

Bakalářská práce



České
vysoké
učení technické
v Praze

F3

Fakulta elektrotechnická
Katedra kybernetiky

Planární akustická manipulace s kulovými objekty na pevném povrchu

Adam Kollarčík

Vedoucí: Ing. Martin Gurtner
Studijní program: Kybernetika a robotika
Studijní obor: Robotika
Květen 2018

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Kollarčík** Jméno: **Adam** Osobní číslo: **457181**
Fakulta/ústav: **Fakulta elektrotechnická**
Zadávající katedra/ústav: **Katedra kybernetiky**
Studijní program: **Kybernetika a robotika**
Studijní obor: **Robotika**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Planární akustická manipulace s kulovými objekty na pevném povrchu

Název bakalářské práce anglicky:

Planar Acoustic Manipulation with Spherical Objects on Solid Surface

Pokyny pro vypracování:

Postavte experimentální platformu pro planární bezkontaktní manipulaci s kulovými objekty na pevném povrchu pomocí pole ultrazvukových měničů a obrazové zpětné vazby.

1. Navrhněte mechanické uspořádání jednotlivých komponent platformy (pole ultrazvukových měničů, plocha s manipulovanými objekty a kamera) a zkonstruuje ji.
2. Nastudujte a implementujte řešení optimalizačního problému alokace takových fázových posunů na jednotlivých ultrazvukových měničích, aby v daném bodě (nebo bodech) v prostoru byl vyvinut určitý akustický tlak.
3. Vytvořte simulační model zpětnovazebního řízení polohy kulových objektů pomocí působení akustického tlaku z předešlého bodu zadání.
4. Implementujte řízení za použití obrazové zpětné vazby na skutečném hardware.

Seznam doporučené literatury:

- [1] A. Marzo, R. McGeehan, J. McIntosh, S. A. Seah, and S. Subramanian, "Ghost Touch: Turning Surfaces into Interactive Tangible Canvases with Focused Ultrasound," in Proceedings of the 2015 International Conference on Interactive Tabletops & Surfaces, New York, NY, USA, 2015, pp. 137-140.
- [2] A. Marzo, S. A. Seah, B. W. Drinkwater, D. R. Sahoo, B. Long, and S. Subramanian, "Holographic acoustic elements for manipulation of levitated objects," Nature Communications, vol. 6, Oct. 2015.
- [3] J. Zemánek, T. Michálek, and Z. Hurák, "Feedback control for noise-aided parallel micromanipulation of several particles using dielectrophoresis," Electrophoresis, vol. 36, no. 13, pp. 1451-1458, 2015.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

Ing. Martin Gurtner, katedra řídicí techniky FEL

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **11.01.2018**

Termín odevzdání bakalářské práce: **25.05.2018**

Platnost zadání bakalářské práce: **30.09.2019**

Ing. Martin Gurtner
podpis vedoucí(ho) práce

doc. Ing. Tomáš Svoboda, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Ing. Pavel Ripka, CSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací.
Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Poděkování

Chtěl bych poděkovat své rodině a přítelkyni za veškerou podporu nejen při psaní této práce. Dále bych chtěl poděkovat Martinu Gurtnerovi za velké množství cenných rad, ochotu a trpělivost. Velký dík patří také dalším členům skupiny AA4CC.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne 25. května 2018

.....
podpis autora práce

Abstrakt

V této práci se věnuji tvorbě platformy pro distribuovanou akustickou manipulaci a jejímu použití pro zpětnovazební řízení polohy kuličky v rovině. S objekty manipulují pomocí tlakových bodů. Tyto tlakové body se generují polem ultrazvukových měničů, jež jsou buzeny signály s fázovými posuny určenými řešením optimalizační úlohy. Zavedl jsem fungující způsob zpracování obrazu použité kamery pro odečítání polohy kuličky. Dále jsem vytvořil zjednodušený model kuličky v generovaném akustickém poli, který mi umožňuje kompenzaci zpoždění změřené polohy a v neposlední řadě navrhl regulátory, díky kterým jsem schopen pohybovat s kuličkou po požadované trajektorii.

Klíčová slova: distribuovaná manipulace, vizuální zpětná vazba, optimální řízení, ultrazvuková manipulace

Vedoucí: Ing. Martin Gurtner

Abstract

This thesis focuses on developing a platform for distributed acoustic manipulation and on its application for planar position feedback control of a small ball. Manipulation is achieved by focused pressure points. The pressure points are generated by an array of ultrasonic transducers powered by phase-delayed signals. The phase delays are obtained by solving an optimization problem. I implemented a method of measuring a position of the ball by image processing. Next, I created a simplified model of the ball in the generated acoustic field that allowed me to compensate a delay of measured position. Last but not least I designed feedback controllers for position trajectory following.

Keywords: distributed manipulation, visual feedback control, optimization-based control, ultrasonic manipulation

Title translation: Planar Acoustic Manipulation with Spherical Objects on Solid Surface

Obsah

1 Úvod	1	5.3 Simulace tvorby tlakových bodů	20
2 Kontext práce	3	6 Kulička v akustickém poli	21
2.1 Stručný přehled ultrazvukové manipulace	3	6.1 Model	21
2.2 Zařazení práce mezi ostatní projekty	5	6.2 Identifikace	24
3 Platforma	7	7 Řízení systému	27
3.1 Ultrazvukové měniče a použitá zařízení	7	7.1 Diskrétní stavový popis	27
3.2 Konstrukce	9	7.2 Kompenzace zpoždění	28
4 Vizuální zpětná vazba	11	7.3 Řídicí schéma a regulace	29
4.1 Zpracování obrazu	11	8 Závěr	33
4.2 Transformace souřadnic nalezeného těžiště	13	A Literatura	35
4.3 Ověření funkčnosti	15	B Obsah příloženého CD	37
5 Generování tlakových bodů	17		
5.1 Akustické pole	17		
5.2 Optimalizační úloha	19		

Kapitola 1

Úvod

V této bakalářské práci se zabírám tvorbou platformy pro planární ultrazvukovou manipulaci s kulovitými objekty na pevném povrchu pomocí pole ultrazvukových měničů. Cílem bylo navrhnout a implementovat řídicí systém, který na základě naměřené a požadované polohy kulovitého objektu určí potřebný tvar akustického pole v jeho okolí a následně výpočítá, jakým způsobem mají být buzeny měniče, aby ke generování takového pole skutečně došlo. Za tímto účelem bylo nutné postupně vytvořit a otestovat několik komponent řídicího systému. Těmito komponentami jsou konstrukce platformy, zpracování obrazu pro rozpoznávání polohy manipulovaného objektu, generování tlakových bodů polem ultrazvukových měničů pomocí fázově posunutých obdelníkových signálů, matematický model kuličky v generovaném akustickém poli a regulátory pro zpětnovazební řízení.

Téma práce perfektně zapadá do portfolia skupiny AA4CC¹ na katedře řídicí techniky ČVUT FEL, v rámci které jsem práci vypracovával a která se manipulací pomocí pole aktuátorů v jiných fyzikálních doménách již dlouhou dobu zabývá. Jako příklad mohu uvést projekt *Magman* [1], ve kterém je použito pole cívek pro manipulaci s ocelovými kuličkami. V jiném projektu se členové skupiny věnují *dielektroforéze*, což je manipulace mikročástic polem elektrod. Hlavní motivací tedy bylo pochopení základních principů této formy manipulace v nové fyzikální (akustické) doméně.

Na tvorbě platformy jsem spolupracoval s kolegou Josefem Matoušem, který se se mnou podílel na letním (2017) projektu ultrazvukové levitace taktéž ve skupině AA4CC. Josef v rámci jeho bakalářské práce na téma

¹<http://aa4cc.dce.fel.cvut.cz/>

Manipulace s objekty na hladině kapaliny pomocí pole ultrazvukových aktuatorů [2] potřeboval vytvořit obdobnou platformu. Z tohoto důvodu jsme se spojili a rozhodli vytvořit platformu jedinou, pro oba projekty společnou. Já jsem se zabýval zpracováním obrazu, tedy rozpoznáváním manipulovaného objektu (kuličky) v obraze kamery, transformací souřadnic pixelů kamery do požadovaného souřadného systému a zajištěním dostatečného osvětlení snímané plochy v rámci konstrukce platformy. Josef měl na starosti návrh konstrukce celé platformy (kromě osvětlení), přepsání optimalizační úlohy výpočtu fázových posunů pro tvorbu tlakových bodů z Matlabu do jazyka C++ a zprovoznění sériové komunikace s generátorem obdelníkových signálů. Na zbývajících částech, kterými jsou tvorba modelu a návrh řídicích algoritmů, jsem již pracoval zcela samostatně.

V následující části uvedu práci do kontextu s již existujícími obdobnými projekty. V dalších kapitolách postupně popisují konstrukci platformy včetně použitých zařízení (kapitola 3), způsob zpracování obrazu (kapitola 4), generování tlakových bodů (kapitola 5), tvorbu modelu (kapitola 6), kompenzaci zpoždění a řízení systému (kapitola 7). V závěru jsou shrnuty dosažené výsledky a navržena možná vylepšení.

Kapitola 2

Kontext práce

Předmětem této kapitoly je stručný přehled již existujících projektů v oblasti ultrazvukové manipulace a následné vymezení jejich souvislostí s touto bakalářskou prací.

2.1 Stručný přehled ultrazvukové manipulace

Ultrazvukové manipulaci dominuje zejména fenomén akustické levitace. Jedná se o velice rozsáhlé téma, a proto je mu věnována první část této podkapitoly. Ve druhé části jsou rozebírány již poněkud specifitější formy ultrazvukového působení.

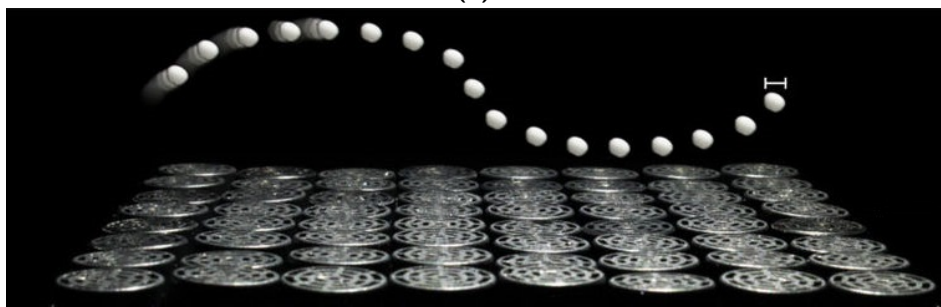
Levitovat a ve vzduchu pohybovat lze s pevnými objekty, kapalinami, a dokonce i s drobnými zvířaty [3]. Nejběžnější metoda je postavena na principu *stojatého vlnění*. Aby došlo ke vzniku stojatého vlnění, musí být předměty manipulace obklopeny v nejjednodušších případech ultrazvukovým měničem a reflektujícím povrchem, ve složitějších i několika poli skládajících se až ze stovek měničů (obr. 2.1a). K levitaci dochází umístěním objektů do uzlů vlnění. Alternativním přístupem je tzv. *Single-Beam* levitace [4] (obr. 2.1b), která využívá jen jednostrannou strukturu měničů. Z tohoto důvodu není nutné obklopení manipulačního prostoru. Fázový posun vysílaného signálu každého měniče je nastaven tak, aby vznikla potenciálová past. K levitaci dochází umístěním předmětů do potenciálové pasti. Maximální velikost částic je pro oba uvedené přístupy omezena na polovinu vlnové délky [5] vysílaného

akustického vlnění. Podrobný rozbor metod včetně těch umožňujících levitaci objektů mnohem větších než vlnová délka sepsali Andrade a kol. [4].

Příkladem využití stojatého vlnění je projekt Pixie Dust [6]. V platformě, která se skládá až ze čtyř protilehlých polí měničů, je generována síť uzlů vysíláním různě fázově posunutých akustických vln. Umístěním polystyrénových částic do této sítě jsou tvořeny grafické obrazce a jednoduché animace. Mimo to platformou lze pohybovat s drobnými předměty. Single-Beam levitaci v poslední době rozšířil a vylepšil zejména A. Marzo [7, 8].



(a)

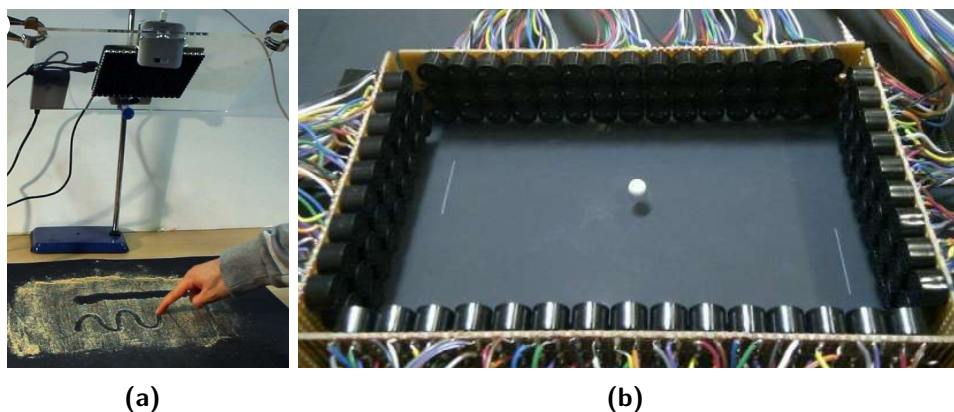


(b)

Obrázek 2.1: Metody akustické levitace: (a) Stojaté vlnění (převzato z [6]). (b) Single-Beam – záznam pohybu částice (převzato z [7]).

Princip stojatých vln je mimo levitace použitelný i pro manipulaci s mikročásticemi v kapalinách [9, 10]. Kapaliny lze ultrazvukem i míchat. Sato a kol. toho využili k míchaní nápojů [11] a v budoucnosti plánují jeho užití k rozptýlení chutí pokrmů do okolí, což, jak tvrdí, by vedlo k vylepšení gastronomického zážitku. Působením na lidské smysly se věnovali i Long a kol., konkrétně pak tvorbou haptických tvarů [12]. Uvádějí možnost polem měničů generovat šest objektů a to koule, krychle, kužel, jehlan a vertikálně nebo horizontálně orientovaný trojboký hranol. Projekt Ghost Touch [13] je postaven na podobných nástrojích jako Single-Beam levitace [7]. Optimalizací jsou získány fázové posuny signálů pro tvorbu tlakových bodů, které jsou pak použity například

pro kreslení do písku a pro tvorbu, pohyb a destrukci bublin na mýdlové vodě. Zpětnovazebným řízením v projektu Ultra-Tangibles [14] dosáhli dvou-dimenzionálního pohybu až dvou objektů v uzavřeném interaktivním systému. Systém mimo jiné umožňuje hrát populární hru Pong s reálnou kuličkou.



Obrázek 2.2: Příklady dalších projektů: (a) Ghost Touch (převzato z [13]). (b) Ultra-Tangibles, hra Pong (převzato z [14]).

2.2 Zařazení práce mezi ostatní projekty

Práci jsem postavil zejména na projektu Ghost Touch, konkrétně na použitém způsobu výpočtů fázových posunů pro tvorbu tlakových bodů. Dále jsem jako v případě Ultra-Tangibles použil vizuální zpětnou vazbu pro řízení pohybu kulovitých objektů, ovšem za použití jednodušších nástrojů. Na rozdíl od systému složeného ze struktury protilehlých polí měničů viz obrázek 2.2b, kde navíc každému měničů přísluší vlastní mikrokontroler [14], jsem stejně jako v projektu Ghost Touch (obr. 2.2a) použil pole jediné. Celá naše platforma postavená na Raspberry Pi je navíc provozována jako samostatné zařízení bez nutnosti připojení k PC. Zvolené řešení tedy nemá mezi ostatními projekty obdoby.

Kapitola 3

Platforma

Tato kapitola je věnována platformě pro ultrazvukovou manipulaci. Její součástí je popis použitých zařízení, součástek a konstrukce platformy.

3.1 Ultrazvukové měniče a použitá zařízení

Část zařízení (ultrazvukové měniče a zesilovací člen) je převzata z projektu ultrazvukové levitace, na kterém jsem spolupracoval. Původně použitý generátor obdelníkových signálů byl také převzat z tohoto projektu, ovšem v průběhu práce došlo k výměně za rychlejší generátor s větším rozlišením fázových posunů signálů.

Ultrazvukové měniče. Pro tvorbu akustického pole je použito 64 měničů Murrata MA40S4S (obr. 3.1a) o průměru 1 cm a centrální frekvenci 40 kHz uspořádaných do čtvercového pole 8×8 . Měníče jsou buzeny obdelníkovým signálem $16 V_{pp}$. Tento typ měničů, který se běžně používá pro měření vzdálenosti, jsme pro projekt ultrazvukové levitace vybrali proto, že se osvědčil ve článku [7].

Generátor obdelníkových signálů. Jako generátor fázově posunutých obdelníkových signálů je použita *FPGA* deska Terasic DE0-Nano (obr. 3.1b).

Amplituda generovaných signálů je 3,3 V a rozlišení fázových posunů je 1° . Komunikace s Raspberry Pi probíhá sériově pomocí USB sériového převodníku na baud ratu 230400 Bd. Software pro tento generátor vytvořil v rámci studentské práce Petr Brož.

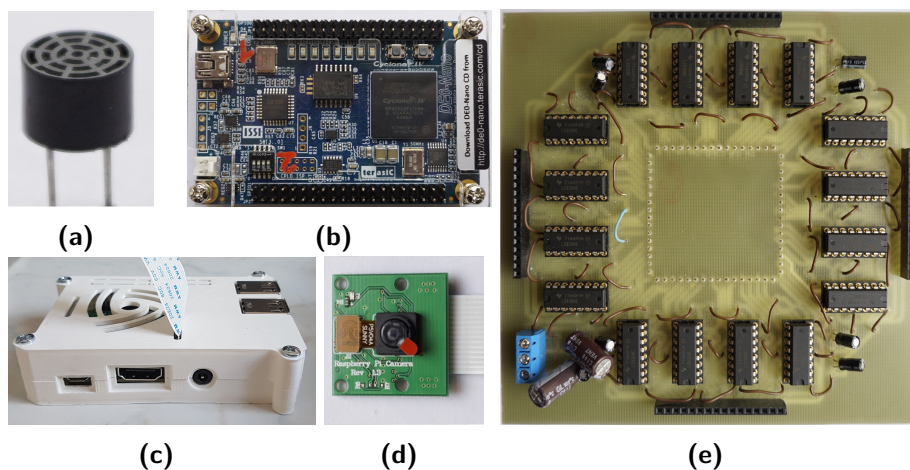
Zesilovací člen. Výstupní signály generátoru s amplitudou 3,3 V je pro buzení měničů potřeba zesílit na $16 V_{pp}$. To zajišťuje námi vyrobený zesilovací člen (obr. 3.1e) skládající se mimo jiné ze 16 čtyřnásobných *polovičních H-můstek* L293DNE. Propojení s generátorem je uskutečněno prostřednictvím dvou vícežilových plochých kabelů, měniče jsou se zesilovacím členem spojeny lankovými vodiči. Provedení (drátové propojky, jednovrstvá deska plošných spojů bez rozlité mědi, volba spínacích prvků) není pro tuto aplikaci ideální. I přes to se jedná o zcela funkční prototyp.

Raspberry Pi. Raspberry Pi 3 (obr. 3.1c) slouží jako hlavní počítač platformy, na kterém probíhají veškeré výpočty a komunikace s generátorem. Používaným operačním systémem je *Raspbian* s podporou Simulinku. Řídicí systém ve formě Simulinkového schématu v jiném počítači je v rámci podpory nejdříve přeložen do jazyka C/C++ a následně do Raspberry Pi nahrán a zkompilován. Nahráný program lze spustit buď samostatně bez možnosti jakýchkoliv úprav schématu, nebo dálkově s možností parametrických úprav v reálném čase. Použitím dedikovaného zařízení se funkčnost platformy stala nezávislá na počítači uživatele (alespoň částečně s ohledem na nutné nahrávání schémat). Dalšími výhodami tohoto řešení jsou malé rozměry a široká podpora knihoven. Nevýhodou oproti běžným osobním počítačům a notebookům je nižší výpočetní výkon.

Kamera a osvětlení. Pro snímání obrazu je použit Raspberry Pi camera modul v1.3 (obr. 3.1d). Snímky, které mají rozlišení 480×480 , jsou zaznamenávány snímkovou frekvencí 50 Hz. Protože výchozí nastavení zaostření kamery nebylo vhodné, byli jsme nuceni ho rotací objektivu (pomocí nástroje² vytisknutého na 3D tiskárně) změnit. Nasvícení snímané plochy zajišťují bílé LED pásy. Použití externího zdroje světla je nezbytné pro eliminaci vlivu vnějšího osvětlení a k zajištění dostatečného a rovnoměrného nasvícení snímané oblasti. Nedostatečné nasvícení lze kompenzovat nastavením parametrů kamery, jako jsou čas expozice a citlivost ISO jen částečně. Zvětšením času expozice by sice došlo ke zesvětlení obrazu, ovšem za cenu snížení maximální snímkové frekvence. Obdobně by zvýšení citlivosti ISO snížilo kvalitu snímku. Novejší Raspberry Pi camera modul v2 nebyl zvolen proto, že neumožňuje číst obrázky 480×480 s úplným zorným polem obrazového senzoru frekvencí 50 Hz, tj. neumí tzv. *binování pixelů* pro vyšší snímkové frekvence.

²<https://www.thingiverse.com/thing:1574661>

Další příslušenství. Mezi další příslušenství patří dva laboratorní zdroje pro napájení logiky a výstupů zesilovacího členu, zdroj stejnosměrného napětí 12 V pro LED pásky a zdroj pro Raspberry Pi. Jako zařízení, která nejsou nezbytně nutná pro provoz platformy, lze označit monitor připojený k Raspberry Pi pro sledování zaznamenaného obrazu kamery v reálném čase a spínač pro zapínání a vypínání LED pásek.



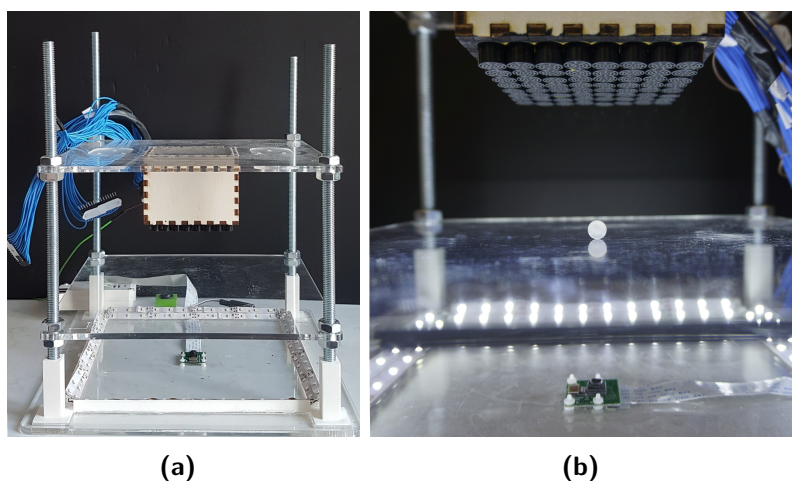
Obrázek 3.1: Ultrazvukové měniče a použité zařízení: (a) Ultrazvukový měnič Murrata MA40S4S. (b) Deska Terasic DE0-Nano. (c) Raspberry Pi 3 v bílém krytu. (d) Raspberry Pi camera module v 1.3. (e) Zesilovací člen.

3.2 Konstrukce

Návrhu konstrukce platformy a jejímu zhotovení se věnoval zejména Josef Matouš. V jeho bakalářské práci [2] lze najít podrobnější popis tvorby konstrukce včetně nákrešů.

Před návrhem platformy byly mnou a kolegou Matoušem vzneseny tři základní požadavky a to, aby bylo možné zaznamenávat polohu manipulované částice kamerou, aby vzdálenost pole měničů od povrchu, na kterém je prováděna manipulace, byla nastavitelná a aby byl nastavitelný i úhel pole měničů vůči témuž povrchu. Poslední požadavek měl zajistit eliminaci vzniku odrazů vysílaného akustického vlnění v případě, že jejich vliv na funkčnost platformy pro rovnoběžné umístění pole bude nezanedbatelný. Nakonec se od tohoto požadavku po několika pokusech upustilo. Ukázalo se totiž, že vliv odrazů nebyl při rovnoběžném umístění pozorován. Díky tomu bylo navíc možné udělat konstrukci pevnější a celkově stabilnější.

Hlavními díly konstrukce (obr. 3.2a) jsou 3 rovnoběžné desky o rozměrech 30×30 cm z 5 mm tlustého čirého plexiskla. Horní deska slouží pro upevnění krabičky vyrobené z překližky, ve které jsou umístěny měniče tak, aby tvořily čtvercové pole. Prostřední deska poskytuje pevný povrch pro manipulaci částic (obr. 3.2b), nebo v případě kolegy Matouše prostor pro umístění nádoby s kapalinou. Na spodní desce je připevněna kamera, 4 trojboké hranoly z PLA, na kterých jsou přilepeny LED pásy, vypínač pro zapínání a vypínání LED pásků a 4 nohy z PLA s otvory, do kterých se šroubují závitové tyče spojující desky. Závitové tyče o průměru 1 cm jsou k deskám zachyceny maticemi odpovídajících rozměrů.



Obrázek 3.2: Konstrukce platformy: (a) Celkový snímek konstrukce. (b) Pohled zblízka při manipulaci s částicí.

Většinu použitých částí bylo třeba vyrobit. Díly z plexiskla a překližky byly vyřezány a dále upraveny na laser cutteru Epilog Mini 18, plastové části byly vytisknuty na 3D tiskárně Ultimaker 2+ filamentem PLA (polymlečná kyselina). Snadná dostupnost obou těchto nástrojů v rámci katedry řídicí techniky jejich prototypování značně ulehčila.

Konstrukce platformy umožňuje nastavení téměř libovolné vzdálenosti desek a kompenzaci drobných nerovností povrchu, na kterém je platforma postavena. Pro kalibraci rovnosti desek se používá příruční vodováha.

Kapitola 4

Vizuální zpětná vazba

V této kapitole je popsán způsob zjišťování polohy manipulované částice z obrazu kamery. Popis je rozdělen na dva podproblémy, prvním je rozpoznávání objektů, druhým je transformace získaných souřadnic kamery do souřadnic pole měničů.

4.1 Zpracování obrazu

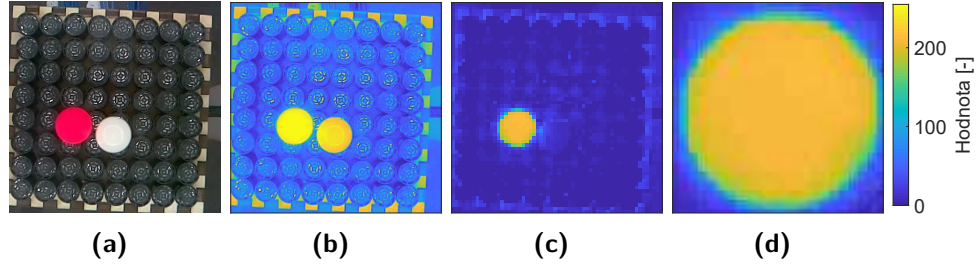
Pro rozpoznávání částic v obrazu jsem použil dostupný skript³ napsaný v Pythonu s podporou Simulinku. Objekty jsou v obrazu nalezeny na základě barev. Záměrem bylo bílé kuličky nabarvit takovou barvou, aby byly snadno rozeznatelné od okolí a světelných odrazů. Tento přístup by umožňoval skript použít bez jakéhokoliv zásahu (kromě nastavení parametrů). Nabarvit kuličky rovnoměrně a hladce se ovšem ukázalo jako velmi těžké, a proto jsem se po vyzkoušení několika způsobů barvení rozhodl od tohoto záměru upustit a skript upravit tak, abych mohl použít neobarvené kuličky.

Postup při zpracování obrazu neupraveným skriptem je znázorněn na obrázcích 4.1. Nejdříve je kamerou zaznamenán RGB obraz (obr. 4.1a). Ten je podzorkován (vybere se každý n -tý pixel dle nastavení) a na zbylé pixely se aplikuje metrika m :

$$m = \max(0, w_r r + w_g g + w_b b), \quad (4.1)$$

³<https://github.com/aa4cc/raspi-ballpos>

kde r , g , b jsou popořadě RGB hodnoty pixelu a w_r , w_g , w_b příslušné váhy (obr. 4.1c). Ze všech pixelů s hodnotou metriky vyšší než zadaná hranice se vypočítá těžiště (váha všech pixelů splňujících podmínku je stejná, na konkrétní hodnotě metriky nezáleží). Poté je okolí těžiště v původním snímku oříznuto a opět je aplikovaná metrika (obr. 4.1d). Zopakováním výpočtu těžiště jsou získány souřadnice kuličky v pixelech obrázku. Postup, kdy je nejprve poloha těžiště nalezena přibližně na podvzorkovaném obrázku a poté určena přesně z výřezu, je rychlejší oproti výpočtu z celého obrázku v původním rozlišení.



Obrázek 4.1: Zpracování obrazu neupraveným skriptem: (a) Původní snímek. (b) R složka původního snímku. (c) Metrika – podvz. snímek, $n = 8$. (d) Metrika – výřez.

Váhy jsou zvoleny dle barvy. V případě červené, zelené a modré je zvolena váha jim odpovídající RGB složky jako jednotková a zbylé dvě jsou nastaveny na $-0,5$. Z toho vyplývá, že například pro červenou kuličku jsou použity váhy $w_r = 1$, $w_g = -0,5$, $w_b = -0,5$. Metrika je i pro základní barvu jako je právě červená nezbytná. Použití pouze jedné složky obrázku, byť se to jeví jako nejjednodušší řešení, je naprosto nevhodné, protože by určení polohy bylo ovlivněno světlými místy a odlesky. To je vidět na R složce (obr. 4.1b) obrázku 4.1a, kde kromě pixelů hledané kuličky mají i pixely odpovídající okrajům platformy a bílé kuličky vysokou hodnotu. Hranice pro výpočet těžiště je zvolena experimentálně.

Úprava skriptu spočívala nejdříve v nastavení vhodných vah metriky pro bílou barvu. Jelikož bílá má hodnoty všech složek obrázku vysoké a ideálně shodné, byly zvoleny váhy $w_r = 0,3$, $w_g = 0,3$, $w_b = 0,3$. Dále bylo potřeba zařídit odfiltrování již zmíněných odlesků a světlých míst, pro které je hodnota této metriky taktéž velká. K tomu jsem použil binární morfologickou operaci *erozi* [15] značenou \ominus . Pro erozi binárního obrázku $\mathbf{A} \in \mathbb{Z}^2$ strukturálním elementem $\mathbf{B} \in \mathbb{Z}^2$ (v literatuře někdy uváděný též jako jádro), kde \mathbb{Z}^2 je dvoudimenzionální prostor celých čísel, platí:

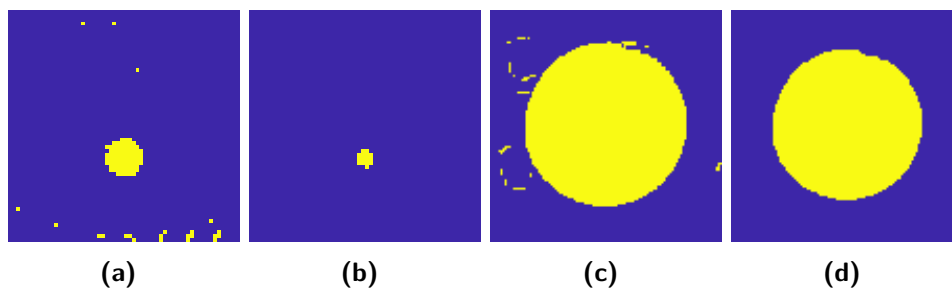
$$\mathbf{A} \ominus \mathbf{B} = \{z \mid (\mathbf{B})_z \subseteq \mathbf{A}\}, \quad (4.2)$$

kde $(\mathbf{B})_z$ je translace \mathbf{B} bodem $z = [z_1 \ z_2]^T$

$$(\mathbf{B})_z = \{c \mid c = b + z, \text{ pro } b \in \mathbf{B}\}. \quad (4.3)$$

Za strukturální element jsem vzhledem k hledanému tvaru v obrazu zvolil disk. K vytvoření matice, která jej reprezentuje, byla použita funkce `strel` v Matlabu. Velikost strukturálního elementu ovlivňuje kvalitu odfiltrování nežádoucích jevů v obrázku a délku výpočtu. Příliš velký struktur. element by zpomalil výpočty (až o desítky ms) a v případě podvzorkovaného obrázku by navíc mohlo dojít k odfiltrování všech pixelů odpovídajících hledané kuličce. Použitím příliš malého struktur. elementu by naopak nedošlo k dostatečné filtraci. V podvzorkovaném obrázku jsou objekty menší než ve výřezu, a proto jsem se rozhodl pro něj a pro výřez použít dva různě velké struktur. elementy. Jejich velikosti jsem určil na základě experimentů.

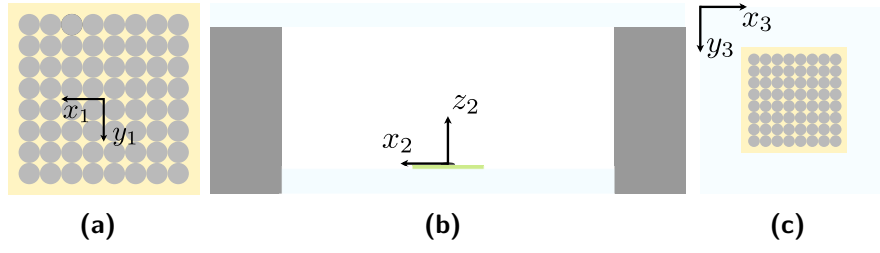
Zpracování obrazu upraveným skriptem je s výjimkou přidané eroze stejné jako v případě neupraveného skriptu. Pořízený snímek (obr. 4.1a) se podvzorkuje a metrikou s hraniční hodnotou se získá binární obrázek (obr. 4.2a). Erozí jsou odstraněny nežádoucí světlé pixely (obr. 4.2b) a určí se přibližná poloha těžiště. Totéž se opakuje i na výřezu (obr. 4.2c, 4.2d), čím je získaná poloha těžiště bílé kuličky.



Obrázek 4.2: Zpracování obrazu upraveným skriptem: (a) Binární podvz. snímek, $n = 8$. (b) Eroze podvz. snímku. (c) Binární obrázek – výřez. (d) Eroze výřezu.

4.2 Transformace souřadnic nalezeného těžiště

Zjištěnou polohu kuličky v obrázku z předchozí podkapitoly je nutné převést do souřadnic reálného světa. Z tohoto důvodu jsem zavedl tři souřadné systémy, a to pravotočivý systém S_1 pole měničů (obr. 4.3a), ve kterém probíhají optimalizační výpočty, pravotočivý systém S_2 kamery (obr. 4.3b) a dvourozměrný systém S_3 snímku (obr. 4.3c), ve kterém jsou souřadnice kuličky již známy.



Obrázek 4.3: Vyznačené souřadné systémy: (a) S_1 – pole měničů, $z_1 = 0$. (b) S_2 – kamera, $y_2 = 0$. (c) S_3 – snímek.

K transformaci souřadnic z třetího souřadného systému do prvního jsem využil znalosti poloh měničů v systému S_1 . Spárováním těchto poloh s odpovídajícími body na zaznamenaném obrázku a použitím skriptů⁴ doplňujících knihu [16] je při každé kalibraci získána transformační matice \mathbf{H} z S_3 do roviny $z_1 = 0$ systému S_1 . Transformací zjištěných homogenních souřadnic těžiště kuličky:

$$\begin{bmatrix} \omega x'_{S_1} & \omega y'_{S_1} & \omega \end{bmatrix}^T = \mathbf{H} \begin{bmatrix} x_{S_3} & y_{S_3} & 1 \end{bmatrix}^T, \quad (4.4)$$

není zjištěna skutečná poloha kuličky \mathbf{p}_{S_1} , ale její průmět \mathbf{p}'_{S_1} (obr. 4.4a)

$$\mathbf{p}'_{S_1} = \begin{bmatrix} \omega x'_{S_1} & \omega y'_{S_1} & 0 & \omega \end{bmatrix}^T. \quad (4.5)$$

Uvažují-li rovinu obrázku R se souřadným systémem \bar{S}_3 (obr. 4.4b), pak pro kameru s ohniskovou vzdáleností f a projekci každého bodu $\mathbf{P}_{S_2} = \begin{bmatrix} a & b & c & 1 \end{bmatrix}^T$ do roviny R dle šterbinového modelu kamery [16] platí:

$$\mathbf{P}_{\bar{S}_3} = \begin{bmatrix} \frac{fa}{c} & \frac{fb}{c} & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (4.6)$$

Z rovnice 4.6 vyplývá, že zobrazení poloh \mathbf{p} a \mathbf{p}' do takového obrázku by bylo následující:

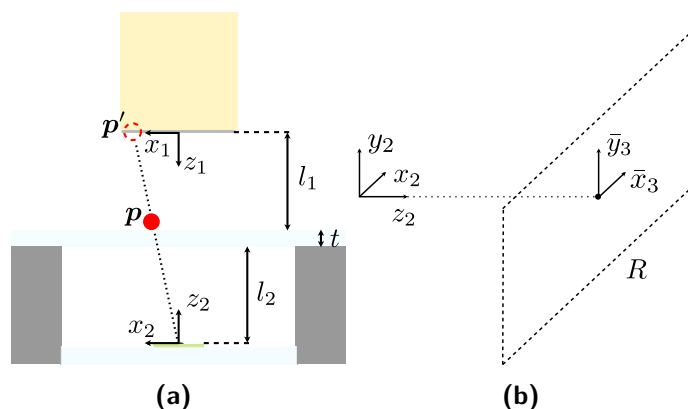
$$\mathbf{p}_{\bar{S}_3} = \begin{bmatrix} \frac{fx_{S_2}}{z_{S_2}} & \frac{fy_{S_2}}{z_{S_2}} & 1 \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{p}'_{\bar{S}_2} = \begin{bmatrix} \frac{fx'_{S_2}}{z'_{S_2}} & \frac{fy'_{S_2}}{z'_{S_2}} & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (4.7)$$

Jelikož zobrazení obou poloh do obrázku je totožné, lze se znalostí rozměrů platformy převést jednu na druhou a naopak. Souřadný systém S_3 uvažovanému systému \bar{S}_3 neodpovídá, nicméně rotace, posunutí a další jevy jsou zahrnuty již v \mathbf{H} , a proto mohou přístup využít i v tomto případě. Skutečnou polohu kuličky o poloměru r tak lze získat přenásobením průmětu \mathbf{p}'_{S_1} korekčním členem $\frac{l_1+t}{l_1+l_2+t}$:

$$\mathbf{p}_{S_1} = \begin{bmatrix} \frac{x'_{S_1}(l_1+t)}{l_1+l_2+t} & \frac{y'_{S_1}(l_1+t)}{l_1+l_2+t} & l_1 - r & 1 \end{bmatrix}^T, \quad (4.8)$$

⁴<http://www.robots.ox.ac.uk/~vgg/hzbook/code/>

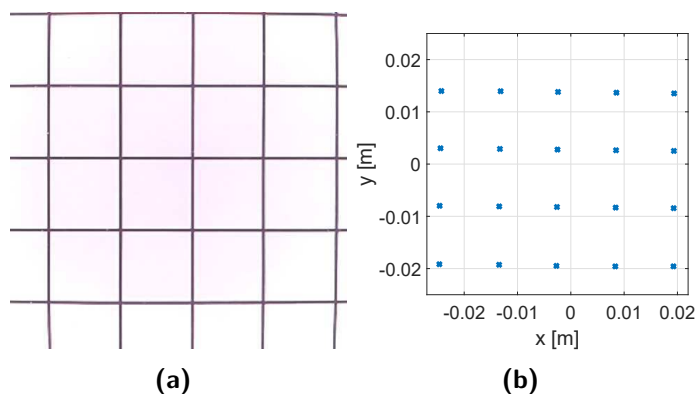
kde l_1 je vzdálenost pole měničů od bližší stěny plexiskla, l_2 je vzdálenost kamery od bližší stěny plexiskla a t je tloušťka plexiskla. V následujících částech práce se pod pojmem souřadnice rozumí souřadnice v souřadném systému S_1 , není-li uvedeno jinak.



Obrázek 4.4: Pomocné obrázky pro transformaci souřadnic: (a) Zjednodušený řez platformou. (b) Náčrt roviny obrázku R .

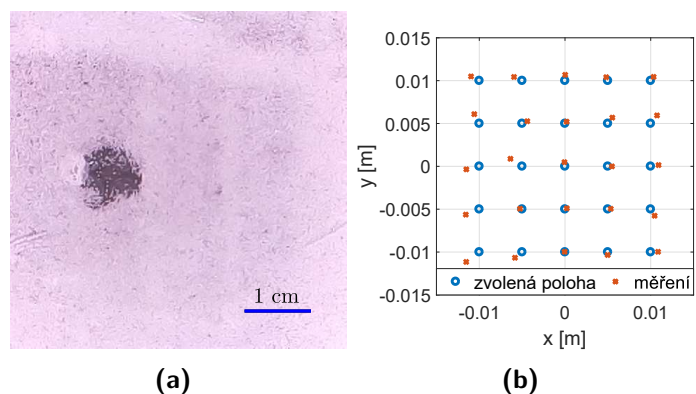
4.3 Ověření funkčnosti

Pro ověření funkčnosti výše zmíněného postupu jsem provedl dva experimenty. V prvním jsem do manipulační roviny vložil centimetrový čtverečkový papír (obr. 4.5a), abych zjistil, zda rozměry získané transformací souřadnic, jako je například vzdálenost kuličky od referenční polohy, odpovídají skutečnosti. Transformací souřadnic všech průsečíků dvou čar by měla vzniknout síť bodů, kde vzdálenost každého bodu od sousedních bodů je 1 cm. Toto očekávání jsem i potvrdil (obr. 4.5b). Průměrná euklidovská vzdálenost dvou sousedních bodů v získané síti je 1,106 cm a maximální zjištěná vzdálenost byla 1,13 cm. To je vzhledem k použité kalibrační metodě, při které uvažuji přesné umístění měničů v poli, dostatečná přesnost.



Obrázek 4.5: První experiment-čtverečkový papír: (a) Snímek čtverečkového papíru umístěného v platformě. (b) Sít bodů získaná transformací souřadnic průsečíku čar čtvercové mřížky.

Ve druhém experimentu jsem tlakovými body (viz kapitola 5) působil na tenkou vrstvu písku v manipulační rovině. V místech s nejvyšším tlakem byla drobná zrnka písku vytlačena a vytvořila se tak prázdná místa na povrchu plexiskla (obr. 4.6a). Porovnáním nastavených poloh tlakového bodu s naměřenými polohami těchto prázdných míst jsem chtěl určit, zda se transformované souřadnice skutečně shodují se souřadnicemi v souřadném systému měničů. Určení přesné polohy prázdného místa se ovšem ukázalo jako velmi obtížné a pravděpodobně se stalo nemalým zdrojem chyb. Naměřené údaje (obr. 4.6b) tedy nemají příliš velkou vypovídající hodnotu.



Obrázek 4.6: Druhý experiment-písek: (a) Prázdné místo v písku vzniklé vlivem tlakového působení. (b) Porovnání naměřených a nastavených souřadnic.

Kapitola 5

Generování tlakových bodů

V rámci této kapitoly je vysvětlen způsob tvoření tlakových bodů měniči napájených různě fázově posunutými obdélníkovými signály. Nejprve je popsáno akustické pole generované měniči a následně je formulována optimalizační úloha pro výpočet konkrétních fázových posunů budících signálů. V závěru kapitoly jsou uvedeny výsledky simulací tvorby tlakových bodů.

Na základě informací uvedených v této kapitole a společné práce na projektu akustické levitace implementoval kolega Josef Matouš [2] optimalizační úlohu do jazyka C++ tak, že prostřednictvím tzv. *System Object* v Simulinku lze optimalizaci spustit na Raspberry Pi.

5.1 Akustické pole

Jak frekvence (40 kHz), tak i amplituda (16 V_{pp}) budícího signálu měničů jsou konstantní, lze tedy akustický tlak $p_{i,a}$ generovaný i -tým měničem v bodu a popsat vztahem [13]:

$$p_{i,a} = e^{j\varphi_i} M_{i,a}, \quad (5.1)$$

kde φ_i je fázový posun budícího signálu i -tého měniče, písmenem j je značena imaginární jednotka a $M_{i,a}$ je konstanta i -tého měniče pro bod a . Hodnota $M_{i,a}$ závisí dle tzv. *far-field* modelu pro kruhový pístový zdroj [13] na vzdálenosti $d_{i,a}$ měniče od bodu a , na směrovosti měniče $\text{dir}(\alpha_{i,a}) \in \langle 0, 1 \rangle$ pro úhel $\alpha_{i,a}$ mezi jeho normálou a bodem a , na vlnovém čísle $k = \frac{\omega}{c_0}$ vysílaného

signálu o úhlové frekvenci ω v prostředí s rychlostí zvuku c_0 a na konstantě P_0 danou výkonem měniče:

$$M_{i,a} = P_0 \operatorname{dir}(\alpha_{i,a}) \frac{1}{d_{i,a}} e^{jkd_{i,a}}. \quad (5.2)$$

Celkový akustický tlak p_a generovaný n měniči v bodu a je roven součtu jejich dílčích tlaků:

$$p_a = \sum_{i=1}^n p_{i,a}. \quad (5.3)$$

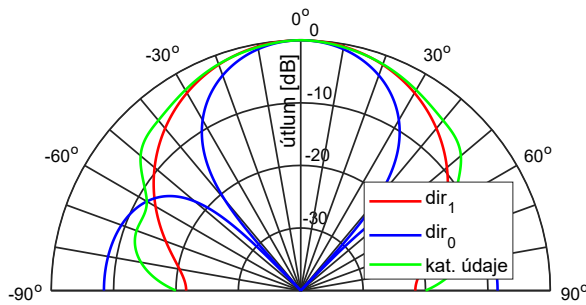
Pro určení směrovosti měničů existují dva základní přístupy, a to interpolace dat z katalogu výrobce a užití analytického vztahu vycházejícího z fyzikálního modelu měniče. Interpolaci dat použili v projektu Ghost Touch [13]. Tento přístup je jednodušší a teoreticky i přesnější, nicméně ne vždy je možno z nekvalitních grafů v katalogu vyčíst údaje dostatečně přesně. Složitější aplikace, jako je například výpočet Laplaciánu *Gor'kova potenciálu* pro Single-Beam levitaci [7], ovšem vyžadují znalost analytického vztahu. V případě zmíněné Single-Beam levitace použili Marzo a kol. k výpočtu směrovosti měniče o poloměru r Besselovu funkci nutlého řádu J_0 :

$$\operatorname{dir}_0(\alpha_{i,a}) = J_0(kr \sin(\alpha_{i,a})). \quad (5.4)$$

Oproti tomu je v knize [17] směrovost pro far-field model pístového zdroje popsána pomocí Besselovy funkce prvního řádu J_1 :

$$\operatorname{dir}_1(\alpha_{i,a}) = \begin{cases} \frac{2J_1(kr \sin(\alpha_{i,a}))}{kr \sin(\alpha_{i,a})} & \text{pro } \alpha_{i,a} \neq 0, \\ 1 & \text{pro } \alpha_{i,a} = 0. \end{cases} \quad (5.5)$$

V porovnání analytických výrazů s údaji z katalogu výrobce⁵ (obr. 5.1) je vidět, že vztah $\operatorname{dir}_1(\alpha_{i,a})$ sedí na použitý typ měničů mnohem více.



Obrázek 5.1: Porovnání analytických vyjádření směrovosti s katalogovými údaji.

Přibližná hodnota vlnového čísla pro podmínky, ve kterých byly prováděny experimenty (frekvence 40 kHz, prostředí suchý vzduch, teplota 20 °C),

⁵<https://www.murata.com/en-us/api/pdfdownloadapi?cate=&partno=MA40S4S>

je $k \approx 730 \text{ m}^{-1}$. Konstanta měničů P_0 byla určena na základě měření širokopásmovým mikrofonom na 5 Pa m . Pro určení směrovosti měničů jsme s kolegou Josefem Matoušem použili analytický vztah $\text{dir}_1(\alpha_{i,a})$, protože oproti interpolaci nabízí možnost budoucího použití ve složitějších úlohách.

Je nutné zmínit, že v uvedených vztazích nejsou uvažovány odrazy, které v platformě nepochybně vznikají. Jejich vliv během používání platformy nebyl pozorován. S ohledem na jednoduchost použitých vztahů je lze označit za dostatečně přesné.

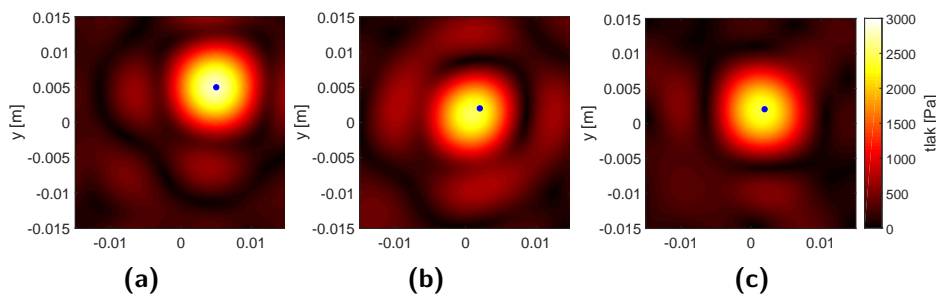
5.2 Optimalizační úloha

Cílem je získat pro požadovanou hodnotu tlaku p_{des} v bodu a odpovídající fázové posuny budících signálů měničů. Jedná se tedy o stejnou úlohu jako v případě projektu Ghost Touch [13], a proto byla zvolena totožná kriteriální funkce f :

$$f(\varphi_1, \dots, \varphi_{64}) = (|p_a| - p_{\text{des}})^2. \quad (5.6)$$

Kriteriální funkci lze rozšířit i o tvorbu více tlakových bodů na úkor maximální velikosti generovaného tlaku, nicméně právě z důvodu malých dosažitelných hodnot tlaku ve zvolených bodech nebyla tato možnost v rámci práce použita.

Nevýhodou takto formulované optimalizační úlohy je to, že nikterak neuvažuje akustické pole v okolí bodu a . Je tedy možné, že použitím fázových posunů získaných optimalizací bude mimo požadovaného tlaku v daném bodu v jeho blízkosti tlakové maximum, které ovlivní pohyb manipulované částice nepožadovaným způsobem. Tento problém nastal při tzv. *warm startu* (obr. 5.2b), když jsem při manipulaci s částicí jako výchozí fáze pro optimalizaci používal ty z předchozího kroku (obr. 5.2a). V případě *cold startu*, tedy nulových výchozích fázích (obr. 5.2c) nebyl tento jev zaznamenán. Modrá tečka v grafech 5.2 reprezentuje požadovanou polohu tlakových bodů.

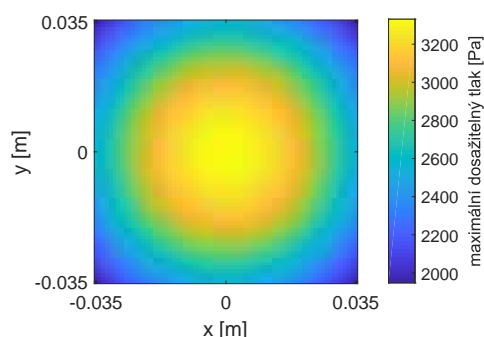


Obrázek 5.2: Porovnání akustických polí po warm a cold startu: (a) Předchozí krok. (b) Warm start. (c) Cold start.

5.3 Simulace tvorby tlakových bodů

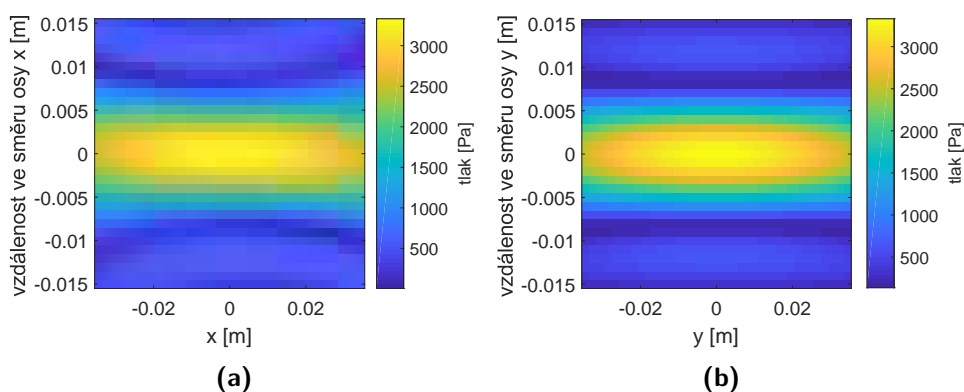
Simulace tvorby tlakových bodů je z hlediska práce zásadní pro stanovení očekávaných možností manipulace. Zaměřil jsem se zejména na maximální dosažitelný tlak a na tvar tlakových bodů v pracovním prostoru.

Hodnoty maximálně dosažitelného tlaku v pracovním prostoru pro vzdálenost 6 cm (obr. 5.3) jsou vzhledem k symetrickému uspořádání měničů také symetrické. Nejvyšší tlak (přibližně 3300 Pa) je možné vygenerovat v blízkosti středu pole měničů, s rostoucí vzdáleností od středu pak hodnoty maximálně generovaného tlaku klesají.



Obrázek 5.3: Maximální dosažitelný tlak v pracovním prostoru.

Kromě hodnoty dosažitelného tlaku je důležitý i tvar tlakových bodů. Ze simulace vyplývá (obr. 5.4), že body jsou v rámci pracovního prostoru téměř stejně velké. Manipulace tlakem o stejné hodnotě by tedy měla vykazovat stejné chování nezávisle na poloze působení.



Obrázek 5.4: Simulace tvaru tlakových bodů: (a) Hodnoty tlaku ve směru osy x , $y = 0$ m, $z = 0.06$ m. (b) Hodnoty tlaku ve směru osy y , $x = 0$ m, $z = 0.06$ m.

Kapitola 6

Kulička v akustickém poli

Tématem této kapitoly je tvorba modelu pro kuličku v generovaném akustickém poli a jeho identifikace.

6.1 Model

Hlavním cílem při modelování systému byla tvorba co nejjednoduššího modelu, protože tvorba přesnějšího modelu by byla nad rámec této bakalářské práce. Pro řízení celého systému, kdy je k dispozici vizuální zpětná vazba, by měl být i jednoduchý model dostačující. Tento předpoklad se nakonec ukázal jako pravdivý viz kapitola 7.

Základní myšlenkou je stejně jako v článku [1] použití modelu druhého řádu pro každou souřadnici zvlášť. Aplikací *pohybové rovnice* pro kuličku o hmotnosti m na obě souřadnice získáme diferenciální rovnice:

$$m\ddot{x}(t) = F_x(p, x_p, y_p, x, y) - F_{x,\text{dis}}(p, x_p, y_p, \dot{x}, \dot{y}), \quad (6.1)$$

$$m\ddot{y}(t) = F_y(p, x_p, y_p, x, y) - F_{y,\text{dis}}(p, x_p, y_p, \dot{x}, \dot{y}), \quad (6.2)$$

kde F_x, F_y jsou vnější síly působící ve směru jednotlivých souřadnic vlivem působení tlakového bodu o velikosti p na souřadnicích x_p, y_p a $F_{x,\text{dis}}, F_{y,\text{dis}}$ jsou disipativní síly působící proti směru pohybu kuličky.

Pro tlakový bod působící ve vzdálenosti l od těžiště kuličky lze rovnice přepsat následovně:

$$m\ddot{x}(t) = F_x(p_x, l) - F_{x,\text{dis}}(p_x, p_y, l, \dot{x}, \dot{y}), \quad (6.3)$$

$$m\ddot{y}(t) = F_y(p_y, l) - F_{y,\text{dis}}(p_y, p_x, l, \dot{x}, \dot{y}), \quad (6.4)$$

kde

$$p_x = p \cos(\theta), \quad (6.5)$$

$$p_y = p \sin(\theta) \quad (6.6)$$

a pro úhel θ dle obrázku 6.1 platí:

$$\theta = \text{atan2}(y - y_p, x - x_p). \quad (6.7)$$

Funkce atan2 je definována následovně:

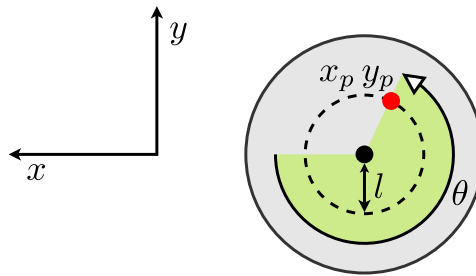
$$\text{atan2}(y, x) = \begin{cases} 2 \arctan\left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}+x}\right) & \text{pro } x > 0, \\ 2 \arctan\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}-x}{y}\right) & \text{pro } x \leq 0 \text{ a } y \neq 0, \\ \pi & \text{pro } x < 0 \text{ a } y = 0, \\ 0 & \text{pro } x = 0 \text{ a } y = 0. \end{cases} \quad (6.8)$$

Zafixováním vzdálenosti l se síly F_x , F_y staly funkcemi jediného parametru p_x resp. p_y . S ohledem na to, že o podobě těchto funkcí nemám žádné informace, rozhodl jsem se pro volbu jednoduchých lineárních vztahů s koeficientem a :

$$F_x = ap_x, \quad (6.9)$$

$$F_y = ap_y, \quad (6.10)$$

s tím, že v případě prokazatelné nelinearity z naměřených průběhů tyto vztahy měření přispůsobím.



Obrázek 6.1: Tlakové působení na kuličku (pohled shora).

Disipativní síle s ohledem na druh pohybu (kutálení bez prokluzu) odpovídá *valivý odpor*, který je důsledkem deformací v místě dotyku kuličky s povrchem. Pro pohybující se kouli s rovnoměrně rozloženou hmotou je hodnota valivého

odporu konstantní, mění se jen znaménko v závislosti na směru pohybu. Pokud má kulička nulovou rychlost, musí vnější síla valivý odpor překonat, aby kuličku rozpohybovala. V případě jednorozměrného pohybu kuličky na ose x jsou tyto skutečnosti popsány rovnicemi:

$$m\ddot{x} = F_x - F_{x,\text{val}}, \quad (6.11)$$

$$F_{x,\text{val}}(\dot{x}, F_x) = \begin{cases} k_{\text{val}} \operatorname{sgn}(\dot{x}) & \text{pro } \dot{x} \neq 0, \\ k_{\text{val}} \operatorname{sgn}(F_x) & \text{pro } \dot{x} = 0 \text{ a } |F_x| \geq k_{\text{val}}, \\ F_x & \text{pro } \dot{x} = 0 \text{ a } |F_x| < k_{\text{val}}, \end{cases} \quad (6.12)$$

kde $F_{x,\text{val}}$ je valivý odpor ve směru osy x a k_{val} je koeficient valivého odporu.

Pro pohyb ve dvou souřadnicích je princip stejný:

$$m\ddot{x} = F_x(p_x) - F_{x,\text{val}}(\dot{x}, \dot{y}, p_x, p_y), \quad (6.13)$$

$$m\ddot{y} = F_y(p_y) - F_{y,\text{val}}(\dot{x}, \dot{y}, p_x, p_y). \quad (6.14)$$

Valivé odpory $F_{x,\text{val}}$, $F_{y,\text{val}}$ ovšem již nejsou jen funkcí rychlosti a tlaku v souřadnici ve které působí proti pohybu, ale jsou závislé i na tlaku a rychlosti v souřadnici druhé:

$$F_{x,\text{val}}(\dot{x}, \dot{y}, F_x, F_y) = \begin{cases} k_{\text{val}} \cos(\beta) & \text{pro } \dot{x} \neq 0 \text{ nebo } \dot{y} \neq 0, \\ k_{\text{val}} \cos(\gamma) & \text{pro } \dot{x} = 0, \dot{y} = 0 \text{ a } |F_c| \geq k_{\text{val}}, \\ F_x & \text{pro } \dot{x} = 0, \dot{y} = 0 \text{ a } |F_c| < k_{\text{val}}, \end{cases} \quad (6.15)$$

$$F_{y,\text{val}}(\dot{x}, \dot{y}, F_x, F_y) = \begin{cases} k_{\text{val}} \sin(\beta) & \text{pro } \dot{x} \neq 0 \text{ nebo } \dot{y} \neq 0, \\ k_{\text{val}} \sin(\gamma) & \text{pro } \dot{x} = 0, \dot{y} = 0 \text{ a } |F_c| \geq k_{\text{val}}, \\ F_y & \text{pro } \dot{x} = 0, \dot{y} = 0 \text{ a } |F_c| < k_{\text{val}}, \end{cases} \quad (6.16)$$

kde $|F_c|$ je velikost celkové vnější síly působící na kuličku:

$$|F_c| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}. \quad (6.17)$$

Úhly β a γ jsou dány vztahy:

$$\beta = \operatorname{atan2}(\dot{y}, \dot{x}), \quad (6.18)$$

$$\gamma = \operatorname{atan2}(F_y, F_x). \quad (6.19)$$

I přes velmi zjednodušující přístup je zřejmé, že takto formulovaný model je komplikovaný. Z tohoto důvodu jsem se ho v rámci identifikace parametrů modelu rozhodl porovnat s modelem systému, ve kterém je valivý odpor nahrazen lineárním *viskózním třením* s koeficientem b :

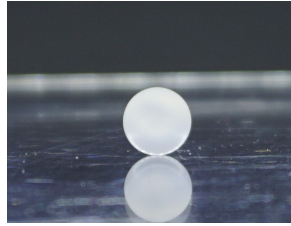
$$m\ddot{x} = F_x(p_x) - b\dot{x}, \quad (6.20)$$

$$m\ddot{y} = F_y(p_y) - b\dot{y}. \quad (6.21)$$

Takovýto model sice nemá fyzikální opodstatnění, nicméně jeho linearita a jednoduchost by v případě malých rozdílů oproti korektnějšímu modelu práci se systémem značně ulehčila.

6.2 Identifikace

V rámci experimentů bylo vyzkoušeno několik druhů a velikostí kuliček z různých materiálů. Pro manipulaci s těžkými ocelovými kuličkami není generované akustické pole dostačující, lehké polystyrenové kuličky naopak z platformy odlétávají. Nakonec jsem pro manipulaci vybral polypropylenové kuličky s průměrem 8 mm o hmotnosti 24 g (obr. 6.2). Manipulace s většími a těžšími kuličkami (přibližně do 50 g) je možná, ale jen pro velké hodnoty generovaného tlaku, což by výrazně snížilo velikost manipulačního prostoru. Nízká hmotnost a rozložení hmoty (drobné bublinky) kuliček spolu s nerovnostmi povrchu plexiskla a nečistotami mají na svědomí částečně proměnlivé chování kuličky, které ztěžuje identifikaci modelu a řízení. Za působící vzdálenost l od těžiště kuličky jsem na základě pokusů zvolil 3 mm, protože v této vzdálenosti lze kuličku rozpohybovat i nižšími tlaky a chování kuličky pro odchylku 1 mm od této hodnoty je velmi podobné.



Obrázek 6.2: Vybraná polypropylenová kulička.

Identifikace parametrů obou modelů (modelu s valivým odporem a modelu s viskózním třením) probíhala na experimentech s jednorozměrným pohybem, kdy štouchnutím či tlakovým působením bylo dosaženo kutálení kuličky po přímce. Díky redukci naměřených dat do jedné proměnné, a to uražené vzdálenosti d od počáteční pozice $x_0 = x(0)$, $y_0 = y(0)$:

$$d(t) = \sqrt{(x(t) - x_0)^2 + (y(t) - y_0)^2}, \quad (6.22)$$

bylo možné identifikovat parametry na jednodimenzionálních modelech. Ty jsem získal dosazením (6.9) do (6.11), (6.12) pro valivý odpor:

$$\ddot{d} = \frac{a_{\text{val}}}{m} p - \frac{1}{m} F_{\text{val}}, \quad (6.23)$$

$$F_{\text{val}}(\dot{d}, p) = \begin{cases} k_{\text{val}} \operatorname{sgn}(\dot{d}) & \text{pro } \dot{d} \neq 0, \\ k_{\text{val}} \operatorname{sgn}(a_{\text{val}} p) & \text{pro } \dot{d} = 0 \text{ a } |a_{\text{val}} p| \geq k_{\text{val}}, \\ a_{\text{val}} p & \text{pro } \dot{d} = 0 \text{ a } |a_{\text{val}} p| < k_{\text{val}}, \end{cases} \quad (6.24)$$

a do (6.20) pro viskózní tření:

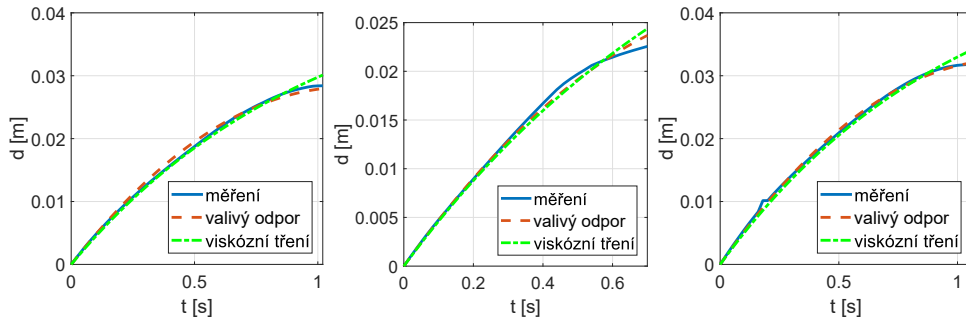
$$\ddot{d} = \frac{a_{\text{viz}}}{m} p - \frac{b}{m} \dot{d}. \quad (6.25)$$

Koeficienty $\frac{k_{\text{val}}}{m}$ a $\frac{b}{m}$ jsem identifikoval na základě experimentů, při kterých jsem do kuličky v klidu šouchal tak, aby se rozpochovala. Pro nulový působící tlak a počáteční rychlost kuličky v_0 jsou řešení (6.23), (6.25) následující:

$$d_{\text{val}}(t) = -\frac{1}{2} \frac{k_{\text{val}}}{m} t^2 + v_0 t, \quad t \in \left(0, \frac{v_0 m}{k_{\text{val}}}\right), \quad (6.26)$$

$$d_{\text{viz}}(t) = v_0 (1 - e^{-\frac{b}{m} t}), \quad t \geq 0. \quad (6.27)$$

Fitováním sady naměřených průběhů, z nichž jsou 3 zaznamenány na obrázku 6.3, na tyto křivky metodou nejmenších čtverců (funkcí `lscurvefit` v Matlabu) jsem určil parametry $\frac{k_{\text{val}}}{m} = 0.0433 \text{ m s}^{-2}$ a $\frac{b}{m} = 1.326 \text{ s}^{-1}$. Spolu s těmito parametry bylo potřeba identifikovat i počáteční rychlost každého experimentu. K určení horní a dolní hranice v_0 jsem prvních 15 hodnot průběhu proložil polynomelem a jeho derivací získal aproximaci počáteční rychlosti \hat{v}_0 . Za hraniční hodnoty jsem zvolil $\hat{v}_0 \pm 10\%$.



Obrázek 6.3: Identifikace koeficientů disipativních sil.

Obdobně jsem postupoval i při identifikaci $\frac{a_{\text{val}}}{m}$, $\frac{a_{\text{viz}}}{m}$. Data z experimentů, při kterých bylo na kuličku v klidu působeno 0,04 s dlouhým impulzem tlaku dané hodnoty, jsem nafitoval na numerické řešení příslušných diferenciálních rovnic (6.23), 6.25 s již známými koeficienty disipativních sil (obr. 6.4). Chování modelu s viskózním třením je v počátečních fázích experimentů téměř totožné s chováním modelu s valivým odporem. Z tohoto důvodu jsem pro řízení systému v další části práce použil model s lineárním viskózním třením.

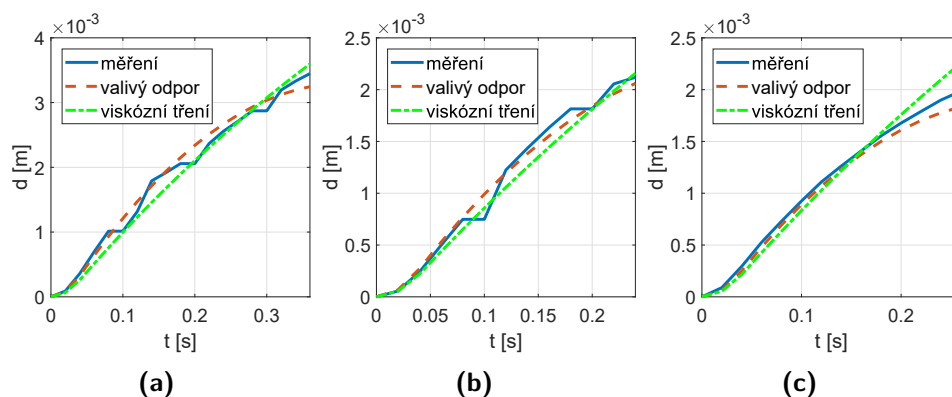
Pro ověření linearitu přepočtu tlaku na sílu (alespoň částečné) jsem provedl identifikaci pro různé hodnoty tlaku zvláště (tab. 6.1). Výsledná hodnota koeficientu $\frac{a_{\text{viz}}}{m}$ je $1,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. Tato hodnota se od údajů v tabulce 6.1 liší maximálně o 10%, a proto není třeba lineární model upravovat. Stavový popis systému dle zvoleného modelu je následující:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \dot{v}_y(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} v_x(t) \\ x(t) \\ v_y(t) \\ y(t) \end{bmatrix} + \mathbf{B} \begin{bmatrix} p_x(t) \\ p_y(t) \end{bmatrix}, \quad (6.28)$$

kde pro matice **A** a **B** platí:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1,326 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1,326 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1,1 \cdot 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1,1 \cdot 10^{-4} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.29)$$

Při impulzu tlaku nižším než 2600 Pa bylo chování kuličky pravděpodobně díky již zmíněným nepřesnostem a nerovnostem velmi proměnlivé. Z tohoto důvodu jsem tato měření do identifikace nezahrnul.



Obrázek 6.4: Identifikace koeficientů pro přepočet tlaku na sílu: (a) 3000 Pa. (b) 2800 Pa. (c) 2700 Pa.

p [Pa]	$\frac{a_{val}}{m}$ [m ²]	$\frac{a_{viz}}{m}$ [m ²]
3200	$1,5487 \cdot 10^{-4}$	$1,1680 \cdot 10^{-4}$
3100	$1,4950 \cdot 10^{-4}$	$1,1144 \cdot 10^{-4}$
3000	$1,4960 \cdot 10^{-4}$	$1,0980 \cdot 10^{-4}$
2900	$1,4655 \cdot 10^{-4}$	$1,0548 \cdot 10^{-4}$
2800	$1,3699 \cdot 10^{-4}$	$1,0032 \cdot 10^{-4}$
2700	$1,3209 \cdot 10^{-4}$	$1,0186 \cdot 10^{-4}$
2600	$1,3635 \cdot 10^{-4}$	$1,1047 \cdot 10^{-4}$

Tabulka 6.1: Porovnání identifikovaných hodnot pro různé hodnoty tlaku.

Kapitola 7

Řízení systému

Tato kapitola je věnována řízení celého systému. V první části je popsána diskretizace spojitého modelu z předchozí kapitoly, následně je rozebrán způsob kompenzace zpoždění záznamu kamery a poté je popsáno řídicí schéma systému. V závěru jsou porovnány výsledky regulace vybranými regulátory.

7.1 Diskrétní stavový popis

Model daný stavovým popisem (6.28) z předchozí kapitoly jsem diskretizoval (funkcí `c2d` v Matlabu diskretizační metodou *Zero-order hold*) pro vzorkovací periodu 0,02 s, která je maximální možná s ohledem na snímací frekvenci kamery. Výsledný diskrétní stavový popis je ve tvaru:

$$\mathbf{z}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{z}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{p}(k), \quad (7.1)$$

kde $\mathbf{z} = [v_x, x, v_y, y]^T$ je stavový vektor a matice stavového popisu jsou:

$$\mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} 0,9738 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0197 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9738 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0197 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_d = \begin{bmatrix} 0,2171 & 0 \\ 0,0022 & 0 \\ 0 & 0,2171 \\ 0 & 0,0022 \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

a vstupy systému jsou dány následujícími vztahy dle (6.5), (6.6) a (6.7):

$$\mathbf{p}(k) = \begin{bmatrix} p_x(k) \\ p_y(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p(k) \cos \theta(k) \\ p(k) \sin \theta(k) \end{bmatrix}. \quad (7.3)$$

7.2 Kompenzace zpoždění

Jako hlavní problém při řízení systému se ukázalo zpoždění zaznamenané polohy v rámci vizuální zpětné vazby. Bez jeho kompenzace jsem nebyl schopen dosáhnout ani stabilizace kuličky na zadaných souřadnicích, natož složitější úlohy, jako je sledování určité trajektorie. Z tohoto důvodu jsem byl nucen polohu kuličky na základě modelu predikovat.

Předpokládám, že měřená poloha odpovídá skutečné poloze opožděné o N kroků, tedy $\mathbf{y}(k) = [x(k - N), y(k - N)]^T$. Kompenzaci zpoždění jsem implementoval tak, že nejprve pomocí *diskrétního Kalmanova filtru* (ve formě simulinkového bloku) odhadnu z $\mathbf{y}(k)$ všechny stavy systému pro vzorkovací krok $k - N$ a propagací těchto odhadů modelem (7.2) získám odhad stavového vektoru pro krok k . Z důvodu usnadnění popisu kompenzace zpoždění zavedu ještě výstupní rovnici stavového popisu:

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_d \mathbf{z}(k - N), \quad (7.4)$$

kde

$$\mathbf{C}_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (7.5)$$

V rámci Kalmanova filtru se nejdříve provede predikce stavů $\bar{\mathbf{z}}(k - N)$ na základě odhadu stavového vektoru $\hat{\mathbf{z}}(k - N - 1)$ a odhadu vstupů $\hat{\mathbf{p}}(k - N - 1)$ pro předcházející krok:

$$\bar{\mathbf{z}}(k - N) = \mathbf{A}_d \hat{\mathbf{z}}(k - N - 1) + \mathbf{B}_d \hat{\mathbf{p}}(k - N - 1). \quad (7.6)$$

Odhad stavů $\hat{\mathbf{z}}(k - N)$ je poté získán korekcí této predikce prostřednictvím měření $\mathbf{y}(k)$ a matice \mathbf{K}_k , která je v literatuře nazývána jako „*Kalman filter gain*“ [18]:

$$\hat{\mathbf{z}}(k - N) = \bar{\mathbf{z}}(k - N) + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}_d \bar{\mathbf{z}}(k - N)). \quad (7.7)$$

Samotná kompenzace pak probíhá následující způsobem:

$$\hat{\mathbf{z}}(k - i) = \mathbf{A}_d \hat{\mathbf{z}}(k - i - 1) + \mathbf{B}_d \hat{\mathbf{p}}(k - i - 1), \quad \text{pro } i = N - 1, \dots, 1, 0. \quad (7.8)$$

Odhad vstupů $\hat{\mathbf{p}}$ je nutné provést proto, že ze známého celkového tlaku p a známých souřadnic tlakového bodu x_p, y_p nejsem schopen bez znalosti skutečné polohy kuličky složky tlaku p_x, p_y určit. Výpočet tohoto odhadu je v každém kroce k následující:

$$\hat{\theta}(k) = \text{atan2}(y_p(k) - \hat{y}(k), x_p(k) - \hat{x}(k)), \quad (7.9)$$

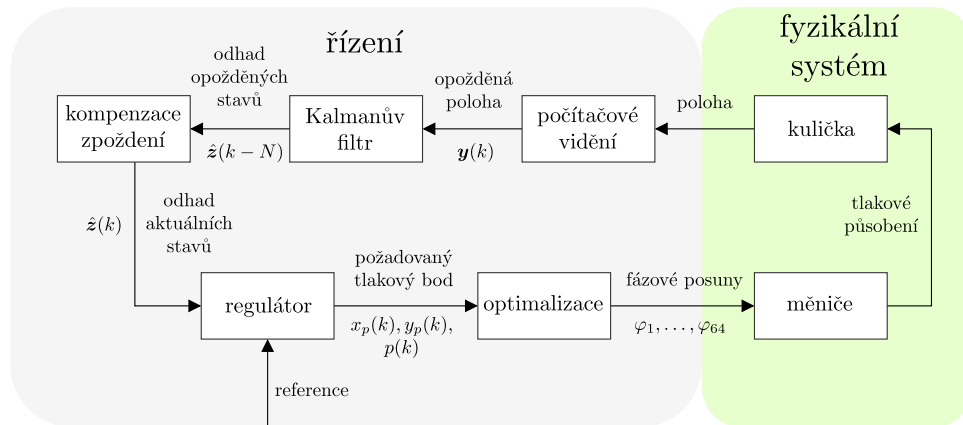
$$\hat{\mathbf{p}}(k) = \begin{bmatrix} p(k) \cos \hat{\theta}(k) \\ p(k) \sin \hat{\theta}(k) \end{bmatrix}. \quad (7.10)$$

Tento způsob odhadu není přesný, nebere totiž v úvahu změnu vzdálenosti tlakového působení od těžiště kuličky oproti zafixované hodnotě ale pouze jeho orientaci vůči kuličce. Pro uvažování proměnlivé vzdálenosti působení by bylo nutné rozšířit model systému.

Pro vzorkovací periodu $T = 0,02$ s jsem zpoždění stanovil (dle pokusů) na tři vzorkovací periody, tj. $N = 3$. Kovarianční matici měření pro Kalmanův filtr jsem určil z rozptylů naměřených hodnot pro kuličku v klidu. Kovarianční matici modelu pro Kalmanův filtr jsem určil experimentálně.

7.3 Řídicí schéma a regulace

Výsledkem spojení poznatků z předchozích částí práce je řídicí schéma systému znázorněné na obrázku 7.1. V rámci platformy (kapitola 3) je manipulováno s kuličkou prostřednictvím tlakových bodů. Tyto body jsou generovány polem ultrazvukových měničů buzených fázově posunutými signály, které jsou vypočítány optimalizací (kapitola 5). Pomocí zjištěné polohy z obrazu kamery (kapitola 4), kde kompenzaci zpoždění záznamu je věnována předchozí část této kapitoly, je dosaženo zpětnovazebního řízení polohy kuličky vybraným regulátorem. Inspirací pro zvolený přístup k řízení mi byl článek [19], kde je vizuální zpětná vazba a optimalizace v každé periodě řízení použita pro dielektroforézu.



Obrázek 7.1: Řídicí schéma systému.

Regulace je dosaženo pomocí dvou stejných regulátorů (pro každou souřad-

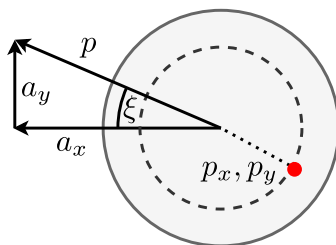
nici jeden). Z jimi navržených akčních zásahů a_x, a_y jsou určeny souřadnice tlakového bodu $x_p(k), y_p(k)$ a požadovaná hodnota tlaku $p(k)$ (obr. 7.2), která je shora omezená maximální hodnotou dosažitelného tlaku p_{\max} pro daný bod (obr. 5.3):

$$\xi(k) = \text{atan2}(a_y, a_x), \quad (7.11)$$

$$x_p(k) = \hat{x}(k) - 0.003 \cos(\xi), \quad (7.12)$$

$$y_p(k) = \hat{y}(k) - 0.003 \sin(\xi), \quad (7.13)$$

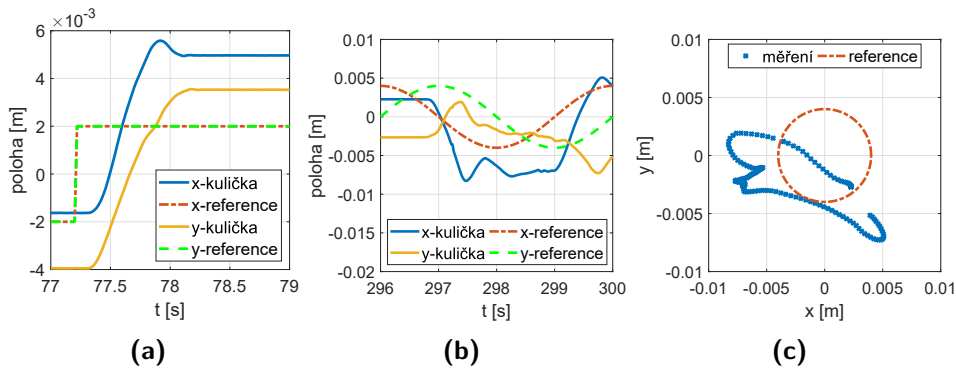
$$p(k) = \min\left(p_{\max}(x_p(k), y_p(k)), \sqrt{a_x^2 + a_y^2}\right). \quad (7.14)$$



Obrázek 7.2: Výpočet požadovaného tlaku z navržených akčních zásahů (pohled shora).

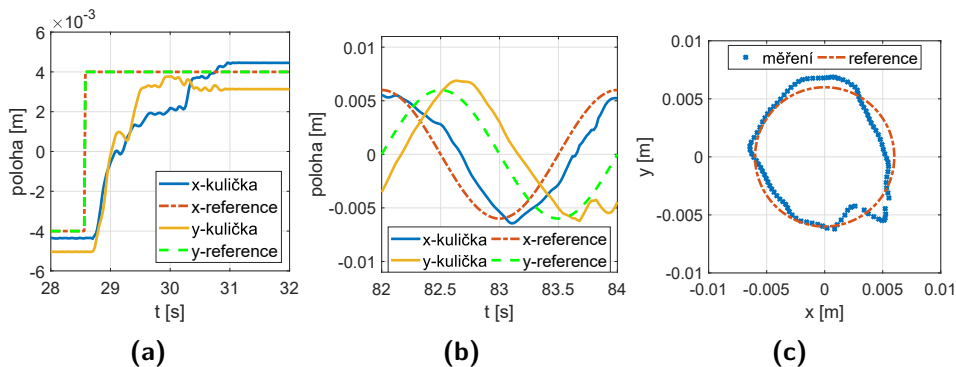
K regulaci jsem vybral *proporcionální* regulátor, *PID* regulátor a *LQR* regulátor. Regulátory jsem navrhl na diskretním modelu systému (7.2), ovšem parametry bylo potřeba při pokusech upravit pro dosažení lepších výsledků. Manipulační oblast se dle typu použitého regulátoru liší. Pro PID a LQR regulátor je odhadnuta na kruh o poloměru 1 cm se středem v bodě $[0, 0]^T$. Pro proporcionální regulátor je manipulační oblast taktéž kruhová, nicméně její poloměr je oproti PID a LQR regulátoru poloviční, tj. 0,5 cm. Tvar i velikost manipulační oblasti souvisí s maximálním dosažitelným tlakem (obr. 5.3). Lze tedy říci, že při použití sofistikovanějších regulátorů je k řízení kuličky potřebný menší tlak. Funkčnost regulátorů jsem otestoval pro skoky referencí a sledování kruhové trajektorie.

Proporcionální regulátor. Nejjednodušší použitý regulátor byl stejně jako ostatní (PID, LQR) schopen stabilizovat kuličku v rámci manipulační oblasti. Jeho jednoduchost je vykoupena velmi velkou *ustálenou odchylkou* (obr. 7.3a) a neschopností sledovat dostatečně pohyb po zadané trajektorii (obr. 7.3b, 7.3c). Hodnota proporcionální složky byla nastavena na $4,3 \cdot 10^5$.



Obrázek 7.3: Řízení LQR regulátorem: (a) Odezva na skoky referencí. (b) Časový průběh sledování kruhové trajektorie. (c) XY graf sledování kruhové trajektorie.

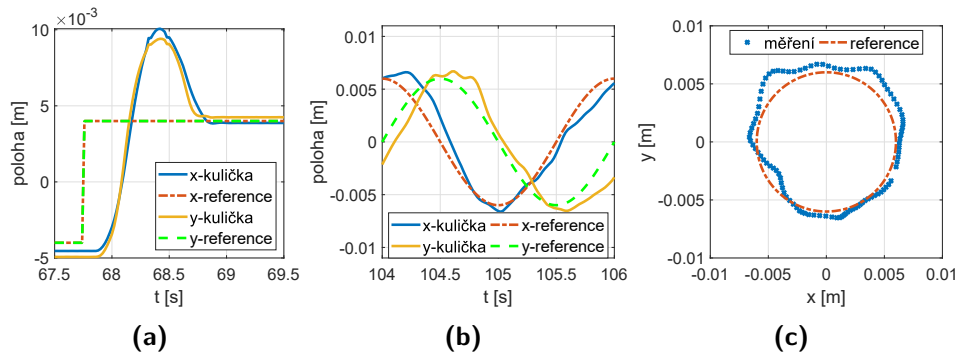
PID regulátor. Regulace diskretním PID regulátorem byla v porovnání s proporcionálním přesnější. Ustálená odchylka by díky integrační složce měla být nulová, nicméně v tomto případě tomu tak není, protože malými akčními zásahy v blízkosti reference nebylo možné překonat valivý odpor kuličky v klidu. Po naintegrovaní dostatečné hodnoty akčního zásahu došlo k překmitu a opětovnému ustabilizování někde v blízkosti referenční polohy. Ustálené odchylky jsou nicméně velmi malé, pro obě souřadnice byla zaznamenána maximální hodnota 1 mm (obr. 7.4a). Regulátor lze použít i pro sledování trajektorie (obr. 7.4b, 7.4c). Koeficienty regulátoru byly nastaveny na $P = 4 \cdot 10^5$, $I = 0,8 \cdot 10^5$, $D = 1,45 \cdot 10^5$.



Obrázek 7.4: Řízení LQR regulátorem: (a) Odezva na skoky referencí. (b) Časový průběh sledování kruhové trajektorie. (c) XY graf sledování kruhové trajektorie.

LQR regulátor. LQR regulátorem (navrženým funkcí `lqr` v Matlabu) bylo dosaženo většího překmitu než v případě PID regulátoru, nicméně hodnota ustálených odchylek je podobná (obr. 7.5a). Sledování kruhové trajektorie (obr. 7.5b, 7.5c) bylo také srovnatelné s PID regulátorem. Při skocích reference byla referenční rychlost nastavená na nulu, při pohybu po kružnici na derivaci průběhu odpovídající souřadnice. Koeficienty regulace jsou

$\mathbf{K}_{LQR} = [0,2689, 4,1525, 0,2689, 4,1525]^T \cdot 10^6$ v pořadí odpovídajícímu stavovému vektoru \mathbf{z} .



Obrázek 7.5: Řízení LQR regulátorem: (a) Odezva na skoky referencí. (b) Časový průběh sledování kruhové trajektorie. (c) XY graf sledování kruhové trajektorie.

Ze srovnání regulátorů vychází nejuhře proporcionální regulátor. Hlavním důvodem je menší manipulační oblast a neschopnost sledovat zadanou trajektorii. Výsledky PID a LQR regulace jsou velmi podobné. Výhodou LQR regulátoru oproti PID regulátoru je možnost nastavení reference nejen na polohu, ale i na rychlost.

Kapitola 8

Závěr

Cílem bakalářské práce bylo navrhnout a implementovat řídicí systém pro planární ultrazvukovou manipulaci s kulovitými objekty na pevném povrchu. K tomuto účelu jsem nejprve prozkoumal již existující projekty v oblasti akustické manipulace. Následně jsem nabyté poznatky aplikoval při tvorbě platformy, ve které veškerá manipulace probíhá, a při řešení dílčích problémů týkajících se jejího zprovoznění. Podařilo se mi také navrhnout a následně použít způsob odečítání polohy kuličky z obrazu kamery pomocí jednoduché korekce projekce v obrazu kamery a veřejně dostupných nástrojů. Jeden z těchto nástrojů bylo ovšem nutné upravit tak, aby vyhovoval mým požadavkům. Na základě naměřených dat jsem vytvořil velmi zjednodušený model kuličky v generovaném akustickém poli a identifikoval jeho parametry. Díky tomuto modelu a pozorovateli ve formě Kalmanova filtru jsem dosáhl funkční kompenzace zpoždění záznamu kamery. Úspěšným použitím dvou ze tří vybraných regulátorů pro sledování zvolené trajektorie kuličkou jsem práci na řídicím systému dokončil.

Jsem si vědom určitých nedostatků zejména u použitého modelu kuličky. Pro zlepšení kvality řízení by bylo vhodné zavést kompenzaci valivého odporu [20], který nynější model pro kuličku v klidu neuvažuje, a vytvořit přesnější model pro přepočítání tlaku na sílu působící na kuličku. Dalšími nedostatky jsou použítá optimalizační úloha pro výpočet fázových posunů budících signálů, ve které je brán v potaz pouze tlak v jednom konkrétním bodě bez ohledu na tvar pole v jeho okolí, a malá manipulační plocha. Formulace nové úlohy, která by uvažovala i tvar okolního pole by mohla přinést zlepšení přesnosti tvorby tlakových bodů. Manipulační oblast lze zvětšit zvýšením počtu použitých měničů.

V rámci budoucí práce bych rád, kromě odstranění výše zmíněných nedostatků, pro platformu vytvořil jednoduché grafické rozhraní, jehož prostřednictvím by bylo možné pomocí zařízení s dotykovým displejem (mobilní telefon, tablet) jednoduše ovládat polohu manipulované kuličky. Platforma by se tak stala snadno použitelnou pro demonstrační ukázky funkčnosti. Kromě grafického rozhraní bych se chtěl dále zabývat i rozšířením řídicího systému o možnost manipulace s více objekty.

Příloha A

Literatura

- [1] J. Zemánek, S. Čelikovský, and Z. Hurák, “Time-optimal Control for Bilinear Nonnegative-in-control Systems: Application to Magnetic Manipulation,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, pp. 16032–16039, July 2017.
- [2] J. Matouš, “Manipulation with objects on a surface of a liquid using an array of ultrasonic transducers,” Bachelor’s thesis, Czech Technical University in Prague, 2018.
- [3] W. J. Xie, C. D. Cao, Y. J. Lü, Z. Y. Hong, and B. Wei, “Acoustic method for levitation of small living animals,” *Applied Physics Letters*, vol. 89, no. 21, p. 214102, 2006.
- [4] M. A. B. Andrade, N. Pérez, and J. C. Adamowski, “Review of Progress in Acoustic Levitation,” *Brazilian Journal of Physics*, pp. 1–24, Dec. 2017.
- [5] M. A. B. Andrade, A. L. Bernassau, and J. C. Adamowski, “Acoustic levitation of a large solid sphere,” *Applied Physics Letters*, vol. 109, p. 044101, July 2016.
- [6] Y. Ochiai, T. Hoshi, and J. Rekimoto, “Pixie dust: graphics generated by levitated and animated objects in computational acoustic-potential field,” *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, vol. 33, no. 4, p. 85, 2014.
- [7] A. Marzo, S. A. Seah, B. W. Drinkwater, D. R. Sahoo, B. Long, and S. Subramanian, “Holographic acoustic elements for manipulation of levitated objects,” *Nature communications*, vol. 6, p. 8661, 2015.
- [8] A. Marzo, M. Caleap, and B. W. Drinkwater, “Acoustic Virtual Vortices with Tunable Orbital Angular Momentum for Trapping of Mie Particles,” *Physical Review Letters*, vol. 120, p. 044301, Jan. 2018.



Příloha B

Obsah přiloženého CD

BakalarskaPrace.pdf – bakalářská práce ve formátu pdf

ZadaniBP.pdf – zadání bakalářské práce ve formátu pdf

Simulink – složka obsahující řídicí schéma *schema.slx* a související soubory

Kalibrace – složka obsahující kalibrační skript *calib.m* a související soubory

Rpi – složka se soubory a skripty pro Raspberry Pi

Videoa – složka s videozáznamy manipulace s polypropylenovou kuličkou