



**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE**

---

**Fakulta elektrotechnická**

**Katedra ekonomiky, manažerství a humanitních věd**

**Využití opcí při obchodování na komoditních trzích v EU**

**Options trading on commodity markets in the EU**

Diplomová práce

Studijní program: Elektrotechnika, energetika a management

Studijní obor: Ekonomika a řízení energetiky

Vedoucí práce: prof. Ing. Oldřich Starý Csc.

**Tomáš Kubišta**

Praha 2017



## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Kubišta** Jméno: **Tomáš** Osobní číslo: **406212**  
Fakulta/ústav: **Fakulta elektrotechnická**  
Zadávající katedra/ústav: **Katedra ekonomiky, manažerství a humanitních věd**  
Studijní program: **Elektrotechnika, energetika a management**  
Studijní obor: **Ekonomika a řízení energetiky**

## II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

**Využití opcí při obchodování na komoditních trzích v EU**

Název diplomové práce anglicky:

**Option trading on commodity markets in the EU**

Pokyny pro vypracování:

1. Popište trhy s komoditami
2. Opce a jejich využití na energetických trzích
3. Charakterizujte způsoby oceňování opcí pro jednotlivé typy
4. Oceňte opce na energetické burze

Seznam doporučené literatury:

LEPPARD, Steve. Energy risk management: A non-technical introduction to energy derivatives. 1. London: Risk books, 2006. ISBN 1904339743.  
KTHARP., VanTharp. Van Tharp's definitive guide to position sizing: how to evaluate your system and use position sizing to meet your objectives. 2013. Cary, NC: International Institute of Trading Mastery, 2008. ISBN 9780935219098.  
BREALEY, Richard A., Stewart C. MYERS a Franklin ALLEN. Teorie a praxe firemních financí. 2., aktualiz. vyd. Přeložil Vladimír GOLIK, přeložil Zdeněk MUŽÍK, přeložil Liběna STIEBITZOVÁ. Brno: BizBooks, 2014. ISBN 9788026500285.  
Úvod do liberalizované energetiky: Trh s plynem. 3. Praha: Asociace energetických manažerů, 2015. ISBN 978-80-260-9211-7.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

**prof. Ing. Oldřich Starý, CSc., katedra ekonomiky, manažerství a humanitních věd FEL**

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **04.09.2017**

Termín odevzdání diplomové práce: **09.01.2018**

Platnost zadání diplomové práce:  
**do konce letního semestru 2018/2019**

prof. Ing. Oldřich Starý, CSc.  
podpis vedoucí(ho) práce

podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Ing. Pavel Ripka, CSc.  
podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

\_\_\_\_\_  
Datum převzetí zadání

\_\_\_\_\_  
Podpis studenta



## *Prohlášení*

*Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů pro vypracování závěrečných prací, a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.*

*V Praze dne*

*podpis*



## *Poděkování*

*Rád bych poděkoval své rodině a své přítelkyni za podporu při tvorbě této práce a celém studiu.*





## Abstrakt

V této diplomové práci se věnuji problematice finančních opcí na energetických trzích. Konkrétně se v práci zaměřuji na to, jak obchodníci tyto deriváty využívají jako nástroj pro snižování rizik ve svém portfoliu. Trh s elektřinou a plynem zaznamenal v posledních letech dynamický vývoj a obchodníci hledají způsoby, jak se vypořádat s vysokou volatilitou na těchto trzích. Jedním z nástrojů pro snižování rizika je využití opcí. Vzhledem k tomu, že klasické opce často nesplňují požadavky obchodníků, jsou v praxi používány často takzvané exotické opce, jimž je v práci věnována speciální pozornost.

V první kapitole jsem popsal fungování energetických trhů. Do hloubky jsem v této kapitole rozebral, s jakými produkty a jakými trhy se lze potkat při obchodování s elektřinou a zemním plynem, což jsou komodity, které v dalších kapitolách podrobují detailnější analýze a výpočtům.

Kapitolu druhou jsem již věnoval finančním derivátům, mezi které patří i v práci rozebírané opce. Kromě opcí jsem zde popsal i další deriváty jako jsou například *futures* kontrakty a *swapy*. V této části jsem vypočítal a zobrazil do grafů různé opční pozice jak z pohledu držitele opce, tak i z pohledu vypisovatele. Kromě klasických opcí jsem zde popsal i opce exotické a stejně tak i pro některé z nich vytvořil grafy pro znázornění jejich významu.

Třetí kapitolu jsem začal popisem, jakými způsoby se dají opce ocenit. Tato problematika je zde do hloubky rozebrána a je zde popsána jak základní binomická metoda pro oceňování, tak i složitější metody jako je metoda Black-Scholesova, která je v kapitole odvozena.

Část čtvrtá je již převážně výpočetní, nejprve jsem vstupní data podrobil statistické analýze a počítal zde jejich základní statistické parametry. Dále jsem provedl dva testy normality a výsledek testů zanalyzoval. Pomocí Black-Scholesovi metody jsem poté vypočetl hodnotu klasické kupní a prodejní opce pro ceny elektřiny na dlouhodobém trhu. Kromě samotné ceny jsem vypočetl i citlivostní parametry těchto opcí, takzvané *greeks*, u nichž jsem pak provedl citlivostní analýzu podle odpovídajících parametrů. Další výpočet jsem provedl na těch samých datech, avšak cenu opce jsem tentokrát počítal metodou Monte Carlo pro 1000 simulací. Následně jsem na grafu zobrazil konvergenci metody Monte Carlo k analytické metodě Black-Scholes při zvyšujícím se počtu simulací.

Pátá část je také čistě výpočetní. Opět zde oceňuji opce, tentokrát však již oceňuji *spark spread* opci, která je exotická a která závisí na vývoji dvou korelovaných komodit. Výpočet jsem provedl pomocí dvou analytických aproximací a také pomocí metody Monte Carlo. Vzhledem k výpočetní náročnosti jsem použil pouze 2500 simulací, v tomto případě konvergence metody Monte Carlo k metodám ostatním nebyla tolik znatelná. Dále jsem vypočetl citlivostní analýzu ceny opce v závislosti na vývoji cen komodit a konečně jsem vypočetl delta parametry této opce.

**Klíčová slova:** finanční opce, exotické opce, hedging, risk management

## Abstract

In this diploma thesis, I focus on the topic of financial options in energy markets. More specifically I focus on how can traders use these derivatives as a tool for risk mitigation strategies in their portfolios. Energy markets have gone through very dynamic era over the past decade and traders seek for a way to deal with a high volatility on these markets. One of the effective tools to manage these risks is the use of options whose importance is growing. In view of the fact, that vanilla options often do not fulfil requirements of traders, they have been focusing on exotic options instead.

In the first chapter I described functionality of energy markets. In more detail, I focused on the products which are used when trading on electricity and gas markets. These are the commodities which are the subject of the further analyses.

Chapter number two is about financial derivatives where also option contracts belong. Apart from options, I also described other derivatives such as futures and swaps. In this chapter I calculated and charted many option positions both from long and short point of view. Moreover, I described also exotic options and for some of them I charted their diagrams.

Third chapter I started with the way how the options are priced. This issue is here described in depth. Basic method such as binomial model is described first, then also Black-Scholes model is here derived.

Part four is dedicated to calculations. I calculated basic statistical parameters of my data and performed two normality tests on my data. Then I calculated a price of both call and put vanilla option on long-term power market. Apart from the price I also calculated sensitivity parameters, so called Greeks and sensitivity analyses of those Greeks. Another calculation I performed on the very same dataset but with a Monte Carlo method with 1000 simulations. On the graph, I charted the convergence of the Monte Carlo and Black-Scholes method with a growing number of simulations.

Fifth part is also strictly computational. I once again calculate a price of an option this time so called spark spread option which is exotic and depends on the course of two correlated underlying assets. I used two analytical approximations and Monte Carlo method. This time I used 2500 simulations, but still it was not enough to make these methods converge. I then calculated sensitivity analyses of the option price and the price of underlying assets. Finally, I calculated delta parameters of this option.

**Key words:** financial options, exotic options, hedging, risk management

# Obsah

Úvod.....	13
<b>1 TRHY S KOMODITAMI.....</b>	<b>14</b>
1.1 TRH S ELEKTRINOU.....	14
1.1.1 Over-the-Counter Market.....	15
1.1.2 Burzovní trh.....	15
1.1.3 Dlouhodobé trhy.....	16
1.1.4 Krátkodobé trhy.....	17
1.2 TRH S PLYNEM.....	19
1.2.1 Organizované trhy.....	21
1.2.2 Dlouhodobé trhy.....	22
1.2.3 Krátkodobé trhy.....	23
<b>2 FINANČNÍ DERIVÁTY NA ENERGETICKÝCH TRZÍCH.....</b>	<b>25</b>
2.1 FUTURES.....	25
2.2 FORWARD.....	26
2.3 SWAP.....	26
2.3.1 Komoditní swap.....	27
2.4 FINANČNÍ OPCE.....	28
2.4.1 Klasické opce.....	28
2.4.2 Exotické opce.....	33
<b>3) ZPŮSOBY OCEŇOVÁNÍ OPCÍ A GREEKS.....</b>	<b>39</b>
3.1 BINOMICKÁ OCEŇOVACÍ METODA.....	39
3.2 BLACK – SCHOLESŮV OCEŇOVACÍ MODEL.....	40
3.2.1 Wienerův proces [Brownian Motion a Lemma, DP - literature].....	41
3.2.2 Itův proces a Itovo lemma.....	43
3.2.3 Odvození Black Scholesovi rovnice [Hull].....	43
3.3 ANALÝZA CITLIVOSTI BLACK-SCHOLESOVI ROVNICE, GREEKS.....	45
3.3.1 Delta ( $\Delta$ ).....	46
3.3.2 Gamma ( $\Gamma$ ).....	47
3.3.3 Theta ( $\Theta$ ).....	47
3.3.4 Vega ( $V$ ).....	48
3.3.5 Rho ( $r$ ).....	48
3.3.6 Implikovaná a historická volatilita.....	49
3.4 METODA MONTE CARLO.....	50
3.4.1 Vytvoření možných cest ceny podkladového aktiva.....	51
<b>4 VÝPOČET CENY OPCÍ POMOCÍ METODY MONTE CARLO A BLACK-SCHOLES.....</b>	<b>53</b>
4.1 Analýza vstupních dat.....	53
4.2 Kolmogorov-Smirnov test [Baštinec].....	54
4.3 Jarque-Bera test [Jarque-Bera pdf].....	55
4.4 Závěr ze vstupní analýzy.....	56
4.5 Výpočet ceny opce pomocí Black-Scholesova modelu.....	57
4.6 Interpretace výsledků a analýza citlivosti.....	58
4.7 Analýza citlivosti.....	59
4.6 Výpočet ceny opce pomocí metody Monte-Carlo.....	60
<b>5) OCENĚNÍ EXOTICKÝCH OPCÍ NA KOMODITNÍM TRHU.....</b>	<b>62</b>
5.1 ZÁKLADNÍ ÚDAJE PRO VÝPOČET OPCÍ.....	62
5.2 POUŽITÉ APROXIMACE PRO VÝPOČET CENY EXOTICKÝCH OPCÍ.....	63

5.2.1	<i>Magrabeho metoda</i> .....	63
5.2.2	<i>Kirkova aproximace</i> .....	64
5.2.3	<i>Bjersund a Stenslandova aproximace</i> .....	65
5.3	MODELOVÝ PŘÍKLAD – OCENĚNÍ SPARK SPREAD OPCE V ENERGETICKÉM ODVĚTVÍ .....	65
5.3.1	<i>Citlivostní analýza – závislost ceny opce na ceně vstupních komodit</i> .....	68
5.4	DELTA HEDGING SPREAD OPCE.....	71
5.4.1	<i>Výpočet delta parametrů pro spread opci</i> .....	72
	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY .....	76
	SEZNAM OBRÁZKŮ .....	79
	PŘÍLOHY .....	<b>CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.</b>

## Úvod

Elektřina jako taková, je velice specifická komodita. Právě kvůli specifickým vlastnostem elektřiny je i trh, na kterém se elektřina obchoduje, místo se specifickými pravidly pro obchodování. Jakožto komodita, která je charakteristická svojí neskladovatelností, se elektřina začala v České Republice na burze obchodovat v roce 2007, kdy vznikla společnost PXE, na které se obchodují kontrakty forward a futures, díky nimž obchodníci zabezpečují své pozice na delší časové období v budoucnosti.

V návaznosti na proběhlou liberalizaci, vzniklo organizované místo, kterým je burza, kde se obchoduje značná část vyrobené elektřiny. Kromě dlouhodobého trhu, kde se obchodují převážně roční, kvartální a měsíční produkty, vznikl také trh denní, neboli spotový, který se svojí organizací odlišuje od trhu dlouhodobého. Poslední instancí, kde se obchoduje elektřina, je trh vnitrodenní, kde obchodování probíhá kontinuálně 24 hodin denně, 7 dní v týdnu.

Spolu s rozvojem energetických trhů, se při obchodování na těchto trzích začaly uplatňovat již existující obchodní nástroje, mezi které se řadí i opce. Ať už jsme na energetickém trhu v pozici výrobce, spotřebitele, či spekulanta, jsme vždy vystaveni různým druhům rizika. Nejzásadnější je riziko změny ceny, pro obchodníka nepříznivým směrem. Vedle toho podstupuje obchodník na burze také riziko likvidní, kvůli kterému obchodník neví, zda dokáže za stanovenou cenu nakoupit potřebné množství produktu.

Zájmy výrobce a spotřebitele jdou proti sobě. Zatímco výrobce by rád prodal svůj produkt za cenu co nejvyšší, spotřebitel doufá v opačný vývoj ceny. Aby oba subjekty v rozumné míře pokryly cenové a likvidní riziko, zabezpečují svoji pozici na dlouhodobém trhu. Opce, jichž je mnoho druhů, pomáhají subjektům aktivním na energetických trzích vytvořit takovou obchodní pozici, která minimalizuje cenové riziko.

Na v Evropě nejstarším a nejrozvinutějším trhu s elektrickou energií, Nordpoolu, se začalo s opcemi na elektřinu obchodovat poprvé v roce 1999. Ještě dříve však měli zkušenosti s obchodováním opcí na americké burze NYMEX, kde se se standardizovanými opčními kontrakty na elektrickou energii obchodovalo již v roce 1996. V současné době nejsou trhy s opcemi v EU likvidní, většina opcí se zobchoduje bilaterálně po telefonu a parametry opce jsou předmětem dohody jednotlivých protistran.

# 1 Trhy s komoditami

## 1.1 Trh s elektřinou

V České Republice dal trhu s elektřinou vzniknout Energetický zákon č.458/2000 Sb. Liberalizovaný trh s elektřinou byl jednou z podmínek vstupu do Evropské unie. Česká republika toto s předstihem splnila a od roku 2007 je funkční Pražská energetická burza PXE, na které se obchodují dlouhodobé produkty.

Jednou z podmínek pro to, aby byl trh efektivní, je konkurenční prostředí. V rámci unbundlingu došlo k oddělení výroby od přenosu a vzniku nezávislého provozovatele přenosové soustavy, který zodpovídá za provoz, údržbu a investice do síťové infrastruktury.

V rámci zmiňovaného unbundlingu vznikl i nezávislý regulátor. V České republice činnosti spojené s regulací v energetice vykonává Energetický regulační úřad. Ten vydává cenové vyhlášky týkající se regulovaných složek ceny jako jsou například poplatky za distribuci elektřiny, poplatky na podporu obnovitelných zdrojů, ceny tepla a další.

Zatímco přenos elektřiny zůstal pod dohledem státu, v oblasti výroby a obchodu vzniklo konkurenční prostředí. Otevírání trhu probíhalo postupně, nejprve na volbu dodavatele energií měly právo pouze větší spotřební firmy, později se liberalizace projevila i na možnosti volby pro každého zákazníka. Obchodníci s elektřinou musí vlastnit licenci na obchod s elektřinou, tu vydává Energetický regulační úřad. Po zajištění licence si obchodník zřídí přístup na trh a zákaznické portfolio.

Na trhu s elektřinou vystupují následující subjekty:

- **Výrobci** – dodávají elektřinu do soustavy a nabízejí provozovateli přenosové soustavy podpůrné služby. Nasmlouvají dopředu dodávaný výkon, v případě vychýlení se od obchodního diagramu platí za odchylku.
- **Zákazníci** – odebírají elektřinu ze soustavy, velcí zákazníci obchodují rovněž na trzích s cílem dosáhnout co nejmenších nákladů na pokrytí dodávky
- **Energetické společnosti** – vyrábí a prodávají elektřinu, zabezpečují se proti cenovým výkyvům, optimalizují portfolio na krátkodobých trzích

- **Obchodníci** – na začátku vystupují s nulovou obchodní pozicí, snaží se získat zákazníky a optimalizovat nákup a prodej elektřiny tak, aby maximalizovali svoji marži
- **Banky** – obchodují s finančními produkty, mohou zastupovat menší klienty
- **Fondy** – obchodují hlavně finanční produkty, spekulují na výkyv cen
- **Nadnárodní společnosti** – optimalizují portfolia přes celý region, využívají možnosti přeshraničních arbitráží

Z hlediska způsobu uzavírání obchodů, má obchodník na výběr ze dvou variant. Jednak svoji pozici může zajistit bilaterálně čili uzavřením obchodu s konkrétní protistranou, nebo zobchodováním požadovaného množství na burze s elektřinou, kde veškeré obchody jsou uzavírány proti burze.

### *1.1.1 Over-the-Counter Market*

Takzvaný obchod „přes pult“. Zde se obchoduje s elektřinou bez záštity oficiální instituce, která by přebírala odpovědnost za vypořádání mezi jednotlivými subjekty. Rizika v tomto typu obchodování řeší mezi sebou jednotliví partneři bilaterálně, nejzásadnější riziko v tomto typu obchodování je riziko kreditní. Velké společnosti stanovují k řízení tohoto rizika jednotlivým protistranám kredit, který pokud protistrana vyčerpá, je s ní zastaveno obchodování. Riziko likvidní a cenové při tomto kontraktu odpadá, neboť je předem pevně stanoveno v konkrétním kontraktu.

### *1.1.2 Burzovní trh*

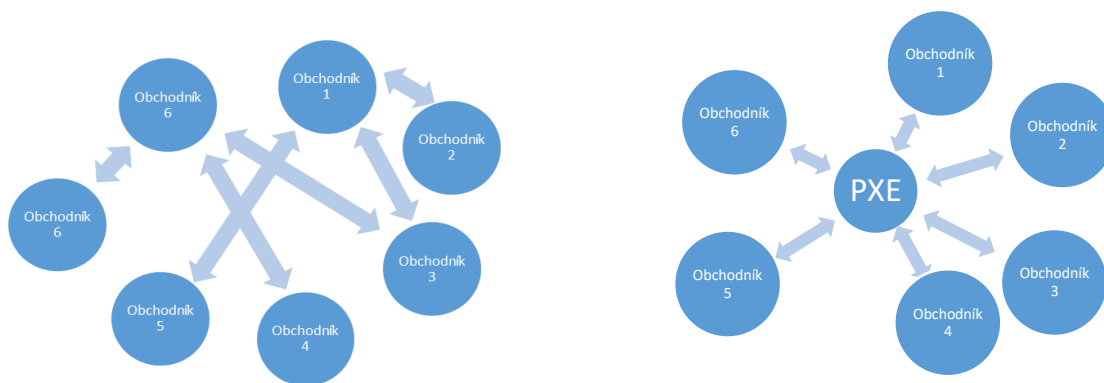
Obchody na burzovních trzích jsou vždy zaštit'ovány dohledem zodpovědného orgánu – burzy. Burza poskytuje anonymní obchodování se standardizovanými produkty. Obchodování může probíhat kontinuálně, nebo v případě spotového trhu formou aukcí. V České republice se s dlouhodobými produkty obchoduje na burze PXE<sup>1</sup>, která je cenově velmi spjata s větší a v Evropě nejvýznamnější německou burzou EEX. Spotový trh, na kterém se obchoduje fyzická dodávka elektřiny na následující den, je zajišťován společností OTE a.s.<sup>2</sup>

Rozdíl v jednotlivých typech obchodování je vysvětlen na následujících ilustračních obrázcích.

---

<sup>1</sup> <https://www.pxe.cz>

<sup>2</sup> <http://www.ote-cr.cz>



Obrázek 1: Vztahy na OTC a burzovním trhu, zdroj [5].

Z pohledu rizika podstupuje obchodník na burze tato:

- Komoditní riziko – vývoj ceny na trhu ovlivňuje výsledky a úspěšnost obchodování
- Měnové riziko – pohyby měnových kurzů mohou způsobit ztrátu
- Likviditní riziko – zohledňuje se tzv. „hloubka“ trhu, dnes jsou, zejména dlouhodobé trhy, dostatečně likvidní.

### 1.1.3 Dlouhodobé trhy

Trhy s dlouhodobými kontrakty slouží zejména k bilancování obchodní pozice na delší časový horizont dopředu. Časový horizont není ničím omezen, avšak standardizované dlouhodobé kontrakty, s nimiž se obchoduje na energetické burze, jsou obchodovány na maximálně šest let dopředu. Nejčastějšími dlouhodobými produkty jsou roční, kvartální a měsíční *futures* s finančním vypořádáním.

Čím bližší je časový horizont obchodování, tím je trh likvidnější. To znamená, že k dubnu roku 2017 jsou nejobchodovanějšími produkty měsíc květen, třetí kvartál roku 2017 a kalendářní rok 2018.

Na těchto trzích se obchodují nejčastěji standardizované **futures kontrakty s finančním vypořádáním**, jimiž si obchodník zajišťuje cenu elektřiny, nikoliv její fyzickou dodávku, na delší dobu dopředu. Pro výrobce i dodavatele elektrické energie má dlouhodobý trh především funkci zajištění ceny a snížení rizika spojeného s pohybem ceny na burze. Kromě zajištění ceny jsou trhy využívány pro spekulativní účely.





Obrázek 2, finanční future call18, burza EEX, Phelix trh, zdroj: www.eex.com

Na grafu je zachycen průběh ročního futures kontraktu call18 na trhu Phelix, což je společný Německo-rakouský trh. V Česku zajišťuje tento trh společnost PXE, jelikož je český a německý trh značně korelován (korelační koeficient 0,996) jsou průběhy ceny elektřiny stejné. Zobchodování jedné megawatthodiny na tomto trhu znamená vytvoření obchodní pozice 1MW v průběhu celého roku 2018. Jelikož se obchoduje standardně v hodinové granularitě, vytvořil by obchodník tímto obchodem finanční expozici v hodnotě  $1\text{MW} \times 8760\text{h} \times 30,1 \text{ €/MWh} = 263\,676 \text{ €} = \text{cca } 7 \text{ mil. Kč}$ .

Vzhledem k vysoké volatilitě zde hraje významnou roli otázka **finančního zajištění** obchodníka, neboť i při takto malé transakci vyvolá změna v ceně o jedno euro přecenění pozice o 8 760 €. Aby obchodníci reflektovali změnu ceny ve své pozici, používají každodenní přeceňování na základě tržní ceny tzv. „Mark to market“.

Kromě standardizovaných futures kontraktů se obchodují kontrakty typu **forward**. Jsou to v principu ty samé obchody jako futures, s tím rozdílem, že fungují na principu OTC, neboli bilaterálního kontraktu.

Velikost dodávky, cena a časové období podléhají dohodě mezi dvěma protistranami. Jelikož zde nefiguruje centrální protistrana, probíhá finanční vypořádání bilaterálně. Subjekty v tomto případě pro snížení kreditního rizika používají standardizované rámcové smlouvy EFET.

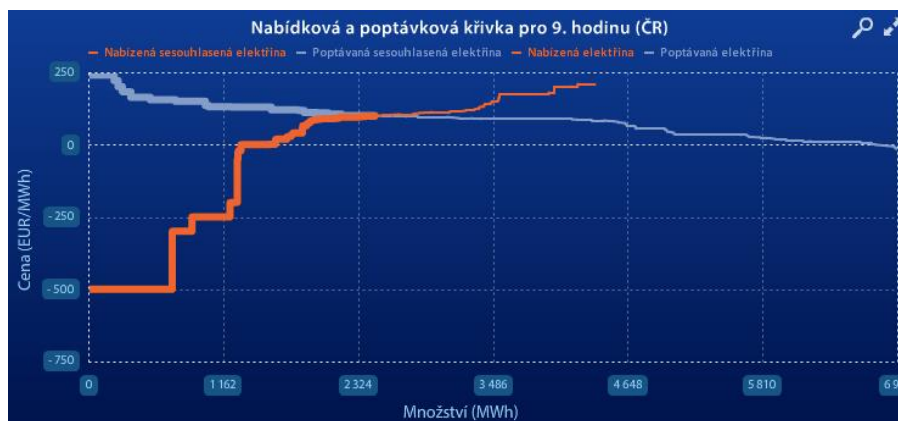
#### 1.1.4 Krátkodobé trhy

Krátkodobé trhy fungují již k zajištění fyzické dodávky elektřiny. Nejlikvidnějším z těchto trhů je denní (spotový) trh, kde se zobchoduje převážná část elektřiny. V České republice provozuje denní trh s elektřinou společnost **OTE**, jejímž akcionářem je stát.

Zobchodované množství elektřiny na denním trhu bývá běžně nad 60 TWh, na německém spotovém trhu **EPEX** se běžně obchoduje více než 700 TWh elektrické energie, nutno však zmínit, že se jedná opět o jednotný německo-rakouský trh.

Krátkodobé trhy fungují zároveň jako trhy dorovnávací. Obchodník sečte sumu obchodů, uskutečněných na dlouhodobých trzích a svoje závazky k následujícímu dni, výsledný rozdíl potom pošle jako nabídku či poptávku do systému OTE s příslušnou cenou. Operátor trhu agreguje všechny nabídky a poptávky podle ceny do cenových křivek, které tvoří nabídku a poptávku.

Každý den do 11:00 mohou obchodníci posílat do systému svoje obchodní pozice a operátor trhu nabídky vyhodnotí a v 11:40 zveřejní výsledky aukce, ve které se stanoví tržní (clearingová) cena pro každou obchodní hodinu.



Obrázek 3, tvorba ceny na spotovém trhu, zdroj: OTE a.s.

Na grafu je tržní cena pro konkrétní hodinu ve dne 16. ledna. Tento datum jsem vybral záměrně, neboť je na něm vidět vysoká poptávka po elektřině. K vyčištění trhu došlo na cenové hladině 100 €/MWh, což je velice nadprůměrná cena, uvažíme-li, že roční kontrakty na rok 2017 se obchodovaly okolo 30 €/MWh. Výrobce, který veškerou svoji elektřinu prodal na dlouhodobých trzích, přišel v tomto konkrétním případě o rozdíl 70 €/MWh.

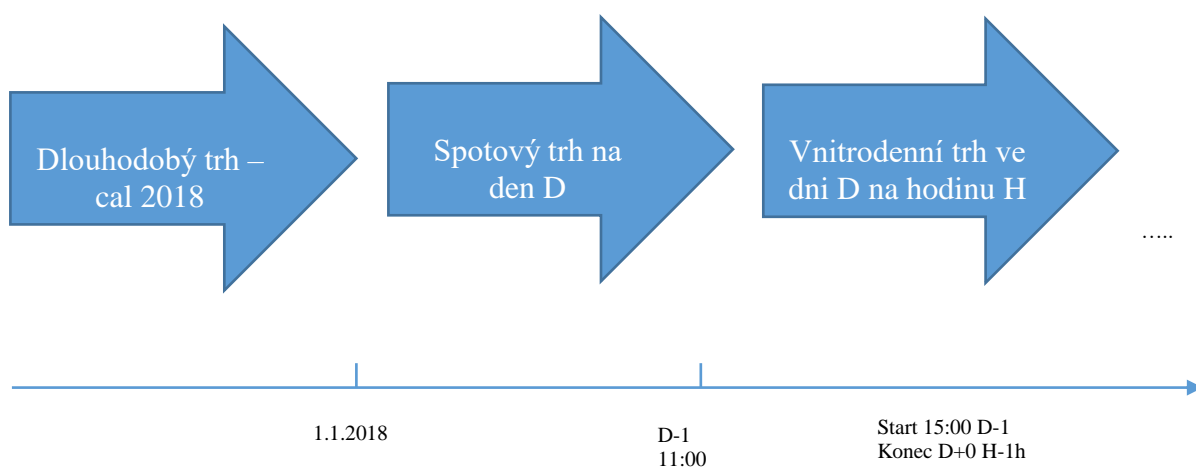
Otázka, kolik elektřiny prodal dopředu na dlouhodobých trzích a zajistit se proti výkyvům, souvisí s přístupem jednotlivého subjektu k riziku. Podle svého portfolia si společnosti vytvářejí vlastní obchodní strategie a řeší konkrétní optimalizační úlohy.

Dalším krátkodobým trhem je **vnitrodenní trh** (dále jen VDT), na němž se začíná obchodovat D-1 v 15:00, po uzavření denního trhu. Subjekty mají na tomto trhu možnosti optimalizovat svoji obchodní pozici. To je vhodné zejména pro zdroje, jejichž výroba je

nejistá a závislá na nějakých náhodných faktorech. Typicky jsou takovými zdroji zdroje obnovitelné. Význam vnitrodenních trhů („intraday“, nebo i „within day“) poslední dobou s rozvojem OZE narůstá.

Na VDT se obchoduje elektřina s fyzickým vypořádáním. Obchodníci mají možnost na českém VDT obchodovat až do H-1, čili do hodiny před skutečnou dodávkou.

Nejpokročilejším intraday trhem je v Evropě opět trh německý, který je nejlikvidnější a na kterém obchodují díky přeshraničnímu propojení stovky i mimo-německých subjektů, včetně českých. Uzávěrka na německém trhu je H-30min, čili pro konkrétní obchodní hodinu 30 minut před dodávkou, s výhledem na H-5min do konce roku 2017.



Obrázek 4, uzávěrky na jednotlivých trzích a jejich návaznost, zdroj: <http://www.ote-cr.cz/>

## 1.2 Trh s plynem

V plynárenství platí podobná pravidla pro obchodování s komoditou jako u elektřiny. Existují zde však rozdíly, které jsou dány rozdílnými fyzikálními vlastnostmi těchto komodit. Na rozdíl od elektřiny, která je ve velkém měřítku neskladovatelná, se zemní plyn dá do určité míry skladovat v plynových zásobnících.

Základní právní rámec pro obchod s plynem ustanovuje zákon č. 458/2000 Sb. tzv. „energetický zákon“, který je doplněn celou řadou vyhlášek vydávaných Ministerstvem průmyslu a obchodu nebo Energetickým regulačním úřadem.

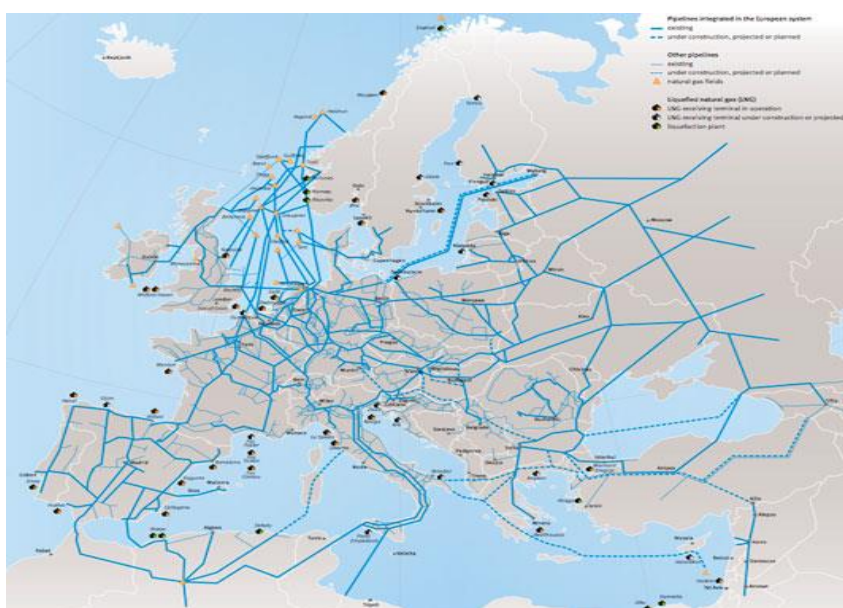
Plynárenství bylo před započítáním liberalizace považováno za přirozený monopol. První průkopnickou zemí byla, stejně jako v případě trhu s elektřinou, Velká Británie. Na základě pozitivních zkušeností zvláště z Velké Británie byl v roce 1998 přijat první

liberalizační balíček pro plynárenství. Hlavním argumentem bylo snížení cen plynu pro konečné spotřebitele působením konkurence. První liberalizační balíček vyšel jako směrnice č. 98/30/ES o společných pravidlech pro vnitřní trh s plynem.

Druhý liberalizační balíček byl oproti prvnímu již podstatně propracovanější, plynárenství se týkalo především Nařízení č. 1775/2005 a směrnice č. 2003/55/EC. Obsahoval podrobné ustanovení o přístupu k plynárenským přepravním soustavám.

Konečně nejaktuálnější legislativa o liberalizaci trhu s plynem vyšla v rámci třetího liberalizačního balíčku. V České republice existuje možnost pro zákazníky změnit dodavatele zemního plynu od roku 2007.

V současné době je plynárenská soustava v Evropě hustě propojena.



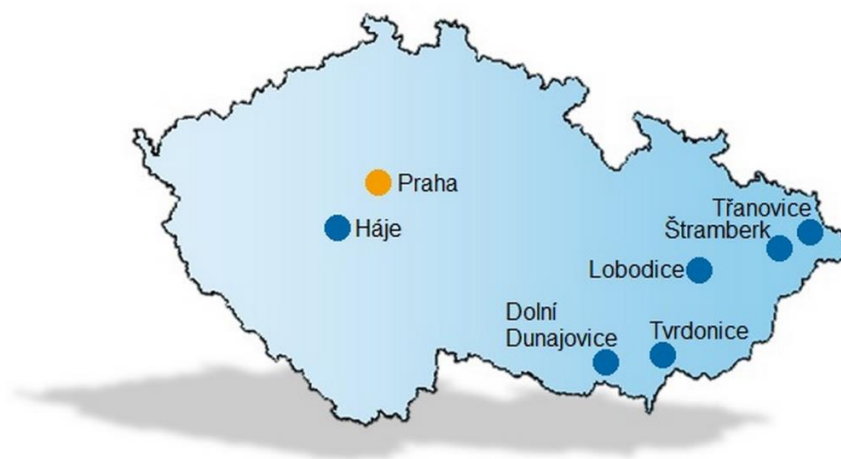
Obrázek 5, mapa tranzitních plynovodů v Evropě, zdroj: ENTSO - E

Obchod se zemním plynem je poměrně specializované odvětví. Ve své podstatě jsou elektrina i zemní plyn homogenní komodity v obchodování se tedy vyskytují podobné produkty a definice. Na rozdíl od elektřiny je však zemní plyn částečně skladovatelný. Částečně proto, protože při produkci zemního plynu je kladen důraz na plynulost a stálost těženého množství. K účelu skladování komodity slouží skladovací kapacity – **zásobníky**. Obchodně se kapacita v zásobnících obstarává formou aukcí.

Podle ERÚ<sup>3</sup> je v České Republice v současné době v provozu sedm zásobníků plynu z nichž šest vlastní společnost Innogy gas storage, jejíž skladovací kapacita činí 2,7 miliard

<sup>3</sup> <http://www.eru.cz/cs/-/nz-2014>

metrů krychlových. Jeden zásobník vlastní společnost MND gas storage, které patří zásobník v Uhřetěbuzích, kde je skladovací kapacita 235 metrů krychlových.



Obrázek 6, zásobníky zemního plynu v ČR, zdroj: <http://oenergetice.cz/plyn/zasobniky-plynu-v-cr/>

Vedle obchodu se samotnou komoditou má tak obchodník na starosti další činnosti jako je obstarávání uskladňovacích kapacit, nominace tranzitu plynu, obchod s nevyužitou flexibilitou a nákup přenosové kapacity díky níž si obchodník rezervuje v tranzitní síti místo pro svoji komoditu.

Z hlediska produktů vypadá obchod se zemním plynem stejně jako obchod s elektřinou, na dlouhodobých trzích se obchoduje převážně finančními futures a na krátkodobých trzích potom už přímo s fyzickou komoditou. Rozdíl oproti obchodu s elektřinou je v harmonogramu dodávky. Nákup plynu na konkrétní den znamená rovnoměrné rozložení nakoupeného objemu do dvaceti čtyř obchodních hodin. Plynárenský den je definován od 6:00 do 6:00 následujícího dne.

### 1.2.1 Organizované trhy

Stejně jako elektřinu, lze plyn obchodovat na burze, nebo bilaterálním způsobem. Pro obchodování na burze vznikly v Evropě jednotlivé virtuální obchodní body, tzv. „huby“. Jedná se o body, kam šlo dopravit či odebrat plyn různými směry, což dávalo obchodníkům určitou flexibilitu. Mezi nejvýznamnější virtuální obchodní body patří:

- NBP – National Balancing Point, Velká Británie
- TTF – Title Transfer Facility, Nizozemí

- NCG – NetConnect Germany, Německo
- ZEE – Zeebrugge, Belgie
- PEG – Point d'échange de gaz, Francie
- PSV – Punto di Scambio Virtuale, Itálie
- CEGH – Central European Gas Hub, Rakousko

### *1.2.2 Dlouhodobé trhy*

Dlouhodobé trhy nemají přesnou definici. Délka kontraktu na dodávku zemního plynu není při bilaterálním vyjednávání v podstatě ničím omezena. Délka kontraktu na dlouhodobém trhu s plynem může být i 25 let.

#### **a) Ložiskové (importní) kontrakty**

Jsou uzavírány přímo s producenty zemního plynu. Jeden z takovýchto kontraktů uzavřel na začátku devadesátých let i český stát. Za účelem zajištění dlouhodobých diverzifikovaných dodávek zemního plynu uzavřel dlouhodobý kontrakt na dvacet let s konsorciem norských producentů a na 25 let kontrakt s ruskou společností Gazprom. V rámci těchto kontraktů je většinou součástí určitá flexibilita. Flexibilita je důležitá, neboť zákazník, v tomto případě stát, neví, jak přesně se bude vyvíjet poptávka po komoditě.

Importní kontrakty obsahují obvykle minimální odběrovou povinnost 5 -15 % od ročního smluvního objemu. Flexibilita může být roční, což je část smluvního množství, které zákazník nemusí odebrat, ale mohou mít i flexibilitu denní, která definuje, jaké denní množství plynu nemusí zákazník odebrat.

Cena kontraktů na dodávku zemního plynu může být navázaná na jiné deriváty, především však ropné. Pro tyto kontrakty se vžil výraz „olejové kontrakty“. Cena kontraktu se stanoví pomocí aditivního olejového vzorce vázaného na ropné deriváty. Nejčastěji jsou podkladová aktiva lehký a těžký topný olej. Vzorec pro cenu kontraktu se pak skládá ze dvou částí, jednak z části fixní, která je většinou neměnná po celou dobu kontraktu a jednak z části variabilní, která vychází z průměru (obvykle šesti či devíti měsíčního) ceny ropného derivátu.

## **b) Flexibilní kontrakty dodávkové**

Jsou druhou kategorií dlouhodobých kontraktů. Obvykle se jedná o kontrakty s dodávkou v rámci jednoho lokálního trhu. Protistranou pro importéra, respektive producenta je obvykle obchodník s plynem na daném trhu. Délka těchto kontraktů bývá maximálně pět let. Obvyklým dodacím bodem jsou virtuální prodejní body. Dodávkové kontrakty mívají definovaný roční kontrahovaný objem a minimální a maximální odběrové množství. Flexibilita reflektuje volatilitu portfolia kupujícího.

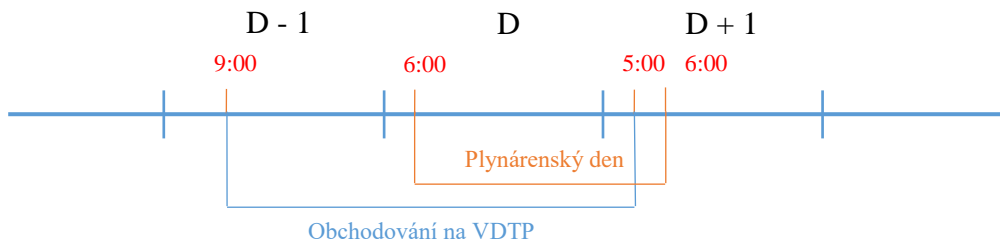
Zmíněné olejové vzorce se při obchodování přestávají v poslední době používat. Důvodem je zvýšená likvidita na trzích se zemním plynem. Obchodníci jsou ochotni akceptovat volatilitu cenových vzorců na trhu s plynem. Jako reference pro obchodování tedy slouží indexace na trh s plynem spjatým s místem dodávky, nejčastěji používaným je měsíční index, k jehož aktualizaci dochází každý měsíc. Kromě měsíčního indexování může probíhat indexování na denní bázi. Index je vypočítán z průměrné ceny denních obchodů na spotovém trhu. Cena pro konkrétní měsíc je potom počítána jako průměr spotových cen a cena se tedy tvoří v průběhu dodávky.

## **c) Baseloadové (dodávkové) kontrakty**

Jsou alternativou k předchozím typům kontraktů. Tyto kontrakty, na rozdíl od předchozích, neobsahují z pravidla žádnou flexibilitu. Dodání komodity je tedy rovnoměrně rozloženo do jednotlivých dnů a obchodních hodin. Standardně se doba dodání pohybuje nejdéle na tři roky dopředu.

### *1.2.3 Krátkodobé trhy*

Stejně jako u elektřiny, zajišťuje provoz krátkodobého trhu s plynem v České republice společnost OTE. Na rozdíl od elektřiny se s plynem obchoduje spíše na dlouhodobější bázi, likvidní spotový trh s plynem v Česku není provozován společností OTE, ta provozuje trh **vnitrodenní**. Tento trh je kontinuální a obchoduje se na něm tedy každý den v roce. Na rozdíl od vnitrodenního, nebo spotového trhu s elektřinou, se na vnitrodenním plynovém trhu neobchodují konkrétní obchodní hodiny, ale celý obchodní den, tzv. „plynárenský den“. Vnitrodenní trh se otevírá v 9:00 dne D-1, tedy den před dodávkou, uzavírá se v 5:00 ve dni D+1, tedy hodinu před koncem plynárenského dne.



Obrázek 7, harmonogram obchodování na vnitrodenním trhu s plynem (VDTP)

Vedle vnitrodenního trhu provozuje OTE také **trh s nevyužitou flexibilitou**. Obchodníci, kteří nedodrželi svůj obchodní diagram na konkrétní den, mohou dodatečnou flexibilitu dokoupit, respektive doprodat, na tomto trhu ještě den po obchodování. Flexibilitu dostane obchodník na konkrétní den přidělenou, její velikost se odvíjí od velikosti zobchodovaného množství plynu. Pokud obchodník přidělenou flexibilitu překročí (například vzroste poptávka vlivem prudkého ochlazení) je finančně postižen. Na tomto trhu se střetává nabídka obchodníků, kteří mají flexibility nadbytek a poptávka obchodníků, kteří jí mají nedostatek.

Jak jsem již psal výše, **denní trh** u nás není organizován společností OTE, denní trh pro plyn však existuje v rámci virtuálního obchodního bodu CEGH Czech Gas Exchange. Tento obchodní bod je sloučením české burzy PXE a rakouské CEGH. Kromě denního trhu se na tomto bodě obchodují tyto produkty: *Weekend* – dodávka na konkrétní sobotu a neděli. *Weekend Days* – dodávka na konkrétní víkendový den.



## 2 Finanční deriváty na energetických trzích

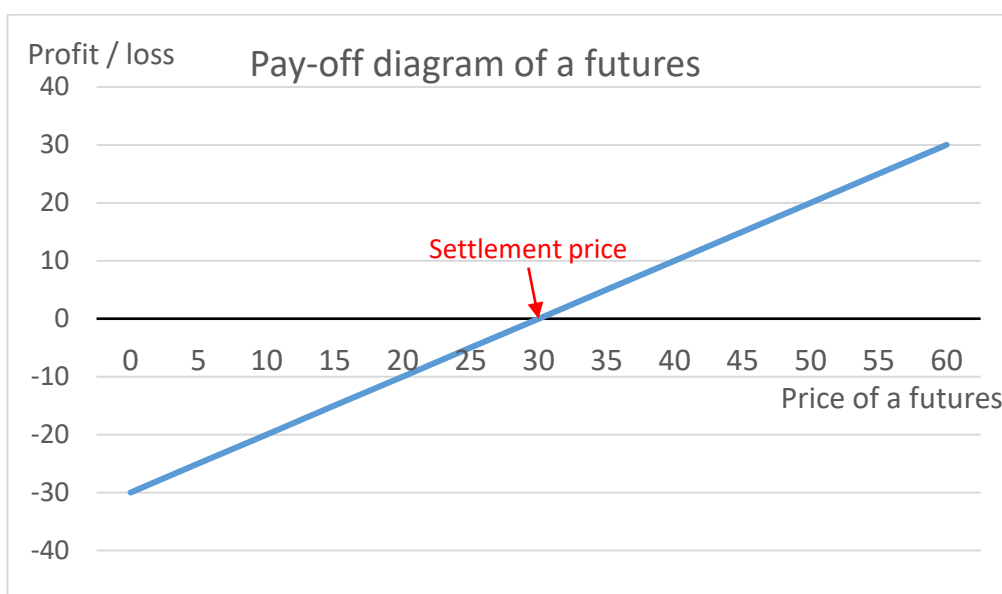
S rozvojem energetických trhů došlo i k rozvoji a aplikaci finančních derivátů se kterými se na těchto trzích začalo obchodovat. Společnosti aktivní na energetických trzích hledaly způsoby, jak se zabezpečit proti výkyvům cen, ke kterým kvůli vysoké volatilitě komoditních trhů dochází.

### 2.1 Futures

Klasickým nástrojem pro řízení rizika je uzavírání dlouhodobých kontraktů typu futures a forward. Tyto nástroje jsou srozumitelné, poměrně jednoduché a vysoce standardizované. Jejich hodnota je odvozena od podkladového aktiva, na energetických trzích to může být například spotová cena elektřiny.

U většiny obchodů uzavřených tímto způsobem na energetickém trhu nedojde k fyzické dodávce elektřiny, obchodníci většinou uzavírají svoje pozice před termínem konce obchodování na daný produkt, tyto typy kontraktů se nazývají finanční futures. Pokud má dojít i k dodávce komodity, pak se jedná o fyzické futures, které se však na burzovním trhu obchoduje velice zřídka a obchod s fyzickou komoditou pak připadá na spotové trhy.

Schéma výplaty (též payoff diagram) futures kontraktu z pohledu kupujícího je velice jednoduchý, k zisku, respektive ztrátě dochází vždy při výkyvu ceny nahoru, respektive dolů.



Obrázek 8, payoff diagram futures

Koupí futures kontraktu si obchodník zajistí cenu na delší časové období v budoucnosti. Jeho možný zisk z koupě tohoto instrumentu je buďto teoreticky neomezený, nebo omezený cenovým stropem nastaveným regulátorem. Jeho nejhorší možná ztráta je propad cen až na nulu. Zvláštní situace nastává na krátkodobých trzích s elektřinou, kde se cena může dostat až do záporných hodnot. Takové situace nastávají při nízké spotřebě a vysokém podílu intermitentních zdrojů na výrobě elektřiny. Na spotovém trhu se však obchoduje, jak jsem již psal výše, s fyzickou elektřinou. Na dlouhodobém trhu, který slouží zejména k jištění a spekulacím, tyto situace nenastávají.

## **2.2 Forward**

Kontrakt typu forward je obdobou kontraktu futures. Stejně jako u předchozího typu, slouží tento kontrakt pro zajištění ceny komodity na specifikované množství a dodávku v budoucnosti. Rozdíl je v tom, že se obchoduje bilaterálním způsobem.

Díky bilaterálním dohodám se protistrany mohou dohodnout na specifickém objemu, časovém období a ceně. Tím nedochází u tohoto typu kontraktu ke každodennímu přeceňování na základě tržních cen tzv. „Mark to market“.

Nakupující i prodávající může koupí požadovaného objemu komodity eliminovat tržní riziko, neboť si zafixuje cenu na požadovaný objem. Dále se zbaví rizika likvidity, které se rovněž vyskytuje na burze. Obě protistrany však podstupují kreditní riziko, které je specifické pro každou jednotlivou protistranu. Obecně velké společnosti s dlouhou tradicí mají při uzavírání těchto kontraktů lepší postavení díky nižšímu kreditnímu riziku.

## **2.3 Swap**

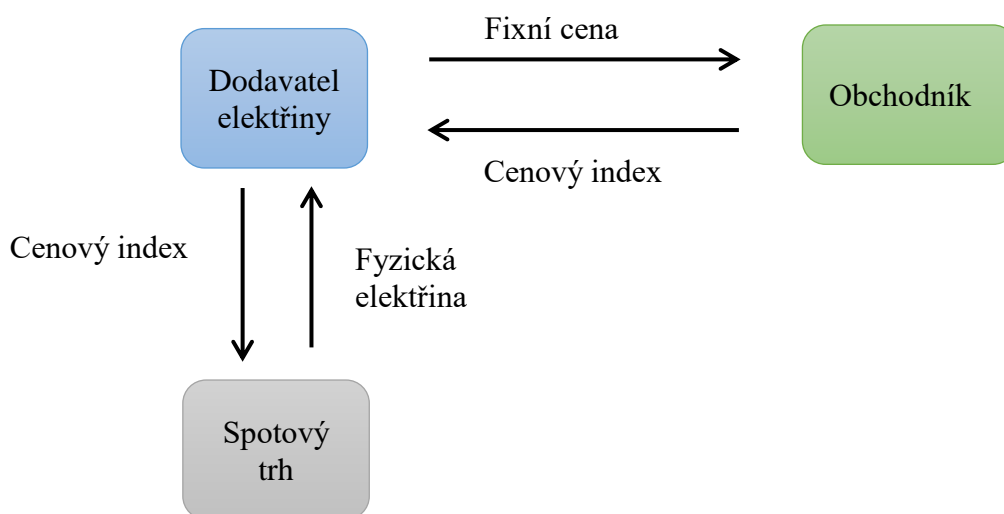
Swap je finanční derivát, se kterým se obchoduje od osmdesátých let dvacátého století, své uplatnění našel na finančních i komoditních trzích. Swap je ve své podstatě dohoda dvou protistran o výměně série budoucích cash flow.

Nejpoužívanější a nejjednodušší typ swapu je úrokový swap (Plain Vanilla Interest Rate Swap). Úrokový swap spočívá ve výměně peněžních toků odvozených na jedné straně od fixní a na druhé straně od pohyblivé úrokové sazby. Tato transakce zavazuje protistrany platit sjednaný úrok z dohodnuté částky na dohodnuté období pravidelně ke sjednaným datům v budoucnosti.

### 2.3.1 Komoditní swap

Komoditní swap funguje na podobném principu. Dvě společnosti si v tomto případě vyměňují peněžní toky, které jsou závislé na ceně nějaké komodity. Jednotlivé kontrakty jsou obvykle šité na míru, a proto se obchodují převážně bilaterálním (OTC) způsobem. Dohodnutý komoditní swap mezi dvěma společnostmi může mít jako podkladové aktivum například elektřinu. Nejčastějším typem komoditního swapu je tzv. „*fixed for floating swap*“ ve kterém jsou vyměněny fixní platby za určité množství elektřiny k určitému datu za časově proměnný index, v případě elektřiny by se mohlo jednat o index spotového trhu.

V kontraktu dochází pouze k výměně cash flow, nikoliv k dodávce fyzické elektřiny. Tím, že poskytovatel swapu neneseriziko z nedodávky elektřiny, může poskytnout lepší ceny, než by kupující dostal za nákup fyzické elektřiny. Naopak fyzickou elektřinu si kupující obstará například na spotovém trhu za cenu, kterou ale zároveň obdrží ze swap kontraktu. Tím kupující platí fixní cenu a podstupuje nízké riziko z nedodávky fyzické elektřiny.



Obrázek 9, komoditní swap, diagram

Komoditní swapy jsou základním nástrojem k řízení rizik pro energetické společnosti, velký význam mají například v ropném odvětví.

## 2.4 Finanční opce

Opcím bude v této práci přikládána největší pozornost, v této části uvedu pouze obecný úvod k opcím a vysvětlím základní principy obchodování s nimi.

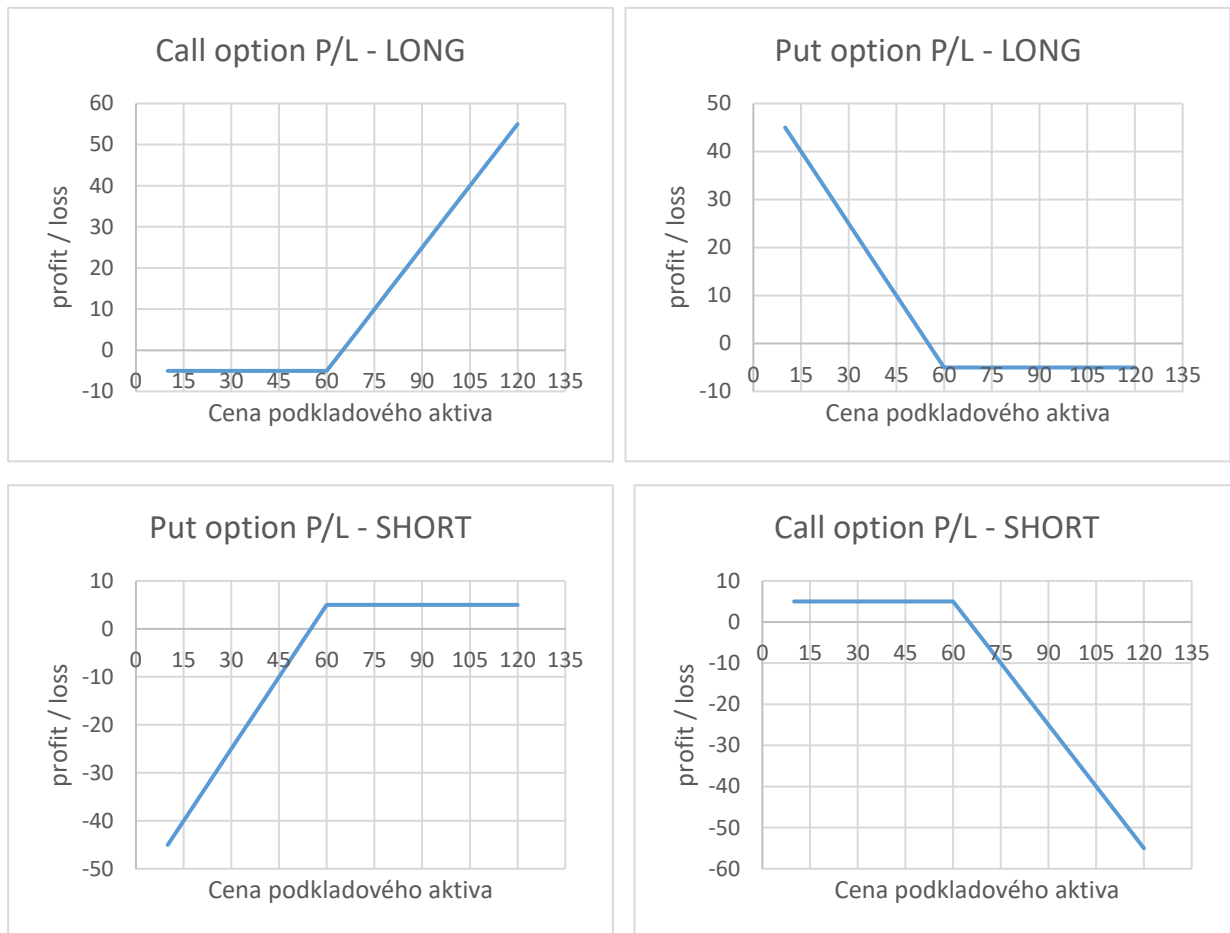
Opce se dají pojmout jako určité pojištění, které držitelé dává právo, nikoliv povinnost, využít k nějakému datu v budoucnosti nákup, nebo prodej nějakého podkladového aktiva, za předem domluvenou cenu. Stejně jako je tomu u uzavírání pojistky, platí také *držitel* opce jejímu *vypisovateli* finanční prémii, tzv. *opční prémii*. Základním parametrem opce je cena, tzv. *strike price*, při níž opce začíná mít kladnou hodnotu a při které dochází k jejímu *uplatnění*.

Klasické opce, jejichž podkladová aktiva bývají převážně akciové tituly a jejichž účelem je poskytnout držitelé právo koupit či prodat, toto aktivum, se nazývají *pure vanilla option*. Existuje také značné množství jiných typů opcí, které na akciových trzích nejsou tak běžné. Tyto opce se nazývají *exotické*. Mezi exotické opce se řadí například *asijské opce*, *bermudská opce*, *swing opce*, *spread opce* a další. Exotickým opcím budu věnovat v práci největší pozornost, neboť se používají převážně k řízení rizik na komoditních trzích.

### 2.4.1 Klasické opce

Základní opční kontrakt, který dává držitelé právo v budoucnosti koupit podkladové aktivum, se nazývá *call opce*. Opakem toho je opční kontrakt, který dává držitelé právo podkladové aktivum v budoucnosti prodat, v takovém případě hovoříme o *put opci*.

U klasických opcí lze vytvořit čtyři typy základních diagramů, dva z pohledu kupujícího, který se ocitá v *dlouhé pozici*, a dva z pohledu vypisujícího, který se ocitá v *krátké pozici*. Základní diagramy uvádím níže.



Obrázek 10, profit/loss diagram klasických opcí

Long call P/L =  $\max(F - K; 0) - P$

Long put P/L =  $\max(K - F; 0) - P$

Short call P/L =  $P - \max(F - K; 0)$

Short put P/L =  $P - \max(K - F; 0)$

$P$  = prémie za vypsání opce

$K$  = strike price opce

$F$  = hodnota podkladového aktiv

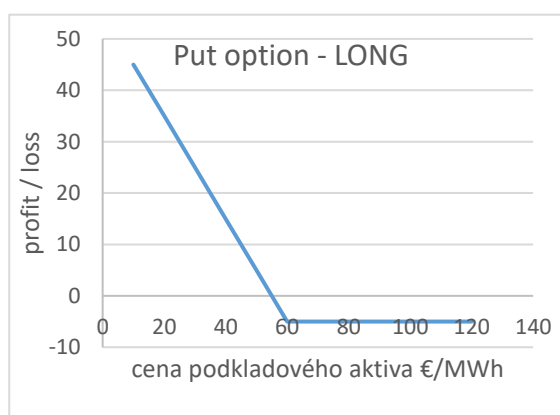
Pokud jako investor budu v situaci, kdy se chci pojistit proti propadu ceny akciového titulu, mohu se zajistit nákupem prodejní (put) opce na tuto akcii. Jsem-li držitelem této opce, má moje opce hodnotu vždy, když cena akcie klesne pod stanovenou cenu (*strike price*), pokud cena akcie roste, opci neuplatním a ta má tak nulovou hodnotu.

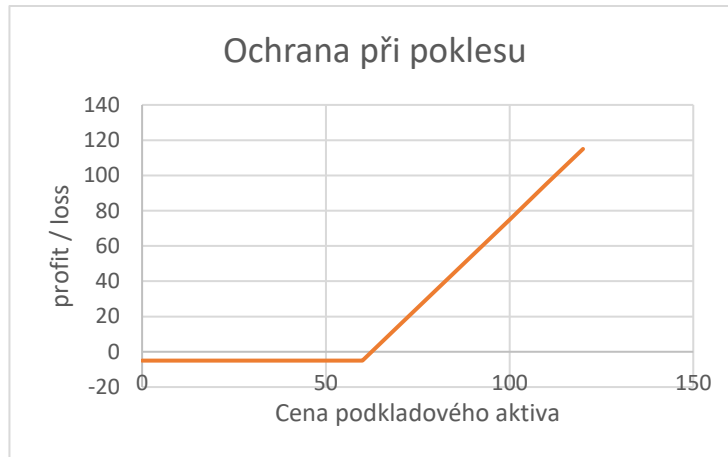
Jsem-li v opačné situaci a akciový titul nedržím, ale je zde potenciál pro jeho růst, mohu se proti vzrůstu akcie pojistit nákupem kupní (call) opce. V tomto případě má opce kladnou hodnotu v případě, že cena akcie vzroste nad *strike price*. V opačném případě je její hodnota nula.

V opačné situaci se proti kupujícímu ocitá vypisovatel těchto opcí. Ten na call opci vydělává v případě, že cena akcie klesá a naopak na put opci vydělává když cena akcie roste. Jeho maximální zisk je však vždy pouze prémie, kterou si nechá zaplatit za vypsání opce.

Je-li hodnota *strike price* opce pro držitele výhodnější nežli současná tržní cena, pak říkáme, že opce je „v penězích“, neboli „in the money“. V opačném případě je opce „mimo peníze“, neboli „out of money“. Speciální případ, kdy je *strike price* stejná jako tržní cena, je opce „na penězích“, neboli „at the money“.

Opce samy o sobě jsou na komoditním trhu užitečným nástrojem pro snižování *komoditního rizika*. Samotné opce se dají výhodně kombinovat s nákupem či prodejem forwardových kontraktů. Kombinací nákupu forwardového kontraktu a nákupu prodejní opce si zajistíme ochranu při poklesu ceny komodity. Výsledný diagram této kombinace je zobrazen níže



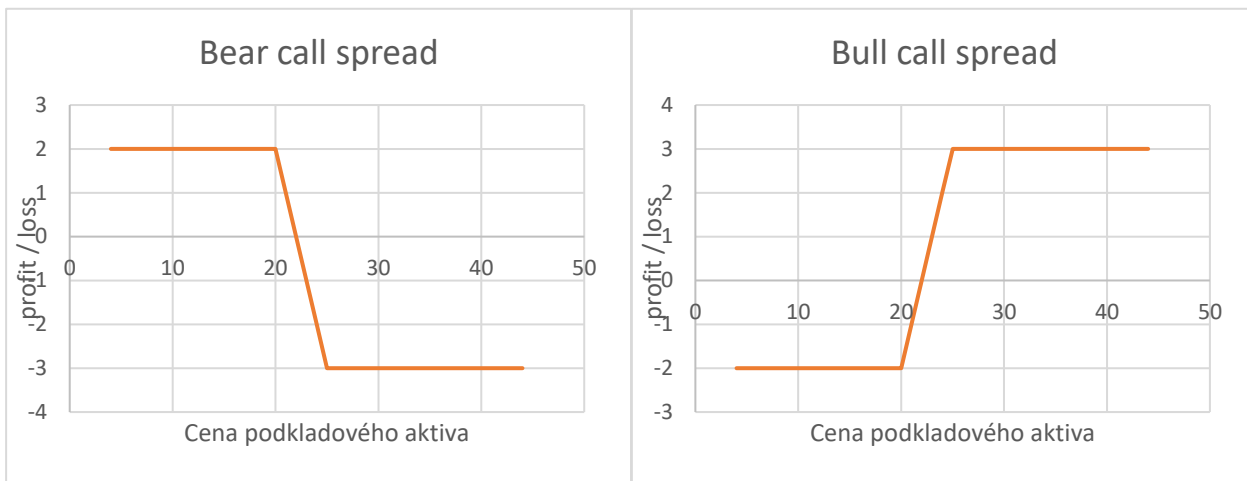


Obrázek 11, profit/loss diagram při ochraně při poklesu

Grafy znázorňují modelový příklad koupě forwardového aktiva, řekněme elektřiny, za cenu 55 €/MWh a ve stejné době nákup prodejní opce s realizační cenou 60 €/MWh za prémii 5 €/MWh. Pokud se cena bude vyvíjet příznivým způsobem, v tomto případě je to růst, bude se zvyšovat cena forwardu, naopak hodnota prodejní opce bude nulová. Při poklesu ceny se hodnota forwardu snižuje, ale tento pokles je kompenzován využitím prodejní opce.

Další možnou strategií, kterou může investor zaujmout pomocí kombinací opčních kontraktů jsou tzv. „spready“. Obchodník spekuluje na možný vzrůst, nebo pád ceny podkladového aktiva. Pokud se jedná o možnost, kdy obchodník očekává růst, může si vytvořit pozici *bull call spread*<sup>4</sup>. Tuto pozici vytvoří kombinací nákupu call opcí za určitou *strike price* a prodejem call opcí na stejné aktivum za vyšší *strike price*. Pokud obchodník do budoucna očekává snížení ceny aktiva, může si vytvořit pozici *bear call spread*, kterou získá opačným způsobem než u první možnosti, koupí call opce za vyšší *strike price* a vypíše call opce na nižší *strike price*. Výsledné pozice jsou zobrazené níže.

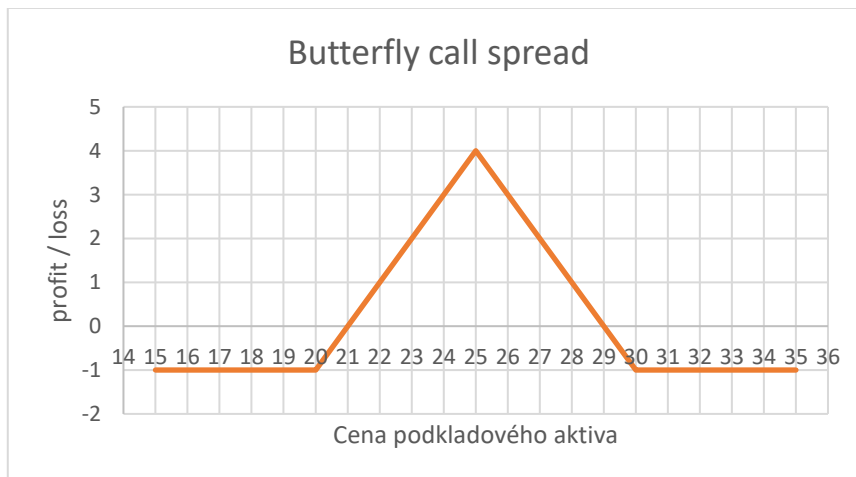
<sup>4</sup> Bull, česky býk, je v burzovním slangu výraz pro vzrůstovou tendenci aktiva na trhu. Naproti tomu bear, česky medvěd, znázorňuje opačný, klesající trend. („Akcie je bullish/bearish“)



Obrázek 12, bull a bear call spread

Z grafů je vidět, že tato spekulativní strategie přináší malé potencionální zisky, ale s nízkým rizikem. K tomu, aby tato strategie byla významná pro obchodníka, musela by proběhnout několikrát za sebou.

Kombinací vypsání dvou kupních opcí za stejnou *strike price* a koupí dvou kupních opcí z nichž jedna má *strike price* nižší a druhá vyšší vznikne strategie, které se říká *butterfly call spread*. Tato strategie kombinuje tedy dvě předchozí. Tato strategie má nízké riziko, maximální ztráta z držení této pozice je ovlivněna prémie, zaplacené za dlouhou pozici a prémie obdržené za vypsání krátké pozice. Diagram je charakteristický svojí symetrií z které plyne i její název, strany tohoto diagramu se označují jako „křídla“.



Obrázek 13, butterfly call spread



## 2.4.2 Exotické opce

Exotické opce jsou oproti klasickým *vanilla* opcím komplexnější a liší se od klasických opcí plněním, nebo jinými charakteristikami. Exotické opce jsou určeny pro specifické účely a často bývají „šité na míru“. Z toho důvodu nebývají standardizovány a obchodovány na organizovaných burzovních platformách, nýbrž je drtivá většina z nich zobchodována bilaterálním způsobem.

Zatímco u klasických opcí závisí výplata opce na ceně podkladového aktiva v čase splatnosti, u exotických opcí závisí na hodnotě tohoto aktiva v určitých časových okamžicích v průběhu života opce, popřípadě na dalších nastavených parametrech.

Na rozdíl od klasických opcí jsou exotické opce flexibilnější a dovolují obchodníkovi přesněji vytvořit potřebné krytí rizik. Na druhou stranu nemusí být vždy snadné najít vhodnou protistranu ke zobchodování těchto opcí, likvidita je tedy u těchto opcí i na vyspělých finančních trzích poměrně nízká.

Některé tyto opce nacházejí uplatnění na komoditních trzích, jsou to například opce Asijská, Bariérová, Spread, nebo Swing a další. Tyto typy exotických opcí jsou popsány na následujících řádcích.

Podle závislosti výše plnění opce na vývoji ceny podkladového aktiva rozdělujeme exotické opce do dvou základních skupin.

1. „Path dependent options“ jsou opce, jejichž výplata závisí na vývoji ceny podkladového aktiva. Výplata nemusí záviset pouze na vývoji ceny, může záviset částečně na vývoji ceny a částečně na ceně podkladového aktiva v době dospělosti opce, konkrétní nastavení je pak otázkou každého druhu opce. Do této skupiny opcí patří například:
  - a. Asijská opce
  - b. Bariérová opce
  - c. Lookback opce
2. „Path independent options“ jsou opce, jejichž výplata nezávisí na historii pohybu ceny podkladového aktiva. Výplata je určena pouze hodnotou ceny podkladového aktiva v době dospělosti opce.
  - a. Forward start
  - b. Binární opce
  - c. Compound opce

## Asijská opce

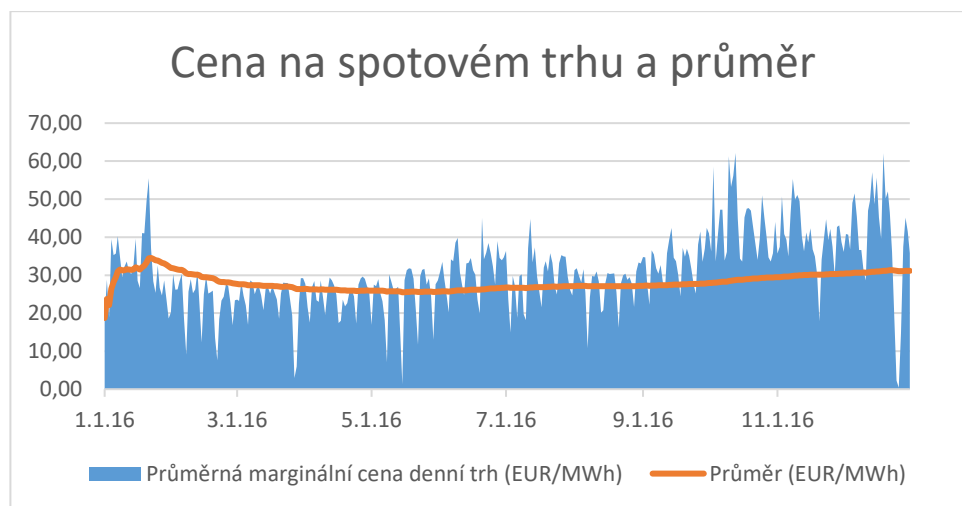
Výplata asijské opce závisí na průměrných realizovaných cenách podkladového aktiva v průběhu nějakého časového období. Tímto se asijská opce řadí mezi „Path dependent options“, čili mezi opce, jejichž výplata je závislá na vývoji ceny podkladového aktiva.

Výplata pro asijskou call, respektive put opci může být matematicky zapsána podobně, jako klasická evropská opce:

$$\text{Asian call P/L} = \max(\text{avg}(F_t) - K; 0) - P$$

$$\text{Asian put P/L} = \max(K - \text{avg}(F_t); 0) - P$$

Výhodou asijské opce je menší citlivost na výkyvy na trhu. S rostoucím časovým obdobím, za které je průměr počítán, citlivost klesá. Na grafu níže jsem vynesl cenu elektřiny základního pásma (baseload) na spotovém trhu OTE a proložil křivkou dopočítaných průměrných cen za jednotlivé dny. Pay-off diagramy jsou stejné jako v případě klasických evropských opcí.



Obrázek 14, asijská opce, zdroj dat: OTE

## Bariérová opce

Tento druh opcí je jedním z nejčastějších v rámci exotických opcí. Hodnota opce zde závisí na pohybu ceny podkladového aktiva  $S$ . Jedná se tedy, stejně jako u asijské opce, o tzv. „Path dependent option“, neboli opce vázaná na vývoj ceny podkladového aktiva. Platnost bariérové opce závisí na pohybu ceny podkladového aktiva nad, nebo pod, určitou cenovou hladinu  $H$  neboli „bariéru“. Bariérové opce se tedy podle zmíněného rozlišují na tzv. „knock in“ opce, které opci při překročení cenové hladiny uvedou v platnost a tzv. „knock out“ opce, které naopak při překročení ceny opci zneplatní.

Obecně lze říci, že mohou nastat čtyři případy, které opci uvedou k životu, nebo naopak zneplatní. Překročení bariéry totiž může nastat buďto klesajícím pohybem ceny aktiva „down“, nebo stoupajícím „up“.

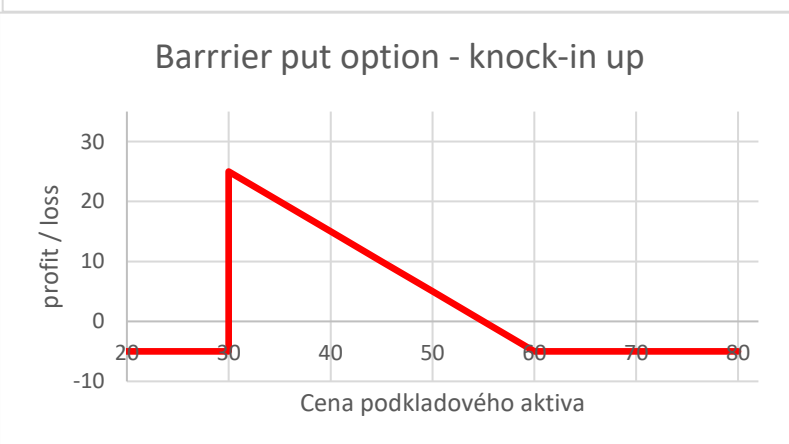
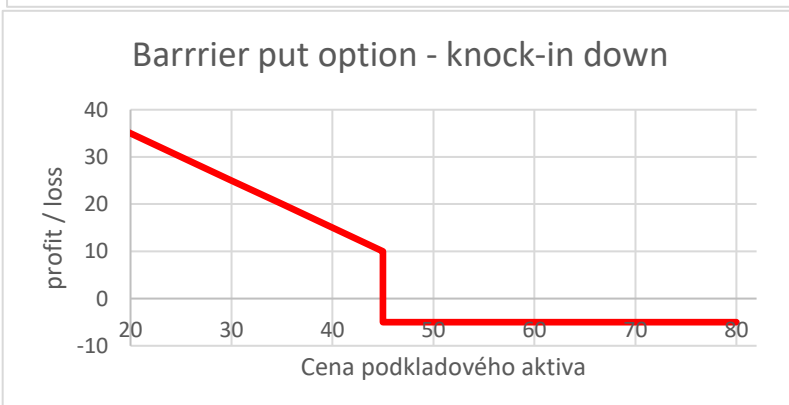
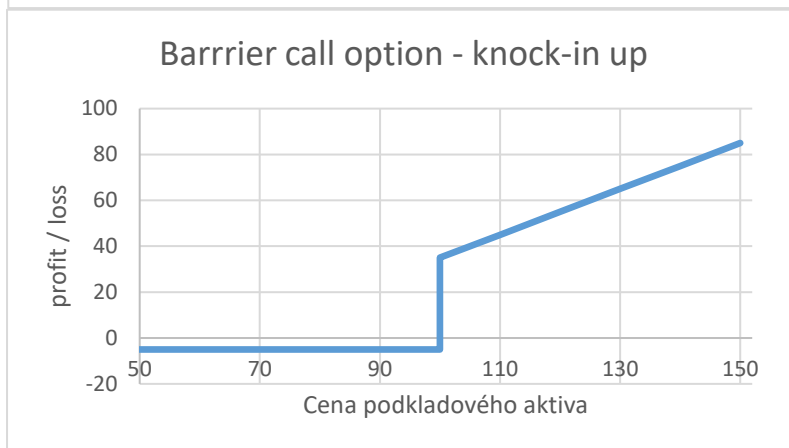
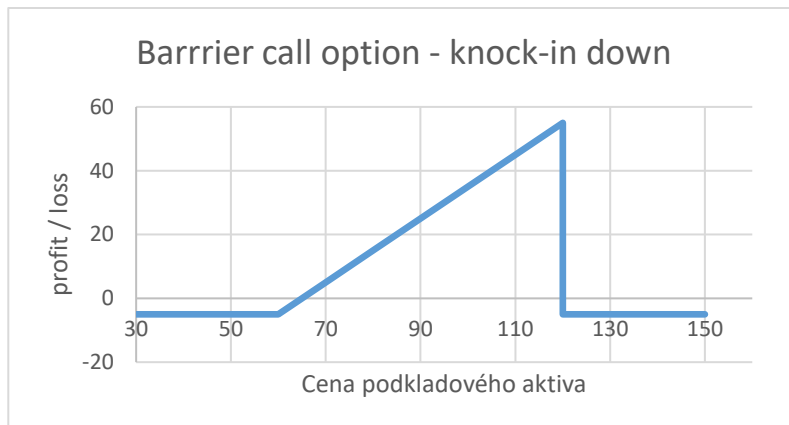
- „Up and in barrier“ jsou opce, které se aktivují prolomením bariéry stoupajícím pohybem ceny aktiva.
- „Down and in barrier“ jsou ty, které se aktivují prolomením bariéry opačným, tedy klesajícím, pohybem ceny aktiva.
- „Up and out barrier“ se prolomením bariéry stoupajícím pohybem ceny aktiva zneplatní.
- „Down and out barrier“ jsou opce, které se zneplatní prolomením bariéry klesající cenou podkladového aktiva.

Stejně jako u klasických opcí závisí výplata opce na tom, zda je opce kupní (call), či prodejní (put). Výše popsané čtyři varianty se tedy ještě liší podle druhu opce.

Jak v případě knock-in, tak v případě knock-out opce, může držitel obdržet od vypisovatele určitou refundaci  $R$  v případě zneplatnění opce. Pokud k překročení bariéry nedojde, výplata bariérové opce odpovídá klasické evropské opci. Jelikož je zde však vždy určitá pravděpodobnost, že dojde k zneplatnění opce, je teoreticky cena bariérové opce nižší než cena srovnatelné klasické evropské opce. Níže jsou uvedeny diagramy pro bariérové knock-in opce<sup>5</sup>.

---

<sup>5</sup> Diagramy pro bariérové knock-out opce jsou symetrické ke knock-in opcím, stačí prohodit směr prolomení down za up a naopak.



*Obrázek 15, diagramy bariérových opcí*

Kromě těchto standardních bariérových opcí existují také nestandardní. Jejich existence závisí, stejně jako u předchozích, na prolomení určité bariéry, rozdíl může být například v počtu bariér, nebo v počtu sledovaných podkladových aktiv.

### Spread opce

Při výrobě elektrické energie z konvenčního zdroje, jako je například zdroj uhelný, plynový, nebo jaderný, podstupuje výrobce dva typy cenového rizika. Jednak je to riziko tržní ceny komodity, která je na vstupu do elektrárny a jednak je to, jako i u všech ostatních elektráren, cena prodávané elektrické energie.

Uplatnitelnost konkrétní elektrárny na trhu s elektřinou pak určuje tzv. „spread“, neboli rozdíl mezi cenou vstupní komodity a cenou elektrické energie. Podle typu elektrárny se pak spready dělí na jednotlivé typy. U elektráren, které kromě vstupní komodity nakupují také emisní povolenky, se pak spread počítá ještě jako „čistý“, tzv. „clean spread“, který je menší právě o cenu povolenky.

- Spark spread – vyjadřuje rozdíl mezi cenou elektřiny základního pásma (€/MWh) a cenou zemního plynu (€/MMBtu) vynásobeného účinností konkrétní elektrárny (MMBtu \* MWh). Tento ukazatel ukazuje uplatnitelnost plynových elektráren na trhu s elektřinou a může být vztažen na libovolné obchodované období. V případě existujícího trhu s emisními povolenkami se od hodnoty spark spreadu odečte ještě cena povolenky vynásobená množstvím potřebných povolenek a vznikne „*clean spark spread*“.
- Dark spread – je rozdíl mezi cenou elektřiny základního pásma a cenou uhlí. Pro jednotlivé lokality je samozřejmě vhodné počítat s cenou uhlí relevantní k této lokalitě. V rámci Evropy se dark spread počítá převážně s cenou uhlí CIF ARA. Účinnost elektrárny se uvažuje většinou 35%. Odečtením nákladů na emisní povolenky vznikne „*clean dark spread*“. Ostatní náklady musí být pokryty z tohoto spreadu.
- Crack spread – pojem, který se užívá převážně v ropném odvětví. Hodnota crack spreadu vyjadřuje rozdíl mezi cenou surové ropy a ropných produktů, které jsou z ropy produkovány.

Spread opce je tedy typ opce, jejíž výplata je závislá na rozdílu v ceně mezi dvěma komoditami. V případě kupní opce může být výplatní diagram zapsán jako:

$C = \max(0; C_1 - C_2 - K)$ , kde  $C_1$  a  $C_2$  jsou ceny jednotlivých komodit a  $K$  je realizační cena.

### Swing opce

Další z opcí, které jsou oblíbené v energetickém odvětví, je Swing opce. Tato opce poskytuje držiteli flexibilitu v objemu dodávaného aktiva. Energetická společnost, která na trhu nakupuje komoditu a zákazníkům komoditu prodává, se obvykle jistí proti cenovým výkyvům nákupem kontraktu typu futures, nebo forward na delší časové období dopředu. Společnost však přesně neví, jaká bude v budoucnosti poptávka po dané komoditě v konkrétních dnech, či jiných časových obdobích. Swing opce poskytuje společností flexibilitu v množství, které mohou odebrat navíc (upswing), nebo naopak, kterého mohou odebrat méně (downswing) oproti množství sjednanému.

Koupí-li společnost například základní pásmo zemního plynu, na měsíc prosinec, je možné, že poptávka v konkrétních dnech nebude, vlivem například teplotních výkyvů, odpovídat koupenému množství. Jednou z možností, jak se proti tomuto zabezpečit, by bylo nakoupit 31 evropských call a put opcí. Pravděpodobnost, že změna v objemu nastane každý den, je však velmi malá. V případě Swing opce kupující definuje  $N$  možností, kdy lze opci využít. Tyto plnění pak může vlastník uplatnit pouze v určitém počtu dní.

Swing opce může její držitel využít kdykoliv, kdy je to finančně výhodné, v takovém případě musí mít přístup na krátkodobé trhy a komoditu tam prodat či koupit, aby dorovnal svoji pozici. V případě, že držitel přístup na krátkodobé trhy nemá, využívá opci v případě zvýšené, či snížené poptávky, toto může být příklad koncového zákazníka.

### 3) Způsoby oceňování opcí a greeks

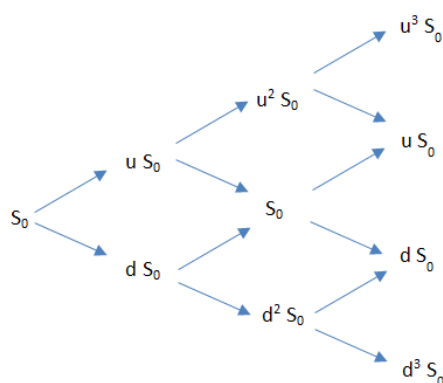
Konec šedesátých let přinesl zásadní pokrok v oceňování finančních opcí. Byly to pánové Fischer Black, Myron Scholes a Robert C. Merton, kteří se jako hlavní podíleli na lepším porozumění při oceňování opčních kontraktů.

V jejich práci odvodili parciální diferenciální rovnici, jejímž vyřešením dostaneme odhad ceny call opce evropského typu. Rovnice byla pojmenována po prvních dvou jako „Black-Sholes equation“ a doposud slouží jako účinný nástroj pro obchodníky s opcemi. S opcemi bylo na burze obchodováno již před odvozením této rovnice, ceny opcí však byly více méně určovány pouze základními metodami jako je například metoda binomická a subjektivním pocitem obchodníků.

#### 3.1 Binomická oceňovací metoda

Binomický model je předchůdcem všem následujícím oceňovacím metodám. Základním předpokladem v oceňování touto metodou je, že cena aktiva sleduje *binomický proces*. Dalšími předpoklady jsou: neexistují transakční náklady, bezriziková úroková míra  $r$  je konstantní v čase a podkladové aktivum nevyplácí dividendy.

V praxi to znamená, že cena aktiva  $S$  může v každém rozhodovacím bodě s určitou pravděpodobností  $p$  vzrůst o  $U$  procent, nebo s pravděpodobností  $(1 - p)$  poklesnout o  $D$  procent. Označíme-li si  $(1 + U) = u$  a  $(1 + D) = d$ , pak v jednotlivých časových intervalech dosahuje hodnota podkladového aktiva následujících hodnot.



Obrázek 16, binomický strom pro oceňování opcí, zdroj: <http://investexcel.net/>

Na grafu výše je uveden binomický strom o čtyřech krocích. V době realizace opce  $T$  může cena aktiva nabývat čtyř různých stavů. Zkracováním intervalů bychom mohli strom dále větvit, tím bychom se přibližovali reálnějšímu pohledu na možný vývoj budoucí ceny.

Čím vyšší množství intervalů zvolíme, tím se hodnota opce stává přesnější, avšak složitější na výpočet. V další kapitole ukáží, že se zmenšujícím se krokem binomický model konverguje k Black-Scholesově modelu.

Při praktickém řešení výpočtu ceny opce pomocí binomické metody se postupuje od okamžiku v budoucnosti a postupně se vypočítává hodnota možného cash flow, generovaného v určitých časových okamžicích až do přítomnosti.

Základní výzvou při výpočtu ceny tímto způsobem je stanovení parametrů  $p$ ,  $d$  a  $u$ . Vzorce pro výpočet těchto parametrů vychází z modelu *CRR* (Cox, Ross and Rubenstein model). Následující rovnice, vycházející z *CRR* modelu předpokládá, že binomický model se při malé změně času chová stejně, jako aktivum v bezrizikovém světě

$$p * u + (1 - p) * d = e^{r * \Delta t} \quad 1$$

Kde  $e$  = základ přirozeného logaritmu = 2,718

$\sigma$  = směrodatná odchylka (použita dále)

$\Delta t$  = časový interval části roku

Rovnice tedy říká, že výnos z binomického modelu za krátký časový úsek  $\Delta t$  je roven očekávanému výnosu v bezrizikovém světě.

Stejně jako pro očekávané výnosy platí ten samý předpoklad pro rozptyl.

$$p * u^2 + (1 - p) * d^2 - (e^{r * \Delta t})^2 = \sigma^2 * \Delta t \quad 2$$

Úpravou rovnic získáme vztahy pro potřebné parametry  $p$ ,  $u$  a  $d$  k výpočtu binomického modelu.

$$p = \frac{e^{r * \Delta t} - d}{u - d} \quad 3$$

$$1 + U = u = e^{\sigma \sqrt{\Delta t}} \quad 4$$

$$1 + D = d = e^{-\sigma \sqrt{\Delta t}} \quad 5$$

$$d = \frac{1}{u} \quad 6$$

### 3.2 Black – Scholesův oceňovací model

Model je odvozený pro oceňování evropských opcí. To implikuje jeden z hlavních předpokladů tohoto modelu a sice, že opce je držena do doby splatnosti a držitel ji nemůže uplatnit dříve než k realizačnímu datu.



Předpokladů, které je nutno při použití tohoto modelu brát v úvahu je více. Níže jsou uvedené všechny předpoklady, které je nutno při použití modelu akceptovat.

- a) Existuje možnost bezrizikového výnosu. Výnos z bezrizikového aktiva se nemění v čase a investor si může za bezrizikovou sazbu půjčit, nebo na ni vložit libovolné množství finančních prostředků. Obvykle jsou za bezriziková aktiva uvažovány státní pokladniční poukázky.
- b) Cena podkladového aktiva, na které je opce vypsána, je naprosto náhodná a mění se spojitě v čase se změnou rozptylu výnosů. Přesněji řečeno, vývoj ceny aktiva je spojitý stochastický proces, který se nazývá *standardní Brownův pohyb*, nebo také Wienerův proces.
- c) Podkladové aktivum, na které je opce vypsána, nevyplácí žádné dividendy.<sup>6</sup>
- d) Neexistuje možnost vydělat peníze „zadarmo“, tzv. arbitrážně.
- e) Investor má možnost si půjčit, nebo uložit jakoukoliv částku za určitý bezrizikový výnos.
- f) Podkladové aktivum lze koupit i prodat v jakémkoli množství (i ve zlomcích). Investor může rovněž uskutečnit prodej nakrátko. Neexistují žádné transakční poplatky za uskutečněné obchody.

### 3.2.1 Wienerův proces [15], [18]

Zatímco u binomické metody oceňování opcí jsme byli vždy omezeni na konečný interval větvení, a tudíž i na konečný počet možných cen akcií, u Black Scholesova modelu to tak není. Jelikož ceny podkladových aktiv mohou v budoucnosti nabývat nekonečně mnoho hodnot, modeluje se ve finanční teorii jejich vývoj pomocí spojitých stochastických procesů. Wienerův proces je specifickým typem Markovova stochastického procesu, který se používá k modelování budoucí ceny aktiv.

Spojitý stochastický proces se vyznačuje tím, že se hodnota proměnné nemění pouze v určitých časových okamžicích, ale kdykoliv v čase. Spojitý proces navazuje na N-krokový binomický strom, s tím, že prodloužíme počet kroků z N na nekonečně mnoho. Proces od počáteční hodnoty, což bývá nula, v každém následujícím kroku buďto vzroste, nebo klesne, a to zcela nezávisle na předchozím stavu. Matematicky lze zapsat předpoklady Wienerova procesu následovně.

Wienerův proces je proces  $W(t)$ , pro který platí:

- a)  $W(0) = 0$
- b)  $W(t_2) - W(t_1)$  má normální rozdělení  $N(0, t_2 - t_1)$  pro každé  $t_2 > t_1$
- c) Náhodné veličiny  $W(t_4) - W(t_3)$  a  $W(t_2) - W(t_1)$  jsou nezávislé pro  $t_4 > t_3 > t_2 > t_1$

---

<sup>6</sup> Původní model byl následně rozšířen o model s konstantní dividendou.

Matematically lze vyjádřit Wienerův proces následující rovnicí.

$$dW_t = \varepsilon\sqrt{dt} \quad 7$$

Kde  $\varepsilon$  značí normální rozdělení se střední očekávanou hodnotou 0 a rozptylem 1.

Zobecněný Wienerův proces pro proměnnou  $x$  má tvar:

$$dx = adt + bdz$$

Kde  $a, b$  jsou konstanty.

V simulaci budoucí ceny podkladového aktiva se používá stochastický proces, který se nazývá geometrický Brownův pohyb. Tento pohyb lépe reflektuje pohyb cen podkladových aktiv v praxi než obecný Brownův pohyb, neboť neumožňuje podkladovému aktivu dostat se do záporných hodnot.<sup>7</sup>

Matematically lze zapsat geometrický Brownův pohyb následující rovnicí.

$$dS_t = \alpha S_t dt + \beta S_t dW_t \quad 8$$

Kde  $W_t$  je Wienerův proces neboli Brownův pohyb,  $S_t$  je hodnota podkladového aktiva a  $\alpha$  a  $\beta$  jsou konstanty.

Jiným zápisem geometrického Brownova pohybu může být.

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t \quad 9$$

Výše uvedená stochastická diferenciální rovnice (SDE), je rovnice, kde  $\mu$  vyjadřuje očekávaný roční výnos podkladového aktiva<sup>8</sup> a  $\sigma$  směrodatnou odchylku ročního výnosu neboli volatilitu onoho aktiva.

Doplněním obecného Brownova pohybu do poslední rovnice dostaneme.

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t \varepsilon \sqrt{dt} \quad 10$$

První člen na pravé straně rovnice se nazývá *deterministická* složka procesu. Vyjadřuje, že za krátký časový interval  $dt$  cena podkladového aktiva vzroste, nebo klesne o  $\mu S_t dt$ . Druhá část pravé strany rovnice představuje *stochastickou* neboli náhodnou složku procesu.

Řešením výše uvedené rovnice je potom:

$$S(t) = S(0)e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma W(t)} \quad 11$$

K odvození samotné Black-Scholesovi rovnice vycházíme z rovnice (9), tedy z geometrického Brownova pohybu. Aplikací Itova lemmatu nalezneme diferenciál této časově závislé rovnice stochastického procesu.

---

<sup>7</sup> Ve speciálních případech může například cena elektřiny dosáhnout záporných cen. Stává se tomu však pouze na spotových a vnitrodenních trzích, které nejsou předmětem této práce.

<sup>8</sup> V angličtině „drift“

### 3.2.2 Itův proces a Itovo lemma

#### Itův proces

Dalším typem stochastického procesu, který je zobecněním Wienerova procesu, se nazývá Itův proces, podle japonského matematika Kyioshi Itô. Tento proces je podobný Wienerovu procesu, konstanty  $a$  a  $b$  jsou v něm však funkce proměnné  $x$  a času  $t$ . Itův proces můžeme zapsat:

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz \quad 12$$

Kde levá část pravé strany rovnice představuje opět deterministickou složku, známou jako *drift rate* a pravá část pravé strany rovnice stochastickou složku, známou jako *variance rate*.

Stejně jako *drift rate*, tak i *variance rate* se mohou v čase měnit. V časovém intervalu mezi  $t + \Delta t$  se proměnná  $x$  změní na  $x + \Delta x$ . Předchozí je popsáno následující rovnicí.

$$\Delta x = a(x, t)\Delta t + b(x, t)\varepsilon\sqrt{\Delta t} \quad 13$$

Itův proces je dalším procesem z kategorie Markovových procesů, neboť změna  $x$  v čase  $t$  závisí pouze na hodnotě  $x$  v čase  $t$ , nikoliv na jeho minulých stavech.

#### Itovo lemma

Mějme obecný Itův proces

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz \quad 14$$

Kde  $dz$  je Wienerův proces a  $a, b$  jsou funkcemi  $x$  a  $t$ .

Dále předpokládáme, že proměnná  $x$  má deterministickou složku  $\mu$  a stochastickou složku  $\sigma^2$ . Itovo lemma říká, že funkce  $f(x, t)$  se řídí procesem:

$$df = \sigma \frac{\partial f}{\partial S} dW + \left( \mu \frac{df}{dS} + \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{d^2 f}{dS^2} + \frac{df}{dt} \right) dt \quad 15$$

Kde  $dW$  je opět Wienerův proces.

Itovo lemma udává výpočet diferenciálů složené funkce, která závisí na Brownovu pohybu.

### 3.2.3 Odvození Black Scholesovi rovnice [11],[20]

Odvození, které zde popisují, je převzato z [11] a vychází z původního odvození pánů Blacka a Scholese.

Předpokládejme, že cena podkladového aktiva sleduje Brownův geometrický pohyb, který je popsán rovnicí 9

Známe výplatu opce v čase její dospělosti  $V(S, T)$ , například u klasické call opce je to

$$C(S, T) = \max\{S - K; 0\}$$

K tomu, abychom zjistili hodnotu opce v čase dřívějším, než je doba dospělosti, potřebujeme vědět, jak se hodnota  $V$  vyvíjí v závislosti na  $S$  a na  $t$  neboli v závislosti na ceně podkladového aktiva a čase.

Využitím Itova lemmatu pro dvě proměnné získáme rovnici:

$$dV = \sigma S \frac{\partial V}{\partial S} dW + \left( \mu S \frac{dV}{dS} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{d^2 V}{dS^2} + \frac{dV}{dt} \right) dt \quad 16$$

Pro odvození BS rovnice budeme uvažovat tzv. delta neutrální portfolio, ve kterém držíme short pozici v opci a long pozici v  $\frac{\partial V}{\partial S}$  krát podkladovém aktivu. Toto portfolio bude zajištěné a zbavíme se tak náhodné složky reprezentované Wienerovým procesem.

$$\Pi = -V + \frac{\partial V}{\partial S} S \quad 17$$

V průběhu času se bude hodnota opce a podkladového aktiva měnit a s tím se musí měnit i hodnota portfolia, definujeme tedy změnu hodnoty portfolia jako:

$$d\Pi = -dV + \frac{\partial V}{\partial S} dS \quad 18$$

V této rovnici nyní můžeme nahradit výraz  $dS$  rovnicí (9) popisující geometrický Brownův pohyb a výraz  $dV$  rovnicí (16). Pokud to tak uděláme, dostaneme po zjednodušení:

$$d\Pi = \left( -\frac{dV}{dt} - \frac{1}{2} \frac{d^2 V}{dS^2} \sigma^2 S^2 \right) dt \quad 19$$

V této rovnici se již nevyskytuje výraz  $dW$ , představující stochastickou složku Wienerova procesu. Zbavili jsme se tedy nejistoty a portfolio můžeme považovat za bezrizikové.

Podle čtvrtého předpokladu uvedeného na začátku této kapitoly, neexistuje možnost arbitráže. Výnos tohoto bezrizikového portfolia musí být tedy roven bezrizikové míře  $r$ . Zároveň tedy platí:

$$d\Pi = r\Pi dt \quad 20$$

Do rovnice (20) lze opět dosadit z rovnice (19) a (17) výrazy pro  $d\Pi$  a  $\Pi$  a dostáváme:

$$\left( \frac{dV}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d^2 V}{dS^2} \sigma^2 S^2 \right) dt = r \left( V - \frac{dV}{dS} S \right) dt \quad 21$$

Další úpravou dostáváme Black-Scholesovu diferenciální rovnici, jejímž partikulárním řešením získáme rovnici pro cenu opce evropského typu.

$$\frac{dV}{dt} + r \frac{dV}{dS} S + \frac{1}{2} \frac{d^2V}{dS^2} \sigma^2 S^2 = rV \quad 22$$

Hraniční podmínky se pro evropské opce definují jejich výplatními funkcemi. Pro evropskou call, respektive put opci tedy máme hraniční podmínky:

$$C(S, T) = \max\{S - K; 0\}, \text{ pro } t = T$$

$$P(S, T) = \max\{K - S; 0\}, \text{ pro } t = T$$

Vyřešením rovnice (22) dostaneme vztah pro výpočet ceny evropské call a put opce na podkladové aktivum, které nevyplácí dividendu. V čase  $T = 0$  platí pro call, respektive put opci:

$$C = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2) \quad 23$$

$$P = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1) \quad 24$$

kde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad 25$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad 26$$

a kde výraz  $N(d_x)$  je kumulativní funkce normálního pravděpodobnostního rozdělení.

Konkrétně výraz  $N(d_2)$  udává pravděpodobnost, že call opce bude uplatněna (ve světě bez rizika). Výraz  $S_0 N(d_1) e^{rT}$  je očekávaná cena podkladového aktiva v čase  $T$ , hodnota opce, jejíž podkladové aktivum má menší hodnotu nežli *strike price*  $K$ , je nula.

### 3.3 Analýza citlivosti Black-Scholesovi rovnice, greeks

Základní úlohou při obchodování s opcemi je jejich *hedging*, neboli pokrývání rizika spojeného s konkrétní otevřenou opční pozicí. Likvidní burzu, kde by se denně obchodovali různé typy standardizovaných opcí, by člověk v rámci střední a východní Evropy hledal těžko.

V rámci celé Evropy se již nějaké trhy s opcemi nalézt dají, avšak likvidita na těchto trzích je velice malá a portfolio nabízených produktů se často omezuje pouze na standardní

*vanilla* opce. V energetice se však častěji používají exotické opce, jako jsou například *spread opce*, nebo *asijská opce*.

Většina opcí, které se v Evropě zobchodují, se zobchodují bilaterálním způsobem. Je tedy pouze otázka dohody mezi dvěma protistranami, na jaké hodnotě opce se domluví. Výsledná cena musí pro obě protistrany reflektovat rizika spojené s držetím otevřené opční pozice, kterou nemohou obchodníci obratem zavřít na likvidní burze.

Greeks jsou řecká písmena, delta, gamma, vega, theta a rho, z nichž každé představuje určitou formu rizika spojeného s držetím opční pozice.

Analýza *greeks* může výrazně přispět k zajištění opční pozice a k hlubšímu porozumění opcím jako takovým.

### 3.3.1 Delta ( $\Delta$ )

Delta je základním parametrem při posuzování opčních rizik. Je definována, jako změna ceny opce v závislosti na změně ceny podkladového aktiva. Matematicky je to první derivace ceny opce podle ceny podkladového aktiva.

$$\Delta = \frac{\partial C}{\partial S} \quad 27$$

C je cena opce a S je cena aktiva.

Po výpočtu první derivace ceny opce podle ceny podkladového aktiva, podle Black-Scholesova modelu vyjde, že delta pro evropskou *call*, respektive *put* opci, na aktivum, které nevyplácí dividendu, je:

$$\begin{aligned} \Delta_{call} &= N(d1) \\ \Delta_{put} &= N(d1) - 1 \end{aligned}$$

Kde  $d1$ ,  $d2$  jsou dány rovnicemi 25 a 26  $N(x)$  je kumulativní distribuční funkce.

Delta evropské *call* opce může nabývat hodnot od 0 do 1 a vyjadřuje, o kolik se změní hodnota opce, pokud se změní hodnota podkladového aktiva. Například pokud je delta rovna hodnotě 0.5, pak se změnou ceny podkladového aktiva o 1€, se cena opce změní o 0.5 €. Držíme-li dlouhou pozici v evropské *call* opci, pak zabezpečenou pozici vytvoříme prodejem na krátko *delta* krát podkladového aktiva.

Delta evropské *put* opce nabývá hodnot od -1 do 0. Držíme-li tedy dlouhou pozici v evropské *put* opci, můžeme vytvořit zabezpečenou pozici nákupem *delta* krát podkladového aktiva.

### 3.3.2 Gamma ( $\Gamma$ )

Zatímco *delta* je definována jako změna hodnoty opce v závislosti na změně v hodnotě podkladového aktiva, tak *gamma* je definována jako změna hodnoty *delta* v závislosti na změně v hodnotě podkladového aktiva.

Jedná se tedy matematicky o druhou derivaci hodnoty opce podle ceny podkladového aktiva.

$$\Gamma = \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \quad 28$$

Pokud bychom si *delta* představili jako rychlost, pak *gamma* lze přirovnat ke zrychlení.

Máme-li opční pozici, jejíž *gamma* je vysoká, pak i s drobnou změnou hodnoty podkladového aktiva dojde k relativně velké změně hodnoty *delta*. V tomto případě je tedy složitější udržovat portfolio *delta neutrální*, neboť je potřeba často měnit poměr mezi opční pozicí a podkladovým aktivem, což vyvolává i vyšší transakční náklady.

Z Black-Scholesovy rovnice, pro evropskou call opci, nevyplácející dividendu, můžeme opět vypočítat hodnotu *gamma*. Dvojitou derivací rovnice 23 podle hodnoty podkladového aktiva získáme:

$$\Gamma = \frac{N'(d1)}{S_0 \sigma \sqrt{T}} \quad 29$$

### 3.3.3 Theta ( $\Theta$ )

*Theta* opce představuje změnu v ceně opce, v závislosti na změně v čase. Vše ostatní, kromě času zůstává konstantní (cena aktiva, volatilita, úroková míra). Čas musí mít intuitivně vliv na změnu v ceně opce, neboť zkracující se doba do splatnosti, snižuje pravděpodobnost větších výkyvů v ceně opce.

Závislost ceny evropské call opce, nevyplácející dividendu, na změnu v čase lze matematicky vyjádřit jako:

$$\Theta = -\frac{\partial C}{\partial t} \quad 30$$

Zderivujeme-li výraz pro hodnotu evropské *call* opce, která je určena Black-Scholesovým vzorcem 23 tak dostaneme:

$$\Theta(\text{call}) = -\frac{S_0 N'(d1) \sigma}{2\sqrt{T}} - rKe^{-rT} N(d2) \quad 31$$

Kde  $d1, d2$  jsou stejné jako v případě *delty* a  $N'(d1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-d1^2/2}$  je hustota pravděpodobnosti standardního normálního rozdělení.

V případě evropské *put* opce:

$$\theta(\text{put}) = -\frac{S_0 N'(d1)\sigma}{2\sqrt{T}} + rKe^{-rT}N(-d2) \quad 32$$

Hodnota *theta*, kterou tímto výpočtem získáme, nám vrátí změnu hodnoty opce po uplynutí roku. Toto je poměrně nepraktické, neboť opce s vypršením déle než rok se příliš nevyskytují. Proto je praktičtější převést *thetu* buďto na kalendářní den, nebo na obchodní den. V případě kalendářních dnů vydělíme hodnotu *theta* 365ti, V případě obchodního dne, se hodnota dělí pouze hodnotou, která je obvykle 252 (v závislosti na počtu svátků a víkendů během roku)

### 3.3.4 Vega(V)

Kromě času a hodnoty podkladového aktiva, se v průběhu času může měnit i volatilita podkladového aktiva. <sup>9</sup>*Vega* vyjadřuje změnu v ceně opce, v závislosti na změně volatility podkladového aktiva.

U předchozích písmen záleželo, zda se jedná o *call*, nebo *put* opci. V případě *Vega* na tomto nezáleží, záleží pouze na tom, zda se nacházíme v dlouhé, či krátké pozici. To vyplývá z toho, že s rostoucí volatilitou, roste nejistota a dává větší smysl zajišťovat se proti riziku. Hodnota opce, ať už se jedná o *call*, či *put* je vyšší, když je vyšší volatilita.

Matematicky se dá *vega* vyjádřit opět z Black-Scholesovi rovnice.

$$V = \frac{\partial C}{\partial \sigma}, \quad V = \frac{\partial P}{\partial \sigma} \quad 33$$

$$V_{\text{call,put}} = S_0 N'(d1)\sqrt{T} \quad 34$$

*Vega* při držení dlouhé opční pozice je vždy kladné.

### 3.3.5 Rho (r)

Z uvedených písmen, je písmeno *rho* asi to nejméně důležité a při obchodování s opcemi často zůstává bez větší pozornosti. Jedná se o změnu v hodnotě opce v závislosti na změně bezrizikové úrokové míry, kdy ostatní parametry zůstávají konstantní.

---

<sup>9</sup> Black-Scholesův model počítá s tím, že volatilita je konstantní čili se *vega* někdy počítá z modelu, kde je volatilita stochastická veličina, výsledek je však velice podobný v obou případech.



$$r = \frac{\partial C}{\partial r} \quad 35$$

Z Black-Scholesova modelu potom vyplývá:

$$r_{call} = KTe^{-rT}N(d_2) \quad 36$$

$$r_{put} = -KTe^{-rT}N(-d_2)$$

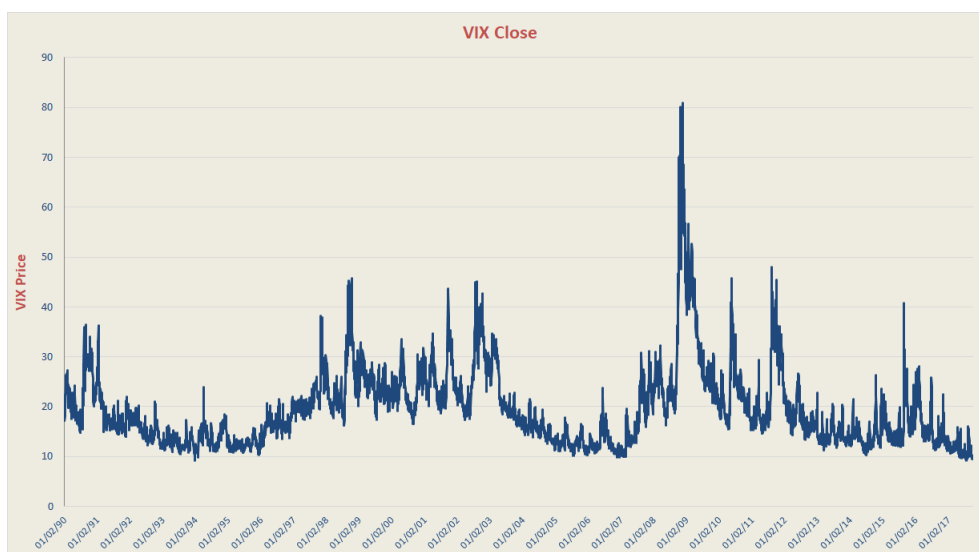
Pokud by  $\rho$  vyšlo rovno 10, pak by to znamenalo, že při změně bezrizikové úrokové míry o 1%, změní hodnotu opce o  $0.01 \times 10 = 0,1$ .

### 3.3.6 Implikovaná a historická volatilita

Ačkoliv volatilita nepatří přímo mezi *greeks*, rozhodl jsem se ji popsat v této kapitole. Implikovaná volatilita (IV) je jedním z nejdůležitějších parametrů při obchodování s opcemi. Zatímco historická volatilita je spočitatelná z historických dat jako směrodatná odchylka, implikovaná volatilita vyjadřuje nejistotu do budoucna neboli, jaký má trh názor na budoucí výkyvy podkladového aktiva.

Při obchodování s opcemi se často na standardizovaných trzích obchoduje právě s hodnotou implikované volatility, a nikoliv se samotnou cenou opce. To z toho důvodu, že implikovaná volatilita se nemění tolik, jako cena opce.

Implikovaná volatilita udává jakousi nejistotu trhu ohledně budoucího vývoje, čím vyšší IV je, tím vyšší nejistota na trhu panuje. Základním ukazatelem na světových trzích je index implikované volatility na akcie Standard & Poor 500, který zahrnuje 500 nejobchodovanějších akciových titulů.



Obrázek 17, VOLATILITY S&P 500 (^VIX), zdroj dat: yahoo finance

Graf ukazuje index implikované volatility od roku 1990 až po současnost, největší výkyvy vidíme v dobách finančních krizí (2008–2009) kdy na trhu panuje největší nejistota ohledně budoucího vývoje.

Black-Scholesův model nám dává rovnici pro výpočet opce evropského typu. Parametry modelu jsou: počáteční cena  $S_0$ , realizační cena  $K$ , bezriziková úroková míra  $r$ , doba realizace opce  $T$  a historická volatilita  $\sigma_h$ .

Cena call opce je tedy funkcí:  $C = f(S_0, K, T, \sigma_h)$

Spočteme-li podle tohoto modelu cenu opce a porovnáme s tržní cenou, zjistíme, že se cena opce liší. To má za následek právě implikovaná volatilita, která v modelu není zahrnuta a kterou lze, na základě tržní ceny z modelu dopočítat:  $\sigma_{impl} = f(C_{trh}, S_0, K, T)$

### 3.4 Metoda Monte Carlo

Jedná se o další účinný nástroj pro oceňování opcí. Model vychází z předpokladu, že cena podkladového aktiva sleduje *geometrický Brownův pohyb*, který je popsán rovnicí 9.

Monte Carlo vytváří simulaci několika možných a zároveň náhodných vývoju pro cenu podkladového aktiva, které sleduje *geometrický Brownův pohyb*. Na základě vývoje ceny se pro každou simulaci poté vypočte výplatní funkce opce (payoff), ty se všechny zprůměrují a diskontují k dnešnímu datu.

Zvyšováním počtu simulací se zvyšuje přesnost v odhadu ceny opce. Použijeme-li dostatečné<sup>10</sup> množství simulací, hodnota opce konvertuje k Black-Scholesově modelu.

Rozdělíme-li „dobu života“ derivátu na  $N$  malých intervalů o délce  $\Delta t$ , můžeme aproximovat rovnici 9 na

$$S(t + \Delta t) - S(t) = \mu S(t)\Delta t + \sigma S(t)\varepsilon\sqrt{\Delta t} \quad 37$$

V praxi je vhodnější při simulaci použít logaritmus ceny podkladového aktiva  $\ln(S)$ .

Podle *Itova lemmatu* platí

$$\ln S(t + \Delta t) - \ln S(t) = \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t} \quad 38$$

Po úpravách této rovnice dostaneme vztah, který můžeme použít pro oceňování opcí v čase  $T$

$$S(t) = S(0) \exp \left( \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t} \right) \quad 39$$

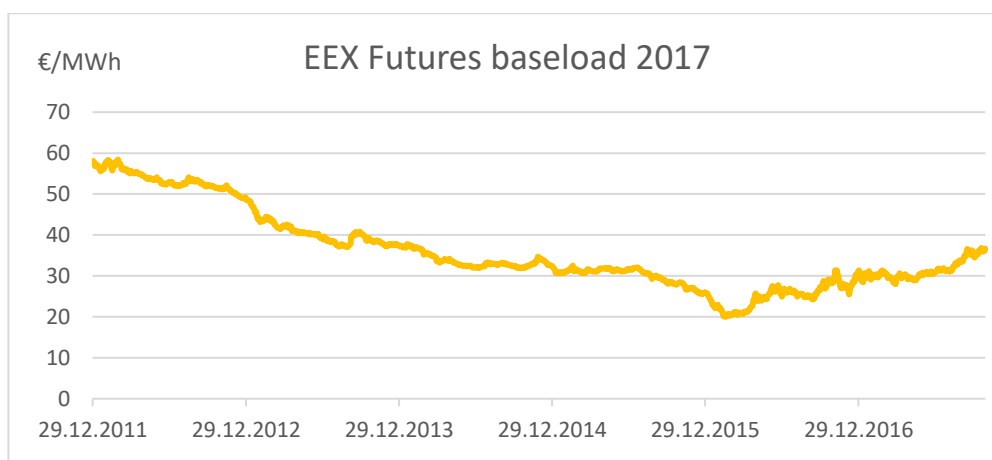
<sup>10</sup> Obvykle stačí sto takových simulací, aby metoda dávala vypovídající hodnotu

### 3.4.1 Vytvoření možných cest ceny podkladového aktiva

Abych demonstroval, jak může vypadat použití simulace Monte Carlo v praxi, vygeneroval jsem v programu MS Excel několik možných cest vývoje ceny elektřiny.

Jako vstupní data jsem použil data z německé burzy EEX, na které se obchoduje s dlouhodobými kontrakty na elektřinu a další komodity.

Vývoj ceny kontraktu základního pásma na rok 2018 s dodávkou v Německu jsem zachytil do grafu níže, poslední cena je k datu 27.10.2017



Obrázek 18, vývoj ceny německé ceny elektřiny na rok 2018, zdroj: [www.eex.com](http://www.eex.com)

Nejprve jsem vypočetl základní parametry těchto dat, k tomu jsem použil „Analýzu dat“ v Excelu a funkci „Popisná statistika“.

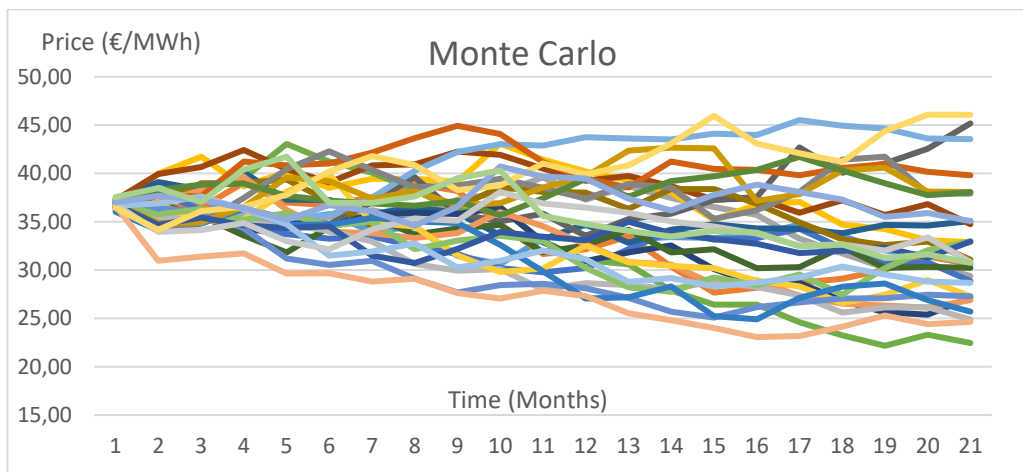
<b>EEX CAL 18 popisná statistika</b>	
Stř. hodnota	-0.027%
Chyba stř. hodnoty	0.00025
Medián	-0.00057
Modus	0.00000
Směr. odchylka	0.95%
Rozptyl výběru	0.00009
Špičatost	4.23
Šikmost	0.33
Rozdíl max-min	0.10
Minimum	-0.048
Maximum	0.053
Součet	-0.393
Počet	1477

Na základě těchto dat jsem provedl simulaci padesáti náhodných cest vývoje ceny. Simulaci jsem provedl po měsících, k tomu jsem si přepočtl hodnotu očekávaného výnosu a směrodatné odchylky z denní na měsíční základ.

$$r_m = (1 + r_d)^{21} = -0,56\%$$

$$\sigma_m = \sigma_d * \sqrt{21} = 4,34\%$$

Jedná se o měsíční přepočtení, avšak místo 30 dní používám číslo 21, neboť to je průměrný počet obchodních dnů v měsíci.



Obrázek 19, Simulace Monte Carlo pro 30 cest

## 4 Výpočet ceny opcí pomocí metody Monte Carlo a Black-Scholes

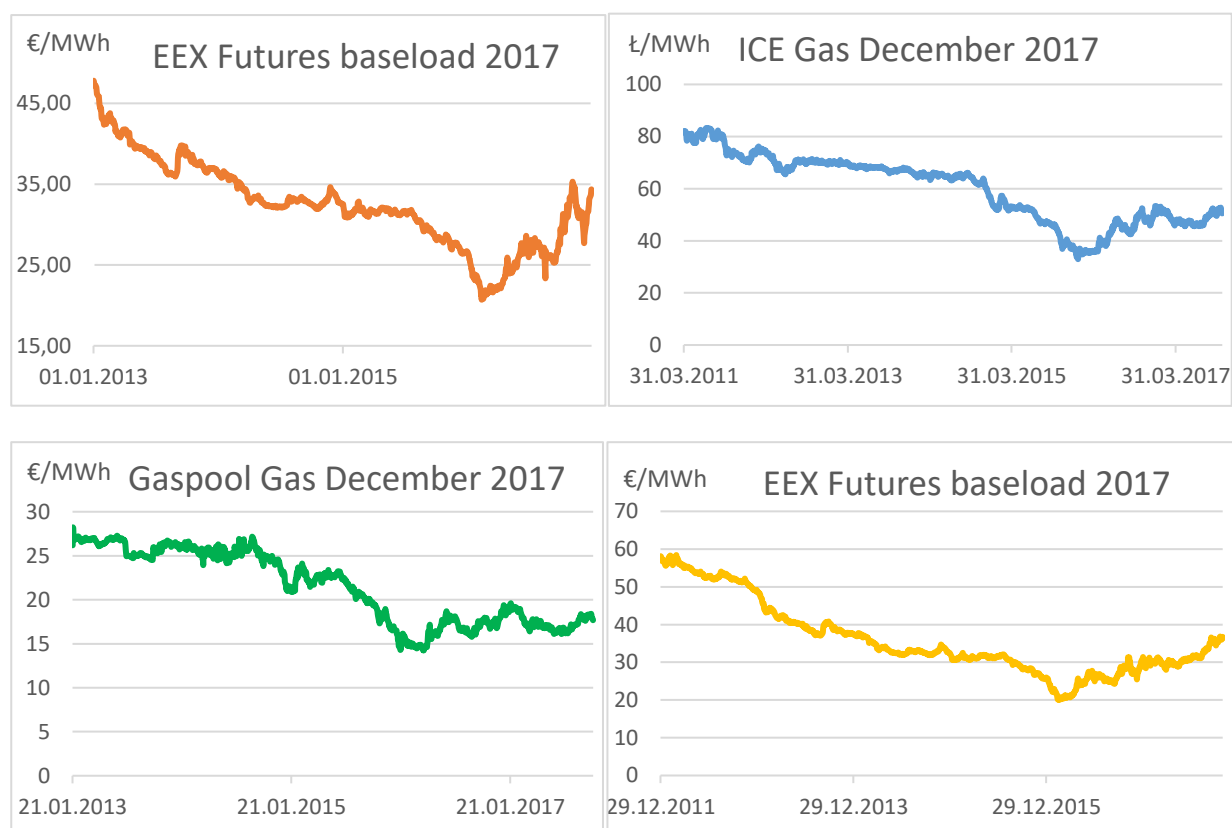
V této kapitole počítám pomocí výše popsaných metod hodnotu *call* a *put* opce, následně obě metody srovnávám.

### 4.1 Analýza vstupních dat

Nejprve jsem si vybral, jaká data použiji jako podklad pro mé výpočty. K tomu jsem zkoumal, zda denní výnosy těchto cen sledují normální rozdělení, nebo se k němu alespoň blíží. Vybral jsem si pro analýzu čtyři různé datové soubory.

1. Německá elektřina (baseload) s dodávkou na rok 2017, burza EEX
2. Německá elektřina (baseload) s dodávkou na rok 2018, burza EEX
3. Plyn v hubu<sup>11</sup> Gaspool s dodávkou na prosinec roku 2017, burza ICE
4. Plyn v hubu NBP<sup>12</sup> s dodávkou na prosinec roku 2017, burza ICE

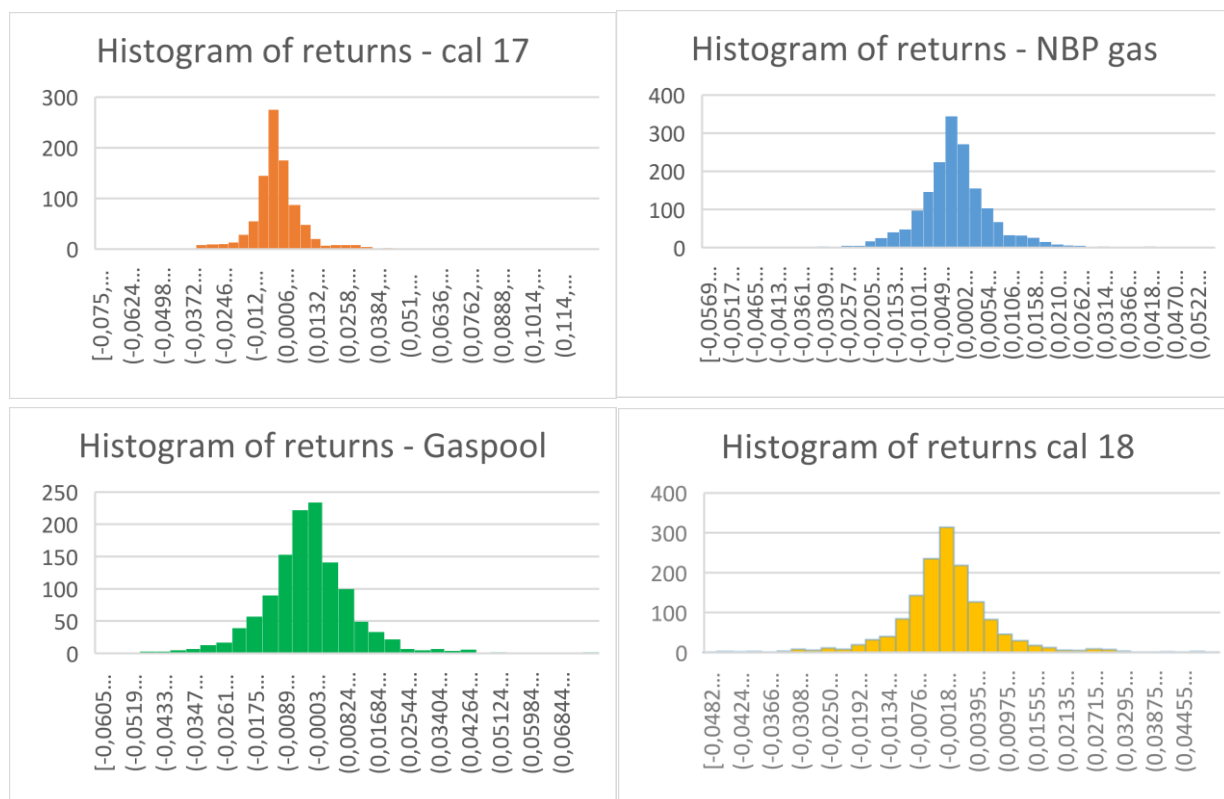
Na těchto datech jsem analyzoval normalitu výnosů, nejprve graficky a potom numericky pomocí testů Kolmogorov-Smirnov a Jarque-Bera.



Obrázek 20, graf vývoje komodit, zdroj dat: [www.eex.com](http://www.eex.com), [www.theice.com](http://www.theice.com)

<sup>11</sup> Plynový „hub“ je místo, kde dochází k vypořádání a dodávce plynových obchodů, Gaspool je jedním ze dvou německých obchodních „hubů“ spolu s NCG

<sup>12</sup> NBP je virtuální plynový bod (hub) ve Velké Británii



Obrázek 21, histogramy denních výnosů, vypočteno z výše uvedených dat

Histogramy výše naznačují, že některá data by mohla sledovat normální rozdělení, nejlépe vypadají výnosy „Gaspool“ a „cal 18“, naopak data „cal 17“ již od pohledu vykazují vysokou špičatost, a tudíž nejspíše nebudou sledovat normální rozdělení.

#### 4.2 Kolmogorov-Smirnov test [27]

Jedná se o test, který může být použit, chceme-li zjistit, zda vzorek dat pochází z referenčního rozdělení.

Tento test kvantifikuje vzdálenost mezi empirickou distribuční funkcí vzorku a kumulativní distribuční funkcí referenčního (v mém případě normálního) rozdělení.

Jako nulovou hypotézu předkládám tvrzení, že můj vzorek dat náleží stejnému rozdělení jako je referenční. Alternativní hypotéza pak tvrdí, že vzorek nepochází ze stejného rozdělení.

<b>H0: Výnosy sledují normální rozdělení</b>	
<b>H1: Výnosy nesledují normální rozdělení</b>	

<b>Kolmogorov-Smirnov Test</b>		
<b>EEX CAL17</b>	Maximální rozdíl mezi (rank-1)/n a skutečnou distribuční funkcí	<b>0.393</b>
	Kritická hodnota v Kolmorov-Smirnov testu pro vzorek na hladině 5%	<b>0.045</b>
	Kritická hodnota v Kolmorov-Smirnov testu pro vzorek na hladině 1%	<b>0.054</b>
	<b>Zamítám nulovou hypotézu</b>	
<b>EEX CAL18</b>	Maximální rozdíl mezi (rank-1)/n a skutečnou distribuční funkcí	<b>0.084</b>
	Kritická hodnota v Kolmorov-Smirnov testu pro vzorek na hladině 5%	<b>0.035</b>
	Kritická hodnota v Kolmorov-Smirnov testu pro vzorek na hladině 1%	<b>0.042</b>
	<b>Zamítám nulovou hypotézu</b>	
<b>ICE</b>	Maximální rozdíl mezi (rank-1)/n a skutečnou distribuční funkcí	<b>0.112</b>
	Kritická hodnota v Kolmorov-Smirnov testu pro vzorek na hladině 5%	<b>0.033</b>
	Kritická hodnota v Kolmorov-Smirnov testu pro vzorek na hladině 1%	<b>0.040</b>
	<b>Zamítám nulovou hypotézu</b>	
<b>GASPOOL</b>	Maximální rozdíl mezi (rank-1)/n a skutečnou distribuční funkcí	<b>0.072</b>
	Kritická hodnota v Kolmorov-Smirnov testu pro vzorek na hladině 5%	<b>0.039</b>
	Kritická hodnota v Kolmorov-Smirnov testu pro vzorek na hladině 1%	<b>0.047</b>
	<b>Zamítám nulovou hypotézu</b>	

*Tabulka 1, KS test na vybraných datech*

Kritická hodnota, vůči níž se porovnává maximální vzdálenost, je stanovena pro malé vzorky v tabulkách, pro větší vzorky se pro hladinu spolehlivosti 5% stanoví jako  $\frac{1,36}{\sqrt{n}}$  a  $\frac{1,63}{\sqrt{n}}$  pro hladinu spolehlivosti 1%.

Jelikož je hodnota rozdílu u každého vzorku větší, než je kritická hodnota, zamítám nulovou hypotézu, že výnosy sledují normální rozdělení.

### 4.3 Jarque-Bera test [19]

Tato testová statistika je spočtena za pomoci šikmosti a špičatosti daného vzorku dat. Hodnota, která se porovnává s kritickou hodnotou se vypočte jako

$$JB = \frac{n}{6} \left( S^2 + \frac{K^2}{4} \right) \quad 40$$

Kde  $S$  je výběrová šikmost a  $K$  je špičatost.

Hypotézu  $H_0$  zamítám v této statistice v případě, že

$$JB > X_{\nu=2}^2(\alpha)$$

Kde  $\alpha$  je hladina významnosti.

<b>H0: Výnosy sledují normální rozdělení</b>	
<b>H1: Výnosy nesledují normální rozdělení</b>	

<b>Jarque-Bera Test</b>				
<b>EEX CAL17</b>	Šikmost vzorku			<b>1.30</b>
	Špičatost vzorku			<b>20.03</b>
	JB statistic value			<b>5.99</b>
<b>Zamítám nulovou hypotézu</b>				
<b>EEX CAL18</b>	Šikmost vzorku			<b>0.33</b>
	Špičatost vzorku			<b>4.23</b>
	JB statistic value			<b>5.99</b>
<b>Zamítám nulovou hypotézu</b>				
<b>ICE</b>	Šikmost vzorku			<b>-0.34</b>
	Špičatost vzorku			<b>5.71</b>
	JB statistic value			<b>5.99</b>
<b>Zamítám nulovou hypotézu</b>				
<b>GASPOOL</b>	Šikmost vzorku			<b>0.53</b>
	Špičatost vzorku			<b>4.36</b>
	JB statistic value			<b>5.99</b>
<b>Zamítám nulovou hypotézu</b>				

Tabulka 2, JB test na vybraných datech

Stejně jako v předchozím testování mi test zamítl ve všech případech nulovou hypotézu.

#### 4.4 Závěr ze vstupní analýzy

Ze vstupní analýzy mi vyplývá, že výnosy ani jednoho datového souboru nesledují normální rozdělení. Oceňování opcí pomocí standardních metod normalitu předpokládá. Fakt, že denní výnosy nesledují normální rozdělení může být způsoben například tím, že existuje „volatility smile“, který ukazuje, že většina podkladových aktiv nemá konstantní implikovanou volatilitu, nýbrž volatilita na grafu vypadá jako parabola (odtud název „smile“, nebo „skew“).

Navzdory faktu, že oba testy normality neprokázaly normálnost výnosů ani jednoho datového souboru, budu dále v textu aplikovat Black-Scholesovu metodu pro oceňování opcí. Argumentem pro tento postup je, že ačkoliv tento model normálnost výnosů předpokládá, ve skutečnosti stačí, když bude normální celkový výnos mezi současností a expirací opce. To ale automaticky neznamená, že jednotlivé denní výnosy po celé cestě budou náležet stejnému rozdělení, a tedy se u nich podaří úspěšně nezamítnout hypotézu o normalitě. Není tedy vyloučeno, že bude normální rozdělení celkového výnosu.



Dalším argumentem pro další použití Black-Scholesova modelu je, že i přesto, že rozdělení nemusí být normální, je tento model stále dobrým nástrojem pro výpočet a já jsem ochoten smířit se s chybou, které se použitím tohoto modelu dopouštím. Tím spíše, že celé moje snažení stojí na předpokladu, že budoucnost je stejná jako minulost, a v tom podle mého názoru děláme chybu daleko větší a „nenormalita“ se v tom ztratí.

V dalším výpočtu již nebudu počítat s daty německé elektřiny „cal-17“, jednak proto, že tento kontrakt již vypršel a jednak proto, že vykazuje příliš velikou špičatost. Stejně tak vyřazuji i data plynu z burzy ICE. Dále budu počítat pouze s cenami německé elektřiny a plynu na rok 2018 „cal-18“, tato data podle grafu vypadají „nejnormálněji“ a nevykazují takovou špičatost, jako ostatní data.

#### 4.5 Výpočet ceny opce pomocí Black-Scholesova modelu

Na základě vstupních dat „cal-18“ jsem vypočetl vstupní data, která vstupují do výpočtu ceny opce.

Situaci jsem namodeloval jak z pohledu výrobce, který se snaží pomocí put opce zajistit se proti pádu ceny, tak z pohledu odběratele, který se naopak chce zajistit proti jejímu růstu.

Oba dva účastníci trhu se zajištění chystají provést k aktuálnímu datu, tedy k 27.10.2017, a opci budou držet až do doby splatnosti, což je datum 31.12.2017, kdy dojde k vypršení kontraktu „cal-18“.

Vstupní hodnoty pro výpočet	
volatilita (denní)	0.948%
volatilita (roční)	15.05%
tržní cena (27.10.2017)	€ 36.70
realizační cena	€ 36.00
aktuální datum	pátek 27. říjen 2017
datum realizace	neděle 31. prosinec 2017
čas života opce (% z roku)	17.81%
Bezriziková úroková míra	3.00%

Tabulka 3, vstupní hodnoty pro výpočet

Výsledky	
Cena call opce evropského typu	€ 1.43
Cena put opce evropského typu	€ 0.54
Delta (call)	0.66
Delta (put)	-0.34
Gamma (call, put)	0.16
Theta (call)	-0.008
Theta (put)	-0.005
Vega (call, put)	5.66

Tabulka 4, tabulka výsledných hodnot

#### 4.6 Interpretace výsledků a analýza citlivosti

Cena kupní (call) opce vyšla vyšší, než cena prodejní (put) opce. Z tohoto pohledu má lepší postavení výrobce, neboť je pravděpodobné, že cena se do konce roku pod 36 € nedostane. Výrobce stojí tedy pojistka proti poklesu ceny pod 36 € pouze 1.43 €/MWh. Chce-li si výrobce touto opcí zajistit výrobu pro 50ti megawattový elektrárenský blok, může tak učinit dlouhou pozicí v 50ti put opcích za 0.54 €/MWh. Zajištění tohoto výrobce vyjde tedy na 27 € za hodinu. Naopak zajistit se stejným množstvím proti ceně vyšší nežli 36 € by vyžadovalo vstoupit do dlouhé pozice a koupit 50 call opcí za 1.43, což se rovná 71.5 € za hodinu.

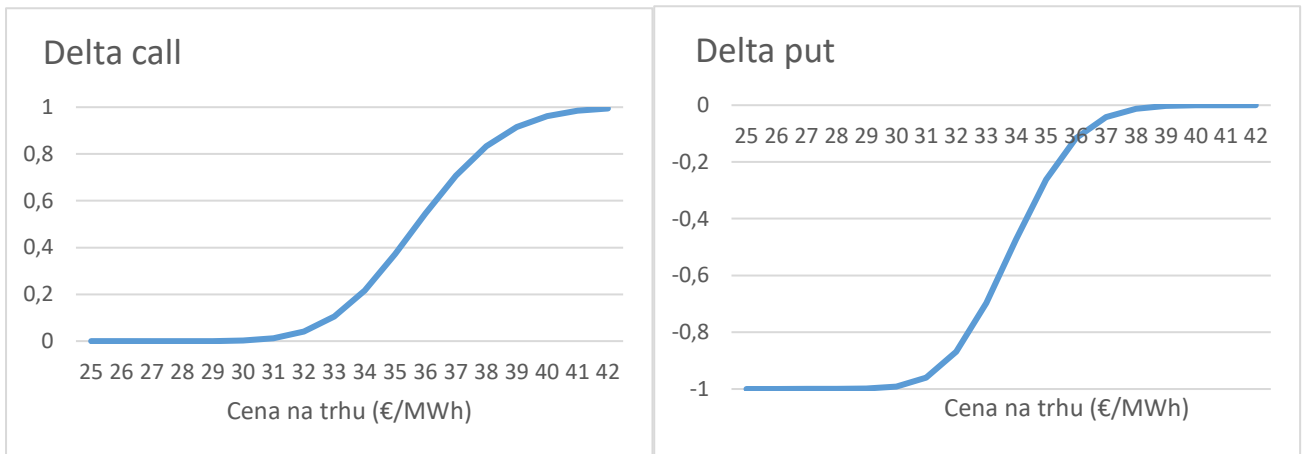
**Delta** call opce vyšla 0.66. Znamená to, že pokud cena elektřiny cal-18 stoupne o 1 €, pak cena call opce vzroste o **0.66 €**. Při tom samém vzrůstu ceny cena put opce klesne o 0,34 €.

**Gamma**, jakožto druhá derivace ceny opce podle ceny udává změnu v deltě opce. Delta opce by se při růstu o 1€ změnila o 0.16.

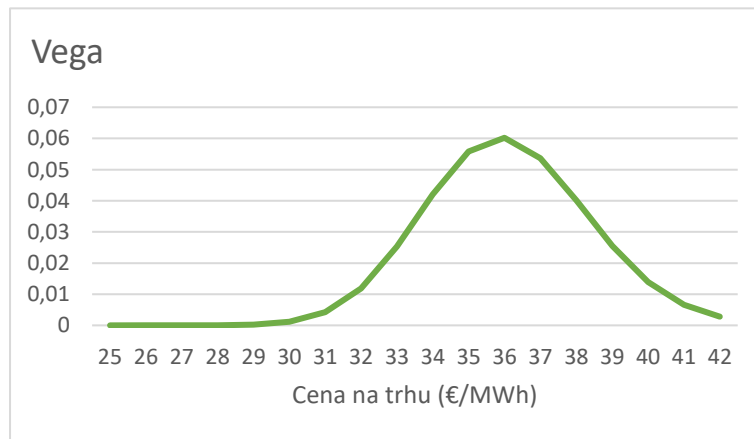
**Theta** udává, o kolik se změní hodnota opce po uplynutí jednoho roku. Hodnota call opce by za rok ztratila **0.008 €** a put opce **0.005 €**.

**Vega** udává změnu v hodnotě opce, pokud by se volatilita změnila o 1 %, v tomto případě by i call i put opce vzrostla o **0.057 €**. Oba typy opcí s rostoucí volatilitou nabývají na hodnotě, neboť volatilita představuje nejistotu a každý nárůst nejistoty na trhu způsobí zdražení jištění.

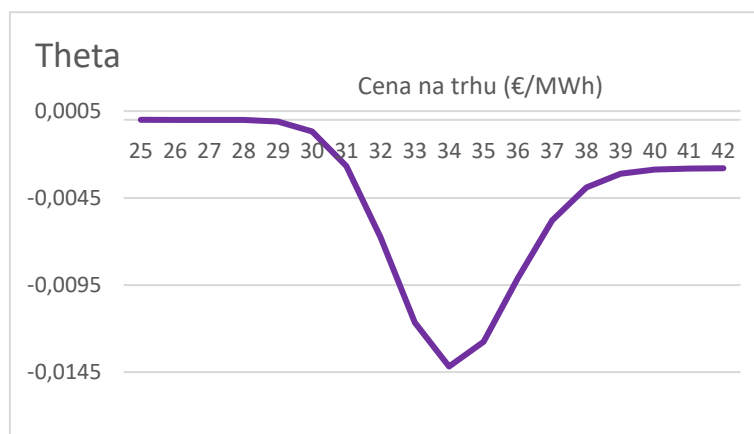
## 4.7 Analýza citlivosti



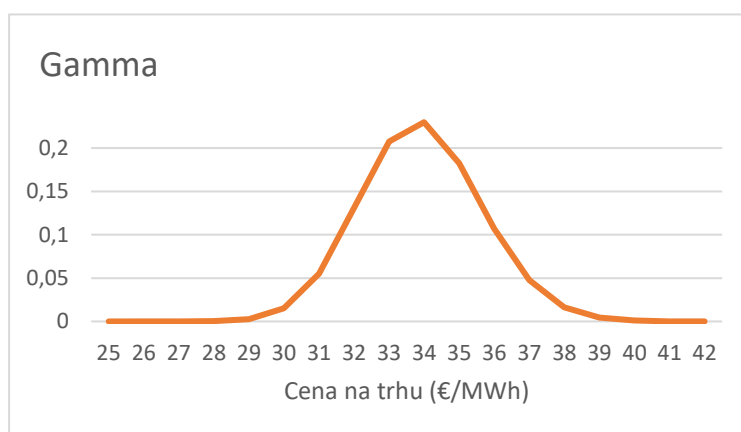
Obrázek 22, delta parametry, citlivostní analýza



Obrázek 23, vega parametr, citlivostní analýza



Obrázek 24, theta parametr, citlivostní analýza



Obrázek 25, gamma parametr, citlivostní analýza

Výše jsou uvedeny grafy citlivostní analýzy jednotlivých „greeků“ na cenu elektřiny.

**Delta** call opce nabývá hodnot od 0 do 1 a nejvíce ovlivní cenu opce, pokud je opce hluboko v penězích. Delta put opce nabývá hodnot od -1 do 0 a s klesající cenou roste vliv delta na cenu opce.

**Gamma** opce je rychlost změny hodnoty Delta, když se podívám na graf Delta, je vidět, že největší změna v deltě opce probíhá, když je opce na penězích, v tomto bodě je také nejvyšší hodnota Gamma.

Z citlivostní analýzy **Vega** je také vidět, že jeho hodnota je nejvyšší, když je opce na penězích a klesá, pokud se opce dostává do peněz a mimo peníze. Je to způsobeno tím, že opce na penězích má největší časovou hodnotu, naopak opce mimo peníze má časovou hodnotu nejmenší.

Pokud držíme dlouhou pozici v call, nebo put opci, držíme zároveň krátkou pozici v **Theta** této opce. Hodnota Theta znázorňuje, jakou ztratí opce hodnotu po uplynutí jednoho obchodního dne při ostatních parametrech nezměněných. Největší vliv má Theta na hodnotu opce opět když je opce na penězích a je to způsobeno tím, že na penězích má opce největší časovou hodnotu, a tudíž největší časovou prémii.

#### 4.6 Výpočet ceny opce pomocí metody Monte-Carlo

Abych mohl Black-Scholesovu metodu a metodu Monte-Carlo srovnat, počítal jsem hodnotu opce na těch samých datech.

Výpočet ceny opce jsem provedl tím způsobem, že jsem vytvořil 1000 simulací pohybu ceny podkladového aktiva. Tyto simulace končí v době expirace opce, tedy poslední den roku 2017 a každé číslo představuje možnou hodnotu podkladového aktiva na konci roku.

V každém z tisíce případů jsem na konci roku vypočetl výplatní funkci call a put opce se stejnými parametry jako výše.

Dále jsem provedl diskontování této výplatní funkce k aktuálnímu datu (27.10.2017) a dostal hodnotu opce pro toto datum a pro každou simulaci.

Průměr těchto diskontovaných hodnot by se měl blížit hodnotě vypočítané pomocí Black-Scholesova modelu.

<i>Monte Carlo call price</i>	<i>Monte Carlo put price</i>
<b>1.418</b>	<b>0.546</b>

*Tabulka 5, výsledky výpočtu pomocí metody Monte-Carlo*

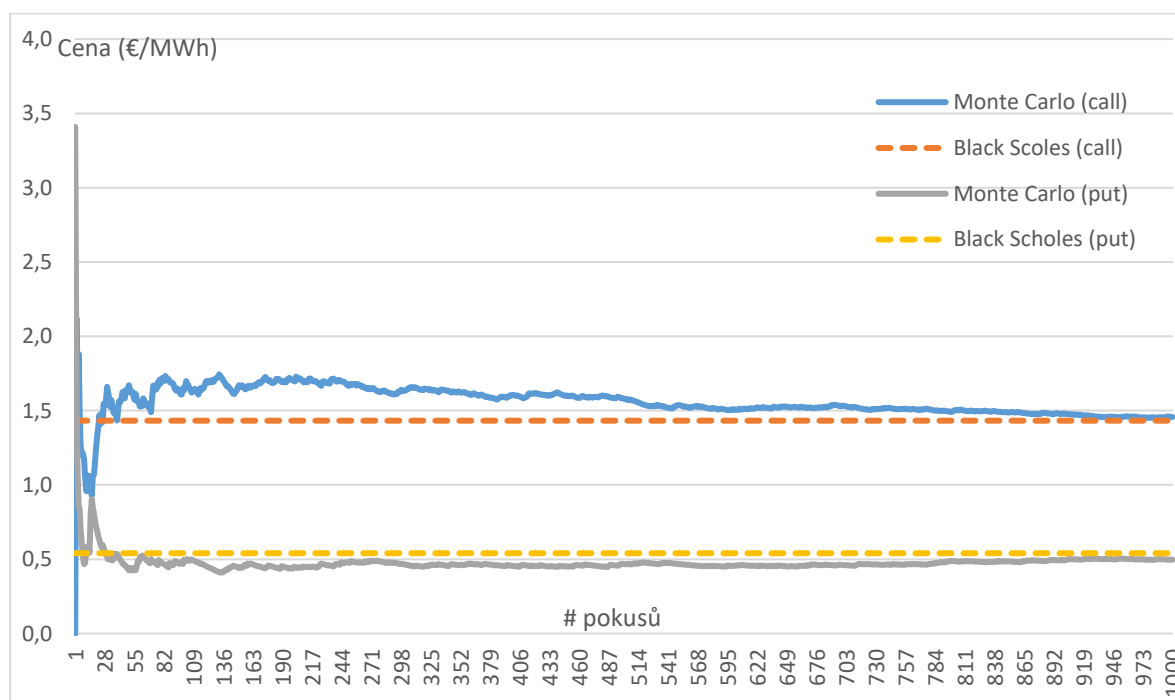
V porovnání s hodnotami vypočtenými modelem Black-Scholes, se tyto hodnoty příliš neliší.

<b>Porovnání</b>	
Call opce (BS)	<b>1,432 €</b>
Put opce (BS)	<b>0,541 €</b>
Call opce (MC)	<b>1,418 €</b>
Put opce (MC)	<b>0,546 €</b>
Rozdíl call (BS – MC)	<b>0,014 €</b>
Rozdíl put (BS – MC)	<b>-0,005 €</b>

*Tabulka 6, porovnání metod pro výpočet ceny opcí*

Rozdíly ve výpočtu mezi těmito dvěma metodami lze považovat za zanedbatelné.

Na grafu níže jsem zobrazil, jak metoda Monte-Carlo při zvyšujícím se počtu simulací konverguje k analytické metodě Black-Scholes.



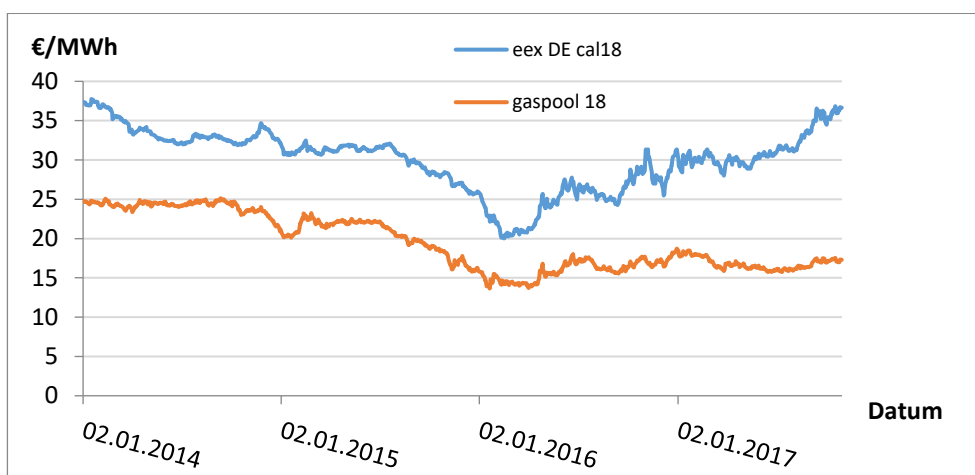
*Obrázek 26, graf konvergence metody MC k metodě Black-Scholes*

## 5) Ocenění exotických opcí na komoditním trhu

V této části práce oceňuji *spread opci*, což je opce, jejíž výplatní funkce závisí na cenovém rozdílu (neboli *spreadu*) dvou aktiv s nenulovou korelací.

### 5.1 Základní údaje pro výpočet opcí

V mém případě jsem si za aktiva zvolil futures cenu elektřiny (cal-18) a futures cenu zemního plynu (cal-18). Pro elektřinu používám data pro německý trh (EEX) a pro plyn stejně tak německý trh, který má dva virtuální obchodní body – Gaspool a NCG (NetConnect Germany). Vzhledem k tomu, že cena je na obou těchto bodech velice podobná, zvolil jsem si jako referenční bod Gaspool.



Obrázek 27, Vývoj cen elektřiny a plynu na německém trhu

Výše jsem zobrazil vývoj ceny dvou korelovaných komodit, u kterých následně počítám základní parametry pro výpočet ceny opce.

Základní výpočty	
Korelace	<b>0,53</b>
P(0)	<b>36,63 €/MWh</b>
G(0)	<b>17,28 €/MWh</b>
Realizační datum	<b>31.12.2017</b>
Současné datum	<b>30.10.2017</b>
T (procento z roku)	<b>17%</b>

Tabulka 7, tabulka základních vypočítaných hodnot

#### Korelace

Pro výpočet korelace jsem vypočetl výnosy jednotlivých podkladových aktiv. Z nich jsem vypočetl vzájemnou korelaci pomocí funkce v Excelu. Korelace vyšla kladná, **0,53** což

naznačuje mírnou kladnou závislost mezi těmito komoditami. Korelaci dále uvádím pod řeckým písmenem  $\rho$ .

### Cena elektřiny a plynu

Jako současnou cenu jsem vzal aktuální cenu z energetické burzy, která je k datu 30.10.2017 **36,63 €/MWh** pro derivát elektřiny a **17,28 €/MWh** pro derivát plynu.

### Realizační datum a čas

Toto datum jsem zvolil jako poslední obchodní den v roce. Oba deriváty, které sem si pro analýzu zvolil vyprší poslední den v roce 2017. Je to tedy i poslední možný den, kdy lze realizovat opci na nákup či prodej produktu základního pásma na rok 2018.

Čas, který se pak použije ve výpočtu ceny opce je procentuálně vyjádřený počet dní z roku, kdy bude opce existovat.

### Bezriziková sazba

Předpokládám, že investor má možnost bez rizika investovat do investic, například státních pokladničních poukázek, které mu vynesou alespoň **3%**.

## 5.2 Použité aproximace pro výpočet ceny exotických opcí

Pro výpočet *spread* opcí neexistuje přesné analytické řešení. K výpočtu cen těchto opcí se proto používají aproximace. K neznámějším z nich, které budu ve výpočtu používat, patří Kirkova aproximace (1995) [1] a aproximace Bjerksund a Stensland (2011) [2].

Pokud neexistuje dohodnutá realizační cena, lze pro výpočet ceny opce použít přesnou analytickou metodu podle Margrabe (1978) [3], která oceňuje pouze výměnu jednoho aktiva za druhé.

### 5.2.1 Margrabeho metoda

Je-li realizační cena opce nulová, pak se opce nazývá výměnná (Exchange option), neboť držitel opce má právo vyměnit jedno aktivum za druhé. Výplatní funkce této opce tedy z pohledu držitele je

$$C(T) = \max\{S_1(T) - S_2(T); 0\}, \quad 41$$

Podle Margrabe (1978) [23] potom cena výměnné opce pro aktiva nevyplácející dividendy je

$$C_{Mg} = e^{-rT} S_1 N(d1) - e^{-rT} S_2 N(d2) \quad 42$$

Kde  $N(d_x)$  je standardní normální rozdělení funkce a

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{S_1}{S_2}\right) + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad 43$$

$$d2 = d1 - \sigma\sqrt{T} \quad 44$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2} \quad 45$$

### 5.2.2 Kirkova aproximace

Tato aproximace již bere v úvahu domluvenou realizační cenu. V případě, že opce bude domluvena bez realizační ceny, přechází tato aproximace na výše uvedenou Magrabeho analytickou metodu.

Výplatní funkce *call spread* opce je

$$C(T) = \max\{S_1(T) - S_2(T) - K; 0\} \quad 46$$

Konkrétně pro případ *call spark spread* opce

$$C(T) = \max\{P(T) - hG(T) - K; 0\} \quad 47$$

Kde  $P(T)$  je cena elektřiny,  $G(T)$  je cena zemního plynu a  $h$  je obrácená hodnota účinnosti zařízení.

Kirk (1995) odvodil následující vzorce pro výpočet opce

$$C_K(0, T) = S_1(0)N(d1) - S_2(0)N(d2) - e^{-rT}KN(d2) \quad 48$$

Kde

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{S_1(0)}{S_2(0) + Ke^{-rT}}\right) + \left(\frac{\sigma_K^2}{2}\right)T}{\sigma_K\sqrt{T}} \quad 49$$

$$d2 = d1 - \sigma_K\sqrt{T} \quad 50$$



$$\sigma_K = \sqrt{\left\{ \sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 \frac{S_2(0)}{S_2(0) + Ke^{-rT}} + \left( \frac{S_2(0)}{S_2(0) + Ke^{-rT}} \right)^2 \sigma_2^2 \right\}}$$

### 5.2.3 Bjerksund a Stenslandova aproximace

Bjerksund a Stensland (2011) [] odvodili následující aproximaci pro ocenění *spread* opce

$$C_K(0, T) = S_1(0)N(d1) - S_2(0)N(d2) - e^{-rT}KN(d3) \quad 52$$

Kde

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{S_1(0)}{a}\right) + \left(r + \frac{\sigma_1^2}{2} - b\rho\sigma_1\sigma_2 + \frac{b^2\sigma_2^2}{2}\right)T}{\sigma_{BS}\sqrt{T}} \quad 53$$

$$d2 = \frac{\ln\left(\frac{S_1(0)}{a}\right) + \left(r - \frac{\sigma_1^2}{2} + \rho\sigma_1\sigma_2 + \frac{b^2\sigma_2^2}{2} - b\sigma_2^2\right)T}{\sigma_{BS}\sqrt{T}} \quad 54$$

$$d3 = \frac{\ln\left(\frac{S_1(0)}{a}\right) + \left(r - \frac{\sigma_1^2}{2} + \frac{b^2\sigma_2^2}{2}\right)T}{\sigma_{BS}\sqrt{T}} \quad 55$$

$$\sigma_{BS} = \sqrt{\sigma_1^2 - 2b\rho\sigma_1\sigma_2 + b^2\sigma_2^2} \quad 56$$

A konstanty použité ve vzorcích

$$a = S_2(0)e^{rT} + K \quad 57$$

$$b = \frac{S_2(0)e^{rT}}{a} \quad 58$$

Stejně jako Kirkova aproximace i tato přechází s nulovou realizační cenou na Magrabeho analytické řešení.

## 5.3 Modelový příklad – Ocenění spark spread opce v energetickém odvětví

S použitím exotických *spread* opcí se můžeme setkat převážně v energetice. Opce se používají pro snížení rizika na volatilních energetických burzách. Typickým případem může být zajištění příjmů pro typ elektrárny, jejíž příjmy jsou závislé na ceně dvou komodit.

V mém výpočtu budu uvažovat paroplynovou výrobní jednotku. Příjmy paroplynové elektrárny jsou závislé na cenovém vývoji ceny elektřiny a ceny zemního plynu. Dalším,

velice důležitým faktorem ovlivňujícím ekonomiku paroplynové elektrárny je její **účinnost**. Dnešní paroplynové cykly dosahují vysoké účinnosti (42-58%) a jsou tedy účinnější, než samostatně parní (28-40%), nebo plynové (28-35%).

K vyjádření, kolik energie (zemního plynu) je potřeba pro přeměnu na užitečnou práci (elektrickou energii), se používá výraz „*heat rate*“. Tento výraz se obvykle vyjadřuje v jednotkách Btu/kWh, nebo MJ/kWh.

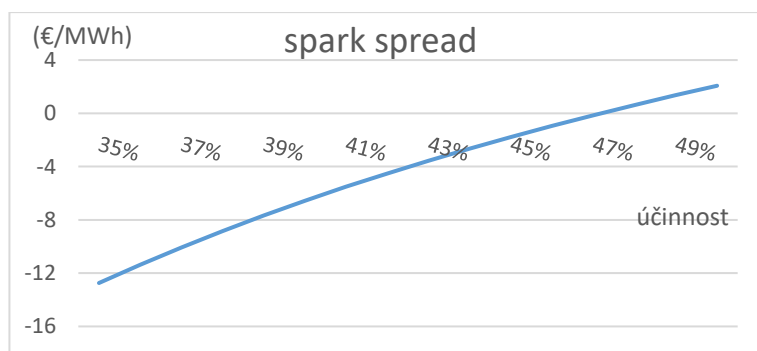
**Spark spread** je potom hodnota, která udává ekonomickou efektivitu výroby elektřiny z paroplynové elektrárny. Vyjádří se jako

$$SS = P(T) - hG(T) \quad 59$$

Tato hodnota očištěná o cenu emisní povolenky se nazývá **clean spark spread**

$$SS_{clean} = P(T) - hG(T) - CO_2(T) \quad 60$$

V následujícím grafu jsem vyjádřil závislost *spark spreadu* na účinnosti paroplynové elektrárny při současných cenách elektřiny 36,63 €/MWh a plynu 17,28 €/MWh



Obrázek 28, *spark spread* v závislosti na účinnosti

Zadáním vstupních hodnot do aproximačních vzorců Kirk a Bjerksund-Stensland jsem vypočetl hodnotu *spark spread* opce, výsledné hodnoty jsem zobrazil do tabulek níže.

Vypočtené hodnoty podle Kirk (1995)	
$\sigma_1$	17%
$\sigma_2$	18%
$\sigma_K$	16.68%
K – realizační cena	€ 2
Heat rate (48%)	2.08
$D1_K$	-0.40
$D2_K$	-0.48
<b>Spark spread (call) opce</b>	<b>€ 0.67</b>

Tabulka 8, vypočtené hodnoty podle Kirkovy aproximace

Vypočtené hodnoty podle Bjerksund-Stensland	
$\sigma_1$	17%
$\sigma_2$	18%
$\sigma_{BS}$	16.68%
K – realizační cena	€ 2
Heat rate (48%)	2.08
$D1_{BS}$	-0.40
$D2_{BS}$	-0.48
$D3_{BS}$	-0.44
<b>Spark spread (call) opce</b>	<b>€ 0.67</b>

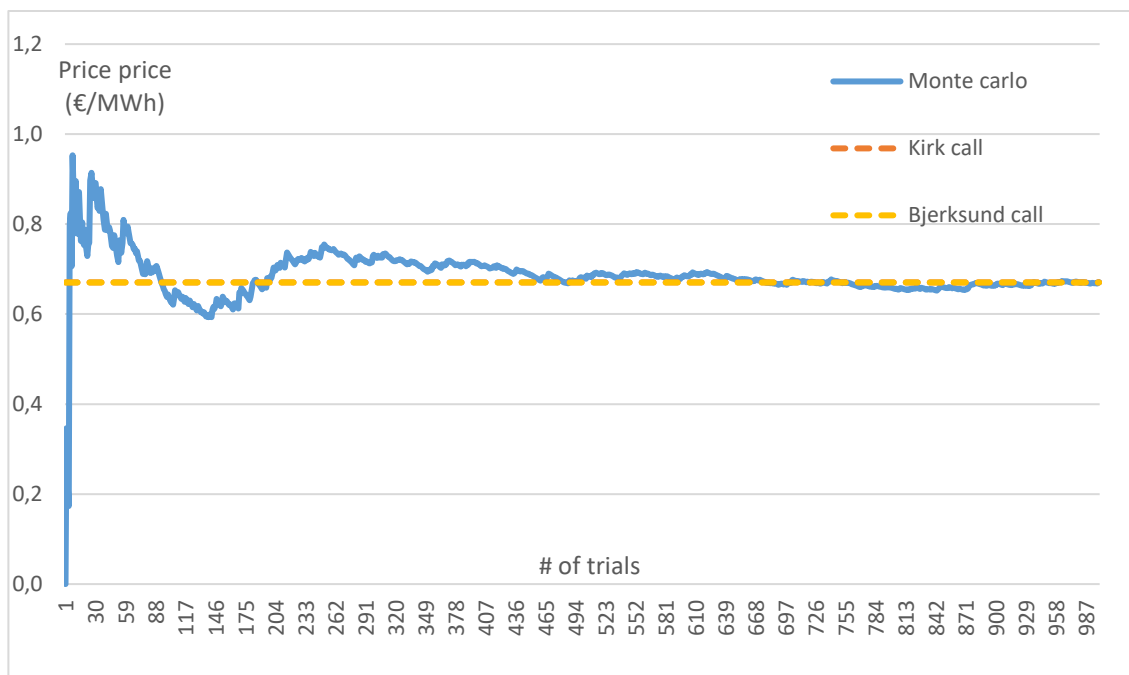
Tabulka 9, vypočtené hodnoty podle aproximace BS

Pro stejné vstupní hodnoty jsem také vytvořil simulaci Monte Carlo a cenu opce jsem vypočetl i podle této metody.

Vypočtené hodnoty podle Monte Carlo	
<b>1000 simulací</b>	<b>€ 0,705</b>
<b>2500 simulací</b>	<b>€ 0,700</b>

Stejně jako v předchozí kapitole, i v tomto výpočtu metoda Monte Carlo na 1000 a 2500 simulací dává poměrně přesné výsledky. Z výsledku je vidět, že se zvyšujícím se počtem simulací se přesnost zvyšuje, avšak rozdíl mezi 1000 simulací a 2500 simulací je až na třetím desetinném místě.

Stejně jako v předchozí kapitole jsem znázornil konvergenci metody Monte Carlo do grafu (viz. níže)



Obrázek 29, Konvergence metody Monte Carlo k metodám Kirk a Bjerksund-Stensland

Vzhledem k tomu, že v tomto výpočtu sleduji cenový vývoj dvou korelovaných aktiv, bylo by dobré mít počet Monte Carlo simulací vyšší.

### 5.3.1 Citlivostní analýza – závislost ceny opce na ceně vstupních komodit

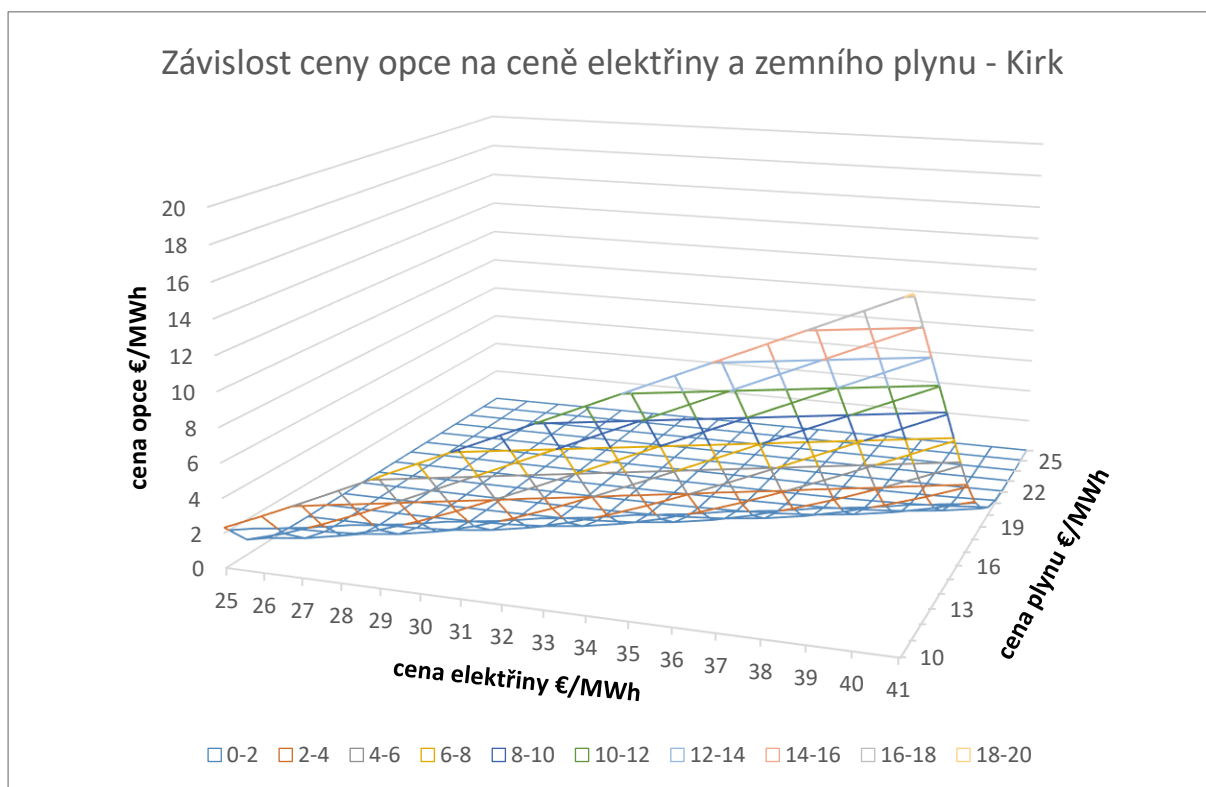
V následujících tabulkách je zobrazena citlivostní analýza ceny opce, vypočítané pomocí aproximací Kirk a Bjerksund-Stensland, a tuto analýzu jsem vynesl do tabulek a trojrozměrného grafu znázorněným níže.

		Analýza ceny opce pomocí aproximace Kirk v závislosti na ceně podkladových aktiv																			
		power price €/MWh																			
		25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41			
gas price €/MWh	10	2.308	3.227	4.196	5.185	6.182	7.182	8.181	9.181	10.181	11.181	12.181	13.181	14.181	15.181	16.181	17.181	18.181			
	11	0.862	1.490	2.277	3.171	4.124	5.107	6.101	7.099	8.098	9.098	10.098	11.098	12.098	13.098	14.098	15.098	16.098			
	12	0.200	0.460	0.888	1.494	2.253	3.122	4.058	5.031	6.020	7.016	8.015	9.015	10.015	11.015	12.015	13.015	14.015			
	13	0.029	0.090	0.231	0.495	0.916	1.502	2.236	3.080	3.998	4.959	5.942	6.935	7.933	8.932	9.931	10.931	11.931			
	14	0.003	0.011	0.040	0.111	0.262	0.530	0.945	1.514	2.224	3.045	3.944	4.892	5.866	6.855	7.851	8.849	9.848			
	15	0.000	0.001	0.005	0.017	0.052	0.133	0.293	0.565	0.975	1.529	2.217	3.016	3.896	4.829	5.794	6.777	7.770			
	16	0.000	0.000	0.000	0.002	0.007	0.024	0.066	0.157	0.325	0.601	1.005	1.546	2.215	2.992	3.853	4.771	5.725			
	17	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.011	0.033	0.082	0.182	0.358	0.636	1.036	1.565	2.216	2.974	3.815			
	18	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.016	0.043	0.100	0.207	0.390	0.671	1.068	1.586	2.221			
	19	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.008	0.022	0.054	0.118	0.234	0.423	0.707	1.100			
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.004	0.011	0.029	0.066	0.138	0.261	0.456			
	21	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.006	0.016	0.037	0.080	0.158			
	22	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.008	0.021	0.046			
	23	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.005	0.012			
	24	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002			
	25	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000			
	26	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000			

Tabulka 10, citlivostní analýza ceny opce v závislosti na ceně vstupních komodit (Kirk)

		Analýza ceny opce pomocí aproximace BS v závislosti na ceně podkladových aktiv																			
		power price €/MWh																			
		25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41			
gas price €/MWh	10	2.309	3.227	4.196	5.185	6.182	7.182	8.181	9.181	10.181	11.181	12.181	13.181	14.181	15.181	16.181	17.181	18.181			
	11	0.862	1.490	2.277	3.171	4.125	5.107	6.101	7.099	8.098	9.098	10.098	11.098	12.098	13.098	14.098	15.098	16.098			
	12	0.200	0.459	0.888	1.494	2.253	3.122	4.059	5.031	6.020	7.016	8.015	9.015	10.015	11.015	12.015	13.015	14.015			
	13	0.028	0.090	0.230	0.495	0.916	1.503	2.236	3.081	3.999	4.959	5.942	6.935	7.933	8.932	9.931	10.931	11.931			
	14	0.003	0.011	0.039	0.111	0.261	0.530	0.945	1.514	2.224	3.045	3.944	4.892	5.867	6.855	7.851	8.849	9.848			
	15	0.000	0.001	0.005	0.017	0.052	0.133	0.293	0.565	0.975	1.529	2.218	3.016	3.896	4.829	5.794	6.778	7.770			
	16	0.000	0.000	0.000	0.002	0.007	0.024	0.066	0.157	0.325	0.600	1.005	1.546	2.215	2.993	3.853	4.771	5.726			
	17	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.011	0.032	0.082	0.181	0.357	0.636	1.036	1.565	2.217	2.974	3.816			
	18	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.016	0.042	0.099	0.207	0.390	0.671	1.068	1.586	2.221			
	19	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.008	0.022	0.054	0.118	0.233	0.423	0.706	1.099			
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.004	0.011	0.029	0.066	0.137	0.261	0.456			
21	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.006	0.015	0.037	0.080	0.158			
22	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.008	0.021	0.046			
23	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.011			
24	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002			
25	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000			
26	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000			

Tabulka 11, citlivostní analýza ceny opce v závislosti na ceně vstupních komodit (BS)



Obrázek 30, graf závislosti ceny opce na cenách vstupních komodit

### 5.4 Delta hedging spread opce

Ve výpočtu jsem postupoval z pohledu energetické společnosti, konkrétně společnosti provozující paroplynovou elektrárnu. Účinnost této elektrárny jsem zvolil **48 %** a instalovaný výkon **750 MW**. Předpokládám, že elektrárna je provozována jako polo-špičkový zdroj s dobou využitím maxima **3500 h**.

Elektrárnu výrobce provozuje na území Německa a elektrárna prodává elektřinu výhradně na německém trhu EEX za tržní ceny. Plyn nakupuje elektrárna také za německé tržní ceny na virtuálním obchodním bodě Gaspool.

Na tuto elektrárnu mohu pohlížet jako na *spark spread* opci, neboť vlastním-li tuto elektrárnu schopnou provozu, mám možnost (právo) elektrárnu kdykoliv najet a vydělat na jejím provozu rozdíl ceny elektřiny a zemního plynu (při započítání účinnosti).

Vlastním-li tuto elektrárnu, mám možnost při kladném *spark spreadu* tuto elektrárnu zapnout a vydělat na tomto cenovém rozdílu. Tato možnost má určitou hodnotu a tato hodnota odpovídá ceně kupní *spark spread* opce.

### 5.4.1 Výpočet delta parametrů pro spread opci

K tomu abych vypočítal delta opce, derivuji vzorec pro výpočet opce podle ceny podkladového aktiva. Jelikož cena *spread* opce závisí na dvou aktivech, derivuji nejprve podle ceny prvního aktiva a potom podle druhého, jako výsledek dostanu dva delta parametry pro dvě aktiva. Tyto parametry znázorňují citlivost ceny opce na cenový vývoj podkladových aktiv.

Pro zjednodušení počítám s realizační cenou rovnou nule  $K = 0$ , v takovém případě Kirkova i Bjerksundova aproximace kovergují na Margrabeho vzorec, který vrací skutečnou hodnotu opce v čase 0.

$$C_{Mg}(0, T) = P(0)N(d1) - G(0)N(d2) \quad 61$$

Potřebné parametry se vypočítají podle rovnic 43, 44 a 45

Derivací rovnice pro cenu opce podle ceny podkladových aktiv dostávám dva delta parametry

$$\Delta_P = \frac{\partial C_{Mg}(0, T)}{\partial P(0)} = N(d1) + \frac{P(0)\phi(d1) - G(0)\phi(d2)}{P(0)\sigma\sqrt{T}} \quad 62$$

$$\Delta_G = \frac{\partial C_{Mg}(0, T)}{\partial G(0)} = -N(d2) - \frac{P(0)\phi(d1) - G(0)\phi(d2)}{G(0)\sigma\sqrt{T}} \quad 63$$

Po aplikaci těchto vzorců pro moje vstupní hodnoty mi vyšly následující hodnoty

$$\Delta_P = \mathbf{0.5976}$$

$$\Delta_G = \mathbf{-1.1758}$$

kteřé výrobci udávají, jakým poměrem by se měl zajistit, chce-li eliminovat riziko z cenového vývoje podkladových aktiv.

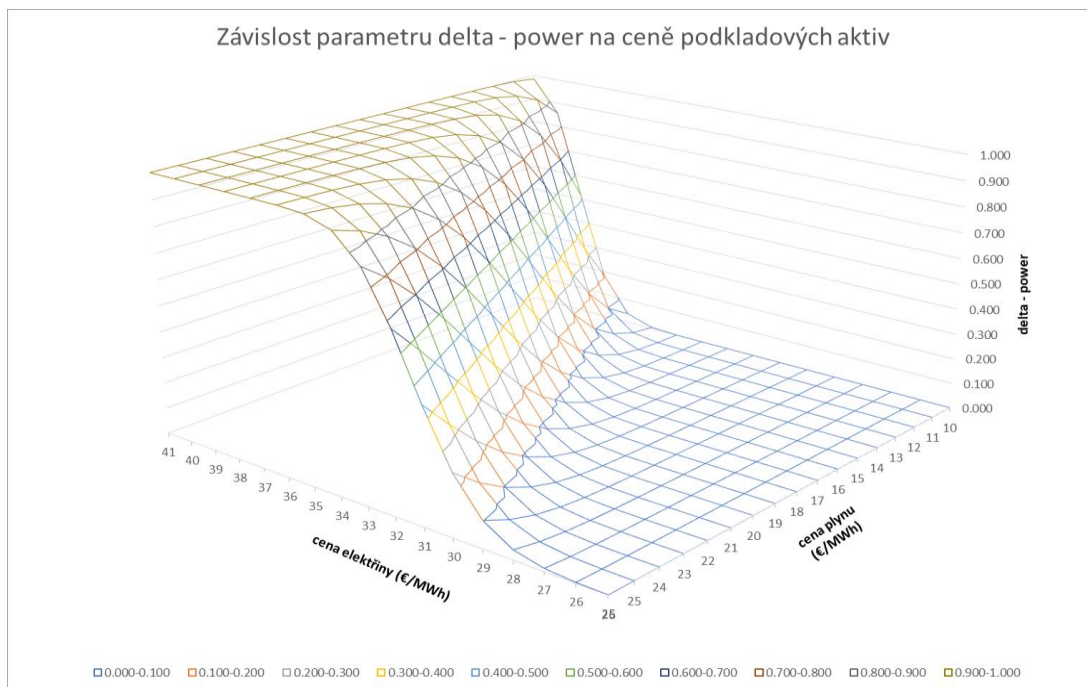
Jsem-li tedy v pozici majitele této paroplynové elektrárny, mohu si zajistit budoucí příjmy tím, že vypíši *spark spread* opce s parametry odpovídající mému případu. Delta parametry mi potom udávají, jak se zajistit proti cenovým výkyvům, tak aby moje portfolio neztrácelo hodnotu.

V tomto případě bych na každou vypsanou opci **koupil 0.60 MWh** elektřiny a **prodal 1.176 MWh** plynu. Změnu v ceně opce by mi vždy vyvážila změna v hodnotě podkladových aktiv.

Toto zajištění by však fungovalo pouze krátkou dobu, neboť se změnou ceny opce by se mi změnily i koeficienty delta, bylo by tak potřeba delta parametry při každé změně v ceně



opce přepočítávat a zajišťovat se jiným poměrem nákupu elektřiny a prodeje plynu. Tomuto typu zajišťování se říká dynamický hedging.



Obrázek 31, Závislost parametru delta na ceně podkladových aktiv

## Závěr

V práci jsem se zabýval opcemi a jejich využitím na energetických trzích. Nejprve jsem analyzoval vstupní data z energetické burzy. Ani na jednom datovém souboru se mi nepodařila prokázat normalita, k dalším výpočtům jsem tak použil data, která se normálnímu rozdělení co nejvíce blížila, což byly data pro elektřinu z německé energetické burzy EEX a pro plyn s dodávkou na německém virtuálním bodě Gaspool.

Data pro elektřinu na kalendářní rok 2018 a dodávku v Německu jsem použil pro to, abych vypočetl hodnotu klasické prodejní a kupní *vanilla* opce pomocí analytické metody Black-Scholes a numerické metody Monte Carlo. Hodnoty kupní i prodejní opce vyšly použitím obou metod takřka stejné, s rozdílem pouze 0.014 € pro kupní a -0.005 € pro prodejní opci. Pro konvergenci numerické metody k analytické stačilo spolehlivě tisíc simulací možné cesty podkladového aktiva.

V této části práce jsem také vypočetl všechny hodnoty *greeks*, které slouží jako základní ukazatele pro obchodování s opcemi. Výrobci tato čísla říkají, jakým způsobem se bude měnit jejich opční pozice při změně parametrů ovlivňující cenu opce. U *greeks* jsem dále provedl citlivostní analýzu v závislosti na ceně podkladového aktiva, to potom držitelé opční pozice umožňuje připravit se na různé scénáře vývoje.

V poslední kapitole jsem počítal cenu exotické *spark spread* opce, která závisí na vývoji dvou podkladových aktiv. Výpočty jsem provedl s daty pro elektřinu a plyn, obojí na kalendářní rok 2018 a s dodávkou v Německu. Výpočet jsem provedl z pohledu provozovatele paroplynové elektrárny, jejichž výroba je závislá na ceně těchto dvou komodit. K výpočtu jsem použil dvou analytických aproximací, které vycházely velice podobně, a to i když jsem provedl citlivostní analýzu v závislosti na cenovém vývoji komodit. Numerická metoda Monte Carlo v tomto případě dávala velmi podobný výsledek a už 1000 simulací stačilo ke konvergenci k analytickým aproximacím.

Poslední kapitolu doplňuji o výpočet delta parametrů exotické opce, pro kterou jsem zvolil realizační cenu rovnou nule. V takovém případě analytická aproximace přejde v analytické uzavřené řešení.

Důležitý je v práci poznatek, že na paroplynovou elektrárnu, pro kterou znám účinnost přeměny plynu na elektřinu, mohu pohlížet právě jako na tuto exotickou opci, neboť mám právo, nikoliv povinnost, elektrárnu za výhodných podmínek na trhu kdykoliv zapnout a vydělat na rozdílu ceny elektřiny a plynu.

## Conclusion

My thesis is on options in the energy markets. First, I analysed entry data from commodity market. Neither of the datasets follows normal distribution according to the normality tests that I have done. For the next calculations, I used data which at least were closest to the normal distribution which were data for power and gas for the year 2018.

I used these data to calculate call and put vanilla option value with the use of the analytical Black Scholes method and the numerical method Monte Carlo. Values of the options were basically the same. The difference between analytical solution and Monte Carlo was 0.014 € for call and 0.005 € for put. One thousand simulations were enough for the Monte Carlo method to converge to the analytical solution.

I also calculated greek letters in this chapter. These values are a benchmark for an option trading. These letters say how the option portfolio is going to change with a small change in significant parameters affecting the price of an option. Sensitivity analyses shows to a trader, which scenarios are possible in the future.

In the last chapter, I calculated a value of an exotic spark spread option whose value depends on two underlying assets. For the calculation, I used data for power and gas both with baseload delivery in 2018 in Germany. I have done this calculation from the view of CCGT power plant producer. I used two analytical approximations and again Monte Carlo method. Approximations gave basically the same value, but the value from numerical method was almost two times bigger even with a higher number of simulations. This fact is, I think, because of a little number of simulations for which I would have to use better software.

In the last chapter I also calculated delta parameters for this exotic option. I set strike price equal to zero in order to have analytical closed form solution.

An important fact in the thesis is that I can view CCGT power plant as a spark spread option, because the producer has a right but not the obligation to turn on this power plant and make money from the spread between power and gas price.

## Seznam použité literatury

- [1] LEPPARD, Steve. Energy risk management: A non-technical introduction to energy derivatives. 1. London: Risk books, 2006. ISBN 1904339743.
- [2] KTHARP., VanTharp. Van Tharp's definitive guide to position sizing: how to evaluate your system and use position sizing to meet your objectives. 2013. Cary, NC: International Institute of Trading Mastery, 2008. ISBN 9780935219098.
- [3] BREALEY, Richard A., Stewart C. MYERS a Franklin ALLEN. Teorie a praxe firemních financí. 2., aktualiz. vyd. Přeložil Vladimír GOLIK, přeložil Zdeněk MUŽÍK, přeložil Liběna STIEBITZOVÁ. Brno: BizBooks, 2014. ISBN 9788026500285.
- [4] Úvod do liberalizované energetiky: Trh s plynem. 3. Praha: Asociace energetických manažerů, 2015. ISBN 978-80-260-9211-7.
- [5] Úvod do liberalizované energetiky: Trh s elektřinou. 3. Praha: Asociace energetických manažerů, 2015. ISBN 978-80-260-9211-7.
- [6] BOUZOUBAA, Mohamed. a Adel. OSSEIRAN. *Exotic options and hybrids: a guide to structuring, pricing and trading*. Hoboken, NJ: John Wiley, 2010. ISBN 978-047-0688-038.
- [7] POTŮČEK, Martin. *Exotické opce a jejich oceňování*. 2013, 2013. Diplomová práce. VŠE. Vedoucí práce Doc. RNDr. Jiří Witzany, Ph.D.
- [8] NAVRÁTIL, Hynek. *Vybrané exotické opce: Tvorba, oceňování a využití*. Brno, 2007. Diplomová práce. Masarykova univerzita. Vedoucí práce Ing. Boris Šturc, Csc.
- [9] UHER, Martin. *Oceňování Swing opcí na trzích elektrické energie a zemního plynu*. Praha, 2014. Diplomová práce. Vysoká škola ekonomická v Praze. Vedoucí práce: doc. Mgr. Jiří Málek, Ph.D.
- [10] Pricing Swing Options using the Longstaff-Schwartz Method. *MathWorks* [online]. Natick, Massachusetts, U.S.A.: MATHWorks, 1984 [cit. 2017-06-11]. Dostupné z: [https://www.mathworks.com/help/fininst/pricing-swing-options-using-the-longstaff-schwartz-method.html?searchHighlight=swing%20option&s\\_tid=doc\\_srchtile](https://www.mathworks.com/help/fininst/pricing-swing-options-using-the-longstaff-schwartz-method.html?searchHighlight=swing%20option&s_tid=doc_srchtile)
- [11] HULL, John. *Options, Futures, and Other Derivatives*. 9th ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, c2003. Prentice Hall finance series. ISBN 01-300-9056-5.
- [12] RAJU, Sudhakar. *Delta Gamma Hedging and the Black-Scholes Partial Differential Equation (PDE)* [online]. JOURNAL OF ECONOMICS AND FINANCE EDUCATION, 2012, **2012**(2), 12 [cit. 2017-12-22]. Dostupné z: [http://www.economics-finance.org/jefe/volume11-2/04.delta%20gamma%20hedging%20and%20the%20black-scholes%20partial%20differential%20equation%20\(1\).pdf](http://www.economics-finance.org/jefe/volume11-2/04.delta%20gamma%20hedging%20and%20the%20black-scholes%20partial%20differential%20equation%20(1).pdf)

- [13] AI, Qi. *Pricing of Spread Options in Energy Markets with Non-zero Strikes*. University of Oslo, 2014. Master theses. Faculty of Mathematics and Natural Sciences University of Oslo.
- [14] FANELLI, Viviana, Lucia MADDALENA a Silvana MUSTI. Asian options pricing in the day-ahead electricity market. *Sustainable Cities and Society*[online]. 2016, 2016, **2016**(27), 7 [cit. 2017-12-22]. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2210670716301378>
- [15] Brownian Motion and Stochastic Differential Equations. *Math 425* [online]. 2012, **2012**(1), 2 [cit. 2017-12-22]. Dostupné z: <http://www.math.tamu.edu/~stecher/425/Sp12/brownianMotion.pdf>
- [16] DENG, S.J. a S.S. OREN. *Electricity derivatives and risk management* [online]. Atlanta, GA, USA, 2006 [cit. 2017-12-22]. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544205000496>. Academic research. School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA.
- [17] UHER, Martin. *Oceňování swing opcí na trzích elektrické energie a zemního plynu*. Praha, 2014. Diplomová práce. Vysoká škola ekonomická v Praze. Vedoucí práce Doc. Mgr. Jiří Málek, Ph.D.
- [18] BLAHOVSKÝ, Lukáš. *Geometrický Wiener ův proces*. Brno, 2012. Bakalářská práce. MASARYKOVA UNIVERZITA. Vedoucí práce Doc. RNDr. Martin Kolár, Ph.D.
- [19] JARQUE, Carlos M. a Anil K. BERA. A test for normality of observations and regression residuals. *International statistical review* [online]. Great Britain, 1987, **1987**(55), 11 [cit. 2017-12-22]. Dostupné z: <https://drive.google.com/file/d/0B4WtSfmJ5uqYc3EwS1hOUTNoME0/view>
- [20] GATTER, Michael. *Black-Scholesův model oceňování opcí a jeho aproximace modelem binomickým*. Praha, 2007. Bakalářská práce. VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ v Praze. Vedoucí práce Ing. Nada Blahová, Ph.D.
- [21] KŘIVÁNKOVÁ, Lenka a Martin KOLÁŘ. Oceňování finančních derivátů. *Masarykova universita v Brně* [online]. 2010, **2010**(1), 103 [cit. 2017-12-22]. Dostupné z: <https://www.math.muni.cz/~vondra/uvm/vystupy/KA2/MF003/MF003.pdf>
- [22] RENE' CARMONA and VALDO DURRLEMAN (2003a). Pricing and Hedging Spread Options. *SIAM Review*, Vol. 45.
- [23] WILLIAM MARGRABE (1978). The Value of an Option to Exchange One Asset for Another. *Journal of Finance*, 33: pp. 177-186
- [24] CASSANO, Mark a Gordon SICK. Valuation of a spark spread: an LM6000 power plant. *The European Journal of Finance* [online]. 2011, **2011**(19), 38 [cit. 2017-12-22].

Dostupné z:

<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/1351847X.2011.617763?journalCode=rejf20>

[25] Maribu, Karl & Galli, Alain & Armstrong, Margaret. (2007). Valuation of Spark-Spread Options with Mean Reversion and Stochastic Volatility. *International Journal of Electronic Business Management*. 5.

[26] DE LATOUR, Arnaud. Energy derivatives – Optimisation & Pricing. *EDF* [online]. 2015, **Feb 2015**(1), 50 [cit. 2017-12-22]. Dostupné z: <https://cermics.enpc.fr/~delmas/Enseig/levy-delatour-derivative.pdf>

[27] BAŠTINEC, Jaromír. *Statistika, stochastické procesy, operační výzkum*. Brno, 2014. Učební text. FEKT VUT v Brně.

[28] POKORNÁ, Andrea. *Pricing of Gas Swing Options*. Praha, 2010. Rigorózní práce. Charles University in Prague Faculty of Social Sciences. Vedoucí práce Prof. Ing. Karel Janda, M.A., Dr., Ph. D.

[29] POTŮČEK, Martin. *Exotické opce a jejich oceňování*. Praha, 2013. Diplomová práce. Vysoká škola ekonomická v Praze. Vedoucí práce Doc. RNDr. Jiří Witzany, Ph.D.

## Seznam obrázků

Obrázek 1: Vztahy na OTC a burzovním trhu, zdroj [5].	16
Obrázek 2, finanční future call18, burza EEX, Phelix trh, zdroj: <a href="http://www.eex.com">www.eex.com</a>	17
Obrázek 3, tvorba ceny na spotovém trhu, zdroj: OTE a.s.	18
Obrázek 4, uzávěrky na jednotlivých trzích a jejich návaznost, zdroj: <a href="http://www.ote-cr.cz/">http://www.ote-cr.cz/</a> .	19
Obrázek 5, mapa tranzitních plynovodů v Evropě, zdroj: ENTSO - E.	20
Obrázek 6, zásobníky zemního plynu v ČR, zdroj: <a href="http://oenergetice.cz/plyn/zasobniky-plynu-v-cr/">http://oenergetice.cz/plyn/zasobniky-plynu-v-cr/</a>	21
Obrázek 7, harmonogram obchodování na vnitrodenním trhu s plynem (VDTP)	24
Obrázek 8, payoff diagram futures	25
Obrázek 9, komoditní swap, diagram	27
Obrázek 10, profit/loss diagram klasických opcí	29
Obrázek 11, profit/loss diagram při ochraně při poklesu	31
Obrázek 12, bull a bear call spread	32
Obrázek 13, butterfly call spread	32
Obrázek 14, asijská opce, zdroj dat: OTE	34
Obrázek 15, diagramy bariérových opcí	36
Obrázek 16, binomický strom pro oceňování opcí, zdroj: <a href="http://investexcel.net/">http://investexcel.net/</a>	39
Obrázek 17, VOLATILITY S&P 500 (^VIX), zdroj dat: yahoo finance	49
Obrázek 18, vývoj ceny německé ceny elektřiny na rok 2018, zdroj: <a href="http://www.eex.com">www.eex.com</a>	51
Obrázek 19, Simulace Monte Carlo pro 30 cest	52
Obrázek 20, graf vývoje komodit, zdroj dat: <a href="http://www.eex.com">www.eex.com</a> , <a href="http://www.theice.com">www.theice.com</a>	53
Obrázek 21, histogramy denních výnosů, vypočteno z výše uvedených dat	54
Obrázek 22, delta parametry, citlivostní analýza	59
Obrázek 23, vega parametr, citlivostní analýza	59
Obrázek 24, theta parametr, citlivostní analýza	59
Obrázek 25, gamma parametr, citlivostní analýza	60
Obrázek 26, graf konvergence metody MC k metodě BS	61
Obrázek 27, Vývoj cen elektřiny a plynu na německém trhu	62
Obrázek 28, spark spread v závislosti na účinnosti	66
Obrázek 29, Konvergence metody Monte Carlo k metodám Kirk a BS	68
Obrázek 30, graf závislosti ceny opce na cenách vstupních komodit	71
Obrázek 31, Závislost parametru delta na ceně podkladových aktiv..... <b>Chyba! Záložka není definována.</b>	

## Seznam tabulek

<i>Tabulka 1, KS test na vybraných datech .....</i>	<i>55</i>
<i>Tabulka 2, JB test na vybraných datech.....</i>	<i>56</i>
<i>Tabulka 3, vstupní hodnoty pro výpočet.....</i>	<i>57</i>
<i>Tabulka 4, tabulka výsledných hodnot .....</i>	<i>57</i>
<i>Tabulka 5, výsledky výpočtu pomocí metody Monte-Carlo.....</i>	<i>61</i>
<i>Tabulka 6, porovnání metod pro výpočet ceny opcí.....</i>	<i>61</i>
<i>Tabulka 7, tabulka základních vypočítaných hodnot .....</i>	<i>62</i>
<i>Tabulka 8, vypočtené hodnoty podle Kirkovy aproximace .....</i>	<i>66</i>
<i>Tabulka 9, vypočtené hodnoty podle aproximace BS.....</i>	<i>67</i>
<i>Tabulka 10, citlivostní analýza ceny opce v závislosti na ceně vstupních komodit (Kirk).....</i>	<i>69</i>
<i>Tabulka 11, citlivostní analýza ceny opce v závislosti na ceně vstupních komodit (BS) .....</i>	<i>70</i>



