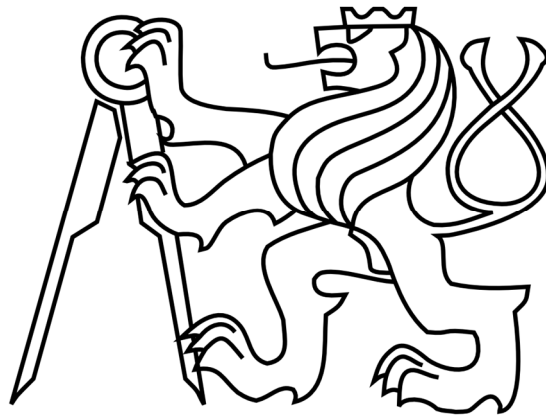


České vysoké učení technické v Praze
Fakulta strojní

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



Jakub Pipek

**Návrh uživatelského rozhraní pro tvorbu
parametrických CAD modelů v Rhinoceros**

Ústav technické matematiky

Vedoucí bakalářské práce: doc. Ing. Ivana Linkeová, Ph.D.
Studijní program: Teoretický základ strojního inženýrství

Praha 2018



ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Pipek** Jméno: **Jakub** Osobní číslo: **437029**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávací katedra/ústav: **Ústav technické matematiky**
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**
Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Návrh uživatelského rozhraní pro tvorbu parametrických CAD modelů v Rhinoceros

Název bakalářské práce anglicky:

User interface for creation of parametric CAD models in Rhinoceros

Pokyny pro vypracování:

- Seznámení se s možnostmi propojení Rhinoceros a jiných SW
- Seznámení se s teoretickým popisem neuniformní racionální B-spline reprezentace
- Pro vhodně zvolený příklad parametrického CAD modelu vytvořit uživatelské rozhraní

Seznam doporučené literatury:

Čížek, P.: Parametrický CAD model radiální turbíny. Bakalářská práce, ČVUT v Praze, Fakulta strojní, 2017.
Farin, G.: Curves and Surfaces for Computer-Aided Geometric Design. Academic Press, INC. San Diego. 1996
Piegl L. - Tiller W.: The NURBS Book, Springer-Verlag, Berlin. 1997
Linkeová, I.: Základy počítačového modelování křivek a ploch. Skripta. Ediční středisko ČVUT. Praha

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

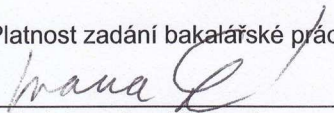
doc. Ing. Ivana Linkeová, Ph.D., ústav technické matematiky FS

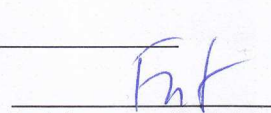
Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

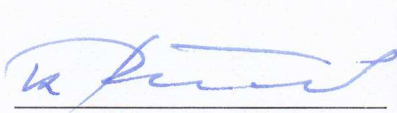
Datum zadání bakalářské práce: **26.10.2017**

Termín odevzdání bakalářské práce: **19.01.2018**

Platnost zadání bakalářské práce: _____


Podpis vedoucí(ho) práce

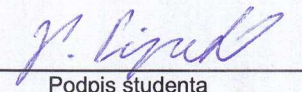

Podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry


Podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací.
Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

30.10.2017
Datum převzetí zadání


Podpis studenta

Úvodem práce bych rád vřele poděkoval své vedoucí práce paní doc. Ing. Ivaně Linkeové, Ph.D. za její profesionální a laskavý přístup během celého mého snažení o vytvoření této práce a za nespočet konstruktivních připomínek. Dále chci poděkovat panu doc. Ing. Janu Halamovi, Ph.D., jakožto tajemníkovi ústavu, za jeho vstřícnost při mimořádném zadání této práce.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že České vysoké učení technické v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne 10. 1. 2018

Podpis autora: .

Název práce: Návrh uživatelského rozhraní pro tvorbu parametrických CAD modelů v Rhinoceros

Autor: Jakub Pipek

Ústav: Ústav technické matematiky

Vedoucí bakalářské práce: doc. Ing. Ivana Linkeová, Ph.D., Ústav technické matematiky

Anotace: Cílem práce je vytvořit jednoduché, přehledné a programově robustní uživatelské rozhraní pro tvorbu parametrického CAD modelu. Rozhraní umožní vytvořit zjednodušený model radiální turbíny, jak zcela ručně, prostřednictvím interaktivního zadávání jednotlivých parametrů, tak i pomocí hromadného zadání geometrických parametrů dodaných do systému skrze externí soubor. Takto generované modely lze s minimálním zásahem uložit a potenciálně transportovat do dalších výpočetních softwarů.

Klíčová slova: CAD model, radiální turbína, B-spline, Rhinoceros, RhinoScript, VB.NET, uživatelské rozhraní, parametrický model

Title: User interface for creation of parametric CAD models in Rhinoceros

Author: Jakub Pipek

Department: Department of Technical Mathematics

Supervisor: doc. Ing. Ivana Linkeová, Ph.D., Department of Technical Mathematics

Abstract: The aim of this bachelor thesis is to create a simple, transparent and programmatically robust graphical user interface for creating a simplified parametric CAD model of a radial turbine. The interface will allow you to create the model entirely manually, by interactive entering of individual parameters, as well as by bulk input of the geometric parameters delivered to the system through an external file. These models can be saved with minimal interference and potentially transferred to other computing softwares.

Keywords: CAD model, radial turbine, B-spline, Rhinoceros, RhinoScript, VB.NET, GUI, interface, parametric model

Obsah

Úvod.....	6
1. Model rotoru	9
1.1. Ohraničení lopatkového kanálu	9
1.2. Rotorová lopatka.....	13
1.2.1. Vnější průřez lopatky	13
1.2.2. Průřez lopatky ve vnitřní rovině	16
1.2.3. Vytvoření plochy rotorové lopatky	18
1.3. Segment rotoru	19
1.4. Dokončení rotoru.....	23
2. Model statoru.....	26
2.1. Základní rozměry statoru	26
2.2. Statorová lopatka	27
2.2.1. Profil statorové lopatky	27
2.2.2. Plocha statorové lopatky	32
2.3. Segment statoru.....	32
2.4. Dokončení statoru	34
Závěr.....	36
Seznam použité literatury	38
Seznam použitých parametrů.....	39

Úvod

Tato práce je přímým pokračováním bakalářské práce s názvem „*Parametrický CAD model radiální turbíny*“ od autora Petra Čížka [1], který je zároveň dlouholetým přítelem autora této práce. V nadcházejícím textu se spolu tedy budeme zabývat oblastí programovou a zejména matematickým zpracováním této problematiky.

V předešlé práci bylo hlavním úkolem co nejvěrněji aproximovat skutečný model a nahradit jej modelem s redukováným počtem parametrů. Tato myšlenka bude i nadále plně zachována, avšak v řadě případů dojde k ještě hlubšímu zjednodušení, které ovšem nebude mít vliv na stupeň aproximace či funkčnost, ale bude softwarově robustnější a uživatelsky univerzálnější. Jakožto hlavní software zde bude použit opět 3D designér *Rhinoceros (Rhino)*, přesněji skriptovací jazyk *RhinoScript* [7], avšak v takové podobě, kdy nebude od uživatele vyžadována zcela žádná obratnost v tomto programu či přidruženém skriptovacím jazyce. Výchozí práce byla původně vyvinuta na verzi programu *Rhino4* a byla tak nekompatibilní s verzí *Rhino5*. Prvním krokem tedy bylo přepracování kódu do novější verze a program je nyní kompatibilní s verzí *Rhino4* i s verzí *Rhino5*.

Autor by si hned úvodem dovolil poznamenat, že vytvořený program je stále ve verzi *beta* a nejsou tak podchyceny všechny případné kolize v postupu skrze program. Nicméně bylo ve výchozím modelu počátečním testováním odhaleno několik kolizí, které při určitých kombinacích vstupních parametrů způsobovaly vznik nepředpokládané geometrie a tím i přerušování chodu *RhinoScriptu*. Tyto kolize a jejich řešení se autor pokusí přiblížit v jednotlivých kapitolách.

Počáteční parametry, tak jak tomu bylo ve výchozím skriptu [1], byly zadávány ručně uživatelem, přímo v jeho definici. Aby nebyla vyžadována uživatelská obratnost v *RhinoScriptu*, bylo dalším úkolem navrhnout vhodné *GUI (Graphical User Interface)*, které by eliminovalo zásahy uživatele do zdrojového kódu. Prvotní myšlenkou autora k řešení tohoto problému bylo využití propojení aplikací pomocí programu *Microsoft Excel* a připojeného *COM* rozhraní *VBA (Visual Basic for Applications)* [6]. Výhodou této metody by bylo jednoduché a všem známé rozhraní *Excel* sešitu, který by byl obohacen o *ActiveX* prvky k ovládání připojených maker. Praxe by sestávala z následujících kroků.

- Otevření *Excel* sešitu a zadání parametrů
- Stisknutí tlačítka pro otevření aplikace *Rhino* a spuštění *RhinoScriptu*
- Vyplnění dialogu pro uložení vytvořeného CAD modelu

Toto řešení je relativně programově jednoduché, ale během tvorby neposkytuje žádnou zpětnou vazbu pro uživatele. Takový problém lze vyřešit průběžným vykreslováním jednotlivých prvků (např. náboje rotoru, lopatky rotoru atd.) v paralelně otevřeném okně *Rhina* a uživatel by tak byl nucen pracovat ve dvou aplikacích současně. Dalším řešením problému by bylo využití grafické knihovny *VBA* pro tvorbu geometrických výkresů [6], avšak takové řešení by vyžadovalo rozsáhlé kódování, v podstatě znamenající vytvoření nového CAD modeláře. Dalším faktorem při rozhodování o vhodném *GUI* byla také úvaha nad nutným softwarem, kdy by v popisovaném případě musel uživatel disponovat jak

instalací *Rhina* tak balíčkem *Microsoft Office*. Z těchto důvodů bylo nakonec autorem od tohoto řešení upuštěno.

Klíčovým aspektem v tuto chvíli byla právě ona zpětná vazba, kdy uživatel zadává parametry a ty jsou v podobě geometrie posílány skrze *GUI* zpět k uživateli. Zde autor uvažoval o využití jiného softwaru, a to aplikace *MatLab* [9]. Tato aplikace již několik let umožňuje vytvoření programovatelného *GUI*, jehož ovládací prvky a výstupy lze dále využít v dalším výpočtu. Tento program nabízí velmi snadnou analýzu a interakci s vykreslenou geometrií, avšak k jejímu zadání je třeba exaktních rovnic křivek a ploch. Zde se dostáváme do stejné slepé uličky, jako tomu bylo v předchozím řešení, a to velmi rozsáhlému kódování, i když o řád méně složitěmu. Opět zde také narůstá nutný počet aplikací přítomných na výpočetním vybavení.

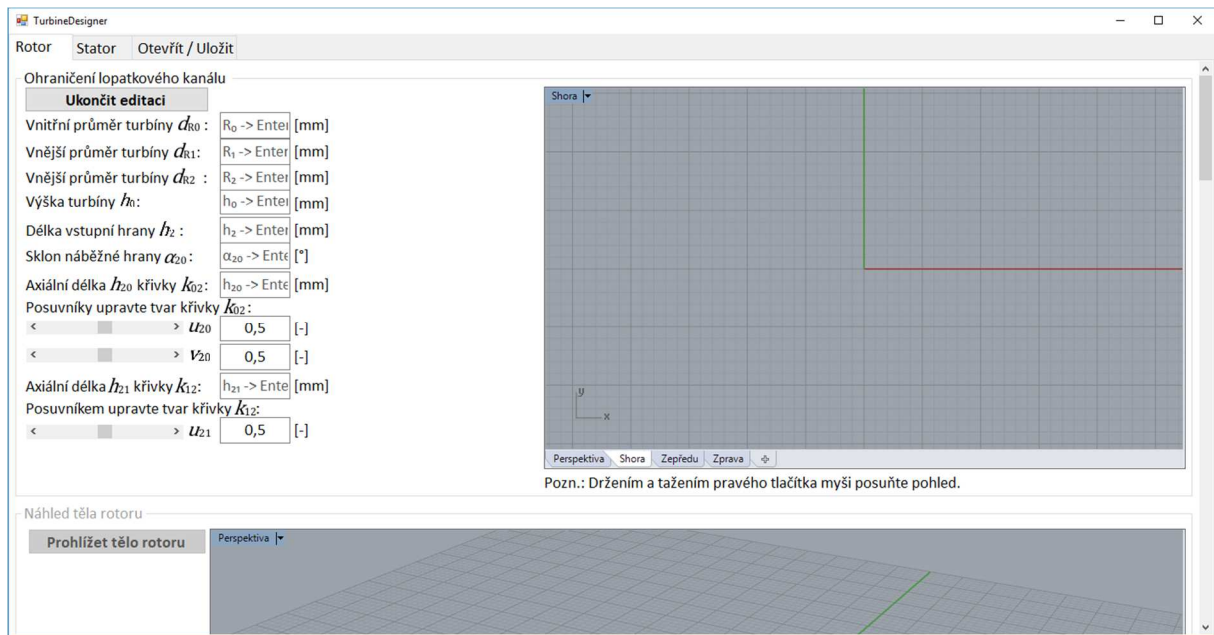
Každý programovací jazyk má svoji specifickou strukturu. Některé prvky se vyskytují napříč celým spektrem jazyků a některé prvky jsou zcela specifické pro zvolený jazyk. Stejně tomu tak je i v případě *RhinoScriptu*, avšak podobnost struktury rozhodla o konečném provedení rozhraní. Alespoň dle názoru autora je kód napsaný v *RhinoScriptu* [7] velmi blízký programovému jazyku *VB.NET*. Jazyk *Visual Basic* na platformě *.NET Framework* představuje objektově orientovaný model programování, jehož aplikace vytvořené na tomto rozhraní se kompilují do jazyka *MSIL*, podobně jako je tomu v jazyce *C#*. Praxe je taková, že se kód aplikace spouští pod souborem *EXE*, který se až po jeho spuštění kompiluje do strojového kódu bezprostředně na daném hardware. Vše vede ke zvýšení rychlosti výpočtu a optimalizaci pro danou výpočetní stanici, ovšem výměnou za nutnost architektury *.NET Framework* na klientském počítači. Tento problém může nastat pouze u starších počítačových sestav, nikoliv nyní, kdy je architektura *.NET Framework* již běžnou a často i velmi nutnou součástí moderního systému [10].

Velikou výhodou použití *VB.NET* je zde bezprostřední napojení *Rhina* na vytvářené rozhraní. Programově můžeme říci, že *Rhino* je prostřednictvím sdílení knihoven připojeno k našemu *GUI* jako třída a stejně tak k ní lze i přistupovat. Při vhodném pojmenování této třídy, které autor samozřejmě využil, se kód z *RhinoScriptu*, až na malé odchylky, přenáší do jazyka *VB.NET*. Tímto došlo k naprostému potlačení *RhinoScriptu*, který byl navržen tak, aby byl upravován a spouštěn pouze v instanci aplikace *Rhino*. Z hlediska programování jde o velmi důležitou vlastnost, která poskytuje plnou interakci mezi naším *GUI* a *Rhinem* bez opětovného spouštění skriptů. Autor zde však musí uvést i nevýhodu tohoto řešení, a tou je paměťová náročnost na datový typ *Object*, který je vyžadován většinou metod třídy *Rhino*. V programovém řešení je proto vždy kladen důraz na efektivní využití deklarovaných proměnných se snahou redukovat jejich počet. Nejvyšší náročnost programu na paměť *RAM* byla vývojovým prostředím *Visual Studio 2017* odhadnuta na 150 MB, avšak instance *Rhina* si zde vyžádá alokaci až na 1 GB.

V tuto chvíli je tedy plně rozhodnuto o využití architektury *.NET*, díky čemuž je možno aplikaci *Rhino* plně integrovat do našeho rozhraní. Otázkou však stále zůstává, jak tento proces optimalizovat z hlediska výpočetní náročnosti. *Rhino* nedisponuje funkcí, která by umožňovala přístup k několika modelům v jediné instanci a s počtem aktivních modelů tak proporčně vzrůstají i nároky na systém. Možným řešením je vytváření jednotlivých modelů v oddělených vrstvách, avšak složitost podkompletů turbíny je natolik veliká, že

vytížení paměti by bylo zřejmě nepřijatelně vysoké. Proto se autor rozhodl pro přístup, kdy je aktivní vždy pouze jeden, právě editovaný model. Pokud jsou k dispozici náhledy jiných modelů než modelu aktivního, je na grafickém výstupu zachován poslední vykreslený snímek.

Další snahou autora je zde popsat matematické definice a vytvořit jednoduché grafické uživatelské rozhraní (viz Obrázek 1), zejména pak interaktivní, které provede uživatele procesem návrhu CAD modelu turbíny s následným exportem modelu do zvoleného formátu (*.iges, *.stl, *.stp, nebo *.3dm).



Obrázek 1: Náhled části uživatelského rozhraní programu

1. Model rotoru

První problematikou, kterou se bude uživatel v našem *GUI* prostředí zabývat, je definice základního tvaru rotoru. Přesněji zde budeme hovořit o parametrech určující ohraničení kanálu rotorových lopatek. Zadávání parametrů je zde řešeno způsobem, kdy po vložení dostatečného množství dat, je uživateli vrácen náhled vytvořené struktury, posléze určující tvar těla rotoru a stěnu statoru naléhající na boční plochu lopatek rotoru. Z důvodu následujícího síťování je toto ohraničení součástí modelu rotoru, i když se, ve své podstatě, jedná o samostatnou část reálně spojenou s tělesem statoru.

V následném kroku je uživateli přístupná možnost prohlídky vytvořeného těla rotoru, které bude doplněno o rotorové lopatky a jeden ze způsobů zakončení rotoru pro celistvost modelu. Součástí tohoto náhledu je analýza střední křivosti vzniklé plochy, která má uživateli poskytnout první představu o přesnější geometrii těla rotoru.

Dalšími parametry uživatel definuje nejprve vnější a posléze i vnitřní průřez lopatky, jejichž proložením přímkovou přechodovou plochou vznikne model lopatky. Podobně jako tomu je u definice polomeridiánu lopatkového kanálu, i zde je uživateli přístupna interaktivní zpětná vazba.

Po ukončení definic průřezů lopatky a zadání počtu lopatek je vytvořen základní segment rotoru obsahující právě jednu rotorovou lopatku. Autor zde uznal za vhodné využít této metody, kdy pomocí kruhového pole tohoto segmentu okolo osy otáčení postupně vzniká celý model rotoru. Součástí zobrazení je zde opět analýza křivosti [2].

Následným krokem je dokončení modelu, kde uživatel volí způsob zakončení těla rotoru, volí si, zda chce mít zahrnutý v modelu konstrukční vůle a definuje délku případného prodloužení lopatkového kanálu za rotorem.

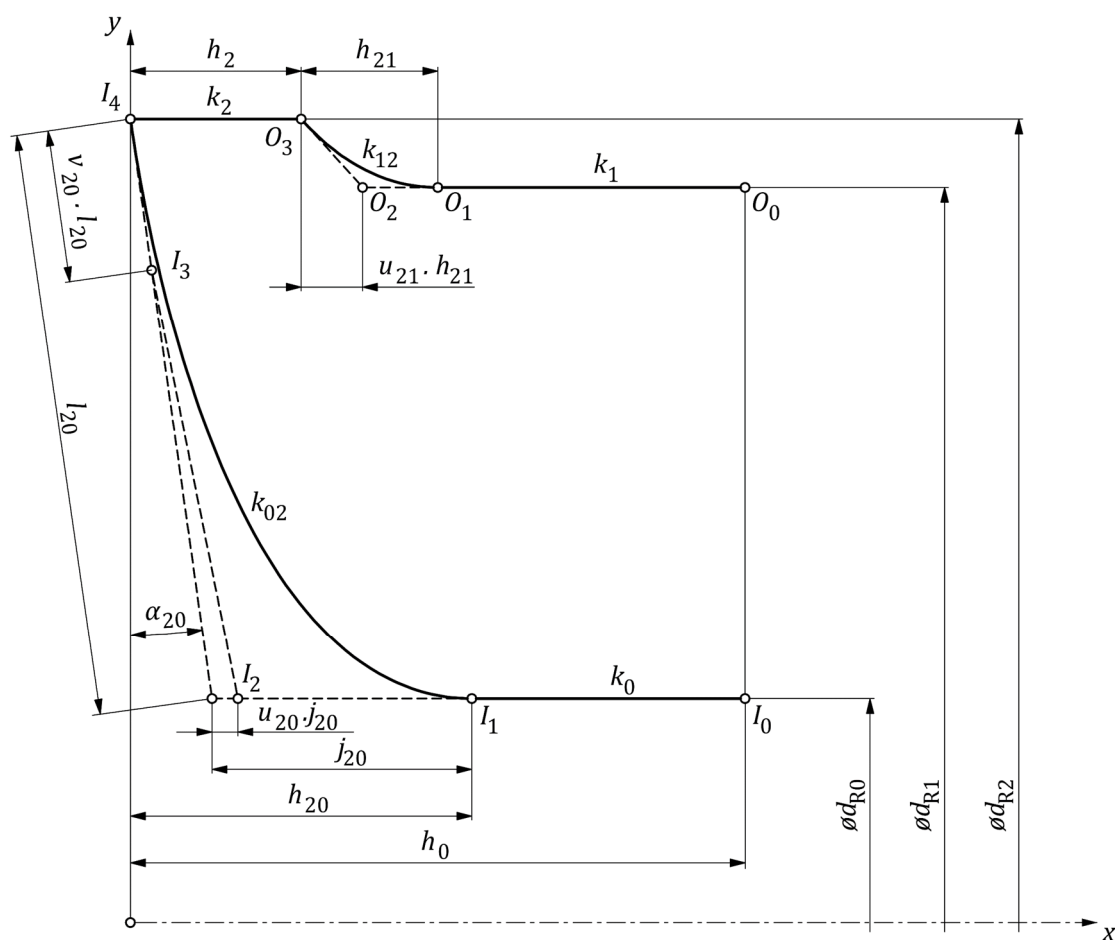
Průchodem skrze zmíněné definice jsou známy všechny nezbytné parametry pro vytvoření modelu a ten lze ihned uložit, a to ve čtyřech různých variantách. První varianta nabízí uložení celého kompletu, který v současné chvíli sestává pouze z modelu rotoru. Druhou variantou je export modelu rotoru včetně vnějšího ohraničení lopatkového kanálu. Třetí způsob uložení nabízí model segmentu lopatky, jenž je doplněný o část zakončení těla rotoru a část ohraničení kanálu. Tento model obsahuje právě jednu lopatku rotoru. Čtvrtým a posledním nabízeným modelem je obdobný segment rotoru, který však sestává z poloviny první lopatky, prostoru mezi lopatkami, přilehlé poloviny druhé lopatky a přidružených částí zakončení a lopatkového ohraničení. Variace těchto dílčích modelů lze získat přímo ze základního modelu, avšak mají předcházet univerzálnosti použití v následných softwarech pro síťování modelu.

1.1. Ohraničení lopatkového kanálu

Ve výchozím parametrickém modelu v [1] je polomeridián ohraničení určen některými parametry, které nejsou v následující definici modelu nikterak využity. Proto se autor této

práce rozhodl pro jejich redukcii, a tak i ke zjednodušení procesu zadávání. Celý model turbíny byl původně konstruován s jistým odsazením od roviny yz , jež bylo výsledkem záměru kopírování reálného modelu turbíny modelem parametrickým. Tato translace opět nebyla nikterak využita v následné definici ostatních částí modelu, a proto se jí autor rozhodl eliminovat posunutím celého modelu po ose x tak, aby počátek souřadného systému ležel ve středu paty turbíny. Další změna je důsledkem autorova záměru vytvořit více vypovídající reprezentaci zadávaných koeficientů pro tvorbu definičních křivek. Zde se tedy autor uchýlil ke koeficientům, které jsou namísto ke kartézskému souřadnému systému vztaženy k systému relativnímu polárním, který je vytvořen již na známé geometrii. Úmysl autora bude více přiblížen v následujícím rozboru polomeridiánu ohraničení lopatkového kanálu.

Vyjděme z Obrázku 2 křivek ohraničení lopatkového kanálu.



Obrázek 2: Křivky ohraničení lopatkového kanálu

Tělo rotoru vznikne rotací úsečky k_0 a Bézierovy křivky 3. stupně k_{02} , určené řídicími body I_1, I_2, I_3, I_4 okolo osy x , plocha vstupní hrany vznikne rotací úsečky k_2 a ohraničení lopatkového kanálu úsečkou k_1 a Bézierovou křivkou 2. stupně k_{12} , určené řídicími body O_1, O_2, O_3 . V Tabulce 1 jsou uvedeny parametrické souřadnice řídicích bodů křivek.

Tabulka 1: Vyjádření řídicích bodů křivek ohraničení lopatkového kanálu

řídicí bod	parametrické vyjádření
I_0	$\left(h_0, \frac{d_{R0}}{2}, 0 \right)$
I_1	$\left(h_{20}, \frac{d_{R0}}{2}, 0 \right)$
I_2	$\left(\tan \alpha_{20} \left(\frac{d_{R2}}{2} - \frac{d_{R0}}{2} + u_{20} \left[h_{20} - \left(\frac{d_{R2}}{2} - \frac{d_{R0}}{2} \right) \right] \right), \frac{d_{R0}}{2}, 0 \right)$
I_3	$\left(\tan \alpha_{20} v_{20} \left(\frac{d_{R2}}{2} - \frac{d_{R0}}{2} \right), \frac{d_{R2}}{2} - v_{20} \left(\frac{d_{R2}}{2} - \frac{d_{R0}}{2} \right), 0 \right)$
I_4	$\left(0, \frac{d_{R2}}{2}, 0 \right)$
O_0	$\left(h_0, \frac{d_{R1}}{2}, 0 \right)$
O_1	$\left(h_2 + h_{21}, \frac{d_{R1}}{2}, 0 \right)$
O_2	$\left(h_2 + u_{21} h_{21}, \frac{d_{R1}}{2}, 0 \right)$
O_3	$\left(h_2, \frac{d_{R2}}{2}, 0 \right)$

Křivky k_0, k_1 a k_2 jsou matematickou reprezentací úseček, které zde budeme definovat pomocí vektorové rovnice úsečky [2]. Pro úsečku k_0 a krajní body I_0, I_1 dále platí

$$k_0: P_{k_0}(t) = I_0 + t(I_1 - I_0) ; t \in [0,1] \quad (1)$$

$$k_0: P_{k_0}(t) = \left((1-t)h_0 + th_{20}, \frac{d_{R0}}{2}, 0 \right) ; t \in [0,1]$$

Obdobný postup aplikujme i na zbylé úsečky k_1, k_2 a dostáváme

$$k_1: P_{k_1}(t) = O_0 + t(O_1 - O_0) ; t \in [0,1]$$

$$k_1: P_{k_1}(t) = \left((1-t)h_0 + t(h_2 + h_{21}), \frac{d_{R1}}{2}, 0 \right) ; t \in [0,1] \quad (2)$$

$$k_2: P_{k_2}(t) = O_3 + t(I_4 - O_3) ; t \in [0,1]$$

$$k_2: P_{k_2}(t) = \left((1-t)h_2, \frac{d_{R2}}{2}, 0 \right) ; t \in [0,1]$$

Bézierova křivka n -tého stupně je dána [2]

$$P(t) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(t)V_i ; t \in [0,1], \quad (3)$$

kde n je stupeň Bézierovy křivky, V_i jsou souřadnice řídicích bodů a $B_{i,n}(t)$ jsou Bernsteinovy polynomy, viz Tabulka 2

$$B_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} t^i (1-t)^{n-i} ; t \in [0,1] \quad (4)$$

Tabulka 2: Vyjádření Bernsteinových polynomů [2]

$B_{i,n}(t); t \in [0,1]$	$n = 2$	$n = 3$
$i = 0$	$B_{0,2}(t) = (1 - t)^2$	$B_{0,3}(t) = (1 - t)^3$
$i = 1$	$B_{1,2}(t) = 2t(1 - t)$	$B_{1,3}(t) = 3t(1 - t)^2$
$i = 2$	$B_{2,2}(t) = t^2$	$B_{2,3}(t) = 3t^2(1 - t)$
$i = 3$		$B_{3,3}(t) = t^3$

Dosažením Bernsteinových polynomů z Tabulky 2 a řídicích bodů z Tabulky 1 získáváme pro křivku 2. stupně k_{12}

$$k_{12}: P_{k_{12}}(t) = B_{0,2}(t)O_1 + B_{1,2}(t)O_2 + B_{2,2}(t)O_3 ; t \in [0,1] \quad (5)$$

Reprodukcí postupu uvedeného v rovnicích (3) (4) (5) dostáváme předpis pro Bézierovu křivku 3. stupně k_{02} určenou řídicími body I_1, I_2, I_3 a I_4

$$k_{02}: P_{k_{02}}(t) = B_{0,3}(t)I_1 + B_{1,3}(t)I_2 + B_{2,3}(t)I_3 + B_{3,3}(t)I_4 \quad (6)$$

S takto vyjádřenými křivkami lze již přistoupit k vytvoření rotačních ploch, kdy obecný předpis rotační plochy $S(u, v)$ určené rotací tvořící křivky $P(v)$ [3] je

$$S(u, v) = P(v) \cdot T(u); u \in [0, 2\pi], v \in [0, 1], \quad (7)$$

kde T je transformační matice rotace k vybrané ose.

V našem případě budujeme rotační model vzhledem k ose x . Transformační matice rotace potom přechází do tvaru [4]

$$T(u) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos u & -\sin u \\ 0 & \sin u & \cos u \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; u \in [0, 2\pi] \quad (8)$$

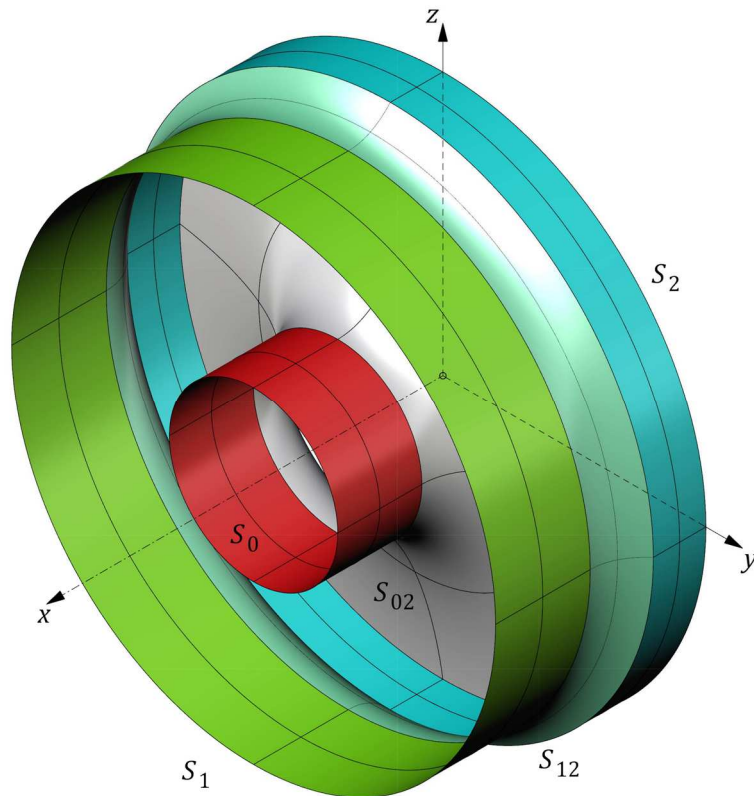
Konečný tvar vektorové rovnice rotační plochy tak dostáváme jako

$$S(u, v) = (x(v), y(v) \cos u + z(v) \sin u, -y(v) \sin u + z(v) \cos u); u \in [0, 2\pi], v \in [0, 1] \quad (9)$$

Dále uvažujme úsečku k_0 , jako tvořící křivku $P_{x,y}(v)$, se záměnou parametru t za v . Při užití vzorce (9) dostáváme vektorovou rovnici rotační plochy S_0

$$S_0: P_{S_0}(u, v) = \left((1 - v)h_0 + v(h_2 + h_{21}), \frac{d_{R1}}{2} \cos u + 0, -\frac{d_{R1}}{2} \sin u + 0, 1 \right); u \in [0, 2\pi], v \in [0, 1] \quad (10)$$

Reprodukcí postupu uvedeného v (7) až (10) lze získat matematickou reprezentaci zbývajících rotačních ploch S_1, S_2, S_{02} a S_{12} . Výsledek této operace je uveden na Obrázku 3.



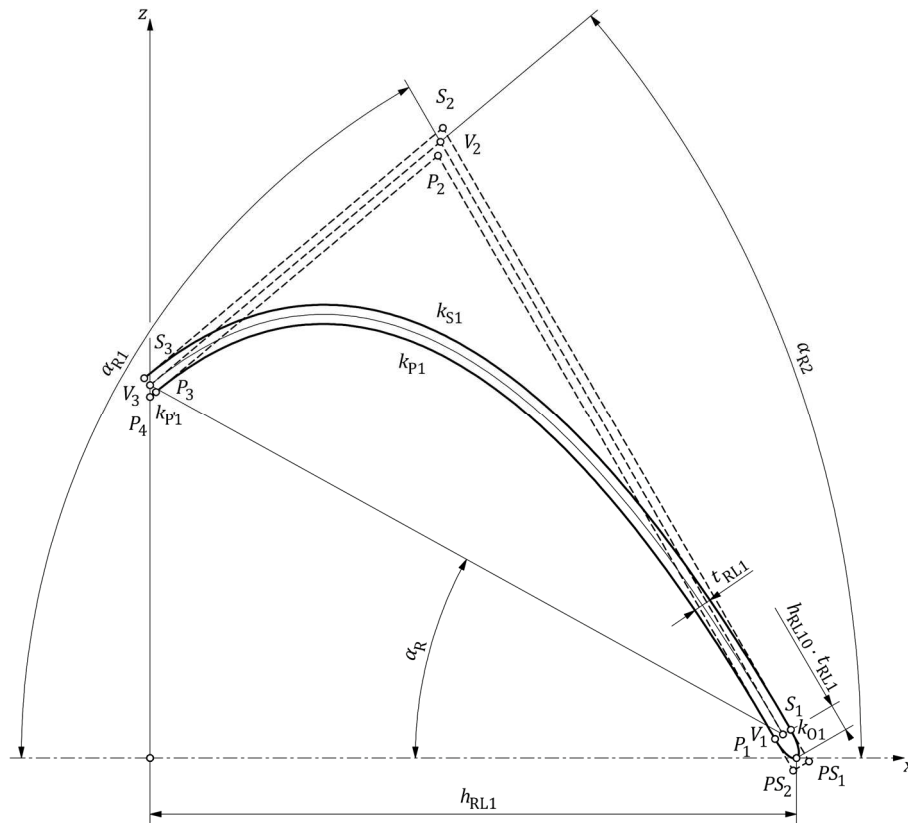
Obrázek 3: Rotační plochy ohraničení lopatkového kanálu

1.2. Rotorová lopatka

Určení rotorové lopatky je, až na drobné odchylky, převzato z výchozí práce [1]. Lopatka je modelována jako přímková přechodová plocha mezi průřezy definované přímo v rovině xz a v rovině odsazené od xz o hodnotu $\frac{d_{R2}}{2}$. Nadále budeme tyto roviny označovat jako rovina vnitřní, tj. rovina xz , a rovina vnější, tj. rovina odsazená.

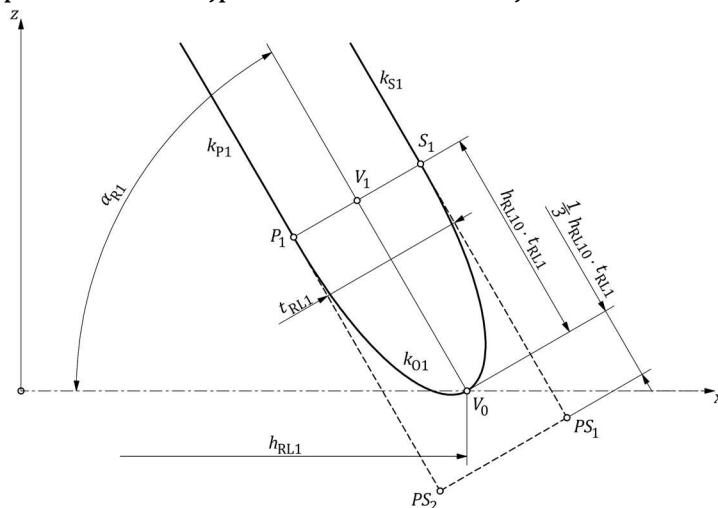
1.2.1. Vnější průřez lopatky

Prvním krokem pro vytvoření plochy lopatky je definice průřezu ve vnější rovině. V prvotní fázi zde uživatel zadává pouze výšku lopatky h_{RL1} a tloušťku lopatky t_{RL1} . Ostatní parametry jsou předdefinovány a již po zadání zmíněných veličin je k nahlédnutí definovaný průřez tak, jak je vykreslen na Obrázku 4.



Obrázek 4: Křivky vnějšího průřezu rotorové lopatky

Tím postupujeme do fáze druhé, kde můžeme upravovat tvar křivky v dynamicky se měnícím náhledu. Určující geometrií je zde tvar odtokové hrany, a proto si pro přehlednost nejprve uvedme následující Obrázek 5.



Obrázek 5: Křivka odtokové hrany vnějšího průřezu rotorové lopatky

Zadáním výšky lopatky získáváme vrchol odtokové hrany, bod V_0 , který se zároveň nachází v polovině křivky odtokové hrany k_{O1} určené řídicím polygonem P_1, PS_2, PS_1, S_1 . Se znalostí úhlu odtokové hrany α_{R1} dostáváme přímku, na které leží první z řídicích bodů střední křivky lopatky V_1 . Oproti původnímu řešení v [1], kdy byl bezprostředně upravován řídicí polygon odtokové hrany, je zde poloha, a tedy i vzdálenost bodů $|V_0V_1|$, vztahena ke tloušťce t_{RL1} skrze koeficient h_{RL10} .

Výhodou této definice je jednoduché zadávání rozsáhlosti odtokové hrany k_{O1} ve směru přímky $\overline{V_0V_1}$ a to v závislosti na jediném parametru. Pokud tedy chceme docílit odtokové hrany o konstantní křivosti, tedy oblouku, hodnota koeficientu $h_{RL10} = 1$ zaručí přesně takové chování.

Křivka k_{O_1} je Bézierovou křivkou 3. stupně a lze na ni proto aplikovat de Casteljauův algoritmus konstrukce bodu na křivce [2], kdy bod $V_0 = P_{k_{O_1}}\left(\frac{1}{2}\right)$. Výsledkem konstrukce je poznatek, že

$$|V_0V_1| = h_{RL10} \cdot t_{RL1} = \frac{3}{4}|PS_1S_1| \Rightarrow |V_0\overrightarrow{PS_1PS_2}| = \frac{1}{3}h_{RL10} \cdot t_{RL1} \quad (11)$$

Následně již můžeme určit polohu řídicích bodů křivky odtokové hrany k_{O_1} a změnou vstupních parametrů rovnic (3) až (6) dostáváme

$$k_{O_1}: P_{k_{O_1}}(t) = B_{0,3}(t)P_1 + B_{1,3}(t)PS_2 + B_{2,3}(t)PS_1 + B_{3,3}(t)S_1; t \in [0,1] \quad (12)$$

Z Obrázku 4, se znalostí pozice bodu V_1 a hodnotami parametrů α_{R1}, α_{R2} , lze určit základní polygon $V_{1,2,3}$ a tedy i přidružené křivky k_{P_1}, k_{S_1} . Jak pozorujeme z obrázku, krajní body křivek P_1, S_1 leží vždy na kolmici k přímce $\overrightarrow{V_1V_2}$, procházející bodem V_1 a zároveň platí, že $|V_1P_1| = |V_1S_1| = \frac{t_{RL1}}{2}$. Obdobně tato úvaha platí i pro krajní body P_3, S_3 a bod V_3 .

Protože je základní řídicí polygon pouze pomocnou geometrií, nebudeme si na tomto místě uvádět rovnici střední křivky¹, avšak získání bodu V_2 z bodů V_1V_3 je ekvivalentní pro získání bodu P_2 (resp. S_2), z bodů $P_{1,3}$ (resp. $S_{1,3}$) pro vytvoření aproximační ekvidistantní křivky k_{P_1} (resp. k_{S_1}).

Známe-li polohy krajních bodů V_1, V_3 a úhly α_{R1}, α_{R2} potom pro souřadnice bodu V_2 platí

$$V_2: z_{V_2} = z_{V_3} - x_{V_3} \tan \alpha_{R2} + x_{V_2} \tan \alpha_{R2} \quad (13)$$

$$V_2: z_{V_2} = z_{V_1} + x_{V_1} \tan \alpha_{R1} - x_{V_2} \tan \alpha_{R1}$$

Po řešení této soustavy rovnic a osamostatnění souřadnice x_{V_2} dostáváme

$$x_{V_2} = \frac{z_{V_1} + x_{V_1} \tan \alpha_{R1} - z_{V_3} + x_{V_3} \tan \alpha_{R2}}{\tan \alpha_{R1} + \tan \alpha_{R2}} \quad (14)$$

Zpětným dosazením rovnic (14) do (13) dostáváme souřadnice bodu V_2 . Obdobným způsobem lze získat souřadnice bodů P_2 a S_2 . Pro korektní vykreslení přímkové přechodové plochy lopatky je navíc nutné prodloužit křivku k_{P_1} tak, aby protнула rovinu yz. Prodloužením se v tomto případě myslí C^1 spojitě napojení úsečkou $k_{P'_1}$ s koncovými body P_3, P_4 . Výsledné souřadnice řídicích a koncových bodů jsou uvedeny v Tabulce 3.

Tabulka 3: Vyjádření řídicích bodů křivek $k_{P_1}, k_{P'_1}, k_{S_1}$ a k_{O_1}

řídicí bod	parametrické vyjádření
P_4	$\left(0, \frac{d_{R2}}{2}, h_{RL1} \tan \alpha_R - \frac{t_{RL1}}{2 \cos \alpha_{R2}}\right)$
P_3	$\left(\frac{t_{RL1}}{2} \sin \alpha_{R2}, \frac{d_{R2}}{2}, h_{RL1} \tan \alpha_R - \frac{t_{RL1}}{2} \cos \alpha_{R2}\right)$
P_2	$\left(\frac{z_{P_1} + x_{P_1} \tan \alpha_{R1} - z_{P_3} + x_{P_3} \tan \alpha_{R2}}{\tan \alpha_{R1} + \tan \alpha_{R2}}, \frac{d_{R2}}{2}, z_{P_3} - x_{P_3} \tan \alpha_{R2} + x_{P_2} \tan \alpha_{R2}\right)$
P_1	$\left(h_{RL1} - \frac{t_{RL1}}{2} \sin \alpha_{R1} - h_{RL10} t_{RL1} \cos \alpha_{R1}, \frac{d_{R2}}{2}, -\frac{t_{RL1}}{2} \cos \alpha_{R1} + h_{RL10} t_{RL1} \sin \alpha_{R1}\right)$

¹ rovnici střední křivky lze nalézt v kapitole 1.3 Segment rotoru

$$\begin{array}{l}
PS_2 \\
PS_1 \\
S_1 \\
S_2 \\
S_3
\end{array}
\left| \begin{array}{l}
\left(h_{RL1} - \frac{t_{RL1}}{2} \sin \alpha_{R1} + \frac{h_{RL10} t_{RL1}}{3} \cos \alpha_{R1}, \frac{d_{R2}}{2}, \frac{t_{RL1}}{2} \cos \alpha_{R1} - \frac{h_{RL10} t_{RL1}}{3} \sin \alpha_{R1} \right) \\
\left(h_{RL1} + \frac{t_{RL1}}{2} \sin \alpha_{R1} + \frac{h_{RL10} t_{RL1}}{3} \cos \alpha_{R1}, \frac{d_{R2}}{2}, \frac{t_{RL1}}{2} \cos \alpha_{R1} - h_{RL10} t_{RL1} \sin \alpha_{R1} \right) \\
\left(h_{RL1} + \frac{t_{RL1}}{2} \sin \alpha_{R1} - h_{RL10} t_{RL1} \cos \alpha_{R1}, \frac{d_{R2}}{2}, \frac{t_{RL1}}{2} \cos \alpha_{R1} + h_{RL10} t_{RL1} \sin \alpha_{R1} \right) \\
\left(\frac{z_{S1} + x_{S1} \tan \alpha_{R1} - z_{S3} + x_{S3} \tan \alpha_{R2}}{\tan \alpha_{R1} + \tan \alpha_{R2}}, \frac{d_{R2}}{2}, z_{S3} - x_{S3} \tan \alpha_{R2} + x_{S2} \tan \alpha_{R2} \right) \\
\left(-\frac{t_{RL1}}{2} \sin \alpha_{R2}, \frac{d_{R2}}{2}, h_{RL1} \tan \alpha_{R1} + \frac{t_{RL1}}{2} * \cos \alpha_{R2} \right)
\end{array} \right.$$

S využitím rovnic (1) a (5) můžeme vykreslit úsečku $k_{P'1}$ a Bézierovy křivky 2. stupně k_{P1}, k_{S1} .

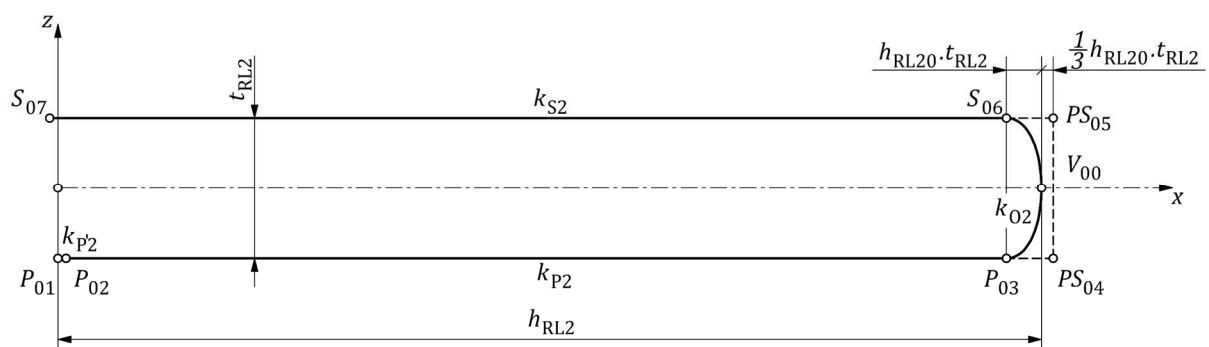
$$k_{P'1}: P_{k_{P'1}}(t) = P_4 + t(P_3 - P_4) ; t \in [0,1] \quad (15)$$

$$k_{P1}: P_{k_{P1}}(t) = B_{0,2}(t)P_3 + B_{1,2}(t)P_2 + B_{2,2}(t)P_1 ; t \in [0,1] \quad (16)$$

$$k_{S1}: P_{k_{S1}}(t) = B_{0,2}(t)S_1 + B_{1,2}(t)S_2 + B_{2,2}(t)S_3 ; t \in [0,1] \quad (17)$$

1.2.2. Průřez lopatky ve vnitřní rovině

V tomto kroku definujeme tvar průřezu lopatky v rovině xz , zobrazené na Obrázku 6, a to pomocí dvou prvotních parametrů. Po zadání výšky lopatky h_{RL2} a tloušťky lopatky t_{RL2} je uživateli zobrazen základní tvar průřezu. Podobně jako tomu bylo ve vnějším průřezu, i zde je tvar odtokové hrany lopatky modifikován koeficientem h_{RL20} , který rozhoduje o rozlehlosti křivky ve směru osy x a taktéž i o její křivosti.



Obrázek 6: Průřez lopatky rotoru v rovině xz

Jak si můžeme povšimnout, myšlenka definice geometrie je totožná s návrhem průřezu lopatky ve vnější rovině [1]. Zadáním výšky lopatky dojde k umístění vrcholu odtokové hrany V_{00} a, skrze De Casteljaův algoritmus aplikovaný na Bézierovu křivku 3. stupně, dostáváme řídicí polygon odtokové hrany k_{O2} s vlastností $V_{00} = P_{k_{O2}}\left(\frac{1}{2}\right)$. Autor se s dalším odvozením odkáže na rovnici (11) a uvede souřadnice řídicích bodů v Tabulce 4.

Tabulka 4: Vyjádření řídicích bodů křivek průřezu rotorové lopatky v rovině xz

řídicí bod	parametrické vyjádření		
P_{01}	$\left(0, \right.$	$0,$	$\left. -\frac{t_{RL2}}{2}\right)$
P_{02}	$\left(\frac{t_{RL1}}{2} \sin \alpha_{R2}, \right.$	$0,$	$\left. -\frac{t_{RL2}}{2}\right)$
P_{03}	$\left(h_{RL2} - h_{RL20}t_{RL2}, \right.$	$0,$	$\left. -\frac{t_{RL2}}{2}\right)$
PS_{04}	$\left(h_{RL2} + \frac{h_{RL20}t_{RL2}}{3}, \right.$	$0,$	$\left. -\frac{t_{RL2}}{2}\right)$
PS_{05}	$\left(h_{RL2} + \frac{h_{RL20}t_{RL2}}{3}, \right.$	$0,$	$\left. -\frac{t_{RL2}}{2}\right)$
S_{06}	$\left(h_{RL2} - h_{RL20}t_{RL2}, \right.$	$0,$	$\left. -\frac{t_{RL2}}{2}\right)$
S_{07}	$\left(-\frac{t_{RL2}}{2} \sin \alpha_{R2}, \right.$	$0,$	$\left. -\frac{t_{RL2}}{2}\right)$

Přetlaková hrana $k_{P2}, k_{P'2}$ je modelována jako dvojice úseček s koncovými body částečně převzatých z vnějšího průřezu definovaného v předchozí kapitole 1.2.1. Vnější průřez lopatky. Přesněji jde o souřadnice $x_{P_{01}}$ a $x_{P_{02}}$, které odpovídají souřadnicím x_{P_4}, x_{P_3} vnějšího průřezu. Obdobně pro sací hranu v podobě úsečky k_{S2} platí, že souřadnice $x_{S_{07}}$ je převzata z kolmého průmětu bodu S_3 do roviny xz .

S užitím rovnic (1) a (6) můžeme definovat rovnice úseček $k_{P'2}, k_{P2}, k_{S2}$ a Bézierovy křivky 3. stupně k_{O2} .

$$k_{P'2}: P_{k_{P'2}}(t) = P_{01} + t(P_{02} - P_{01}) ; t \in [0,1] \quad (18)$$

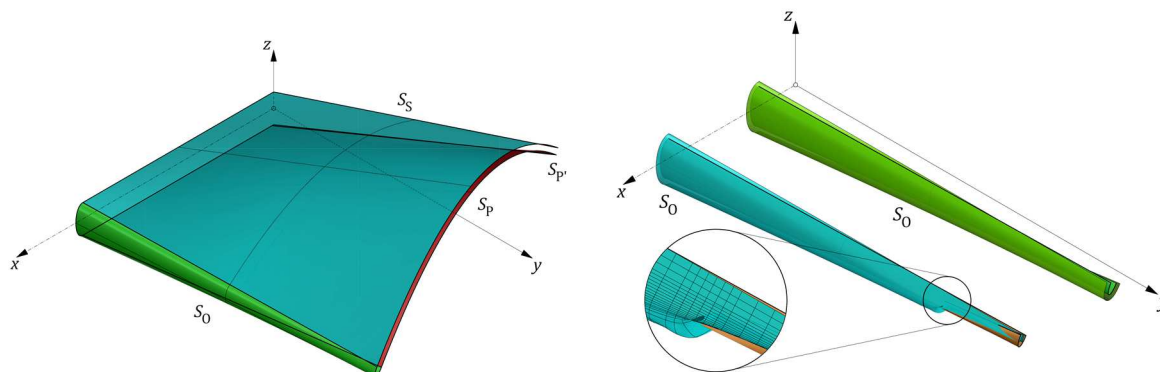
$$k_{P2}: P_{k_{P2}}(t) = P_{02} + t(P_{03} - P_{02}) ; t \in [0,1] \quad (19)$$

$$k_{S2}: P_{k_{S2}}(t) = S_{06} + t(S_{07} - S_{06}) ; t \in [0,1] \quad (20)$$

$$k_{O2}: P_{k_{O2}}(t) = B_{0,3}(t)P_{03} + B_{1,3}(t)PS_{04} + B_{2,3}(t)PS_{05} + B_{3,3}(t)S_{06} ; t \in [0,1] \quad (21)$$

1.2.3. Vytvoření plochy rotorové lopatky

Plocha lopatky je reprezentací přechodových přímkových ploch mezi hraničními křivkami uvedených v kapitolách 1.2.1. a 1.2.2. Dále tedy doplňková přetlaková plocha $S_{P'}$ vznikne z hraničních křivek $k_{P'1}$ a $k_{P'2}$, přetlaková plocha lopatky S_P z křivek k_{P1} , k_{P2} , atd. Vytvářené plochy jsou k náhledu na Obrázku 7.



Obrázek 7: Přímkové přechodové plochy lopatky Obrázek 8: Pomocná plocha odtokové hrany rotoru

Při tvorbě plochy odtokové hrany se autor setkal s problémem vytváření defektní geometrie v případech některých kombinací parametrů. I přes dodržení stejné orientace křivek k_{O1} , k_{O2} při jejich vytváření, docházelo ke generování sebeprotínajících přímkových ploch S_O jak je naznačeno na Obrázku 8 oranžovou barvou. Autor se zde rozhodl využít jednoduchosti *RhinoScriptu* a vytvořil offsetovou plochu k ploše S_O odsazenou o hodnotu 1 mm. Pokud se tato plocha protíná s plochou originální, dojde k odstranění obou ploch, převrácení směru křivky k_{O2} a vytvoření nové, již korektní plochy S_O . V opačném případě, jak je naznačeno zelenou barvou, offsetová plocha plochu S_O nikdy neprotne a podmínka má úlohu pouhé kontroly bez jakýchkoli oprav. Tato korekce bohužel nezajišťuje konzistentní orientaci ploch lopatky, avšak taková vlastnost zde není nutnou podmínkou a zmíněné řešení je tak, dle autora, postačující.

Pokud zaměníme parametr t za u u rovnic $P_{k_{S1}}(t)$, $P_{k_{S2}}(t)$, potom pro plát přímkové přechodové plochy, určené těmito hraničními křivkami ve směru u , platí vektorová rovnice [2]

$$S_S: P_{S_S}(u, v) = (1 - v)P_{k_{S1}} + vP_{k_{S2}} ; (u, v) \in [0,1]^2 \quad (22)$$

Vyjdeme-li z rovnic křivek uvedených v (12) a (15) až (21) dostáváme pro zbylé plochy lopatky vektorové rovnice

$$S_O: P_{S_O}(u, v) = (1 - v)P_{k_{O1}} + vP_{k_{O2}} ; (u, v) \in [0,1]^2$$

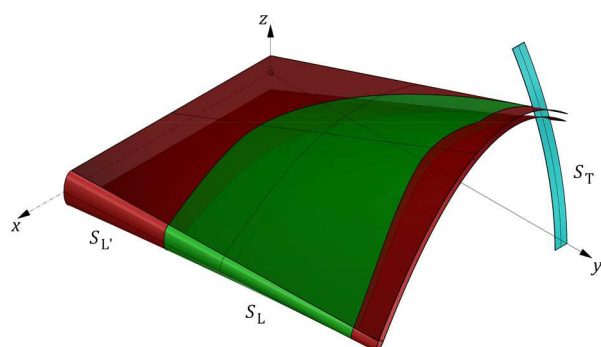
$$S_P: P_{S_P}(u, v) = (1 - v)P_{k_{P1}} + vP_{k_{P2}} ; (u, v) \in [0,1]^2$$

$$S_{P'}: P_{S_{P'}}(u, v) = (1 - v)P_{k_{P'1}} + vP_{k_{P'2}} ; (u, v) \in [0,1]^2$$

1.3. Segment rotoru

V tomto kroku uživatel zadává příslušný počet lopatek n_R , čímž získáváme kompletní informace pro vytvoření základního segmentu rotoru. K úplnému segmentu musíme k základnímu segmentu připojit výseč vnějšího ohraničení lopatkového kanálu spolu s výsečí zakončení. Protože se ve většině případů jedná o ořezávání ploch, svojí obtížností značně převyšující úroveň této práce, uchýlí se zde autor pouze k teoretickému popisu a přiloženým ilustracím.

Začněme ořezáním plochy lopatky S_L , která vznikne spojením ploch $S_{P'}$, S_P , S_O a S_S (viz Obrázek 7), plochami ohraničení lopatkového kanálu S_0 , S_{02} , S_2 , S_{12} a S_1 (viz Obrázek 3).



Obrázek 9: Pomocná plocha ořezání lopatky

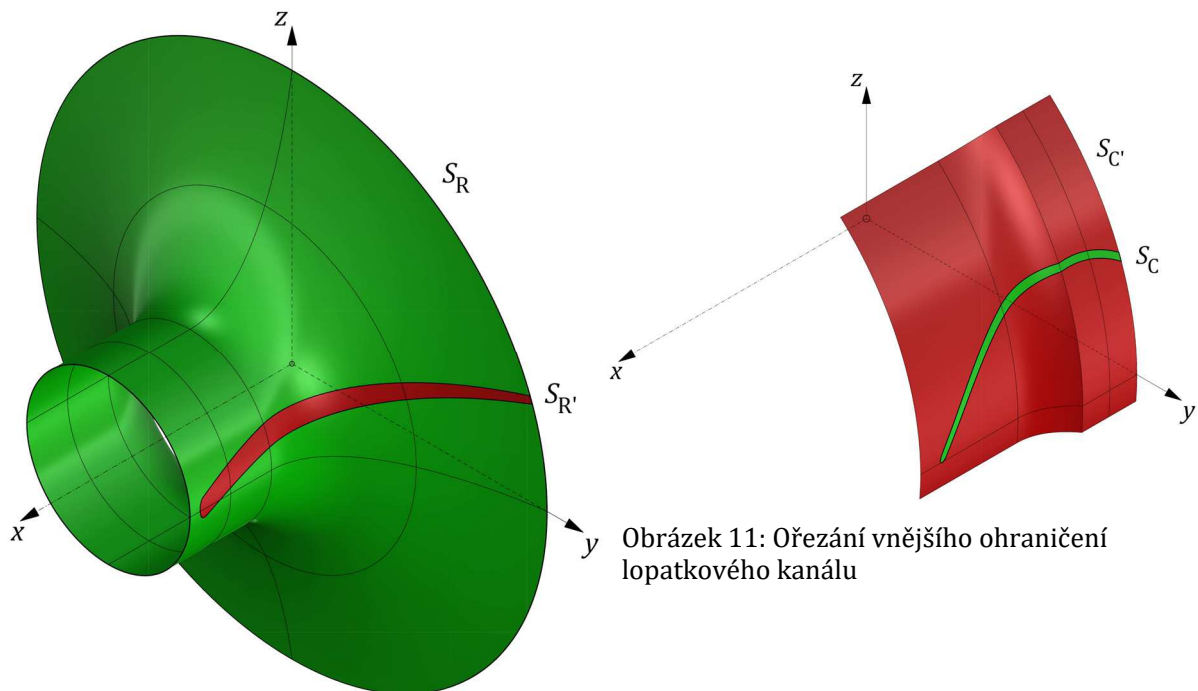
objektu. V případě ořezávání naší plochy S_L vznikají dva nové objekty, jejichž ID jsou přiřazeny do společného vektoru, který lze přiřadit známé proměnné. Nikterak ale nelze rozhodnout, zdali první pozice bude vždy odkazovat na plochu S_L , či S_L' . Lze provést analýzu obou ploch, stanovit jejich u, v souřadnice rohových bodů a podle nich se dále rozhodovat. Autor zde přistoupil k jiné filozofii a rozhodl se využít pomocné geometrie pojmenované S_T . Jde o válcovou plochu² vytaženou ve směru osy x o výšku 1 mm z tvořící křivky kružnice načrtnuté v rovině yz o poloměru $\frac{d_{R2}}{2} + 0.1$ mm. Takto vytvořená válcová plocha nemůže v žádném případě protnout plochu S_L a zároveň musí protínat plochu S_L' tak, jak je tomu znázorněno na Obrázku 9. S výhodou zde využijeme kombinace argumentů příkazu *RhinoScript* a přímo na základě Booleovské hodnoty se odkážeme na správné ID plochy S_L' , kterou následně odstraníme spolu se zmiňovanou testovací plochou S_T .

Dále budeme pokračovat ořezáním ploch těla rotoru S_0 a S_{02} , které spojíme do jedné rotační plochy S_R . Střihacím objektem je zde neořezaná plocha lopatky S_L . Ořezáním vzniká nová ořezaná plocha S_R a plocha k odstranění $S_{R'}$ jak je tomu na Obrázku 10.

Zde dochází k podobnému jevu jako je tomu v předešlém odstavci, kdy nejsme schopni přiřadit správné ID kýžené ploše. Zde je situace jednodušší v jednoznačné velikosti plošného obsahu obou ploch. Plocha S_R bude mít vždy větší plošný obsah než plocha $S_{R'}$ a právě této vlastnosti se zde autor rozhodl využít v podobě analýzy plochy přímo v rámci *RhinoScriptu* [7]. Vzniká tak podmínka, kde pokud je plocha prvního neznámého ID větší

² Na Obrázku 9 je vykreslena pouze částečná výseč válcové plochy pro přehlednost náčrtu.

než plocha druhého ID , první plocha je přiřazená do proměnné S_R a druhá do proměnné $S_{R'}$.



Obrázek 11: Ořezání vnějšího ohraničení lopatkového kanálu

Obrázek 10: Ořezání těla rotoru

Pro vytvoření čelní plochy lopatky je nutné provést ořezání ploch vnějšího ohraničení lopatkového kanálu S_1, S_{12}, S_2 (pro tuto aplikaci sjednocených do jedné plochy $S_{C'}$) neořezanou plochou lopatky S_L . Ořezáním vzniká nová plocha $S_{C'}$ a kýžená plocha S_C tak, jak je tomu znázorněno na Obrázku 11.

Problematika přiřazení vzniklých objektů do korespondujících proměnných je zde řešena totožným způsobem, popsaným v odstavci ořezání těla rotoru.

Konečným krokem je ořezání již jednou ořezané plochy S_R a to vhodně zvolenou plochou tak, aby vznikla samostatná část, obsahující vyříznutí od plochy S_L , a aby jejím kruhovým polem vzniklo plné tělo rotoru. Požadavek obsáhnutí jedné lopatky je odvozen z důkladnějšího zadání této bakalářské práce, které vyžaduje generování dílčího modelu, obsahující právě jednu lopatku s eventuálním kopírováním v kruhovém poli. První úvahou autora zde bylo řešení vhodně natočenou výsečí, kterou by tvořili dvě poloroviny kolmé na rovinu yz , navzájem odchýlené o úhel $\frac{360^\circ}{n_R}$ a mající společnou přímku totožnou s osou x . Toto řešení však bylo zavrženo z důvodu necitlivého omezení počtu lopatek, aniž by se jednotlivé plochy S_L protínaly, a prolínání sousedních lopatek do vytvářené výseče. Právě prolínání sousedních ploch lopatek S_L bylo pro autora rozhodujícím faktorem.

Chceme-li co nejvěrněji oříznout plochu S_R tak, aby křivka průniku naléhala k ploše S_L v co největší míře, je nutné využít střední plochy lopatky. Tuto operaci lze hravě zvládnout uvnitř *Rhina*, avšak je velmi náročná v prvotním výpočtu. Proto se autor uchýlil k využití střední křivky ve vnějším průřezu lopatky určené řídicím polygonem V_1, V_2, V_3 (viz Obrázek 3) a vhodně zvolené úsečky ležící na ose x .

Na Obrázku 12 pozorujeme kolmý průřez hraničních křivek k_{T1}, k_{T2}, k_{T3} vnějšího průřezu, spolu s hraničními křivkami průřezu vnitřního $k_{T01}, k_{T02}, k_{T03}$, do roviny xz . Základním tvarem jsou střední křivky obou průřezů, zde pojmenovaných jako k_{T2} a k_{T02} . Křivka k_{T2} je Bézierovou křivkou 2. stupně s řídicím polygonem V_1, V_2, V_3 . V tandemu, křivka k_{T02} je matematickou reprezentací úsečky s krajními body V_{03} , splývající s počátkem, a V_{01} odpovídající středu úsečky $\overline{P_{03}S_{06}}$ (viz Obrázek 6). Přímková plocha vytvořená na těchto hraničních křivkách je však nedostačující pro plný řez plochy S_R a je jí nutno prodloužit v obou směrech ve směru osy x , pro vytvoření plného řezu.

Napojení plátů přechodových přímkových ploch je možné pouze s C^0 spojitostí [2], nicméně v našem případě se jedná pouze o obecnou pomocnou plochu, jejíž tvar, či geometrická spojitost, se v konečném modelu nikterak neprojeví. Autor zde přistoupil k tečnému napojení hraničních křivek, a proto i vytvářené pláty přímkových ploch vykazují C^1 spojitost v rohových bodech přilehlých k původnímu plátu S_{T2} . Křivka k_{T2} je tečně napojená úsečkami k_{T1} a k_{T3} , jejichž krajní body splňují následující vlastnosti

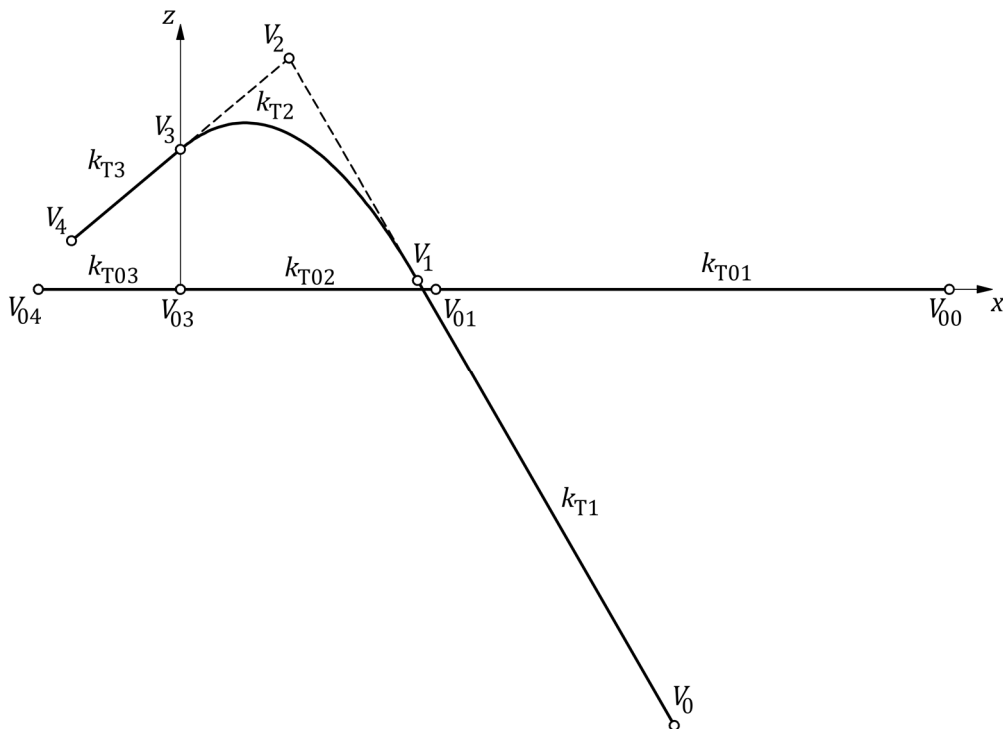
$$\overrightarrow{V_3V_4} = \overrightarrow{V_2V_3} ; \overrightarrow{V_1V_0} = 2 \cdot \overrightarrow{V_2V_1}$$

Střední úsečka vnitřního průřezu k_{T02} je prodloužena identickým způsobem úsečkami k_{T01}, k_{T03} se splněním vlastnosti

$$|V_{00}V_{01}| = |V_0V_1| = \sqrt{(x_{V_1} - x_{V_0})^2 + (z_{V_1} - z_{V_0})^2}$$

$$|V_{03}V_{04}| = |V_3V_4| = \sqrt{x_{V_2}^2 + (z_{V_2} - z_{V_3})^2}$$

Vypočtené souřadnice řídicích a krajních bodů jsou uvedeny v Tabulce 5.



Obrázek 12: Hraniční křivky přechodové přímkové pomocné plochy segmentu rotoru

Tabulka 5: Vyjádření řídicích bodů středních křivek průřezů rotorové lopatky

řídicí bod	parametrické vyjádření		
V_0	$(3x_{V_1} - 2x_{V_2},$	$\frac{d_{R2}}{2},$	$3z_{V_1} - 2z_{V_2})$
V_1	$(h_{RL1} - h_{RL10}t_{RL1} \cos \alpha_{R1},$	$\frac{d_{R2}}{2},$	$h_{RL10}t_{RL1} \sin \alpha_{R1})$
V_2	$(\frac{z_{V_1} + x_{V_1} \tan \alpha_{R1} - z_{V_3} + x_{V_3} \tan \alpha_{R2}}{\tan \alpha_{R1} + \tan \alpha_{R2}},$	$\frac{d_{R2}}{2},$	$z_{V_3} - x_{V_3} \tan \alpha_{R2} + x_{V_2} \tan \alpha_{R2})$
V_3	$(0,$	$\frac{d_{R2}}{2},$	$h_{RL1} \tan \alpha_{R2})$
V_4	$(-x_{V_2},$	$\frac{d_{R2}}{2},$	$3z_{V_1} - 2z_{V_2})$
V_{00}	$(h_{RL2} - h_{RL20}t_{RL2} + V_0V_1 ,$	$0,$	$0)$
V_{01}	$(h_{RL2} - h_{RL20}t_{RL2},$	$0,$	$0)$
V_{03}	$(0,$	$0,$	$0)$
V_{04}	$(- V_3V_4 ,$	$0,$	$0)$

S odkazem na (1) a (6) uvedeme vektorové rovnice úseček $k_{T1}, k_{T01}, k_{T02}, k_{T3}$ a k_{T03} a rovnici Bézierovy křivky 2. stupně k_{T2} .

$$k_{T1}: P_{k_{T1}}(t) = V_0 + t(V_1 - V_0) ; t \in [0,1] \quad (23)$$

$$k_{T3}: P_{k_{T3}}(t) = V_3 + t(V_4 - V_3) ; t \in [0,1] \quad (24)$$

$$k_{T01}: P_{k_{T01}}(t) = V_{00} + t(V_{01} - V_{00}) ; t \in [0,1] \quad (25)$$

$$k_{T02}: P_{k_{T02}}(t) = V_{01} + t(V_{03} - V_{01}) ; t \in [0,1] \quad (26)$$

$$k_{T03}: P_{k_{T03}}(t) = V_{03} + t(V_{04} - V_{03}) ; t \in [0,1] \quad (27)$$

$$k_{T2}: P_{k_{T2}}(t) = B_{0,2}(t)V_1 + B_{1,2}(t)V_2 + B_{2,2}(t)V_3 ; t \in [0,1] \quad (28)$$

Zaměníme-li u vektorových rovnic (23) až (28) parametr t za u , potom při využití rovnice (22) dostáváme vektorové rovnice přímkových přechodových ploch

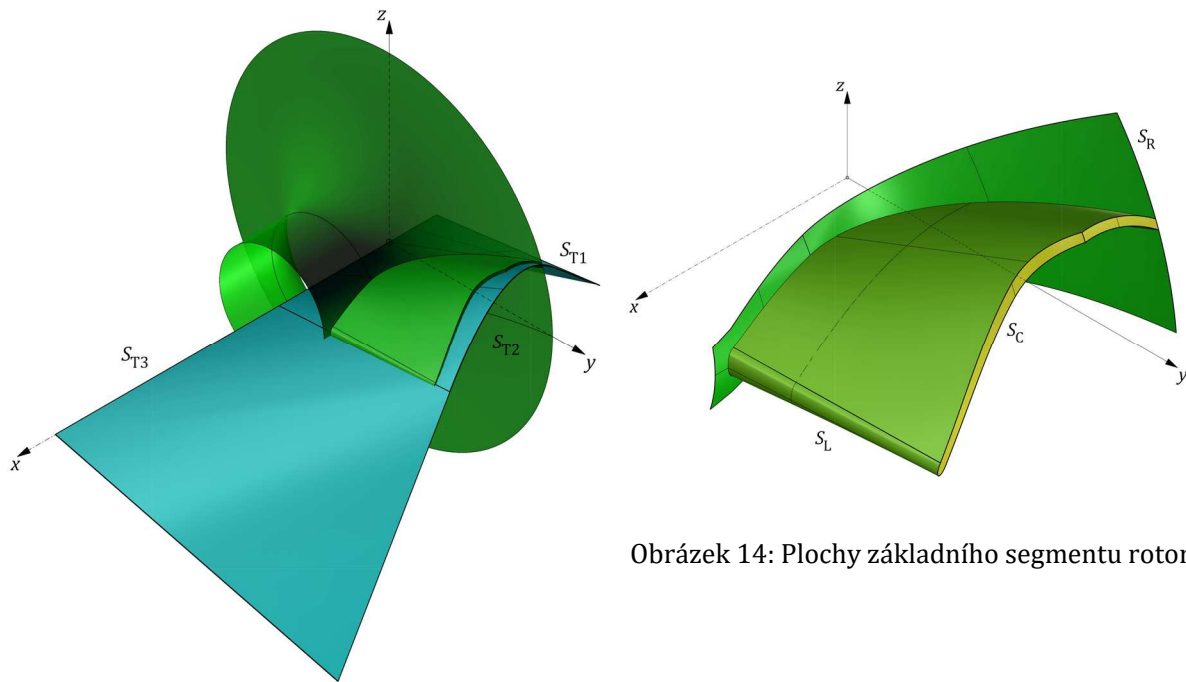
$$S_{T1}: P_{S_{T1}}(u, v) = (1 - v)P_{k_{T1}} + vP_{k_{T01}} ; (u, v) \in [0,1]^2$$

$$S_{T2}: P_{S_{T2}}(u, v) = (1 - v)P_{k_{T2}} + vP_{k_{T02}} ; (u, v) \in [0,1]^2$$

$$S_{T3}: P_{S_{T3}}(u, v) = (1 - v)P_{k_{T3}} + vP_{k_{T03}} ; (u, v) \in [0,1]^2$$

Vzniklé plochy jsou dále spojeny do jedné víceplátové plochy S_T ilustrované na Obrázku 13 modrou barvou. Při znalosti počtu rotorových lopatek se tato plocha nechá rotovat vzhledem k ose x o úhly $\pm \frac{180}{n_R}$. Oboustranným ořezáním plochou S_T tak vzniká kýžený základní segment plochy S_R obsahující právě jednu lopatku rotoru, jak je znázorněno na Obrázku 14. Přiřazení odpovídajících ID je zde řešeno metodou porovnání plošných obsahů. Prvkem programu zde je i podmínka protínání sousedních ořezaných

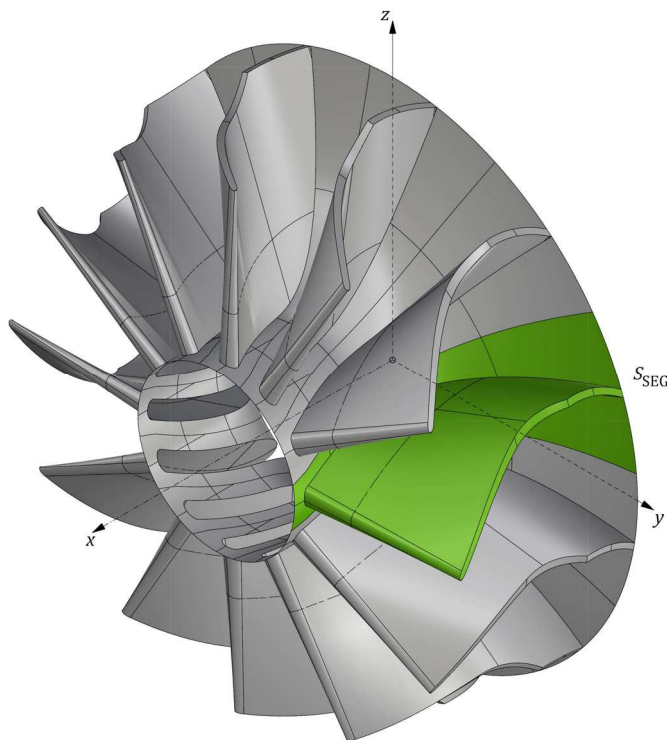
ploch S_L , kdy dochází k přerušení chodu programu a zobrazení příslušného chybového hlášení.



Obrázek 14: Plochy základního segmentu rotoru

Obrázek 13: Stříhací plochy segmentu rotoru

1.4. Dokončení rotoru



Obrázek 15: Kruhové pole segmentu rotoru

Výsledkem předchozí kapitoly je základní segment rotoru, jehož kruhovým polem okolo osy rotace x vzniká tělo rotoru s lopatkami tak, jak je tomu na Obrázku 15. Nyní zbývá uživateli definovat způsob zakončení těla rotoru, zadat případnou vůli mezi vnějším ohraničením lopatkového kanálu a samotnými lopatkami rotoru a určit výšku případného prodloužení vnějšího lopatkového kanálu.

V oblasti zakončení se autor omezil na variantu zakončení rovinnou plochou a polokoulí. Nicméně si zde dovoluji podotknout možnost rychlé implementace dalších zakončení, např. šestihrannou maticí, kuželem, obecnou rotační plochou atd..

Rovinným zakončením zde autor uvažuje plochu kruhu, rovnoběžnou s rovinou yz , mající střed v bodě $[h_0, 0, 0]$. Budeme-li déle uvažovat proměnnou u , jako parametr natočení, a veličinu v jako parametr vzdálenosti od středu, potom pro rovnici kruhu dostáváme

$$S_{Z1}: P_{S_{Z1}}(u, v) = \left(h_0, v \frac{d_{R0}}{2} \cos u, v \frac{d_{R0}}{2} \sin u \right) ; u \in [0, 2\pi], v \in [0, 1]$$

Zakončení hemisférou je též konstruováno se středem v bodě $[h_0, 0, 0]$, s dělicí rovinou rovnoběžnou s rovinou yz . Uvažujeme-li parametr u jako natočení v této dělicí rovině a parametr v jako natočení v rovině kolmé na rovinu yz , potom pro rovnici popisující plochu polokoule dostáváme

$$S_{Z2}: P_{S_{Z2}}(u, v) = \left(h_0 + \frac{d_{R0}}{2} \sin v, \frac{d_{R0}}{2} \cos u \cdot \cos v, \frac{d_{R0}}{2} \sin u \cdot \cos v \right) ; u \in [0, 2\pi], v \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right]$$

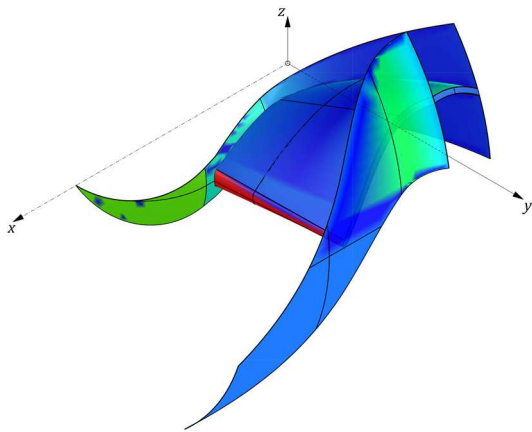
Vůle rotoru vůči kanálu je zde řešena pouze přibližně v tom smyslu, že vzdálenost čelních ploch lopatek od rotační plochy vnějšího ohraničení lopatkového kanálu není konstantní. Toto odsazení je řešeno posunutím řídicího polygonu O_0, O_1, O_2, O_3 (viz Obrázek 2) ve směru osy y o velikost d_R . Dojde tak k posunutí křivek popsanych v rovnicích (2) a (5), které jsou následně orotovány vzhledem k ose x s ohledem na (7) a (9). Do stejných rovnic zde začleníme i prodloužení kanálu ve směru osy x , jehož výšku nastavuje parametrem x_E , a které je parametricky vyjádřeno jako posunutí krajního bodu již odsazené úsečky k_1 .

$$k'_1: P_{k'_1}(t) = \left((1-t)(h_0 + x_E) + t(h_2 + h_{21}), \frac{d_{R1}}{2} + d_R, 0 \right) ; t \in [0, 1]$$

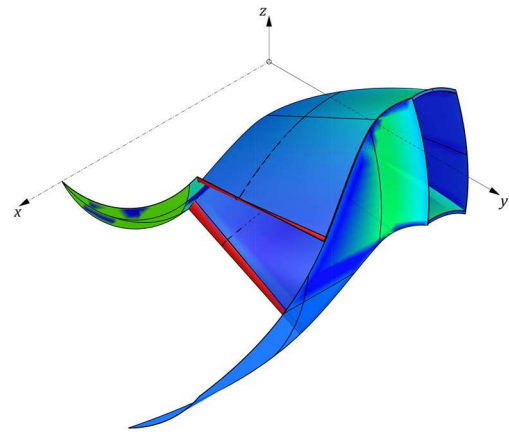
$$k'_{12}: P_{k'_{12}}(t) = B_{0,2}(t)O'_1 + B_{1,2}(t)O'_2 + B_{2,2}(t)O'_3 ; t \in [0, 1]$$

Toto jsou poslední kroky k plné definici modelu rotoru (viz Obrázek 18). Závěrem této kapitoly uvedeme ilustrace dílčích modelů segmentů (viz Obrázek 16 a Obrázek 17), které vzniknou dodatečným ořezáním plochy zakončení rotoru a odsazeného vnějšího lopatkového kanálu. Toto oboustranné ořezání je rovněž provedeno plochou S_T , popsané na konci předešlé kapitoly. V případě segmentu lopatky dochází obdobně k rotaci pomocné plochy S_T o úhel $\pm \frac{180}{n_R}$ vzhledem k ose x . Pokud vytváříme segment mezery mezi sousedními lopatkami, dochází k zachování polohy a rotaci o úhel $\frac{360}{n_R}$, tedy otočení S_T do polohy střední aproximované plochy sousední lopatky.

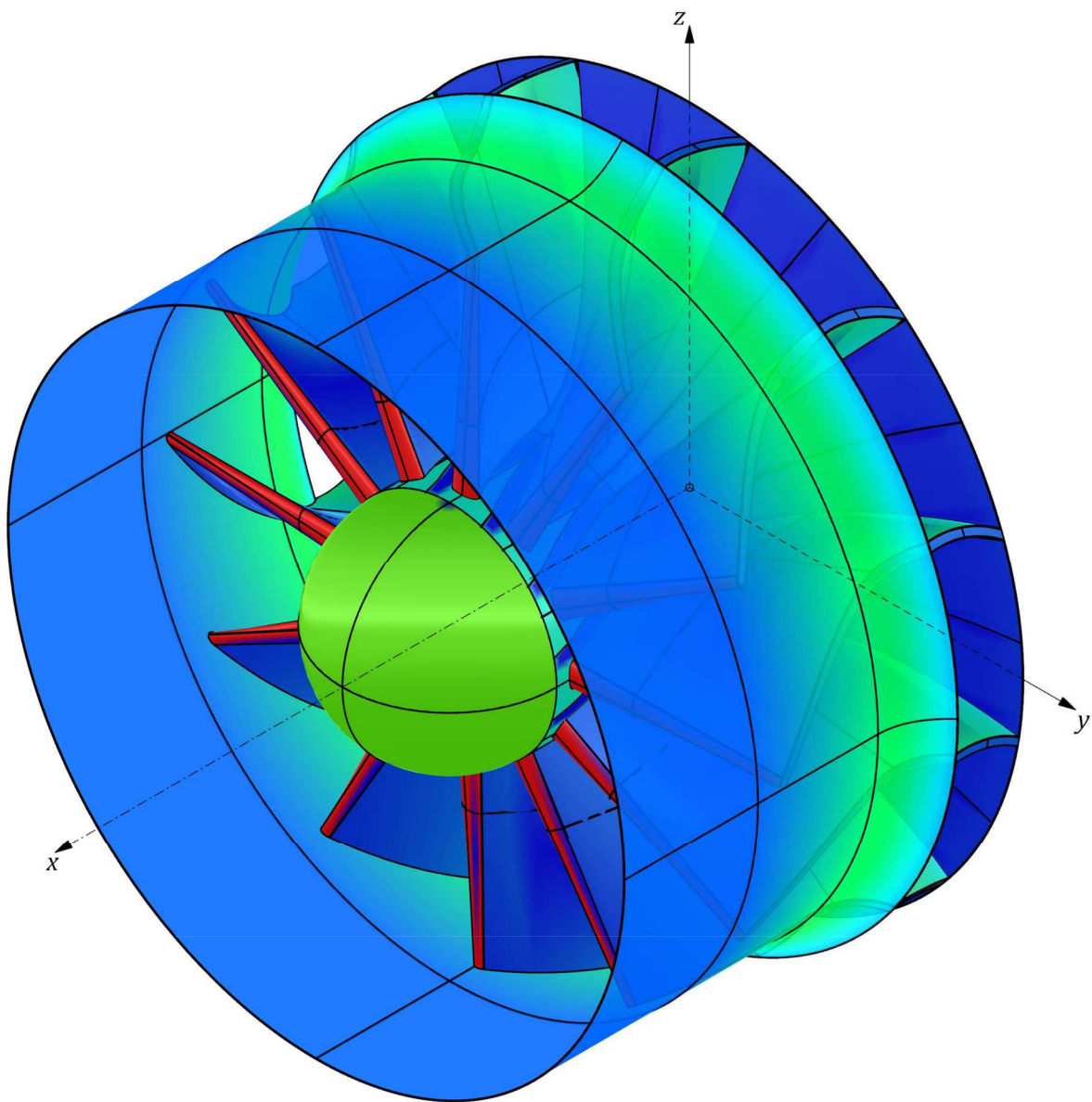
Namísto jednotné barvy je v ilustracích práce, i v náhledech uvnitř vytvářeného programu, na vytvořené plochy modelu aplikována analýza střední křivosti.



Obrázek 16: Dokončený segment lopatky rotoru



Obrázek 17: Segment prostoru mezi lopatkami rotoru



Obrázek 18: Dokončený model rotoru

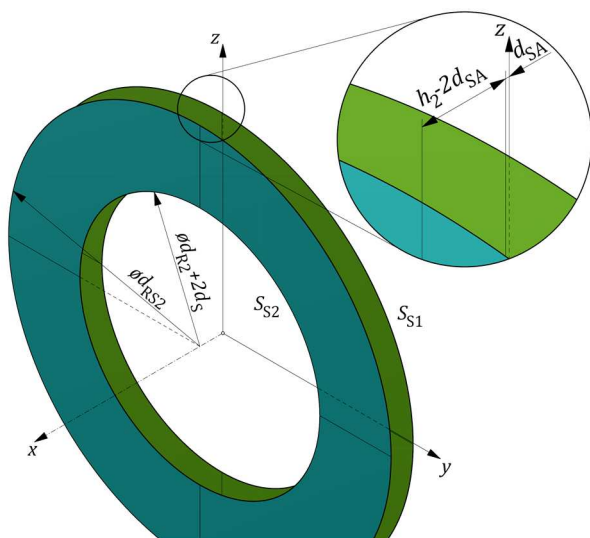
2. Model statoru

Úlohou statoru je usměrnit proud procházející volutou na jednotlivé lopatky rotoru. Přimyká se tedy těsně k tělu rotoru, a je tedy nutné znát nejdříve přidružené rozměry rotoru. Konkrétně jsou zde přejímány parametry d_{R2} a h_2 , které jsou definovány v podkapitole 1.1. Ohraničení lopatkového kanálu. Pokud se ovšem uživatel rozhodne vytvářet pouze model statoru, je nejdříve nutné definovat tyto dva parametry rotoru, na což ho program upozorní a neumožní další definice.

Vytvářením modelu statoru uživatel projde celkem třemi kroky, kde postupně definuje základní tvar statoru, profil lopatky a určí počet lopatek pro dokončení modelu. Základním tvarem zde autor nazval dvě oddělené plochy mezikruží, které náležejí kolmým plochám k ose rotace rotoru x . Koncept lopatky je zde, oproti výchozímu postupu definice uvedenému v [1], značně přepracován se snahou autora o zmenšení počtu nutných parametrů. Tvar profilu lopatky je zde předdefinován a po zadání dvou základních parametrů dojde k vykreslení profilu na obrazovce. Uživatel má posléze možnost lokální definice tvaru určitých částí lopatky. Z logiky postupu tvorby parametrického modelu a vlastností modelu statoru lze vzápětí vykreslit plochu lopatky, která je již ve své konečné formě a nebude třeba jí nikterak ořezávat, či modifikovat. Je však použita k ořezání základního tvaru rotoru a ze vzniklých ploch, spolu se zadáním parametru počtu lopatek, jsou vytvořeny přidružené segmenty statoru, podobně jako tomu bylo na konci definice rotoru.

Na rozdíl od modelu rotoru nejsou nutné další úpravy modelu a uživatel má možnost na záložce *Otevřít / Uložit* prohlížet vytvořené segmenty. Dochází tak k definitivnímu určení celého modelu turbíny, který lze uložit jako komplet. Dále, podobně jako u rotoru, lze uložit samostatný model statoru, či segment jedné lopatky a segment mezery mezi lopatkami statoru.

2.1. Základní rozměry statoru



Obrázek 19: Základní rozměry těla statoru

Definice základního tvaru sestává ze dvou skupin parametrů. První skupinou jsou převzaté parametry rotoru d_{R2} , h_2 a lze je určit pouze v rámci ohraničení lopatkového kanálu rotoru. Druhá skupina sestává z parametrů vnitřního průměru voluty d_{RS2} a uživatelem volených vůlí. Definuje se zde radiální vůle oproti lopatkám rotoru d_S a axiální vůle výšky kanálu statoru d_{SA} ve smyslu stejnoměrného snížení výšky vstupní hrany rotoru h_2 (viz Obrázek 19). Se zadáním prvního parametru d_{RS2} dochází k vykreslení základního tvaru těla statoru, jak je uvedeno na Obrázku 18.

Plochu lopatkového kanálu statoru S_{S1} vytváříme v rovině rovnoběžné s rovinou yz odsazené ve směru osy x o délku d_{SA} . Budeme-li dále uvažovat parametr u , jako úhel natočení v konstrukční rovině, a parametr v jako součinitel radiálního posunutí mezi průměry $d_{R2} + 2d_S$ a d_{RS2} , potom pro rovnici rotační rovinné plochy S_{S1} dostáváme

$$S_{S1}: P_{S_{S1}}(u, v) = (d_{SA}, l_S \cos u, l_S \sin u) ; l_S = (1 - v)d_{R2} + v(d_{RS2} - 2d_S) + 2d_{R2}, u \in [0, 2\pi], v \in [0, 1]$$

Protilehlá plocha lopatkového kanálu statoru S_{S2} vznikne posunutím S_{S1} ve směru osy x o délku $h_2 - 2d_{SA}$. K posunutí dochází podobným způsobem, jak je tomu naznačeno v rovnici (7). Transformační matice zde však má tvar pro translaci ve směru osy x a přechází do tvaru

$$T(d_x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} ; d_x \in \mathbb{R}$$

Zde se vektor souřadnic plochy S_{S1} rozšíří o jedničku ve čtvrtém sloupci a posléze se transponuje. Skalárním násobením takto upraveného vektoru a transformační matice translace získáváme vektorovou rovnici plochy S_{S2}

$$S_{S2}: P_{S_{S2}}(u, v) = (h_2 - d_{SA}, l_S \cos u, l_S \sin u), 1 ; u \in [0, 2\pi], v \in [0, 1]$$

2.2. Statorová lopatka

Pojetí určení profilu statorové lopatky zde autor uchopil z opačného konce, než tomu bylo ve výchozím modelu [1]. Je zde přikročeno k definici profilu pomocí poměrného tvaru profilu určeného bezrozměrnými souřadnicemi, po jehož vynásobení skutečnou délkou tětiny profilu dochází ke stanovení skutečného číselného vyjádření [8]. Autor tak chtěl docílit jednoduššího dimenzování lopatky, kdy při změně její velikosti zůstává zachován daný tvar. Nicméně je důležité podotknout, že jsou v tomto postupu přítomny dva parametry, jejichž hodnota není poměrná, a uživatel jim proto musí věnovat zvláštní pozornost³.

2.2.1. Profil statorové lopatky

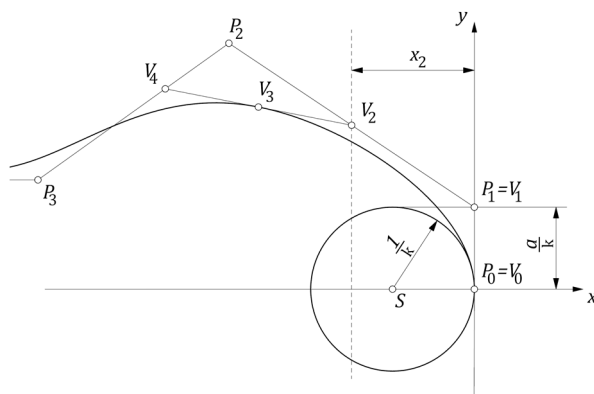
Složitost určení tvaru profilu statorové lopatky značně převyšuje náročnost všech ostatních částí modelu. Autor proto věnoval velkou pozornost této problematice a vytvořil zcela nový systém konstrukce. Uživatel je nejprve vyzván k určení parametru R_{Sh} , čímž zajistí určení souřadnic vrcholu náběžné hrany profilu na kladné poloose z . Následně

³ Jedná se o parametry křivosti ve vrcholu náběžné hrany k_{Sn} a průměr odtokové hrany d_{So} .

definuje délku tětivy h_{st} a ihned dostává grafický výstup v podobě předdefinovaného tvaru profilu. Pojmem tětva profilu je v praxi myšlena spojnice vrcholů náběžné a odtokové hrany [8]. Přeneseno na naši aplikaci se jedná o úsečku mezi bodem N_0 , odpovídající vrcholu náběžné hrany, a bodem O_0 , odpovídající středu odtokové hrany tvořené obloukem o průměru d_{so} . Detailní náčrt a popis všech použitých parametrů definice lopatky nalezneme na Obrázku 22.

Úhlem náběhu α_{sn} plně určujeme umístění tětivy profilu, úsečky k_T , kde se z výchozího bodu N_0 dostáváme, skrze délku h_{st} , do středu odtokové hrany O_0 . Úhel, pod kterým nabíhají proudnice na náběžnou hranu, lze však dále modifikovat úhlem α_{sun} . Vzniká tak pomocná přímka k_{un} , na obrázku znázorněná čerchovanou čarou a procházející bodem N_0 , která je osou souměrnosti pro řídicí body křivek přetlakové a sací hrany N_0, P_1, P_2 a N_0, S_1, S_2 . Obdobně je zadán úhel sklonu střední úsečky k_{uo} odtokové hrany α_{suo} , která je prvním stupněm v kaskádním určení tvaru křivek v oblasti odtokové hrany. Tvar profilu u odtokové hrany má obecně významný vliv na celkovou výkonnost profilu. Proto jsou zavedeny dva úhly otevření odtokové hrany na straně přetlakové α_{sp} a na straně sací α_{ss} . Vznikají tak tečny určující koncové body P_6, S_6 oblouku k_o o průměru d_{so} , znázorněné na Obrázku 22 v Detailu A, které jsou zároveň koncovými body křivek k_p a k_s . Tímto zaručíme C^0 spojitost mezi křivkami profilu.

Součástí zadání práce bylo dodržení předepsané křivosti ve vrcholu náběžné hrany. Přeneseno do naší aplikace, musíme dodržet zadanou křivost k_{sn} Bézierových křivek



Obrázek 20: Křivost v počátečním bodě B-spline křivky

$$V_0 = (0,0), V_1 = \left(0, \frac{a}{k}\right), V_2 = (x_2, y_2), V_3 = (x_3, y_3) \quad (29)$$

Dále pro rovinou křivku platí předpis první křivosti [2], ve vybraném bodě na křivce, ve tvaru

$${}^1k(0) = \frac{|P'(0) \times P''(0)|}{|P'(0)|^3}; P'(0) = -3V_0 + 3V_1, P''(0) = 6V_2 - 12V_1 + 6V_0 \quad (30)$$

Dosadíme-li souřadnice bodů z (28) do antecedence rovnice (29) dostáváme pro první a druhou derivaci v počátečním bodě křivky P hodnoty

$$P'(0) = \left[0, \frac{3a}{k}\right], P''(0) = \left[6x_2, 6\left(y_2 - \frac{2a}{k}\right)\right] \quad (31)$$

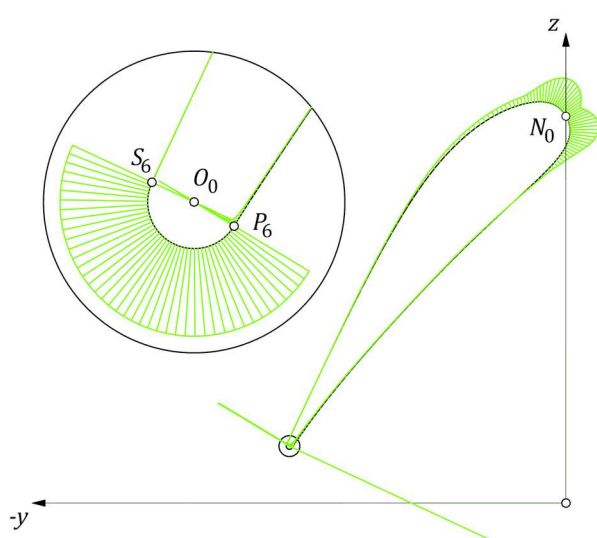
První křivost poté dosazením (31) do (30) a následné vyjádřením souřadnice x_2 dostáváme jako

$${}^1k(0) = \frac{\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & \frac{3a}{k} & 0 \\ 6x_2 & 6\left(y_2 - \frac{2a}{k}\right) & 0 \end{vmatrix}}{\left(\frac{3a}{k}\right)^3} = -\frac{x_2 k^2}{3a^2} \Rightarrow x_2 = -\frac{3a^2}{2k} \quad (32)$$

Aplikujeme-li tento poznatek na počáteční a koncové body křivek k_P, k_S , zajišťujeme tím G^2 spojitost křivek po celém obvodu profilu, jehož graf křivosti je k nahlédnutí na Obrázku 21. Na základě tohoto odvození můžeme prohlásit, že křivost v počátečním bodě křivky dodržíme jen tehdy, pokud splníme předpis $x_{P_2} = -\frac{3a^2}{k}$. [5]

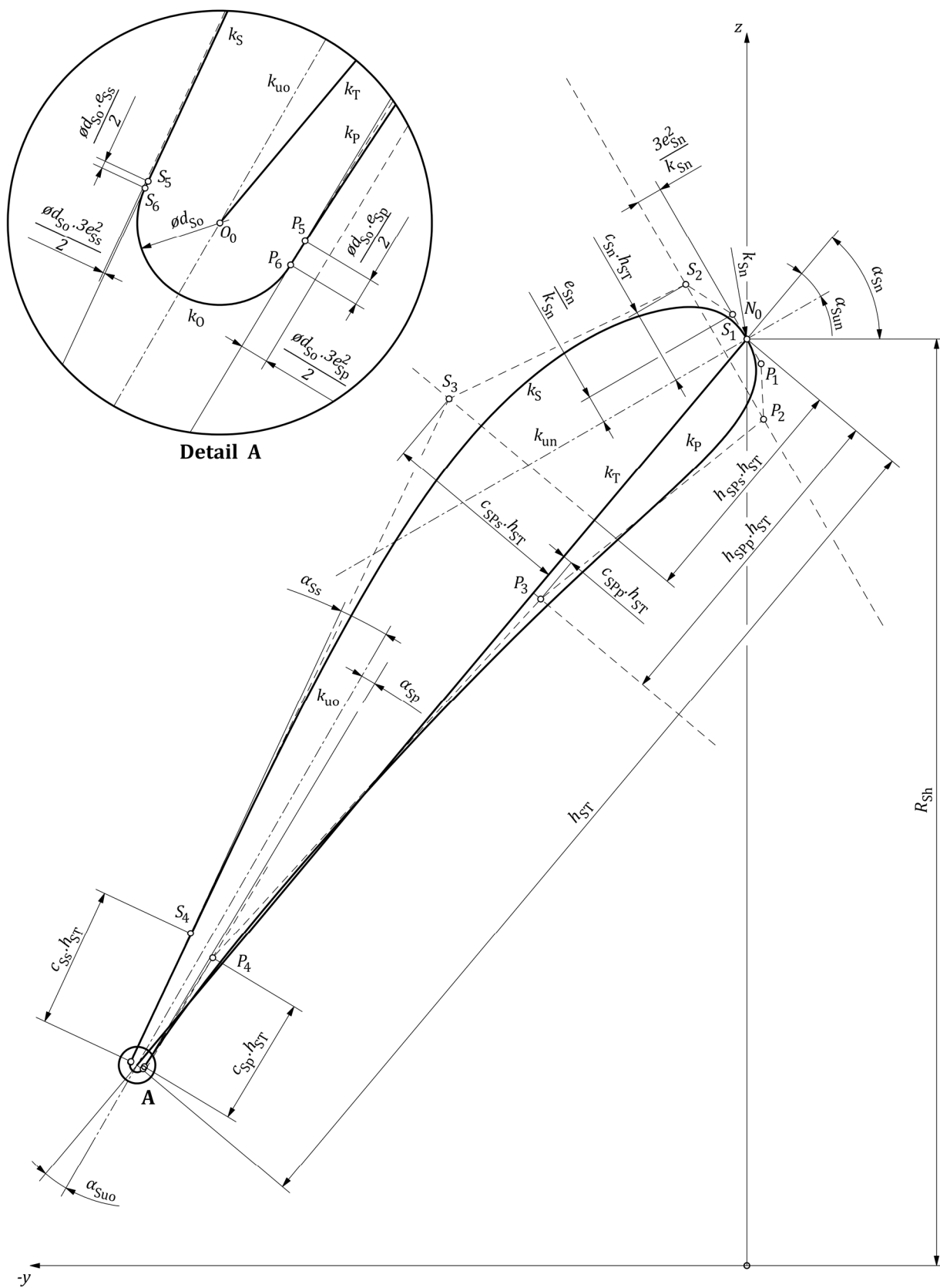
Použitím (29) až (32) na křivky k_P, k_S v bodě N_0 , spolu s koeficientem rozšíření náběžné hrany c_{S_n} , dostáváme umístění bodů P_1, P_2 a S_1, S_2 . Z Obrázku 22 pozorujeme, že získané body jsou osově souměrné podle příčky k_{un} a parametr a , použitý v odvození, je substituován mírou opásání ve vrcholu náběžné hrany e_{S_n} . Jak jsme odvodili výše, souřadnice y_{P_2} nebyla nikterak ovlivněna naším požadavkem křivosti, a proto je zde určena velikostí součinu $c_{S_n} h_{ST}$. Podobně je tomu učiněno i v koncových bodech P_6, S_6 křivek k_P a k_S , kde figurují koeficienty e_{S_P}, c_{S_P} a e_{S_S}, c_{S_S} v podobném duchu značení. Křivostí v koncovém bodě je zde chápána křivost oblouku k_O odpovídající hodnotě $\frac{1}{d_{S_O}}$.

Pro vyšší variabilitu v návrhu tvaru profilu je řídicí polygon křivek doplněn o body P_3, S_3 . Tyto body s sebou nenesou žádnou podmínku polohy a mohou ležet v libovolné pozici vzhledem k ostatním řídicím bodům. Autor zde převzal myšlenku pozice nejvyšší tloušťky profilu [8] a zmíněné body se umisťují způsobem definice dvou bezrozměrných koeficientů. Bod P_3 tak získáme koeficientem pozice prohnutí $h_{S_P P}$ a koeficientem velikosti prohnutí $c_{S_P P}$. Tyto součinitele jsou opět vztaženy k základní délce tětiny h_{ST} a teprve jejich součinem se dobíráme konkrétní číselné hodnoty. Se stejnou myšlenkou je konstruován bod S_3 , který vznikne totožným způsobem z koeficientů $h_{S_P S}$ a $c_{S_P S}$.



Obrázek 21: Analýza křivosti křivek profilu lopatky statoru

Tímto jsme se prodrali skrze určení potřebných parametrů tvaru profilu a lze přistoupit k matematickým definicím potřebných bodů, které nalezneme v Tabulce 6.



Obrázek 22: Profil lopatky statoru

Tabulka 6: Vyjádření řídicích bodů křivek profilu statorové lopatky k_P, k_S a k_O

řídicí bod	parametrické vyjádření
N_0	$(0, 0, R_{Sh})$
O_0	$(0, -h_{ST} \cos \alpha_{Sn}, R_{Sh} - h_{ST} \sin \alpha_{Sn})$
P_1	$(0, \frac{e_{Sn}}{k_{Sn}} \sin(\alpha_{Sn} - \alpha_{Sun}), R_{Sh} - \frac{e_{Sn}}{k_{Sn}} \cos(\alpha_{Sn} - \alpha_{Sun}))$
P_2	$(0, -\frac{3e_{Sn}^2}{k_{Sn}} \cos(\alpha_{Sn} - \alpha_{Sun}) + \frac{c_{Sn}h_{ST}}{k_{Sn}} \sin(\alpha_{Sn} - \alpha_{Sun}), R_{Sh} - \frac{3e_{Sn}^2}{k_{Sn}} \sin(\alpha_{Sn} - \alpha_{Sun}) - \frac{c_{Sn}h_{ST}}{k_{Sn}} \cos(\alpha_{Sn} - \alpha_{Sun}))$
P_3	$(0, -h_{SPp}h_{ST} \cos \alpha_{Sn} + c_{SPp}h_{ST} \sin \alpha_{Sn}, R_{Sh} - h_{SPp}h_{ST} \sin \alpha_{Sn} - c_{SPp}h_{ST} \cos \alpha_{Sn})$
P_4	$(0, -h_{ST} \cos \alpha_{Sn} + \frac{d_{So}}{2} (\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha_{Sp} - \alpha_{Sn} - \alpha_{Suo}) + 3e_{Sp}^2 \sin(\alpha_{Sn} + \alpha_{Suo} - \alpha_{Sp}) + c_{Sp}h_{ST} \cos(\alpha_{Sn} + \alpha_{Suo} - \alpha_{Sp})),$ $R_{Sh} - h_{ST} \cos \alpha_{Sn} - \frac{d_{So}}{2} (\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha_{Sp} - \alpha_{Sn} - \alpha_{Suo}) + 3e_{Sp}^2 \sin(\alpha_{Sn} + \alpha_{Suo} - \alpha_{Sp}) - c_{Sp}h_{ST} \cos(\alpha_{Sn} + \alpha_{Suo} - \alpha_{Sp}))$)
P_5	$(0, -h_{ST} \cos(\alpha_{Sn}) + \frac{d_{So}}{2} (\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha_{Sp} - \alpha_{Sn} - \alpha_{Suo}) + e_{Sp} \cos(\alpha_{Sn} + \alpha_{Suo} - \alpha_{Sp})),$ $R_{Sh} - h_{ST} \sin(\alpha_{Sn}) - \frac{d_{So}}{2} (\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha_{Sp} - \alpha_{Sn} - \alpha_{Suo}) - e_{Sp} \sin(\alpha_{Sn} + \alpha_{Suo} - \alpha_{Sp}))$)
P_6	$(0, -h_{ST} \cos \alpha_{Sn} + \frac{d_{So}}{2} \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha_{Sp} - \alpha_{Sn} - \alpha_{Suo}), R_{Sh} - h_{ST} \sin \alpha_{Sn} - \frac{d_{So}}{2} \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha_{Sp} - \alpha_{Sn} - \alpha_{Suo}))$
S_1	$(0, -\frac{e_{Sn}}{k_{Sn}} \sin(\alpha_{Sn} - \alpha_{Sun}), R_{Sh} + \frac{e_{Sn}}{k_{Sn}} \cos(\alpha_{Sn} - \alpha_{Sun}))$
S_2	$(0, -\frac{3e_{Sn}^2}{k_{Sn}} \cos(\alpha_{Sn} - \alpha_{Sun}) - \frac{c_{Sn}h_{ST}}{k_{Sn}} \sin(\alpha_{Sn} - \alpha_{Sun}), R_{Sh} - \frac{3e_{Sn}^2}{k_{Sn}} \sin(\alpha_{Sn} - \alpha_{Sun}) + \frac{c_{Sn}h_{ST}}{k_{Sn}} \cos(\alpha_{Sn} - \alpha_{Sun}))$
S_3	$(0, -h_{SPs}h_{ST} \cos \alpha_{Sn} - c_{SPs}h_{ST} \sin \alpha_{Sn}, R_{Sh} - h_{SPs}h_{ST} \sin \alpha_{Sn} + c_{SPs}h_{ST} \cos \alpha_{Sn})$
S_4	$(0, -h_{ST} \cos \alpha_{Sn} - \frac{d_{So}}{2} (\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha_{Ss} - \alpha_{Sn} - \alpha_{Suo}) + 3e_{Ss}^2 \sin(\alpha_{Sn} + \alpha_{Suo} + \alpha_{Ss}) - c_{Ss}h_{ST} \cos(\alpha_{Sn} + \alpha_{Suo} + \alpha_{Ss})),$ $R_{Sh} - h_{ST} \sin \alpha_{Sn} + \frac{d_{So}}{2} (\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha_{Ss} - \alpha_{Sn} - \alpha_{Suo}) + 3e_{Ss}^2 \cos(\alpha_{Sn} + \alpha_{Suo} + \alpha_{Ss}) + c_{Ss}h_{ST} \sin(\alpha_{Sn} + \alpha_{Suo} + \alpha_{Ss}))$)
S_5	$(0, -h_{ST} \cos(\alpha_{Sn}) - \frac{d_{So}}{2} (\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha_{Ss} - \alpha_{Sn} - \alpha_{Suo}) - e_{Ss} \cos(\alpha_{Sn} + \alpha_{Suo} + \alpha_{Ss})),$ $R_{Sh} - h_{ST} \sin(\alpha_{Sn}) + \frac{d_{So}}{2} (\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha_{Ss} - \alpha_{Sn} - \alpha_{Suo}) + e_{Ss} \sin(\alpha_{Sn} + \alpha_{Suo} + \alpha_{Ss}))$)
S_6	$(0, -h_{ST} \cos \alpha_{Sn} - \frac{d_{So}}{2} \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha_{Ss} - \alpha_{Sn} - \alpha_{Suo}), R_{Sh} - h_{ST} \sin \alpha_{Sn} + \frac{d_{So}}{2} \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha_{Ss} - \alpha_{Sn} - \alpha_{Suo}))$

Přetlaková hrana je matematickou reprezentací B-spline křivky 3. stupně určené sedmi řídicími body, a proto tedy 4 samostatnými segmenty Bézierovy křivky 3. stupně, které jsou ve svých krajních bodech napojeny s C^2 spojitostí. S využitím konstrukce uzlů ukotvené B-spline křivky potom dostáváme řídicí body jednotlivých segmentů a s přihlédnutím k rovnicím (4) a (5) dostáváme vektorové rovnice jednotlivých segmentů $k_{P1}, k_{P2}, k_{P3}, k_{P4}$

$$k_{P1}: P_{k_{P1}}(t) = B_{0,3}(t)N_0 + B_{1,3}(t)P_1 + B_{2,3}(t)\frac{P_1+P_2}{2} + B_{3,3}(t)\frac{3P_1+2P_2+P_3}{6}; t \in [0,1] \quad (33)$$

$$k_{P2}: P_{k_{P2}}(t) = B_{0,3}(t)\frac{3P_1+2P_2+P_3}{6} + B_{1,3}(t)\frac{2P_2+P_3}{3} + B_{2,3}(t)\frac{P_2+2P_3}{3} + B_{3,3}(t)\frac{P_2+4P_3+P_4}{6}; t \in [0,1] \quad (34)$$

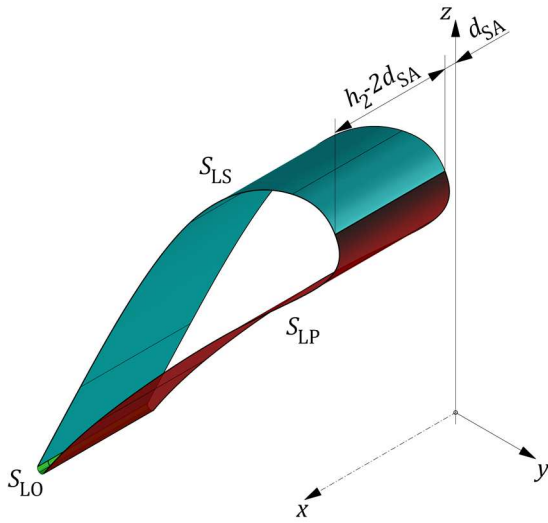
$$k_{P3}: P_{k_{P3}}(t) = B_{0,3}(t)\frac{P_2+4P_3+P_4}{6} + B_{1,3}(t)\frac{2P_3+P_4}{3} + B_{2,3}(t)\frac{P_3+2P_4}{3} + B_{3,3}(t)\frac{2P_3+7P_4+3P_5}{12}; t \in [0,1] \quad (35)$$

$$k_{P4}: P_{k_{P4}}(t) = B_{0,3}(t)\frac{2P_3+7P_4+3P_5}{12} + B_{1,3}(t)\frac{P_4+P_5}{2} + B_{2,3}(t)P_5 + B_{3,3}(t)P_6; t \in [0,1] \quad (36)$$

Využitím substituce původních řídicích bodů P_1 až P_6 v rovnicích (33) až (36) dostáváme totožným způsobem vektorové rovnice segmentů $k_{S1}, k_{S2}, k_{S3}, k_{S4}$ Bézierovy křivky 3. stupně k_S . Matematický popis oblouku k_O se středem v bodě O_0 a průměrem $\frac{d_{So}}{2}$ dostáváme jako

$$k_O: P_{k_O}(t) = (0, -h_{ST} \cos \alpha_{Sn} + \frac{d_{So}}{2} \cos t, R_{Sh} - h_{ST} \sin \alpha_{Sn} + \frac{d_{So}}{2} \sin t); t \in [\frac{\pi}{2} + \alpha_{Sn} + \alpha_{Suo} + \alpha_{Ss}, \frac{3\pi}{2} + \alpha_{Sn} + \alpha_{Suo} - \alpha_{Sp}]$$

2.2.2. Plocha statorové lopatky



Obrázek 23: Přímkové přechodové plochy lopatky statoru

Plocha statorové lopatky je matematickou reprezentací přímkové plochy vzniklé kolmým vytažením profilu z jeho tvořící roviny. Protože je profil navrhován v rovině yz a uživatel disponuje možností odsadit rovinu profilu o axiální vůli d_{SA} , je nutné profil nejprve posunout do odpovídajících x souřadnic. Uvažujme tedy parametr v , jako poměrnou velikost posunutí tvořícího profilu, a nahradme proměnnou t , v rovnicích uvedených v Tabulce 6, parametrem u .

Tažením profilu kolmo od jeho definiční roviny ve směru osy x dostáváme přímkové přechodové plochy S_{LP} , S_{LS} a S_{LO} uvedené na Obrázku 23. Pro takto vzniklé plochy platí obdobné vektorové rovnice jako ve (22)

$$S_{LP}: P_{S_{LP}}(u, v) = (1 - v)P_{k_P} \Big|_{x=d_{SA}} + vP_{k_P} \Big|_{x=h_2-d_{SA}} ; (u, v) \in [0,1]^2$$

$$S_{LS}: P_{S_{LS}}(u, v) = (1 - v)P_{k_S} \Big|_{x=d_{SA}} + vP_{k_S} \Big|_{x=h_2-d_{SA}} ; (u, v) \in [0,1]^2$$

$$S_{LO}: P_{S_{LO}}(u, v) = (1 - v)P_{k_O} \Big|_{x=d_{SA}} + vP_{k_O} \Big|_{x=h_2-d_{SA}} ; (u, v) \in [0,1]^2$$

2.3. Segment statoru

Z podobných důvodů, se kterými jsme se seznámili v kapitole 1.3. Segment rotoru, i v případě statoru se autor uchyluje k vytvoření segmentu, jehož kruhovým polem je kaskádně vytvořen úplný model statoru. Tento segment je modelován znovu ve variantě obsahující jednu lopatku a v obměně obsahující polovinu první lopatky, prostor mezi lopatkami a polovinu lopatky sousední. Autor zde přistoupil k nalezení střední křivky profilu lopatky statoru, jelikož jakkoli jinak definovaná geometrie by nespolehlivě dělila plochu lopatky na dvě či více částí. Autor se proto znovu obrátil na schopnosti *Rhina* a nechal vykreslit střední křivku z křivek k_p, k_s . Na Obrázku 24 však neprohlížíme výsledek daného příkazu, který vrátil řídicí body T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 a T'_6 , nýbrž křivku k_{T_2} , u které byl posunut řídicí bod T_6 tak, aby ležel na průsečíku křivek k_o, k_{uo} . Z důvodu náročnosti nalezení střední křivky zde není uvedena její parametrická rovnice. V Tabulce 7 jsou uvedeny parametrické souřadnice bodů získaných výpočtem. Křivka k_{T_2} je posléze prodloužena úsečkami k_{T_1}, k_{T_3} , aby navrhovaná dělicí plocha plně obsahovala plochy S_{S1}, S_{S2} . Kolmým tažením těchto dělicích křivek vznikají přímkové plochy S_{T1}, S_{T2}, S_{T3} ilustrované na Obrázku 25 s vektorovými rovnicemi

$$S_{T1}: P_{S_{T1}}(u, v) = (1 - v)P_{k_{T1}} \Big|_{x=d_{SA}} + vP_{k_{T1}} \Big|_{x=h_2-d_{SA}} ; (u, v) \in [0,1]^2$$

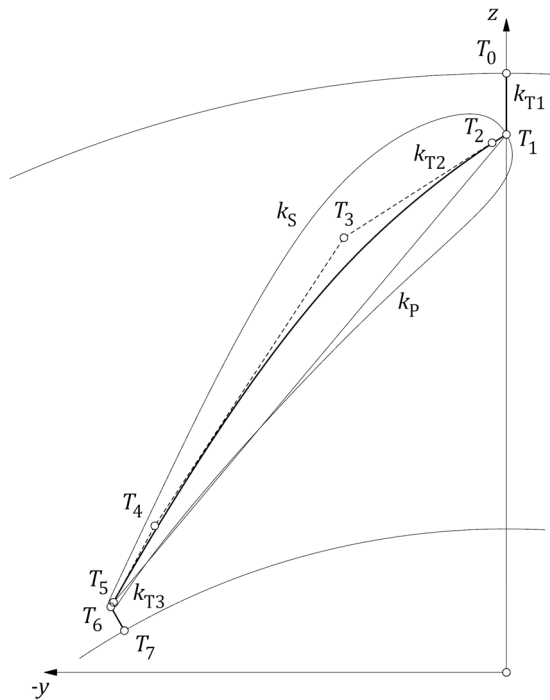
$$S_{T2}: P_{S_{T2}}(u, v) = (1 - v)P_{k_{T2}} \Big|_{x=d_{SA}} + vP_{k_{T2}} \Big|_{x=h_2-d_{SA}} ; (u, v) \in [0,1]^2$$

$$S_{T3}: P_{S_{T3}}(u, v) = (1 - v)P_{k_{T3}} \Big|_{x=d_{SA}} + vP_{k_{T3}} \Big|_{x=h_2-d_{SA}} ; (u, v) \in [0,1]^2$$

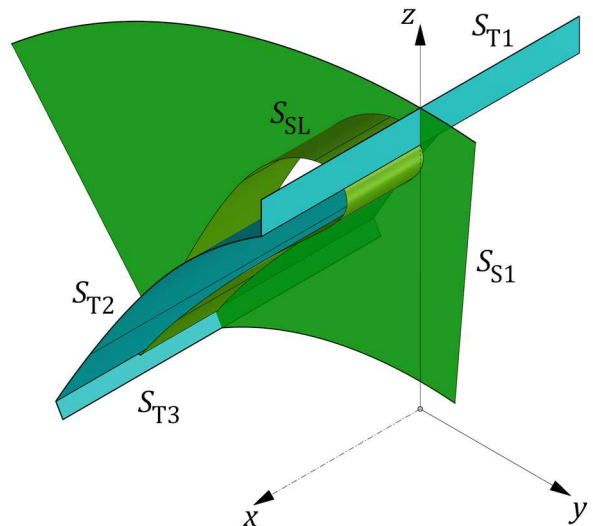
Po vytvoření dělicích ploch dojde totožným způsobem, jako tomu je u segmentu rotoru, k jejímu vhodnému otočení vzhledem k ose x o úhel $\pm \frac{180}{n_S}$, pro vytvoření segmentu lopatky, a k otočení o úhel $\frac{360}{n_S}$ a zachování původní polohy, pro vytvoření segmentu prostoru mezi lopatkami. Parametrem n_S zde uživatel reguluje počet lopatek statoru. Ilustrace konečného stavu ploch segmentu statoru, sestávající z ořezaných ploch S_{S1}, S_{S2} spolu s plochami lopatky S_{LP}, S_{LS}, S_{LO} , nalezneme v následující kapitole 2.4. Dokončení statoru na Obrázku 26.

Tabulka 7: Částečné vyjádření řídicích bodů dělicích křivek k_{T1}, k_{T2}, k_{T3}

řídicí bod	parametrické vyjádření
T_0	$\left(0, 0, \frac{d_{RS2}}{2}\right)$
T_1	$\left(0, 0, R_{Sh}\right)$
T_6	$\left(0, -h_{ST} \cos \alpha_{Sn} - \frac{d_{S0}}{2} \cos(\alpha_{Sn} + \alpha_{Su0}), R_{Sh} - h_{St} \sin \alpha_{Sn} - \frac{d_{S0}}{2} \sin(\alpha_{Sn} + \alpha_{Su0})\right)$
T_7	$\left(0, (d_{R2} + 2d_S) \cos\left(\text{atan} \frac{z_{T6}}{y_{T6}}\right), (d_{R2} + 2d_S) \sin\left(\text{atan} \frac{z_{T6}}{y_{T6}}\right)\right)$



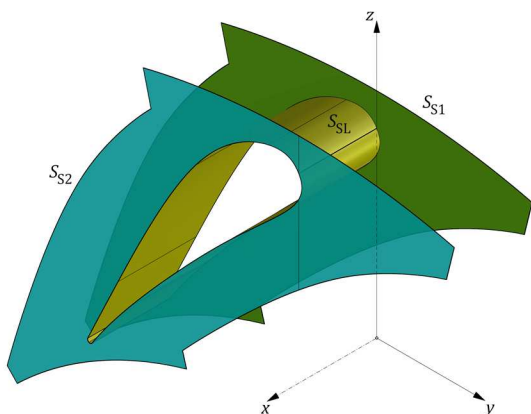
Obrázek 24: Dělicí křivky segmentu statoru



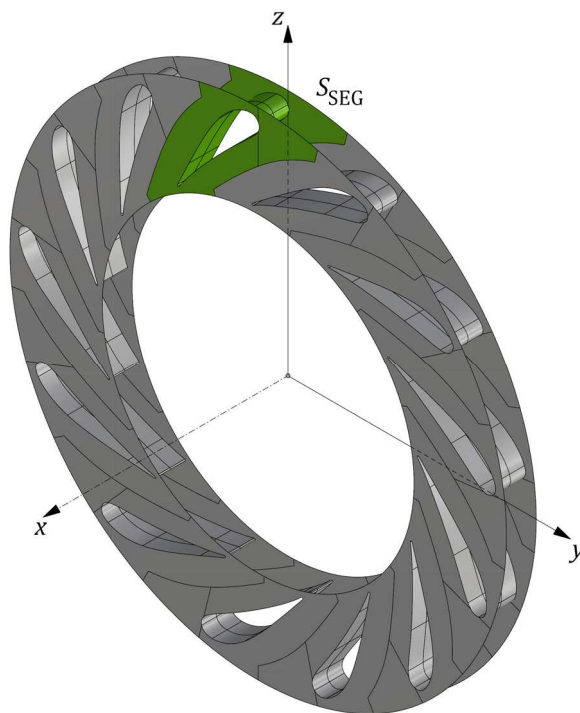
Obrázek 25: Dělicí plochy vytvoření segmentu statoru

2.4. Dokončení statoru

Posledním grafickým výstupem, který je uživateli zobrazen před vytvořením kompletního modelu turbíny, je celistvé tělo statoru. To je vytvořeno pomocí segmentu jedné lopatky převzaté z předchozí kapitoly 2.3. Segment statoru, na který je aplikován opět algoritmus kruhového pole vzhledem k ose x . Na Obrázku 26 pozorujeme dílčí plochy segmentu lopatky S_R, S_L, S_C a na Obrázku 27 posléze tyto plochy spojené do jedné víceplátové plochy S_{SEG} , v kruhovém poli.

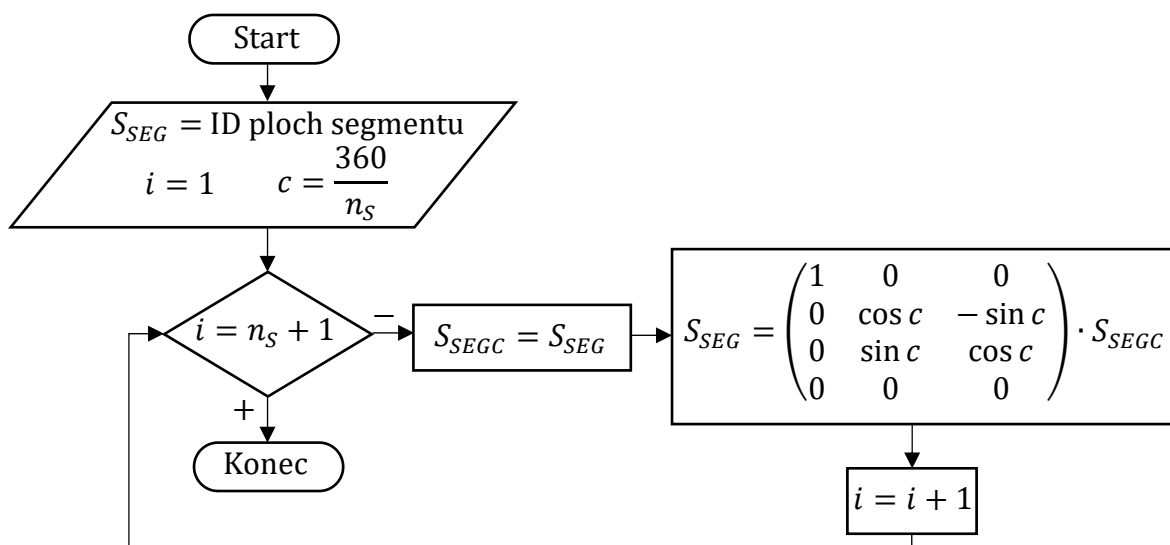


Obrázek 26: Dílčí plochy segmentu statoru

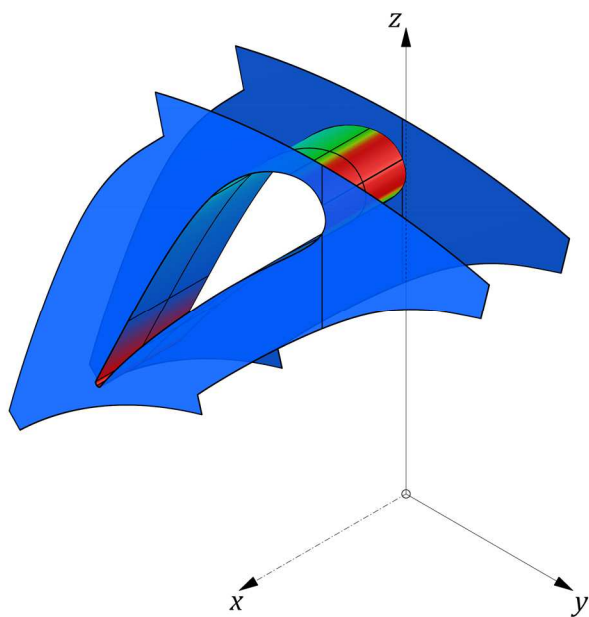


Obrázek 27: Kruhové pole segmentu statoru

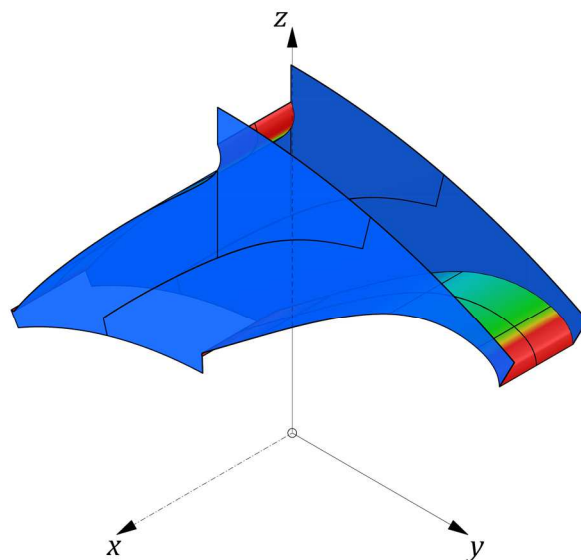
Algoritmus kruhového pole byl v *Rhino* sestaven dle následujícího vývojového diagramu.



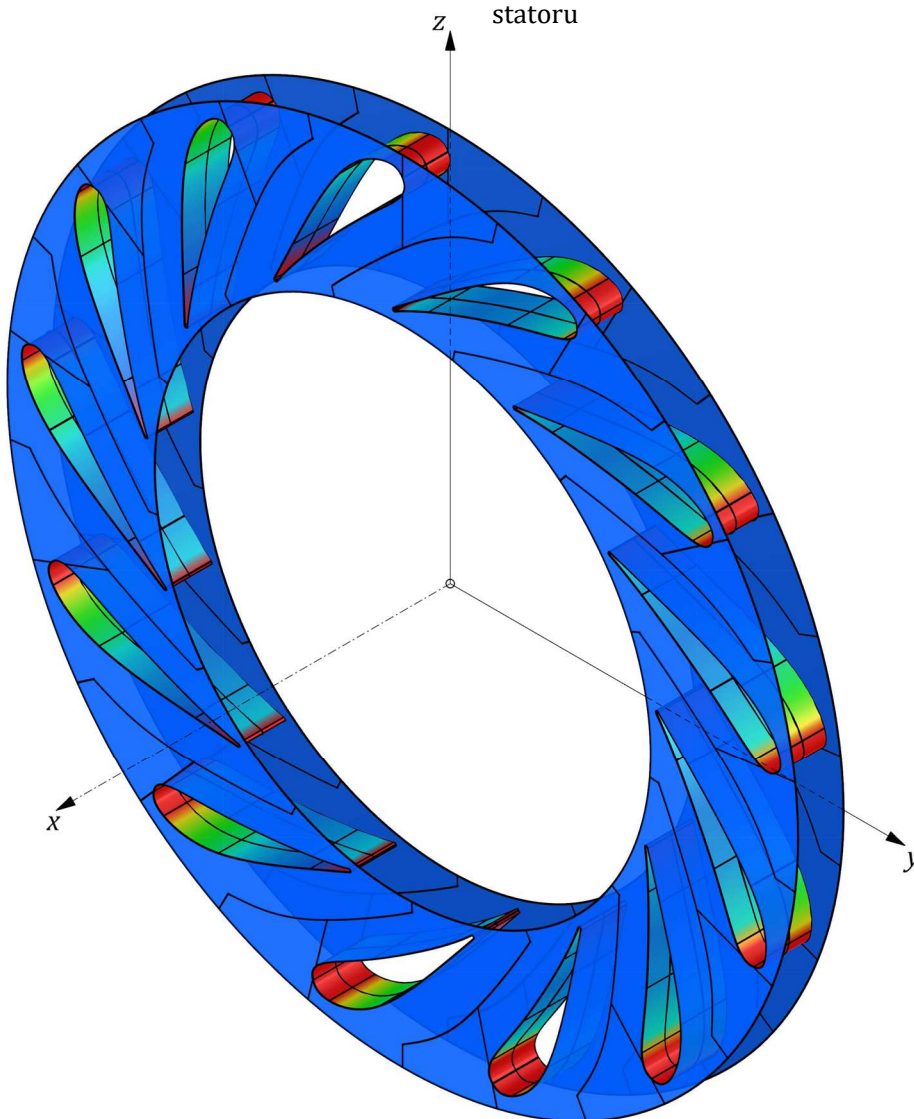
Na Obrázku 28, 29 a 30 jsou ilustrovány dílčí segmenty spolu se samostatným tělem statoru.



Obrázek 28: Segment lopatky statoru



Obrázek 29: Segment prostoru mezi lopatkami statoru



Obrázek 30: Dokončený model statoru

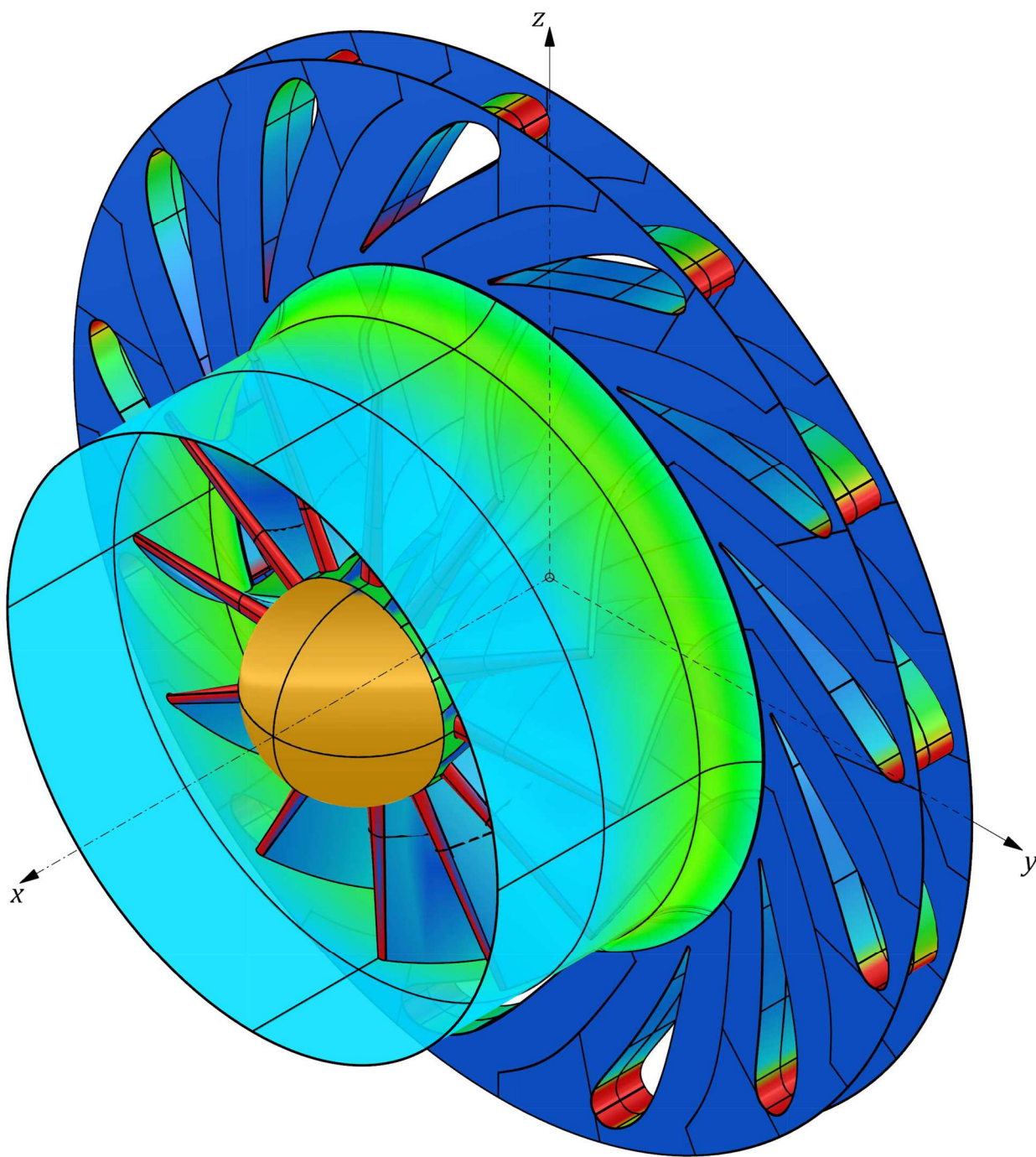
Závěr

Na základě zadání bakalářské práce byla provedena diskuse o možném propojení výpočetního softwaru *Rhinoceros* s externími aplikacemi a na jejím základě bylo rozhodnuto pro využití programovacího jazyku VB.NET pod hlavičkou Windows Forms. Bylo tak vytvořeno grafické uživatelské rozhraní [10], jehož přímou součástí je program *Rhinoceros*, a které bylo aplikováno na parametrický CAD model radiální turbíny [1]. Díky tomuto rozhraní má uživatel možnost dynamicky zadávat a měnit potřebné parametry pomocí vpisování do nabízených polí či prostřednictvím tažení posuvníků, též propojených s textovým polem. Snahou autora zde byla též programová robustnost oproti zadání nechtěných hodnot namísto určitých parametrů [6]. Pokud tedy uživatel zadá jinou hodnotu, než je hodnota numerická v očekávaném intervalu, proces definice se přeruší a program uživatele požádá o zadání nové hodnoty v korektním formátu. Program v celém rozsahu není citlivý na zadávání čísel s desetinnou čárkou, či tečkou a oba přístupy jsou si zde rovnocenné. V těle práce dále nalezneme vyjádření matematické reprezentace použitých křivek a ploch spolu s parametrickým vyjádřením souřadnic bodů ze zadaných parametrů.

Aby se uživatel vyhnul zadávání duplicitních hodnot parametrů, je program projektován s dodržением dané hierarchie, tj. autor striktně doporučuje budovat celý model jako celek v navazujících krocích nastíněných v rozhraní, počínaje definicí parametrů rotoru. Je však možné definovat modely v jiném pořadí, či pouze jejich části, avšak program je komplexně svázaný a v mnoha případech se odkazuje na předešlé definice, které omezují rozsahy parametrů následujících. V případě vzniku neočekávané geometrie na základě parametrů mimo předpokládané rozsahy se program této situaci snaží předejít a proces přeruší s upozorněním v podobě chybového hlášení, které obsahuje drobnou nápovědu jedné z očekávaných hodnot v rovněž uvedeném intervalu.

Kromě ručního přístupu k programu lze v dalším vývoji implementovat plně automatické vytváření modelu na základě importu parametrů z textového souboru vytvořeném v externí aplikaci. V postupu výpočtu tlaku a průtoku skrze turbínu je, na základě výsledného modelu, vytvořena síť v další externí aplikaci. Autor si zde dovoluje poukázat na možné propojení i této aplikace. Dalším rozšířením programu by bylo možné zakomponování zaoblení mezi plochami, rozšíření modelu o tělo voluty, nebo rozšíření způsobu zadávání tvaru profilu lopatky statoru pomocí importu bodů v Seligově tvaru.

Výstupy programu jsou dílčí a kompletní modely částí turbíny (viz Obrázek 31) uloženy v uživatelem vybíraných formátech a textový soubor obsahující použité parametry sloužící jako uložení dosavadní práce. Uživatel tak má možnost rychlé reprodukce již jednou vytvořeného modelu.



Obrázek 31: Kompletní model radiální turbíny

Seznam použité literatury

- [1] Čížek, P.: Parametrický CAD model radiální turbíny. Bakalářská práce. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní, 2017.
- [2] Linkeová, I.: Základy počítačového modelování křivek a ploch. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní, 2008. ISBN 978-80-01-04011-9.
- [3] Linkeová, I.: Aplikovaná geometrie. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní, 2015, online: www.linkeova.cz
- [4] Strachota P.: Geometrické transformace pomocí matic. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, 2010, online: www.saint-paul.fjfi.cvut.cz
- [5] Linkeová, I.: Řídící body ukotvené křivky s předepsanou křivostí v koncovém bodě. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní, 2017, online: www.linkeova.cz
- [6] Stack Exchange: Stack Overflow . 2018, online: www.stackoverflow.com
- [7] McNeel R.: RhinoScript Programmer's Reference. Rhino Developer Docs , 2017, online: www.developer.rhino3d.com
- [8] Slavětínský D.: O letadlech. Uherské Hradiště, 2006, online: www.slavetind.cz
- [9] MathWorks: Documentation, Natick, The MathWorks, 2018, online: www.mathworks.com
- [10] Microsoft: Microsoft Docs .NET. Redmond, 2018, online: www.docs.microsoft.com

Seznam použitých parametrů

zařazení	označení	jednotka	popis
rotor			
tělo rotoru			
	d_{R0}	mm	vnitřní průměr turbíny
	d_{R1}	mm	vnitřní průměr kanálu
	d_{R2}	mm	vnější průměr kanálu
	h_0	mm	výška turbíny
	h_2	mm	výška vstupní hrany
	α_{20}	°	sklon náběžné hrany
	h_{20}	mm	axiální výška křivky k_{20}
	u_{20}	-	koeficient tvaru křivky k_{20}
	v_{20}	-	koeficient tvaru křivky k_{20}
	h_{21}	mm	axiální výška křivky k_{21}
	u_{21}	-	koeficient tvaru křivky k_{21}
lopatka rotoru			
	h_{RL1}	mm	výška lopatky na vnějším průřezu
	α_R	°	úhel lopatky
	α_{R1}	°	úhel odtokové hrany
	α_{R2}	°	úhel náběžné hrany
	t_{RL1}	mm	tloušťka lopatky na vnějším průřezu
	h_{RL10}	-	poměrná velikost odtokové hrany ⁴
	h_{RL2}	mm	výška lopatky na vnitřním průřezu
	t_{RL2}	mm	tloušťka lopatky na vnitřním průřezu
	h_{RL20}	-	poměrná velikost odtokové hrany ⁵
dokončení rotoru			
	n_R	-	počet rotorových lopatek
	d_R	mm	vůle rotoru vůči lopatkovému kanálu
	x_E	mm	prodloužení lopatkového kanálu
stator			
základní rozměry statoru			
	R_{S2}	mm	vnitřní průměr voluty
	d_S	mm	vůle statoru oproti rotoru
	d_{SA}	mm	odsazení stěny statoru v axiálním směru
lopatka statoru			
	R_{Sh}	mm	vzdálenost vrcholu náběžné hrany od osy turbíny
	h_{ST}	mm	délka tětiny profilu statorové lopatky
	α_{Sn}	°	úhel náběhu
	α_{Sun}	°	úhel sklonu střední úsečky náběžné hrany
	α_{Suo}	°	úhel sklonu střední úsečky odtokové hrany
	d_{So}	mm	průměr odtokové hrany
	α_{Sp}	°	úhel otevření odtokové hrany na přetlak. straně
	α_{Ss}	°	úhel otevření odtokové hrany na sací straně
	k_{Sn}	mm ⁻¹	křivost ve vrcholu náběžné hrany

⁴ na vnějším průřezu

⁵ na vnitřním průřezu

e_{Sn}	-	míra opásání ve vrcholu náběžné hrany
c_{Sn}	-	koeficient rozšíření náběžné hrany
e_{Sp}	-	míra opásání v koncovém bodě přetlakové hrany
c_{Sp}	-	koeficient rozšíření přetlakové hrany
e_{Ss}	-	míra opásání v koncovém bodě sací hrany
c_{Ss}	-	koeficient rozšíření sací hrany
h_{SPp}	-	koeficient pozice prohnutí přetlak. hrany
c_{SPp}	-	koeficient velikosti prohnutí přetlak. hrany
h_{SPs}	-	koeficient pozice prohnutí sací hrany
c_{SPs}	-	koeficient velikosti prohnutí sací hrany
<hr/>		
dokončení statoru		
n_s	-	počet statorových lopatek