

# Posudek diplomové práce

Název: Minimizing Convex Piecewise-Affine Functions  
by Local Consistency Techniques  
Autor: Tomáš Dlask  
Vedoucí: Doc. Ing. Tomáš Werner, Ph.D. (K13133 FEL ČVUT)

## Obsah práce

Diplomová práce je o minimalizaci konvexních funkcí, které lze vyjádřit jako maximum daných afinních funkcí (MAF) nebo, obecněji, jako součet maxim daných afinních funkcí (SMAF). Minimum takových funkcí lze samozřejmě převést na lineární programování. Ovšem pokud je problém velký (proměnných a afinních funkcí je velmi mnoho), nedají se použít obecné algoritmy na řešení LP (simplex nebo vnitřní bod) už jen proto, že mají příliš velkou paměťovou složitost a problém se tudíž ani nevejde do paměti počítače.

Práce se proto zaměřuje ne na nalezení globálních minim takových funkcí, ale na nalezení lokálních minim, kde 'lokální' musí být rozuměno v jistém speciálním (tedy ne v obvyklém) smyslu. Tomu lze rozumět jako jisté relaxaci původní úlohy. Uvedená lokální minima úzce souvisejí s lokálními konzistencemi (např. hranovou konzistencí, arc consistency), často užívanými v programování s omezujícími podmínkami. Příslušná teorie a následný algoritmus byly nastíněny školitelem v nedávné výzkumné zprávě a motivovány jistým algoritmem (tzv. max-plus difúzí) pro řešení LP relaxace jisté kombinatorické úlohy (max-plus úlohy). Cílem studenta bylo zformulovat a implementovat jiný algoritmus (algoritmus zlepšujících DAGů), který hledá lokální minima v podobném smyslu, ale podstatně rychleji.

Práce nejprve popisuje max-plus úlohu, její LP relaxaci a algoritmy na řešení duálu této relaxace, což je vlastně speciální případ minimalizace maxima afinních funkcí.

Poté definuje relaxaci pomocí lokální konzistence. Poté definuje algoritmus, který pro danou funkci ve formě MAF a daný bod buď rozhodne, že je bod lokálním minimem (ve výše uvedeném smyslu) nebo najde (v lineárním čase) sestupný směr.

Následující kapitola podrobně popisuje algoritmus na nalezení lokálního minima pro MAF a SMAF: testování lokální konzistence, hledání sestupného směru a přibližné jednorozměrné hledání. To vše optimalizované pro velmi velké problémy. Pro daný algoritmus je uveden přesný ale kompaktní pseudokód. Dále je teoreticky dokázána správnost algoritmu (v několika netriviálních větách) a uvedena modifikovaná verze algoritmu s celočíselnou aritmetikou, vhodná pro praktickou implementaci.

Dále je odvozena složitost jedné iterace algoritmu a diskutován počet iterací algoritmu, za předpokladu jistého konkrétního způsobu implementace.

Experimenty jsou na instancích problému nalezení nejbližšího obrázku patřícího do dané tzv. dvou-rozměrné gramatiky, což vlastně vede na jisté speciální max-plus úlohy. Klíčový experimentální výsledek je, že na daných velmi velkých instancích se obecné LP algoritmy opravdu nedají použít, zatímco navržený algoritmus se použít dá a běží v rozumném čase.

Závěr shrnuje dosažené výsledky a navrhuje několik směrů pro další výzkum.

Přílohou je komentovaná, přeložitelná a fungující implementace algoritmu v C++.

## Kladné stránky práce

Cíle práce byly splněny. Práce je naprůměrná délkou textu i náročností úkolu. Použitá teorie je netriviální a pracuje s pojmy, které se student během studia neučil. Výsledný algoritmus a implementace se mohou zdát krátké co do rozsahu, ale je třeba mít na zřeteli, že jde o algoritmy se složitým chováním, jejichž správnost se obtížně dokazuje a které se obtížně ladí. Krátkost formulace algoritmu je naopak cílem a výhodou (byl to jeden z požadavků školitele), protože krátkost znamená jasnost a jednoduchost. Struktura textu je promyšlená a dobře zvolená. Text je psán dobrou angličtinou a vysázený v L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>Xu bez typografických chyb. Experimenty jsou zpracovány pečlivě a přesvědčivě podporují závěry práce.

Práce má výzkumný charakter, je prvním krokem dlouhodobějšího výzkumného plánu.

## **Záporné stránky práce**

Práce nemá významné záporné stránky. Je pouze škoda, že algoritmus byl testován pouze na LP relaxaci max-plus úloh a ne na jiném typu úloh. To je ale odpovědnost vedoucího (nelze čekat od studenta, že by sám takový typ funkcí objevil) a navíc to výslovně nebylo cílem práce. Je to jedním z několika navržených směrů dalšího výzkumu na tématu.

## **Hodnocení**

Práci hodnotím známkou A (výborně).

Tomáš Werner  
29. května 2018