



**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE**

Fakulta stavební

Katedra betonových a zděných konstrukcí

**Analýza průhybů železobetonových desek**

**Analysis of deformation of reinforced slabs**

## **Příloha 1**

# **Přetvoření železobetonové desky prostě uložené**

Studijní program: Stavební inženýrství

Studijní obor: Konstrukce pozemních staveb

Vedoucí práce: prof. Ing. Jaroslav Procházka, CSc.

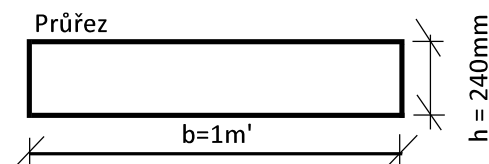
Vypracoval: Bc. Ondřej Vaněček

Praha 2018

# Vstupní údaje, prostě uložená deska

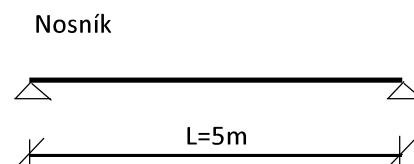
## Geometrie

Výška průřezu h	h=	0,24	m
Šířka průřezu b	b=	1	m
Plocha průřezu Ac	Ac=	0,24	m
Délka nosníku	L=	5	m



## Materiálové vlastnosti

Beton		C 30/37	
Charakteristická pevnost betonu	fck=	30	Mpa
Návrhová pevnost betonu	fcd=	20,0	Mpa
Pevnost betonu v tahu	fctm=	2,9	Mpa
Nominální pevnost betonu v tlaku	fcm=	38,0	Mpa
	fcm0=	10,0	Mpa
Střední hodnota modulu pružnosti	Ecm=	33,0	Gpa
Typ cementu		R	



Ocel		B500A	
Charakteristická mez kluzu ocele	fyk=	500	Mpa
Návrhová mez kluzu ocele	fyd=	435	Mpa
Modul pružnosti ocele	Es=	200	Gpa

## Časové údaje

Konec zatěžování (životnost konstrukce)	t∞=	50	let
	t∞=	18250	dní
Stáří betonu na konci ošetřování	ts=	7	dní
Stáří betonu na začátku zatěžování	t0=	28	dní

## Prostředí

Relativní vlhkost	RH=	60	%
-------------------	-----	----	---

## Zatížení

Popis	tloušťka [m]	Objemová tíha [kN*m <sup>3</sup> ]	Plošné zatížení [kN*m <sup>2</sup> ]	γ [-]	Plošné zatížení návrhové
Stálé zatížení					
Vlastní tíha	0,24	25	6		8,1
Podlaha			2		2,7
Příčky			1,5	1,35	2,025
<b>Celkem stálé</b>			<b>9,5</b>		<b>12,825</b>
Hlavní Proměnné dlouhodobé					
			0,75	1,5	1,125
Hlavní Proměnné krátkodobé					
			0,75	1,5	1,125
Kategorie A: obytné plochy				ψ <sub>2</sub>	0,3

## Vnitřní síly

Moment uprostřed pole

Návrhová kombinace zatížení

Med= 47,109375 kN\*m

Charakteristická kombinace zatížení moment (pouze dlouhodobé)

Mek,lt= 32,03125 kN\*m

Charakteristická kombinace zatížení moment (pouze krátkodobé)

Mek,st= 34,375 kN\*m

Kvazistálá kombinace zatížení moment (pouze dlouhodobé)

Mek,lt= 30,390625 kN\*m

Kvazistálá kombinace zatížení moment (pouze krátkodobé)

Mek,st= 0,703125 kN\*m

## MSÚ

Krycí vrstva

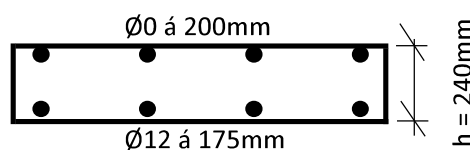
cnom= 0,025 m

Horní/vedlejší výztuž

∅ 0 á 200 mm Asprov= 0 mm<sup>2</sup>

Spodní/hlavní výztuž

∅ 12 á 175 mm Asprov= 646,27 mm<sup>2</sup>



$$x = \frac{a_{s,prov} f_{yd}}{0,8 b f_{cd}} \quad z = d - 0,4 x \quad m_{Rd} = a_{s,prov} f_{yd} z \quad \xi = \frac{x}{d}$$

	Asprov [mm <sup>2</sup> ]	d [m]	x [m]	z [m]	m <sub>Rd</sub> [kN*m]	ξ
Horní/vedlejší výztuž	0	0,025	-	-	-	-
Spodní/hlavní výztuž	646,27	0,209	0,0176	0,20197532	56,75	0,084

Horní/vedlejší výztuž	0	0,025	-			
Spodní/hlavní výztuž	646,27	0,209	0,0176	0,20197532	56,75	0,084

Vyhoví 83,01 %

## Elastické průhyby

Moment setrvačnosti průřezu

I<sub>el</sub>= 0,001152 m<sup>4</sup>

$$f_{el} = \frac{5}{384} \cdot \frac{f \cdot l^4}{E_{cm} \cdot I_{el}} =$$

fel= 0,00213 m  
2,1 mm

## Tabulka výsledných průhybů

Dle ČSN EN 1992-1

Přepočtené křivosti

Dvojnásobné ζ

S respektováním ohybové tuhosti po délce nosníku

Dlouhodobé	14,3	14,3	10,3
Krátkodobé	0,2	0,2	0,1
Smršťování	5,3	5,3	3,5
Celkem	19,7	19,7	13,9
Zvětšení ku elastickému	19,7/2,1 9,381	19,7/2,1 9,381	13,9/2,1 6,619
L/x	25		
x= 200	Vyhoví	Vyhoví	Vyhoví
Limitní průhyby L/250	20		
	Vyhoví	Vyhoví	Vyhoví
Kapitola	4.2	4.3	4.4

11,1
0,1
3,6
14,8
2,1/14,8 7,048
25
Vyhoví
20
Vyhoví
4.1

## Součinitel dotvarování

Náhraní výška (deska)	$h_0 = \frac{2xA_g}{u} =$	h0=	0,24	m
	$\alpha_1 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0,7} =$	$\alpha_1 =$	0,94	
	$\alpha_2 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0,2} =$	$\alpha_2 =$	0,98	
	$\alpha_3 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0,5} =$	$\alpha_3 =$	0,96	
	$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{\left(1 - \frac{RH}{100}\right)}{0,1 * \sqrt[3]{h_0}} * \alpha_1\right] * \alpha_2 =$	$\varphi_{RH} =$	1,58	
	$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} =$	$\beta(f_{cm}) =$	2,73	
	$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}} =$	$\beta(t_0) =$	0,49	
	$\varphi_0 = \varphi_{RH} * \beta(f_{cm}) * \beta(t_0) =$	$\varphi_0 =$	2,11	
	$\beta_H = \min(1,5 * [1 + (0,012 * RH)^{18}] * h_0 + 250 * \alpha_3; 1500 * \alpha_3)$	$\beta_H =$	600,90	
	$\beta(t/t_0) = \left[\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0}\right]^{0,3} =$	$\beta(t/t_0) =$	0,99	
	$\varphi = \varphi_0 * \beta\left(\frac{t}{t_0}\right) =$	$\varphi =$	2,085	
	$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 * \sqrt[3]{h_0}}$	<i>pro <math>f_{cm} \leq 35MPa</math></i>		
	$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 * \sqrt[3]{h_0}} * \alpha_1\right] * \alpha_2$	<i>pro <math>f_{cm} &gt; 35MPa</math></i>		
	$\beta_H = 1,5[1 + (0,012 * RH)^{18}] * h_0 + 250 \leq 1500$	<i>pro <math>f_{cm} \leq 35MPa</math></i>		
	$\beta_H = 1,5[1 + (0,012 * RH)^{18}] * h_0 + 250\alpha_3 \leq 1500\alpha_3$	<i>pro <math>f_{cm} &gt; 35MPa</math></i>		

## Poměrné smrštění

	$\alpha_{ds1}$	$\alpha_{ds2}$
R	6	0,11
N	4	0,12
S	3	0,13

$$\alpha_{ds1} = 6$$

$$\alpha_{ds2} = 0,11$$

Součinitel  $k_h$  závisící na náhradní tloušťce  $h_0$

$h_0$ [mm]	$k_h$
100	1,0
200	0,85
300	0,75
$\geq 500$	0,70

$$h_0 = 240 \text{ mm}$$

$$k_h = 0,81$$

Poměrné autonomní smršťování

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} = \varepsilon_{ca}(\infty) = 0,00005$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2 \cdot t^{0,5}) = \beta_{as}(t) = 1$$

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty) = \varepsilon_{ca}(t) = 5E-05$$

$$\beta_{RH} = 1,55 \left[ 1 - \left( \frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] = \beta_{RH} = 1,22$$

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 \left[ (220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \exp\left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} = \varepsilon_{cd}(0) = 0,000598$$

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0,04 \sqrt{h_0^3}} = \beta_{ds}(t, t_s) = 1,000$$

Poměrné smršťování vysycháním

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} = \varepsilon_{cd}(t) = 0,0004847$$

Celkové poměrné smršťování

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} = \varepsilon_{cs} = 0,00053473$$

$$\varepsilon_{cs} = 0,53472919 \cdot 10^{-3}$$

## Průřezové charakteristiky

Efektivní modul pružnosti	$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \phi_{(t,t_0)}} =$	10,70	Gpa
Poměr modulů pružnosti dlouhodobý	$\alpha_{e,lt} = \frac{E_s}{E_{c,eff}} =$	18,70	
Poměr modulů pružnosti krátkodobý	$\alpha_{e,st} = \frac{E_s}{E_{cm}} =$	6,06	
Ideální moment setrvačnosti bez trhlin, dlouhodobý LT			
$A_i = A_c + \alpha_e (A_s + A'_s) =$	$A_{i,Lt} =$	0,2521	m <sup>2</sup>
$a_{gi} = \frac{A_c a_{gc} + \alpha_e (A_s d + A'_s d')}{A_i} =$	$a_{gi,Lt} =$	0,1243	m
$I_i = I_c + A_c (a_{gi} - a_{gc})^2 + \alpha_e [A_s (d - a_{gi})^2 + A'_s (a_{gi} - d')^2] =$	$I_{i,Lt} =$	0,001243	m <sup>4</sup>
Ideální moment setrvačnosti bez trhlin, krátkodobý ST			
	$A_{i,st} =$	0,2439	m <sup>2</sup>
	$a_{gi,st} =$	0,1214	m
	$I_{i,st} =$	0,001183	m <sup>4</sup>
Ideální moment setrvačnosti s plně rozvinutými trhlinami, dlouhodobý LT			
$x = \frac{\alpha_e}{b} \cdot (A_s + A'_s) \cdot \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot A_s \cdot d + A'_s \cdot d'}{\alpha_e \cdot (A_s + A'_s)^2}} \right] =$	$x_{II,Lt} =$	0,0600	m
$I_{ir} = \frac{1}{3} b \cdot x^3 + \alpha_e \cdot [A_s \cdot (d - x)^2 + A'_s \cdot (x - d')^2] =$	$I_{ir,Lt} =$	0,00034	m <sup>4</sup>
Ideální moment setrvačnosti s plně rozvinutými trhlinami, krátkodobý ST			
	$x_{II,st} =$	0,0367	m
	$I_{ir,st} =$	0,0001328	m <sup>4</sup>
Křivosti od smršťování			
$\left( \frac{1}{r_{sh}} \right)_I = \varepsilon_{sh} \cdot \alpha_e \cdot \frac{A_s \cdot (d - x_I) + A'_s \cdot (x_I - d')}{I_I}$	$1/r_{shI,Lt} =$	0,000440	m <sup>-1</sup>
$\left( \frac{1}{r_{sh}} \right)_{II} = \varepsilon_{sh} \cdot \alpha_e \cdot \frac{A_s \cdot (d - x_{II}) + A'_s \cdot (x_{II} - d')}{I_{II}}$	$1/r_{shII,Lt} =$	0,0028293	m <sup>-1</sup>

## Výpočet průhybů

Součinitel  $\zeta$

$$M_{cr,lt} = f_{ct,ef} * \frac{I_{I,lt}}{h - x_{I,lt}} = \quad \beta_{lt} = \frac{g * \beta_{dl} + q * \beta_{kr}}{g + q} = \quad \zeta_{lt} = 1 - \beta_{lt} \left( \frac{M_{cr}}{M_{E,k(char)}} \right)^2 =$$

Mcr,Lt=	31,1493 kN*m	βLt=	0,50 -	ζlt=	0,5272 -
---------	--------------	------	--------	------	----------

$$M_{cr,st} = f_{ct,ef} * \frac{I_{st}}{h - x_{I,st}} = \quad \beta_{st} = 1$$

Mcr,st=	28,9222 kN*m	βst=	1,0 -	ζst=	0,2921 -
---------	--------------	------	-------	------	----------

## Výpočet průhybů dle norem

Průhyby od dlouhodobého zatížení

$$f_{I,lt} = \frac{5}{384} * \frac{(g_{lt} + q_{lt} * \Psi_2) * l^4}{E_{ceff} I_{I,lt}} = \quad f_{I,lt} = 0,0060 \text{ m}$$

$$f_{II,lt} = \frac{5}{384} * \frac{(g_{lt} + q_{lt} * \Psi_2) * l^4}{E_{ceff} I_{II,lt}} = \quad f_{II,lt} = 0,0217 \text{ m}$$

$$f_{lt} = f_{I,lt} * (1 - \zeta_{lt}) + f_{II,lt} * \zeta_{lt} = \quad f_{lt} = 0,0143 \text{ m}$$

Průhyby od krátkodobého zatížení

$$f_{I,st} = \frac{5}{384} * \frac{(q * \Psi_2) * l^4}{E_{cm} I_{I,st}} = \quad f_{I,st} = 0,000047 \text{ m}$$

$$f_{II,st} = \frac{5}{384} * \frac{(q * \Psi_2) * l^4}{E_{cm} I_{II,st}} = \quad f_{II,st} = 0,000418 \text{ m}$$

$$f_{st} = f_{I,st} * (1 - \zeta_{st}) + f_{II,st} * \zeta_{st} = \quad f_{st} = 0,000155 \text{ m}$$

Průhyby od smršťování

$$f_{sh} = \frac{1}{8} * L^2 * \frac{1}{rsh.I} = \quad f_{I,sh} = 0,001376 \text{ m}$$

$$f_{sh} = \frac{1}{8} * L^2 * \frac{1}{rsh.II} = \quad f_{II,sh} = 0,008841 \text{ m}$$

$$f_{sh} = 0,005312 \text{ m}$$

Průhyby celkem

$$f = f_{st} + f_{lt} + f_{sh} = \quad f = 0,019743 \text{ m}$$

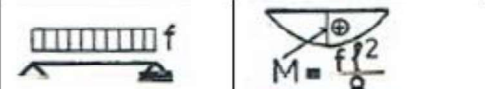
$$f = 19,743071 \text{ mm}$$

## Výpočet přepočtem křivostí

$$\frac{1}{r_{m,g,lt}} = \frac{M_{ek,lt}}{E_{c,eff} * I_{I,lt}} * (1 - \zeta_{lt}) + \frac{M_{ek,lt}}{E_{c,eff} * I_{II,lt}} * \zeta_{lt} = \quad 1/r_{m,lt} = 0,0054821 \text{ m}$$

$$\frac{1}{r_{m,g,st}} = \frac{M_{ek,st}}{E_{cm} * I_{I,st}} * (1 - \zeta_{st}) + \frac{M_{ek,st}}{E_{cm} * I_{II,st}} * \zeta_{st} = \quad 1/r_{m,st} = 0,0000596 \text{ m}$$

$$\frac{1}{r_{sh}} = \left(\frac{1}{r_{sh,I}}\right) * (1 - \zeta_{lt}) + \left(\frac{1}{r_{sh,II}}\right) * \zeta_{lt} = \quad 1/r_{sh} = 0,001700 \text{ m}$$

5		$\frac{5}{48}$	k=	0,104
---	---	----------------	----	-------

$$f = kl^2 * \frac{1}{r_m} \quad f_{lt} = 0,014 \text{ m} \quad f_{st} = 0,000 \text{ m}$$

Průhyby od smršťování

1		0,125	k=	0,125
---	---	-------	----	-------

$$f = kl^2 * \frac{1}{r_m} \quad f_{sh} = 0,005 \text{ m}$$

Průhyby celkem

$$f = f_{st} + f_{lt} + f_{sh} = \quad f = 0,019743 \text{ m} \quad 19,743071 \text{ mm}$$

## Použití dvojitého součinitele $\zeta$

$$I_{II,eff,lt} = \frac{I_{I,lt} * I_{II,lt}}{I_{I,lt} * \zeta_{lt} + I_{II,lt} * (1 - \zeta_{lt})} = \quad I_{II,lt,eff} = 0,000518 \text{ m}$$

$$I_{II,eff,st} = \frac{I_{I,st} * I_{II,st}}{I_{I,st} * \zeta_{st} + I_{II,st} * (1 - \zeta_{st})} = \quad I_{II,st,eff} = 0,000357 \text{ m}$$

fl,lt	fl,eff,lt	f,lt	fl,st	fl,eff,st	f,st	1/rshII,eff	1/rsh	fsh	Celkem
0,006	0,0143	0,0103	5E-05	0,0002	8E-05	0,0016997	0,0011	0,0035	0,0138691 m 13,8690988 mm



# Tabulka pro výpočet s proměnnou ohybovou tuhostí

Charakteristická kombinace reakce podpory 1

R1= 27,5 25,625 kN

Charakteristická kombinace reakce podpory 2

R2= 27,5 25,625 kN

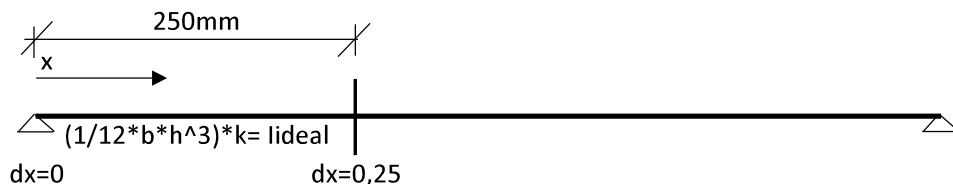
Rozdělit

Počet dílků= 20

Délka dílku= 0,25 m

lel\*k= lli,lt 0,29534874

lel\*k= lli,st 0,11523942



dx [m]	Mek char LT [kNm]	$\zeta^*, Lt$	lideal,lt [m <sup>4</sup> ]	Mek char ST [kNm]	$\zeta^*, st$	lideal,st [m <sup>4</sup> ]	lel*k= lideal,lt k,Lt=	lel*k= lideal,lt k,st=	1/rsh [m <sup>-1</sup> ] *10 <sup>3</sup>
0	0,00	0	0,0012	0,00	0	0,0012	1,0791	1,0265	0,4404
0,25	6,09	0	0,0012	6,53	0	0,0012	1,0791	1,0265	0,4404
0,5	11,53	0	0,0012	12,38	0	0,0012	1,0791	1,0265	0,4404
0,75	16,34	0	0,0012	17,53	0	0,0012	1,0791	1,0265	0,4404
1	20,50	0	0,0012	22,00	0	0,0012	1,0791	1,0265	0,4404
1,25	24,02	0	0,0012	25,78	0	0,0012	1,0791	1,0265	0,4404
1,5	26,91	0	0,0012	28,88	0	0,0012	0,7714	0,7522	1,0376
1,75	29,15	0,5	0,0005	31,28	0,1451	0,0006	0,4638	0,4201	1,6348
2	30,75	0,5	0,0005	33,00	0,2319	0,0004	0,4592	0,3417	1,6558
2,25	31,71	0,5176	0,0005	34,03	0,2777	0,0004	0,4522	0,3157	1,6882
2,5	32,03	0,5272	0,0005	34,38	0,2921	0,0004	0,4522	0,3157	1,6882
2,75	31,71	0,5176	0,0005	34,03	0,2777	0,0004	0,4592	0,3417	1,6558
3	30,75	0,5	0,0005	33,00	0,2319	0,0004	0,4638	0,4201	1,6348
3,25	29,15	0,5	0,0005	31,28	0,1451	0,0006	0,7714	0,7522	1,0376
3,5	26,91	0	0,0012	28,88	0	0,0012	1,0791	1,0265	0,4404
3,75	24,02	0	0,0012	25,78	0	0,0012	1,0791	1,0265	0,4404
4	20,50	0	0,0012	22,00	0	0,0012	1,0791	1,0265	0,4404
4,25	16,34	0	0,0012	17,53	0	0,0012	1,0791	1,0265	0,4404
4,5	11,53	0	0,0012	12,38	0	0,0012	1,0791	1,0265	0,4404
4,75	6,09	0	0,0012	6,53	0	0,0012	1,0791	1,0265	0,4404
5	0,00	0	0,0012	0,00	0	0,0012	1,0791	1,0265	0,4404