ČESKÉ VYSOKÉ
UČENÍ TECHNICKÉ
V PRAZE

FAKULTA
ELEKTROTECHNICKÁ

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

2018

LUBOŠ
VESELÝ

České vysoké učení technické v Praze

fakulta elektrotechnická

katedra mikroelektroniky

Bakalářská práce / Diplomová práce

Program pro demonstraci vlastností optických prvků na základu geometrické optiky

Autor: Luboš Veselý

Vedoucí práce: Ing. Lubor Jirásek, CSc.

2018

České vysoké učení technické v Praze

Fakulta elektrotechnická

Katedra mikroelektroniky

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: **Luboš Veselý**

Studijní program: Komunikace, multimédia a elektronika

Obor: Aplikovaná elektronika

Název tématu: **Program pro demonstraci vlastností optických prvků na základu geometrické optiky**

Pokyny pro vypracování:

1. Prostudujte literaturu týkající se zákonů geometrické optiky.
2. Na základu 1) navrhněte prostředí, ve kterém budete realizovat program, pomocí něhož bude možné navrhovat optické soustavy tak, aby bylo možné demonstrovat dobré i špatné vlastnosti konkrétní soustavy včetně korekcí.
3. Program navrhněte i s ohledem na možnosti použití ve výuce studentů.
4. Předpokládejte možnost volby geometrických parametrů soustavy, včetně fyzikálních parametrů prostředí.
5. Ověřte program na několika typech jednoduchých optických prvků i složitějších soustav.
6. Zhodnoťte dosažené výsledky.

Seznam odborné literatury:

[1] Klimeš, B. – Kracík, J. – Ženíšek, A.: Základy fyziky II., Academia, Praha 1972, v pozdějších vydáních.

[2] http://www.handprint.com/ASTRO/ae1.html(16.2.2018)

[3] http://www.astro.cz/rady/serialy/teleskopie.html?hledat=Teleskopie(16.2.2018)

Vedoucí: Ing. Lubor Jirásek, Csc.

Platnost zadání: do 30. 9. 2019

L.S

Prof. Ing. Miroslav Husák, CSc.
vedoucí katedry

prof. Ing. Pavel Ripka, CSc.
děkan

V Praze dne 25. 5. 2018

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem zadanou bakalářskou práci Program pro demonstraci vlastností optický prvků na základu geometrické optiky zpracoval sám s přispěním vedoucího práce a používal jsem pouze literaturu uvedenou na konci práce. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejňováním.

V Praze dne 25. 5. 2018 Luboš Veselý

Poděkování

V úvodu bakalářské práce bych rád poděkoval rodině a přátelům za podporu ve studiu a dále vedoucímu práce za cenné rady a vedení při jejím psaní i v předcházejících semestrální projektech.

Anotace

Hlavním cílem práce je vytvoření prostředí pro návrh a vyšetřování vlastností optických soustav. V předložené práci je popsáno vytváření jednotlivých optický prvků, jejich umísťování do soustavy a následně vyhodnocování jejich vlastností pomocí paprsků. Základ práce se opírá o zákony geometrické optiky. K popisování optický prvků a paprsků je v práci použita analytická geometrie, a proto vytvořené optické prvky mohou nabývat různých tvarů. Navržené prostředí bylo vytvořené s úmyslem toho, aby jej bylo možné využívat k výuce geometrické optiky pro studenty i středních nebo základních škol.

Abstract

The main objective of this thesis is to create an environment for design and detection of properties of optical systems. In the present work we study creation of optical elements, their placement into systems and examining their properties using rays. The thesis is based on the laws of geometric optics. Analytical geometry is used for description of optical elements and therefore the created optical elements can be of diferent shapes. The environment is created with intention of being used to teach student fundaments of geometrical optics.

Obsah

Seznam použitých zkratek a symbolů

$S\ [x_0, y_0]$	bod středu kružnice, elipsy nebo hyperboly se souřadnicemi x_0 a y_0
r	poloměr kružnice
F	ohnisko elipsy, hyperboly nebo paraboly
a, b	hlavní a vedlejší poloosa elipsy a hyperboly
e	excentricita hyperboly
p	parametr p paraboly´
V	vrchol paraboly
d	řídící přímka paraboly
θ_1, θ_2 θ_m	úhel dopadu, úhel lomu a mezní úhel
n_1, n_2	index lomu prvního a druhého prostředí
d, w	průměr a šířka čočky
h	výška úseku křivky
α	úhel vymezující úsek
D	posunutí středu čočky
k_d, k_l	směrnice dopadajícího a lomeného paprsku
q_d, q_l	posunutí dopadajícího a lomeného paprsku
x_d, y_d	souřadnice bodu dopadu

Seznam použitých obrázků

Seznam použité literatury

[1] Klimeš, B. – Kracík, J. – Ženíšek, A.: Základy fyziky II., Academia, Praha 1972,

v pozdějších vydáních.

[2] http://www.handprint.com/ASTRO/ae1.html(16.2.2018)

[3] http://www.astro.cz/rady/serialy/teleskopie.html?hledat=Teleskopie(16.2.2018)

[4] Pomykalová, Eva: Matematika pro gymnázia: Planimetrie, Prometheus, 2004, ISBN 80-7196-174-4

[5] Lepil, Oldřich.: Fyzika pro gymnázia: Optika, Prometheus, 2004, ISBN: 978-80-7196-444-5

[6] http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/471-zobrazovani-optickymi-soustavami

[7] https://lifeinplaintextblog.wordpress.com/matlab-app-designer-tutorial-1-english/

1 Úvod

Cílem mojí bakalářské práce je navrhnutí prostředí, ve kterém bude možné vytvářet optické soustavy a testovat jejich vlastnost, jako jsou jejich různé chyby. Prostředí je navrženo v App Designeru, což je nástroj pro vytváření uživatelských prostředí obsahující plně integrovanou verzi Matlabu. Všechny skripty a funkce k prostředí jsou vytvořeny v Matlabu verze R2017a.

Prostředí by mělo být uživatelsky přívětivé, aby bylo možné používat při výuce na školách, proto je důraz na zpětnou vazbu s uživatelem.

V prostředí je možné navrhnout optickou soustavu až o pěti optický prvcích a je možné ji prověřit až deseti paprsky.

V úvodu práce je probrána teorie nutná k pochopení toho, jak se v prostředí vytvářejí optické prvky a jak funguje šíření paprsků v geometrické optice. V následujících kapitolách je popsán postup vytváření optické soustavy včetně jednotlivých optických prvků a postup průchodu paprsků takovou soustavou s výpočtem chyb.

2 Teoretický úvod

2.1 Kuželosečky

Kuželosečky jsou důležité v této práci, protože strany čoček jsou nejčastěji tvořeny rotací některé z kuželoseček kolem středu. Stejně tomu tak je i u reálných čoček, jejichž strany jsou tvořeny nejčastěji sférickými plochami. Pro popis kuželoseček jsou důležité specifické parametry a jejich rovnice.

2.1.1 Kružnice

Kružnice je množina všech bodů v rovině, která je ve stejné vzdálenosti od jednoho bodu. Tento bod je zvaný střed ***S*** a vzdálenost se nazývá poloměr ***r***.

2.1.2 Elipsa

Elipsa je množina všech bodů v rovině, které mají stejný součet vzdáleností od dvou pevně zvolených bodů, zvaných jako ohniska ***F***. Střed elipsy ***S*** je střed úsečky, na jejíž konci jsou ohniska. Důležitými parametry elipsy jsou délky hlavní ***a*** a vedlejší poloosy ***b***. Délka hlavní poloosy ***a*** je vzdálenost od středu elipsy do nejvzdálenějšího bodu na elipse a délka vedlejší poloosy ***b*** je vzdálenost od středu elipsy do nejbližšího bodu na elipse.

2.1.3 Hyperbola

Hyperbola je množina všech bodů v rovině, které mají od dvou pevně zvolených bodů, zvaných ohniska ***F***, stejnou absolutní hodnotu rozdílu vzdáleností. Střed hyperboly ***S*** je střed úsečky, na jejíž konci jsou ohniska. Přímka procházející ohnisky se nazývá hlavní osa ***o1*** a přímka kolmá na hlavní osu procházející středem elipsy se nazývá vedlejší osa ***o2***. Průsečíky hlavní osy a hyperboly se nazývají vrcholy hyperboly. Důležitým parametrem je délka hlavní poloosy ***a***, což je vzdálenost od jednoho vrcholu hyperboly do středu hyperboly. Excentricita ***e*** je vzdálenost od jednoho z ohnisek hyperboly do středu hyperboly. Dalším důležitým parametrem je délka vedlejší poloosy ***b***, který se vypočítá ze vztahu

$$b^2 = e^2 - a^2.$$

2.1.4 Parabola

Parabola je množina všech bodů v rovině, které mají stejnou vzdálenost od dané přímky a od pevně daného bodu, který na této přímce neleží. Pevný bod se nazývá jako ohnisko ***F*** a daná přímka se nazývá jako řídící přímka ***d***. Důležitým parametrem je ***parametr p***, což je vzdálenost ohniska ***F*** od přímky ***d***. Vrcholem paraboly ***V*** je bod, který půlí vzdálenost přímky ***d*** a ohniska ***F***.

2.2 Snellův zákon

Snellův zákon je důležitý při určování chování paprsku při prostupu optickou soustavou.

2.2.1 Obecná formulace

Snellův zákon je jeden ze základních zákonů popisující šíření vlnění. Tento zákon popisuje chování vlnění při přechodů z prostředí s indexem lomu n_1 do prostředí s indexem lomu n_2. K lomu dochází na rozhraní těchto prostředí. Úhel dopadu θ_1 je úhel, který svírá normála na rozhraní a dopadající. Úhel lomu θ_2 je úhel, který lomený paprsek svírá s normálou na rozhraní.

Vztah mezi úhlem dopadu θ_1 a úhlem lomu θ_2 je

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

V závislosti na indexech lomu mohou nastat 2 druhy lomu. Lom ke kolmici nastává, když paprsek prochází z opticky řidšího prostředí do opticky hustšího prostředí ($n_1 < n_2$) a lom od kolmice nastává, když paprsek prochází z opticky hustšího do opticky řidšího prostředí ($n_1 > n_2$).

2.2.2 Totální odraz

Pokud se šíří paprsek z opticky hustšího prostředí do opticky řidšího prostředí (lom od kolmice), může se stát, že paprsek rozhraním neprojde a pouze se odrazí. Dochází k totálnímu odrazu. Tomu se stává vždy, když úhel dopadu θ_1 je větší než mezní úhel θ_m. Mezní úhel se vypočítá ze vztahu

$$\theta_m = \arcsin\frac{n_1}{n_2}$$

2.3 Čočka

2.3.3 Definice čočky

Čočka je základním prvkem v navrhovaném optickém prostředí. Jedná se o optickou soustavu tvořenou dvěma plochami, které vznikly rotací některé kuželosečky (nejčastěji kružnice) kolem středu čočky. Čočka je vyrobena z materiálu o určitém indexu lomu. Paprsků prostupující čočkou popisujeme pomocí Snellova zákonu.

2.3.4 Otvorová vada čočky

Jedná se o druh geometrické vady čočky. Tato vada je více znatelná u tlustých čoček. Čím blíže paprsky rovnoběžné s optickou osou budou optické ose, tím dále bude jejich průsečík s optickou osou a naopak. Otvorová vada se určuje jako vzdálenost průsečíku daného paprsku s optickou osou a paraxiálního ohniska. Paraxiální ohnisko je ohnisko čočky pro paprsky rovnoběžné s optickou osou, které jsou velmi blízko optické osy. Otvorové vady se dají omezit odcloněním krajních paprsků.

2.3.5 Chromatická vada čočky

Chromatické neboli barevné vady čočky závisejí na materiálu, ze kterého je čočka vyrobena. Ohnisková vzdálenost čočky závisí na indexu lomu čočky, který je různý pro jiné vlnové délky vlnění. Při průchodu světla čočkou se stává, že každá barva spektra má své vlastní ohnisko. Chromatické vady lze částečně odstranit takzvanou achromatizací optické soustavy, které se docílí vhodnou kombinací spojných a rozptylných čoček (čočkové multiplety).

3 Vytváření optické soustavy

V prostředí má uživatel možnost vytvoření optické soustavy tvořené až z pěti optických prvků. Každý prvek musí mít definované své geometrické rozměry, které musí dávat smysl. Optické prvky jsou postupně umísťovány na optickou osu. Soustava souřadnic je umístěna tak, aby optická osa byla zároveň osou x. Dále je zapotřebí udat vzdálenosti optických prvků.
V prostředí se nepracuje s konkrétními jednotkami délky, ale s bezrozměrnými jednotkami délky.
V neposlední řadě je pak nutné zadání indexů lomu jak prostředí, tak i všech optických prvků.

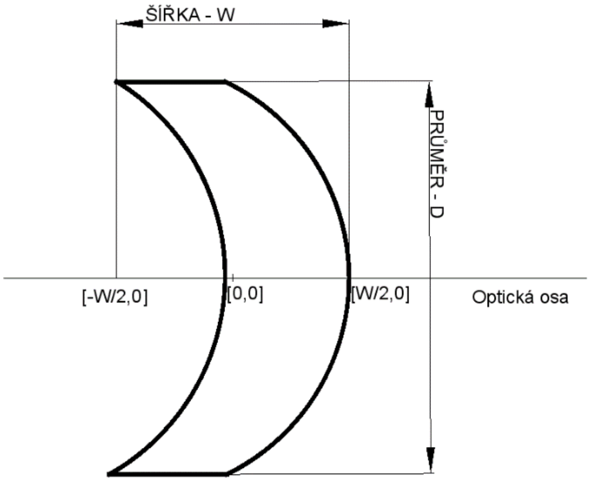
3.1 Parametry

Každá čočka se skládá z určitého počtu parametrů, kdy po zadání každého z nich se možně tuto čočku vykreslit. Čočka je vytvořena ze dvou centrovaných ploch, přední a zadní. Přední plocha je plocha, kterou vstupují paprsky do čočky a v prostředí je vykreslována nalevo, a zadní čočka je čočka, kterou paprsky vystupují z čočky ven.

Prvním z parametrů pro vytvoření čočky je **průměr čočky *d***. Průměr čočky je dvojnásobek vzdálenosti od optické osy ke kraji čočky a pro všechny čočky v optické soustavě je stejný, kvůli zjednodušení.

Dalším parametrem je **šířka čočky *w***. V prostředí je šířka čočky definovaná jako největší vzdálenost přední a zadní plochy čočky ve směru optické osy. Střed čočky je určen v polovině šířky čočky na optické ose.

Při vykreslování první čočky je tato čočka umístěna do středu souřadnic (obr. 1). Každá další čočka je posunuta zvolenou vzdálenost ***D***, proto je souřadnice středu dalších čoček [***D***,0].



Obr. 1 - základní parametry čočky

Při vytváření plochy čočky předpokládáme, že je plocha čočky tzv. rotační plocha, což je plocha vzniklá rotací určité křivky kolem optické osy. Nejdříve je nutné zvolit tuto křivku. Na výběr je z následujících šesti možností:

- Kružnice

- Elipsa
- Hyperbola
- Parabola
- Vlastní křivka
- Přímka

Následně je třeba zvolit příslušné parametry pro danou křivku a určit to, jestli má být plocha konvexní nebo konkávní.

3.2 Kulová plocha čočky

Kulová plocha vzniká rotací části kružnice kolem optické osy. Tuto kružnici definujeme pouze jedním parametrem, kterým je její poloměr ***r***. Část kružnice, která bude vykreslena, je určena průměrem čočky ***d***. Aby bylo možné kružnici vykreslit, je nutné, aby poloměr ***r*** byl větší nebo roven polovině průměru čočky ***d*.** Pro vykreslení je důležitý středový úhel ***α*,** pro který platí:

$$\alpha = 2\, arcsin \frac{d}{2r}$$

Další důležitým parametrem je výška kruhové úseče ***h***, která udává rozdíl x-ové souřadnice kružnice na optické ose a kraji čočky. Výška kruhové úseč pro kruhovou úseč s délkou tětivy rovnou průměru čočky ***d*** a poloměrem ***r*** platí:

$$h = r - r\sqrt{1 - \left(\frac{d}{2r}\right)^2}$$

Souřadnice pro vykreslení určíme z parametrického vyjádření kružnice, kde [x_0, y_0] jsou souřadnice středu kružnice, r je poloměr kružnice a φ je proměnný parametr, který pro celou kružnici nabývá hodnot od 0 do 2π.

$$x = x_0 + r\cos\varphi$$

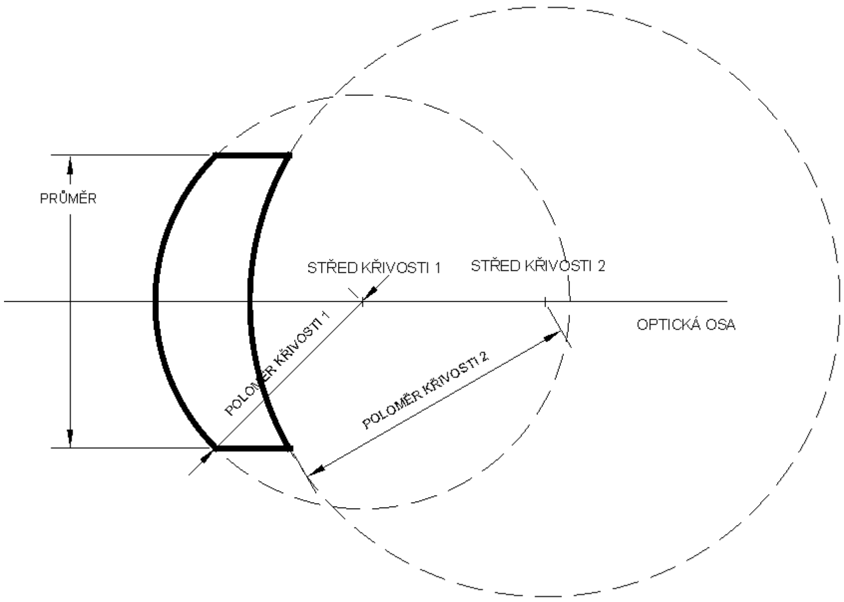
$$y = y_0 + r\sin\varphi$$

Jelikož pracujeme s kružnicí, jejíž střed leží na optické ose, je hodnota $y_0 = 0$. Výpočet hodnota x_0 je podstatně složitější. Abychom střed čočky měli v počátku souřadnic musíme posunout x_0 o určité parametry v závislosti o jaký typ plochy se jedná. Všechny případy tu jsou rozepsány:

- $x_0 = r - \frac{w}{2} + D,$ pro přední konvexní plochu
- $x_0 = -r - \frac{w}{2} + h + D,$ pro přední konkávní plochu
- $x_0 = -r + \frac{w}{2} + D,$ pro zadní konvexní plochu
- $x_0 = r + \frac{w}{2} - h + D$ pro zadní konkávní plochu

Kde *r* je poloměr křivosti, *w* je šířka čočky, *h* je výška kruhové úseče a *D* je vzdálenost od první čočky, která je pro první čočku nulová.

Protože nechceme vykreslit celou kružnici, ale jen část vymezenou středovým úhlem $\boldsymbol{\alpha}$, parametr $\boldsymbol{\varphi}$ nabývá hodnot v intervalu $\langle -\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{2} \rangle$ pro zadní konvexní plochu a přední konkávní plochu nebo hodnot v intervalu $\langle -\frac{\alpha}{2} + \pi, \frac{\alpha}{2} + \pi \rangle$ pro přední konvexní plochu a zadní konkávní plochu. Úsek kružnice je vykreslen osově souměrně podle optické osy.



Obr. 2 Konvexkonkávní čočka s dvěma kulovými plochami

3.3 Plocha vytvořená rotací úseku elipsy kolem optické osy

Pro vykreslení elipsy stáčí udat dva parametry, kterými jsou délka hlavní poloosy ***a*** a délka vedlejší poloosy ***b***. Podobně jako u kružnice chce vykreslit jen úsek elipsy, který je vymezen průměrem čočky ***d*** a je souměrný podle optické osy. Je zde podmínka že délka hlavní poloosy elipsy ***a*** musí být větší nebo rovna polovině průměru čočky ***d***.

Úsek elipsy je opět vymezen úhlem ***α***, pro který platí,

$$\alpha = 2\, arcsin \frac{d}{2a}$$

Dalším potřebným parametrem je parametr $\boldsymbol{h_e}$, který označuji jako výšku eliptické úseče, který nabývá hodnoty délky vedlejší poloosy ***b*** v případě, že délka hlavní poloosy ***a*** je rovna polovině průměru čočky ***d***. Pro ***h*** platí:

$$h = b - \sqrt{\left(1 - \frac{d}{2a}\right)^2 \times b^2}$$

Nyní je pro vykreslení upravit parametrické vyjádření paraboly pro elipsu s délkou hlavní poloosy ***a***, délkou vedlejší poloosy ***b***, a středem v bodě [x_0, y_0]. V prostředí se používají pouze elipsy, mají hlavní poloosu rovnoběžnou s osou y.

$$x = x_0 + b\cos\varphi$$

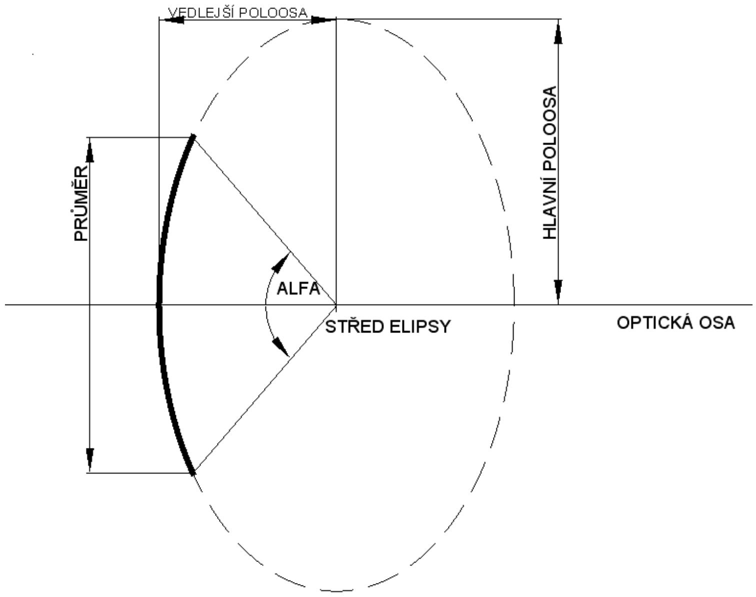
$$y = y_0 + a\sin\varphi \qquad \text{pro } \varphi \in \langle 0, 2\pi \rangle$$

Protože se jedná o elipsu se středem v optické ose, je hodnota $y_0 = 0$. Hodnotu x_0 musíme zase upravit podle toho, o jaký typ plochy se jedná:

- $x_0 = b - \frac{w}{2} + D$ pro přední konvexní plochu
- $x_0 = -b - \frac{w}{2} + h + D$ pro přední konkávní plochu

- $x_0 = -b + \frac{w}{2} + D$ pro zadní konvexní plochu
- $x_0 = b + \frac{w}{2} - h + D$ pro zadní konkávní plochu

Jelikož nechceme vykreslit celou elipsu, ale jen úsek vymezený úhlem $\boldsymbol{\alpha}$, parametr $\boldsymbol{\varphi}$ bude nabývat hodnot v intervalu $\langle -\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{2} \rangle$ pro přední konkávní plochu a zadní konvexní plochu nebo hodnot v intervalu $\langle -\frac{\alpha}{2} + \pi, \frac{\alpha}{2} + \pi \rangle$ pro přední konvexní plochu a pro zadní konkávní plochu.



Obr. 3 Plocha vytvořená z úseku elipsy

3.4 Plocha vytvořená rotací úseku hyperboly kolem optické osy

Hyperbola je definovaná v prostředí dvěma parametry, kterými jsou délka hlavní poloosy ***a*** a délka vedlejší poloosy ***b***. Používá se pouze hyperbola, která má hlavní poloosu ***a*** ležící na optické ose a vrchol hyperboly leží tudíž také na optické ose. Úsek hyperboly je vymezen průměrem čočky ***d*** a je souměrný podle optické osy. Oproti elipse může mít hlavní poloosa hyperboly libovolnou délku.

Úsek hyperboly je vymezen úhlem $\boldsymbol{\alpha}$, pro který platí:

$$\alpha = 2\,arcsin\frac{d}{2b}$$

Dalším parametrem je parametr ***h***, což je výška úseku hyperboly vymezeného úhlem $\boldsymbol{\alpha}$, a platí pro něj:

$$h = -a + \sqrt{\left(1 + \frac{d}{2b}\right)^2 \times a^2}$$

Dále musíme upravit parametrické vyjádření hyperboly s délkou hlavní poloosy ***a***, délkou vedlejší poloosy ***b*** a středem v bodě [x_0, y_0]. Ve vyjádření pro x-ovou souřadnici dáváme znaménko podle toho, kterou část hyperboly chceme vykreslit. Pro část hyperboly před středem dáváme znaménko minus a pro část za středem znaménko plus.

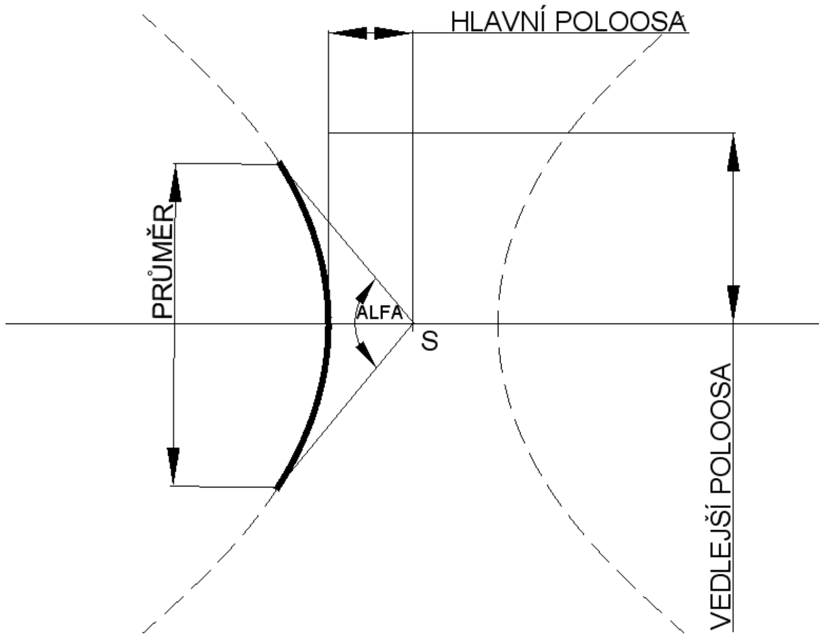
$$x = x_0 \pm a \cosh t$$

$$y = y_0 + b \sinh t \qquad \text{pro } t \in \langle -\infty, \infty \rangle$$

Jelikož je střed hyperboly na optické ose, je hodnota y_0 rovna 0. Hodnota x_0 se určí podle toho, o jakou plochu čočky se jedná:

- $x_0 = -a - \frac{w}{2} + D$ pro přední konvexní plochu
- $x_0 = a - \frac{w}{2} + h + D$ pro přední konkávní plochu
- $x_0 = a + \frac{w}{2} + D$ pro zadní konvexní plochu
- $x_0 = -a + \frac{w}{2} - h + D$ pro zadní konkávní plochu

Protože nechceme vykreslit celou hyperbolu, ale jen úsek, který je vymezen úhlem ***α***, bude parametr ***t*** nabývat hodnot $\langle -\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{2} \rangle$. Pro vykreslení přední konvexní plochy a zadní konkávní plochy se pro x-ovou souřadnici bude používat vyjádření s plusem a pro vykreslení zadní konvexní plochy a přední konkávní plochy vyjádření s minusem.



Obr. 4 Plocha vytvořená z hyperboly

3.5 Plocha vytvořená rotací části paraboly kolem optické osy

Jediným parametrem, kterým je parabola zadávána je parametr ***p***. V prostředí jsou použity pouze paraboly mající osu totožnou s optickou osou. Parabola je omezena průměrem čočky ***d***. Y-ová souřadnice úseku proto nabývá hodnot $\langle -\frac{d}{2}, \frac{d}{2} \rangle$. X-ovou souřadnici spočítáme z vrcholové rovnice přímky.

Pro přední konvexní plochu a pro zadní konkávní plochu se používá tvar vrcholové rovnice, který má osu paraboly totožnou s osou x mající minimum na této ose.

$$y^2 = 2p \times (x - x_0)$$

Pro zadní konvexní plochu a pro přední konkávní plochu se používá tvar rovnice s maximem na ose x.

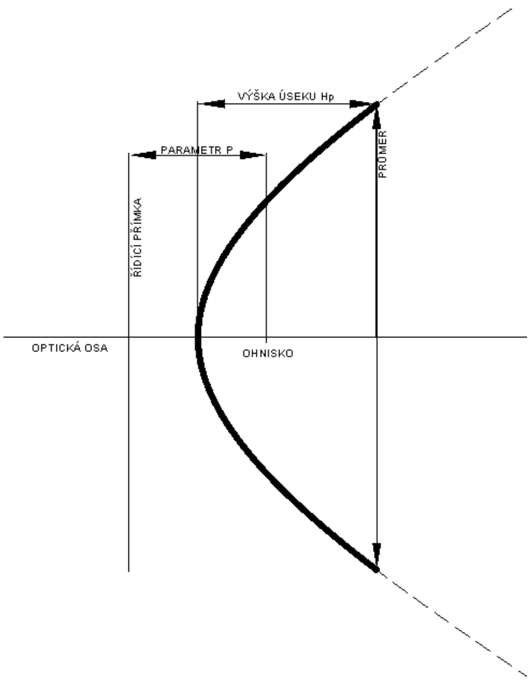
$$y^2 = -2p \times (x - x_0)$$

Hodnotu souřadnice vrcholu paraboly $\boldsymbol{x_0}$ určíme podle typu plochy:

- $x_0 = -\frac{w}{2} + D$ pro přední konvexní plochu
- $x_0 = -\frac{w}{2} + h + D$ pro přední konkávní plochu
- $x_0 = \frac{w}{2} + D$ pro zadní konvexní plochu
- $x_0 = \frac{w}{2} - h + D$ pro zadní konkávní plochu

Parametr ***h*** je výška parabolické úseče vymezená průměrem čočky.

$$h = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{2p}$$



Obr. 5 Plocha vytvořená z úseku paraboly

3.6 Vlastní plocha čočky

Pro tvorbu vlastní plochy čočky slouží tabulka s body. Je možné zadat libovolný počet bodů, ale je zde omezující podmínka, že první bod musí mít y-ovou souřadnici rovnu polovině průměru čočky ***d*** a poslední bod musí mít y-ovou souřadnici ***-d***.

Vykreslování probíhá tak, že se vezme bod z největší y-ovou souřadnící a spojí se úsečkou s následujícím bodem a tento bod se spojí zase s dalším bodem, dokud se nedojde k bodu s nejmenší y-ovou souřadnicí.

Aby byla dodržena zadaná šířka čočky ***w***, je x-ová souřadnice následovně přepočítávána. Ze všech bodů se najde bod s největší x-ovou souřadnicí. Pokud se jedná o přední plochu čočky, tak se od středu čočky odečte polovina šířky ***w*** a x-ová souřadnice daného bodu a přičte se největší x-ová souřadnice. Pro zadní plochu se od středu čočky odečte největší x-ová souřadnice a přičte se polovina šířky ***w*** a x-ová souřadnice daného bodu. Vzdálenost bodu s největší x-ovou souřadnicí od kolmice na optickou osu procházející středem čočky pak bude rovna polovině šířky čočky ***w***.

Pro výpočet výšky úseče ***h*** této plochy je nutné nalézt bod s nejmenší x-ovou souřadnicí. Výška ***h*** je rovna rozdílu největší a nejmenší souřadnice x-ové souřadnice.

3.7 Rovinná plocha čočky

Pro rovinnou plochu není třeba udávat žádný parametr. Plocha se vždy vykreslí ve vzdálenosti rovné polovině šířky čočky ***w*** od středu čočky. Průměr této plochy má velikost ***d***.

3.8 Kontrola průniku ploch čočky

Po zadání parametrů obou ploch čočky by se mohlo stát, že plochy mezi sebou kolidují. Kvůli tomu jsou zde omezující podmínky. Máme-li dvě konvexní nebo dvě konkávní plochy, musí být šířka čočky ***w*** větší než součet výšek úseků obou ploch ***h***. Při jedné konvexní a jedné konkávní ploše musí být obě výšky úseků ploch ***h*** menší než součet druhé výšky úseku plochy a šířky čočky ***w***. Při použití rovinné plochy a jiné čočky musí být výška úseku plochy ***h*** menší než šířka čočky ***w.***

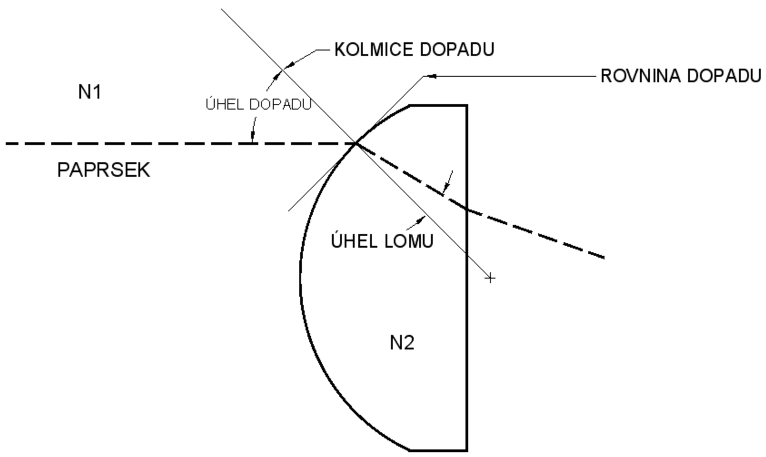
4 Paprsky

Pro zjištění vlastností zvolené optické soustavy používáme soustavu paprsků rovnoběžných s optickou osou ve zvolených vzdálenostech od optické osy. Pomocí těchto paprsků zjišťujeme údaje jako jejich body průniku s optickými prvky nebo ohnisko dané soustavy.

Paprsky se definují pouze jedním parametrem, který je vzdálenost od optické osy, které říkáme výška paprsku pro zkrácení. Počáteční směrnice je vždy rovna nule, protože paprsky jsou na začátku optické soustavy rovnoběžné s optickou osou. Paprsky s větší vzdáleností od optické osy, než je poloměr čočky, nebudou procházet žádným optický prvkem a jsou bezpředmětné.

4.1 Základy průchodu

Při dopadu paprsku na rozhraní dvou prostředí dojde většinou k lomu daného paprsku. Mohou nastat dva druhy dopadu. První je dopad paprsku procházejícího volným prostředím na přední plochu optického prvku a druhým je zase dopad paprsku procházejícího optickým prvkem na zadní plochu tohoto prvku. O tom, pod jakým úhlem paprsky prostoupí do dalšího prostředí, rozhoduje Snellův zákon lomu.



Obr. 6 Lom paprsku z prostředí N1 do N2

Pro použití Snellova zákonu najít rovinu dopadu paprsku a následně kolmici na tuto rovinu. Úhel, který svírá dopadající paprsek a kolmice dopadu se nazývá úhel dopadu a značíme ho θ_1. Úhel lomu θ_2, který svírá paprsek po průchodu rozhraním s kolmicí dopadu, se vypočítá ze

Snellova zákonu, kde n_1 je index lomu prostředí před bodem dopadu a n_2 je index lomu prostředí po bodu dopadu.

$$\theta_2 = arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \times sin\,\theta_1\right)$$

Pro popis paprsku potřebujeme dva parametry, kterými jsou směrnice k, což je tangens úhlu, který paprsek svírá s optickou osou, a číslo q, což je výška, kde paprsek prochází osou y.

Dále se budeme zabývat jednotlivými případy dopadu paprsků na různé druhy plochy.

4.2 Dopad paprsku na kulovou plochu

Nejdříve musíme zjistit souřadnice bodu dopadu. Ty se zjistí tak, že vezmeme rovnici kružnice, ze které je plocha vytvořena, a rovnici paprsku, vyjádříme si s obou rovnic proměnou *y* a položíme je sobě rovny.

$$\sqrt{r^2 + (x_d - x_0)^2} = |k_d x_d + q_d|$$

Mohou nastat dvě možnosti. První z nich je taková, že rovnice nemá řešení. To znamená, že paprsek neprochází plochou čočky a pokračuje dál ve svém směru.

Další možnost je taková, že rovnice má jedno nebo dvě řešení. Dále postupujeme podle toho, o jaký typ plochy se jedná. V těchto případech se konvexita a konkavita plochy rozlišuje podle toho, jaký tvar má plocha ze směru dopadu paprsku, takže zadní konvexní plocha čočky bude brána jako plocha konkávní a přední konkávní plocha bude brána jako konvexní.

Pro konvexní plochu nezáleží, jestli má rovnice jedno nebo dvě řešení. Při dvou řešení se vždy vezme to s menší hodnotou.

Pokud má rovnice pro konkávní plochu jen jedno řešení, paprsek plochu minul, protože řešení rovnice je pro bod, který je sice na kružnici, ale není na úseku kružnice, ze kterého je plocha vytvořená. Při dvou řešeních se vezme to s větší hodnotou.

Hodnota řešení, která byla spočítána, je souřadnice bodu dopadu x_d a nyní se musí spočítat souřadnice y_d pomocí parametru dopadajícího paprsku k_d a q_d.

$$y_d = k_d x_d + q_d$$

Je nutné zkontrolovat vypočtenou souřadnici $\boldsymbol{y_d}$. Pokud absolutní hodnota této souřadnice větší, než je poloměr plochy čočky, paprsek opět danou plochu mine a bude pokračovat svým směrem dále. V opačném případě je souřadnice bodu dopadu rovna [$\boldsymbol{x_d, y_d}$].

Při dopadu paprsku na kulovou plochu se bere úhel dopadu $\boldsymbol{\theta_1}$ jako úhel, který svírá dopadající paprsek a přímka procházející bodem dopadu a středem křivosti plochy. Pro výpočet $\boldsymbol{\theta_1}$ se používají vztahy, které se liší pro konkávní a pro konvexní plochy. Pro úhel $\boldsymbol{\theta_1}$ při platí:

- $\theta_1 = \arcsin\frac{y_d}{r} + \arctan k_d$ pro konvexní plochu
- $\theta_1 = \arcsin\frac{y_d}{r} - \arctan k_d$ pro konkávní plochu

$\boldsymbol{K_d}$ je směrnice, $\boldsymbol{y_d}$ je výška v místě dopadu a $\boldsymbol{r}$ je poloměr křivosti plochy.

Úhel lomu $\boldsymbol{\theta_2}$ spočítáme pomocí Snellova zákonu, jak je ukázáno v předchozí kapitole. Abychom mohli popsat lomený paprsek potřebujeme vypočítat směrnici $\boldsymbol{k_l}$ a číslo $\boldsymbol{q_l}$. Směrnici vypočítáme podle vztahu:

- $k_l = tan\left(\theta_2 - \arcsin\frac{y_d}{r}\right)$ pro konvexní plochu
- $k_l = tan\left(\arcsin\frac{y_d}{r} - \theta_2\right)$ pro konkávní plochu

Číslo $\boldsymbol{q_l}$ už se poté snadno spočítá z bodu dopadu [$\boldsymbol{x_d}$, $\boldsymbol{y_d}$] a ze směrnice $\boldsymbol{k_l}$.

$$q_l = y_d - x_d \times k_l$$

4.3 Dopad paprsku na eliptickou plochu

Podobně jako u kulové plochy nejdříve je třeba najít bod dopadu z rovnice elipsy a rovnice paprsku.

$$\sqrt{\left(1-\frac{(x_d-x_0)^2}{b^2}\right)\times a^2} = |k_d x_d + q_d|$$

Kde ***a*** je hlavní poloosa elipsy, ***b*** je vedlejší poloosa elipsy, $\boldsymbol{x_0}$ střed elipsy, $\boldsymbol{k_d}$ je směrnice dopadajícího paprsku a $\boldsymbol{q_d}$ posunutí paprsku. Po vyřešení rovnice mohou nastat stejné situace jako u kulové plochy. Dále vypočítáme souřadnici $\boldsymbol{y_d}$.

$$y_d = k_d x_d + q_d$$

Nyní je jen třeba spočítat úhel dopadu $\boldsymbol{\theta_1}$. Ten zjistíme z normály na tečnu na elipsu v bodě dopadu. Z rovnice tečny na elipsu bude stačit vypočítat pouze směrnice $\boldsymbol{k_t}$.

$$k_t = -\frac{a^2 \times (x_d - x_0)}{y_d \times b^2}$$

Jelikož jsme spočítali směrnici tečny $\boldsymbol{k_t}$, musíme ji nyní přepočítat na směrnici normály $\boldsymbol{k_n}$.

$$k_n = -\frac{1}{k_t}$$

Dále už můžeme vypočítat úhel dopadu $\boldsymbol{\theta_1}$.

- $\theta_1 = \arctan k_n - \arctan k_d$ pro konvexní plochu
- $\theta_1 = \arctan k_n + \arctan k_d$ pro konkávní plochu

Úhel lomu $\boldsymbol{\theta_2}$ se určí podle Snellova zákonu stejně jako v předchozí kapitole. Nakonec se musí do počítat směrnice a posunutí lomeného paprsku $\boldsymbol{k_l}$ a $\boldsymbol{q_l}$.

- $k_l = \tan(\arctan k_n - \theta_2)$ pro konvexní plochu
- $k_l = \tan(\theta_2 - \arctan k_n)$ pro konkávní plochu
- $q_l = y_d - x_d \times k_l$

4.4 Dopad paprsku na hyperbolickou plochu

Opět začneme tím, že si najdeme bod dopadu paprsku z rovnice hyperboly a rovnice dopadajícího paprsku.

$$\sqrt{\left(\frac{(x_d - x_0)^2}{a^2} - 1\right) \times b^2} = |k_d x_d + q_d|$$

Kde ***a*** je hlavní poloosa elipsy, ***b*** je vedlejší poloosa elipsy, $\boldsymbol{x_0}$ střed elipsy, $\boldsymbol{k_d}$ je směrnice dopadajícího paprsku a $\boldsymbol{q_d}$ posunutí paprsku.

Na rozdíl od kulové a eliptické plochy se u hyperbolické konkávní plochy bere vždy kořen rovnice s menší hodnotou. U konvexní plochy je vždy potřeba, aby rovnice měla dva kořeny a vybere se ten s větší hodnotou. Dále vypočítáme souřadnici $\boldsymbol{y_d}$.

$$y_d = k_d x_d + q_d$$

Úhel dopadu vypočítáme podobně jako u eliptické plochy pomocí směrnice normály tečny na hyperbolu v bodě dopadu $\boldsymbol{k_n}$.

$$k_n = -\frac{b^2 \times (x_d - x_0)}{y_d \times a^2}$$

Podobně jako u eliptické plochy vypočteme úhel dopadu $\boldsymbol{\theta_1}$.

- $\theta_1 = \arctan k_n - \arctan k_d$ pro konvexní plochu
- $\theta_1 = \arctan k_n + \arctan k_d$ pro konkávní plochu

Nakonec parametry lomeného paprsku $\boldsymbol{k_l}$ a $\boldsymbol{q_l}$.

- $k_l = \tan(\arctan k_n - \theta_2)$ pro konvexní plochu
- $k_l = \tan(\theta_2 - \arctan k_n)$ pro konkávní plochu
- $q_l = y_d - x_d \times k_l$

4.5 Dopad paprsku na parabolickou plochu

Nejdeme bod dopadu paprsku [x_d, y_d] pomocí rovnice paraboly a rovnice paprsku. U paraboly používáme vždy první řešení této rovnice.

$$\sqrt{2p \times (x_d - x_0)} = |k_d x_d + q_d|$$

$$y_d = k_d x_d + q_d$$

Pro nalezení úhlu dopadu budeme potřebovat najít směrnici kolmice na tečnu v bodě dopadu $\boldsymbol{k_n}$ a poté už můžeme spočítat samotný bod dopadu $\boldsymbol{\theta_1}$.

- $k_n = -\frac{y_d}{p}$
- $\theta_1 = \arctan k_n - \arctan k_d$ pro konvexní plochu
- $\theta_1 = \arctan k_n + \arctan k_d$ pro konkávní plochu

Pomocí u úhlu lomu $\boldsymbol{\theta_2}$ vypočteného ze Snellova zákonu, můžeme dopočítat parametry lomeného paprsku.

- $k_l = \tan(\arctan k_n - \theta_2)$ pro konvexní plochu
- $k_l = \tan(\theta_2 - \arctan k_n)$ pro konkávní plochu
- $q_l = y_d - x_d \times k_l$

4.6 Dopad paprsku na vlastní plochu čočky

Vlastní plocha čočky je tvořena ze spojených úseček, které propojují body zadané do tabulky. Abychom našli bod dopadu paprsku, musíme nejdříve najít, mezi kterými dvěma body paprsek prochází. To zjistíme tak, že z každých dvou sousední bodů plochy udělám rovnici přímky a položím jí rovnu rovnici paprsku. Pokud řešení bude z intervalu mezi body, ze kterých byla přímka vytvořena, prochází paprsek právě mezi těmito dvěma body, a navíc řešením této rovnice získáme bod dopadu.

Jako rovina dopadu se vezme přímka vytvořená těmito dvěma body. Jelikož jsem z řešení předchozích rovnic získali bod dopadu, můžeme vypočítat úhel dopadu θ_1 ze směrnice dopadajícího paprsku k_d a ze směrnice kolmice na rovinu dopadu k_p.

$$\theta_1 = \arctan k_p - \mathrm{arcatan}\, k_d$$

Po vypočtení úhlu lomu θ_2 ze Snellova zákonu, už můžeme dopočítat parametry lomeného paprsku.

$$k_l = \tan\left(\arctan k_p - \theta_2\right) \qquad q_l = y_d - k_l x_d$$

Při dopadu paprsku se může stát, že paprsek dopadne přímo do bodu, který byl zadán. Tento bod vytváří dvě přímky, jednu s předcházejícím bode a druhou s následujícím bode a je otázka podle jaké z nich se bude paprsek lámat. Prozatím je to vyřešeno tak, že pokud paprsek dopadne přímo na zadaný bod, bude se lámat podle přímky, vytvořené pomocí daného bodu a sousedního bodu blíže optické osy. Chybu vzniklou použitím této metody zjistíme odečtením směrových úhlů obou přímek.

4.7 Dopad paprsku na rovinnou plochu

Dopad paprsku na rovinnou plochu je nejjednodušší ze všech dopadů. Nejdříve zjistíme, jestli paprsek bude procházet plochou. To zjistíme pomocí rovnice paprsku a rovnice plochy, kde k_d je směrnice dopadajícího paprsku, q_d je posunutí dopadajícího paprsku, D je posunutí středu čočky a w šířka čočky.

$$\frac{y - q_d}{k_d} = D \mp \frac{w}{2}$$

Pro přední plochu čočky se používá rovnice s minuse a pro zadní čočku rovnice s plusem. Pokud by se stalo, že je absolutní hodnota kořenu rovnice větší než poloměr čočky d. Paprsek nebude procházet plochou a bude pokračovat se svém směru.

Úhel dopadu θ_1 je vlastně směrnice dopadajícího paprsku k_d, protože normála na plochu dopadu je rovnoběžná s optickou osou a úhel lomu θ_2 se opět vypočítá ze Snellova zákonu.

Nakonec jen zbývá dopočítat směrnici k_l a posunutí q_l.

$$k_l = \tan\theta_2 \qquad\qquad q_l = y_d - x_d \times k_l$$

4.8 Totální odraz

Při průchodu z jednoho prostředí do druhého se může stát, že paprsek neprostoupí, ale pouze se odrazí, jak je popsáno v kapitole 2.2.2. Při zjišťování, jestli paprsek odrazí nebo ne použijeme výpočtu úhlu lomu pomocí Snellova zákonu.

$$\theta_2 = arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \times sin\,\theta_1\right)$$

Funkce arkus sinus je definována pro argumenty na intervalu <-1,1>, ale v Matlabu je možné ji spočíst pro všechny argumenty s tím, že výsledky funkce mimo interval mají imaginární složku.

V našem případě platí, že pokud má úhel lomu $\boldsymbol{\theta_2}$ po výpočtu imaginární složku nastává pro daný dopadaný paprsek totální odraz a dále už v optické soustavě nepokračuje.

4.9 Ohnisko soustavy a otvorové vady.

Při výstupu paprsku z posledního optického prvku mohou nastat tři situace. První z nich nastane, když je vycházející paprsek rovnoběžný s optickou osou. V této situaci optická soustava nemá ohnisko pro tento paprsek.

Druhá situace je při tom, když paprsek směřuje od optické osy tzv. neprotíná optickou osu. V tomto případě se ohnisko soustavy pro daný nachází před výstupem paprsku z posledního prvku optické soustavy.

Poslední situace je při tom, když paprsek optickou osu protíná. V tomto případě je optické soustavy pro daný paprsek rovné průsečíku paprsky a optické osy a můžeme ho snadno spočítat ze směrnice paprsku a z posunutí. Souřadnice ohniska jsou [$\boldsymbol{F_x}$,0].

$$F_x = -\frac{q_l}{k_l}$$

Otvorová vada se u optické soustavy zjišťuje z rozdílu ohnisek dvou paprsků. Pro zjištění otvorové vady čočky pro paprsky v určité vzdálenosti od optické osy se pošle přes soustavu jeden paprsek v požadované výšce a druhý paprsek se pošle velmi blízko optické osy. Vzdálenost těchto ohnisek Δx je otvorová vada v dané výšce.

4.10 Chromatické vady

Pro zjištění chromatických vad je v prostředí možnost zadávání různých indexů lomu pro různé vlnové pro optické prvky. Je možnost až tří různých indexů lomu pro jeden prvek s tím, že ze základu je zde připravena tabulka pro modré, zelená a červené světlo.

Chromatické vady se zjišťují z rozdílu ohnisek dvou paprsků ve stejné vzdálenosti od optické osy s rozdílnou vlnovou délkou. Vzdálenost těchto ohnisek Δx je chromatická vada.

5 Závěr

Cílem mojí práce bylo navrhnout prostředí pro návrh optických soustavy a zjišťování jejich vlastností. V prostředí je možné navrhovat čočky s pěti základní druhy ploch a je tu možnost návrhu vlastního tvaru plochy určenou množinou bodů v tabulce. Dále je možné určit index lomu materiálu optických prvků až pro tři různé vlnové délky a najednou si zobrazit procházející paprsky o těchto vlnových délkách.

Prostředí bylo navrženo v app designeru, což je nástroj pro vytváření uživatelského prostředí v Matlabu. Kdybych měl práci dělat znova, asi bych si app designer pro návrh prostředí znova nevybral, protože v něm je spousta omezení. V app designeru se přepíná mezi designovým a kódovým pohledem a v každém pohledu se vám zobrazují u komponent jen určité atributy, a proto musíte často mezi těmito dvěma pohledy přepínat, což mě značně zdržovalo při práci. Dále mi při práci v app designeru chyběla funkce vytváření sekcí, což je u obyčejných Matlabových skriptů možné.

V programu se vypočítává ohnisko na základě tvaru a vlastností optické soustavy. Kdybych měl program v budoucnosti rozšířit, chtěl bych sem přidat funkci výpočtu některého z parametrů optické soustavy na základě zadaného prostředí. Například bychom definovali jednu plochu čočky, její index lomu a ohnisko a program by byl schopen navrhnout druhou plochu. Další funkci, kterou bych chtěl přidat, by byla funkce porovnávání dvou optických soustav mezi sebou a určení, která z nich má lepší určité vlastnosti.