

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

KONSTRUČNÍ NÁVRH VINUTÉ PRUŽNÉ SPOJKY

Vedoucí práce: Ing. Karel Vítek, CSc.

Jan Rathouský

2017

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Rathouský** Jméno: **Jan** Osobní číslo: **437746**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávací katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**
Studijní program: **Teoretický základ strojího inženýrství**
Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

KONSTRUČNÍ NÁVRH VINUTÉ PRUŽNÉ SPOJKY

Název bakalářské práce anglicky:

Design of the wound flexible couplings

Pokyny pro vypracování:

Pro vybrané parametry konstrukce vinuté pružné spojky dimenzujte její části a realizujte projekt konstrukce spojky.

Bakalářskou práci uveďte v následujících kapitolách:

- 1) Rešerše konstrukcí a výpočtové modely pružných spojek, související teorie pružnosti a pevnosti
- 2) Výpočtové modely součástí vinuté pružné spojky
- 3) Pevnostní návrh prvků konstrukce vinuté pružné spojky v závislosti na zadaných parametrech spojky
- 4) Projekt konstrukce vinuté pružné spojky
- 5) Závěry

Seznam doporučené literatury:

Seznam odborné literatury:

1. Michalec, J. a kolektiv: Pružnost a pevnost I. skripta ČVUT v Praze, 2006.
2. Michalec, J. a kolektiv: Pružnost a pevnost II. skripta ČVUT v Praze, 2006

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

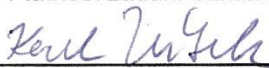
Ing. Karel Vítek CSc., ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky FS


Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

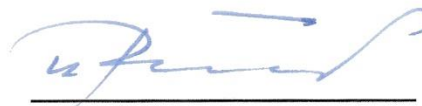
Datum zadání bakalářské práce: **28.04.2017**

Termín odevzdání bakalářské práce: **18.08.2017**

Platnost zadání bakalářské práce: _____


Podpis vedoucí(ho) práce


Podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry


Podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací.
Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

4.5.2017
Datum převzetí zadání

Rathouský
Podpis studenta

Anotační list

Jméno autora: Jan Rathouský

Fakulta: Fakulta strojní

Zadávací ústav: Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky

Studijní program: Teoretický základ strojního inženýrství

Studijní obor: bez oboru

Rok: 2017

Název bakalářské práce: KONSTRUČNÍ NÁVRH VINUTÉ PRUŽNÉ SPOJKY

Název bakalářské práce anglicky: DESIGN OF THE WOUND FLEXIBLE
COUPLINGS

Vedoucí práce: Ing. Karel Vítek, CSc.

Bibliografické údaje:	Počet stran:	59
	Počet obrázků:	31
	Počet tabulek:	3
	Počet příloh:	5

Klíčová slova: pružná spojka, pružina, návrh spojky, konstrukční výpočet

Key words: flexible coupling, spring, design, design calculation

Anotace: Tato bakalářská práce se zabývá konstrukčním návrhem pružné vinuté spojky (patent číslo 305268). V práci jsou porovnány různé typy spojek a jejich vlastnosti. Dále je uveden popis patentované konstrukce pružné spojky s pružinovými věnci a výpočet. Sestavené vztahy výpočtu slouží pro návrh a dimenzování spojky v závislosti na volených parametrech.

Abstract: This bachelor thesis deals with the design of a flexible wound coupling (patent No. 305268). Different types of couplings and their properties are compared in the thesis. Furthermore, the patented construction of a flexible coupling with spring-loaded circles is described and the calculation is stated. Relations formed in the calculation serve to design and dimension the coupling depending on chosen parameters.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval zcela samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 16. 8. 2017

.....

Podpis

Poděkování

Rád bych tímto poděkoval svému vedoucímu práce Ing. Karlu Vítkovi, CSc. za odborné vedení práce, trpělivost a čas, který mi věnoval, vstřícný přístup, připomínky a cenné rady, které mi poskytoval po celou dobu vypracování bakalářské práce.

Dále bych rád poděkoval mojí rodině a přítelkyni za podporu během studia na vysoké škole.

Obsah

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ	7
ÚVOD	9
1 Rozdělení spojek	10
1.1 Mechanicky ovládané spojky	11
1.1.1 Výsuvné spojky	11
1.1.2 Pojistné spojky	11
1.1.3 Rozběhové spojky	12
1.1.4 Volnoběžné spojky	13
1.2 Mechanicky neovládané spojky	13
1.2.1 Pevné spojky	14
1.2.2 Vyrovnávací spojky	14
1.2.3 Pružné spojky	14
2 Návrh spojky	20
2.1 Návrh pružinových věnců	34
2.2 Volba parametrů	37
2.3 Výpočet pružinových věnců	37
2.4 Nalisování	40
2.4.1 Výpočet postupnou integrací	43
2.4.2 Výpočet odhadem	44
2.4.3 Odvození přesahu Δr_1 nalisované nádoby	46
2.5 Výpočet spojky	49
2.5.1 Výpočet kroutícího momentu a hřídelí	49
2.5.2 Spoj nalisováním	51
2.5.3 Spoj pomocí pera	54
3 Shrnutí Parametrů spojky	55
ZÁVĚR	56
SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ	57
SEZNAM OBRÁZKŮ	58
PŘÍLOHY	59

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ

Symbol	Jednotka	Název
b	[mm]	Délka elementu
d	[mm]	Průměr
D	[mm]	Průměr
Δd	[mm]	Přesah
e	[mm]	Vůle
E	[N·mm ⁻²]	Modul pružnosti v tahu
f	[1]	Součinitel tření
F	[N]	Síla
F ₂	[N]	Síla
F _r	[N]	Radiální síla
F _t	[N]	Tečná síla
i	[1]	Počet závitů
J ₀	[mm ⁴]	Kvadratický moment průřezu
J _k	[mm ⁴]	Polární moment průřezu
k _p	[1]	Bezpečnost na mez kluzu
k _p	[1]	Bezpečnost na mez pevnosti
k _{Mk}	[1]	Bezpečnost přenosu kroutícího momentu
K _β	[1]	Parametr redukovaného napětí
M _k	[N·mm]	Kroutící moment
M _{k0}	[N·mm]	Kroutící moment
M _o	[N·mm]	Ohybový moment
M _x , M _y , M _z	[N·mm]	Momenty ve směru os x, y, z
M _{kMx}	[N·mm]	Kroutící moment od momentu M _x
M _{kF}	[N·mm]	Kroutící moment od síly F
M _{oMx}	[N·mm]	Ohybový moment od momentu M _x
M _{oF}	[N·mm]	Ohybový moment od síly F
m _k	[N]	Kroutící moment od jednotkové síly
m _o	[N]	Ohybový moment od jednotkové síly
N	[N]	Síla
p	[Pa]	Tlak
r ₁ , r ₂	[mm]	Poloměr
Δr	[mm]	Přesah

R	[mm]	Poloměr
R_s	[mm]	Poloměr
s_1, s_2	[mm]	Proměnlivé stoupání věnců
S	$[N \cdot mm^{-2}]$	Střed Mohrovy kružnice
t_1, t_2	[mm]	Stoupání pružin
T_x, T_z	[N]	Posouvající síly ve směru os x, z
u	[mm]	Posuv
W_k	$[mm^3]$	Modul průřezu v krutu
W_o	$[mm^3]$	Modul průřezu v ohybu
x	[mm]	Poloha elementu
α	$[^\circ]$	Úhel
β	$[^\circ]$	Úhel
ε_t	[1]	Relativní radiální prodloužení
ε_r	[1]	Relativní tečné prodloužení
ν	[1]	Poissonovo číslo
π	[1]	Rudolfovo číslo
ρ	$[N \cdot mm^{-2}]$	Poloměr Mohrovy kružnice
σ_0	$[N \cdot mm^{-2}]$	Osové napětí
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	$[N \cdot mm^{-2}]$	Hlavní napětí
σ_k	$[N \cdot mm^{-2}]$	Mez kluzu
σ_{pd}	$[N \cdot mm^{-2}]$	Mez pevnosti v tlaku
σ_{pt}	$[N \cdot mm^{-2}]$	Mez pevnosti v tahu
σ_{red}	$[N \cdot mm^{-2}]$	Redukované napětí
σ_o	$[N \cdot mm^{-2}]$	Osové napětí
σ_r	$[N \cdot mm^{-2}]$	Radiální napětí
σ_t	$[N \cdot mm^{-2}]$	Tečné napětí
τ_k	$[N \cdot mm^{-2}]$	Smykové napětí
φ_x, φ_z	[rad]	Natočení ve směru osy x a z

ÚVOD

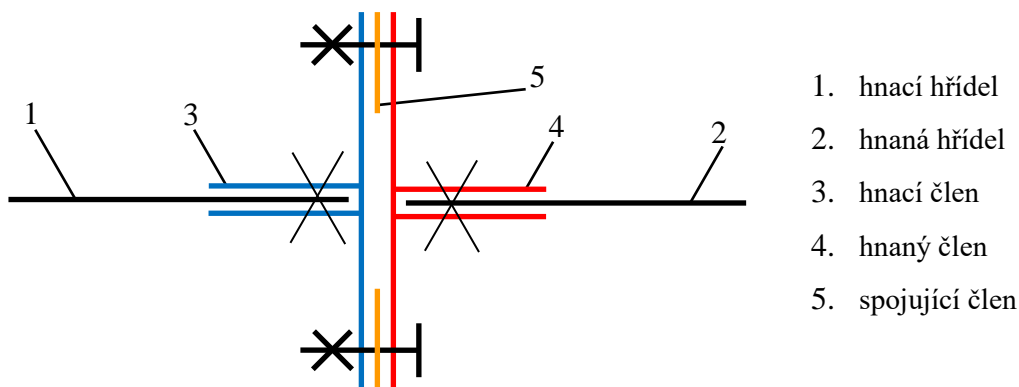
Ve své bakalářské práci se budu zabývat návrhem patentové pružné vinuté spojky a jejím přiblížením k praktickému použití. Autor tohoto patentu a zároveň vedoucí mé práce je Ing. Karel Vítek, CSc. V roce 2016 se tomuto tématu ve své bakalářské práci věnoval Jan Fořt. Cílem mé bakalářské práce je spojit výpočty s praktickým návrhem a přiblížit se praxi tak, aby se například mohl vytvořit zkušební prototyp a daly se tak vyzkoušet vlastnosti této spojky a její reálná použitelnost.

Myslím si, že má práce může být také inspirací pro další studenty, kteří by se mohli v rámci své akademické práce těmito typy spojek zabývat.

1 ROZDĚLENÍ SPOJEK

Spojka je součást hnacího ústrojí. Obvykle spojuje hnací a hnaný hřídel a jejím úkolem je přenos kroutícího momentu. Spojka není schopna tento moment měnit, pouze ho přenáší. Některé spojky však mohou přenos přerušovat nebo částečně krátkodobě regulovat. Spojky zároveň mohou chránit hnací stroje proti přetížení.

Spojka se skládá z několika částí, hlavními jsou hnací a hnaný člen. Na hnací člen je připojena hnací hřídel a hnanému členu je připojena hřídel hnaná. Spojující člen nebo také ovládací člen se používá u spojek ovládaných, ale například i u spojek pružných. Schematické znázornění spojky je zobrazeno na *obr. 1*. Spojovacími členy spojek mohou být šrouby, čepy, pružiny, ozubení. Spojením hnacího a hnaného členu může být realizováno i pomocí jiných způsobů jako je například tření nebo magnetické pole.



Obr. 1 - Schéma spojky

Spojky lze rozdělit podle různých kritérií do několika skupin, vycházíme z podkladů [3, 4, 5, 6, 10] Spojky rozdělujeme podle konstrukce a způsobu přenosu kroutícího momentu na:

- mechanicky ovládané,
- mechanicky neovládané,
- hydraulické,
- elektrické,
- magnetické.

Tyto skupiny spojek lze ještě dále dělit.

1.1 Mechanicky ovládané spojky

Mechanicky ovládané spojky spojují jako ostatní spojky hřídel hnací a hnaný. U většiny je jejich ovládní tj. rozpojování a spojování možné, jak za klidu, tak za chodu. Některé spojky mají ovládní omezené. Podle druhu ovládní spojky dále rozdělujeme.

1.1.1 Výsuvné spojky

Výsuvné spojky můžeme vysouvat a zasouvat více způsoby, například mechanicky, hydraulicky pneumaticky nebo elektricky.

a) Zubová spojka

U zubové spojky, viz *obr. 2* [2], jsou na obou přírubách spojky tvarové zuby, které do sebe při spojení zapadají a tak přenášejí kroutící moment. Zuby mohou být čelní nebo na válcové ploše. U spojky je za chodu možné pouze rozpojení. Spojení je nutné provádět za klidu.



Obr. 2 - Zubová spojka

b) Třecí spojka

Kroutící moment je přenášen třecí silou, která vzniká přitlačením činných ploch spojky k sobě. Rozpojování i spojování může probíhat za klidu i za pohybu. Třecích ploch může být i více. Tření je dosaženo lamelami - tenkými kotouči, které jsou uchyceny střídavě v hnané a hnací části a po přitlačení na sebe dosedají. Taková spojka se pak nazývá lamelová. Spojka má možnost prokluzu, což je výhodné při přetížení nebo při rozběhu.

1.1.2 Pojistné spojky

Pojistné spojky nám slouží jako ochrana proti přetížení. Tyto spojky zabrání možnému překroucení hřídele nebo poškození poháněného soustrojí. Pojistné spojky můžeme dále rozdělovat podle způsobu rozpojení, a to na spojky se zničitelným elementem nebo s

elementem bez porušení. U zničitelných elementů je po rozpojení nutná jejich výměna. Spojka s elementy bez porušení se rozpojí, když je zatížení kroutícím momentem větší než je stanovená hodnota, na kterou je spojka konstruována. Tato spojka se opět sepne, když se dostaneme zpět do povolených hodnot.

a) Spojka se střížným kolíkem

Spojka se střížným kolíkem je spojka, u které při rozpojení dochází ke zničení kolíku. Zničení kolíku je způsobeno velký smykové napětím, které je způsobeno nedovoleným kroutícím momentem.

b) Prokluzovací spojka

Jde o vícelamelovou spojku, která přenáší kroutící moment třením. Tření je způsobeno silou přitlačující lamely k sobě. Třecí síla je realizována pružinou. Tyto pružiny lze regulovat, a tak můžeme měnit rozmezí dovolených přenášených kroutících momentů.

c) Vysmekávací kuličková spojka

Dle konstrukčního uspořádání můžeme tyto spojky ještě dělit na radiální a axiální. Podobně jako u spojky prokluzovací je pro přitlačnou sílu použita pružina. Ta tlačí kuličku do tvarových vybrání a dochází tak k přenosu momentu. Tento přenos je přerušen vyskočením kuliček z vybrání a následným protáčením. Spojení je opět možné po poklesu kroutícího momentu do stanoveného rozpětí. Nevýhodou těchto spojek je jejich hlučnost. Tento typ spojky je také složitý na výrobu.

1.1.3 Rozběhové spojky

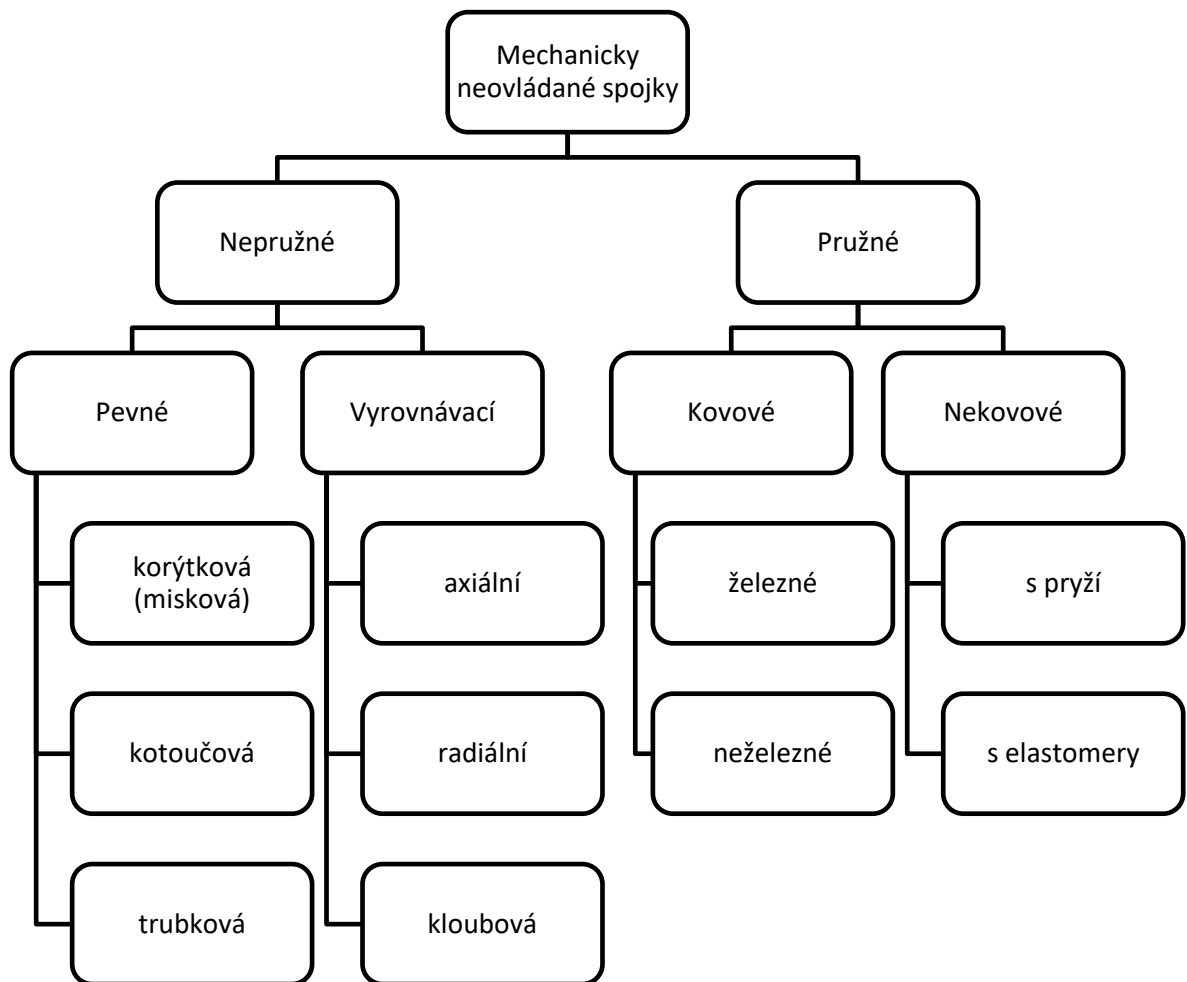
Spojky nám umožňují rozběh hnacího stroje bez zatížení a následné plynulé spojení s poháněnou soustavou až při určitých otáčkách. Plní i funkci pojistné spojky. Moment se přenáší pomocí třecí síly, která se postupně zvětšuje. Typickým zástupcem rozběhových spojek jsou spojky odstředivé. Tyto spojky fungují na principu tření. Na hnací hřídel jsou připojeny třecí segmenty, které se při zvýšení otáček, vlivem odstředivé síly, vzdalují od osy otáčení a postupně dosedají na hnaný buben. Ten je jimi poháněn spolu s hnanou hřídelí. Záběr spojky je dále regulován pružinami, které zajišťují plynulost spojení a brzdí tak okamžité sepnutí spojky, které je způsobeno vlivem rychlého zvýšení otáček hnací hřídele.

1.1.4 Volnoběžné spojky

K přenosu kroutícího momentu u těchto spojek dochází pouze v jednom směru. K rozpojení dochází, pokud hnaný hřídel dosahuje vyšších otáček než hnaný, který začne tzv. předbíhat. Spojení je znovu umožněno po synchronizaci otáček. Kroutící moment je přenášen pomocí tělísek, která zapadají do vhodně tvarovaných prostor, kde se vzepřou a moment tak přenesou.

1.2 Mechanicky neovládané spojky

U mechanicky neovládaných spojek jsou hřídele spojeny pomocí spojky na pevně a na rozdíl od ovládaných je nelze během chodu rozpojit. Rozděluje se dále na dvě hlavní skupiny nepružné a pružné, viz následující schéma.



1.2.1 Pevné spojky

Spojují hřídele na pevně, proto neumožňují hřídelím pohyb v žádném směru. Při spojení pevnou spojkou je třeba mít hřídele přesně souosé. Tyto spojky neobsahují ani žádný poddajný člen a netlumí tak rázy a přenáší i nerovnoměrný chod. Chovají se tedy jako nedělený hřídel.

1.2.2 Vyrovnávací spojky

Umožňují vzájemné osové posunutí, zároveň umožňují eliminovat případné osové nepřesnosti a radiální posunutí nebo natočení hřídelů vůči sobě.

1.2.3 Pružné spojky

Hřídele jsou pružnými spojkami spojeny pomocí pružných členů. Tyto členy dokážou stejně jako některé pevné spojky vyrovnat osové nepřesnosti, natočení, nepřesnost montáže a navíc mohou pohlcovat rázy při startu i za chodu. Také jsou schopny zabránit nežádoucímu kmitání. Pružné elementy umožňují tlumení a akumulaci energie. Nežádoucím jevem tlumení je vznikající teplo a spojky se tak mohou zahřívat. Spojky dále rozdělujeme dle použitého materiálu spojujícího členu na kovové a nekovové. Pružné spojky s nekovovým členem používají materiály s nízkou tuhostí například pryž, elastomery nebo vytvrzované materiály.

a) Pružná obručová spojka (Periflex)

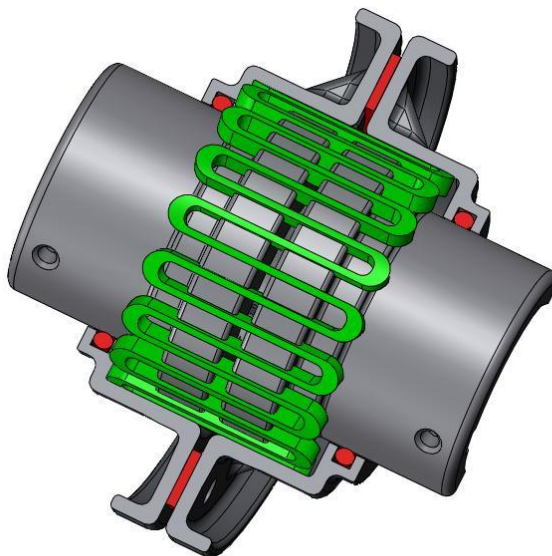
Spojka periflex, na *obr. 3* [9], je složena z pryžové obruče, dvou kotoučů a dvou přítlačných kroužků spojených s kotouči pomocí šroubů. Spojku omezuje použití pryže, která odolává teplotám pouze v rozmezí cca -30 °C až 50 °C.



Obr. 3 - Obručová spojka

b) Spojka s hadovitou pružinou

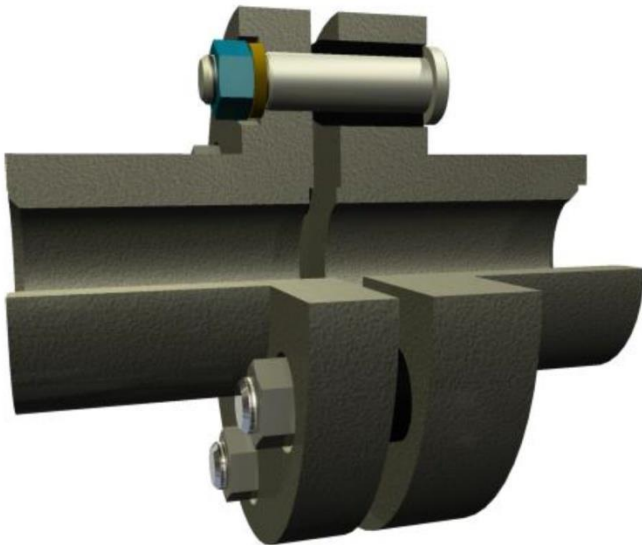
Tuto spojku je možné nelézt také pod názvem Bibi, viz *obr. 4* [1]. Na obvodu hnacího a hnaného členu se nachází drážky, do kterých je vsunuta hadovitá pružina. Drážky jsou zbroušeny na obě strany, proto spojka umožňuje otáčení v obou směrech. Zároveň je vhodná pro využití ve velkých zatíženích.



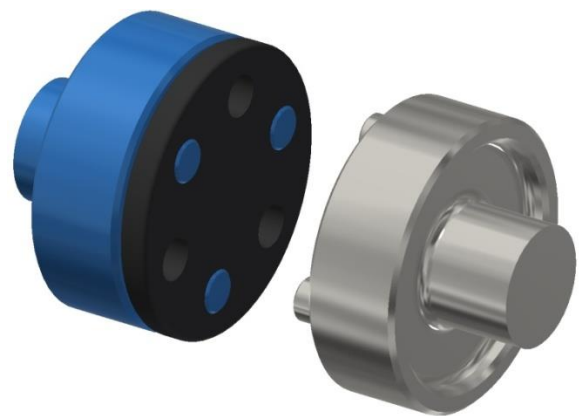
Obr. 4 - Spojka s hadovitou pružinou

c) Kotoučová spojka

Kotoučová čepová spojka je složená ze dvou kotoučů, které u sebe udržují čepy, viz *obr. 5* [3] a *obr. 6*. V jednom z kotoučů je čep opatřen pouzdem z pryže nebo elastomeru. Tato pouzdra jsou vyměnitelná bez nutnosti rozebrání celé spojky. Další variantou kotoučové spojky je nahrazení čepových pouzder pružnou kruhovou deskou, která se nachází přímo mezi kotouči. Tato varianta má univerzálnější použití, neboť spojka snese i natočení hřídelů.



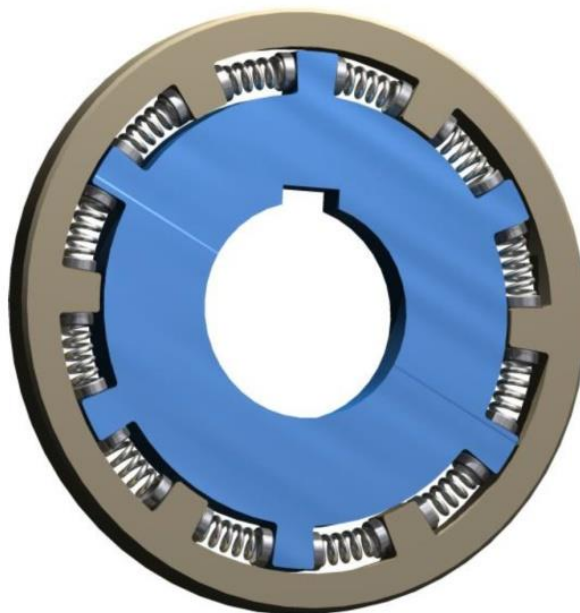
Obr. 5 - Spojka s pružným pouzdem



Obr. 6 - Spojka s pružnou deskou

d) Spojka se šroubovitými pružinami

U těchto spojek je pružným elementem šroubovitá neboli vinutá pružina. Pružiny jsou umístěny mezi výběžky obou z přírub a pružiny jsou jejichmi spojujícími členy, jak je zobrazeno na *obr. 7* [3]. Při zvětšující se zátěži jsou pružiny více stlačovány. Po dosednutí závitů pružin na sebe se spojka chová již jako pevná.



Obr. 7 - Spojka s pružinami

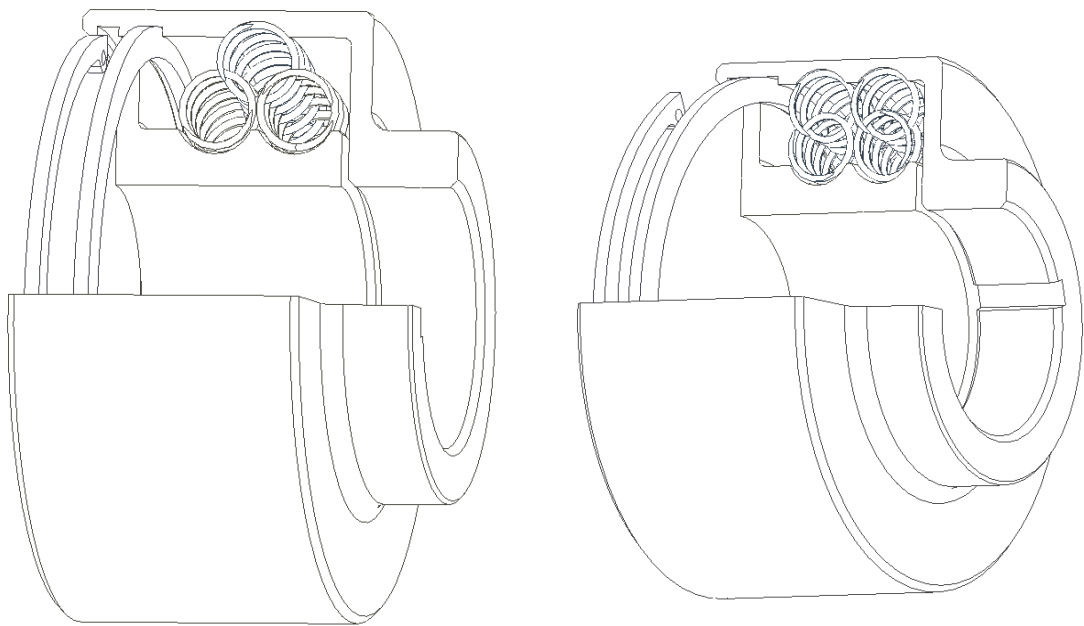
e) Pružná spojka s pružinovými věnci

Vynález této spojky získal patent č. 305268. Pružný přenos výkonu je realizován párem symetricky radiálně propojených pružinových věnců, viz *obr. 10*. Pružinový věnec je vytvořen ohnutím spirálové vinuté pružiny, kde oba konce každé z pružin jsou spolu pevně spojeny. Věnec má tak tvar kružnicového anuloidu. Závity pružinových věnců se částečně radiálně překrývají. U tvořící pružiny vnějšího pružinového věnce je stoupání závitů větší než u vnitřního pružinového věnce. To tvoříme z důvodu, že pružinové věnce musí mít stejný počet závitů a zároveň vnější věnec musí mít větší průměr. Věnce mezi sebou mají radiální přesah a pružinové závity dostatečné mezery, do kterých se zasunou. Vnitřní věnec je pevně připojen ke kotouči sloužícímu k připojení k hřídeli. Rovněž i vnější věnec je pevně uložen v pouzdru, ke kterému je připojena druhá z hřídelí. Pevné spojení věnců s částmi spojky může být realizováno různými technologiemi, a to například lisováním nebo bodovým svařováním.

Věnce lze do sebe radiálně i axiálně zasouvat a osy hřídelů se mohou vůči sobě naklápět při zachování roviny symetrie jejich propojení. Užití radiálně propojených věnců, které do sebe lze takto zasouvat umožňuje, že kotouč vůči pouzdru může mít radiální i axiální vůli a hřídele se mohou vůči sobě naklápět. Tento druh spojky proto umožňuje tolerovat rozsáhlé montážní nepřesnosti spojovaných hřídelů. Výhodná konstrukce při použití pružin zaručuje, že naklopením pružinových věnců bude zachována symetrie radiálního přenosu

kroučícího momentu a nebude tak vznikat zbytková ohybová síla ve spojce, a tudíž ani mezi hřídeli.

Kotouč smontované spojky je uložen jak s radiální, tak i axiální vůlí. V závislosti na velikosti vůle je možné osu kotouče vůči ose pouzdra naklápět. Rozsah naklopení je možno zvětšit přidáním vnějšího nebo vnitřního pružinového věnce. Možné je i zvětšit únosnost celé spojky, a to použitím většího počtu párů pružinových věnců. Obě možnosti jsou zobrazeny na *obr. 8*.



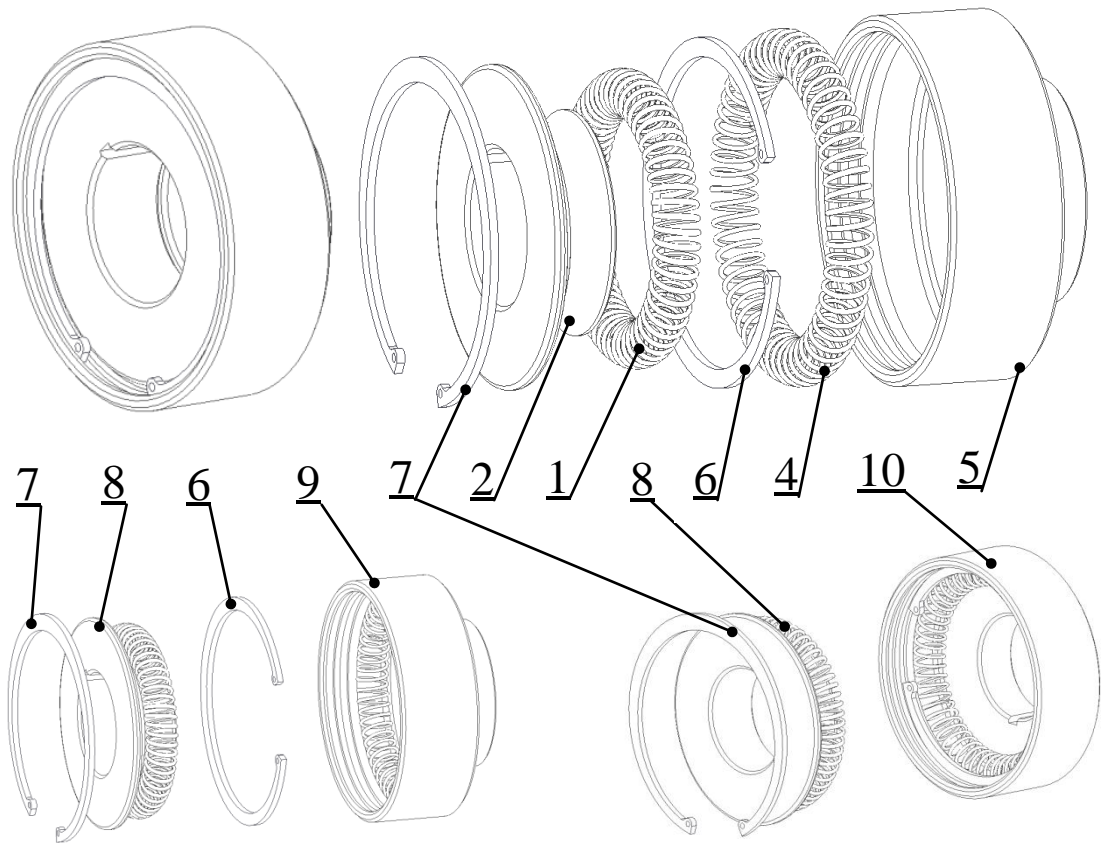
Obr. 8 - Přidání věnců

Při přenosu výkonu touto spojkou z jednoho hřídele na druhý hřídel se o sebe závity věnců opírají a vzniká proto, vlivem úhlu stoupání ohnutých pružin, mezi oběma věnci axiální síla. Kotouč opřený v pouzdře o hřídelové pojistky tuto sílu z kotouče přenáší zpět do pouzdra a uzavírá tím axiální silový tok. Tím pádem má tato spojka další konstrukční výhodu, protože axiální síla zůstává vnitřní silou spojky, která spojkou spojované hřídele nepřitěžuje.

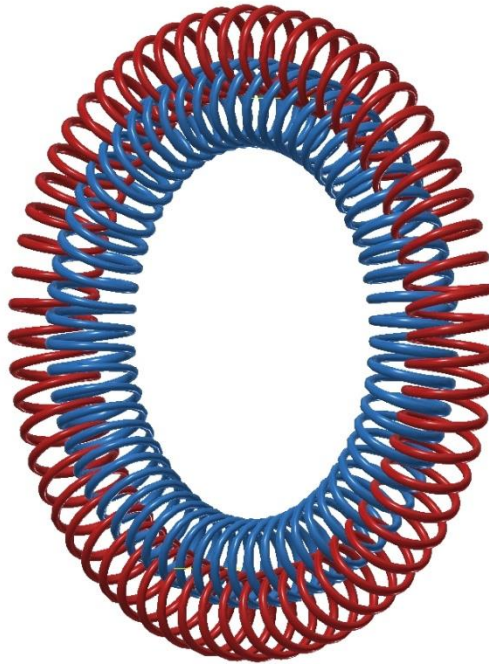
Montáž této pružné spojky dle *obr. 9* začíná uložením vnitřního věnce 1 na kotouč 2 a tedy vytvořením kotoučové sestavy 8. Dále následuje uložení vnějšího věnce 4 do pouzdra 5, kde následně dojde k vytvoření pouzdrové sestavy 9. Poté je do vnitřní drážky pouzdra 5 vložena vnitřní hřídelová pojistka 6, čímž je vytvořena jištěná pouzdrová sestava 10. Pak se do zajištěné pouzdrové sestavy 10, zasunutím ve směru osy, namontuje kotoučová

sestava 8 a následně se členy spojky zajistí vložení vnější hřídelové pojistky 7 do vnější drážky pouzdra 5, čímž je pružná spojka smontována.

Tímto typem spojky se budu ve svojí práci dále zabírat a vytvářet její návrhové řešení.



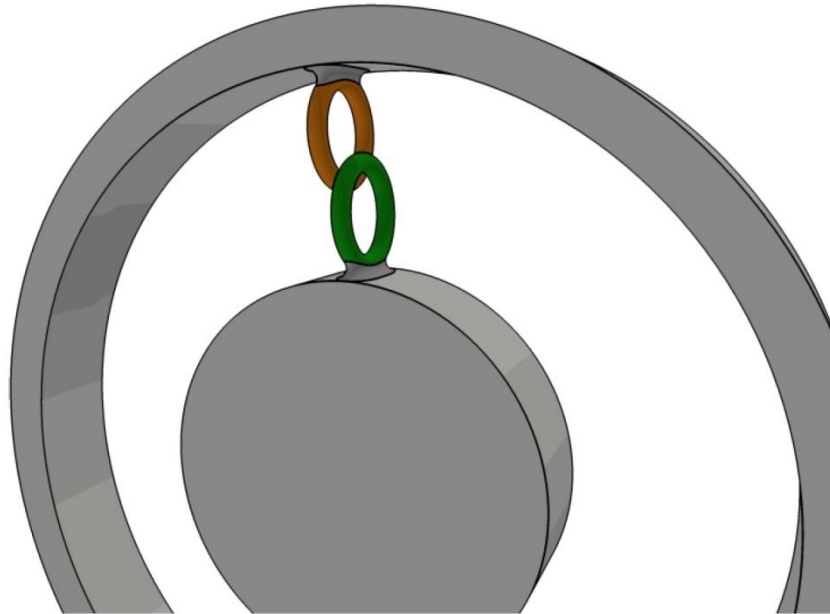
Obr. 9 - Montáž spojky



Obr. 10 - Pružinové věnce

2 NÁVRH SPOJKY

V bakalářské práci se zabýváme návrhem pružné vinuté spojky s pružinovými věnci. Pro návrh konkrétní pružné vinuté spojky vycházíme z bakalářské práce Jana Fořta [3], kde jsou některé výpočtové modely této spojky publikovány. Při pevnostním návrhu průměru drátu tvořícího pružinu předpokládáme, že materiál pružinového věnce je zušlechtěn a je ke kotouči nebo pouzdru v bodech dotyku pevně připojen například bodovým svařováním. Pro výpočet namáhání drátu pružiny, která má poměrně malý úhel stoupání, uvažujeme podobný zjednodušený výpočtový model, jako je uveden v práci [3], str. 34-65]. Tím, že jsou závity jednotlivých pružinových věnců blízko sebe, lze pro výpočet jednotlivé závity interpretovat jako rovinné kruhové rámy vetknuté v přírubách spojky, ke kterým jsou například bodově přivařeny, viz schéma na *obr. 11* [3].



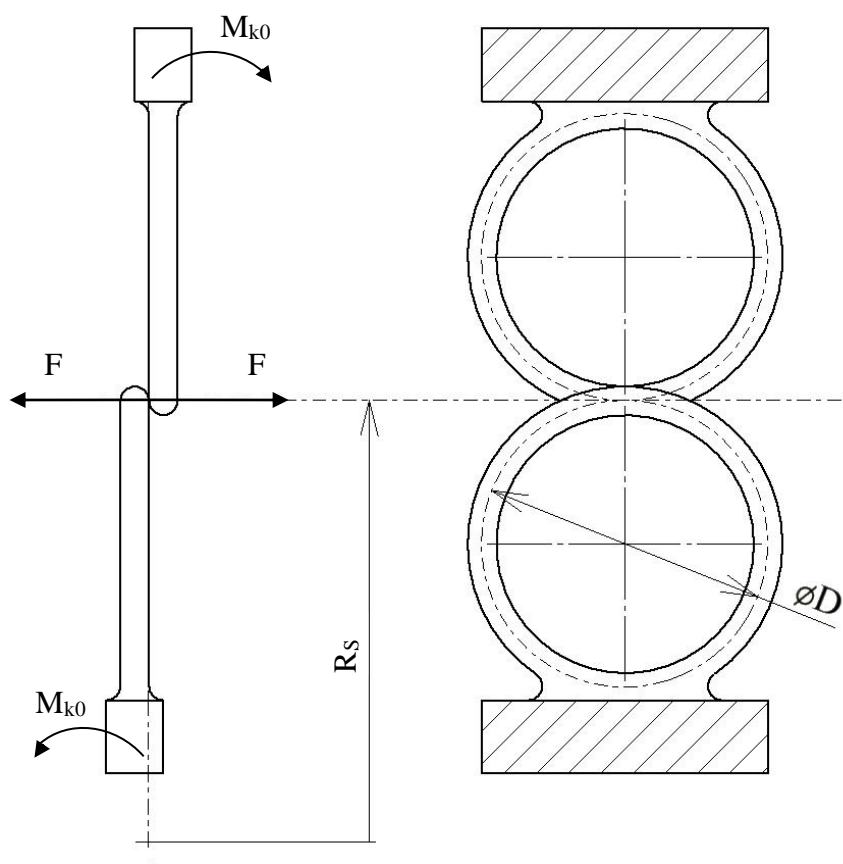
Obr. 11 - Zjednodušený model kontaktu závitů

Přenos kroutícího momentu je realizován silam F , viz obr. 12, které na sebe v dotyku vzájemně působí kolmo na rovinu závitů ve vzdálenosti R_S od osy otáčení. To znamená, že R_S je poloměr, na kterém dochází ke kontaktu pružinových věnců. Pro výpočet kroutícího momentu M_{k0} , který spojka přenáší, platí vztah (1), kde i je počet závitů pružinových věnců

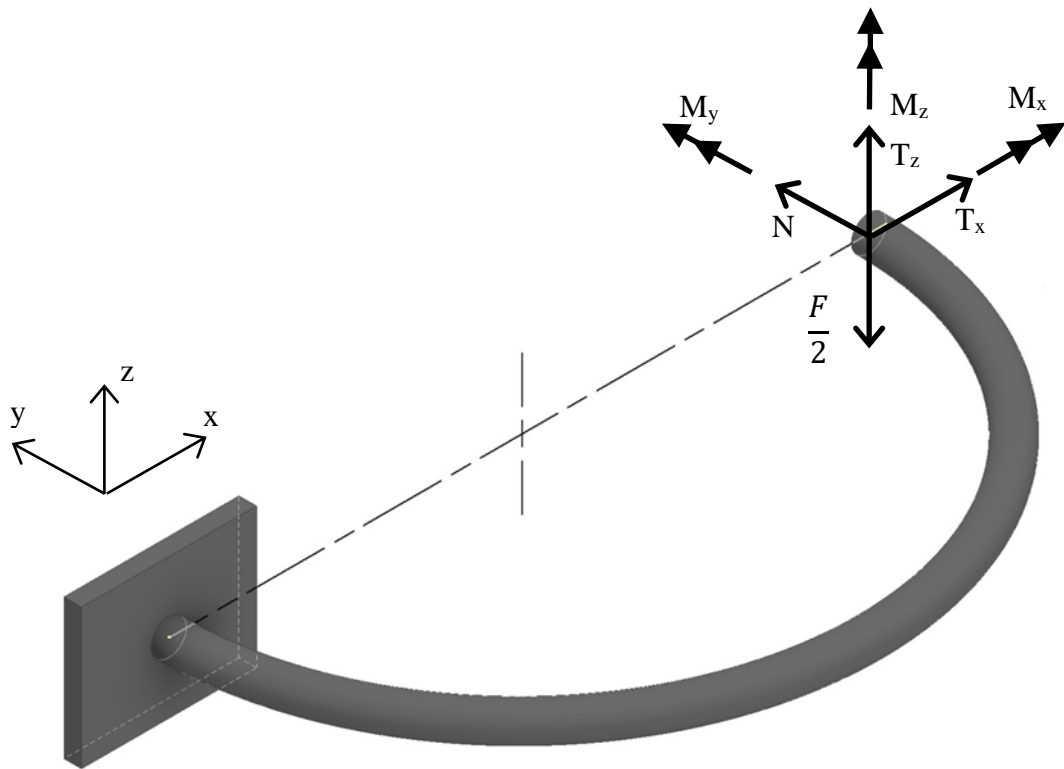
$$M_{k0} = F \cdot i \cdot R_S. \quad (1)$$

Při přenosu kroutícího momentu dosednou závitů vnitřního a vnějšího pružinového věnce na sebe. Dosednutí je možné realizovat v různých stykových bodech závitů v závislosti na radiálním zasunutí věnců do sebe.

V návrhu budu uvažovat mezní možnost (nejnepříznivější z hlediska namáhání pružiny), která nastane, když se pružinové věnce dotknou v jednom krajním bodě, což může v praxi nastat například při velké excentricitě spojkou spojovaných hřídelů.



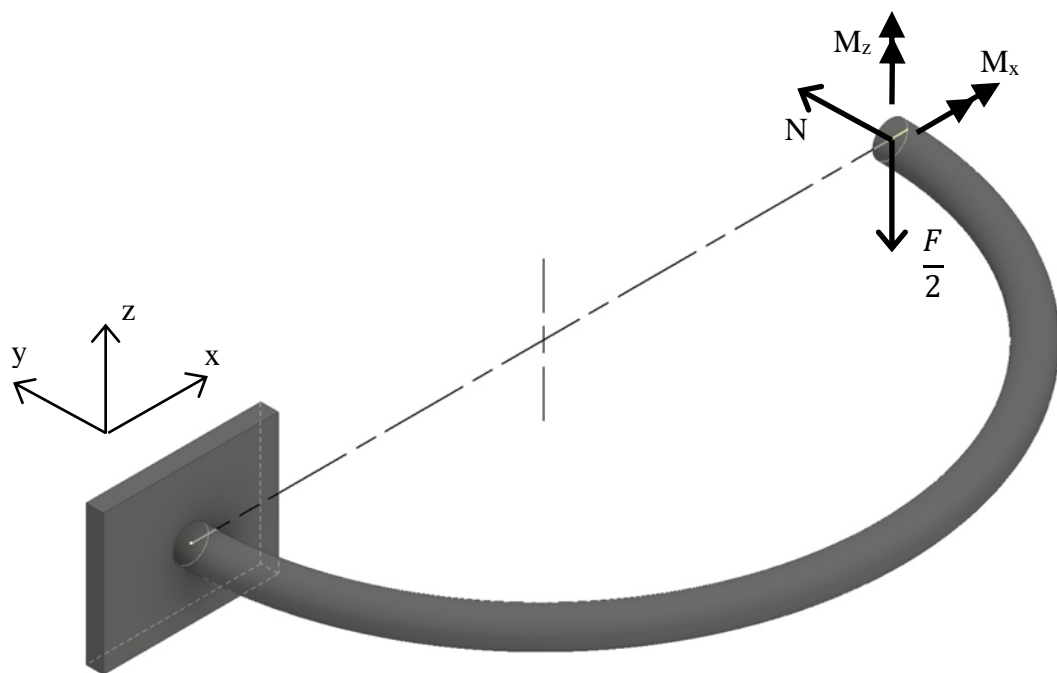
Obr. 12 - Silové poměry a geometrie modelu



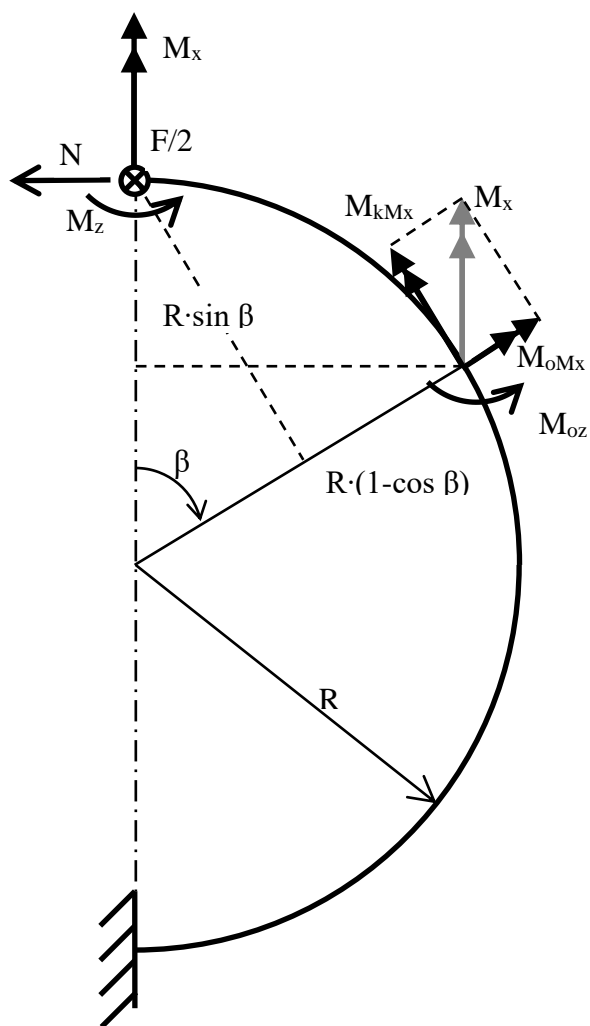
Obr. 13 - Prostorový křivý prut s účinky

Pro řešení zatížení závitů, tvořící pružiny, využijeme symetrie kruhového modelu závitů a zvolíme výpočet pro symetrickou polovinu kroužku vetknutého v místě svaru, dle obr. 13. U prostorového prutu uvažujeme šest vnitřních účinků. Jedná se o tři momenty a tři síly ve směrech x , y , z , které na výpočtový prut působí z odříznuté symetrické části. Všechny tyto účinky musí splňovat symetrii sil a symetrii deformací podle roviny symetrie výpočtového prutu. Síla $F/2$ je zde parametrem - vnější akční silou kolmou na rovinu prutu, která je podmíněna pevnostní podmínkou prutu, a na které jsou vnitřní účinky prutu závislé. Symetrii sil nesplňují posouvající síly T_x , T_z , a moment M_y nesplňuje symetrii deformace. Proto tyto tři účinky jsou nulové dle (2) a redukované namáhání prutu je uvedeno v obr. 14

$$T_z = 0, T_x = 0 \text{ a } M_y = 0. \quad (2)$$



Obr. 14 - Zjednodušený prostorový křivý prut s účinky



Obr. 15 - Zjednodušený prostorový křivý prut s účinky v rovině xy

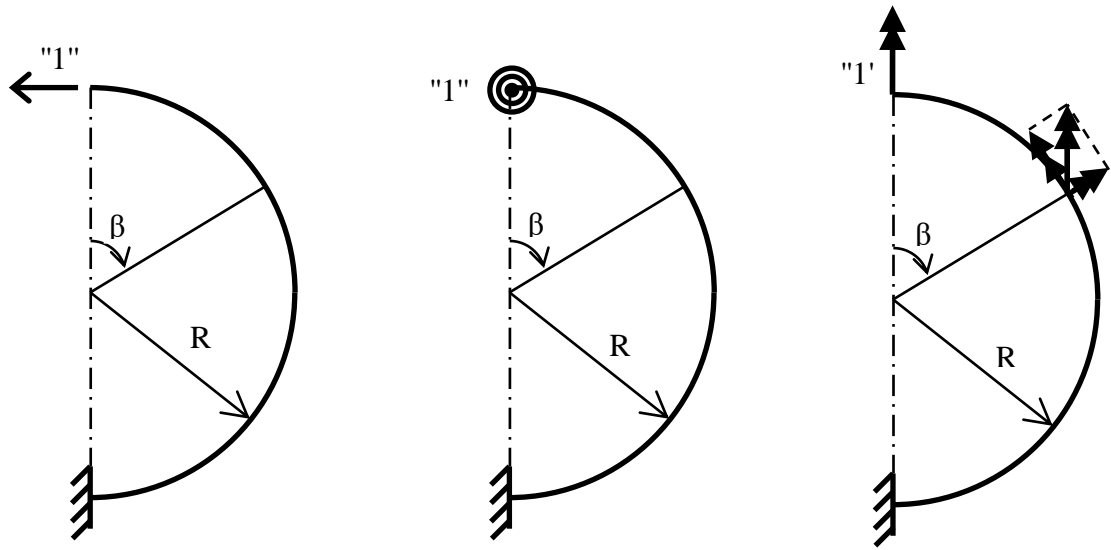
Namáhání obecného místa na výpočtovém prutu je odvozeno podle obr. 15 v polárních souřadnicích R, β

$$M_o = M_{oMx} + M_{oF} = M_x \cdot \cos \beta - \frac{F}{2} \cdot R \cdot \sin \beta, \quad (3)$$

$$M_{oz} = M_z + M_N = M_z + N \cdot R \cdot (1 - \cos \beta), \quad (4)$$

$$M_k = M_{kMx} + M_{kF} = M_x \cdot \sin \beta - \frac{F}{2} \cdot R \cdot (1 - \cos \beta). \quad (5)$$

Z důvodu zachování symetrie posuv u_y ve směru síly N musí být roven nule a také obě natočení φ_x, φ_z ve směru momentů M_x a M_z musí být rovna nule. Hodnoty vnitřních sil N, M_x a M_z určíme pomocí Mohrova integrálu. Zatížení jednotkovými účinky k řešení příslušných derivací pro sestavení Mohrových integrálů jsou uvedeny na obr. 16.



Obr. 16 - Jednotkové účinky pro posuv u_y , natočení φ_z a natočení φ_x

$$\begin{aligned}
 m_{oz}^{u_y} &= 1 \cdot R \cdot (1 - \cos \beta) & m_{oz}^{\varphi_z} &= 1 & m_o^{\varphi_x} &= 1 \cdot \cos \beta \\
 & & & & m_k^{\varphi_x} &= 1 \cdot \sin \beta
 \end{aligned} \tag{6}$$

Nyní již můžeme sestavit Mohrovy integrály pro posuv u_y i pro obě natočení φ_z , φ_x

$$u_y = \int_0^\pi \frac{M_{oz} \cdot m_{oz}^{u_y}}{E \cdot J_0} \cdot R \cdot d\beta = 0, \tag{7}$$

$$\varphi_z = \int_0^\pi \frac{M_{oz} \cdot m_{oz}^{\varphi_z}}{E \cdot J_0} \cdot R \cdot d\beta = 0, \tag{8}$$

$$\varphi_x = \int_0^\pi \frac{M_{ox} \cdot m_o^{\varphi_x}}{E \cdot J_0} \cdot R \cdot d\beta + \int_0^\pi \frac{M_k \cdot m_k^{\varphi_x}}{G \cdot J_k} \cdot R \cdot d\beta = 0. \tag{9}$$

Z důvodu zachování symetrie se bod v místě řezu nemůže posunout ve směru síly N

$$u_y = \frac{1}{E \cdot J_0} \int_0^\pi [M_z + N \cdot R \cdot (1 - \cos \beta)] \cdot 1 \cdot R \cdot (1 - \cos \beta) \cdot R \cdot d\beta = 0,$$

$$u_y = \int_0^\pi M_z \cdot R^2 \cdot (1 - \cos \beta) d\beta + \int_0^\pi N \cdot R^3 \cdot (1 - \cos \beta)^2 d\beta = 0. \tag{10}$$

Bod v místě řezu se také nemůže natočit ve směru momentu M_z

$$\varphi_z = \frac{1}{E \cdot J_0} \int_0^\pi [M_z + N \cdot R \cdot (1 - \cos \beta)] \cdot 1 \cdot R \cdot d\beta = 0,$$

$$\varphi_z = \int_0^\pi [M_z \cdot R \cdot d\beta + N \cdot R^2 \cdot d\beta - N \cdot R^2 \cdot \cos \beta \cdot d\beta] = 0,$$

$$\varphi_z = \int_0^\pi M_z \cdot R \cdot d\beta + \int_0^\pi N \cdot R^2 \cdot d\beta - \int_0^\pi N \cdot R^2 \cdot \cos \beta \cdot d\beta = 0. \quad (11)$$

Po úpravě rovnic (10) a (11) získáme soustavu těchto dvou nezávislých lineárních rovnic s nenulovým determinanem a neznámými M_z a N . Rovnice neobsahují parametr F a mají proto nulovou pravou stranu. Proto má tato soustava (12) a (13) triviální jediné řešení vnitřních sil

$$N = 0, \quad (12)$$

$$M_z = 0. \quad (13)$$

Nyní zbývá stanovit natočení φ_x

$$\varphi_x = \frac{1}{E \cdot J_0} \int_0^\pi \left[M_x \cdot \cos \beta - \frac{F}{2} \cdot R \cdot \sin \beta \right] \cdot 1 \cdot \cos \beta \cdot R \cdot d\beta +$$

$$+ \frac{1}{G \cdot J_k} \int_0^\pi \left[M_x \cdot \sin \beta - \frac{F}{2} \cdot R \cdot (1 - \cos \beta) \right] \cdot 1 \cdot \sin \beta \cdot R \cdot d\beta,$$

$$\varphi_x = \frac{1}{E \cdot J_0} \int_0^\pi \left[M_x \cdot \cos \beta \cdot \cos \beta \cdot R \cdot d\beta - \frac{F}{2} \cdot R \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot R \cdot d\beta \right] +$$

$$+ \frac{1}{G \cdot J_k} \int_0^\pi \left[M_x \cdot \sin \beta \cdot \sin \beta \cdot R \cdot d\beta - \frac{F}{2} \cdot R \cdot (1 - \cos \beta) \cdot \sin \beta \cdot R \cdot d\beta \right] = 0,$$

$$\varphi_x = \frac{1}{E \cdot J_0} \int_0^\pi \left[M_x \cdot R \cdot \cos^2 \beta \cdot d\beta - \frac{F}{2} \cdot R^2 \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot d\beta \right] +$$

$$+ \frac{1}{G \cdot J_k} \int_0^\pi \left[M_x \cdot R \cdot \sin^2 \beta \cdot d\beta - \frac{F}{2} \cdot R^2 \cdot \sin \beta \cdot d\beta + \frac{F}{2} \cdot R^2 \cos \beta \sin \beta \cdot d\beta \right] = 0,$$

$$\varphi_x = \frac{M_x \cdot R}{E \cdot J_0} \int_0^\pi \cos^2 \beta \cdot d\beta - \frac{F \cdot R^2}{2 \cdot E \cdot J_0} \int_0^\pi \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot d\beta +$$

$$+ \frac{M_x \cdot R}{G \cdot J_k} \int_0^\pi \sin^2 \beta \cdot d\beta - \frac{F \cdot R^2}{2 \cdot G \cdot J_k} \int_0^\pi \sin \beta \cdot d\beta + \frac{F \cdot R^2}{2 \cdot G \cdot J_k} \int_0^\pi \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot d\beta = 0,$$

poznámka:

$$\int_0^{\pi} \cos^2 \beta \, d\beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{\pi} \sin^2 \beta \, d\beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{\pi} \sin \beta \, d\beta = 2$$

$$\int_0^{\pi} \sin \beta \cdot \cos \beta \, d\beta = 0$$

$$\varphi_x = \frac{M_x \cdot R}{E \cdot J_0} \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{M_x \cdot R}{G \cdot J_k} \cdot \frac{\pi}{2} - \frac{F \cdot R^2}{G \cdot J_k} = 0. \quad (14)$$

Po úpravě rovnice (14) získáme vztah pro výpočet neznámého momentu M_x jako funkce síly F

$$M_x = \frac{2 \cdot F \cdot R}{\pi \cdot \left(1 + \frac{G \cdot J_k}{E \cdot J_0}\right)}$$

Tento vztah lze ještě dále upravit, protože platí $\frac{E}{G} = 2(1 + \nu)$ a $J_k = 2J_0$

$$M_x = \frac{2 \cdot F \cdot R}{\pi \cdot \left(1 + \frac{2}{2(1 + \nu)}\right)},$$

$$M_x = \frac{2 \cdot F \cdot R}{\pi \cdot \left(\frac{2 + \nu}{1 + \nu}\right)}. \quad (15)$$

Pro dimenzování síly F použijeme nejvíce namáhané místo tvořícího prutu, ve kterém stanovíme redukované napětí a z pevnostní podmínky určíme maximální sílu, kterou můžeme závit pružiny zatížit. Následně pak stanovíme kroutící moment, který spojka přenese.

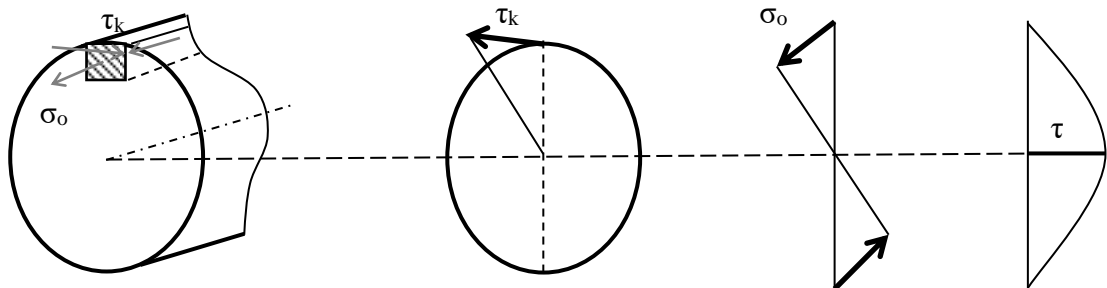
Uvažujeme kombinované namáhání tvořícího prutu pružiny krutem, ohybem a smykem. Napětí od posouvající síly $F/2$ je dáno Žuravského větou, viz *obr. 17*. Nejvíce namáhanou částí je okraj průřezu tvořícího prutu. V bodě, kde jsou napětí od krutu a ohybu největší, je napětí od posouvající síly nulové. Tvořící prut je tenký, proto dále uvažujeme, že kritický bod v průřezu prutu je právě okraj průřezu, kde jsou napětí od krutu a ohybu největší. Jednotlivé složky napětí kombinovaného namáhání v ohybu a v krutu jsou dány

$$\sigma_o = \frac{M_o}{W_o} = \frac{M_x \cdot \cos \beta - \frac{F}{2} \cdot R \cdot \sin \beta}{W_o} = \frac{\frac{2 \cdot F \cdot R}{\pi \cdot \left(\frac{2 + \nu}{1 + \nu}\right)} \cdot \cos \beta - \frac{F}{2} \cdot R \cdot \sin \beta}{\frac{\pi d^3}{32}},$$

$$\sigma_o = \frac{F \cdot R}{d^3} \left(\frac{64 \cdot \cos \beta}{\pi^2 d^3 \cdot \left(\frac{2 + \nu}{1 + \nu}\right)} - \frac{16 \cdot \sin \beta}{\pi} \right), \quad (16)$$

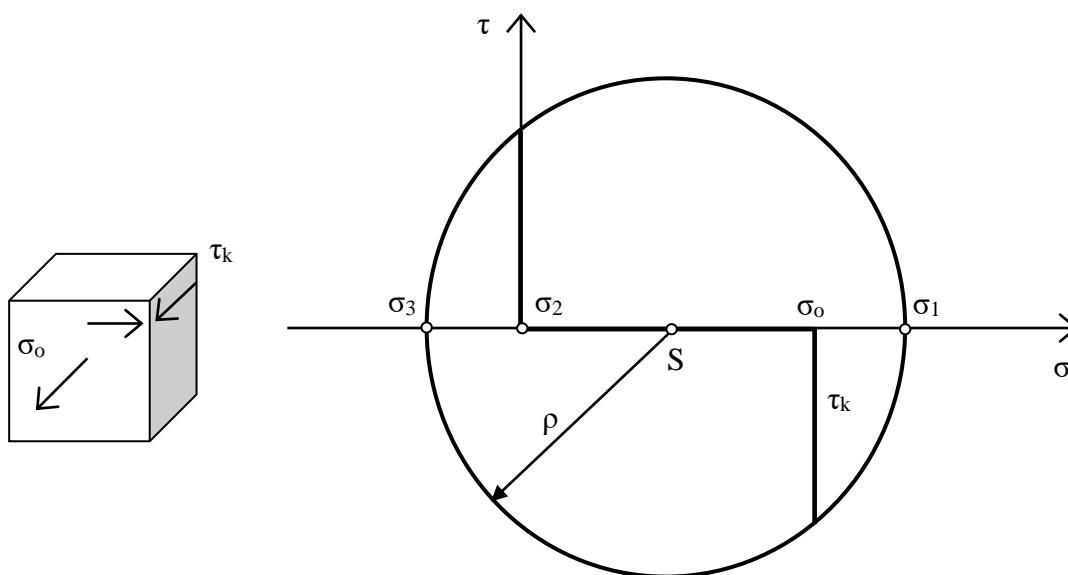
$$\tau_k = \frac{M_k}{W_k} = \frac{M_x \cdot \sin \beta - \frac{F}{2} \cdot R \cdot (1 - \cos \beta)}{\frac{\pi d^3}{16}} = \frac{\frac{2 \cdot F \cdot R}{\pi \cdot \left(\frac{2 + \nu}{1 + \nu}\right)} \cdot \sin \beta}{\frac{\pi d^3}{16}} - \frac{\frac{F}{2} \cdot R}{\frac{\pi d^3}{16}} + \frac{\frac{F}{2} \cdot R \cdot \cos \beta}{\frac{\pi d^3}{16}},$$

$$\tau_k = \frac{F \cdot R}{d^3} \left(\frac{32 \cdot F \cdot R \cdot \sin \beta}{\pi^2 \cdot \left(\frac{2 + \nu}{1 + \nu}\right)} + \frac{8 \cdot \cos \beta - 8}{\pi} \right). \quad (17)$$



Obr. 17 - Napětí pružinového drátu

Pro výpočet kombinovaného namáhání vyjmemme element pružiny, kde jsou názorně zobrazena napětí, která zde působí dle obr. 17. Odtud pak nakreslíme Mohrovu kružnici (obr. 18), ze které odvodíme velikost redukováného napětí.



Obr. 18 - Mohrova kružnice

Pro Mohrovu kružnici platí vztahy

$$S = \frac{\sigma_o}{2},$$

$$\rho = \sqrt{\left(\frac{\sigma_o}{2}\right)^2 + \tau_k^2},$$

$$\sigma_{1,3} = S \pm \rho = \frac{\sigma_o}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_o}{2}\right)^2 + \tau_k^2},$$

$$\sigma_2 = 0.$$

Redukované napětí z Mohrovy kružnice na obr. 18 dle teorie Tresca (τ_{max}) je dáno vztahem

$$\sigma_{red} = \sigma_1 - \sigma_3 = 2\rho = 2 \sqrt{\left(\frac{\sigma_o}{2}\right)^2 + \tau_k^2}. \quad (18)$$

Redukované napětí z Mohrovy kružnice na obr. 18 dle teorie HMH (energetická) je dáno vztahem

$$\sigma_{red} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (19)$$

Při použití křehkého materiálu dimenzujeme dle Mohrovy hypotézy. U materiálu pracujeme s mezí pevnosti v tahu a tlaku. Celkovou bezpečnost k_p redukovaného napětí dimenzujeme na mez pevnosti v tahu σ_{pt} , tudíž možné tlakové napětí σ_3 přepočítáváme poměrem σ_{pt}/σ_{pd}

$$\sigma_{red} = \sigma_1 - \frac{\sigma_{pt}}{\sigma_{pd}} \cdot \sigma_3 ; k_p = \frac{\sigma_{pt}}{\sigma_{red}}. \quad (20)$$

Uvažujeme dále houževnatý materiál pružinového drátu s mezí kluzu σ_k a zvolenou bezpečností k_k .

Do redukovaného napětí ve vztahu (18) dosadíme napětí ze vztahů (16) a (17). Redukované napětí je závislé na poloze (úhel β). Pro zjištění největšího namáhání redukované napětí zderivujeme a určíme extrémy (derivace=0). Protože funkce derivace je složitá a určování kritického úhlu β by bylo složité, vykreslíme tedy pouze průběh redukovaného napětí a z grafu určíme nejvíce namáhané místo

$$\sigma_{red} = 2 \sqrt{\left(\frac{F \cdot R}{d^3} \left(\frac{32 \cdot \cos \beta}{\pi^2 d^3 \left(\frac{2+\nu}{1+\nu} \right)} - \frac{8 \cdot \sin \beta}{\pi} \right) \right)^2 + \left(\frac{F \cdot R}{d^3} \left(\frac{32 \cdot F \cdot R}{\pi^2 \left(\frac{2+\nu}{1+\nu} \right)} \cdot \sin \beta + \frac{8 \cdot \cos \beta - 8}{\pi} \right) \right)^2},$$

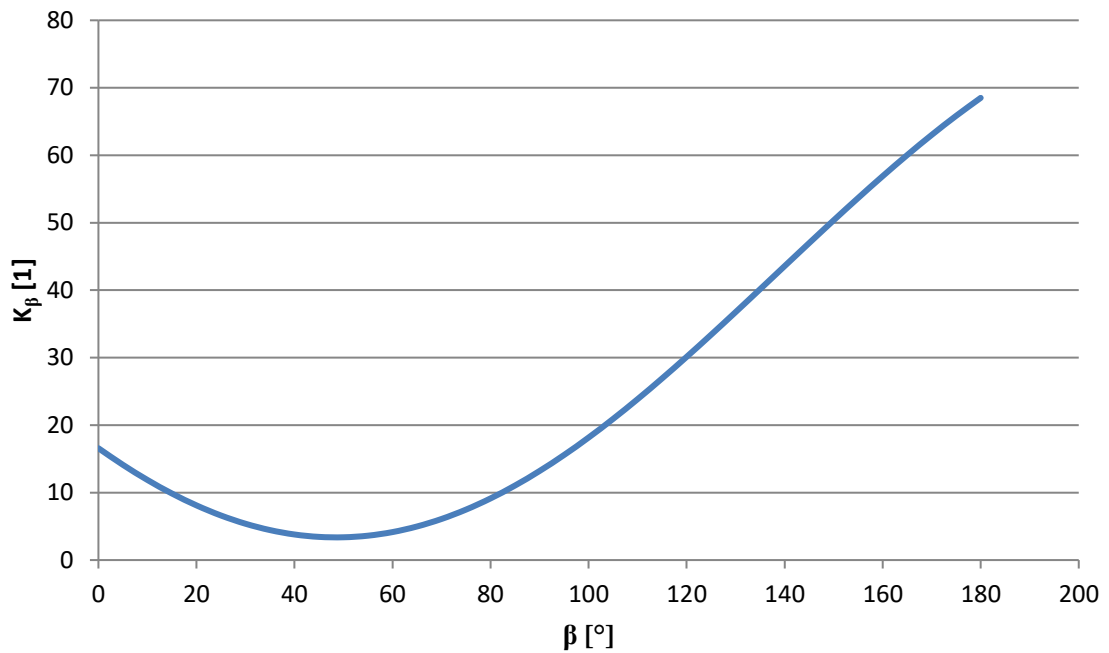
$$\frac{\sigma_{red}^2}{2} = \frac{F^2 \cdot R^2}{d^6} \left(\frac{32 \cdot \cos \beta}{\pi^2 \left(\frac{2+\nu}{1+\nu} \right)} - \frac{8 \cdot \sin \beta}{\pi} \right)^2 + \frac{F^2 \cdot R^2}{d^6} \left(\frac{32}{\pi^2 \left(\frac{2+\nu}{1+\nu} \right)} \cdot \sin \beta + \frac{8 \cdot \cos \beta - 8}{\pi} \right)^2,$$

$$\sigma_{red}^2 = \frac{F^2 \cdot R^2}{d^6} \left[2 \left(\frac{32 \cdot \cos \beta}{\pi^2 \left(\frac{2+\nu}{1+\nu} \right)} - \frac{8 \cdot \sin \beta}{\pi} \right)^2 + 2 \left(\frac{32}{\pi^2 \left(\frac{2+\nu}{1+\nu} \right)} \cdot \sin \beta + \frac{8 \cdot \cos \beta - 8}{\pi} \right)^2 \right],$$

$$\sigma_{red} = \sqrt{\frac{F^2 \cdot R^2}{d^6} \left[2 \left(\frac{32 \cdot \cos \beta}{\pi^2 \left(\frac{2+\nu}{1+\nu} \right)} - \frac{8 \cdot \sin \beta}{\pi} \right)^2 + 2 \left(\frac{32}{\pi^2 \left(\frac{2+\nu}{1+\nu} \right)} \cdot \sin \beta + \frac{8 \cdot \cos \beta - 8}{\pi} \right)^2 \right]},$$

$$\sigma_{red} = \sqrt{\frac{F^2 \cdot R^2}{d^6} \cdot K_\beta}. \quad (21)$$

Redukované napětí je závislé na síle F a volených parametrech pružiny R a d , které jsou konstantní. Napětí závisí také na funkci úhlu β , viz vztah (21). Proto nám stačí vykreslit závislost zavedeného parametru K_β na úhlu β , který bude mít stejný průběh jako redukované napětí.



Obr. 19 - Průběh redukovaného napětí

Dle obr. 19 je zřejmé, že nejvíce namáhané místo je vetknutí (úhel $\beta=180^\circ$). Upravíme vztahy (3) a (5) pro úhel 180° , dosadíme je do vzorce pro redukované napětí, dle Tresca, (18) a vyjádříme sílu F

$$\sigma_o = \frac{M_o}{W_o} = \frac{M_x}{W_o} = \frac{2 \cdot F \cdot R}{\pi \cdot \left(1 + \frac{G \cdot J_k}{E \cdot J_o}\right) \cdot \frac{\pi d^3}{32}},$$

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_k} = \frac{-\frac{F}{2} \cdot 2R}{\frac{\pi d^3}{16}},$$

$$\sigma_{red}^2 = \left(\frac{\frac{2 \cdot F \cdot R}{\pi \cdot \left(\frac{2+\nu}{1+\nu}\right)}}{\frac{\pi d^3}{32}} \right)^2 + \left(\frac{-\frac{F}{2} \cdot 2R}{\frac{\pi d^3}{16}} \right)^2,$$

$$\sigma_{red}^2 = \left(\frac{32 \cdot F \cdot R}{\pi^2 d^3 \cdot \left(\frac{2+\nu}{1+\nu}\right)} \right)^2 + \left(\frac{-16 \cdot F \cdot R}{\pi d^3} \right)^2,$$

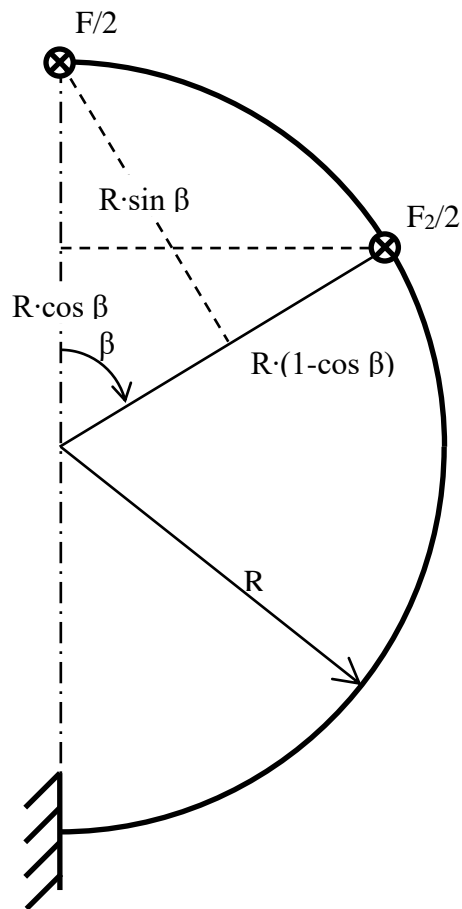
$$F = \frac{\sqrt{\sigma_{red}^2}}{\sqrt{\left(\frac{32 \cdot R}{\pi^2 d^3 \cdot \left(\frac{2+\nu}{1+\nu}\right)}\right)^2 + \left(\frac{-16 \cdot R}{\pi d^3}\right)^2}} = \frac{\sqrt{\sigma_{red}^2}}{\sqrt{\left(\frac{16 \cdot D}{\pi^2 d^3 \cdot \left(\frac{2+\nu}{1+\nu}\right)}\right)^2 + \left(\frac{-8 \cdot D}{\pi d^3}\right)^2}}. \quad (22)$$

Tato nejnejpříznivější možnost z hlediska namáhání pružiny může nastat například při větší excentricitě spojovaných hřídelů. Nebude to běžná montážní poloha věnců, neboť ty se do sebe zasunou ideálně po obvodě věnců symetricky s dvoubodovým dotykem, kde volíme, jak se do sebe věnce zasunou.

Pomocí rovnováhy momentů stanovujeme z maximální síly na závit pružiny F přípustnou sílu F_2 , což představuje součet dvou sil $F_2/2$ na závit v uvažovaných ideálních dvou místech dotyku obou věnců, viz *obr. 20*

$$\frac{F}{2} \cdot 2R = \frac{F_2}{2} \cdot R \cdot (1 + \cos \beta),$$

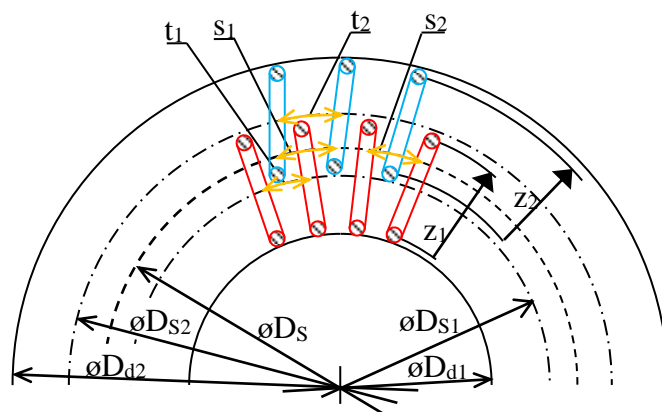
$$F_2 = \frac{2 \cdot F}{(1 + \cos \beta)}. \quad (23)$$



Obr. 20 - Obrázek pro momentovou rovnováhu

2.1 Návrh pružinových věnců

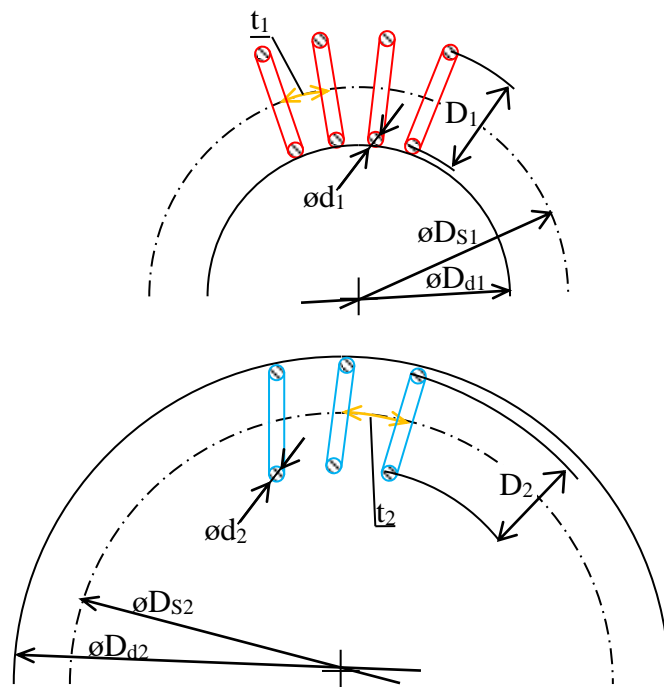
Při návrhu rozměrů samotné spojky a parametrů zasunutí věnců do sebe vycházíme ze schéma na obr. 21, který zobrazuje obecně zasunuté věnce do sebe s popsányými rozměry.



Obr. 21 - Řez spojkou s pružinovými věnci

Pro spojku nejprve zvolíme velikost pružin - průměr drátu a průměr pružiny, viz *obr. 23*. Dále zvolíme přibližnou velikost kotouče D_{d1} tj. místo, kde dosedají závity pružinového věnce na kotouč. Pomocí vztahu (24) stanovíme roztečný průměr vnitřního pružinového věnce (D_{S1}). Pro přehlednost je vše zobrazeno na *obr. 22*

$$D_{S1} = D_{d1} + D_1 + d_1. \quad (24)$$



Obr. 22 - Rozměry vnitřního a vnějšího věnce

Podobně jako vztah (24) platí i vztah (25) pro velikost průměru pouzdra (D_{d2}). Pro přehlednost je také schéma zobrazeno na *obr. 22*

$$D_{d2} = D_{S2} + D_2 + d_2. \quad (25)$$

Nejprve si zavedeme souřadnice z_1 a z_2 . Tyto souřadnice nám popisují polohu na jednotlivých pružinových věncích a lze pomocí nich vyjádřit proměnlivé stoupání pružin (s_1 a s_2). Tyto souřadnice volíme v intervalu (0;1), kde krajní hodnoty intervalu leží na kružnicích středů pružinového drátu viz *obr. 21*. Dále zvolíme polohu na každém věnci, ve kterém bude docházet ke dvoubodovému kontaktu věnců, který je popsán souřadnicemi z_1 a z_2 . Polohu doteku obou věnců můžeme také vztáhnout k ose spojky. Toto místo je pak popsáno průměrem D_S . Pro stoupání tvořících pružin používáme označení t_1 a t_2 , které se

nemění. Toto stoupání nalezneme i u pružinových věnců, pouze na roztečných průměrech D_{S1} a D_{S2} . Je tomu tak proto, že střední osa pružiny a roztečný průměr pružinového věnce mají stejnou délku.

Pro výpočet potřebujeme ještě další vztahy. Výpočet průměru D_S provedeme pomocí souřadnici z_1 , neboť průměr D_S je na ní závislý. Jak bylo již dříve řečeno tuto souřadnici volíme podle toho v jakém místě chceme, aby docházelo ke kontaktu pružinových věnců. Pro výpočet platí následující vztah

$$(D_{S1} - D_1 + 2D_1 \cdot z_1) \cdot \pi = D_S \cdot \pi. \quad (26)$$

Pro výpočet průměr D_S můžeme rovněž použít parametry vnějšího věnce, podobně jak je tomu ve vztahu (26)

$$(D_{S2} - D_2 + 2D_2 \cdot z_2) \cdot \pi = D_S \cdot \pi. \quad (27)$$

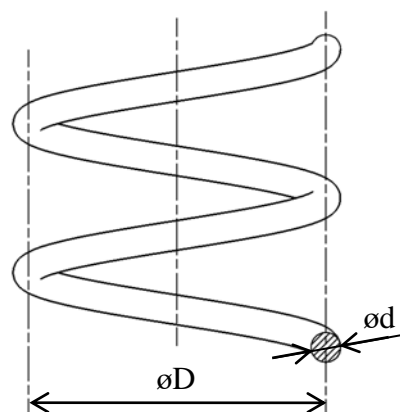
Porovnáním pravých stran rovnice (26) získáme zjednodušený pro výpočet průměru D_S

$$D_S = (D_{S1} - D_1 + 2D_1 \cdot z_1). \quad (28)$$

Pro určení stoupání tvořících pružin vycházíme z faktu, že na středním roztečném průměru se pružina nedeformuje. Stoupání je tak stejné jako u tvořící pružiny (t_1 a t_2). Stoupání můžeme nazvat jako výšku jednoho závitů pružiny. U pružinového věnce tak počítáme stoupání z počtů závitů pružinových věnců i a obvodu roztečných průměrů (D_{S1} a D_{S2}) dle vztahů (29) a (30)

$$t_1 = \frac{D_{S1} \cdot \pi}{i}, \quad (29)$$

$$t_2 = \frac{D_{S2} \cdot \pi}{i}. \quad (30)$$



Obr. 23 - Válcová pružina

2.2 Volba parametrů

Pro pružinový drát předpokládáme oceli třídy 12, které jsou po dodržení určitých podmínek svařitelné. V této práci volíme pružinovou ocel 12 090 dle ČSN 42 0002. Tato ocel má mez pevnosti $\sigma_{pt}=1200 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$ a Poissonovo číslo ν , viz *tab. 1*. Vzhledem k dimenzování dle meze pevnosti použijeme bezpečnost $k_p=3$.

$$\sigma_{red} = \frac{\sigma_{pt}}{k_p} \quad (31)$$

Volba dalších parametrů našeho konkrétního návrhu je uvedena v následující *tab. 1*.

Tab. 1 - Volené parametry spojky

Parametru	Hodnota	Jednotka	Popis
D_{d1}	90	mm	Průměr kotouče pro pružinu
D_1	20	mm	Průměr tvořící pružiny vnitřního pružinového věnce
d_1	2	mm	Průměr drátu tvořící pružiny vnitřního pružinového věnce
D_2	20	mm	Průměr tvořící pružiny vnějšího pružinového věnce
d_2	2	mm	Průměr drátu tvořící pružiny vnějšího pružinového věnce
e	2	mm	Vůle mezi závity věnců na roztečném průměru D_S
ν	0,3	1	Poissonovo číslo

2.3 Výpočet pružinových věnců

Sílu F vypočítáme ze vztahu (22), do kterého dosadíme redukované napětí ze vzorce (31) a ostatní parametry z *tab. 1*

$$\sigma_{red} = \frac{\sigma_{pt}}{k_p},$$

$$\sigma_{red} = \frac{1200}{3},$$

$$\sigma_{red} = 400 \text{ MPa},$$

$$F = \sqrt{\frac{400^2}{\left(\frac{16 \cdot 20}{\pi^2 2^3 \cdot \left(\frac{2 + 0,3}{1 + 0,3}\right)}\right)^2 + \left(\frac{-8 \cdot 20}{\pi 2^3}\right)^2}}$$

$$F = 59,12 \text{ N}.$$

Dle vztahu (24) vypočítáme průměr vnitřního pružinového věnce, jehož obvod má délku jako je délka tvořící pružiny

$$D_{S1} = D_{d1} + D_1 + d_1.$$

$$D_{S1} = 90 + 20 + 2,$$

$$D_{S1} = 112 \text{ mm}.$$

Dále si zvolíme, že dotyk na vnitřním věnci bude ve $3/4$ průměru pružiny, to znamená, že souřadnice $z_1=3/4$. Pro vnitřní věnec platí rovnice (26), kde neznámé jsou počet závitů i a stoupání na průměru D_S (s_1). Při prvním návrhu stoupání s_1' volíme vůli mezi pružinovými věnci (zde označenou e) a zohledňujeme velikost pružinových drátů (d_1 a d_2) viz *tab. 1*

$$s_1' = d_1 + d_2 + e,$$

$$s_1' = 2 + 2 + 2,$$

$$s_1' = 6 \text{ mm}.$$

(32)

Pomocí vztahu (28) je dán průměr D_S

$$D_S = (D_{S1} - D_1 + 2D_1 \cdot z_1),$$

$$D_S = 90 + 2 + 2 \cdot 20 \cdot \frac{3}{4},$$

$$D_S = 122 \text{ mm}.$$

Pro obecné námi navrhnuté stoupání (s_1') stanovujeme počet závitů, ten následně zaokrouhlíme, neboť tento počet musí být celé číslo

$$i = \frac{D_S \cdot \pi}{s_1'},$$

$$i = \frac{122 \cdot \pi}{6},$$

$$i = 63,88,$$

$$i = 64.$$

Poté stoupání pružiny t_1 je dáno vztahem

$$t_1 = \frac{D_{S1} \cdot \pi}{i},$$

$$t_1 = \frac{112 \cdot \pi}{64},$$

$$t_1 = 5,498 \text{ mm}$$

a skutečné stoupaní vnitřního věnce na roztečném průměru D_S

$$s_1 = \frac{D_S \cdot \pi}{i},$$
$$s_1 = \frac{122 \cdot \pi}{64},$$
$$s_1 = 5,989 \text{ mm}.$$

Aby do sebe pružinové věnce bylo možno zasunout, musí se stoupání s_1 a s_2 rovnat, platí tedy

$$s_1 = s_2 = 5,989 \text{ mm}.$$

Dle vztahu (27) určíme průměr vnějšího pružinového věnce (D_{S2})

$$D_{S2} = \frac{s_2 \cdot i + D_2 \pi - 2D_2 \cdot z_2 \pi}{\pi},$$
$$D_{S2} = \frac{5,989 \cdot 64 + 20\pi - 10\pi}{\pi},$$
$$D_{S2} = \frac{5,989 \cdot 64 + 10\pi}{\pi},$$
$$D_{S2} = 132 \text{ mm}.$$

Pomocí tohoto průměru pak dopočítáme stoupání tvořící pružiny vnějšího pružinového věnce

$$t_2 = \frac{D_{S2} \cdot \pi}{i},$$
$$t_2 = \frac{122 \cdot \pi}{64},$$
$$t_2 = 6,48 \text{ mm}.$$

Na závěr určíme průměr pouzdra D_{d2} ze vztahu (25), souhrn hodnot uvádí *tab. 2*,

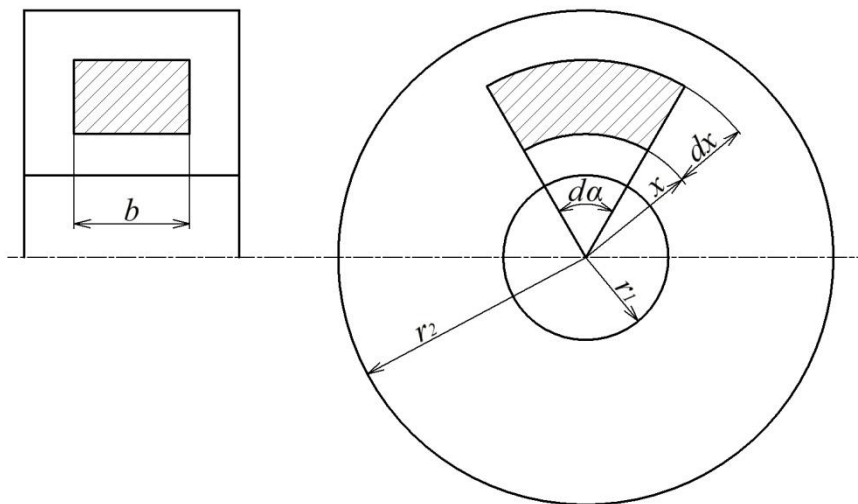
$$D_{d2} = D_{S2} + D_2 + d_2,$$
$$D_{d2} = 132 + 20 + 2,$$
$$D_{d2} = 154 \text{ mm}.$$

Tab. 2 - Parametry pružinových věnců

Parametru	Hodnota	Jednotka	Popis
D_{d1}	90	mm	Průměr kotouče pro pružinu
D_1	20	mm	Průměr tvořící pružiny vnitřního pružinového věnce
d_1	2	mm	Průměr drátu tvořící pružiny vnitřního pružinového věnce
t_1	5,498	mm	Stoupání tvořící pružiny vnitřního pružinového věnce
s_1	5,989	mm	Stoupání tvořící pružiny vnitřního pružinového věnce na roztečném průměru D_S
e	2	mm	Vůle mezi závity věnců na roztečném průměru D_S
D_S	122	mm	Roztečný průměr D_S , na kterém dochází ke kontaktu věnců
D_2	20	mm	Průměr tvořící pružiny vnějšího pružinového věnce
d_2	2	mm	Průměr drátu tvořící pružiny vnějšího pružinového věnce
D_{d2}	154	mm	Průměr pouzdra pro pružinu
t_2	6,48	mm	Stoupání tvořící pružiny vnějšího pružinového věnce
s_2	5,989	mm	Stoupání tvořící pružiny vnějšího pružinového věnce na roztečném průměru D_S

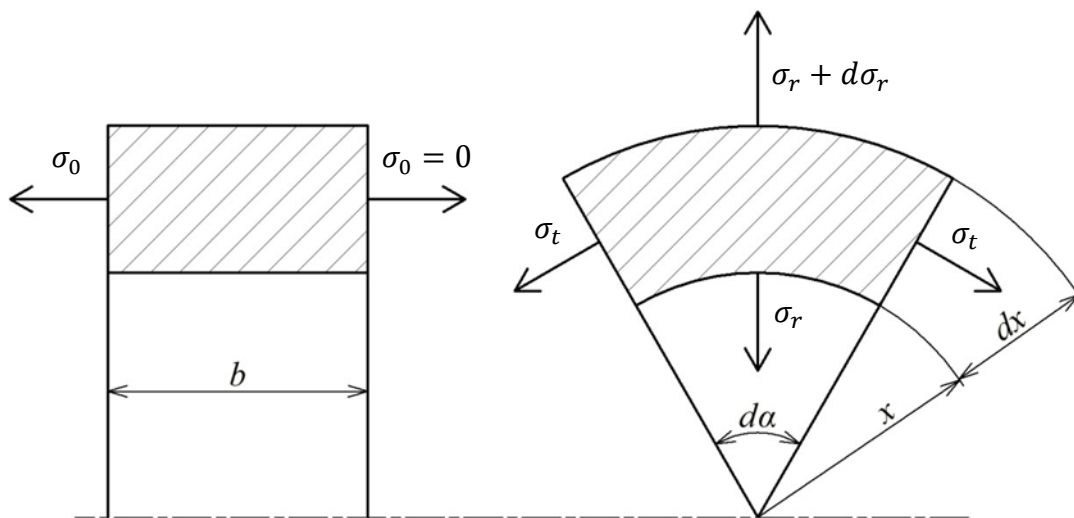
2.4 Nalisování

Pro připojení hřídelí ke spojce lze použít více variant. Spojení lze provést například pomocí nalisování, které využijeme.



Obr. 24 - Nalisovaný spoj

Pro zjištění napětí celé součásti řešíme silovou rovnováhu elementu. Zatížený element je zobrazen na obrázku obr. 25.

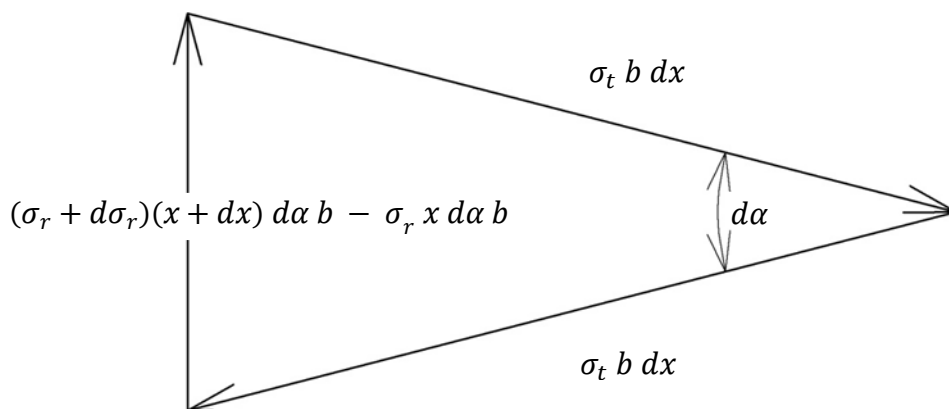


Obr. 25 - Element

Osové napětí je rovno nule. Ostatní napětí jsou nenulová. Pro jejich zjištění řešíme silovou rovnováhu, jak je zobrazeno na obr. 26

$$F_r = F_t,$$

$$(\sigma_r + d\sigma_r)(x + dx) d\alpha b - \sigma_r x d\alpha b = 2 \sigma_t \sin\left(\frac{d\alpha}{2}\right) b dx. \quad (33)$$



Obr. 26 - Rovnováha elementu

Pro malý úhel platí $\sin \alpha \approx \alpha$. Toho využijeme pro zjednodušení pravé strany rovnice (33)

$$2 \sigma_t \sin\left(\frac{d\alpha}{2}\right) b dx \approx 2 \sigma_t \frac{d\alpha}{2} b dx. \quad (34)$$

Rovnici rovnováhy (33) zjednodušíme pomocí vztahu (34) a upravíme na diferenciální rovnici v napětích

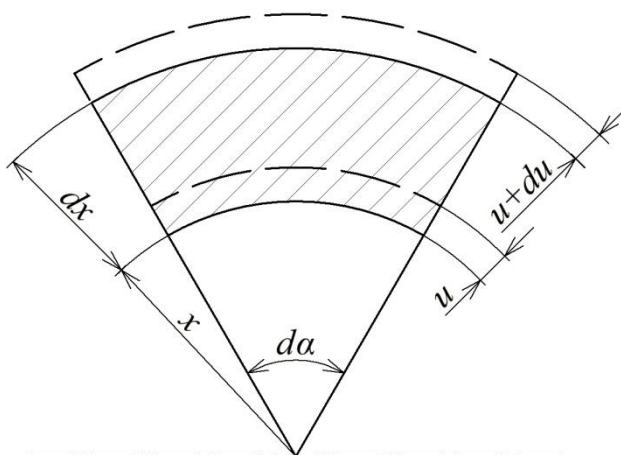
$$(\sigma_r + d\sigma_r)(x + dx) d\alpha b - \sigma_r x d\alpha b = \sigma_t d\alpha b dx,$$

$$\frac{d(\sigma_r \cdot x)}{dx} - \sigma_t = 0. \quad (35)$$

Dále určíme deformace našeho elementu viz *obr. 27*. Deformace jsou závislé na posuvu a platí následující vztahy

$$\varepsilon_t = \frac{(x + u)d\alpha}{x d\alpha} = \frac{u}{x}, \quad (36)$$

$$\varepsilon_r = \frac{dx + (u + du) - u - dx}{dx} = \frac{du}{dx} = u'. \quad (37)$$



Obr. 27 - Deformace elementu

Užijeme rozšířený Hookeův zákon, který upravíme pomocí vztahů (36), (37) ve vztazích (38) a (39)

$$\sigma_t = \frac{E}{1 - \nu^2} [\varepsilon_t + \nu \varepsilon_r] = \frac{E}{1 - \nu^2} \left[\frac{u}{x} + \nu u' \right], \quad (38)$$

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \nu^2} [\varepsilon_r + \nu \varepsilon_t] = \frac{E}{1 - \nu^2} \left[u' + \nu \frac{u}{x} \right]. \quad (39)$$

Upravíme si rovnici rovnováhy (35)

$$d(\sigma_r \cdot x) - \sigma_t dx = 0,$$

$$d\sigma_r \cdot x + \sigma_r dx - \sigma_t dx = 0,$$

$$\frac{d\sigma_r \cdot x}{dx} + \sigma_r - \sigma_t = 0. \quad (40)$$

Upravíme si i derivaci, která je obsažena v rovnici (40)

$$\frac{d\sigma_r}{dx} = \frac{E}{1 - \nu^2} \left[u'' + \nu \frac{u'x - u}{x^2} \right] \quad (41)$$

Upravené rovnice napětí (38) a (39) dosadíme do upravené rovnice rovnováhy (40)

$$\frac{E}{1 - \nu^2} \left\{ \left[u'' + \nu \frac{u'x - u}{x^2} \right] \cdot x + \left[u' + \nu \frac{u}{x} \right] - \left[\frac{u}{x} + \nu u' \right] \right\} = 0,$$

$$\frac{E}{1 - \nu^2} \left(u''x + \nu u' - \nu \frac{u}{x} + u' + \nu \frac{u}{x} - \frac{u}{x} - \nu u' \right) = 0,$$

$$u''x + u' - \frac{u}{x} = 0. \quad (42)$$

Jako výsledek dostáváme diferenciální rovnici druhého řádu pro posuv u (42). Tuto rovnici lze řešit odhadem nebo postupnou integrací. Ukážeme následně, že způsob řešení nemá vliv na výsledné řešení.

2.4.1 Výpočet postupnou integrací

Nejprve je třeba dokázat, že upravený tvar, který budeme integrovat, se rovná naší diferenciální rovnici

$$\begin{aligned} x \left[\frac{1}{x} (u \cdot x)' \right]' &= x \left[\frac{1}{x} (u'x + u) \right]' = x \left[\frac{(-1)}{x^2} (u'x + u) + \frac{1}{x} (u''x + u' + u') \right] = \\ &= x \left[-\frac{u'}{x} - \frac{u}{x^2} + \frac{u''x}{x} + \frac{u'}{x} + \frac{u'}{x} \right] = x \left[-\frac{u}{x^2} + u'' + \frac{u'}{x} \right] = u''x + u' - \frac{u}{x}. \end{aligned}$$

Nyní postupnou integrací dojdeme k jejímu řešení

$$x \left[\frac{1}{x} (u \cdot x)' \right]' = 0,$$

$$\frac{d\left(\frac{1}{x}(u \cdot x)'\right)}{dx} = 0,$$

$$\int d\left(\frac{1}{x}(u \cdot x)'\right) = \int dx,$$

$$\int d\left(\frac{1}{x}(u \cdot x)'\right) = \int dx,$$

$$\frac{1}{x}(u \cdot x)' = \overline{C1},$$

$$\int d(u \cdot x) = \int x \overline{C1},$$

$$u \cdot x = \frac{x^2}{2} \overline{C1} + C2,$$

$$u = C1 \cdot x + \frac{C2}{x}. \quad (43)$$

2.4.2 Výpočet odhadem

Tvar posuvu u odhadujeme ve tvaru

$$u(x) = x^n. \quad (44)$$

stanovujeme derivace odhadu - vztahu (42)

$$u'(x) = n \cdot x^{n-1}, \quad (45)$$

$$u''(x) = n \cdot (n-1) \cdot x^{n-2}. \quad (46)$$

Derivace (45) a (46) dosadíme do diferenciální rovnice posuvu (42)

$$x(n \cdot (n-1) \cdot x^{n-2}) + n \cdot x^{n-1} - \frac{x^n}{x} = 0,$$

$$n \cdot (n-1) \cdot x^{n-1} + n \cdot x^{n-1} - x^{n-1} = 0,$$

$$x^{n-1} (n \cdot (n-1) + n - 1) = 0,$$

$$x^{n-1} (n^2 - 1) = 0. \quad (47)$$

Z rovnice (48) vychází hodnoty kořenů n

$$\begin{aligned}n &= 1, \\n &= -1.\end{aligned}$$

Fundamentální systém rovnice (44) je tedy

$$\begin{aligned}x^{+1}, \\x^{-1}\end{aligned}$$

a obecné řešení posuvu u je potom

$$u = C1 \cdot x + \frac{C2}{x}. \quad (48)$$

To ukazuje, že způsob řešení odhadem nebo postupnou integrací nemá vliv na výsledný tvar řešení posuvu u a platí

$$u = C1 \cdot x + \frac{C2}{x}. \quad (49)$$

Obecné řešení posuvu (49) dále zderivujeme

$$u' = C1 - \frac{C2}{x^2}. \quad (50)$$

Napětí zjistíme zpětným dosazením posuvu (49) a derivace posuvu (50) do rovnic napětí (38) a (39)

$$\sigma_t = \frac{E}{1-v^2} \left[C1 + \frac{C2}{x^2} + v \cdot C1 - v \cdot \frac{C2}{x^2} \right],$$

$$\sigma_r = \frac{E}{1-v^2} \left[C1 - \frac{C2}{x^2} + v \cdot C1 + v \cdot \frac{C2}{x^2} \right].$$

Pro zjednodušení si zavedeme nové konstanty K a C

$$K = \frac{E}{1-v^2} [C1 + v \cdot C1],$$

$$C = \frac{E}{1-v^2} [C2 - v \cdot C2].$$

Po použití nových konstant, vyjádříme znovu napětí

$$\sigma_t = K + \frac{C}{x^2}, \quad (51)$$

$$\sigma_r = K - \frac{C}{x^2}. \quad (52)$$

Konstanty K a C určíme z okrajových podmínek pro σ_r na poloměrech r_1 a r_2

$$\sigma_r(r_1) = -p_1,$$

$$\sigma_r(r_2) = -p_2.$$

Tím dostaneme soustavu dvou rovnic se dvěma neznámými

$$-p_1 = K - \frac{C}{r_1^2},$$

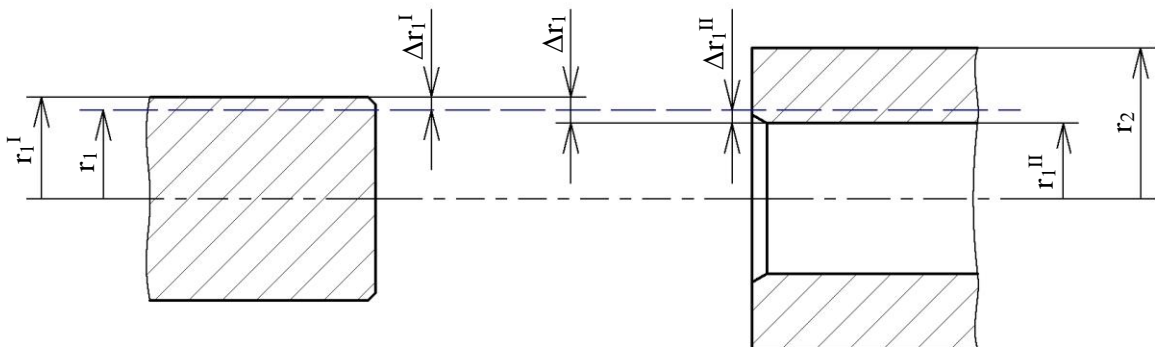
$$-p_2 = K - \frac{C}{r_2^2}.$$

Řešením této soustavy jsou dány konstanty pro napětí nádoby

$$K = \frac{p_1 \cdot r_1^2 - p_2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}, \quad (53)$$

$$C = (p_1 - p_2) \cdot \frac{r_1^2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (54)$$

2.4.3 Odvození přesahu Δr_1 nalisované nádoby



Obr. 28 - Volba přesahu

Přepokládáme malý rozdíl poloměrů $r_1^I \approx r_1^{II} \approx r_1$. Z obr. 28 vyplývá pro přesah Δr_1 následující vztah

$$\Delta r_1 = \Delta r_1^{II} - \Delta r_1^I. \quad (55)$$

Tuto rovnici nyní podělíme r_I ve tvaru

$$\frac{\Delta r_1}{r_1} = \frac{\Delta r_1^{II}}{r_1} - \frac{\Delta r_1^I}{r_1} \approx \frac{\Delta r_1^{II}}{r_1^{II}} - \frac{\Delta r_1^I}{r_1^I},$$

$$\frac{\Delta r_1}{r_1} = \varepsilon_t^{II}(r_1) - \varepsilon_t^I(r_1). \quad (56)$$

Z rozšířeného Hookeova zákona deformace (56) vyjádříme pomocí napětí

$$\varepsilon_t^I = \frac{1}{E} [\sigma_t^I(r_1) + \nu p_1], \quad (57)$$

$$\varepsilon_t^{II} = \frac{1}{E} [\sigma_t^{II}(r_1) + \nu p_1]. \quad (58)$$

Nyní vyjádříme rozdíl tečných deformací na poloměru r_I pomocí rovnic (57) a (58)

$$\varepsilon_t^{II}(r_1) - \varepsilon_t^I(r_1) = \frac{1}{E} \{[\sigma_t^{II}(r_1) + \nu p_1] - [\sigma_t^I(r_1) + \nu p_1]\},$$

$$\varepsilon_t^{II}(r_1) - \varepsilon_t^I(r_1) = \frac{1}{E} [\sigma_t^{II}(r_1) - \sigma_t^I(r_1)]. \quad (59)$$

Použijeme rovnice

$$\sigma_t^I(r_1) = 2 K^I + p_1,$$

$$\sigma_t^{II}(r_1) = 2 K^{II} + p_1$$

a dosadíme je do rovnice (59), čímž dostaneme vyjádření rozdílu tečných deformací na poloměru r_I pomocí známých konstant K^I a K^{II} pro již konkrétní případ

$$\varepsilon_t^{II}(r_1) - \varepsilon_t^I(r_1) = \frac{1}{E} [2 K^{II} + p_1 - 2 K^I - p_1],$$

$$\varepsilon_t^{II}(r_1) - \varepsilon_t^I(r_1) = \frac{2}{E} (K^{II} - K^I). \quad (60)$$

Sloučením rovnic (56) a (60) dostaneme vztah pro výpočet přesahu Δr_I

$$\Delta r_1 = \frac{2r_1}{E} (K^{II} - K^I) = \frac{2r_1}{E} \left(\frac{p_1 \cdot r_1^{II^2} - p_2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{p_0 \cdot r_0^2 - p_1 \cdot r_1^{I^2}}{r_1^2 - r_0^2} \right),$$

$$\Delta r_1 = \frac{2r_1}{E} (K^{II} - K^I) = \frac{2r_1}{E} \left(\frac{p_1 \cdot r_1^{II^2}}{r_2^2 - r_1^2} - (-p_1) \right). \quad (61)$$

Můžeme se setkat také s možností, že materiál hřídele a náboje nebude shodný. Odvození přesahu bude mít stejný postup. Navíc oproti prvnímu případu budeme rozlišovat Poissonovo číslo ν a modul pružnosti v tahu E materiálu. Pro rozlišení použijeme značení materiálů indexy A a B.

Stejně jako u předchozího případu přepokládáme $r_1^I \approx r_1^{II} \approx r_1$. Z obr. 28 vyplývá rovnice (55) a platí také rovnice (56).

Z rozšířeného Hookeova zákona můžeme deformace vyjádřit pomocí napětí

$$\varepsilon_t^I = \frac{1}{E_A} [\sigma_t^I(r_1) - \nu_A p_1], \quad (62)$$

$$\varepsilon_t^{II} = \frac{1}{E_B} [\sigma_t^{II}(r_1) - \nu_B p_1]. \quad (63)$$

Nyní vyjádříme rozdíl tečných deformací na poloměru r_1 pomocí rovnic (62) a (63)

$$\varepsilon_t^{II}(r_1) - \varepsilon_t^I(r_1) = \frac{1}{E_A} [\sigma_t^I(r_1) - \nu_A p_1] - \frac{1}{E_B} [\sigma_t^{II}(r_1) - \nu_B p_1],$$

$$\varepsilon_t^{II}(r_1) - \varepsilon_t^I(r_1) = \left[\frac{\sigma_t^I(r_1)}{E_A} - \frac{\nu_A p_1}{E_A} \right] - \left[\frac{\sigma_t^{II}(r_1)}{E_B} - \frac{\nu_B p_1}{E_B} \right],$$

$$\varepsilon_t^{II}(r_1) - \varepsilon_t^I(r_1) = \frac{\sigma_t^I(r_1)}{E_A} - \frac{\nu_A p_1}{E_A} - \frac{\sigma_t^{II}(r_1)}{E_B} + \frac{\nu_B p_1}{E_B},$$

$$\varepsilon_t^{II}(r_1) - \varepsilon_t^I(r_1) = \frac{\sigma_t^I(r_1)}{E_A} - \frac{\sigma_t^{II}(r_1)}{E_B} + p_1 \left(\frac{\nu_B}{E_B} - \frac{\nu_A}{E_A} \right). \quad (64)$$

Dále použijeme rovnice

$$\sigma_t^I(r_1) = 2 K^I + p_1,$$

$$\sigma_t^{II}(r_1) = 2 K^{II} + p_1.$$

a dosadíme je do rovnice (64). Pak dostaneme vyjádření rozdílu tečných deformací na poloměru r_1 pomocí známých konstant K^I a K^{II} pro již konkrétní případ.

$$\begin{aligned}
\varepsilon_t^{II}(r_1) - \varepsilon_t^I(r_1) &= \frac{2K^I + p_1}{E_A} - \frac{2K^{II} + p_1}{E_B} + p_1 \left(\frac{\nu_B}{E_B} - \frac{\nu_A}{E_A} \right), \\
\varepsilon_t^{II}(r_1) - \varepsilon_t^I(r_1) &= \frac{2K^I}{E_A} + \frac{p_1}{E_A} - \frac{2K^{II}}{E_B} - \frac{p_1}{E_B} + p_1 \left(\frac{\nu_B}{E_B} - \frac{\nu_A}{E_A} \right), \\
\varepsilon_t^{II}(r_1) - \varepsilon_t^I(r_1) &= \frac{2K^I}{E_A} - \frac{2K^{II}}{E_B} + p_1 \left(\frac{1}{E_A} - \frac{1}{E_B} \right) + p_1 \left(\frac{\nu_B}{E_B} - \frac{\nu_A}{E_A} \right), \\
\varepsilon_t^{II}(r_1) - \varepsilon_t^I(r_1) &= \frac{2K^I}{E_A} - \frac{2K^{II}}{E_B} + p_1 \left(\frac{1}{E_A} - \frac{1}{E_B} + \frac{\nu_B}{E_B} - \frac{\nu_A}{E_A} \right), \\
\varepsilon_t^{II}(r_1) - \varepsilon_t^I(r_1) &= \frac{2K^I}{E_A} - \frac{2K^{II}}{E_B} + p_1 \left(\frac{\nu_B - 1}{E_B} - \frac{\nu_A - 1}{E_A} \right), \\
\varepsilon_t^{II}(r_1) - \varepsilon_t^I(r_1) &= 2 \left(\frac{K^I}{E_A} - \frac{K^{II}}{E_B} \right) + p_1 \left(\frac{\nu_B - 1}{E_B} - \frac{\nu_A - 1}{E_A} \right). \tag{65}
\end{aligned}$$

Sloučením rovnic (64) a (65) dostaneme vztah pro výpočet přesahu Δr_1

$$\Delta r_1 = 2r_1 \left(\frac{K^I}{E_A} - \frac{K^{II}}{E_B} \right) + p_1 r_1 \left(\frac{\nu_B - 1}{E_B} - \frac{\nu_A - 1}{E_A} \right). \tag{66}$$

2.5 Výpočet spojky

2.5.1 Výpočet kroutícího momentu a hřídlel

Dle odstavce 2.3 uvažujme sílu $F = 59,12 \text{ N}$ na jeden závit. Transformujeme ji na součtovou sílu dvoubodového dotyku závitů věnců F_2 . Zde ve vztahu (23) pro přepočet kontaktní síly na jeden závit, kde je rameno síly F_2 je závislé na úhlu β , použijeme vztah s poměrovou souřadnicí polohy v závitě věnce $z_I = 0,75$ definovanou v obr. 21

$$F_2 = \frac{F}{z_1}, \tag{67}$$

$$F_2 = \frac{59,12}{0,75},$$

$$F_2 = 78,83 \text{ N}.$$

Podle počtu závitů obou věnců spojky $i=64$ a poloměru $R_s = 61 \text{ mm}$ ($D_s/2$) můžeme dle vztahu (1) s použitím síly F_2 stanovit kroutící moment spojky M_{k0} , který je schopna přenést

$$M_{k0} = F_2 \cdot i \cdot R_s,$$

$$M_{k0} = 78,83 \cdot 64 \cdot 61,$$

$$M_{k0} = 308\,000 \text{ Nmm}.$$

Pomocí krouticího momentu a rozměrů spojky stanovíme dostačující přesah pro přenos krouticího momentu mezi spojkou a hřídelemi. Kruhovou houževnatou hřídel uvažujeme namáhanu napětím od krouticího momentu M_k s napjatostí čistý smyk, pro kterou jsou průběhy napětí a Mohrova kružnice zobrazeny na obr. 29. Pro Mohrovu kružnici z toho platí vztahy

$$S = 0, \quad \rho = \tau_k,$$

$$\sigma_{1,3} = S \pm \rho = \pm \tau_k,$$

$$\sigma_2 = 0.$$

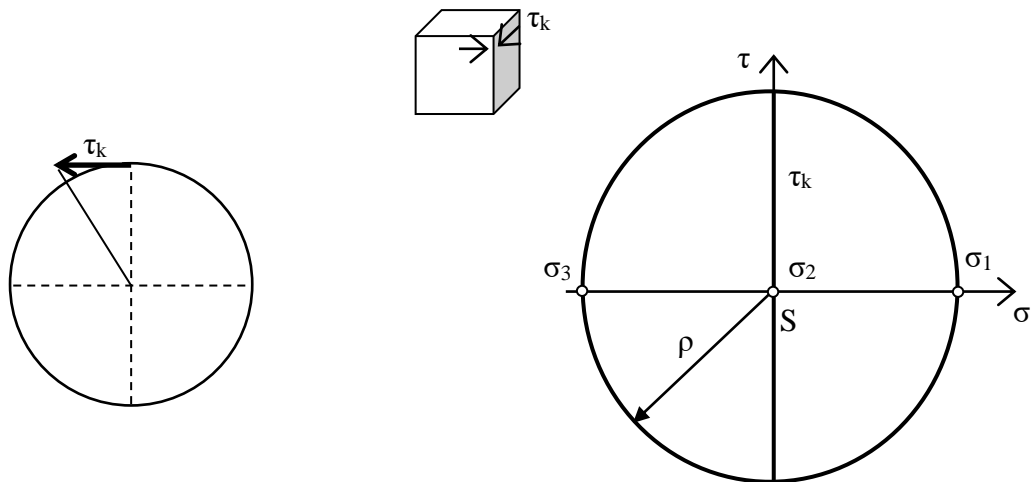
Odtud je hodnota redukovaného napětí dle teorie Tresca (τ_{max})

$$\sigma_{red} = \sigma_1 - \sigma_3 = 2\rho = 2 \cdot \tau_k, \quad (68)$$

kde pro průměr hřídele d je maximální smykové napětí dáno vztahem (69) a pevnostní podmínka pro mez kluzu σ_k a bezpečnost k_k dána vztahem (70)

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_k} = \frac{M_k}{\frac{\pi d^3}{16}}, \quad (69)$$

$$\sigma_{red} = \frac{\sigma_k}{k_k}. \quad (70)$$



Obr. 29 - Namáhání hřídele

Ze vztahů (68), (69) a (70) pak vyplývá minimálního průměr připojovaných hřídelí

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{k0}}{\pi \cdot \tau_k}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{k0}}{\pi \cdot \frac{\sigma_k}{2 \cdot k_k}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{k0} \cdot k_k}{\pi \cdot \sigma_k}}. \quad (71)$$

Kotouč a pouzdro volíme ze svařitelné oceli 11 373, hřídele z oceli 11 500 dle ČSN 42 0002. U ocelí uvažujeme mez kluzu $\sigma_k=280 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$, bezpečnost pro mez kluzu volíme $k_k=2$. Minimální průměr hřídele dimenzujeme dle vztahu (71)

$$d_h \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 308000 \cdot 2}{\pi \cdot 280}},$$

$$d_h \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 308000 \cdot 2}{\pi \cdot 280}},$$

$$d_h \geq 28,19 \text{ mm},$$

$$d_h = 30 \text{ mm}.$$

2.5.2 Spoj nalisováním

Přesah nalisovaného spoje určíme z tlakového pole potřebného pro přenos kroutícího momentu M_{k0} . Kroutící moment musí být menší nebo maximálně roven třecímu momentu, zmenšenému o bezpečnost k_{Mk} . Třecí moment si rozložíme na třecí sílu F_T působící ve vzdálenosti r_{1h} od osy otáčení, kde třecí sílu reprezentuje normálová síla násobená koeficientem tření f . Dále si sílu upravíme jako tlakové pole p_1 na ploše A , a následným upravením plochy pak získáváme vztah (72) pro výpočet velikosti minimálního tlakového pole p_1

$$M_{k0} \cdot k_{Mk} \leq M_T = F_T \cdot r_{1h} = F_N \cdot f \cdot r_{1h} = p_1 \cdot A \cdot f \cdot r_{1h} = p_1 \cdot 2\pi \cdot f \cdot l \cdot r_{1h}^2,$$

$$p_1 = \frac{k_{Mk} \cdot M_{k0}}{2\pi \cdot f \cdot l \cdot r_{1h}^2}. \quad (72)$$

Úpravou vztahu (61) a použitím vztahu (72) s předpokladem $r_1^{\text{II}} \approx r_1$ získáme vzorec pro výpočet potřebného přesahu

$$\Delta r_1 = \frac{2r_{1h} \cdot p_1}{E} \left(\frac{r_{1h}^2}{r_2^2 - r_{1h}^2} + 1 \right), \quad (73)$$

$$\Delta r_1 = \frac{2r_{1h} \cdot M_{k0}}{E \cdot 2\pi \cdot f \cdot l \cdot r_{1h}^2} \left(\frac{r_1^2}{r_2^2 - r_{1h}^2} + 1 \right). \quad (74)$$

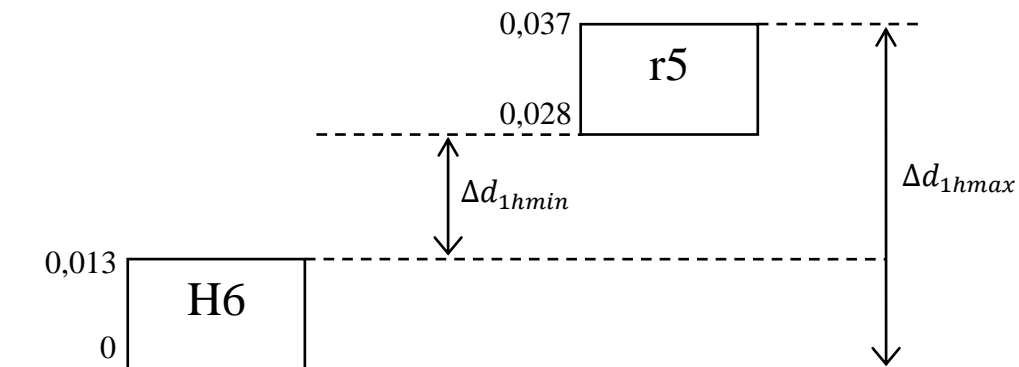
Do vztahu (74) dosadíme potřebné hodnoty, kde dále volíme třecí součinitel f mezi hřídelí a kotoučem nebo pouzdem volíme $f=0,12$, bezpečnost přenosu volíme $k_{Mk}=1,1$ a délka spojení $l=30\text{mm}$, potřebný přesah pak vypočítáme

$$\Delta r_1 = \frac{2 \cdot 1,1 \cdot 308000}{2,05 \cdot 10^5 \cdot 2\pi \cdot 0,12 \cdot 65 \cdot 15} \left(\frac{15^2}{45^2 - 15^2} + 1 \right),$$

$$\Delta r_{1hmin} = 0,00506 \text{ mm},$$

$$\Delta d_{1hmin} = 0,01012 \text{ mm}.$$

Naše nalisování budeme volit v soustavě jednotné díry s tolerancí H6 a dle minimálního přesahu viz *obr. 30* navrhne toleranční pole hřídele, kde vychází doporučené uložení u6.



Obr. 30 - Toleranční pole

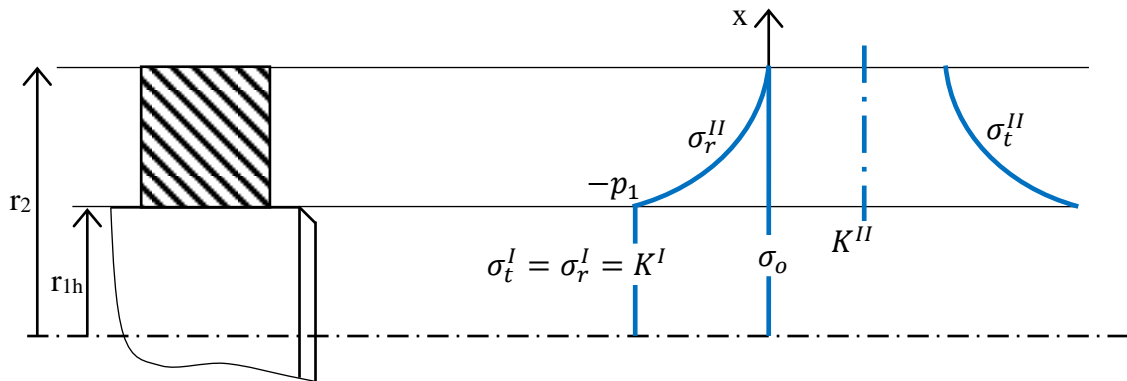
Z *obr. 30* určíme maximální přesah $\Delta d_{1hmax}=0,037\text{mm}$, který uijeme při kontrole stavu napjatosti nalisovaných součástí. Stanovíme tlak p_{1max} upravením vztahu (73)

$$p_{1max} = \frac{E \cdot \Delta r_{1hmax}}{2r_{1h} \left(\frac{r_{1h}^2}{r_2^2 - r_{1h}^2} + 1 \right)},$$

$$p_{1max} = \frac{2,05 \cdot 10^5 \cdot 0,0185}{2 \cdot 15 \cdot \left(\frac{15^2}{45^2 - 15^2} + 1 \right)},$$

$$p_{1max} = 112 \text{ MPa}.$$

Dále pomocí vztahů (51) a (52) vypočítáme průběhy napětí, které nám slouží pouze orientačně pro zjištění nejvíce namáhaných míst. Z obr. 31 je zřejmé, že při shodných materiálech, má větší redukované napětí na poloměru r_1 na hřídeli nalisovaný náboj.



Obr. 31 - Průběhy napětí nalisování

V pevnostní podmínce (75) náboje podle hypotézy Tresca (τ_{max}) volíme bezpečnost k mezi kluzu $k_k=1,1$ (tento vztah je následně zjednodušen dosazením rovnic (51) a (52), kde jsou použity konstanty (53) a (54))

$$\sigma_{red} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_t^{II}(r_1) - \sigma_r^{II}(r_1) = K^{II} + \frac{C^{II}}{r_1^2} - K^{II} + \frac{C^{II}}{r_1^2} = \frac{2 \cdot C^{II}}{r_1^2} \leq \frac{\sigma_k}{k_\sigma}, \quad (75)$$

$$\frac{2 \cdot (p_{1max} - p_2) \cdot r_{1h}^2 \cdot r_2^2}{r_1^2 \cdot (r_2^2 - r_{1h}^2)} \leq \frac{\sigma_k}{k_k},$$

$$\frac{2 \cdot 112 \cdot 45^2}{45^2 - 15^2} \leq \frac{280}{1,1},$$

$$252 \leq 254.$$

Pevnostní kontroly vyhovují a spojení pomocí nalisování je použitelné. Dále z potřebného roztažení kontaktního průměru nalisovaných součástí d_{lh} stanovíme potřebnou změnu teploty na zahřátí pouzdra pro lisování za tepla, viz vztah (76), kde $\alpha = 1,15 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ je teplotní součinitel délkové roztažnosti pro ocel a e je vůle mezi součástmi pro zaručení nalisování, která je určena jako vůle uložení H7/g6

$$\Delta T = \frac{\Delta d_{1hmax} + e}{\alpha \cdot d_1}, \quad (76)$$

$$\Delta T = \frac{0,037 + 0,007}{11,5 \cdot 10^{-6} \cdot 30},$$

$$\Delta T = 128 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

2.5.3 Spoj pomocí pera

Na druhé straně spojky použijeme spoj pomocí pera. Toto pero volíme dle průměru hřídele d_{1h} . Pro hřídel vychází pero o rozměrech 10×8 , délku pera navrhne ze vztahu (77), kde l'_a je výpočtová činná délka pera. Zkontrolujeme střih pera a otláčení. Střih počítáme ze vztahu (79), kde dovolené smykové volíme $\tau_D = 80 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$ podle použitého materiálu (ocel 11 500), odtud volíme i dovolený tlak $p_D = 100 \text{ MPa}$

$$p = \frac{F}{\frac{h}{2} \cdot l'_a} = \frac{4 \cdot M_{k0}}{h \cdot l'_a \cdot d_{1h}} \leq p_D, \quad (77)$$

$$l'_a \geq \frac{4 \cdot M_{k0}}{h \cdot p_D \cdot d_{1h}},$$

$$l'_a \geq \frac{4 \cdot 308000}{8 \cdot 100 \cdot 30},$$

$$l'_a \geq 51,33 \text{ mm}.$$

Výpočtovou délku pera l' vypočítáme ze vztahu

$$l' = l'_a + b, \quad (78)$$

$$l' \geq 61,33 \text{ mm},$$

výslednou délku pera volím $l = 63 \text{ mm}$ dle ČSN 02 2562. Nyní vypočítáme činnou délku voleného pera obdobně jako ve vztahu (78)

$$l_a = 63 - 10,$$

$$l_a = 53 \text{ mm}.$$

Nyní provedeme kontroly

$$\tau = \frac{F}{S} = \frac{2 \cdot M_{k0}}{b \cdot l_a \cdot d_{1h}} \leq \tau_D, \quad (79)$$

$$\tau = \frac{2 \cdot 308000}{10 \cdot 53 \cdot 30} \leq \tau_D,$$

$$38,74 \leq 80,$$

$$p = \frac{4 \cdot M_{k0}}{h \cdot l_a \cdot d_{1h}} \leq p_D, \quad (80)$$

$$p = \frac{4 \cdot 308000}{8 \cdot 53 \cdot 30} \leq p_D,$$

$$96,86 \leq 100$$

Všechny kontroly vyhovují, pero 10e7×8×63 dle ČSN 02 2562 je použitelné. Pro axiální zajištění použijeme stavěcí šroub.

3 SHRNU TÍ PARAMETRŮ SPOJKY

Tab. 3 - Parametry spojky

Parametru	Hodnota	Jednotka	Popis
M_{k0}	308 000	N·mm	Maximální kroučící moment přenesený spojkou
d_{1h}	30	mm	Průměr hřídele pro připojení ke spojce
D_1	20	mm	Průměr tvořící pružiny vnitřního pružinového věnce
d_1	2	mm	Průměr drátu tvořící pružiny vnitřního pružinového věnce
D_2	20	mm	Průměr tvořící pružiny vnějšího pružinového věnce
d_2	2	mm	Průměr drátu tvořící pružiny vnějšího pružinového věnce
t_1	5,498	mm	Stoupání tvořící pružiny vnitřního pružinového věnce
t_2	6,48	mm	Stoupání tvořící pružiny vnějšího pružinového věnce
i	64	1	Počet závitů tvořících pružin
D_{d1}	90	mm	Průměr kotouče pro pružinu
D_{d2}	154	mm	Průměr pouzdra pro pružinu

ZÁVĚR

Ve své bakalářské práci jsem se zabýval návrhem pružné vinuté spojky. Nejprve jsem uvedl rešerši typů spojek a také popis patentované konstrukce pružné spojky s pružinovými věnci, kterou jsem se dále zabýval.

Cílem této práce bylo tedy vytvořit konstrukční návrh pružné vinuté spojky. Sestavil jsem konstrukční výpočty pro návrh této pružné spojky. Dle těchto výpočtů jsem realizoval návrh konkrétní spojky a ověřil tak, že odvozené vztahy jsou platné. K vytvoření 3D modelu a výkresů jsem použil program Autodesk Inventor.

Má bakalářská práce je po práci Jana Fořta [3] další, která by mohla podpořit vznik zkušebních prototypů patentové spojky. Myslím, že má práce může být také inspirací pro další studenty, kteří by na tuto práci mohli navázat. Například nechat navrženou spojku vyrobit a zkoumat, zda je teorie slučitelná s praktickým využitím.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] Bibi spojka. In: *Grafika.sps-br.cz* [online]. [cit. 2017-05-04]. Dostupné z: <http://grafika.sps-br.cz/images/prace/04.JPG>
- [2] ECD Electromagnetic tooth clutch. In: *Http://www.eide.net/* [online]. [cit. 2017-05-04]. Dostupné z: <http://www.eide.net/wp-content/uploads/2015/05/Electromagnetic-tooth-clutch-ECD-EIDE.jpg>
- [3] FOŘT, Jan. *IDENTIFIKACE MECHANICKÝCH VLASTNOSTÍ KONTRUKCÍ VINUTÝCH PRUŽNÝCH SPOJEK*. Praha, 2016.
- [4] Hřidelové spojky. In: *Mechmes.websnadno.cz* [online]. 2017 [cit. 2017-05-03]. Dostupné z: http://mechmes.websnadno.cz/dokumenty/pri-str-11.04_castistrojuumoznujicipohyb_spojky.pdf
- [5] Hřidelové spojky. In: *Strojarna.webnode.cz* [online]. [cit. 2017-05-03]. Dostupné z: <files.strojarna.webnode.cz/200000016-a0da9a1d4c/spojky.pdf>
- [6] JAKUBEC, David. *Modernizace výuky předmětu " Základy konstruování a části strojů " využitím software Inventor, Catia, DesignSTAR* [online]. Zlín, 2008 [cit. 2017-05-04]. Dostupné z: http://digilib.k.utb.cz/bitstream/handle/10563/5623/jakubec_2008_bp.pdf?sequence=1
- [7] MICHALEC, Jiří a kolektiv. *Pružnost a pevnost I*. Praha: ČVUT, 2006.
- [8] MICHALEC, Jiří a kolektiv. *Pružnost a pevnost II*. Praha: ČVUT, 2006.
- [9] Periflex. In: *GKN.com* [online]. [cit. 2017-05-03]. Dostupné z: <http://products.gknlandssystem.info/index.php?id=18>
- [10] URBAN, Pavel. *Využití modelu v předmětu Základy konstruování a části strojů* [online]. Zlín, 2006 [cit. 2017-05-04]. Dostupné z: http://digilib.k.utb.cz/bitstream/handle/10563/560/urban_2006_bp.pdf?sequence=1
- [11] VÍTEK, Karel. *Pružná spojka*. patent č. 305268, ÚPV v Praze 2015.

SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obr. 1 - Schéma spojky</i>	10
<i>Obr. 2 - Zubová spojka</i>	11
<i>Obr. 3 - Obručová spojka</i>	15
<i>Obr. 4 - Spojka s hadovitou pružinou</i>	15
<i>Obr. 5 - Spojka s pružným pouzdem</i>	16
<i>Obr. 6 - Spojka s pružnou deskou</i>	16
<i>Obr. 7 - Spojka s pružinami</i>	17
<i>Obr. 8 - Přidání věnců</i>	18
<i>Obr. 9 - Montáž spojky</i>	19
<i>Obr. 10 - Pružinové věnce</i>	20
<i>Obr. 11 - Zjednodušený model kontaktu závitů</i>	21
<i>Obr. 12 - Silové poměry a geometrie modelu</i>	22
<i>Obr. 13 - Prostorový křivý prut s účinky</i>	23
<i>Obr. 14 - Zjednodušený prostorový křivý prut s účinky</i>	24
<i>Obr. 15 - Zjednodušený prostorový křivý prut s účinky v rovině xy</i>	25
<i>Obr. 16 - Jednotkové účinky pro posuv u_y, natočení φ_z a natočení φ_x</i>	26
<i>Obr. 17 - Napětí pružinového drátu</i>	29
<i>Obr. 18 - Mohrova kružnice</i>	30
<i>Obr. 19 - Průběh redukovaného napětí</i>	32
<i>Obr. 20 - Obrázek pro momentovou rovnováhu</i>	34
<i>Obr. 21 - Řez spojkou s pružinovými věnci</i>	34
<i>Obr. 22 - Rozměry vnitřního a vnějšího věnce</i>	35
<i>Obr. 23 - Válcová pružina</i>	36
<i>Obr. 24 - Nalisovaný spoj</i>	40
<i>Obr. 25 - Element</i>	41
<i>Obr. 26 - Rovnováha elementu</i>	41
<i>Obr. 27 - Deformace elementu</i>	42
<i>Obr. 28 - Volba přesahu</i>	46
<i>Obr. 29 - Namáhání hřídele</i>	50
<i>Obr. 30 - Toleranční pole</i>	52
<i>Obr. 31 - Průběhy napětí nalisování</i>	53

PŘÍLOHY

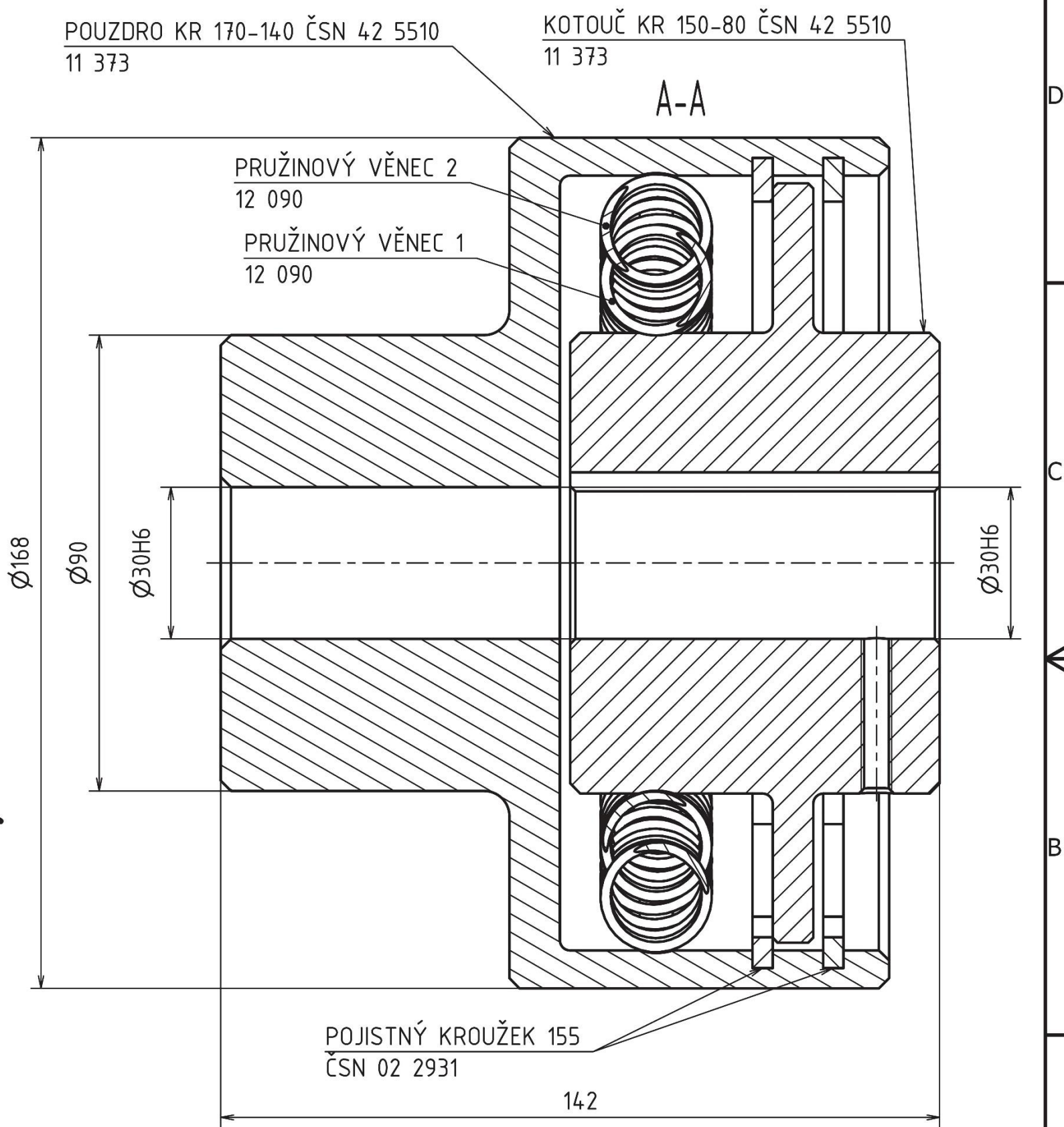
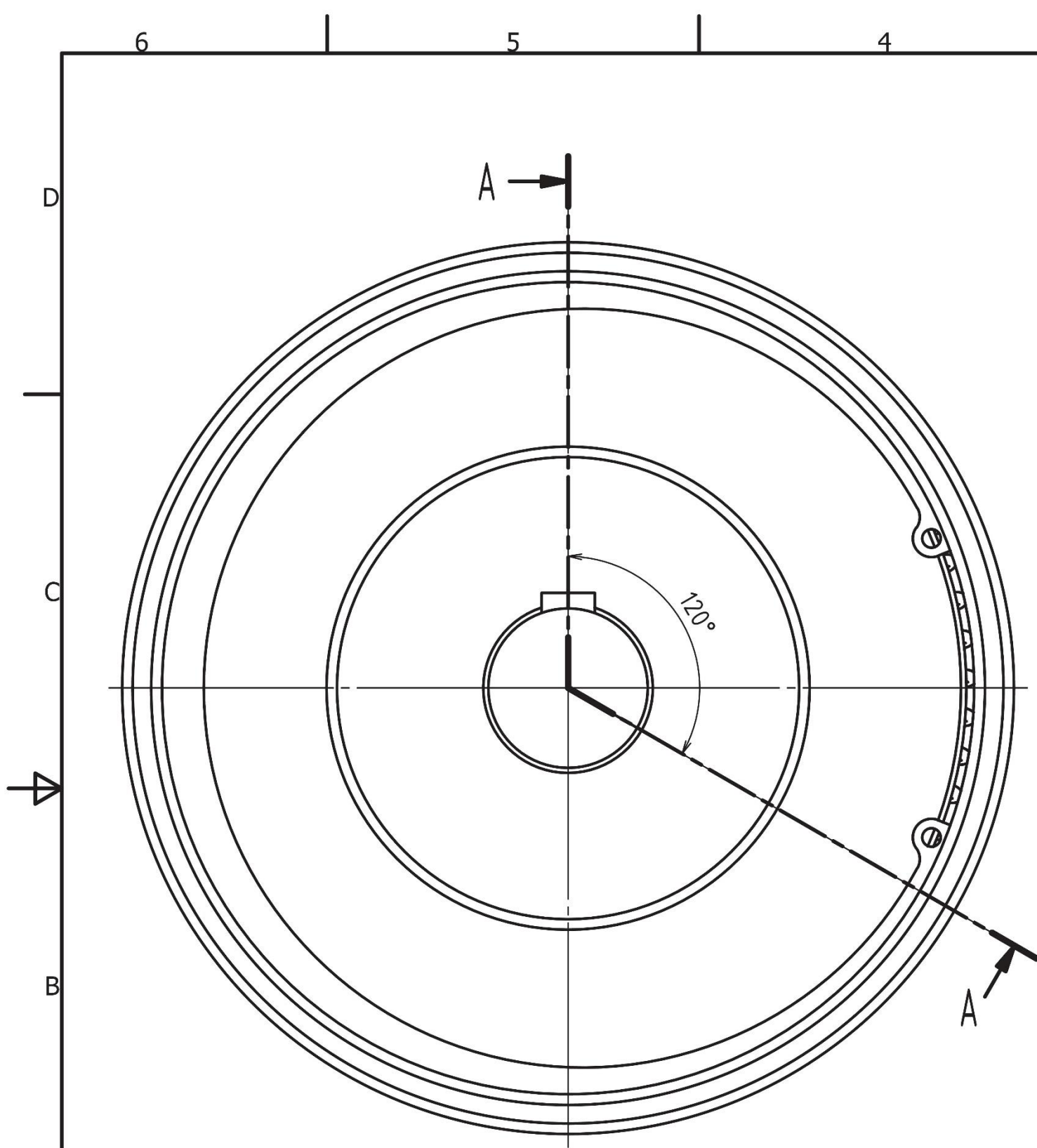
Příloha A - Výkres č. BP-S-00-00

Příloha B - Výkres č. BP-S-00-01

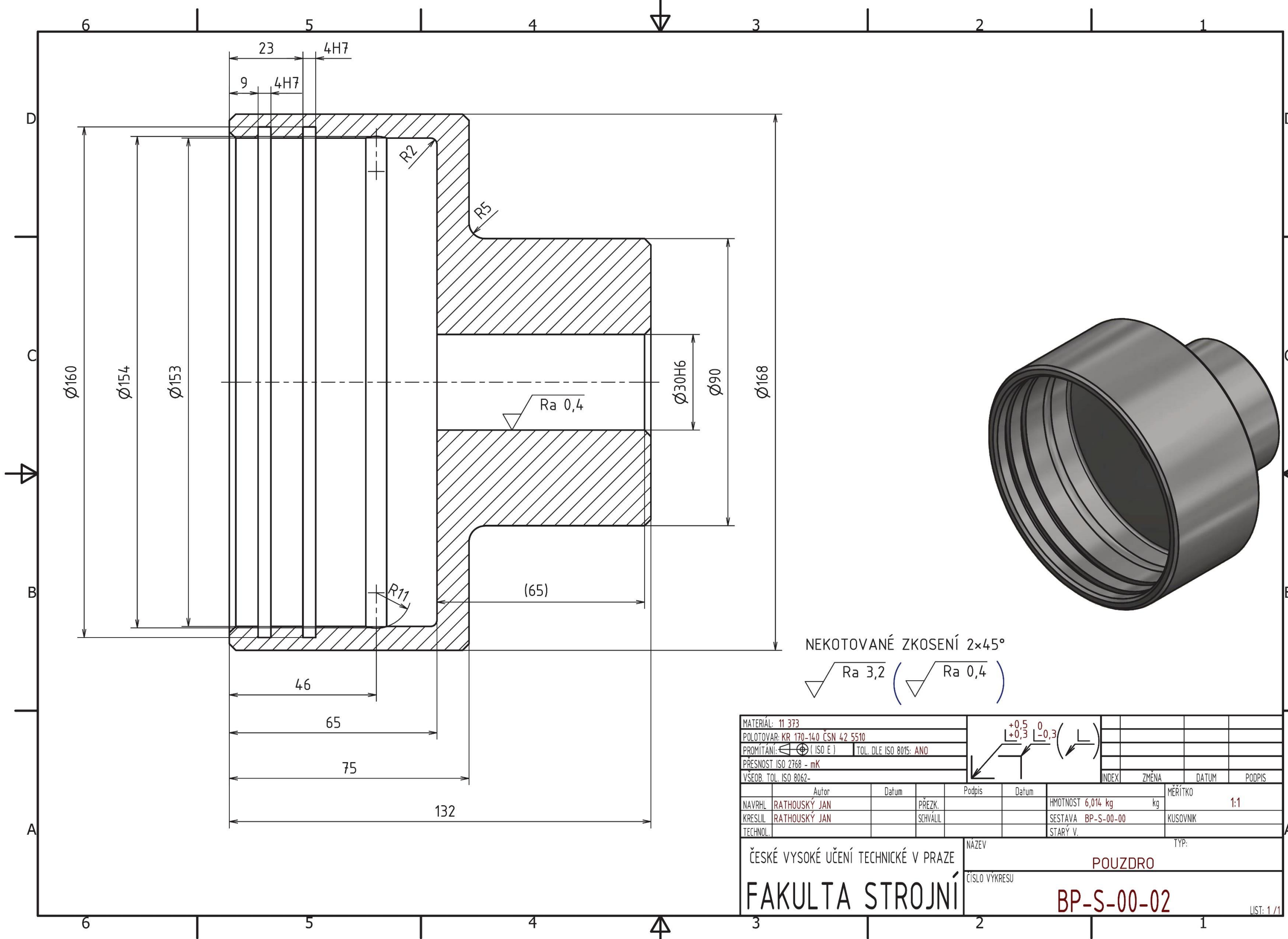
Příloha C - Výkres č. BP-S-00-02

Příloha D - Výkres č. BP-S-00-03

Příloha E - Výkres č. BP-S-00-04

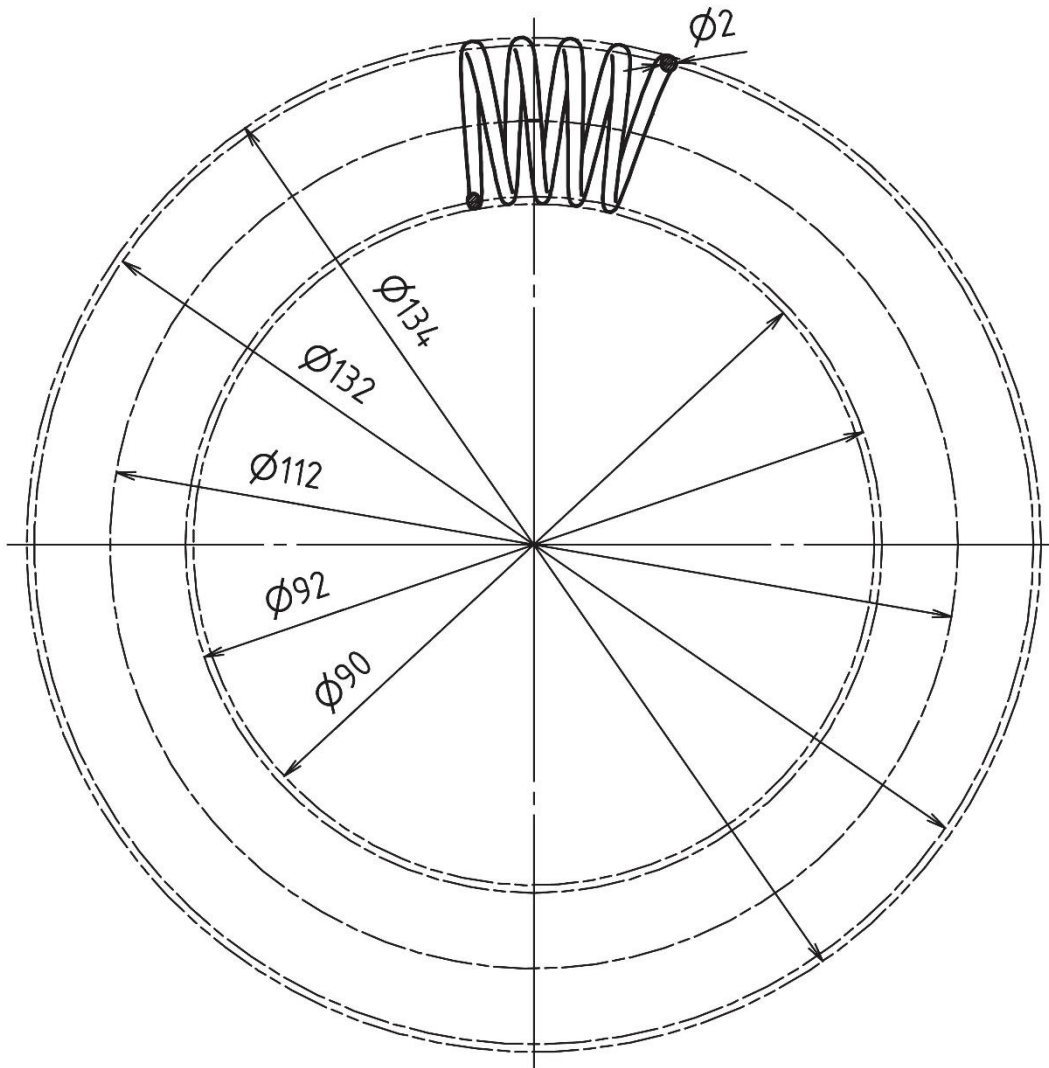


	Autor	Datum		Podpis	Datum	HMOTNOST Není k dispozici kg	MĚŘÍTKO
NAVRHL	RATHOUSKÝ JAN		PŘEZK.				1:1
KRESLIL	RATHOUSKÝ JAN		SCHVÁLIL			SESTAVA	KUSOVNIK
TECHNOL.						STARÝ V.	
ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE						NÁZEV	TYP:
FAKULTA STROJNÍ						CÍSLO VÝKRESU	SPOJKA BP-S-00-00



MATERIÁL: 11 373		POLOTOVAR: KR 170-140 ČSN 42 5510		PROMÍTÁNÍ: $\left(\begin{smallmatrix} \oplus \\ \ominus \end{smallmatrix} \right)$ (ISO E)		TOL. DLE ISO 8015: ANO		PŘESNOST ISO 2768 - mK		VSEOB. TOL. ISO 8062-		INDEX	ZMĚNA	DATUM	PODPIS						
NAVŘHL	RATHOUSKÝ JAN	Datum	PŘEZK.	Podpis	Datum	HMOTNOST 6,014 kg	kg	MĚŘÍTKO	1:1												
KRESLIL	RATHOUSKÝ JAN	SCHVÁLIL	SESTAVA BP-S-00-00	KUSOVNIK																	
TECHNOL.	STARÝ V.																				
ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE										NÁZEV						TYP:					
FAKULTA STROJNÍ										POUZDRO						BP-S-00-02					
										ČÍSLO VÝKRESU						LIST: 1/1					

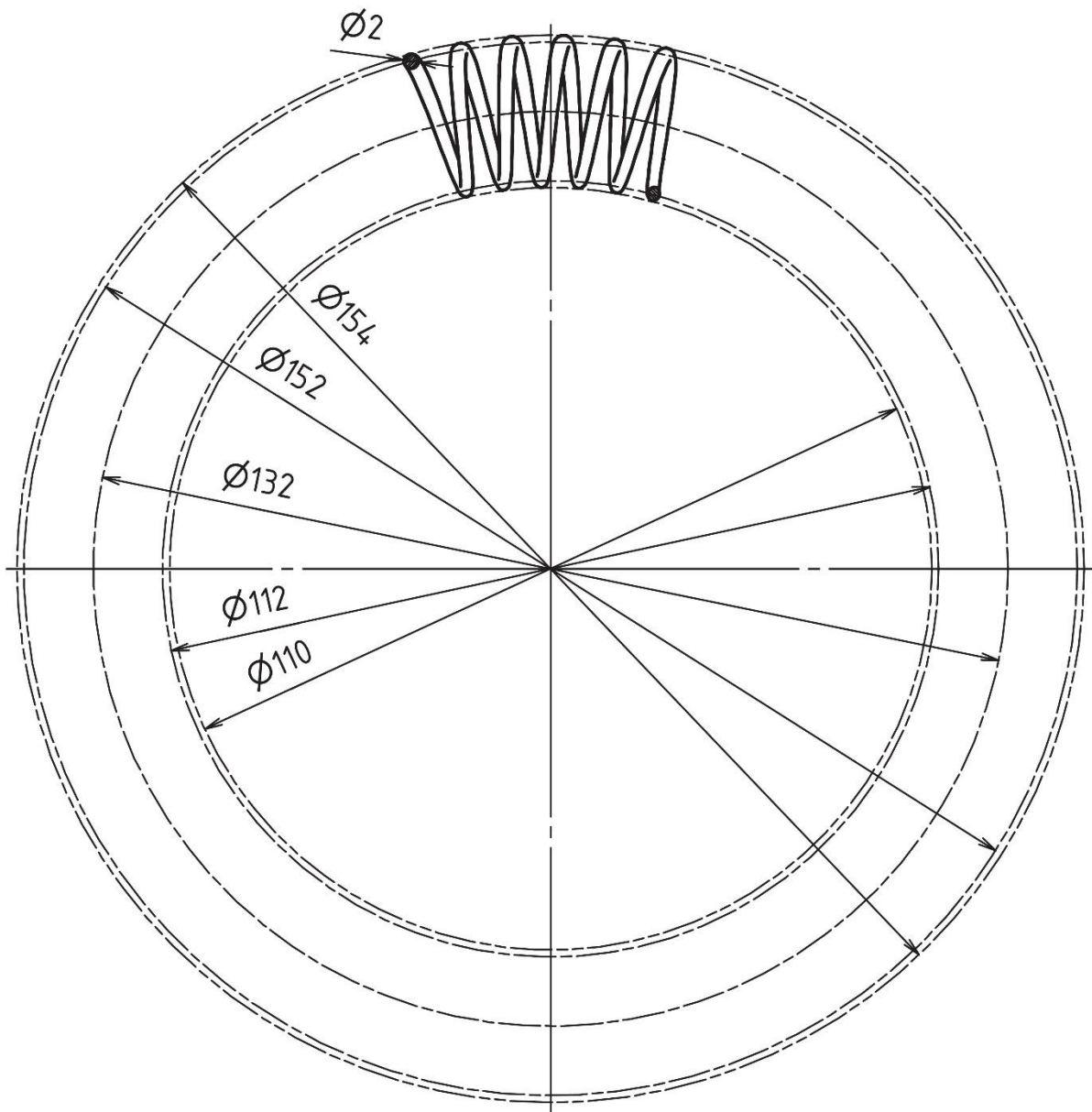
POČET ZÁVITŮ	64
SMYSL VINUTÝ	PRAVÝ
PRŮMĚR PRUŽINY	20
STOUPÁNÍ PRUŽINY	5,498
DÉLKA PRUŽINY	351,86



MATERIÁL: 12 090							
POLOTOVAR: KR 2-360 ČSN 42 6450							
PROMÍTÁNÍ: (ISO E)		TOL. DLE ISO 8015: ANO					
PŘESNOST ISO 2768 - mK							
VŠEOB. TOL. ISO 8062-							
	Autor	Datum		Podpis	Datum	INDEX	ZMĚNA
NAVRHL	RATHOUSKÝ JAN						
KRESLIL	RATHOUSKÝ JAN						
TECHNOL.							
				HMOTNOST 0,099 kg		MĚŘÍTKO 1:1	
				SESTAVA BP-S-00-00		KUSOVNIK	
				STARÝ V.			

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE		NAZEV		TYP:	
FAKULTA STROJNÍ		PRUŽINOVÝ VĚNEC 1			
		ČÍSLO VYKRESU		BP-S-00-03	

POČET ZÁVITŮ	64
SMYSL VINUTÝ	LEVÝ
PRŮMĚR PRUŽINY	20
STOUPÁNÍ PRUŽINY	6,480
DĚLKA PRUŽINY	414,69



MATERIÁL: 12 090							
POLOTOVAR: KR 2-420 ČSN 42 6450							
PROMÍTÁNÍ:	TOL. DLE ISO 8015: ANO						
PŘESNOST ISO 2768 - mK							
VŠEOB. TOL. ISO 8062-							
INDEX	ZMĚNA	DATUM	PODPIS				

	Autor	Datum		Podpis	Datum	HMOTNOST	Není k dispozici	kg	MĚŘÍTKO	1:1
NAVRHL	RATHOUSKÝ JAN		PŘEZK.			SESTAVA	BP-S-00-00		KUSOVNIK	
KRESLIL	RATHOUSKÝ JAN		SCHVALIL			STARÝ V.				
TECHNOL.										

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE FAKULTA STROJNÍ	NÁZEV	TYP:
	PRUŽINOVÝ VĚNEC 2	
	ČÍSLO VYKRESU	
	BP-S-00-04	