



**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE**

Fakulta stavební

Katedra betonových a zděných konstrukcí

**Analýza průhybů železobetonových desek**

**Analysis of deformation of reinforced slabs**

## **Příloha 2**

# **Přetvoření železobetonové desky vetknuté**

Studijní program: Stavební inženýrství

Studijní obor: Konstrukce pozemních staveb

Vedoucí práce: prof. Ing. Jaroslav Procházka, CSc.

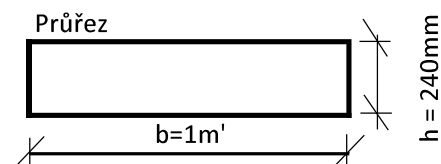
Vypracoval: Bc. Ondřej Vaněček

Praha 2018

# Vstupní údaje, vetknutý nosník

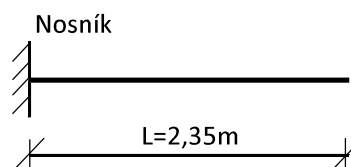
## Geometrie

Výška průřezu h	h=	0,24	m
Šířka průřezu b	b=	1	m
Plocha průřezu Ac	Ac=	0,24	m
Délka nosníku	L=	2,35	m



## Materiálové vlastnosti

Beton		C 30/37	
Charakteristická pevnost betonu	f <sub>ck</sub> =	30	Mpa
Návrhová pevnost betonu	f <sub>cd</sub> =	20,0	Mpa
Pevnost betonu v tahu	f <sub>ctm</sub> =	2,9	Mpa
Nominální pevnost betonu v tlaku	f <sub>cm</sub> =	38,0	Mpa
	f <sub>cm0</sub> =	10,0	Mpa
Střední hodnota modulu pružnosti	E <sub>cm</sub> =	33,0	Gpa
Typ cementu		R	



Ocel		B500A	
Charakteristická mez kluzu ocele	f <sub>yk</sub> =	500	Mpa
Návrhová mez kluzu ocele	f <sub>yd</sub> =	435	Mpa
Modul pružnosti ocele	E <sub>s</sub> =	200	Gpa

## Časové údaje

Konec zatěžování (životnost konstrukce)	t <sub>∞</sub> =	50	let
	t <sub>∞</sub> =	18250	dní
Stáří betonu na konci ošetřování	t <sub>s</sub> =	7	dní
Stáří betonu na začátku zatěžování	t <sub>0</sub> =	28	dní

## Prostředí

Relativní vlhkost	RH=	70	%
-------------------	-----	----	---

## Zatížení

Popis	tloušťka [m]	Objemová tíha [kN*m <sup>3</sup> ]	Plošné zatížení [kN*m <sup>2</sup> ]	γ [-]	Plošné zatížení návrhové
Stálé zatížení					
Vlastní tíha	0,24	25	6	1,35	8,1
Podlaha			1,5		2,025
<b>Celkem stálé</b>			<b>7,5</b>		<b>10,125</b>
Hlavní Proměnné dlouhodobé					
			1,5	1,5	2,25
Hlavní Proměnné krátkodobé					
			1,5	1,5	2,25
Kategorie A: obytné plochy				ψ <sub>2</sub>	0,3

## Vnitřní síly

Moment uprostřed pole

Návrhová kombinace zatížení

Charakteristická kombinace zatížení moment (pouze dlouhodobé)

Charakteristická kombinace zatížení moment (pouze krátkodobé)

Kvazistálá kombinace zatížení moment (pouze dlouhodobé)

Kvazistálá kombinace zatížení moment (pouze krátkodobé)

Med= 40,3832813 kN\*m

Mek,lt= 24,85125 kN\*m

Mek,st= 28,993125 kN\*m

Mek,lt= 21,9519375 kN\*m

Mek,st= 1,2425625 kN\*m

## MSÚ

Krycí vrstva

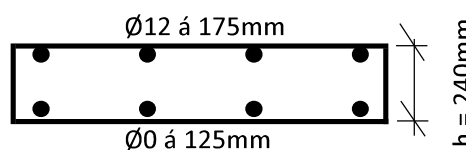
cnom= 0,03 m

Horní/hlavní výztuž

∅ 12 á 175 mm Asprov= 646,27 mm<sup>2</sup>

Spodní/vedlejší výztuž

∅ 0 á 125 mm Asprov= 0 mm<sup>2</sup>



$$x = \frac{a_{s,prov} f_{yd}}{0,8 b f_{cd}}$$

$$z = d - 0,4x \quad m_{Rd} = a_{s,prov} f_{yd} z \quad \xi = \frac{x}{d}$$

	Asprov [mm <sup>2</sup> ]	d [m]	x [m]	z [m]	m <sub>Rd</sub> [kN*m]	ξ
Horní/vedlejší výztuž	646,27	0,204	0,0176	0,19697532	55,35	0,0861
Spodní/hlavní výztuž	0	0,03	-	-	-	-

Vyhoví 72,96 %

## Elastické průhyby

Moment setrvačnosti průřezu

I<sub>eI</sub>= 0,001152 m<sup>4</sup>

$$f_{ei} = \frac{1}{8} * \frac{(g + q) * l^4}{E_{cm} * I_{ei}} =$$

fel= 0,00084 m  
0,8 mm

## Tabulka výsledných průhybů

Dle ČSN EN 1992-1

Přepočtené křivosti

Dvojnásobné ζ

Proměnný součinitel ζ  
(výsledky ze SCIA)

	1	2	3
Dlouhodobé	5,4	5,4	3,8
Krátkodobé	0,0	0,0	0,0
Smršťování	3,9	3,9	2,4
Celkem	9,3	9,3	6,2
Zvětšení ku elastickému	9,3/0,8	9,3/0,8	6,2/0,8
	11,625	11,625	7,750
L/x	11,8		
x= 200	Vyhoví	Vyhoví	Vyhoví
Limitní průhyby L/250	9,4		
	Vyhoví	Vyhoví	Vyhoví
Kapitola	4.2	4.3	4.4

2,5
0,0
1,2
3,7
0,8/3,7
4,625
11,8
Vyhoví
9,4
Vyhoví
4.1

## Součinitel dotvarování

Náhraní výška (deska)	$h_0 = \frac{2xA_g}{u} =$	h0=	0,24	m
	$\alpha_1 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0,7} =$	α1=	0,94	
	$\alpha_2 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0,2} =$	α2=	0,98	
	$\alpha_3 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0,5} =$	α3=	0,96	
	$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{\left(1 - \frac{RH}{100}\right)}{0,1 * \sqrt[3]{h_0}} * \alpha_1\right] * \alpha_2 =$	φRH=	1,43	
	$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} =$	β(fcm)=	2,73	
	$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}} =$	β(t0)=	0,49	
	$\varphi_0 = \varphi_{RH} * \beta(f_{cm}) * \beta(t_0) =$	φ0=	1,91	
	$\beta_H = \min(1,5 * [1 + (0,012 * RH)^{18}] * h_0 + 250 * \alpha_3; 1500 * \alpha_3)$	βH=	615,54	
	$\beta(t/t_0) = \left[\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0}\right]^{0,3} =$	β(t/t0)=	0,99	
	$\varphi = \varphi_0 * \beta\left(\frac{t}{t_0}\right) =$	φ=	1,887	
	$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 * \sqrt[3]{h_0}}$	<i>pro <math>f_{cm} \leq 35MPa</math></i>		
	$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 * \sqrt[3]{h_0}} * \alpha_1\right] * \alpha_2$	<i>pro <math>f_{cm} &gt; 35MPa</math></i>		
	$\beta_H = 1,5[1 + (0,012 * RH)^{18}] * h_0 + 250 \leq 1500$	<i>pro <math>f_{cm} \leq 35MPa</math></i>		
	$\beta_H = 1,5[1 + (0,012 * RH)^{18}] * h_0 + 250\alpha_3 \leq 1500\alpha_3$	<i>pro <math>f_{cm} &gt; 35MPa</math></i>		

## Poměrné smrštění

	$\alpha_{ds1}$	$\alpha_{ds2}$
R	6	0,11
N	4	0,12
S	3	0,13

$$\alpha_{ds1} = 6$$

$$\alpha_{ds2} = 0,11$$

Součinitel  $k_h$  závisící na náhradní tloušťce  $h_0$

$h_0$ [mm]	$k_h$
100	1,0
200	0,85
300	0,75
$\geq 500$	0,70

$$h_0 = 240 \text{ m}$$

$$k_h = 0,81$$

Poměrné autonomní smršťování

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} = \varepsilon_{ca}(\infty) = 0,00005$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2 \cdot t^{0,5}) = \beta_{as}(t) = 1$$

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty) = \varepsilon_{ca}(t) = 5E-05$$

$$\beta_{RH} = 1,55 \left[ 1 - \left( \frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] = \beta_{RH} = 1,02$$

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 \left[ (220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \exp \left( -\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} = \varepsilon_{cd}(0) = 0,0005$$

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0,04 \sqrt{h_0^3}} = \beta_{ds}(t, t_s) = 1,0$$

Poměrné smršťování vysycháním

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} = \varepsilon_{cd}(t) = 0,0004$$

Celkové poměrné smršťování

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} = \varepsilon_{cs} = 0,00045621$$

$$\varepsilon_{cs} = 0,45620801 \cdot 10^{-3}$$

## Průřezové charakteristiky

Efektivní modul pružnosti	$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \phi_{(t,t_0)}} =$	11,43	Mpa
Poměr modulů pružnosti dlouhodobý	$\alpha_{e,lt} = \frac{E_s}{E_{c,eff}} =$	17,50	
Poměr modulů pružnosti krátkodobý	$\alpha_{e,st} = \frac{E_s}{E_{cm}} =$	6,06	
Ideální moment setrvačnosti bez trhlin, dlouhodobý LT			
$A_i = A_c + \alpha_e (A_s + A'_s) =$	$A_{i,lt} =$	0,2513	m <sup>2</sup>
$a_{gi} = \frac{A_c a_{gc} + \alpha_e (A_s d + A'_s d')}{A_i} =$	$a_{gi,lt} =$	0,1238	m
$I_i = I_c + A_c (a_{gi} - a_{gc})^2 + \alpha_e [A_s (d - a_{gi})^2 + A'_s (a_{gi} - d')^2] =$	$I_{i,lt} =$	0,001228	m <sup>4</sup>
Ideální moment setrvačnosti bez trhlin, krátkodobý ST			
	$A_{i,st} =$	0,2439	m <sup>2</sup>
	$a_{gi,st} =$	0,1213	m
	$I_{i,st} =$	0,001179	m <sup>4</sup>
Ideální moment setrvačnosti s plně rozvinutými trhlinami, dlouhodobý LT			
$x = \frac{\alpha_e}{b} \cdot (A_s + A'_s) \cdot \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot A_s \cdot d + A'_s \cdot d'}{\alpha_e (A_s + A'_s)^2}} \right] =$	$x_{II,lt} =$	0,0576	m
$I_{ir} = \frac{1}{3} b \cdot x^3 + \alpha_e \cdot [A_s \cdot (d - x)^2 + A'_s \cdot (x - d')^2] =$	$I_{II,lt} =$	0,00031	m <sup>4</sup>
Ideální moment setrvačnosti s plně rozvinutými trhlinami, krátkodobý ST			
	$x_{II,st} =$	0,0363	m
	$I_{II,st} =$	0,0001261	m <sup>4</sup>
Křivosti od smršťování			
$\left( \frac{1}{r_{shI}} \right) = \varepsilon_{sh} \cdot \alpha_e \cdot \frac{A_s \cdot (d - x_I) + A'_s \cdot (x_I - d')}{I_I}$	$1/r_{shI,lt} =$	0,000337	m <sup>-1</sup>
$\left( \frac{1}{r_{shII}} \right) = \varepsilon_{sh} \cdot \alpha_e \cdot \frac{A_s \cdot (d - x_{II}) + A'_s \cdot (x_{II} - d')}{I_{II}}$	$1/r_{shII,lt} =$	0,0024684	m <sup>-1</sup>

## Výpočet průhybů

Součinitel dzéta

$$M_{cr,lt} = f_{ct,ef} * \frac{I_{I,lt}}{h - x_{I,lt}} = \quad \beta_{lt} = \frac{g * \beta_{dl} + q * \beta_{kr}}{g + q} = \quad \zeta_{lt} = 1 - \beta_{lt} \left( \frac{M_{cr}}{M_{E,k(char)}} \right)^2 =$$

Mcr,Lt= 30,6470 kN\*m      βLt= 0,50 -      ζlt= 0,5000 -

$$M_{cr,st} = f_{ct,ef} * \frac{I_{st}}{h - x_{I,st}} = \quad \beta_{st} = 1 \quad \zeta_{st} = 1 - \beta_{st} \left( \frac{M_{cr}}{M_{E,k(char)}} \right)^2 =$$

Mcr,st= 28,8211 kN\*m      βst= 1,0 -      ζst= 0,0118 -

## Výpočet průhybů dle norem

Průhyby od dlouhodobého zatížení

$$f_{I,lt} = \frac{1}{8} * \frac{g * l^4}{E_{ceff} I_{I,lt}} = \quad f_{I,lt} = 0,002 \quad m$$

$$f_{II,lt} = \frac{1}{8} * \frac{g * l^4}{E_{ceff} I_{II,eff,lt}} = \quad f_{II,lt} = 0,009 \quad m$$

$$f_{lt} = f_{I,lt} * (1 - \zeta_{lt}) + f_{II,lt} * \zeta_{lt} = \quad f_{lt} = 0,005 \quad m$$

Průhyby od krátkodobého zatížení

$$f_{I,st} = \frac{1}{8} * \frac{q * l^4}{E_{cm} I_{I,lt}} = \quad f_{I,st} = 0,000044 \quad m$$

$$f_{II,st} = \frac{1}{8} * \frac{q * l^4}{E_{cm} I_{II,eff,lt}} = \quad f_{II,st} = 0,000412 \quad m$$

$$f_{st} = f_{I,st} * (1 - \zeta_{st}) + f_{II,st} * \zeta_{st} = \quad f_{st} = 0,000048 \quad m$$

Průhyby od smršťování

$$f_{sh} = \frac{1}{2} * L^2 * \frac{1}{r_{sh,I}} = \quad f_{I,sh} = 0,000930 \quad m$$

$$f_{sh} = \frac{1}{2} * L^2 * \frac{1}{r_{sh,II}} = \quad f_{II,sh} = 0,006816 \quad m$$

fsh= 0,003873 m

Průhyby celkem

$$f = f_{st} + f_{lt} + f_{sh} = \quad f = 0,009333 \quad m$$

9,332876 mm

## Výpočet přepočtem křivostí

$$\frac{1}{r_{m,g,lt}} = \frac{M_{ek,lt}}{E_{c,eff} * I_{I,lt}} * (1 - \zeta_{lt}) + \frac{M_{ek,lt}}{E_{c,eff} * I_{II,lt}} * \zeta_{lt} =$$

$$1/r_{m,lt} = 0,004 \quad m$$

$$\frac{1}{r_{m,a,st}} = \frac{M_{ek,st}}{E_{cm} * I_{I,st}} * (1 - \zeta_{st}) + \frac{M_{ek,st}}{E_{cm} * I_{II,st}} * \zeta_{st} =$$

$$1/r_{m,st} = 0,0000 \quad m$$

$$\frac{1}{r_{sh}} = \left(\frac{1}{r_{sh,I}}\right) * (1 - \zeta_{lt}) + \left(\frac{1}{r_{sh,II}}\right) * \zeta_{lt} =$$

$$1/r_{sh} = 0,001 \quad m$$

9		$M = \frac{f \cdot l^2}{2}$	$\frac{\alpha(4 - \alpha)}{12}$	0,250
---	--	-----------------------------	---------------------------------	-------

$$f = kl^2 * \frac{1}{r_m}$$

$$f_{lt} = 0,005 \quad m$$

$$f_{st} = 0,000 \quad m$$

Průhyby od smršťování

12		$M$	0,5	0,500
----	--	-----	-----	-------

$$f = kl^2 * \frac{1}{r_m}$$

$$f_{sh} = 0,004 \quad m$$

Průhyby celkem

$$f = f_{st} + f_{lt} + f_{sh} =$$

$$f = 0,009333 \quad m$$

$$9,332876 \quad mm$$

## Použití dvojitého součinitele $\zeta$

$$I_{II,eff,lt} = \frac{I_{I,lt} * I_{II,lt}}{I_{I,lt} * \zeta_{lt} + I_{II,lt} * (1 - \zeta_{lt})} =$$

$$I_{II,lt,eff} = 0,000490 \quad m$$

$$I_{II,eff,st} = \frac{I_{I,st} * I_{II,st}}{I_{I,st} * \zeta_{st} + I_{II,st} * (1 - \zeta_{st})} =$$

$$I_{II,st,eff} = 0,001073 \quad m$$

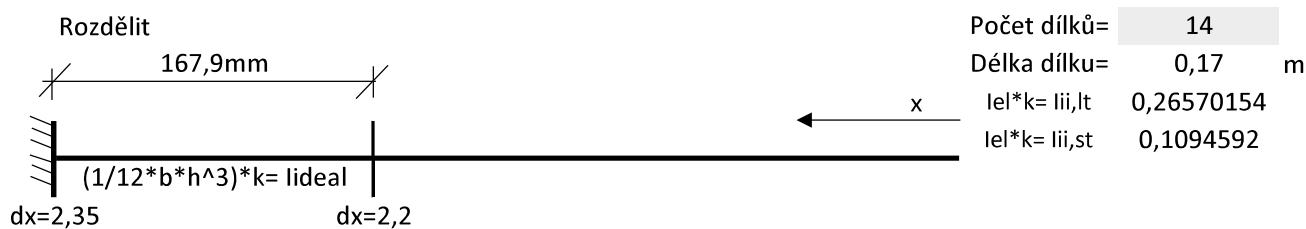
fl,lt	fl,eff,lt	f,lt	fl,st	fl,eff,st	f,st	1/rshII,eff	1/rsh	fsh	Celkem
0,0022	0,0054	0,0038	4E-05	5E-05	4E-05	0,00140271	0,0009	0,0024	0,00623112 m 6,23111521 mm



## Tabulka pro výpočet s proměnnou ohybovou tuhostí

Charakteristická kombinace reakce podpory 1

R1= ST 24,675 LT 21,150 kN



dx [m]	Mek char LT [kNm]	$\zeta^*,Lt$	lideal,Lt [m <sup>4</sup> ]	Mek char ST [kNm]	$\zeta^*,st$	lideal,st [m <sup>4</sup> ]	Iel*k= lideal,Lt k=	Iel*k= lideal,Lt k=	1/rsh [m <sup>-1</sup> ]*10 <sup>3</sup>
0	0,00	0	0,0012	0,00	0	0,0012	1,0662	1,0236	0,337
0,1679	0,13	0	0,0012	0,15	0	0,0012	1,0662	1,0236	0,337
0,3357	0,51	0	0,0012	0,59	0	0,0012	1,0662	1,0236	0,337
0,5036	1,14	0	0,0012	1,33	0	0,0012	1,0662	1,0236	0,337
0,6714	2,03	0	0,0012	2,37	0	0,0012	1,0662	1,0236	0,337
0,8393	3,17	0	0,0012	3,70	0	0,0012	1,0662	1,0236	0,337
1,0071	4,56	0	0,0012	5,33	0	0,0012	1,0662	1,0236	0,337
1,175	6,21	0	0,0012	7,25	0	0,0012	1,0662	1,0236	0,337
1,3429	8,11	0	0,0012	9,47	0	0,0012	1,0662	1,0236	0,337
1,5107	10,27	0	0,0012	11,98	0	0,0012	1,0662	1,0236	0,337
1,6786	12,68	0	0,0012	14,79	0	0,0012	1,0662	1,0236	0,337
1,8464	15,34	0	0,0012	17,90	0	0,0012	1,0662	1,0236	0,337
2,0143	18,26	0	0,0012	21,30	0	0,0012	1,0662	1,0236	0,337
2,1821	21,43	0	0,0012	25,00	0	0,0012	1,0662	1,0236	0,337
2,35	24,85	0,5	0,0005	28,99	0,0118	0,0011	0,7458	0,9776	0,8698