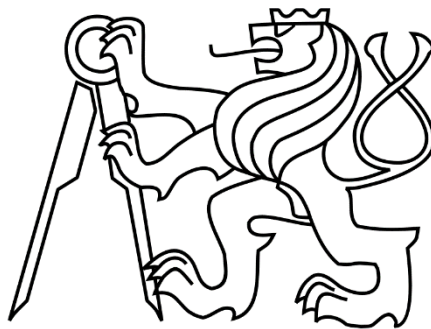


**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE**  
**FAKULTA STROJNÍ**



**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

**2016/2017**

**Petr Rohlena**

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Rohlena** Jméno: **Petr** Osobní číslo: **434469**  
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**  
Zadávající katedra/ústav: **Ústav technologie obrábění, projektování a metrologie**  
Studijní program: **Výroba a ekonomika ve strojírenství**  
Studijní obor: **Technologie, materiály a ekonomika strojírenství**

## II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

**Analýza systému měření**

Název bakalářské práce anglicky:

**Measurement system analysis**

Pokyny pro vypracování:

1. Rozbor metodiky MSA
2. Návrh experimentů
3. Sběr dat z experimentů
4. Vyhodnocení naměřených dat

Seznam doporučené literatury:

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

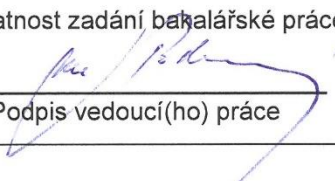
**Ing. BcA. Jan Podaný Ph.D., ústav technologie obrábění, projektování a metrologie FS**

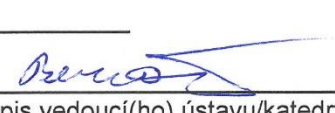
Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:


Datum zadání bakalářské práce: **20.04.2017**

Termín odevzdání bakalářské práce: **15.07.2017**

Platnost zadání bakalářské práce: \_\_\_\_\_

  
Podpis vedoucí(ho) práce

  
Podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

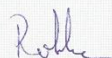
  
Podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

25.4.2017

Datum převzetí zadání



Podpis studenta

## **Anotační list**

<b>Jméno autora:</b>	<b>Petr Rohlena</b>
<b>Název bakalářské práce:</b>	<b>Analýza systému měření</b>
<b>Anglický název:</b>	<b>Measurement system analysis</b>
<b>Akademický rok:</b>	2016/2017
<b>Studijní program:</b>	Výroba a ekonomika ve strojírenství
<b>Ústav:</b>	Ústav technologie obrábění, projektování a metrologie
<b>Studijní obor:</b>	Technologie, materiály a ekonomika strojírenství
<b>Vedoucí bakalářské práce:</b>	Ing. BcA. Jan Podaný, Ph.D
<b>Bibliografické údaje:</b>	59 stran 25 obrázků 6 tabulek 4 přílohy
<b>Klíčová slova:</b>	Analýza systému měření, metoda rozpětí, reprodukovatelnost, opakovatelnost, způsobilost měření
<b>Key words:</b>	Measurement system analysis, range method, reproducibility, repeatability, measurement capability

## **Abstrakt**

Tato bakalářská práce si pokládá za cíl seznámit Vás s pojmem analýza systému měření. Analýza systému měření v anglickém překladu Measurement System Analysis je známá technika sloužící pro posouzení systému měření s určitou sadou postupů k posouzení a vyhodnocení zvoleného systému měření. V teoretické části bakalářské práce je detailně popsána a vysvětlena analýza systému měření, nejistoty měření a vyskytující se typy nejistot. Dále jsou popsány zdroje nejistot, variabilita procesu měření a variabilita polohy a šíře. V poslední kapitole jsou vysvětleny metody pro výpočet ukazatelů opakovatelnosti a reprodukovatelnosti. Praktická část bakalářské práce se zabývá provedením analýzy systému měření, postupem analýzy. V neposlední řadě tato praktická část popisuje numerickou a grafickou analýzu výsledků.

## **Abstract**

This bachelor thesis is intended to introduce you to the concept of measurement system analysis. Measurement System Analysis is a well-known technique used to evaluate the measurement system with a set of procedures for assessing and evaluating the selected measurement system. In the theoretical part of the bachelor thesis is described and explained in detail the analysis of measurement system, measurement uncertainty and types of uncertainty. The sources of uncertainties, the variability of the measurement process, and the variability of position and width are described. The last chapter explains the methods for calculating the repeatability and reproducibility indicators. The practical part of the bachelor thesis deals with the analysis of the measurement system, the analysis process. Last but not least, this practical part describes the numerical and graphical analysis of the results.

## **Vzor citačního záznamu**

ROHLENA, Petr. *Analýza systému měření*. Praha: ČVUT 2017. Bakalářská práce. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní.

## **Prohlášení:**

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně. Dále prohlašuji, že jsem všechny použité zdroje správně a úplně citoval a uvádím je v příloženém seznamu použité literatury.

V Praze dne:

podpis: .....

## **Poděkování**

Tímto bych rád poděkoval mému vedoucímu bakalářské práce Ing. BcA. Janu Podanému, Ph.D., za cenné připomínky, odborné rady, kterými přispěl k vypracování této bakalářské práce a za poskytování konzultací. Zároveň chci poděkovat i za podporu, kterou mi pan Ing. BcA. Jan Podaný, Ph.D. poskytl při tvorbě této práce.

## Obsah

PŘEHLED POUŽITÝCH ZKRATEK A ZNAČEK .....	9
ÚVOD .....	11
TEORETICKÁ ČÁST .....	12
1. ANALÝZA SYSTÉMU MĚŘENÍ .....	12
1.1 Kvalita naměřených dat .....	13
1.2 Nejistota měření .....	14
1.2.1 Typy nejistot .....	14
1.2.2 Zdroje nejistot .....	15
1.2.3 Obecný postup pro nejistotu měření .....	16
1.3 Variabilita procesu měření .....	16
1.4 Variabilita polohy .....	17
1.5 Variabilita systému měření .....	19
1.6 Metody pro výpočet ukazatelů opakovatelnosti a reprodukovatelnosti.....	23
1.6.1 Metoda rozpětí .....	23
1.6.2 Metoda průměru a rozpětí.....	25
1.6.3 Metoda ANOVA (Analýza rozptylu) .....	28
1.7 Analýza výsledků ukazatelů opakovatelnosti a reprodukovatelnosti .....	31
PRAKTICKÁ ČÁST .....	33
2. Provedení analýzy systému měření.....	33
2.1 Použité komponenty .....	33
2.2 Použitá měřidla .....	35
2.2.1 Komunální měřidla .....	35
2.2.2 Koncové měrky.....	38
2.2.3 Délkoměr .....	39
2.3 Postup analýzy .....	40
2.4 Numerická a grafická analýza výsledků .....	44
2.4.1 Numerická analýza výsledků .....	44
2.4.2 Vyhodnocení numerické analýzy.....	48
2.4.3 Grafická analýza výsledků.....	49
ZÁVĚR .....	54
SEZNAM OBRÁZKŮ A TABULEK .....	55
ZDROJE.....	57

SEZNAM PŘÍLOH.....	59
--------------------	----



# PŘEHLED POUŽITÝCH ZKRATEK A ZNAČEK

AIAG	Automotive Industry Action Group
ANOVA	Analýza rozptylu
AV	variabilita operátorů - reprodukovatelnost
$d_2^*$	hodnota závislá na množství použitých dílů a operátorů
$D_3, D_4$	konstanty, které jsou závislé na množství opakování měření
DF	stupeň volnosti
EV	variabilita měřicího zařízení – opakovatelnost
F	poměr
g, n	množství dílů
GRR	variabilita systému měření – opakovatelnost a reprodukovatelnost
k, $k_f$	koeficienty
$K_1, K_2, K_3$	konstanty rovny převrácené hodnotě $d_2^*$
LSL	dolní toleranční mez
m, r	množství měření
MS	kvadratický průměr
MSA	Analýza systému měření
n, N	množství hodnot
ndc	počet odlišných kategorií
PV	variabilita mezi díly
$\bar{R}, \bar{\bar{R}}, \bar{\bar{R}}_k$	průměrné rozpětí
$R_k$	rozpětí mezi operátory
$\bar{\bar{R}}_k$	průměrné rozpětí k-tého operátora
R&R	ukazatele opakovatelnosti a reprodukovatelnosti
$R_i$	rozpětí naměřených hodnot na i-tém vzorku
$R_{ik}$	rozpětí naměřených hodnot na i-tém vzorku k-tým operátorem
T	tolerance
TV	celková variabilita
U	známá rozšířená nejistota
USL	horní toleranční mez
$u_A, u_B$	nejistota typu A a typu B
$u_{Ak}$	nejistota odhadu

$\bar{x}, \bar{\bar{x}}$ ..... aritmetický průměr  
 $x_i$ ..... naměřené hodnoty  
 $\bar{x}_i$ ..... aritmetický průměr pro každý měřený díl  
 $\bar{x}_k$ ..... aritmetický průměr jednotlivých operátorů  
 $x_{ik}$ ..... hodnota naměřená k-tým operátorem na i-tém vzorku  
 $\bar{x}_{ik}$ ..... aritmetický průměr naměřených hodnot vzorků jednotlivými operátory  
 $x_{ijk}$ ..... hodnota naměřená při j-tém měření na i-tém vzorku k-tým operátorem  
 $\sigma$ ..... směrodatná odchylka měřicího procesu  
 $\Delta$ ..... rozšíření  
 $\%GRR$ ..... procentuální variabilita systému měření  
 $\%GRR_{\text{specifikace}}$ ..... procentuální variabilita systému měření specifikace

# ÚVOD

Tato bakalářská práce si pokládá za cíl Vás seznámit s velmi důležitým tématem analýzy systému měření. Toto téma se využívá především při zjišťování kvality a efektivnosti výrobního procesu a systému měření. Hodnotí se kvalita získaných naměřených dat a tímto se odhalí, zda systém měření můžeme považovat za přijatelný či nikoliv.

Teoretická část bakalářské práce se tedy zabývá tématem analýzy systému měření a jejím využití v praxi. Dalším tématem je téma nejistot měření, kde se snažím popsat i typy nejistot, které se mohou vyskytovat. Dále se zabývá zdroji nejistot, obecným postupem pro nejistoty měření. Detailně popisují variabilitu procesu, variabilitu polohy a variabilitu systému měření a čím se tyto dané variability vyznačují, jako například opakovatelností, reprodukovatelností, stranností, linearitou, způsobílostí atd. Poté do hloubky popisují jednotlivé metody analýzy systému měření, které se využívají pro výpočet ukazatelů opakovatelnosti a reprodukovatelnosti R&R. Mezi tyto metody patří metoda založená na rozpětí, metoda založená na průměru a rozpětí a metoda ANOVA, neboli analýza rozptylu.

Praktická část bakalářské práce se zabývá provedením analýzy systému měření, kde zjišťuji vhodnost vybraných měřidel pro měření daných součástí. Popisují použité komponenty a měřidla. Uvádím postup analýzy, který jsem použil pro své měření. Výsledky praktické části jsou poté znázorněny pomocí numerické a grafické analýzy výsledků, vyhodnocuji zde numerickou analýzu a znázorňuji grafickou analýzu výsledků.

# TEORETICKÁ ČÁST

## 1. ANALÝZA SYSTÉMU MĚŘENÍ

Analýza systémů měření (anglický překlad Measurement System Analysis = MSA) je jeden z nejdůležitějších požadavků, které jsou kladeny na hromadnou a velkosériovou výrobu z důvodu získání co možná největší efektivity. Velký důraz je kladen na kvalitu naměřených dat, které jsou podmínkou pro využívání postupů založených na analýze dat. MSA je analytická technika, která slouží pro vyhodnocení a posouzení celého systému měření. [1], [5]

MSA má za cíl především:

- „určit způsobilost měření,
- určit zdroje variability systému měření,
- popsat zdroje variability statickými a metrologickými veličinami,
- přinést potřebné informace o systému měření.“ [15]

MSA je vydávána pod záštitou americké akční skupiny pro automobilový průmysl, neboli v překladu Automotive Industry Action Group = AIAG. Analýza měřicího systému je charakterizována jako sada určitých postupů pro posouzení a zároveň slouží k vyhodnocení nastaveného systému měření. Tento systém měření je pokaždé součástí normy QS 9000. [7]

Metoda MSA obsahuje statistické metody a techniky a klade důraz na opakovatelnost a reprodukovatelnost systému měření.

MSA má největší zastoupení především ve Spojených státech amerických (USA), kde ji využívá největší automobilová společnost FORD. Dále ji v USA využívají automobilové společnosti, jako je např. General Motors (pod který spadá Cadillac, Chevrolet, Buick a GMC), Dodge, Chrysler a mnoho dalších společností. MSA má v USA nejvyšší model eXXtreme. Značné zastání má tato metoda také v Evropě. Například

se jedná o AirMaxx a AirGo Maxx. Metody MSA se postupně snaží využívat i německé automobilky. [8]

Analýza systému měření se využívá ve spojitosti se zjišťováním kvality výroby. Využívá se, jak pro hodnocení samostatného měřidla, tak i pro posouzení celého měřicího systému. Akceptuje i vlivy jiných faktorů, nejen vliv měřidla samotného. Přemýšlí o procesu jako celku, který bude sestaven z mnoha prvků (operátor, měřicí zařízení, měřicí metoda, pomůcky, přípravky, software, atd.). MSA tedy vymezuje, jestli je systém měření pro daný účel a v daných podmínkách akceptovatelný, vyhovující či nikoliv. [5]

Analýza systému měření se snaží pochopit celý proces měření a stanovit jeho chybu. Toto je hlavní rozdíl mezi chybou stanovenou analýzou systému měření a nejistotou měření. Protože nejistota celého procesu se pojí pouze na jeho konečný výsledek. [1]

## **1.1 Kvalita naměřených dat**

Hlavní přínos MSA je podmíněn především kvalitou použitých naměřených dat. Kvalita naměřených dat je určena specifickými statistickými vlastnostmi, které jsou získány ze systému měření. Data s vysokou kvalitou dostaneme, když využijeme systém měření, který pracuje za stálých podmínek, a naměříme hodnoty, které jsou blízko skutečné hodnotě. Tato data jsou nezbytnou nutností pro správné fungování metod MSA. Jestli naměříme hodnoty, které jsou více vzdálené od skutečné hodnoty, získáme data s nízkou kvalitou. Tato data vznikají nejčastěji kvůli jejich velké variabilitě. Na tuto variabilitu může mít velký vliv vztah mezi daným systémem měření a jeho prostředím. Nízká kvalita dat může být také zapříčiněna interakcí, která způsobuje příliš velkou variabilitu. Tímto můžeme zabezpečit získání dat s přijatelně vysokou kvalitou.

Analýza systému měření zkoumá několik hlavních charakteristik systému měření. Všechny hlavní charakteristiky charakterizují variabilitu polohy všech naměřených hodnot. Mezi tyto charakteristiky patří například: stabilita, linearita, strannost nebo opakovatelnost a reprodukovatelnost. Tyto charakteristiky se zjišťují pomocí tří základních metod, a to pomocí metody založené na rozpětí, na průměru a rozpětí či pomocí metody ANOVA. [1]

## 1.2 Nejistota měření

Nejistota měření je nezaporný parametr, který charakterizuje rozptýlení hodnot veličin přiřazených k měřené veličině na základě použité informace. [14]

*„Pro každé korektní měření potřebujeme informaci, s jakou přesností bylo měření uskutečněno. Nejistota měření vyjadřuje interval, ve kterém se nachází skutečná hodnota měřené veličiny s určitou pravděpodobností. Nejistota měření nezávisí jenom na přesnosti použitých přístrojů, ale také na zvolené metodě měření a dále na náhodných vlivech, které nemůžeme předem vyloučit. Podle způsobu vyhodnocení rozlišujeme nejistotu typu A a typu B. Jejich sloučením vzniká nejistota typu C (kombinovaná)“ [12]*

### 1.2.1 Typy nejistot

**Nejistota typu A** se určuje ze změřených dat pomocí statistických metod. Hlavní ovšem je nezávislé opakování experimentu za zcela stejných podmínek, které byly nastaveny v procesu měření. Podmínkami procesu měření může být tlak, teplota a vlhkost. [12]

Nejistota typu A vychází ze statistické analýzy opakované série měření. Odhad pro její výsledné hodnoty měření  $n$  ( $n > 1$ ) je vyjadřován aritmetickým průměrem. [13]

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.1)$$

Nejistota odhadu se určí jako výběrová směrodatná odchylka. [13]

$$u_{Ax} = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1.2)$$

**Nejistota typu B** se vyhodnocuje pomocí nestatistických metod.

Tyto nejistoty se určují jako:

a) *„Odhad velikosti nejistoty můžeme uložit na racionální úvaze vlastností měřicích přístrojů a značných zkušeností z předchozích experimentů, informací z kalibračních certifikátů, katalogových listů, manuálů apod. V tomto případě se odhaduje většinou přímo velikost nejistoty typu B*

*jednotlivých částí měřicího řetězce a na základě zákona o šíření nejistot určíme celkovou nejistotu typu B.*“ [12]

b) *„V některých případech lze nejistotu typu B najít v informacích výrobce přístroje a v kalibračním certifikátu. Pak lze nejistotu typu B vypočítat ze známé rozšířené nejistoty U a daného koeficientu  $k_r$ .*“ [12]

$$u_B = \frac{U}{k_r} \quad (1.3)$$

c) *„V některých případech je znám interval, ve kterém se “musí” nacházet skutečná hodnota měřené veličiny “téměř jistě”. Pak je možné vypočítat nejistotu typu B z velikosti tohoto intervalu a z předpokládaného typu rozložení pravděpodobnosti měřené veličiny (normální, rovnoměrné, trojúhelníkové atd.). Je to případ např. měřicích přístrojů, u kterých je známo rozlišení  $\Delta$ .*“ [12]

$$u_B = \frac{\Delta}{k} \quad (1.4)$$

### 1.2.2 Zdroje nejistot

Zdroje nejistot, jsou zdroje, které určitým způsobem ovlivňují neurčitost jednoznačného stanovení výsledku měření. Tímto se vzdalují naměřenou hodnotu od hodnoty skutečné. [13]

**Nejběžnějšími zdroji nejistot jsou:** [13]

- *„nedostatečná či neúplná definice měřené veličiny,*
- *nevhodný výběr přístroje,*
- *nevhodný výběr vzorků měření,*
- *nevhodný postup při měření,*
- *zaokrouhlování,*
- *linearizace, aproximace, interpolace a extrapolace,*
- *neznámé nebo nekompensované vlivy prostředí,*
- *nedodržení shodných podmínek při opakovaných měřeních,*
- *subjektivní vlivy obsluhy,*
- *nepřesnost etalonů a referenčních materiálů.*“ [13]

### 1.2.3 Obecný postup pro nejistotu měření

- a) **Specifikace** - sestavíme si jasný seznam toho, co je třeba změřit. Dále si sestavíme vztah  $y = f(x_i, x_j, \dots)$  mezi konečným výsledkem a všemi konkrétními parametry, na kterých závisí měřené veličiny a kalibrační standardy.
- b) **Identifikace zdrojů** – vhodné analytický proces rozdělít do bloků a vyhodnocovat nejistoty celkových bloků. Vyskytují se dva přístupy zdola nahoru a shora dolů. Zdola nahoru jsou vyznačovány jako individuální složky po jednotlivých krocích laboratorního postupu. Shora dolů slouží k určování nejistoty podle vnitřních údajů laboratoře z validace metody o jeho pravdivosti.
- c) **Vyhodnocení složek nejistoty**
- d) **Výpočet kombinované a rozšířené nejistoty** [14]

### 1.3 Variabilita procesu měření

Při zjišťování variability procesu měření narážíme na dva problémy. Autor Bednář [6] tyto problémy popsal. První problém je variabilita systému měření - R&R studie, která se vyznačuje:

- a) **Opakovatelnost** - variabilita výsledku měření vyprodukovaná pouze jedním měřicím přístrojem. Měřicí přístroj je použitý opakovaně jedním operátorem, který měří jednu a tu samou charakteristiku na stejném výrobku.
- b) **Reprodukovatelnost** – variabilita v průměrech měření, které jsou provedené oproti prvnímu systému tím, že měření je prováděno více operátory, kteří měří jedním měřicím přístrojem stejnou charakteristiku na stejném výrobku. Jestli budeme mít více měřicích přístrojů, hovoříme o reprodukovatelnosti měřidel.

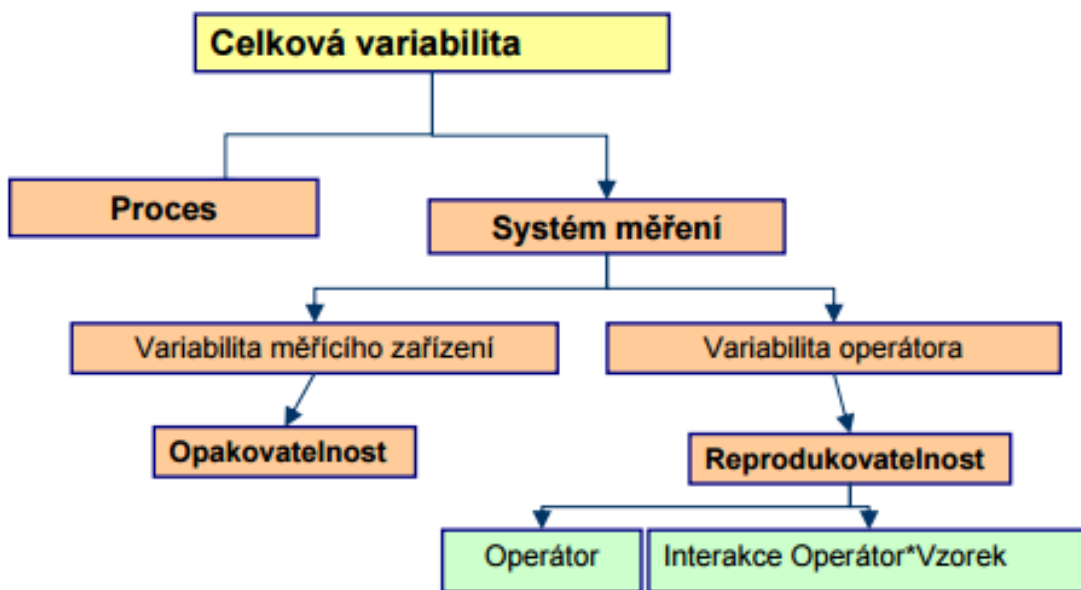
Druhým problémem je poloha výsledků, tímto problémem se zabývá studie linearity a strannosti, tzn. Porovnání s etalony, anebo o řád přesnějšími měřicími přístroji. Tento problém, se vyznačuje:

- a) **Přesnost – strannost** – tzn. rozdíl mezi napozorovaným průměrem a jeho referenční hodnotou.
- b) **Stabilitou** – celková variabilita získaná měřicím přístrojem na stejném výrobku nebo při měření stejné charakteristiky, měřené v delším časovém úseku.



- c) **Linearitou** – rozdíl mezi získanými hodnotami strannosti, které jsou umístěny v pracovním rozsahu měřicího přístroje. [6]

Předpokladem základních metod využívaných analýzou systému měření je takzvané normální pravděpodobnostní rozdělení. Normální rozdělení se u téměř všech procesů měření popisuje jako celková variabilita systému měření. V praxi se vyskytují i měřicí systémy, které nejsou takto normálně rozděleny, v tomto případě ovšem může analýza systému měření nadhodnotit chybu měření. [1]

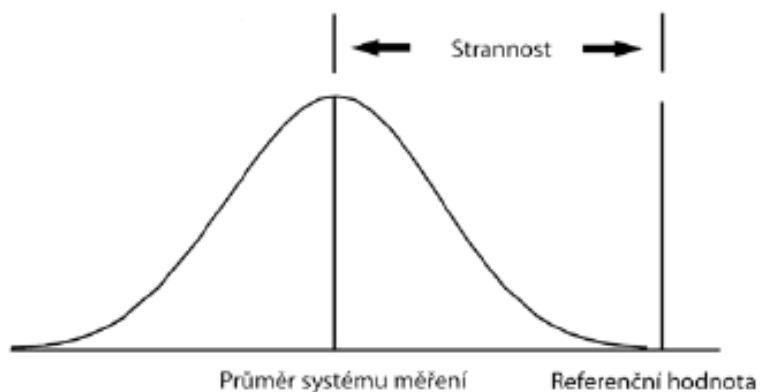


Obrázek 1: Rozdělení celkové variability zaznamenaných dat (Zdroj [6])

## 1.4 Variabilita polohy

### Strannost

Strannost je míra systematické chyby měření. Vyjadřuje se jako rozdíl mezi pozorovaným průměrem měření a referenční hodnotou měření provedených na jednom znaku kvality stejného dílu. Jedná se o míru systematické chyby měření. [1] [2]

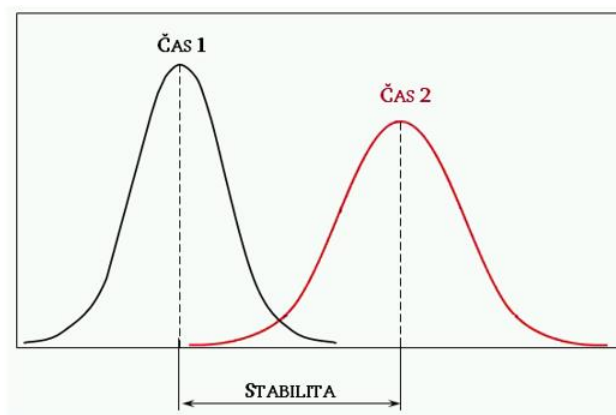


Obrázek 2: Strannost systému měření (Zdroj [1])

Strannost měření se může vyskytovat, když je měřicí zařízení opotřebované nebo když potřebuje měřicí měření kalibraci. Může se také vyskytovat kvůli hlavnímu etalonu, který může být opotřebovaný, poškozený. Strannost může záviset také na prostředí (na teplotě prostředí, vlhkosti, na vibracích nebo čistotě). [1]

## Stabilita

Stabilita měření označuje celkovou variabilitu výsledných naměřených hodnot prováděných jedním operátorem na stejném měřeném znaku kvality v dlouhodobém časovém intervalu, „tj. z dlouhodobého hlediska celková variabilita výsledků měření znaku kvality.“ Stabilita měření se zjišťuje na základě přeměny strannosti měření v určitém čase. [1], [2]

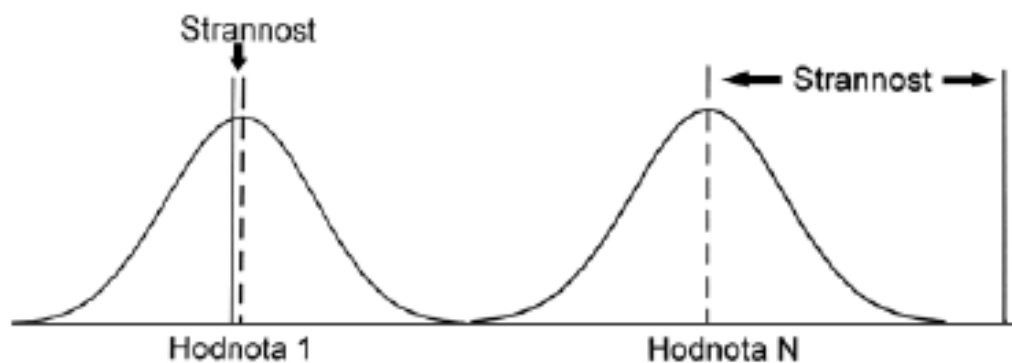


Obrázek 3: Stabilita systému měření (Zdroj [3])

Stabilita měření se může vyskytnout jako chyba například, když měřicí zařízení potřebuje kalibraci, nebo když je měřicí zařízení opotřebované. [1]

## Linearita

Linearita vyjadřuje systematickou chybu. Jedná se o změnu strannosti v běžném pracovním rozsahu. Linearitu můžeme určit jako rozdíl mezi jednotlivými hodnotami strannosti. Zjišťuje se, jestli hodnota strannosti nezávisí na velikosti naměřené hodnoty. Linearita měření může nabývat mnoha podob. Vyjadřuje tedy systematické chyby měření a může se vyskytovat ze stejných příčin jako strannost. [1], [2]

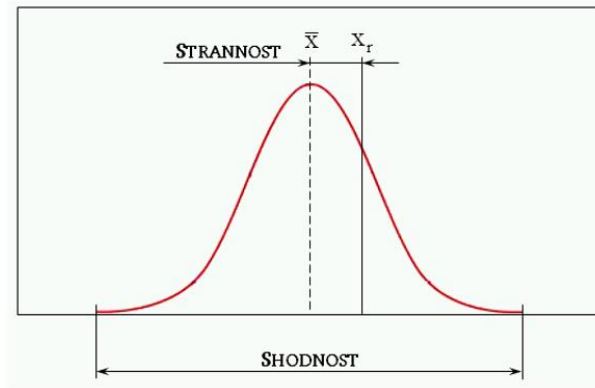


Obrázek 4: Linearita systému měření (Zdroj [1])

## 1.5 Variabilita systému měření

### Shodnost

Shodnost systému měření vyjadřuje variabilitu naměřených hodnot, získaných opakovaným měřením daného znaku na vzorku. [3]



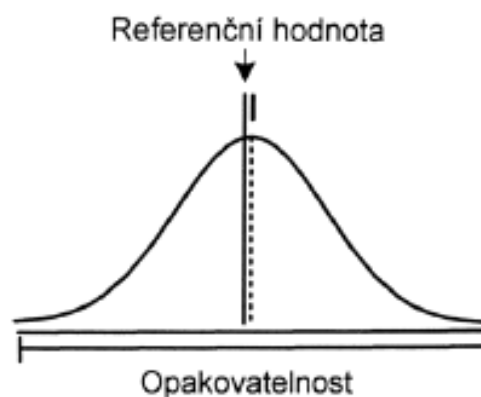
Obrázek 5: Shodnost měření (Zdroj [3])

Kritériem shodnosti je většinou její neshodnost, kterou lze vyjádřit jako směrodatnou odchylku naměřených výsledků resp. oblasti skutečné variability výsledků měření. [3]

Shodnost měření charakterizuje působení náhodných chyb měření. [3]

## Opakovatelnost

Opakovatelnost systému měření vyjadřuje variabilitu měření v podmínkách opakovatelnosti. Podmínky opakovatelnosti jsou podmínky, kdy nezávislé výsledky měření získává stejný operátor, stejnou metodou měření, stejným měřicím přístrojem, ve stejném místě měření a v co nejkratším časovém rozmezí. [3]

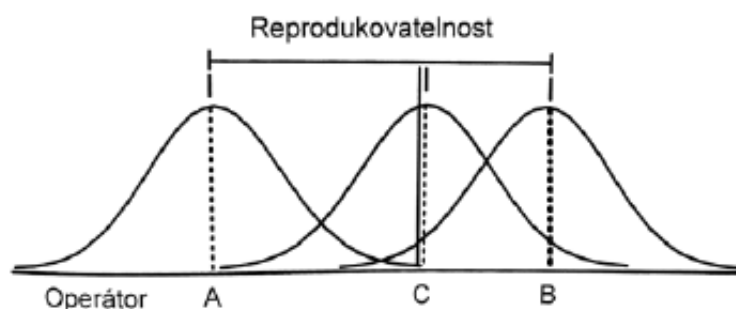


Obrázek 6: Opakovatelnost systému měření (Zdroj [1])

Chyba opakovatelnosti může vzniknout z důvodu opotřebení měřicího zařízení a etalonu nebo kvůli jejich špatné kvalitě. [1]

## Reprodukovatelnost

Představuje variabilitu středních hodnot opakovaných měření stejného znaku kvality provedených za různých podmínek. Nejčastěji se jedná o variabilitu průměrů měření prováděných různými operátory. Všichni operátoři používají stejné měřidlo, kterým měří jednu a tu samou charakteristiku na jednom výrobku. Může se však jednat i o měření, kdy jeden operátor měří různými měřidly. Jde o variabilitu systému měření zapříčiněnou rozdílností (chováním) operátorům. [1], [3]



Obrázek 7: Reprodukovatelnost systému měření (Zdroj [1])

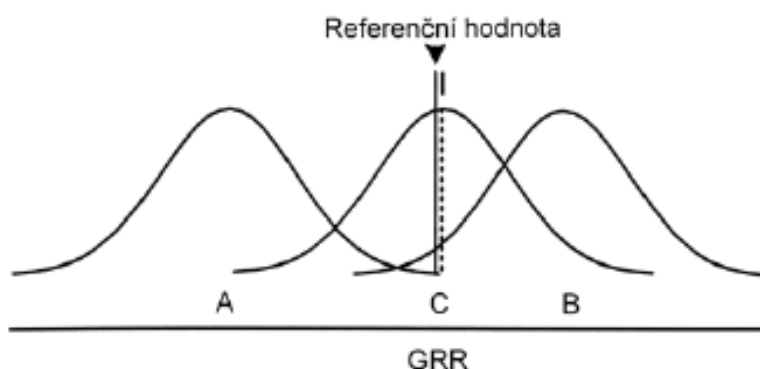
Chyby reprodukovatelnosti se mohou projevit etalony, použitými díly, použitým měřicím přístrojem a měřicí metodou, prostředím nebo i časem měření. Ale také i samotní operátoři mají vliv na vzniklé chyby reprodukovatelnosti. [1], [4]

## Opakovatelnost a reprodukovatelnost měřidla

Jde o kombinaci opakovatelnosti a reprodukovatelnosti systému měření, jelikož většinou nejde zajistit, aby se jednotlivé podmínky měření neměnily.

Opakovatelnost a reprodukovatelnost měřicího zařízení se udává jako rozptyl, který se určí součtem rozptylů mezi a uvnitř systému měření.

$$\sigma_{GRR}^2 = \sigma_{opakovatelnost}^2 + \sigma_{reprodukovatelnost}^2 \quad (1.5)$$



Obrázek 8: Opakovatelnost a reprodukovatelnost systému měření (Zdroj [1])

## Výkonnost

Výkonnost systému měření udává celkový vliv všech stanovitelných a důležitých zdrojů proměnlivosti naměřených v určitém čase. Vyčísitelně zobrazuje dlouhodobé posuzování náhodných a systematických chyb měření. Zahrnuje složky způsobilosti, stability a konzistence. [1]

$$\sigma_{výkonnost}^2 = \sigma_{způsobilost}^2 + \sigma_{stabilita}^2 + \sigma_{konzistence}^2 \quad (1.6)$$

## Způsobilost

Je odvozena ze statistických vlastností měření z procesu měření, který probíhá predikovatelným způsobem.

Způsobilost daného systému měření je odhadem spojované proměnlivosti systematických a náhodných chyb měření na základě krátkého hodnocení. Do způsobilosti systému měření spadají složky opakovatelnosti a reprodukovatelnosti nebo linearit a strannosti. [1]

$$\sigma_{způsobilost}^2 = \sigma_{strannost(linearita)}^2 + \sigma_{GRR}^2 \quad (1.7)$$

## 1.6 Metody pro výpočet ukazatelů opakovatelnosti a reprodukovatelnosti

K numerickému výpočtu ukazatelů opakovatelnosti a reprodukovatelnosti (R&R) v systému měření se využívají tři výpočetní metody:

- metoda rozpětí,
- metoda průměru a rozpětí,
- metoda ANOVA (analýza rozptylu).

Metoda založení na průměru a rozpětí a metoda ANOVA využívají a poskytují mnohem více informací než metoda založená na rozpětí. Všechny tyto tři numerické metody výpočtu můžeme doplnit i grafickou analýzu.

Všechny tyto metody ignorují ve svých analýzách variabilitu uvnitř součásti (např. kruhovitost, rovinnost, atd.). Pro všechny tyto metody platí předpoklad statistické stability.

### 1.6.1 Metoda rozpětí

Tato metoda pouze vypočítává hodnotu R&R. Při této metodě by se mělo použít minimálně 5 kusů stejného výrobku, které budou měřit minimálně dva operátoři. Každý operátor proměří výrobek jednou. [4]

Metoda založená na rozpětí (Range Method) je metoda, která se využívá pro výpočet ukazatelů opakovatelnosti a reprodukovatelnosti. Metoda rozpětí také umožňuje rychlé přiblížení variability systému měření a dává celkový obraz o systému měření. Důležitým znakem je, že tato metoda nerozkládá variabilitu systému měření na více složek (opakovatelnost a reprodukovatelnost), jako zbylé dvě metody. Tato metoda slouží pouze jako rychlá a jednoduchá kontrola přijatelnosti a způsobilosti systému měření. [1], [9], [10]

Při této metodě se využívají dva operátoři a pět měřených vzorků, které jednotlivý operátoři měří pouze jednou. Z naměřených hodnot se vypočte rozpětí  $R_i$  hodnot

naměřených operátory na daném vzorku. Toto rozpětí se vypočítá pro každý měřený vzorek.

$$R_i = |\max(x_{ik}) - \min(x_{ik})|, \quad (1.8)$$

kde:  $x_{ik}$ ..... hodnota naměřená k-tým operátorem na i-tém vzorku. [1]

Poté z vypočítaných hodnot  $R_i$  vypočítáme průměrné rozpětí  $\bar{R}$  ze vztahu

$$\bar{R} = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g R_i, \quad (1.9)$$

kde:  $g$ .....množství dílů. [1]

Celkovou variabilitu měření určíme ze vztahu

$$GRR = \frac{\bar{R}}{d_2^*} [-], \quad (1.10)$$

kde:  $d_2^*$ .....hodnota závislá na množství použitých dílů a operátorů. [1]

V poslední řadě se stanoví procentuální GRR, který vyjadřuje procentový podíl směrodatné odchylky procesu připadající na variabilitu měření.

$$\%GRR = 100 \cdot \left(\frac{GRR}{\sigma}\right) [\%], \quad (1.11)$$

nebo pomocí tolerance T.

$$\%GRR_{specifikace} = 100 \cdot \left(\frac{5,15 \cdot GRR}{T}\right) = 100 \cdot \left(\frac{5,15 \cdot GRR}{USL - LSL}\right) [\%], \quad (1.12)$$

kde:  $\sigma$ .....směrodatná odchylka měřicího procesu je vyjádřena vztahem.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (1.13)$$

kde:  $N$ .....množství hodnot,

$x_i$ .....naměřené hodnoty,

$\bar{x}$ .....aritmetický průměr všech naměřených hodnot. [1]



## 1.6.2 Metoda průměru a rozpětí

Tato metoda se vyznačuje tím, že vypočítává veškeré ukazatele vyjma interakce, a její minimální počet vzorků je 10, využívají se tři operátoři a každý z těchto operátorů opakuje měření dvakrát. [4]

Metoda založená na průměru a rozpětí (Average and Range Method) je matematická metoda, která je založená na průměru a rozpětí ( $\bar{X}$  a R). Využívá se pro zhodnocení ukazatelů opakovatelnosti a reprodukovatelnosti v systému měření. Poskytuje mnohem více informací. Variabilitu systému měření můžeme rozložit na dvě oddělené složky. První složkou je opakovatelnost a druhou je reprodukovatelnost. Pomocí metody průměru a rozpětí nelze vyjádřit vzájemné působení těchto složek. [9], [10]

**Vyhodnocení se realizuje také grafickou metodou:**

- diagram pro rozpětí,
- diagram pro průměr,
- diagram pro iterace,
- bodový diagram,
- diagram s „vousy“,
- diagramy chyb,
- histogram normovaných hodnot. [11]

**Numerická metoda se vyhodnocuje:**

- variabilita měřicího zařízení (Opakovatelnost) EV,
- variabilita operátorů (Reprodukovatelnost) AV,
- variabilita systému měření - Opakovatelnost a reprodukovatelnost GRR,
- variabilita mezi díly PV,
- celková variabilita TV,
- stanovení počtu kategorií - citlivost měřicího systému ndc. [11]

Nejdříve se vypočítá rozpětí  $R_{ik}$  všech naměřených hodnot pro všechny díly. U každého dílu se zvlášť vyhledá maximální naměřená hodnota, od které se poté odečte minimální naměřená hodnota. [1]

$$R_{ik} = |\max(x_{ijk}) - \min(x_{ijk})|, \quad (1.14)$$

kde: „ $x_{ijk}$ .....je hodnota naměřená při  $j$ -tém měření na  $i$ -tém vzorku  $k$ -tým operátorem.“ [1]

Sečtou se veškeré vypočtené rozpětí  $R_{ik}$  a vydělí se počtem naměřených měřených vzorků  $g$ . Tím se získá průměrné rozpětí  $\bar{R}_k$  pro každého operátora.

$$\bar{R}_k = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g R_{ik} \quad (1.15)$$

Vypočítá se průměr veškerých rozpětí  $\bar{R}_k$ , který se stanoví jako podíl průměrného rozpětí všech operátorů a množství operátorů  $n$ . [1]

$$\bar{\bar{R}}_k = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \bar{R}_k \quad (1.16)$$

Ihned lze vypočítat horní regulační mez  $UCL_R$  i dolní regulační mez  $LCL_R$ .

$$UCL_R = \bar{\bar{R}}_k \cdot D_4, \quad (1.17)$$

$$LCL_R = \bar{\bar{R}}_k \cdot D_3 \quad (1.18)$$

kde:  $D_3, D_4$ .....konstanty, které jsou závislé na množství opakování měření  $m$ . [1]

Pokud je vypočítané rozpětí  $\bar{R}_k$  nějakého z operátorů vyšší než horní regulační mez či nižší než dolní regulační mez, musí tento operátor měření daných vzorků zopakovat. [1]

Vypočítáme aritmetický průměr  $\bar{x}_{ik}$  všech naměřených hodnot vzorků  $i$  jednotlivými operátory  $k$ .

$$\bar{x}_{ik} = \frac{1}{j} \sum_{j=1}^m x_{ijk} \quad (1.19)$$

Aritmetický průměr jednotlivých operátorů  $\bar{x}_k$  se stanoví jako součet všech naměřených hodnot vydělených počtem měřených vzorků  $g$ . [1]

$$\bar{x}_k = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g x_{ik} \quad (1.20)$$

Dalším krokem je stanovení aritmetického průměru  $\bar{x}_i$  pro každý měřený díl. Tento průměr se stanoví jako součet hodnot průměrů od všech operátorů pro stejný měřený díl vydělený počtem opakování měření  $m$  a počtem všech operátorů  $n$ . [1]

$$\bar{x}_i = \frac{1}{m \cdot n} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n x_{ijk} \quad (1.21)$$

Z vypočítaných hodnot průměru  $\bar{x}_i$  pro každý měřený díl určíme celkový aritmetický průměr  $\bar{x}$ .

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \bar{x}_k = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g \bar{x}_i \quad (1.22)$$

Dále se stanoví rozpětí, a to rozpětí mezi jednotlivými operátory a rozpětí průměru. Rozpětí mezi jednotlivými operátory  $R_k$  se určí jako rozdíl minimální hodnoty a maximální hodnoty z vypočítaného průměru  $\bar{x}_k$  jednotlivých operátorů.

$$R_k = \max(x_k) - \min(x_k) \quad (1.23)$$

Rozpětí průměrů  $R_i$  je minimální hodnota z naměřených hodnot daného dílu odečtená od maximální hodnoty.

$$R_i = \max(x_i) - \min(x_i) \quad (1.24)$$

Celková variabilita  $TV$  se stanovuje jako odmocnina ze součtu druhých mocnin variability operátora  $AV$ , variability mezi měřeními vzorky  $PV$  a variability měřidla  $EV$ . [9]

$$TV = \sqrt{(AV)^2 + (PV)^2 + (EV)^2} [-] \quad (1.25)$$

Variabilita měřicího zařízení  $EV$  (Reprodukovatelnost):

$$EV = K_1 \cdot \bar{R} [-] \quad (1.26)$$

Variabilita operátorů  $AV$  (Opakovatelnost):

$$AV = \sqrt{(R_k \cdot K_2)^2 - \frac{EV^2}{gm}} [-] \quad (1.27)$$

Kde:  $K_2$ .....konstanta rovna převrácené tabelizované hodnotě  $d_2^*$ , je závislá na množství opakování  $m$ .

Variabilita měřeného dílu PV:

$$PV = R_i \cdot K_3 [-] \quad (1.28)$$

Kde:  $K_3$ .....konstanta rovna převrácené tabelizované hodnotě  $d_2^*$ , je závislá množství měřených dílů  $g$ .

Opakovatelnost a reprodukovatelnost GRR:

$$GRR = \sqrt{EV^2 + AV^2} [-] \quad (1.29)$$

Dané variability vyjadřujeme také procentuálně:

$$\%EV = 100 \cdot \left(\frac{EV}{TV}\right) [\%], \quad (1.30)$$

$$\%AV = 100 \cdot \left(\frac{AV}{TV}\right) [\%], \quad (1.31)$$

$$\%GRR = 100 \cdot \left(\frac{GRR}{TV}\right) [\%], \quad (1.32)$$

$$\%PV = 100 \cdot \left(\frac{PV}{TV}\right) [\%]. \quad (1.33)$$

### 1.6.3 Metoda ANOVA (Analýza rozptylu)

Tato analýza už vypočítává veškeré ukazatele včetně interakce. Pro vyhodnocení analýzy rozptylu je potřeba minimálně deset kusů výrobku, využívají se tři operátoři a každý z nich opakuje měření dvakrát. [4]

Metoda ANOVA – Analýza rozptylu (Analysis of variance) je statistická matematická metoda. Tato metoda vychází především ze směrodatných odchylek.

Uplatňuje se při analyzování zdrojů proměnlivosti dat a chyb měření. Poskytuje nejvíce údajů ze stejného množství naměřených dat. Rozptyl je rozdělen do čtyř skupin (operátoři, díly, interakce mezi operátory a díly, chyba způsobená použitým měřidlem). Metoda ANOVA je v porovnání s ostatními metodami nejpřesnější pro odhad rozptylu. [1], [9]

### Výhody metody ANOVA

- jsou schopny se vypořádat s jakýmkoli experimentálním seřízením
- mohou zajistit mnohem přesnější odhad rozptylů
- umožňují získat více informací (informace o interakcích mezi díly a vlivy operátorů) z experimentálních dat [10]

### Nevýhody metody ANOVA

- numerické výpočty jsou velmi složitější
- na uživatele se požaduje určitý stupeň statistických znalosti pro interpretaci výsledků [10], [11]

Numerická analýza se vypočítává dle tabulky uvedené níže:

Tabulka 1: Metoda ANOVA (Zdroj [1])

Zdroj variability	Stupeň volnosti (DF)	Součet čtverců (SS)	Kvadratický průměr (MS)	Poměr (F)
Operátor	$o - 1$	$SS_o$	$MS_o = \frac{SS_o}{o - 1}$	$F_o = \frac{MS_o}{MS_E}$
Díly	$n - 1$	$SS_N$	$MS_N = \frac{SS_N}{n - 1}$	$F_N = \frac{MS_N}{MS_E}$
Operátor x díl	$(n - 1)(o - 1)$	$SS_{No}$	$MS_{No} = \frac{SS_{No}}{(n - 1)(o - 1)}$	$F_{No} = \frac{MS_{No}}{MS_E}$
Zařízení	$no(r-1)$	$SS_E$	$MS_E = \frac{SS_E}{no(r - 1)}$	
Celkem	$nor - 1$	$SS_T$		

Kde: n.....množství měřených dílů,  
 o.....množství operátorů,  
 r.....množství opakování měření. [1]

Druhý sloupec nazvaný „*stupeň volnosti DF*“ souvisí se zdrojem variability a znázorňuje odchylku střední hodnoty daného zdroje. Sloupec nazvaný „*kvadratický průměr MS*“ určuje podíl součtu všech čtverců a stupňů volnosti. Sloupec „*poměr F*“, se stanoví jako podíl kvadratického průměru vypočítaného z předchozího sloupce a střední kvadratické chyby. [1]

V neposlední řadě se určí zbylé kolonky v tabulce pomocí stanovených vztahů. Poté se pokračuje výpočty pro vyhodnocení výsledků metody ANOVA viz tabulka 2. [1]

Tabulka 2: Vzorce pro vyhodnocení metodou ANOVA (Zdroj [1])

Odhad rozptylu	$6\sigma$
$\tau^2 = MS_E$	$EV = 6\sqrt{MS_E}$
$\omega^2 = \frac{MS_O - MS_{NO}}{nr}$	$AV = 6\sqrt{\frac{MS_O - MS_{NO}}{nr}}$
$\sigma^2 = \frac{MS_N - MS_{NO}}{kr}$	$PV = 6\sqrt{\frac{MS_N - MS_{NO}}{or}}$
$\gamma^2 = \frac{MS_{NO} - MS_E}{r}$	$I_{AP} = 6\sqrt{\frac{MS_{NO} - MS_E}{r}}$
$GRR = \tau^2 + \omega^2 + \sigma^2$	$GRR = \sqrt{EV^2 + AV^2 + I_{NO}^2}$
Celková variabilita	$TV = \sqrt{GRR^2 + PV^2}$

### Grafická analýza

Jednotlivá data, která jsme získali z numerických výpočtů analýzy systému měření, můžeme vyjádřit i graficky pomocí bodových diagramů, krabicových diagramů,

regulačních diagramů a histogramů. V grafické analýze u metody ANOVA se kromě těchto diagramů využívá také diagram reziduí a diagram interakcí. Pomocí těchto grafů se poté snadno a jasně zjistí, zda je daný systém měření statisticky přijatelný. [1]

Pro grafickou analýzu využíváme:

- „diagram pro rozpětí,
- diagram pro průměr,
- diagram pro iterace,
- bodový diagram,
- diagram chyb,
- sloupcový graf pro prvky variability,
- kvartilový diagram,
- graf X-Y pro průměry podle velikosti,
- normalizovaný histogram,
- diagram interakcí,
- diagram reziduí.“ [1]

## **1.7 Analýza výsledků ukazatelů opakovatelnosti a reprodukovatelnosti**

Z vypočítané procentuální hodnoty GRR pro danou metodu výpočtu ukazatelů opakovatelnosti a reprodukovatelnosti R&R se určí přijatelnost variability systému měření. Tato procentuální hodnota se poté porovná s tabulkovou hodnotou a stanoví se přijatelnost. Systém měření se považuje za přijatelný, když je procentuální GRR menší jak 10%. [1]

Tabulka 3: Přijatelnost variability systému měření (Zdroj [1])

<b>% GRR</b>	<b>Rozhodnutí</b>
< 10%	System měření je přijatelný
10 až 30%	System měření je podmíněně přijatelný
> 30%	System měření je nepřijatelný

Druhou charakteristikou, kterou lze využít pro vyhodnocení analýzy je počet odlišných kategorií **ndc**.

$$ndc = 1,41 \cdot \left( \frac{PV}{GRR} \right) \quad (1.34)$$

Počet odlišných kategorií by měl být větší jak 5, pak lze tento měřicí systém použít. Pokud je  $ndc = 2 - 4$ , tak by se neměl tento měřicí systém využívat pro odhady ukazatelů procesu. Je-li  $ndc = 1$ , systém pouze ukazuje, jestli jsou dané díly se specifikací.  
[5]



# PRAKTICKÁ ČÁST

## 2. Provedení analýzy systému měření

Ve druhé kapitole mé bakalářské práce se nachází praktická část bakalářské práce.

V úvodu jsou popsány použité komponenty, na kterých se bude realizovat analýza systému měření. Pro měření daných komponentů jsou vybrána čtyři měřidla, u kterých se kontroluje vhodnost a způsobilost pro měření daných komponentů.

Poté je nastíněn postup analýzy systému měření.

Pro určení způsobilosti měřidel byla vybrána metoda založená na rozpětí, kterou využijeme při numerické analýze výsledků ukazatelů opakovatelnosti a reprodukovatelnosti. Dále se pokračuje vyhodnocením výsledků numerické analýzy. K numerické analýze je dále zhotovena i grafická analýza.

### 2.1 Použité komponenty

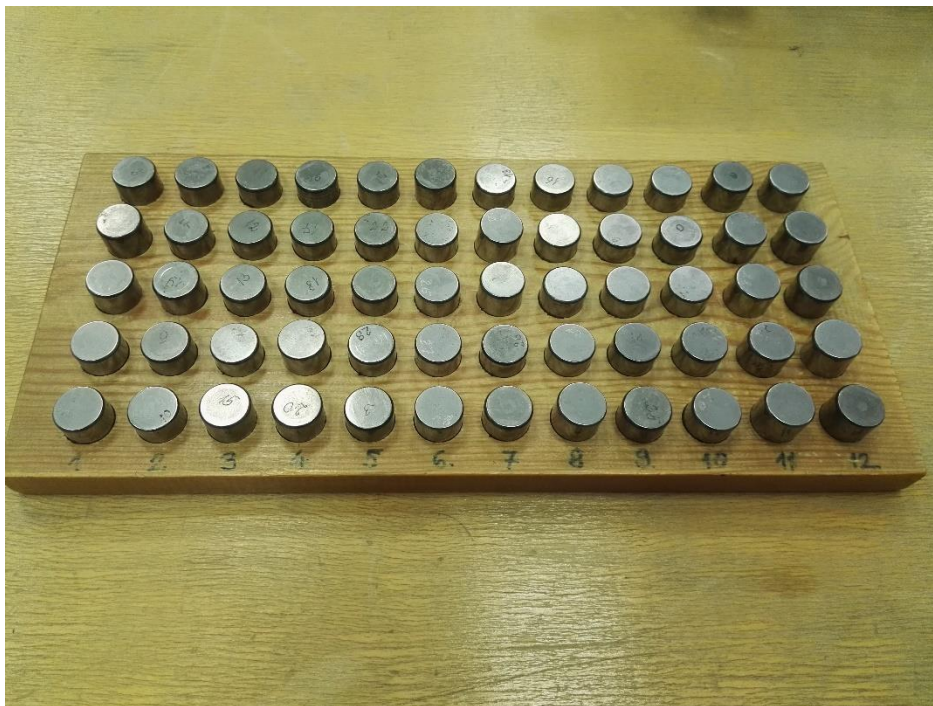
Pro provedení analýzy systému měření byly vybrány dvě sady broušených válečků, každá s jiným rozměrem a jinou tolerancí. U jednotlivých válečků se měří průměr.

První sadou válečků jsou válečky broušené na bezhroté brusce (Obrázek 9). Tyto válečky mají průměr 16 mm s tolerancí  $\pm 0,02$  mm.



*Obrázek 9: Válečky broušené na bezhroté brusce*

Druhou sadou válečků jsou válečky ložiskové LIAZ (Obrázek 10). Tyto válečky mají průměr 20 mm s přesností  $\pm 0,003$  mm.



*Obrázek 10: Válečky ložiskové LIAZ*

## 2.2 Použitá měřidla

Pro provedení analýzy systému měření byla využita komunální měřidla a délkoměr. Pro měření válečků o průměru 16 mm se použilo digitální posuvné měřítko a digitální třmenový mikrometr. Pro válečky o průměru 20 mm se použil passametr a délkoměr.

### 2.2.1 Komunální měřidla

Pod pojmem komunální měřidla si většinou představíme jednoduchá a přenosná měřidla pro měření základních rozměrů (délek, průměrů). Komunální měřidla mohou být v analogovém i digitálním provedení. Mezi komunální měřidla patří digitální měřidla, mikrometrická měřidla a číselníkové úchylkoměry.

#### Posuvné měřítko

Posuvné měřítko je jednoduché a přenosné měřidlo. Používá se pro měření vnějších rozměrů, měření vnitřních rozměrů, měření hloubky a pro stupňové (výškové) měření. Mohou být v analogovém (s přesností 0,02 mm nebo 0,05 mm, podle počtu dílků na noniu) a digitálním provedení. [16]

Pro analýzu je použito **digitální posuvné měřítko Mahr Marcal 16 EWR** (Obrázek 11). Toto posuvné měřítko se skládá z pevné měřicí čelisti, posuvné měřicí čelisti, měřicích čelistí pro vnitřní měření, jezdce s digitálním ukazatelem, vodítka s čárovou stupnicí a plochým hloubkoměrem. Rozsah měření je 0 až 150 mm s přesností 0,01 mm.



Obrázek 11: Digitální posuvné měřítko Mahr Marcal 16 EWR

## Třmenový mikrometr

Třmenový mikrometr je jednoduché měřidlo, které se používá pro přesné měření délek. Třmenové mikrometry mohou být analogové (s přesností 0,01 mm) a digitální. Jsou zpravidla odstupňovány pro měření po 25 mm. [16]

Možné způsoby použití mikrometrů:

Mikrometr s měřicími čelistmi pro měření vnitřních průměrů a šířky drážky, mikrometr s osazenými měřicími hroty pro měření průměru drážkovaného hřídele, mikrometr s talířovými doteky pro měření tzv. rozměru přes zuby ozubených kol, mikrometr s kuličkovými doteky pro měření středního průměru ozubených kol, mikrometr s vypouklým pevným dotekem pro měření tloušťky trubky, mikrometr s měřicími hroty pro měření patního průměru, mikrometr pro měření průměru závitů, mikrometr s prizmatickým měřicím dotekem a mikrometr s úzkými měřicími plochami. [16]

Pro analýzu je použit **digitální třmenový mikrometr Mahr Micromar 40 EW** (Obrázek 12). Tento třmenový mikrometr má rozsah měření 0 až 25 mm a přesnost měření

0,001 mm. Skládá se z měřících ploch z tvrdokovu, pevného doteku, pohyblivého doteku (vřetena), rámu, třmenu, úchopové ochrany, digitální stupnice, bubínku a řehačky.



Obrázek 12: Digitální třmenový mikrometr Mahr Micromar 40 EW

## Passametr

Passametr je přesné měřidlo, které na rozdíl od ostatních použitých měřidel měří pouze odchylky od nastaveného rozměru. Proto je nutné passametr nejdříve nastavit pomocí koncových měrek. Passametry jsou běžně odstupňovány po 25 mm. Maximální rozsah passametry je pak 150 mm. Passametry mají oba své dotyky pohyblivé. Jeden z dotyků je přestavitelný pomocí závitu a druhý je spojen s vestavěným číselníkovým úchylkoměrem. Zajištění nastavené polohy přestavitelného dotyku se provádí maticí. [16]

Pro analýzu je použit **passametr Mahr Micromar 40F/40T/40TS** (Obrázek 13). Passametr má rozsah měření 0 až 25 mm, dělenou stupnici úchylkoměru po 0,001 mm a přesnost úchylkoměru 1  $\mu\text{m}$ . Skládá se z pevného (přestavitelného) dotyku, pohyblivého dotyku, rámu, číselníkového úchylkoměru, aretačního šroubu a bubínku.



*Obrázek 13: Passametr Mahr Micromar 40F/40T/40TS*

### **2.2.2 Koncové měrky**

Koncové měrky jsou nejdůležitějším ztělesněním délkového měření ve strojírenské výrobě. Jednotlivé měrky jsou zhotoveny ve tvaru hranolu pravoúhlého průřezu se dvěma rovinnými a navzájem rovnoběžnými plochami. Plochy jsou opracovány lapováním s vysokou rozměrovou přesností, drsností povrchu, rovinností a rovnoběžností. Mohou mít přesnost až 0,0001 mm. Nejčastěji se používají koncové měrky ze speciální chromové oceli (Obrázek 14) a z keramiky, které jsou přesnější. [16]

Koncové měrky se dodávají v sadách a jednotlivé měrky je možné vzájemně spojovat a sestavit si tak libovolný rozměr. Platí ale, že sestavený rozměr by měl být z co možná nejmenšího počtu měrek, protože se sčítá jejich nejistota.

Koncové měrky se používají především pro kalibraci, nastavování a kontrolu jiných měřidel.



Obrázek 14: Sada koncových měrek

### 2.2.3 Délkoměr

Délkoměr je měřicí zařízení, které se používá především pro měření délek. Kromě měření délek umožňují délkoměry, díky své univerzálnosti, měřit také např. měření závitů vnitřních i vnějších, vnitřních i vnějších rozměrů, kalibrů atd.

Umožňují měření přímou metodou, tj. přímé porovnání rozměru součásti s odměřovacím systémem. Mohou také sloužit pro měření porovnávací metodou s nastavitelným rozměrem. Měřicí metoda bývá z pravidla dotyková. [16]

Délkoměry jsou dle konstrukce rozděleny na:

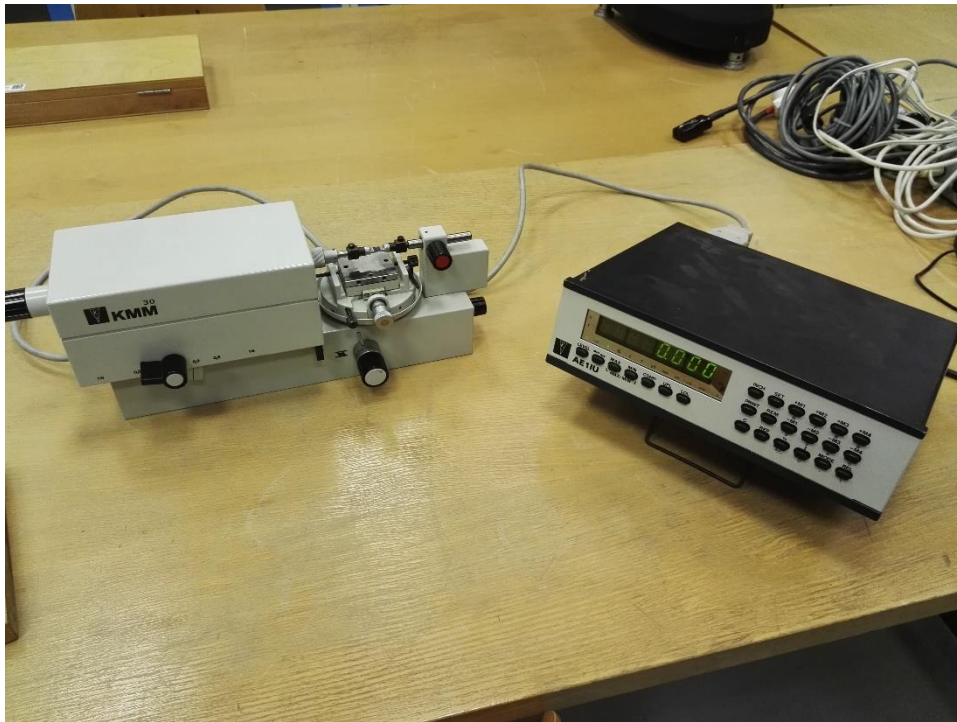
- horizontální – rozsah měření až 6 m,
- vertikální – menší rozsah měření. [16]

Konstrukce délkoměrů vychází z tzv. Abbeho principu, což je vyloučení chyb 1. řádu, tak že součást i měřicí zařízení jsou uspořádány v jedné ose.

Pro odměřování naměřených hodnot délkoměrem se využívají buď klasická čárová měřítka, která jsou přesně rytá a slouží pro odečítání menších naměřených hodnot,

nebo se využívají optoelektrické digitální měřicí systémy, které jsou velmi přesné, odečítání až 0,00001 mm a mohou se připojit k počítači s vyhodnocovacím programem.

Pro analýzu je použit **délkoměr KS KMM 30 s digitálním měřicím systémem KS AE11U** (Obrázek 15). Délkoměr je v horizontálním provedení a digitální měřicí systém odečítá hodnoty s přesností 0,001 mm



*Obrázek 15: Délkoměr KS KMM 30, KS AE11U*

## 2.3 Postup analýzy

Před samotným měřením se nejdříve musí určit součást, která se podrobí analýze. Jako součást jsem tedy zvolil dvě sady válečků, každou o jiném průměru (viz kapitola 2.1). Poté si zvolím charakteristiku, kterou na jednotlivých součástech budu měřit. Měří se průměr válečků, který je u první sady  $\varnothing 16 \pm 0,02$  mm a u druhé sady je to  $\varnothing 20 \pm 0,003$  mm.

Po zvolení měřené se součásti jsem si vybral vhodná měřidla pro měření daných součástí. Hlavní důraz při výběru měřidel jsem kladl na jejich přesnost měření, z důvodu rozměrové přesnosti jednotlivých sad válečků (první sada  $\pm 0,02$  mm a druhá  $\pm 0,003$  mm). Proto jsem na měření první sady válečku  $\varnothing 16 \pm 0,02$  mm vybral digitální posuvné měřítko



(přesnost měření 0,01 mm) a digitální mikrometr (přesnost měření 0,001 mm) a pro měření druhé sady válečků  $\varnothing 20 \pm 0,003$  mm jsem vybral přesnější měřidla, a to passametr (přesnost měření odchylky 0,001 mm) a délkoměr (přesnost 0,001 mm).

Po zvolení součástí, měřené charakteristiky a zvolení vhodných měřidel je potřeba určit podmínky, které jsou nutné pro zhotovení metody rozpětí, tzn. kolik je potřeba operátorů, kolik má být vzorků od dané součásti a počet opakování. Měření tedy uskuteční dva operátoři. Každý operátor měří 50 a 60 vzorků, kdy každý vzorek změří pouze jednou.

Operátoři jsou seznámeni s měřidly, a poté už začínají se samotným měřením. Operátor nejdříve začne měřit první sadu válečků s padesáti vzorky pomocí digitálního posuvného měřítka a digitálního mikrometru. Změří jejich průměr a naměřené hodnoty zapíše. Poté přejde na měření druhé sady válečků se šedesáti vzorky, které změří pomocí passametru a délkoměru. Výsledné naměřené hodnoty průměrů válečků opět zapíše. To samé poté provede druhý operátor. Každý operátor tedy naměří a zapíše 110 hodnot.

Při měření digitálním mikrometrem byl pro rychlejší a snadnější měření mikrometr upnut ve stojáнку (Obrázek 16) a operát tedy manipuloval pouze se vzorky.



*Obrázek 16: Měření na digitálním mikrometru*

U měření passametrem si nejdříve musíme nastavit měřený rozměr pomocí koncové měrky. Vložíme tedy koncovou měrku o velikosti 20 mm mezi doteky passametru, dojedeme na doraz, passametr pomocí aretačního šroubu utáhneme a pomocí

bubínku si na stupnici nastavíme nulu. Passametr je nastaven na rozměr 20 mm. Pomocí tlačítka na boku passametru roztáhneme pohyblivý dotyk, vyndáme koncovou měrku, vložíme měřený vzorek a tlačítko pohyblivého dotyku pustíme. Na stupnici se nám ukáže odchylka měřeného vzorku od nastaveného rozměru 20 mm.



Obrázek 17: Měření na passametru

Veškeré naměřené hodnoty jednotlivými měřidly jsou zobrazeny v tabulkách 4 a 5. Naměřeno bylo pro posuvné měřítko a mikrometr 50 hodnot a pro passametr a délkoměr bylo naměřeno 60 hodnot.

Tabulka 4: Naměřené hodnoty pro digitální posuvné měřítko a mikrometr

Vzorek	Posuvné měřítko		Mikrometr		Vzorek	Posuvné měřítko		Mikrometr	
	Operátor					Operátor			
	A	B	A	B		A	B	A	B
1.	16,00	16,00	16,002	15,995	26.	16,00	16,00	16,009	16,007
2.	16,00	16,00	16,012	15,996	27.	16,02	16,01	16,008	16,002
3.	15,99	16,00	15,999	15,987	28.	15,99	16,00	15,998	15,989
4.	15,98	15,99	15,999	16,002	29.	15,99	15,99	16,002	15,987
5.	15,99	15,99	16,000	15,985	30.	15,98	16,00	15,996	15,981
6.	15,99	15,99	16,001	15,992	31.	16,00	16,00	16,002	15,991
7.	16,00	16,02	16,012	15,996	32.	15,99	15,99	16,004	15,998
8.	15,99	16,00	16,014	16,006	33.	16,00	16,00	16,006	16,007
9.	16,00	16,01	16,019	16,005	34.	16,00	16,00	16,003	15,995
10.	16,01	16,01	16,018	16,015	35.	16,01	16,01	16,019	16,023

11.	15,99	16,01	15,995	15,991	36.	16,01	16,01	16,018	16,011
12.	16,02	16,01	16,006	16,004	37.	15,99	16,00	15,993	16,006
13.	15,98	15,99	15,999	15,990	38.	15,99	16,00	16,004	15,995
14.	16,00	16,00	16,007	16,001	39.	16,00	16,01	16,016	16,002
15.	15,99	16,01	16,006	15,992	40.	15,98	15,99	15,978	15,971
16.	16,00	16,01	16,009	16,004	41.	15,99	15,99	15,990	15,992
17.	16,01	16,01	16,008	16,005	42.	15,99	16,00	15,991	15,985
18.	16,01	16,00	16,001	15,992	43.	15,98	15,99	15,976	15,987
19.	16,00	16,00	16,017	16,012	44.	15,99	16,00	15,989	15,997
20.	15,99	16,00	16,007	16,002	45.	15,99	16,00	15,994	15,999
21.	15,99	15,99	15,998	15,990	46.	15,99	15,99	16,006	15,997
22.	15,98	15,99	15,994	15,980	47.	15,98	15,99	15,995	15,983
23.	16,00	16,01	16,016	16,004	48.	16,00	15,99	15,998	15,990
24.	16,02	16,01	16,008	15,995	49.	15,99	16,00	15,992	15,983
25.	16,01	16,01	16,014	15,984	50.	15,97	16,00	15,973	15,966

Tabulka 5: Naměřené hodnoty pro passametr a délkoměr

Vzorek	Passametr		Délkoměr		Vzorek	Passametr		Délkoměr	
	Operátor					Operátor			
	A	B	A	B		A	B	A	B
1.	20,001	20,001	20,009	20,009	31.	19,992	19,992	19,999	20,001
2.	20,000	19,999	20,008	20,007	32.	19,998	19,997	20,006	20,009
3.	19,994	19,994	20,000	20,000	33.	19,998	19,997	20,007	20,004
4.	20,001	20,000	20,008	20,008	34.	19,994	19,992	20,000	20,002
5.	19,999	19,999	20,007	20,006	35.	19,999	19,998	20,006	20,006
6.	19,994	19,996	20,002	20,002	36.	19,998	19,997	20,006	20,005
7.	19,999	19,998	20,007	20,008	37.	20,000	19,997	20,008	20,005
8.	19,996	19,995	20,003	20,001	38.	19,996	19,993	20,001	20,003
9.	19,997	19,996	20,007	20,003	39.	20,001	19,998	20,008	20,004
10.	19,992	19,993	20,001	20,000	40.	20,000	19,997	20,008	20,005
11.	19,998	19,997	20,003	20,003	41.	20,001	19,998	20,006	20,006
12.	20,002	20,001	20,008	20,009	42.	19,999	19,995	20,005	20,003
13.	20,000	19,999	20,006	20,009	43.	19,999	19,997	20,006	20,005
14.	19,999	19,998	20,005	20,009	44.	20,001	19,999	20,008	20,008
15.	20,000	19,997	20,003	20,008	45.	19,999	19,997	20,006	20,004
16.	20,000	19,997	20,003	20,007	46.	19,997	19,997	20,006	20,005
17.	19,999	19,996	20,004	20,006	47.	19,998	19,997	20,004	20,003
18.	20,000	19,997	20,006	20,008	48.	19,998	19,997	20,004	20,008
19.	19,999	19,996	20,004	20,006	49.	19,998	19,996	20,004	20,008
20.	19,999	19,997	20,004	20,007	50.	19,998	19,996	20,004	20,006
21.	19,998	19,997	20,003	20,008	51.	20,001	19,999	20,005	20,007
22.	19,998	19,997	20,005	20,008	52.	19,999	19,999	20,006	20,007

23.	20,000	19,998	20,005	20,007	53.	19,999	19,996	20,005	20,006
24.	19,992	19,991	20,001	20,001	54.	19,999	19,992	20,006	20,004
25.	19,999	19,998	20,004	20,007	55.	20,000	19,998	20,007	20,009
26.	19,999	19,997	20,006	20,006	56.	19,998	19,999	20,006	20,007
27.	20,000	19,998	20,005	20,005	57.	19,994	19,994	20,001	20,001
28.	19,998	19,998	20,005	20,003	58.	20,001	20,002	20,007	20,009
29.	19,999	19,998	20,005	20,004	59.	19,998	19,999	20,004	20,007
30.	20,002	19,999	20,005	20,008	60.	19,998	19,998	20,004	20,005

## 2.4 Numerická a grafická analýza výsledků

Po ukončení měření jsem přepsal naměřené hodnoty do počítače. Pro numerickou a grafickou analýzu jsem využil software Microsoft Excel 2013.

### 2.4.1 Numerická analýza výsledků

Jako první jsem vypočítal pro každý díl daného měření rozpětí naměřených hodnot operátory  $R_i$ . Příklad výpočtu  $R_i$  pro vzorek č. 1 měřeného digitálním posuvným měřítkem:

$$R_i = |\max(x_{ik}) - \min(x_{ik})| = |16 - 16| = \mathbf{0 \text{ mm}}$$

Ostatní vypočítané hodnoty  $R_i$  všech vzorků pro všechna měřidla viz Příloha 1 a 2.

Dále jsem z vypočítaných rozpětí  $R_i$  stanovil průměrné rozpětí  $\bar{R}$  pro jednotlivá měřidla.

- **Pro posuvné měřítko:**

$$\bar{R} = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g R_i = \frac{0 + 0 + \dots + 0,01 + 0,03}{50} = \mathbf{0,0072 \text{ mm}}$$

- **Pro digitální mikrometr:**

$$\bar{R} = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g R_i = \frac{0,007 + 0,016 + \dots + 0,009 + 0,007}{50} = \mathbf{0,0089 \text{ mm}}$$

- **Pro passometr:**

$$\bar{R} = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g R_i = \frac{0 + 0,001 + \dots + 0,001 + 0}{60} = \mathbf{0,0016 \text{ mm}}$$

- **Pro délkoměr:**

$$\bar{R} = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g R_i = \frac{0 + 0,001 + \dots + 0,003 + 0,001}{60} = \mathbf{0,0018 \text{ mm}}$$

Poté jsem pomocí průměrného rozpětí  $\bar{R}$  a koeficientu závislého na počtu opakování měření a součinu počtu měřených součástí a počtu operátorů  $d_2^*$  vypočítal celkovou variabilitu měřené GRR.

Koeficient závislý na počtu opakování měření a součinu počtu měřených součástí a počtu operátorů  $d_2^*$  stanovím pomocí tabulky č. 6.

Tabulka 6: Vybrané hodnoty koeficientu  $d_2^*$  v závislosti na parametrech  $m$  a  $g$  (Zdroj [1])

		m								
		2	3	4	5	6	7	8	9	10
g	1	1,41	1,91	2,24	2,48	2,67	2,83	2,96	3,08	3,18
	2	1,28	1,81	2,15	2,40	2,60	2,77	2,91	3,02	3,13
	3	1,23	1,77	2,12	2,38	2,58	2,75	2,89	3,01	3,11
	4	1,21	1,75	2,11	2,37	2,57	2,74	2,88	3,00	3,10
	5	1,19	1,74	2,10	2,36	2,56	2,73	2,87	2,99	3,10
	6	1,18	1,73	2,09	2,35	2,56	2,73	2,87	2,99	3,10
	7	1,17	1,73	2,09	2,35	2,55	2,72	2,87	2,99	3,10
	8	1,17	1,72	2,08	2,35	2,55	2,72	2,87	2,98	3,09
	9	1,16	1,72	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09
	10	1,16	1,72	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09
	11	1,16	1,71	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09
	12	1,15	1,71	2,07	2,34	2,55	2,72	2,85	2,98	3,09
	13	1,15	1,71	2,07	2,34	2,55	2,71	2,85	2,98	3,09
	14	1,15	1,71	2,07	2,34	2,54	2,71	2,85	2,98	3,08
	15	1,15	1,71	2,07	2,34	2,54	2,71	2,85	2,98	3,08
>15	<b>1,128</b>	1,693	2,059	2,326	2,534	2,704	2,847	2,970	3,078	

Kde: m ... počet opakování

g ... počet měřených součástí

- **Pro posuvné měřítko:**

$$GRR = \frac{\bar{R}}{d_2^*} = \frac{0,0072}{1,128} = \mathbf{0,006382979}$$

- **Pro digitální mikrometr:**

$$GRR = \frac{\bar{R}}{d_2^*} = \frac{0,0089}{1,128} = \mathbf{0,0079078}$$

- **Pro passametr:**

$$GRR = \frac{\bar{R}}{d_2^*} = \frac{0,0016}{1,128} = \mathbf{0,00143322}$$

- **Pro délkoměr:**

$$GRR = \frac{\bar{R}}{d_2^*} = \frac{0,0018}{1,128} = \mathbf{0,0016253}$$

Stanovím pro jednotlivá měřidla směrodatnou odchylku procesu  $\sigma$ . Před stanovením směrodatné odchylky si nejdříve musíme vypočítat střední hodnotu pro každý vzorek  $X_i$  a poté průměrnou hodnotu  $X$ .

Příklad výpočtu střední hodnoty  $X_i$  pro první vzorek měřený digitálním posuvným měřítkem:

$$X_i = \frac{16,00 + 16,00}{2} = \mathbf{16 \text{ mm}}$$

Ostatní vypočítané  $X_i$  všech vzorků pro všechna měřidla viz Příloha 3 a 4.

Dále se vypočítá průměrná hodnota  $X$  pro všechny měřidla, která se určí jako aritmetický průměr vypočítaných středních hodnot  $X_i$ .

- **Pro posuvné měřítko:**

$$\bar{X} = \frac{16 + 16 + \dots + 15,995 + 15,985}{50} = \mathbf{15,9987 \text{ mm}}$$

- **Pro digitální mikrometr:**

$$\bar{X} = \frac{15,9985 + 16,004 + \dots + 15,9875 + 15,9695}{50} = \mathbf{15,9989 \text{ mm}}$$

- **Pro passametr:**

$$\bar{X} = \frac{20,001 + 19,9995 + \dots + 19,9985 + 19,998}{60} = \mathbf{19,9977 \text{ mm}}$$

- **Pro délkoměr:**

$$\bar{X} = \frac{20,009 + 20,0075 + \dots + 20,0055 + 20,0045}{60} = \mathbf{20,0053 \text{ mm}}$$

Nakonec se tedy vypočítá směrodatná odchylka  $\sigma$ , která se vypočítá z vypočítaných hodnot  $X_i$  a  $\bar{X}$ .

- **Pro posuvné měřítko:**

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{(16 - 15,9978)^2 + (16 - 15,9978)^2 + \dots + (15,995 - 15,9978)^2 + (15,985 - 15,9978)^2}{50}}$$

$$= \mathbf{0,00872697}$$

- **Pro digitální mikrometr:**

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{(15,9985 - 15,9989)^2 + (16,004 - 15,9989)^2 + \dots + (15,9875 - 15,9989)^2 + (15,9695 - 15,9989)^2}{50}}$$

$$= \mathbf{0,00997196}$$

- **Pro passametr:**

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{(20,001 - 19,9977)^2 + (19,995 - 19,9977)^2 + \dots + (19,9985 - 19,9977)^2 + (19,998 - 19,9977)^2}{60}}$$

$$= \mathbf{0,00213754}$$

- **Pro délkoměr:**

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{(20,009 - 20,0053)^2 + (20,0075 - 20,0053)^2 + \dots + (20,0055 - 20,0053)^2 + (20,0045 - 20,0053)^2}{60}}$$

$$= \mathbf{0,002136}$$

A jako poslední jsem vypočítal procentuální variabilitu měření %GRR, která se vypočítá jako podíl směrodatné odchylky  $\sigma$  procesu a variability měření GRR.

- **Pro posuvné měřítko:**

$$\%GRR = 100 \cdot \left( \frac{GRR}{\sigma} \right) = 100 \cdot \left( \frac{0,006382979}{0,00872697} \right) = 73\%$$

- **Pro digitální mikrometr:**

$$\%GRR = 100 \cdot \left( \frac{GRR}{\sigma} \right) = 100 \cdot \left( \frac{0,0079078}{0,00997196} \right) = 79\%$$

- **Pro passametr:**

$$\%GRR = 100 \cdot \left( \frac{GRR}{\sigma} \right) = 100 \cdot \left( \frac{0,00143322}{0,00213754} \right) = 67\%$$

- **Pro délkoměr:**

$$\%GRR = 100 \cdot \left( \frac{GRR}{\sigma} \right) = 100 \cdot \left( \frac{0,0016253}{0,002136} \right) = 76\%$$

nebo:

- **Pro posuvné měřítko:**

$$\%GRR_{specifikace} = 100 \cdot \left( \frac{5,15 \cdot GRR}{USL - LSL} \right) = 100 \cdot \left( \frac{0,006382979}{16,02 - 15,98} \right) = 82\%$$

- **Pro digitální mikrometr:**

$$\%GRR_{specifikace} = 100 \cdot \left( \frac{5,15 \cdot GRR}{USL - LSL} \right) = 100 \cdot \left( \frac{0,0079078}{16,02 - 15,98} \right) = 102\%$$

- **Pro passametr:**

$$\begin{aligned} \%GRR_{specifikace} &= 100 \cdot \left( \frac{5,15 \cdot GRR}{USL - LSL} \right) = 100 \cdot \left( \frac{0,00143322}{20,003 - 19,997} \right) \\ &= 123\% \end{aligned}$$

- **Pro délkoměr:**

$$\begin{aligned} \%GRR_{specifikace} &= 100 \cdot \left( \frac{5,15 \cdot GRR}{USL - LSL} \right) = 100 \cdot \left( \frac{0,0016253}{20,003 - 19,997} \right) \\ &= 140\% \end{aligned}$$

## 2.4.2 Vyhodnocení numerické analýzy

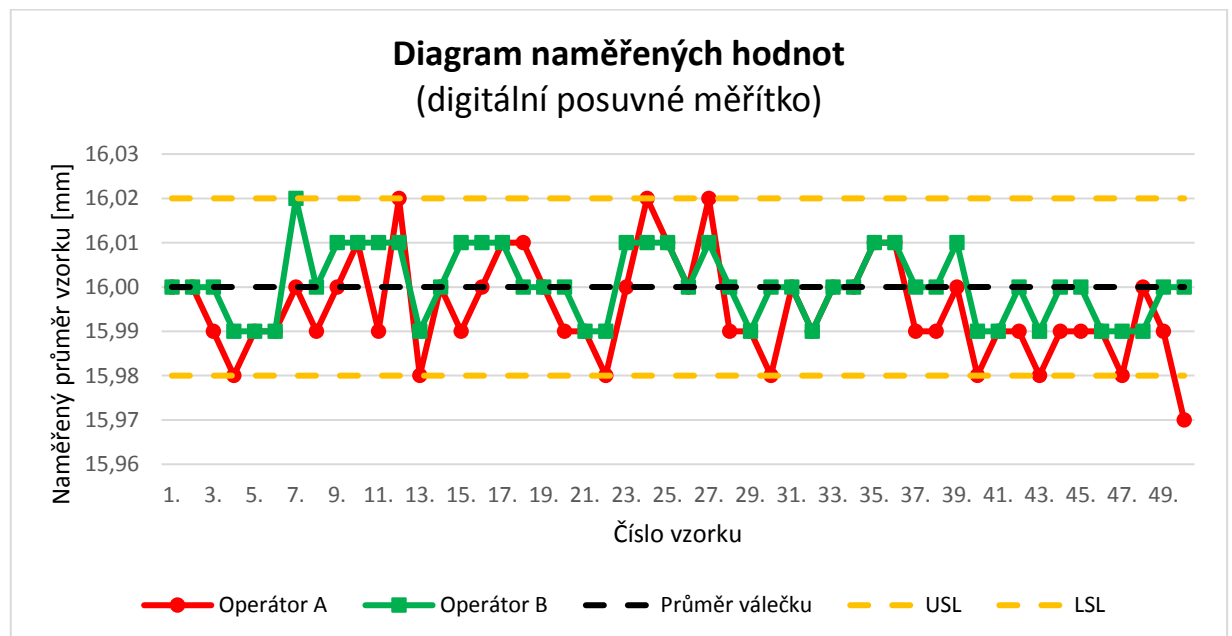
Vyhodnocení numerické analýzy je zaměřeno na procentuální opakovatelnost a reprodukovatelnost systému měření %GRR. Vyhodnocení numerické analýzy vyplývá z tabulky 3, se kterou porovnávám vypočítané hodnoty %GRR daných měřidel a posuzuji, jestli je daný systém měření přijatelný. Procentuální opakovatelnost a reprodukovatelnost %GRR vyjádřená pomocí směrodatné odchylky  $\sigma$  nám stanovuje, zda je možné nějak



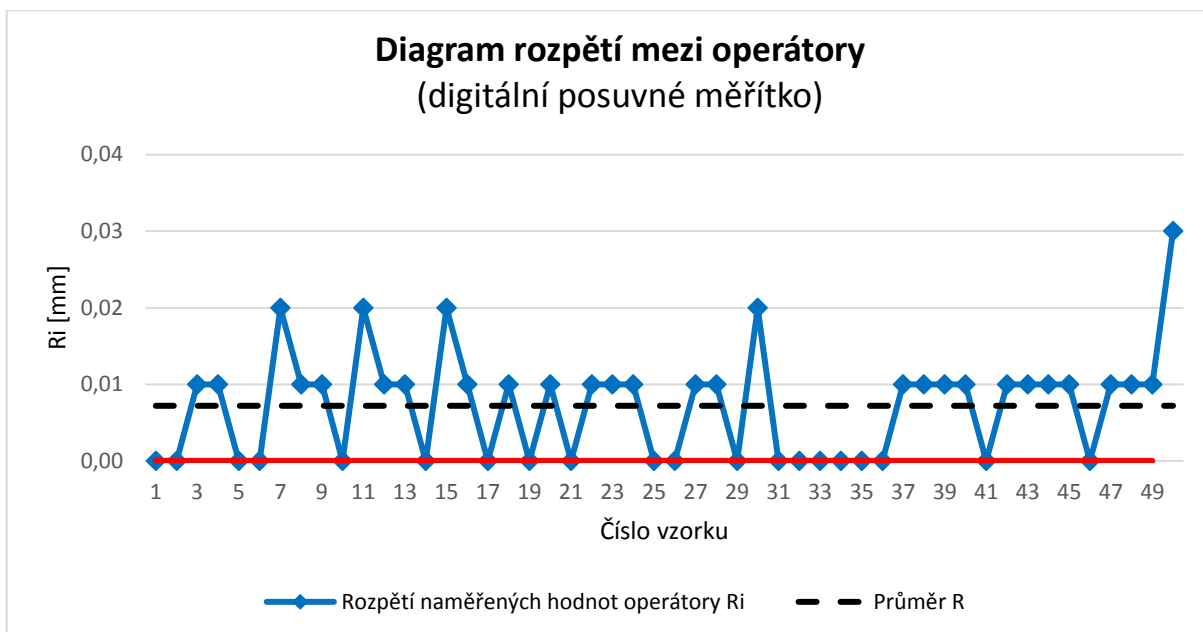
zlepšit proces výroby. Procentuální opakovatelnost a reprodukovatelnost % GRR pro digitální posuvné měřidlo 73%, pro digitální mikrometr 79%, pro passometr 67% a pro délkoměr 76%. Z těchto vypočítaných hodnot vyplývá, že se výrobní proces nedá nijak vylepšit, výrobní proces je v tomto případě velmi dobrý. Vypočítané procentuální opakovatelnosti a reprodukovatelnosti specifikace  $\%GRR_{\text{specifikace}}$  vyjádřená pomocí tolerance T, porovnáváme s tabulkou č. 3. Pro digitální posuvné měřidlo nám  $\%GRR_{\text{specifikace}}$  vyšlo 82%, pro digitální mikrometr 102%, pro passometr 123% a pro délkoměr 140%. Při porovnání s tabulkou č. 3, vychází systém měření jako nepřijatelný. Operátoři se nijak při měření neovlivňovali. Nepřijatelnost systému měření je zapříčiněna nejpravděpodobněji špatně zvoleným postupem měření nebo nezkušeností operátorů. Systém měření by tedy bylo vhodné prověřit a poté odstranit nedostatky. A nakonec opakovat analýzu.

### 2.4.3 Grafická analýza výsledků

Pro vyhodnocení grafické analýzy jsem využil dva druhy diagramů, a to diagram naměřených hodnot a diagram rozpětí mezi operátory. Všechny grafy byly vytvořeny pomocí programu Microsoft Excel 2013.

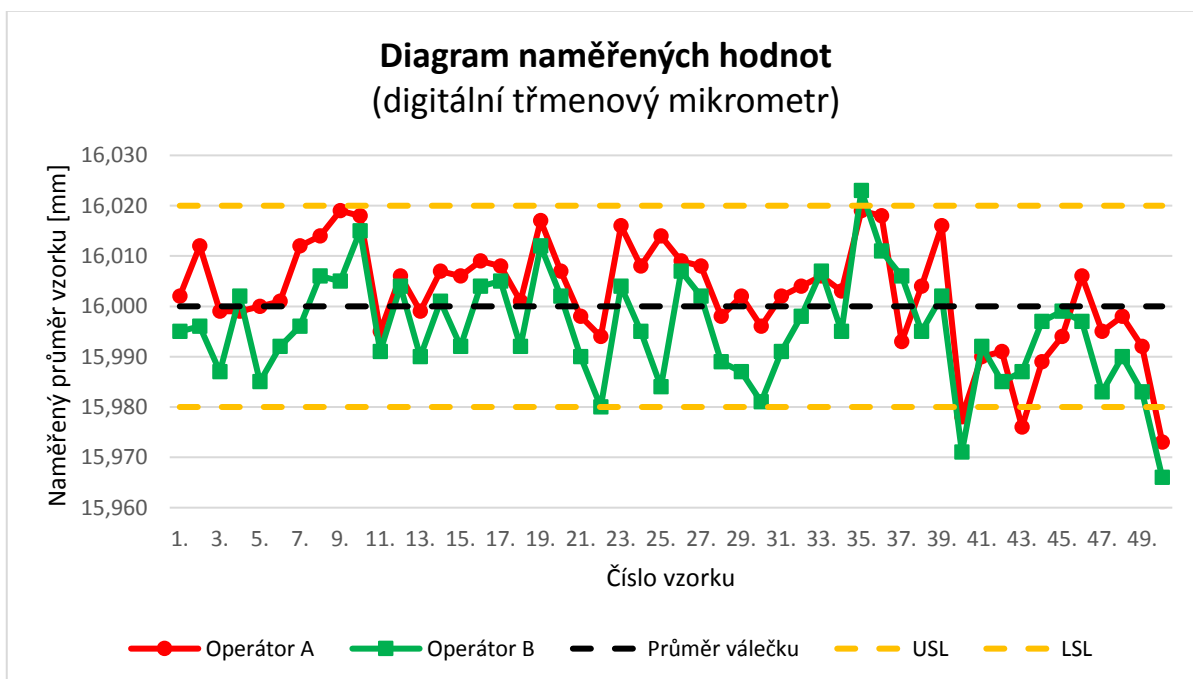


Obrázek 18: Diagram naměřených hodnot pro digitální posuvné měřidlo

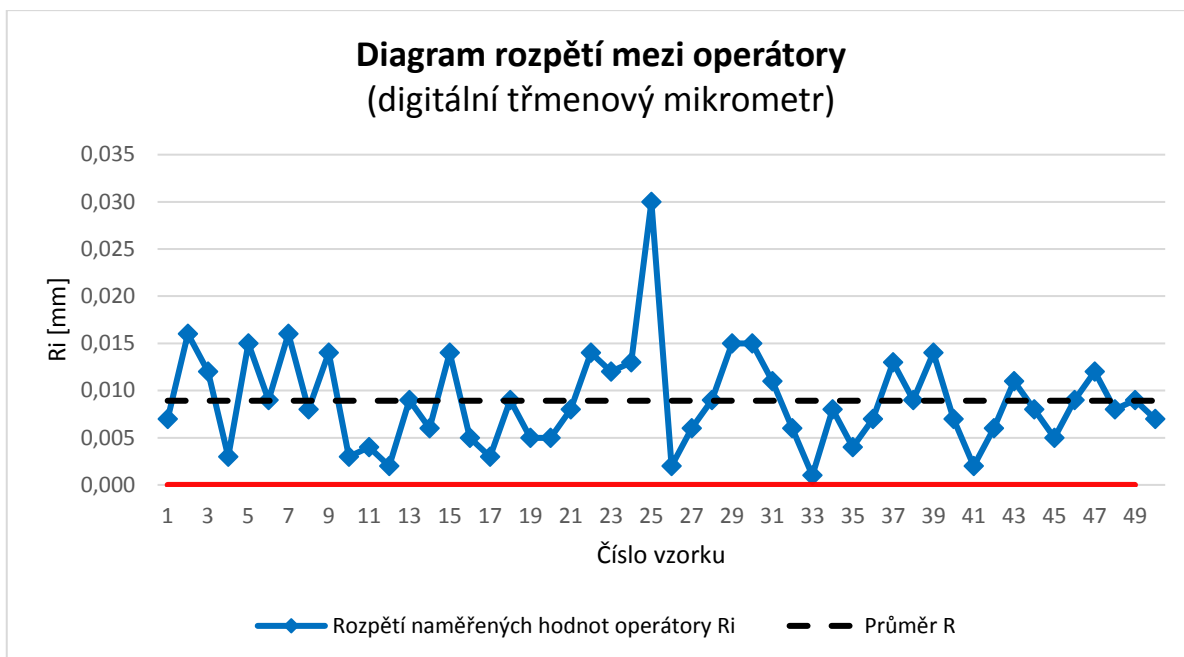


Obrázek 19: Diagram rozpětí mezi operátory pro digitální posuvné měřítko

Z diagramu naměřených hodnot je patrné, že jen jeden naměřený průměr, a to průměr vzorku č. 50 naměřený operátorem A, překračuje toleranční meze daných součástí. Ostatní naměřené hodnoty operátorem A i B toleranční meze nepřekročily. Z diagramu rozpětí mezi operátory vyplývá, že u více jak poloviny případů se naměřené hodnoty operátorem A a B liší, nejvíce u vzorku č. 50, a to o 0,03 mm.

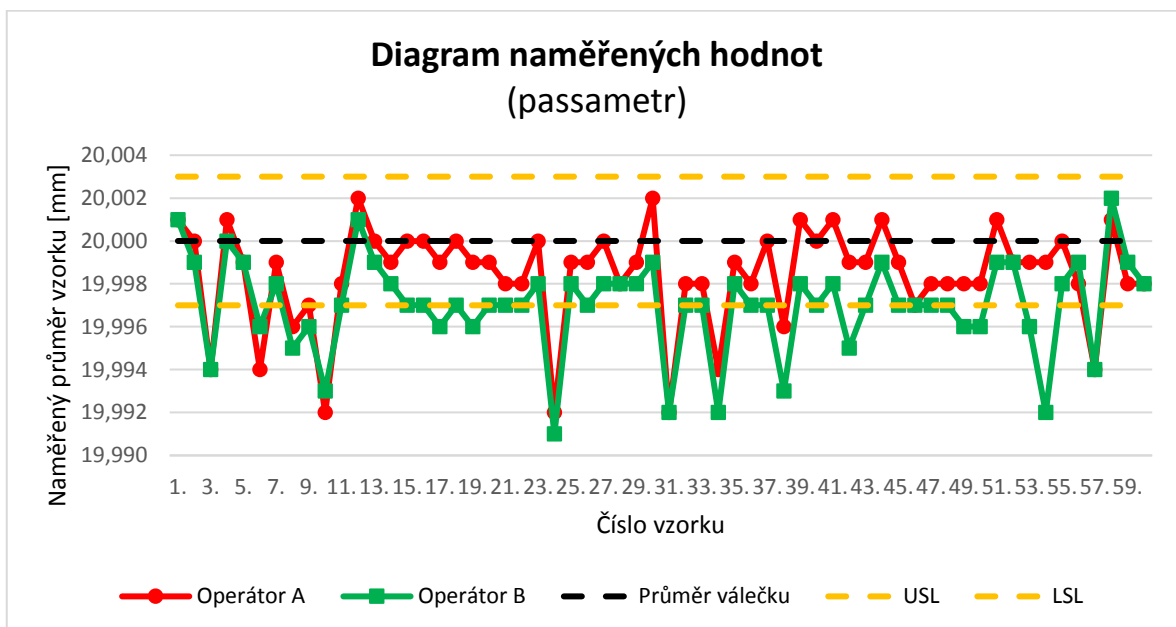


Obrázek 20: Diagram naměřených hodnot pro digitální třmenový mikrometr

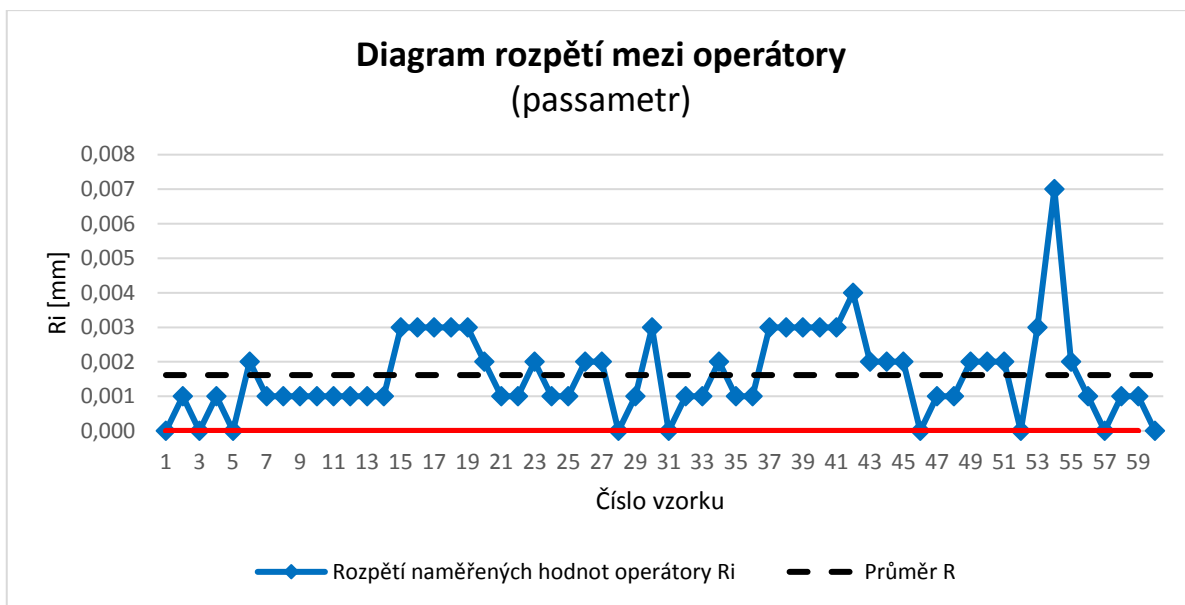


Obrázek 21: Diagram rozpětí mezi operátory pro digitální třmenový mikrometr

Z diagramu naměřených hodnot vyplývá, že operátor A i B naměřili tři hodnoty mimo toleranční mez. Naměřený průměr vzorku č. 40 a 50 naměřili oba operátoři mimo toleranční mez. Z diagramu rozpětí mezi operátory se ukázalo, že ani jednou operátoři nenaměřili stejnou hodnotu. Nejvíce se pak liší u vzorku č. 25, a to o 0,03 mm.

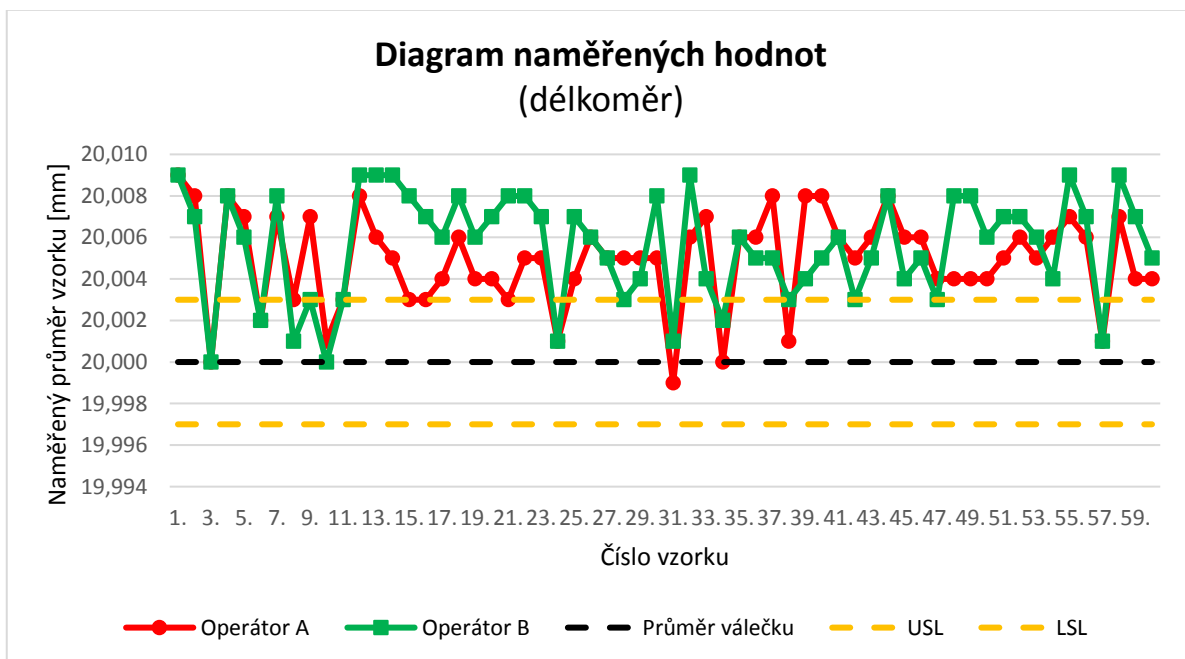


Obrázek 22: Diagram naměřených hodnot pro passometr

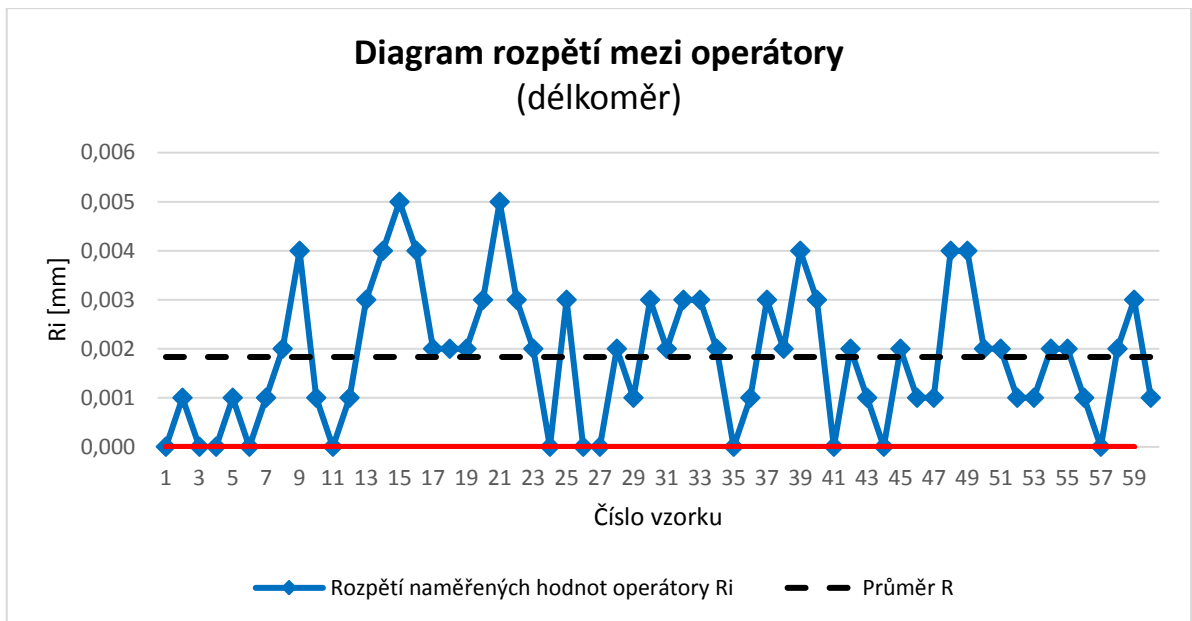


Obrázek 23: Diagram rozpětí mezi operátory pro passametr

Z diagramu naměřených hodnot je vidět, že operátor A naměřil osm hodnot, které překročily dolní toleranční mez součástí. Operátor B překročil dokonce sedmáctkrát dolní toleranční mez. Z diagramu rozpětí mezi operátory je patrné, že naměřené hodnoty operátorů A a B se příliš neliší, v polovině případů je to maximálně o 0,001 mm. Nejvíce se liší naměřenou hodnotou u vzorku č. 54, kde je rozpětí operátorů 0,007 mm.



Obrázek 24: Diagram naměřených hodnot pro délkoměr



*Obrázek 25: Diagram rozpětí mezi operátory pro délkoměr*

Z diagramu naměřených hodnot je patrné, že délkoměr byl buď špatně nastavený, nebo byl rozbitý. Protože jen devět naměřených hodnot vzorků se vešlo mezi toleranční meze. Ostatní naměřené hodnoty operátorem A i B překročily horní toleranční mez. Naměřené hodnoty operátory se ve většině případu liší, nejvíce u vzorků č. 15 a 21, kde se liší o 0,005 mm.

# ZÁVĚR

V teoretické části bakalářské práce jsem se snažil co nejlépe detailně vysvětlit pojem analýza systému měření, co tento pojem znamená a kde se vyskytuje. MSA slouží k zjišťování kvality a efektivnosti výrobních procesů a systémů měření. Posuzuje se zde kvalita získaných naměřených dat a tímto posuzováním se odhalí, zda tento systém měření můžeme považovat za přijatelný či ho považovat za nevyhovující. Tato analýza měření slouží pro posouzení zvoleného systému měření, který má určitou sadu postupů k vyhodnocení vybraného systému měření.

Teoretická část bakalářské práce se tedy zabývala tématem analýzy systému měření a jejím využití v praxi. Dalším tématem bylo téma nejistoty měření, kde jsem se snažil typy nejistot, které se mohou s tímto měřením vyskytovat. Dále jsem se zabýval zdroji nejistot a obecným postupem pro nejistoty měření. Detailně jsem rozebral variabilitu procesu, variabilitu polohy a variabilitu systému měření, u kterých jsem detailně popsal, čím se tyto dané variability vyznačují, jako například opakovatelností, reprodukovatelností, stranností, linearitou, způsobilostí atd. Poté jsem do hloubky charakterizoval jednotlivé metody analýzy systému měření, které se využívají pro výpočet ukazatelů opakovatelnosti a reprodukovatelnosti R&R. Mezi tyto metody patří metoda založená na rozpětí, metoda založená na průměru a rozpětí a metoda ANOVA, neboli analýza rozptylu.

Praktická část bakalářské práce se zabývala provedením analýzy systému měření, kde jsem objasnil použité komponenty a měřidla. Uvedl jsem i postup metody rozpětí, kterou jsem použil pro své měření, které sloužilo k vypracování a vyhodnocení této části. Výsledkem praktické části byl popis numerické a grafické analýzy výsledků, kde jsem vyhodnotil numerickou analýzu a znázornil jsem grafickou analýzu výsledků. Potvrzují tímto, že cíl mé bakalářské práce byl splněn. Zjistil jsem, že výrobní proces daných součástí je velmi dobrý a nelze ho zatím vylepšit. Dále jsem po vypočítání  $\%GRR_{\text{specifikace}}$  zjistil, že je systém měření nepřijatelný, což je nejspíše způsobeno špatně zvoleným postupem měření a nezkušeností operátorů.

# SEZNAM OBRÁZKŮ A TABULEK

Obrázek 1: Rozdělení celkové variability zaznamenaných dat (Zdroj [6]) .....	17
Obrázek 2: Strannost systému měření (Zdroj [1]) .....	18
Obrázek 3: Stabilita systému měření (Zdroj [3]) .....	18
Obrázek 4: Linearita systému měření (Zdroj [1]) .....	19
Obrázek 5: Shodnost měření (Zdroj [3]) .....	20
Obrázek 6: Opakovatelnost systému měření (Zdroj [1]) .....	20
Obrázek 7: Reprodukovatelnost systému měření (Zdroj [1]) .....	21
Obrázek 8: Opakovatelnost a reprodukovatelnost systému měření (Zdroj [1]) .....	22
Obrázek 9: Válečky broušené na bezhroté brusce .....	34
Obrázek 10: Válečky ložiskové LIAZ .....	34
Obrázek 11: Digitální posuvné měřítko Mahr Marcal 16 EWR .....	36
Obrázek 12: Digitální třmenový mikrometr Mahr Micromar 40 EW .....	37
Obrázek 13: Passametr Mahr Micromar 40F/40T/40TS .....	38
Obrázek 14: Sada koncových měrek .....	39
Obrázek 15: Délkoměr KS KMM 30, KS AE1IU .....	40
Obrázek 16: Měření na digitálním mikrometru .....	41
Obrázek 17: Měření na passametru .....	42
Obrázek 18: Diagram naměřených hodnot pro digitální posuvné měřítko .....	49
Obrázek 19: Diagram rozpětí mezi operátory pro digitální posuvné měřítko .....	50
Obrázek 20: Diagram naměřených hodnot pro digitální třmenový mikrometr .....	50
Obrázek 21: Diagram rozpětí mezi operátory pro digitální třmenový mikrometr .....	51
Obrázek 22: Diagram naměřených hodnot pro passametr .....	51
Obrázek 23: Diagram rozpětí mezi operátory pro passametr .....	52
Obrázek 24: Diagram naměřených hodnot pro délkoměr .....	52
Obrázek 25: Diagram rozpětí mezi operátory pro délkoměr .....	53
Tabulka 1: Metoda ANOVA (Zdroj [1]) .....	29
Tabulka 2: Vzorce pro vyhodnocení metodou ANOVA (Zdroj [1]) .....	30
Tabulka 3: Přijatelnost variability systému měření (Zdroj [1]) .....	32
Tabulka 4: Naměřené hodnoty pro digitální posuvné měřítko a mikrometr .....	42

Tabulka 5: Naměřené hodnoty pro parametr a délkoměr .....	43
Tabulka 6: Vybrané hodnoty koeficientu $d_2^*$ v závislosti na parametrech m a g (Zdroj [1]) .....	45



# ZDROJE

- [1] DAIMLERCHRYSLER CORPORATION, FORD MOTOR COMPANY, GENERAL MOTORS CORPORATION. *Analýza systémů měření (MSA)*. 4. vyd. Praha: Česká společnost pro jakost, 2011 (české), 231 s. ISBN 978-80-02-02326-5.
- [2] Česká společnost pro jakost [online]. Copyright ©bv [cit. 29.04.2017]. Dostupné z:  
[http://www.csq.cz/fileadmin/user\\_upload/Spolkova\\_cinnost/Odborne\\_skupiny/S\\_tatisticke\\_metody/sborniky/2006/04\\_-\\_11\\_-\\_MSA.pdf](http://www.csq.cz/fileadmin/user_upload/Spolkova_cinnost/Odborne_skupiny/S_tatisticke_metody/sborniky/2006/04_-_11_-_MSA.pdf)
- [3] [online]. Copyright © [cit. 29.04.2017]. Dostupné z:  
<http://www.elearn.vsb.cz/archivcd/FMMI/MJ/Animace/Animace%2013%20-%20MSA.pps>
- [4] PQM [online]. Dostupné z:  
[http://www.pqm.cz/nvcss/met\\_PDF/MSA\\_webcss.pdf](http://www.pqm.cz/nvcss/met_PDF/MSA_webcss.pdf)
- [5] MOTYČKA M., TŮMOVÁ O.; *Metody analýzy vhodnosti měřicích systémů. Elektroscopie* [online]. Copyright © [cit. 29.04.2017]. Dostupné z:  
[http://147.228.94.30/images/PDF/Rocnik2013/Cislo2\\_2013/r7c1c7.pdf](http://147.228.94.30/images/PDF/Rocnik2013/Cislo2_2013/r7c1c7.pdf)
- [6] Statspol [online]. Copyright © [cit. 29.04.2017]. Dostupné z:  
<http://www.statspol.cz/cs/wp-content/uploads/2013/05/request2006/sbornik/bednar.pdf>
- [7] PLURA, Jiří. *Plánování a neustálé zlepšování jakosti: příručka*. Vyd. 1. Praha: Computer Press, 2001, 244 s. ISBN 80-7226-543-1.
- [8] MSA (Measurement System Analysis) Analýza systému měření - ManagementMania.com. [online]. Copyright © 2011 [cit. 29.04.2017]. Dostupné z: <https://managementmania.com/cs/measurement-system-analysis>

- [9] PLURA, Jiří. Plánování jakosti II. Vyd. 1. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita, 2012, 172 s. ISBN 978-80-248-2588-5.
- [10] Palán, Jaromír. *Analýza systému měření MSA*. Palstat [online]. 08/2005 [cit. 2017-04-29]. Dostupné z: [http://gps.fme.vutbr.cz/STAH\\_INFO/2604\\_PALAN\\_1.pdf](http://gps.fme.vutbr.cz/STAH_INFO/2604_PALAN_1.pdf)
- [11] *Sborník technické harmonizace: Ing. Vladimír Ludvík* Document Moved [online]. Copyright © [cit.29.04.2017]. Dostupné z: [http://www.unmz.cz/sborniky\\_th/sb8/nejistoty.pdf](http://www.unmz.cz/sborniky_th/sb8/nejistoty.pdf)
- [12] *Nejistoty měření: Fakulta Strojní, ČVUT* [online]. [cit. 2017-04-29]. Dostupné z: <http://www1.fs.cvut.cz/cz/u12110/tem/nejistoty/Nejistoty-uvod.pdf>
- [13] *Zdroje nejistot* [online]. [cit.2017-04-29]. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Nejistota\\_m%C4%9B%C5%99en%C3%AD](https://cs.wikipedia.org/wiki/Nejistota_m%C4%9B%C5%99en%C3%AD)
- [14] *Nejistoty měření: Kniha online* [online]. [cit. 2017-04-29]. Dostupné z: <http://docplayer.cz/25322205-Nejistota-mereni-david-milde-2014-definice.html>
- [15] ASYM - analýza systému měření a zdrojů variability dla MSA, analýzy SPC, GRR, ANOVA, metoda srovnávání. Ekosoftware s.r.o., nejen software pro hluk a vibrace [online]. Copyright © [cit. 05.07.2017]. Dostupné z: <https://www.ekosoftware.cz/asym>
- [16] BERÁNEK, Libor. *Strojírenská metrologie: Přednášky*. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní. Praha, 2016. [cit. 2017-07-08].

# SEZNAM PŘÍLOH

- Příloha 1 - Vypočítané hodnoty  $R_i$  pro digitální posuvné měřítko a digitální třmenový mikrometr
- Příloha 2 - Vypočítané hodnoty  $R_i$  pro passametr a délkoměr
- Příloha 3 - Vypočítané hodnoty  $X_i$  pro digitální posuvné měřítko a digitální třmenový mikrometr
- Příloha 4 - Vypočítané hodnoty  $X_i$  pro passametr a délkoměr

## Příloha 1 - Vypočítané hodnoty $R_i$ pro digitální posuvné měřítko a digitální třmenový mikrometr

Vzorek	R <sub>i</sub> [mm]		Vzorek	R <sub>i</sub> [mm]	
	Posuvné měřítko	Mikrometr		Posuvné měřítko	Mikrometr
1.	0,00	0,007	26.	0,00	0,002
2.	0,00	0,016	27.	0,01	0,006
3.	0,01	0,012	28.	0,01	0,009
4.	0,01	0,003	29.	0,00	0,015
5.	0,00	0,015	30.	0,02	0,015
6.	0,00	0,009	31.	0,00	0,011
7.	0,02	0,016	32.	0,00	0,006
8.	0,01	0,008	33.	0,00	0,001
9.	0,01	0,014	34.	0,00	0,008
10.	0,00	0,003	35.	0,00	0,004
11.	0,02	0,004	36.	0,00	0,007
12.	0,01	0,002	37.	0,01	0,013
13.	0,01	0,009	38.	0,01	0,009
14.	0,00	0,006	39.	0,01	0,014
15.	0,02	0,014	40.	0,01	0,007
16.	0,01	0,005	41.	0,00	0,002
17.	0,00	0,003	42.	0,01	0,006
18.	0,01	0,009	43.	0,01	0,011
19.	0,00	0,005	44.	0,01	0,008
20.	0,01	0,005	45.	0,01	0,005
21.	0,00	0,008	46.	0,00	0,009
22.	0,01	0,014	47.	0,01	0,012
23.	0,01	0,012	48.	0,01	0,008
24.	0,01	0,013	49.	0,01	0,009
25.	0,00	0,030	50.	0,03	0,007

## Příloha 2 – Vypočítané hodnoty $R_i$ pro passametr a délkoměr

Vzorek	R <sub>i</sub> [mm]		Vzorek	R <sub>i</sub> [mm]		Vzorek	R <sub>i</sub> [mm]	
	Passametr	Délkoměr		Passametr	Délkoměr		Passametr	Délkoměr
1.	0,000	0,000	21.	0,001	0,005	41.	0,003	0,000
2.	0,001	0,001	22.	0,001	0,003	42.	0,004	0,002
3.	0,000	0,000	23.	0,002	0,002	43.	0,002	0,001
4.	0,001	0,000	24.	0,001	0,000	44.	0,002	0,000
5.	0,000	0,001	25.	0,001	0,003	45.	0,002	0,002
6.	0,002	0,000	26.	0,002	0,000	46.	0,000	0,001
7.	0,001	0,001	27.	0,002	0,000	47.	0,001	0,001
8.	0,001	0,002	28.	0,000	0,002	48.	0,001	0,004
9.	0,001	0,004	29.	0,001	0,001	49.	0,002	0,004
10.	0,001	0,001	30.	0,003	0,003	50.	0,002	0,002
11.	0,001	0,000	31.	0,000	0,002	51.	0,002	0,002
12.	0,001	0,001	32.	0,001	0,003	52.	0,000	0,001
13.	0,001	0,003	33.	0,001	0,003	53.	0,003	0,001
14.	0,001	0,004	34.	0,002	0,002	54.	0,007	0,002
15.	0,003	0,005	35.	0,001	0,000	55.	0,002	0,002
16.	0,003	0,004	36.	0,001	0,001	56.	0,001	0,001
17.	0,003	0,002	37.	0,003	0,003	57.	0,000	0,000
18.	0,003	0,002	38.	0,003	0,002	58.	0,001	0,002
19.	0,003	0,002	39.	0,003	0,004	59.	0,001	0,003
20.	0,002	0,003	40.	0,003	0,003	60.	0,000	0,001

### Příloha 3 – Vypočítané hodnoty $X_i$ pro digitální posuvné měřítko a digitální mikrometr

Vzorek	Xi [mm]		Vzorek	Xi [mm]	
	Posuvné měřítko	Mikrometr		Posuvné měřítko	Mikrometr
1.	16,000	15,9985	26.	16,000	16,0080
2.	16,000	16,0040	27.	16,015	16,0050
3.	15,995	15,9930	28.	15,995	15,9935
4.	15,985	16,0005	29.	15,990	15,9945
5.	15,990	15,9925	30.	15,990	15,9885
6.	15,990	15,9965	31.	16,000	15,9965
7.	16,010	16,0040	32.	15,990	16,0010
8.	15,995	16,0100	33.	16,000	16,0065
9.	16,005	16,0120	34.	16,000	15,9990
10.	16,010	16,0165	35.	16,010	16,0210
11.	16,000	15,9930	36.	16,010	16,0145
12.	16,015	16,0050	37.	15,995	15,9995
13.	15,985	15,9945	38.	15,995	15,9995
14.	16,000	16,0040	39.	16,005	16,0090
15.	16,000	15,9990	40.	15,985	15,9745
16.	16,005	16,0065	41.	15,990	15,9910
17.	16,010	16,0065	42.	15,995	15,9880
18.	16,005	15,9965	43.	15,985	15,9815
19.	16,000	16,0145	44.	15,995	15,9930
20.	15,995	16,0045	45.	15,995	15,9965
21.	15,990	15,9940	46.	15,990	16,0015
22.	15,985	15,9870	47.	15,985	15,9890
23.	16,005	16,0100	48.	15,995	15,9940
24.	16,015	16,0015	49.	15,995	15,9875
25.	16,010	15,9990	50.	15,985	15,9695

## Příloha 4 – Vypočítané hodnoty Xi pro passametr a délkoměr

Vzorek	Xi [mm]		Vzorek	Xi [mm]		Vzorek	Xi [mm]	
	Passametr	Délkoměr		Passametr	Délkoměr		Passametr	Délkoměr
<b>1.</b>	20,0010	20,0090	<b>21.</b>	19,9975	20,0055	<b>41.</b>	19,9995	20,0060
<b>2.</b>	19,9995	20,0075	<b>22.</b>	19,9975	20,0065	<b>42.</b>	19,9970	20,0040
<b>3.</b>	19,9940	20,0000	<b>23.</b>	19,9990	20,0060	<b>43.</b>	19,9980	20,0055
<b>4.</b>	20,0005	20,0080	<b>24.</b>	19,9915	20,0010	<b>44.</b>	20,0000	20,0080
<b>5.</b>	19,9990	20,0065	<b>25.</b>	19,9985	20,0055	<b>45.</b>	19,9980	20,0050
<b>6.</b>	19,9950	20,0020	<b>26.</b>	19,9980	20,0060	<b>46.</b>	19,9970	20,0055
<b>7.</b>	19,9985	20,0075	<b>27.</b>	19,9990	20,0050	<b>47.</b>	19,9975	20,0035
<b>8.</b>	19,9955	20,0020	<b>28.</b>	19,9980	20,0040	<b>48.</b>	19,9975	20,0060
<b>9.</b>	19,9965	20,0050	<b>29.</b>	19,9985	20,0045	<b>49.</b>	19,9970	20,0060
<b>10.</b>	19,9925	20,0005	<b>30.</b>	20,0005	20,0065	<b>50.</b>	19,9970	20,0050
<b>11.</b>	19,9975	20,0030	<b>31.</b>	19,9920	20,0000	<b>51.</b>	20,0000	20,0060
<b>12.</b>	20,0015	20,0085	<b>32.</b>	19,9975	20,0075	<b>52.</b>	19,9990	20,0065
<b>13.</b>	19,9995	20,0075	<b>33.</b>	19,9975	20,0055	<b>53.</b>	19,9975	20,0055
<b>14.</b>	19,9985	20,0070	<b>34.</b>	19,9930	20,0010	<b>54.</b>	19,9955	20,0050
<b>15.</b>	19,9985	20,0055	<b>35.</b>	19,9985	20,0060	<b>55.</b>	19,9990	20,0080
<b>16.</b>	19,9985	20,0050	<b>36.</b>	19,9975	20,0055	<b>56.</b>	19,9985	20,0065
<b>17.</b>	19,9975	20,0050	<b>37.</b>	19,9985	20,0065	<b>57.</b>	19,9940	20,0010
<b>18.</b>	19,9985	20,0070	<b>38.</b>	19,9945	20,0020	<b>58.</b>	20,0015	20,0080
<b>19.</b>	19,9975	20,0050	<b>39.</b>	19,9995	20,0060	<b>59.</b>	19,9985	20,0055
<b>20.</b>	19,9980	20,0055	<b>40.</b>	19,9985	20,0065	<b>60.</b>	19,9980	20,0045