přidělování priorit různým procesům nezachová deterministické vzorkování. Tento jev je vidět například na obr. 20-21, kde je v měřených datech ze senzoru polohy vidět jistý výpadek v čase přibližně 1 s, kdy docházelo k automatickému otevírání oken pro zobrazení naměřených dat. Výběr použitého softwaru pro implementaci regulátoru experimentální soustavy není cílem této práce, ovšem pro další fungování experimentální soustavy bych doporučil zkusit použít jiný software, zaměřený na měření v reálném čase.

I přes tyto komplikace však hodnotím získaný výsledek experimentu pozitivně. Pohyb tlumené hmoty se podařilo výrazně utlumit. Hodnoty dříve uvedených kritérií pro systém s naladěným regulátorem jsou $J = 0,0982$ a $T_0 = 0,689$ s. Navíc mohu konstatovat, že naladěné parametry regulátoru jsou velmi blízké hodnotám vypočítaným z identifikovaného modelu soustavy. Přehled vypočítaných a naladěných parametrů regulátoru je v tab. 4.

	Vypočítané	Naladěné
τ [s]	0,2898	0,2842
g [Ns^2m^{-1}]	-0,6162	-0,6017

Tab. 4: Přehled parametrů regulátoru vypočítaných z identifikovaného modelu a experimentálně naladěných pro $\omega = 50,5$ $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$

6 Závěr

Cílem mé bakalářské práce bylo využití vybraných typů regulátorů pro řízení periodicky buzené mechanické struktury o čtyřech stupních volnosti, zobrazené na obr. 14, tak, aby bylo dosaženo utlumení kmitů jedné z hmot dané struktury pro dané pásmo budících frekvencí. Pro dosažení tohoto cíle jsem vytvořil matematický model zadaného systému, s jehož pomocí jsem navrhl parametry tří vybraných řídicích algoritmů často používaných pro tlumení vibrací. Dále jsem ověřil stabilitu výsledného systému s již implementovanou zpětnou vazbou. Po získání stabilních frekvenčních oblastí jednotlivých regulátorů mohu konstatovat, že zadaný problém, kdy je třeba tlumit hmotu v celém zadaném rozsahu frekvencí, není možný řešit pouze aktivním tlumením pomocí vybraných řídicích algoritmů. Zjištěné výsledky totiž ukázaly oblasti, ve kterých není systém ani pro jeden z regulátorů stabilní, jak je vidět z obr. 10. Pro řešení tohoto problému by bylo nutné upravit fyzické parametry řízené struktury nebo zkusit implementovat jiné řídicí algoritmy.

Dalším krokem byla simulace chování řízeného systému pro ověření funkce regulátoru, případně pro srovnání jednotlivých řídicích algoritmů. K implementaci a experimentálnímu ověření řídicího systému na fyzické soustavě jsem zvolil rezonátor s distribuovaným zpožděním. K tomuto výběru mne vedly hlavně jeho výhodné vlastnosti týkající se částečné filtrace naměřeného šumu.

Parametry soustavy určené pro experimentální ověření chování řízené soustavy se bohužel lišily od původních parametrů zadané mechanické struktury, takže bylo nutné provést experiment pro jinou budící frekvenci, vybranou z předem zjištěných oblastí stability. Pro tento účel byla vybrána budící frekvence $\omega = 50,5 \text{ rad.s}^{-1}$. Ještě před provedením experimentu bylo nutné identifikovat řízenou soustavu. Parametry pružin byly experimentálně zjištěny z naměřené odezvy pohybu jedné hmoty na její vychýlení z rovnovážné polohy v podobě volných tlumených kmitů. Získané parametry jsou v tab. 3.

Pro testovanou budící frekvenci jsem dále navrhl parametry řídicího algoritmu podle identifikovaného modelu a otestoval chování systému. Výsledek nebyl optimální, takže jsem parametry regulátoru lehce naladil, a tím dosáhl výrazného útlumu buzených kmitů tlumené hmoty, jak je vidět z obr. 21. Vypočtené a naladěné parametry jsou v tab. 4.

V tlumených kmitech se bohužel občas objevily i náhodné výraznější výchylky. To ovšem přisuzuji nedeterministickému chování realizované komunikace řídicího systému, které bylo zapříčiněno použitím primárně simulačního softwaru Simulink pro řízení v reálném čase, což se během experimentu několikrát negativně projevilo. Pro další působení experimentální soustavy bych tedy doporučil použít jiný software určený právě pro řízení v reálném čase.

Obecné využití řešeného problému nalezne široké uplatnění nejen ve strojírenském

průmyslu, třeba při tlumení vibrací způsobených řeznými silami, ale například i při zajištění bezpečnosti pozemních staveb v oblastech s častými zemětřeseními nebo při snižování hluku a opotřebení počítačových pevných disků.

Seznam použité literatury

- [1] M. Chudý, *Způsoby snižování mechanického chvění*, Bakalářská práce, Vedoucí práce doc. Ing. Martin Vašina, Ph.D., Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Fakulta technologická, Zlín, 2012. Dostupné z: https://digilib.k.utb.cz/bitstream/handle/10563/22444/chud%C3%BD_2012_bp.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- [2] M. Hofreiter, *Základy automatického řízení*, Vydavatelství ČVUT v Praze, Praha, dotisk 2014.
- [3] D. Keil, , *Harmonic oscillator* [online], Webový , 2018. Dostupné z: <http://www.college-physics.com/book/oscillations/harmonic-oscillator/>
- [4] V. Stejskal, J. Brousil, S. Stejskal, *Mechanika III*, Skriptum, Vydavatelství ČVUT v Praze, Praha, 2001.
- [5] V. Kučera, D. Pilbauer, T. Vyhlídal, N. Olgac, *Extended delay resonators - Design and experimental verification* [online], Mechatronics, Volume 41, 2017. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957415816301295>
- [6] M. Valášek, V. Stejskal, J. Březina, *Mechanika A*, Skriptum, Vydavatelství ČVUT v Praze, Praha, 2004.
- [7] P. Dostál, F. Gazdoš, *Řízení technologických procesů*, Skriptum, Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Zlín, 2006.
- [8] T. Vyhlídal, P. Zitek, *Modification of Mikhaylov Criterion for Neutral Time-Delay Systems* [online], IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 54, no. 10, pp. 2430-2435, Oct. 2009. Dostupné z: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5247011/>
- [9] J. Kůrečka, *Magnetické kapaliny používané ve fluidním inženýrství*, Bakalářská práce, Vedoucí práce Ing. Simona Fialová, Ph.D., Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Brno, 2014. Dostupné z: https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=85891
- [10] W. Yu, S. Thenozi, *Active structural control with stable fuzzy PID techniques* [online], Springer ,Cham, Švýcarsko, 2014. Dostupné z: <https://www.springer.com/gp/book/9783319280240>
- [11] P. Zítek, *Matematické a simulační modely I*, Skriptum, Vydavatelství ČVUT v Praze, Praha, 2001.
- [12] N. Olgac, B.T. Holm-Hansen, *A Novel Active Vibration Absorption Technique: Delayed Resonator* [online], Journal of Sound and Vibration, Volume 176, Issue 1, 1994. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X84713605>
- [13] P. Al Hokayem, E. Gallestey, *Lecture Notes on Nonlinear Systems and Control* [online],

- Skriptum, Automatic Control Laboratory, Zurich, 2018. Dostupné z: http://control.ee.ethz.ch/~apnoco/Lectures2018/NLSC_lecture_notes_2018.pdf
- [14] L. Novotný, J. Švéda, *Metody potlačování vibrací u vysoce dynamických obráběcích strojů* [online], Časopis - MM Průmyslové spektrum, s. 16, 11/2007. Dostupné z: <https://www.mmspektrum.com/clanek/metody-potlacovani-vibraci-u-vysoce-dynamickyh-obrabecich-stroju.html>
- [15] J. Lambers, *Least squares fit*, Lecture 13 notes, Section 4.1, The university of southern Mississippi, 2011. Dostupné z: <http://www.math.usm.edu/lambers/mat419/lecture13.pdf>
- [16] M. Valášek, V. Bauma, Z. Šika, *Mechanika B*, Skriptum, Vydavatelství ČVUT v Praze, Praha, 2004.
- [17] M. M. Murudi, S. M. Mane, *Seismic effectiveness of tuned mass damper (TMD) for different ground motion parameter*, 13th world conference on earthquake engineering, Vancouver, 2014. Dostupné z: http://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/13_2325.pdf
- [18] K. Boková, *Predikce časových řad*, Bakalářská práce, Vedoucí práce Mgr. Martin Pilát Ph.D., Univerzita Karlova v Praze, Praha, 2014. Dostupné z: https://dspace.cuni.cz/bitstream/handle/20.500.11956/69148/BPTX_2012_2_11320_NSZZ027_259779_0_153224.pdf?sequence=1

Seznam obrázků

Obrázek 1	Schematické značení diskretních mechanických prvků (zleva: hmota, tlumič, pružina)	3
Obrázek 2	Příklad Michajlovových hodografů pro tři různé retardované lineární dynamické systémy čtvrtého řádu	8
Obrázek 3	Mechanický model zadané soustavy	10
Obrázek 4	Uvolnění jednotlivých hmot soustavy	11
Obrázek 5	Amplitudový přenos $ G_{F1}(j\omega) $ síly $f(t)$ na polohu první hmoty pro pasivní tlumení	14
Obrázek 6	Stavové schéma soustavy	17
Obrázek 7	Grafické zobrazení $P_{DR}(j\omega)$ v komplexní rovině	20
Obrázek 8	Grafické zobrazení $P_{DDR}(j\omega)$ v komplexní rovině	21
Obrázek 9	Michajlovovy hodografy pro $\omega = 14 \text{ rad.s}^{-1}$ pro vybrané řídicí algoritmy	24
Obrázek 10	Přehled stability zadaného systému řízeného uvažovanými řídicími algoritmy v závislosti na budicí frekvenci ω	25
Obrázek 11	Schéma zapojení jednotlivých regulátorů	26
Obrázek 12	Simulace chování systému řízeného vybranými algoritmy	27
Obrázek 13	Simulace chování systému řízeného vybranými algoritmy	28
Obrázek 14	Schéma experimentální soustavy	32
Obrázek 15	Schéma soustavy použité pro identifikaci parametrů pružin	33
Obrázek 16	Naměřená odezva hmoty o hmotnosti $m = 1442 \text{ g}$ na vychýlení z rovnovážné polohy	34
Obrázek 17	Porovnání naměřeného a simulovaného pohybu hmoty soustavy využitě pro identifikaci parametrů	35
Obrázek 18	Blokové schéma implementace regulátoru v prostředí Simulink	36
Obrázek 19	Přehled stability experimentálního systému s řídicím algoritmem $\text{DDR} _{k=3}$ v závislosti na budicí frekvenci ω	37
Obrázek 20	Experimentální ověření odezvy polohy tlumené hmoty na budicí sílu pro systém řízený $\text{DDR} _{k=3}$, pro parametry nastavené podle identifikovaného modelu soustavy: $\tau = 0,2898 \text{ s}$, $g = -0,6162 \text{ N s}^2 \text{ m}^{-1}$. Budicí frekvence je $\omega = 50,5 \text{ rad.s}^{-1}$	37
Obrázek 21	Experimentální ověření odezvy polohy tlumené hmoty na budicí sílu pro systém řízený $\text{DDR} _{k=3}$, pro ideálně naladěné parametry: $\tau = 0,2842 \text{ s}$, $g = -0,6017 \text{ N s}^2 \text{ m}^{-1}$. Budicí frekvence je $\omega = 50,5 \text{ rad.s}^{-1}$	38

Seznam tabulek

Tabulka 1	Tabulka číselných hodnot parametrů zadané soustavy	11
-----------	--	----

Tabulka 2	Srovnávací tabulka. (x nestabilní systém pro regulátor naladěný pro dané ω , - stabilní systém, ale nepoužitelný regulátor pro dané ω)	31
Tabulka 3	Tabulka číselných hodnot parametrů experimentální soustavy	35
Tabulka 4	Přehled parametrů regulátoru vypočítaných z identifikovaného modelu a experimentálně naladěných pro $\omega = 50,5 \text{ rad.s}^{-1}$	38