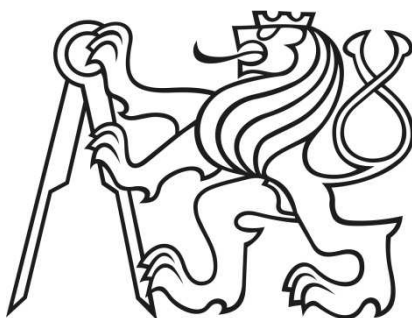


České vysoké učení technické v Praze  
Stavební fakulta  
Experimentální centrum



# **CHOVÁNÍ MONTOVANÉHO PŘEDEPNUTÉHO NOSNÍKU PŘI OHYBOVÉM NAMÁHÁNÍ**

**Bakalářská práce**  
BACHELOR'S THESIS

Jiří Zemánek

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Jan Zatloukal, Ph.D.

Praha 2017



## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

### I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Zemánek Jméno: Jiří Osobní číslo: 412671

Zadávací katedra: K210 - Experimentální centrum

Studijní program: Stavitelství

Studijní obor: Realizace pozemních a inženýrských staveb

### II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce: Chování montovaného předepnutého nosníku při ohybovém namáhání

Název bakalářské práce anglicky: The behavior of the assembled prestressed beam under bending stress

Pokyny pro vypracování:

Nastudovat ohybovou teorii pro předpnuté konstrukční prvky

Vypracovat teoretický model chování předpnutého prvku při ohybu

Provést sérii experimentů pro ověření chování konstrukčního prvku při ohybovém zatížení

Porovnat výsledky teoretické predikce s experimentálními daty

Seznam doporučené literatury:

Navrátil, J.: Předpjaté betonové konstrukce

Jméno vedoucího bakalářské práce: Ing. Jan Zatloukal, Ph.D.

Datum zadání bakalářské práce: 27.2.2017 Termín odevzdání bakalářské práce: 28.05.2017

*Údaj uvedte v souladu s datem v časovém plánu příslušného ak. roku*

Podpis vedoucího práce

Podpis vedoucího katedry

### III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

*Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v bakalářské práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské zvěřejněné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských zvěřejněných prací“.*

Datum převzetí zadání

Podpis studenta(ky)

## **Abstrakt**

Práce je zaměřena na porovnání teoretického modelu průhybové čáry prizmatického prostého nosníku a skutečného tvaru průhybu montovaného předepnutého nosníku. Práce slouží k ověření teoretických předpokladů chování ohýbaného prvku v případě, že se nejedná o homogenní prut, ale je složen ze série dodatečně předepnutých prefabrikovaných dílců.

## **Klíčová slova**

Předpjatý beton, chování předepnutých prvků, prizmatický nosník, mezní přetvoření

## **Abstract**

The thesis is focused on the comparison of the theoretical model of the deflection line of the prismatic plain beam and the actual shape of the deflection of the assembled prestressed beam. The thesis serves to verify the theoretical assumptions of the behavior of the bent element,

That it is not a homogeneous member but is composed of a series of pre-prestressed pre-assembled panels.

## **Keywords**

Pre-stressed concrete, behavior of pre-stressed elements, prismatic beam, limiting strain

---

## ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením Ing. Jana Zatloukala, Ph.D. a s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Praze den 28. května 2017

.....  
Jiří Zemánek

## **Poděkování**

Rád bych poděkoval vedoucímu mé bakalářské práce panu Ing. Janu Zatloukalovi, Ph.D. za vstřícnost, řadu užitečných rad, připomínek a věnovaný čas.

---

---

# Obsah

<b>1. Úvod .....</b>	<b>7</b>
1.1 Cíle práce.....	7
<b>2. Teoretická část .....</b>	<b>8</b>
2.1 Podstata předpjatého betonu.....	8
2.2 Polohy předpínacích sil a napětí – přímá výztuž.....	9
2.3. Chování předepnutých prvků .....	10
2.3.1 Prizmatický nosník se spojitým zatížením.....	10
2.3.2 Prizmatický nosník s osamělým břemenem .....	14
2.3.3 Prizmatický nosník – pouze účinek předpětí.....	18
2.3.4 Prizmatický nosník se spojitým zatížením a účinkem předpětí.....	21
2.3.5 Prizmatický nosník se spojitým zatížením, osamělým břemenem a účinkem předpětí .....	23
2.4 Mezní přetvoření pro ohýbané prvky .....	25
2.5. Materiály .....	26
2.5.1 Beton .....	26
2.5.2 Výztuž .....	26
2.5.3 Předpínací výztuž .....	26
<b>3. Experimentální část .....</b>	<b>29</b>
3.1. Nedestruktivní zkoušení kvality betonu.....	29
3.1.1 Odrazové tvrdoměry.....	29
3.1.2 Ultrazvuková impulsní metoda .....	33
3.2 Objemová hmotnost .....	34
3.3 Dynamický modul pružnosti .....	36
3.4 Momenty setrvačnosti pro průřezy.....	37
3.5 Předpínací síla .....	39
3.6 Měření excentricity .....	39
3.7 Měření průhybu nosníku .....	41
<b>4. Porovnání výsledků.....</b>	<b>44</b>
<b>5. Závěr .....</b>	<b>50</b>

# 1. Úvod

V této práci se budeme zabývat montovaným předepnutým betonovým nosníkem při ohybovém namáhání, jehož chování závisí na mnoha parametrech a okolních vlivech. Proto je nutné správně analyzovat konstrukci a to převážně její chování, a tím předejít následným problémům, které by mohly při nesprávné analýze a predikci vznikat.

Konkrétně budeme zjišťovat a ověřovat, zda se montovaný betonový nosník chová podle teorie, která platí pro prizmatický homogenní nosník a jak se bude konstrukce chovat, když budeme měnit polohu předpínací výztuže a jaké průhyby budou na konstrukci vznikat v určitých místech.

## 1.1 Cíle práce

### 1. Teoretická část

Obsahuje stručný popis vlastností a chování předepjatého betonu, polohy umístění předpětí, vypracování teoretického modelu a predikci chování předepnuté konstrukce při ohybovém namáhání, dále popis použitých materiálů při experimentu a jejich vlastností.

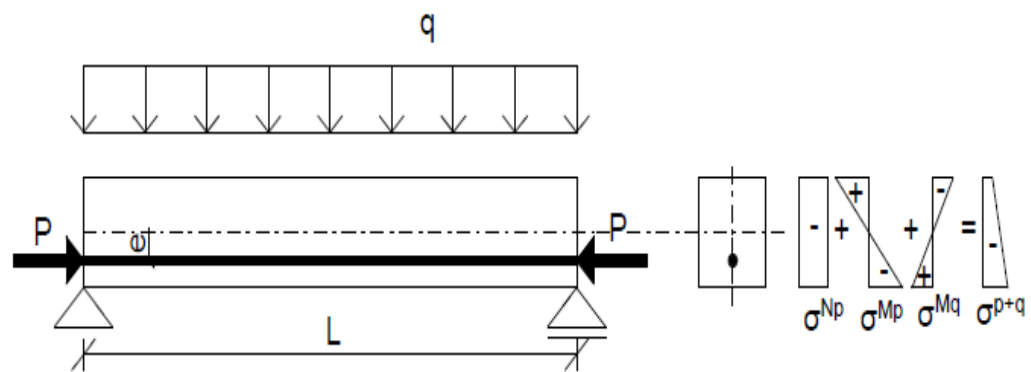
### 2. Experimentální část

V této části se budeme snažit co nejlépe popsat postup experimentu a specifikovat jednotlivá zařízení a vybavení, která budou nezbytná pro práci v laboratoři. V poslední řadě nás bude zajímat vyhodnocení výsledků experimentálních dat a porovnání s teoretickými výpočty.

## 2. Teoretická část

### 2.1 Podstata předepjatého betonu

Celý význam přenosu zatížení železobetonovým prvkem spočívá v tom, že výztuž obsažená v prvku přenáší napětí tahová a beton tlaková. Tato napětí jsou výsledkem působícího vnějšího zatížení. U předepjatého betonu přenáší výztuž také tahová napětí, ale navíc vnáší do betonu i tlaková napětí. Využívají se jako rezervy při přenášení zatížení a díky tomu se využije schopnost betonu přenést velká tlaková napětí. Dále se eliminuje nevýhoda nízké tahové pevnosti. První koncepce předepjatého betonu vznikla zřejmě z myšlenky, že se z předepjatého betonu stává lineárně pružný materiál a to protože vylučujeme křehké porušení v tahu. [1]



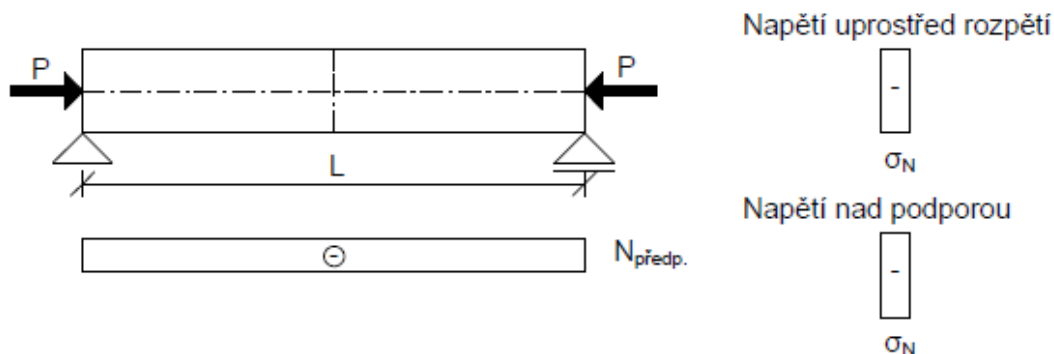
Obr. 1 - Rozložení napětí po mimostředně předepjatém průřezu [1]



## 2.2 Polohy předpínacích sil a napětí – přímá výztuž

### a) Centricky umístěná výztuž

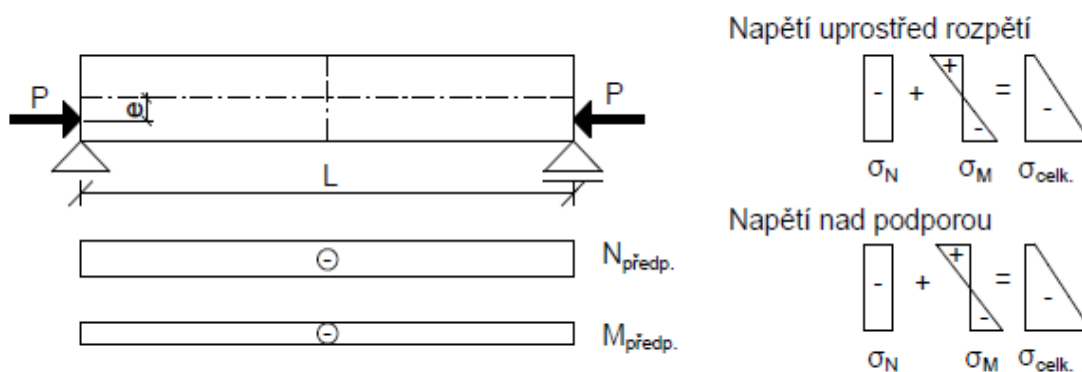
Výztuž se nachází v těžišti průřezu. Působí zde pouze tlak bez ohybového namáhání.



Obr. 2 - Rozložení napětí po centricky předjatém průřezu

### b) Excentricky umístěná výztuž

Výztuž se nachází mimo těžiště. Síla působící na rameni vyvolává moment a ohybové namáhání.



Obr. 3 - Rozložení napětí po excentricky předjatém průřezu

V našem případě nás bude zajímat nosník s excentricky vloženou výztuží.

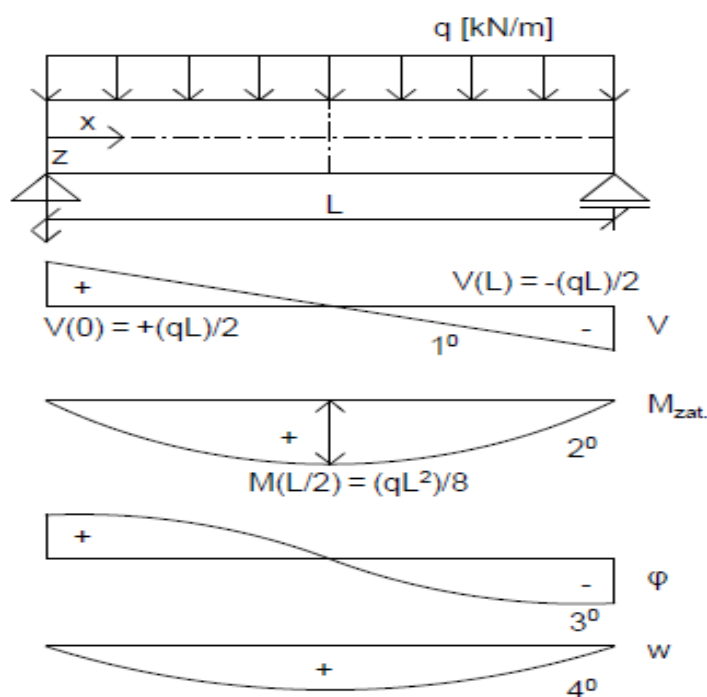
Výpočty budeme provádět pro prostý nosník, na který působí vlastní tíha prvku, síla od předpínací výztuže a osamělé břemeno.

## 2.3. Chování předepnutých prvků

Budeme posuzovat nosník, který je v konstrukci zatížen vlastní tíhou a účinkem vneseného předpětí. Při ohybové zkoušce prvku se používá zatížení osamělým břemenem, proto to také budeme uvažovat v našem výpočtu a bude nás to zajímat.

### 2.3.1 Prismatický nosník se spojitým zatížením

V první řadě si musíme napočítat diferenciální rovnici momentu a průhybové čáry pro prismatický nosník s působením rovnoměrného spojitého zatížení od vlastní tíhy. Pro tento typ nosníku platí průběh momentu a ohybové čáry, který je uveden níže.



Obr. 4 - Průběh posouvající síly, pootočení, momentu a ohybové čáry pro prostý nosník zatížený spojitým zatížením

Dále se budeme zabývat výpočtem diferenciální rovnice momentu a následně průhybové čáry, pro kterou platí vzorec:

$$EIw^{IV}(x) = q(x)$$

$$q(x) = \text{konstanta pro } q_0$$

Postupnou integrací se dostaneme až ke vzorci, který potřebujeme. Celkem budeme integrovat čtyřikrát:

$$EIw'''(x) = -V(x) = qx + C_1$$

$$EIw''(x) = -M(x) = q\frac{x^2}{2} + C_1x + C_2$$

$$EIw'(x) = EI\varphi(x) = q\frac{x^3}{6} + C_1\frac{x^2}{2} + C_2x + C_3$$

$$EIw(x) = q\frac{x^4}{24} + C_1\frac{x^3}{6} + C_2\frac{x^2}{2} + C_3x + C_4$$

Okrajové podmínky, které platí pro nosník:

Pro  $V(x)$  platí:

$$V(0) = \frac{1}{2}qL \quad V(L) = -\frac{1}{2}qL \quad V\left(\frac{L}{2}\right) = 0$$

Pro  $M(x)$  platí:

$$M(0) = 0 \quad M\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{1}{8}qL^2$$

Pro  $\varphi(x)$  platí:

$$\varphi\left(\frac{L}{2}\right) = 0$$

Pro  $w(x)$  platí:

$$w(0) = 0 \quad w(L) = 0$$

Z rovnice  $EIw'''(x) = -V(x) = qx + C_1$  pro podmínku  $V(0) = \frac{1}{2}qL$  můžeme získat integrační konstantu  $c_1$ :

$$V(0) = +\frac{qL}{2} = -q \cdot 0 - c_1$$

Z výrazu vyplývá:

$$c_1 = -\frac{qL}{2}$$

Dosažením  $c_1 = -\frac{qL}{2}$  do rovnice  $EIw''(x) = -M(x) = q\frac{x^2}{2} + C_1x + C_2$  pro podmínku  $M(0) = 0$  zjistíme integrační konstantu  $c_2$ :

$$M(0) = 0 = -q\frac{0^2}{2} - \frac{qL}{2} \cdot 0 - C_2$$

Z výrazu vyplývá:

$$c_2 = 0$$

Do rovnice  $EIw'(x) = EI\varphi(x) = q\frac{x^3}{6} + C_1\frac{x^2}{2} + C_2x + C_3$  dosadíme  $c_1 = -\frac{qL}{2}$

a  $c_2 = 0$  pro podmínku  $\varphi\left(\frac{L}{2}\right) = 0$ :

$$\varphi\left(\frac{L}{2}\right) = 0 = q\frac{\left(\frac{L}{2}\right)^3}{6} - \frac{qL}{2}\frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2}{2} + 0\frac{L}{2} + C_3$$

$$0 = q \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^3}{6} - \frac{qL}{2} \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2}{2} + C_3$$

$$C_3 = -q \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^3}{6} + \frac{qL}{2} \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2}{2}$$

$$C_3 = -q \frac{\frac{L^3}{8}}{6} + \frac{qL}{2} \frac{\frac{L^2}{4}}{2}$$

$$C_3 = -q \frac{L^3}{48} + q \frac{\frac{L^3}{4}}{4}$$

$$C_3 = -q \frac{L^3}{48} + q \frac{L^3}{16}$$

$$C_3 = \frac{qL^3}{24}$$

Nyní víme konstanty  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  a můžeme je dosadit do rovnice  $EIw(x) = q \frac{x^4}{24} +$

$C_1 \frac{x^3}{6} + C_2 \frac{x^2}{2} + C_3 x + C_4$  pro podmínku  $w(0) = 0$  a dopočítat tak konstantu  $c_4$ :

$$w(0) = 0 = q \frac{0^4}{24} - \frac{qL}{2} \frac{0^3}{6} + 0 \frac{0^2}{2} + \frac{qL^3}{24} 0 + C_4$$

Z výrazu vyplývá:

$$c_4 = 0$$

Už víme všechny potřebné koeficienty a můžeme si ověřit správnost výpočtu

tím, že pokud do předpisu  $EIw(x) = q \frac{x^4}{24} + C_1 \frac{x^3}{6} + C_2 \frac{x^2}{2} + C_3 x + C_4$  dosadíme

koeficienty  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  a  $c_4$ :  $EIw(x) = q \frac{x^4}{24} - \frac{qL}{2} \frac{x^3}{6} + 0 \frac{x^2}{2} + \frac{qL^3}{24} x + 0$ , tak by nám

měl vyjít podle principu virtuálních prací stejný výsledek:

$$\frac{1}{EI} \left( q \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^4}{24} - \frac{qL}{2} \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^3}{6} + 0 \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2}{2} + \frac{qL^3}{24} \frac{L}{2} + 0 \right) = \frac{5qL^4}{384EI}$$

Po úpravě dostaneme následující tvar:

$$\frac{1}{EI} \left( q \frac{\frac{L^4}{16}}{24} - \frac{qL}{2} \frac{\frac{L^3}{8}}{6} + \frac{qL^4}{48} \right) = \frac{5qL^4}{384EI}$$

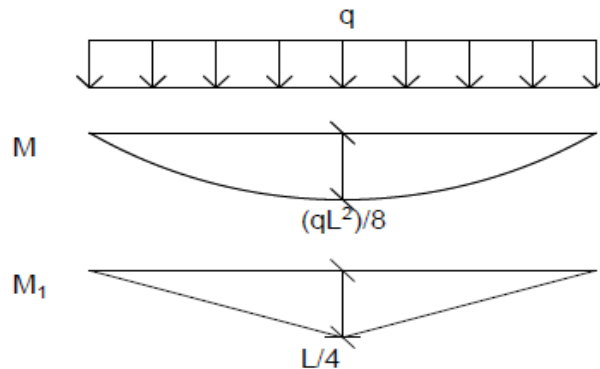
$$\frac{1}{EI} \left( q \frac{L^4}{384} - \frac{qL^4}{96} + \frac{qL^4}{48} \right) = \frac{5qL^4}{384EI}$$

$$\frac{1}{EI} \left( \frac{qL^4}{384} - \frac{4qL^4}{384} + \frac{8qL^4}{384} \right) = \frac{5qL^4}{384EI}$$

Po dalších úpravách se dostaneme postupně k finální úpravě rovnice:

$$\frac{5qL^4}{384EI} = \frac{5qL^4}{384EI}$$

Pomocí principu virtuálních prací:



Obr. 5 – Princip virtuálních prací

Provedeme sčítání ploch podle vzorců:

$$\begin{aligned} \int \frac{MM_1}{EI} &= \frac{5}{12} \frac{MM_1 L}{EI} + \frac{5}{12} \frac{MM_1 L}{EI} = \frac{5}{12} \frac{qL^2 L L}{8 \cdot 4 \cdot 2 EI} + \frac{5}{12} \frac{qL^2 L L}{8 \cdot 4 \cdot 2 EI} = \frac{5qL^4}{768} * 2 = \\ &= \frac{5qL^4}{384EI} \end{aligned}$$

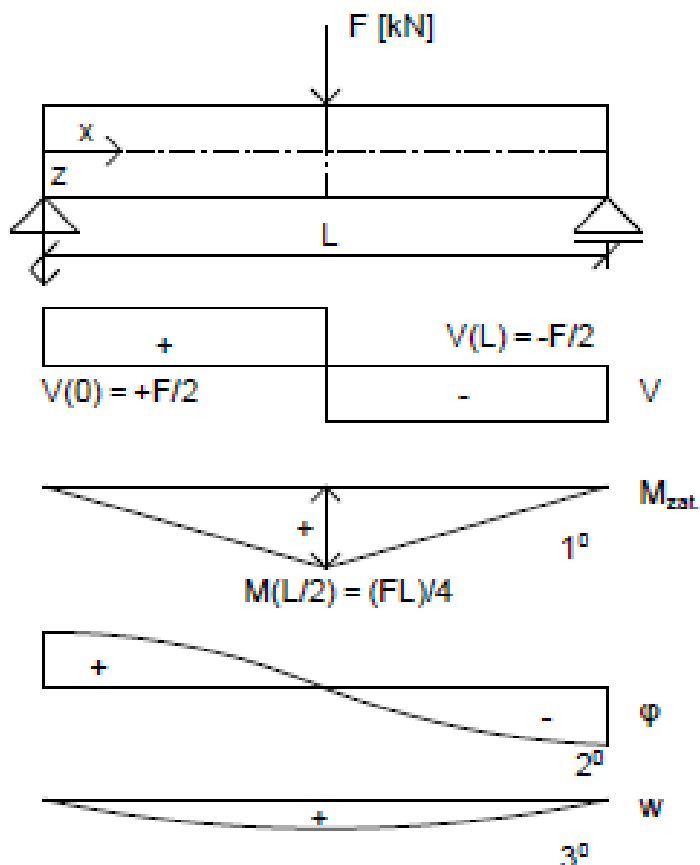
Tímto jsme si ověřili, že jsme výpočet provedli správně:

$$\frac{5qL^4}{384EI} = \frac{5qL^4}{384EI}$$

### 2.3.2 Prismatický nosník s osamělým břemenem

Prostý nosník s osamělým břemenem je matematický model nosníku zatíženého při zatěžovací zkoušce.

V první řadě si musíme napočítat diferenciální rovnici momentu a průhybové čáry pro prismatický nosník s osamělým břemenem bez vlivu předpětí. Pro tento typ nosníku platí průběh momentu a ohybové čáry, který je uveden níže.



Obr. 6 - Průběh posouvající síly, pootočení, momentu a ohybové čáry pro prostý nosník zatížený osamělým břemenem

Dále se budeme zabývat výpočtem diferenciální rovnice momentu a následně průhybové čáry pro polovinu nosníku, protože od poloviny do konce je to jiná funkce. Pro levou část nosníku platí vzorec:

$$EIw^{IV}(x) = F(x)$$

$$F(x) = \text{konstanta pro } F$$

Postupnou integrací se dostaneme až ke vzorci, který potřebujeme. Celkem budeme integrovat čtyři krát:

$$EIw'''(x) = -V(x) = \frac{F}{2}$$

$$EIw''(x) = -M(x) = \frac{F}{2}x + C_1$$

$$EIw'(x) = EI\varphi(x) = F\frac{x^2}{4} + C_1x + C_2$$

$$EIw(x) = F\frac{x^3}{12} + C_1\frac{x^2}{2} + C_2x + C_3$$

Okrajové podmínky, které platí pro nosník:

Pro  $V(x)$  platí:

$$V(0) = +\frac{1}{2}F$$

Pro  $M(x)$  platí:

$$M(0) = 0 \qquad M\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{1}{4}FL$$

Pro  $\varphi(x)$  platí:

$$\varphi\left(\frac{L}{2}\right) = 0$$

Pro  $w(x)$  platí:

$$w(0) = 0$$

Z rovnice  $EIw''(x) = -M(x) = -\frac{F}{2}x - C_1$  pro podmínku  $M(0) = 0$  můžeme získat integrační konstantu  $c_1$ :

$$M(0) = 0 = -\frac{F}{2}0 - c_1$$

Z výrazu vyplývá:

$$\mathbf{c_1 = 0}$$

Dosažením  $c_1 = 0$  do rovnice  $EIw'(x) = EI\varphi(x) = -F\frac{x^2}{4} + C_1x + C_2$  pro podmínku  $\varphi\left(\frac{L}{2}\right) = 0$  zjistíme integrační konstantu  $c_2$ :

$$\varphi\left(\frac{L}{2}\right) = 0 = -F\frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2}{4} + C_1\frac{L}{2} + C_2$$

Z výrazu vyplývá:

$$\mathbf{c_2 = +\frac{FL^2}{16}}$$

Nyní víme konstanty  $c_1$  a  $c_2$  a můžeme je dosadit do rovnice  $EIw(x) = -F\frac{x^3}{12} + C_1\frac{x^2}{2} + C_2x + C_3$  pro podmínku  $w(0) = 0$  a dopočítat tak konstantu  $c_3$ :

$$w(0) = 0 = -F \frac{0^3}{12} + 0 \frac{0^2}{2} + \frac{FL^2}{16} 0 + C_3$$

Z výrazu vyplývá:

$$c_3 = 0$$

Už víme všechny potřebné koeficienty a můžeme si ověřit správnost výpočtu tím, že pokud do předpisu  $EIw(x) = -F \frac{x^3}{12} + C_1 \frac{x^2}{2} + C_2 x + C_3$  dosadíme koeficienty  $c_1$ ,  $c_2$  a  $c_3$ :  $EIw(x) = -F \frac{(\frac{L}{2})^3}{12} + 0 \frac{(\frac{L}{2})^2}{2} + \frac{FL^2 L}{16 \cdot 2} + 0$ , tak by nám měl vyjít podle principu virtuálních prací stejný výsledek:

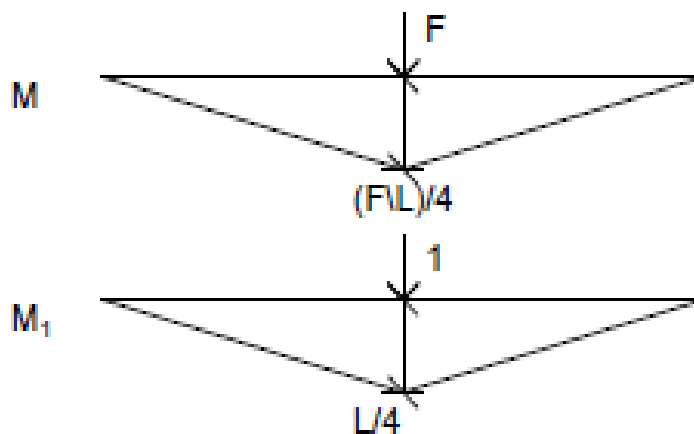
$$\frac{1}{EI} \left( -F \frac{(\frac{L}{2})^3}{12} + 0 \frac{(\frac{L}{2})^2}{2} + \frac{FL^2 L}{16 \cdot 2} + 0 \right) = \frac{FL^3}{48EI}$$

Po úpravě dostaneme následující tvar:

$$\frac{1}{EI} \left( -F \frac{FL^3}{96} + \frac{FL^3}{32} \right) = \frac{FL^3}{48EI}$$

$$\frac{FL^3}{48EI} = \frac{FL^3}{48EI}$$

Pomocí principu virtuálních prací:



Obr. 7 – Princip virtuálních prací



Provedeme sčítání ploch podle vzorců:

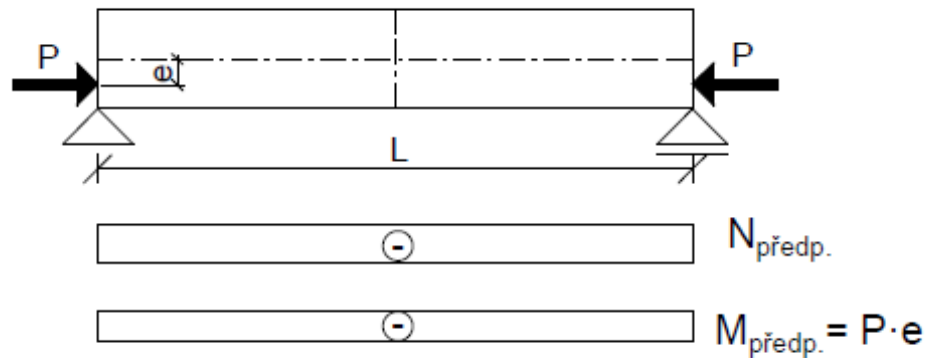
$$\int \frac{MM_1}{EI} = \frac{\frac{1}{3}MM_1 \frac{L}{2} + \frac{1}{3}MM_1 \frac{L}{2}}{EI} = \frac{\frac{1}{3} \frac{FL^2}{4} \frac{L}{2} + \frac{1}{3} \frac{FL^2}{4} \frac{L}{2}}{EI} = \frac{\frac{FL^3}{96} * 2}{EI} = \frac{FL^3}{48EI}$$

Tímto jsme si ověřili, že jsme výpočet provedli správně:

$$\frac{FL^3}{48} = \frac{FL^3}{48}$$

### 2.3.3 Prismatický nosník – pouze účinek předpětí

V tomto případě se budeme zabývat jen předpínací výztuží, která je vložena do nosníku.



Obr. 8 - Průběh normálové síly a momentu pro prostý nosník s účinkem předpětí

Pro výpočet momentu od předpětí, které je vyvoláno výztuží platí diferenciální rovnice:

$$EIw''(x) = -M(x)$$

$$M(x) = \text{konstanta pro } M_0$$

Postupnou integrací se dostaneme až ke vzorci, který potřebujeme. Celkem budeme integrovat dvakrát:

$$EIw''(x) = -M(x) = Pe$$

$$EIw'(x) = EI\varphi(x) = Pex + C_1$$

$$EIw(x) = Pe \frac{x^2}{2} + C_1x + C_2$$

Okrajové podmínky, které platí pro nosník:

Pro  $M(x)$  platí:

$$M(0) = Pe$$

Pro  $\varphi(x)$  platí:

$$\varphi\left(\frac{L}{2}\right) = 0$$

Pro  $w(x)$  platí:

$$w(0) = 0$$

Z rovnice  $EIw'(x) = EI\varphi(x) = Pex + C_1$  pro podmínku  $\varphi\left(\frac{L}{2}\right) = 0$

můžeme získat integrační konstantu  $c_1$ :

$$\varphi\left(\frac{L}{2}\right) = 0 = Pe\frac{L}{2} + c_1$$

Z výrazu vyplývá:

$$c_1 = -\frac{PeL}{2}$$

Dosazením  $c_1 = 0$  do rovnice  $EIw(x) = Pe\frac{x^2}{2} + C_1x + C_2$  pro podmínku  $w(0) = 0$  zjistím integrační konstantu  $c_2$ :

$$w(0) = 0 = Pe\frac{0}{2} - \frac{PeL}{2}0 + C_2$$

Z výrazu vyplývá:

$$c_2 = 0$$

Už víme všechny potřebné koeficienty  $c_1$ ,  $c_2$  a  $c_3$  a můžeme je dosadit do

předpisu  $EIw(x) = Pe\frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2}{2} - \frac{PeL}{2}\frac{L}{2} + 0$  a ověřit, zdali jsme výpočet provedli správně, ověření provedeme pomocí principu virtuálních prací:

$$\frac{1}{EI} \left( Pe\frac{x^2}{2} - \frac{PeL}{2}x + 0 \right) = -\frac{PeL^2}{8EI}$$

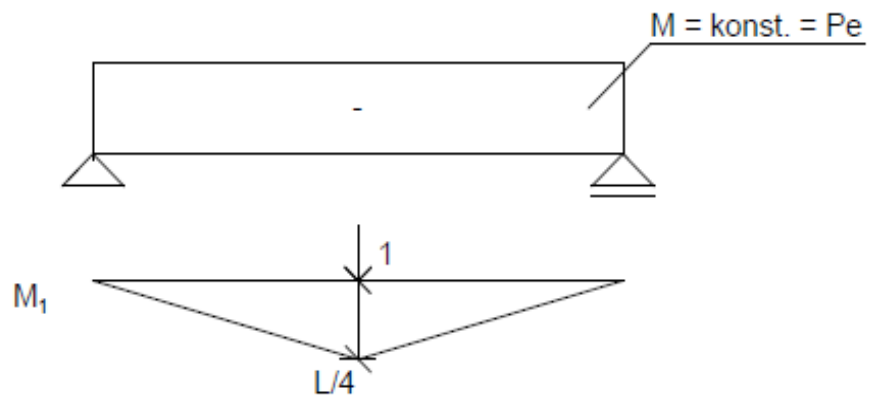
Po úpravě dostaneme následující tvar:

$$\frac{1}{EI} \left( Pe\frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2}{2} - \frac{PeL}{2}\frac{L}{2} \right) = -\frac{PeL^2}{8EI}$$

Tímto jsme ověřili, že jsme výpočet provedli správně:

$$-\frac{PeL^2}{8EI} = -\frac{PeL^2}{8EI}$$

Pomocí principu virtuálních prací:



Obr. 9 – Princip virtuálních prací

Provedeme sčítání ploch podle vzorců:

$$\int \frac{MM_1}{EI} = \frac{\frac{1}{2}MM_1 \frac{L}{2} + \frac{1}{2}MM_1 \frac{L}{2}}{EI} = \frac{\frac{1}{2} \frac{L}{4} Pe \frac{L}{2} + \frac{1}{2} \frac{L}{4} Pe \frac{L}{2}}{EI} = \frac{Pe \frac{L^2}{16} * 2}{EI} = -\frac{PeL^2}{8EI}$$

Tímto jsme si ověřili, že jsme výpočet provedli správně:

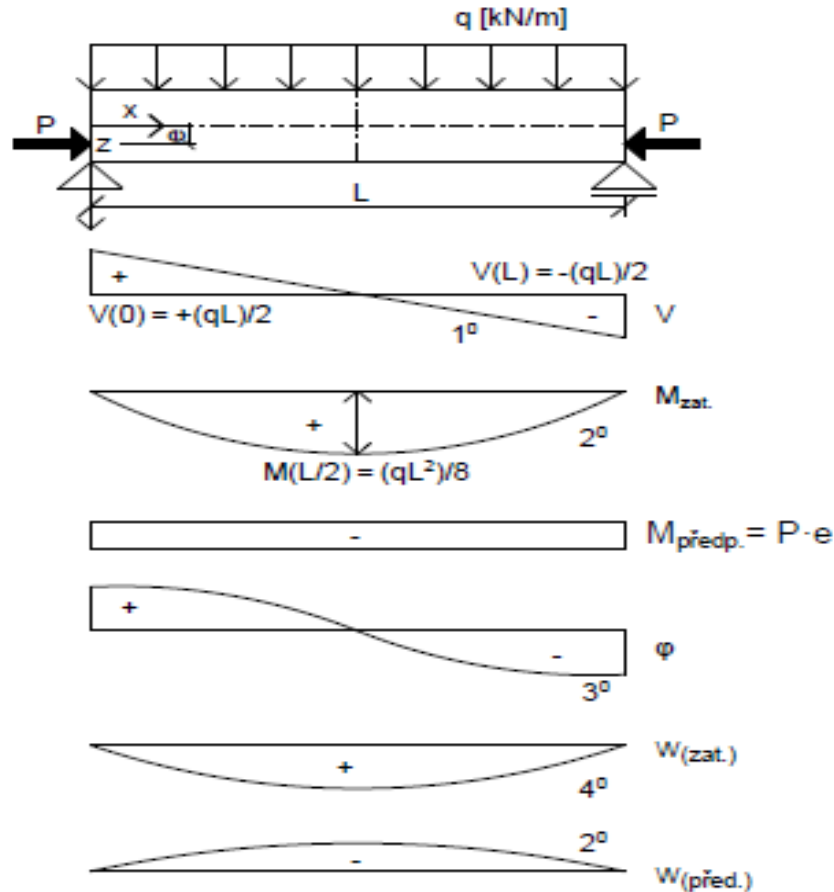
$$-\frac{PeL^2}{8EI} = -\frac{PeL^2}{8EI}$$

Kde:

P [kN] normálová síla od předpětí je tlaková, tedy záporná  
e [m] vzdálenost od střednice nosníku (excentricita)

### 2.3.4 Prismatický nosník se spojitým zatížením a účinkem předpětí

Do nosníku nám už vstupuje jak působení spojitého zatížení od vlastní tíhy tak i účinek předpětí. Stačí nám tedy sečíst jednotlivé výsledné účinky průhybových čar od působení spojitého zatížení a od účinku předpětí.



Obr. 10 - Průběh posouvající síly, pootočení, momentu a ohybové čáry pro prostý nosník zatížený spojitým zatížením a účinkem předpětí

Předpis průhybové čáry od vlastní tíhy je odvozen v kapitole 2.3.1:

$$EIw(x) = q \frac{x^4}{24} + C_1 \frac{x^3}{6} + C_2 \frac{x^2}{2} + C_3 x + C_4$$

Po dosazení integračních konstant máme předpis odvozen v kapitole 2.3.1:

$$EIw(x) = q \frac{x^4}{24} - \frac{qL}{2} \frac{x^3}{6} + 0 \frac{x^2}{2} + \frac{qL^3}{24} x + 0$$

Předpis průhybové čáry od vlivu výztuže je odvozen v kapitole 2.3.3:

$$EIw(x) = Pe \frac{x^2}{2} + C_1x + C_2$$

Po dosazení integračních konstant máme předpis odvozen v kapitole 2.3.3:

$$EIw(x) = Pe \frac{x^2}{2} - \frac{PeL}{2}x + 0$$

Výrazy sečteme:

$$EIw(x) = q \frac{x^4}{24} - \frac{qLx^3}{2 \cdot 6} + 0 \frac{x^2}{2} + \frac{qL^3}{24}x + 0 + Pe \frac{x^2}{2} - \frac{PeL}{2}x + 0$$

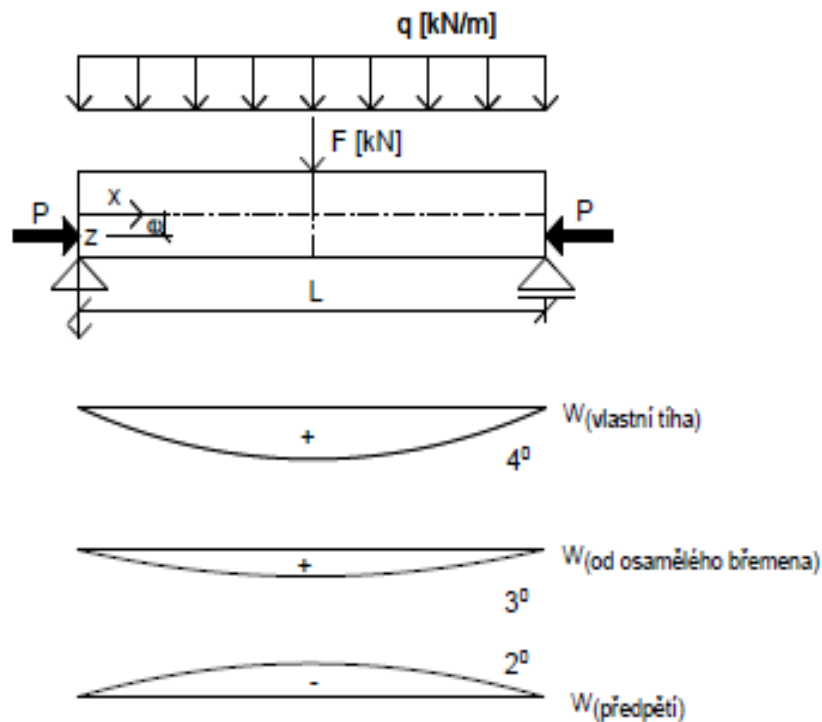
Po úpravě dojdeme ke konečné úpravě výrazu ve tvaru:

$$EIw(x) = q \frac{x^4}{24} - \frac{qLx^3}{12} + \frac{qL^3x}{24} + \frac{Pex^2}{2} - \frac{PexL}{2} \quad (1)$$

Tento výraz bude dále použit při výpočtu průhybové čáry.

### 2.3.5 Prismatický nosník se spojitým zatížením, osamělým břemenem a účinkem předpětí

V této fázi nám do nosníku vstupuje jak působení spojitého zatížení od vlastní tíhy, účinek předpětí tak i osamělé břemeno. Stačí nám tedy sečíst jednotlivé výsledné účinky průhybových čar od působení spojitého zatížení, účinku předpětí a osamělého břemena.



Obr. 11- Průběh ohybové čáry pro prostý nosník zatížený spojitým zatížením, osamělým břemenem a účinkem předpětí

Předpis průhybové čáry od spojitého zatížení a účinku předpětí je odvozen v kapitole 2.3.4:

$$EIw(x) = q \frac{x^4}{24} + C_1 \frac{x^3}{6} + C_2 \frac{x^2}{2} + C_3 x + C_4 + Pe \frac{x^2}{2} + C_1 x + C_2$$

Po dosazení integračních konstant máme výraz odvozen v kapitole 2.3.4:

$$EIw(x) = q \frac{x^4}{24} - \frac{qL}{2} \frac{x^3}{6} + 0 \frac{x^2}{2} + \frac{2qL^3}{48} x + 0 + Pe \frac{x^2}{2} - \frac{PeL}{2} x + 0$$

Předpis průhybové čáry od působení osamělého břemena je odvozen v kapitole 2.3.2:

$$EIw(x) = -F \frac{x^3}{12} + C_1 \frac{x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

Po dosazení integračních konstant máme výraz odvozen v kapitole 2.3.2:

$$EIw(x) = -F \frac{x^3}{12} + 0 \frac{x^2}{2} + \frac{FL^2}{16} x + 0$$

Výrazy sečteme:

$$EIw(x) = q \frac{x^4}{24} - \frac{qL}{2} \frac{x^3}{6} + 0 \frac{x^2}{2} + \frac{2qL^3}{48} x + Pe \frac{x^2}{2} - \frac{PeL}{2} x + F \frac{x^3}{12} + 0 \frac{x^2}{2} + \frac{FL^2}{16} x$$

Po úpravě dojdeme ke konečné úpravě ve tvaru:

$$EIw(x) = q \frac{x^4}{24} - \frac{qLx^3}{12} + \frac{qL^3x}{24} + \frac{Pex^2}{2} - \frac{PeLx}{2} + \frac{Fx^3}{12} + \frac{FL^2x}{16} \quad (2)$$

Tento výraz by se dále využil při výpočtu průhybové čáry, ale kvůli nedostatku času jsme se k tomu nedostali.



## 2.4 Mezní přetvoření pro ohýbané prvky

Použitelnost konstrukce je ovlivňována deformacemi, jako je například posun, pootočení a průhyb. Čím větší deformace, tím větší pocit ohrožení pro osoby v blízkosti účinku. Nenosné konstrukce jako jsou například příčky, obklady, opláštění a omítky dokáží deformace přenést jen do určitého rozsahu.

Při překročení jejich únosnosti dochází k porušení a následnému poškození.

S používáním kvalitnějších materiálů vzrůstá únosnost. A proto je nutné si uvědomit, že je přetvoření konstrukce podmínkou při jejím návrhu (vymezuje ohybová štíhlost). Pro stanovení mezních hodnot přetvoření lze použít doporučených hodnot uvedených v normách, ale někdy může podmínky upravit investor případně objednatel ve smlouvě. Níže uvedené orientační hodnoty průhybů mají zajistit vyhovující funkčnost staveb, a to např. obytných, administrativních nebo veřejných budov.

a) Při požadavcích na vzhled a obecnou použitelnost:

*„Vypočtený průhyb při kvazi stálém zatížení nesmí překročit mezní hodnotu 1/250 rozpětí. Průhyb se stanovuje ke vztahu k podporám.“*

b) Při požadavcích na průhyby po zabudování prvku:

*„Vypočtený průhyb při kvazi stálém zatížení po zabudování prvku nesmí překročit hodnotu 1/500 rozpětí. Nutno kontrolovat pokud je riziko, že průhyby mohou poškodit například příčky, obklady nebo zasklení.“ [3]*

## 2.5 Materiály

V následujících podkapitolách jsou popsány materiály a jejich vlastnosti, případně charakteristiky.

### 2.5.1 Beton

Mezi obyčejný běžný beton řadíme takové betony, jejichž válcová pevnost nepřekračuje 50 MPa a objemovou hmotnost mají v rozmezí od 2000 do 2600 kg/m<sup>3</sup>. V našem experimentu jsme měli čtyři vzorky betonu lišící se pevností, modulem pružnosti a objemovou hmotností.

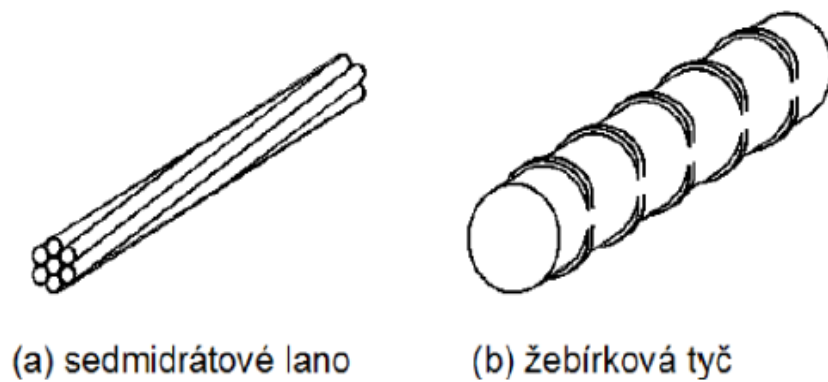
### 2.5.2 Výztuž

V předpjaté betonové konstrukci se za hlavní nosnou výztuž uvažuje předpínací výztuž. Betonářská výztuž se používá v předpjaté betonové konstrukci za prvé jako konstrukční výztuž a za druhé plní často i nosnou funkci. Rozlišujeme předpínací výztuž na soudržnou, kde musí být zajištěn přenos síly z výztuže do betonu po celé její délce a na nesoudržnou, která se kotví pomocí kotevního zařízení. [1]

### 2.5.3 Předpínací výztuž

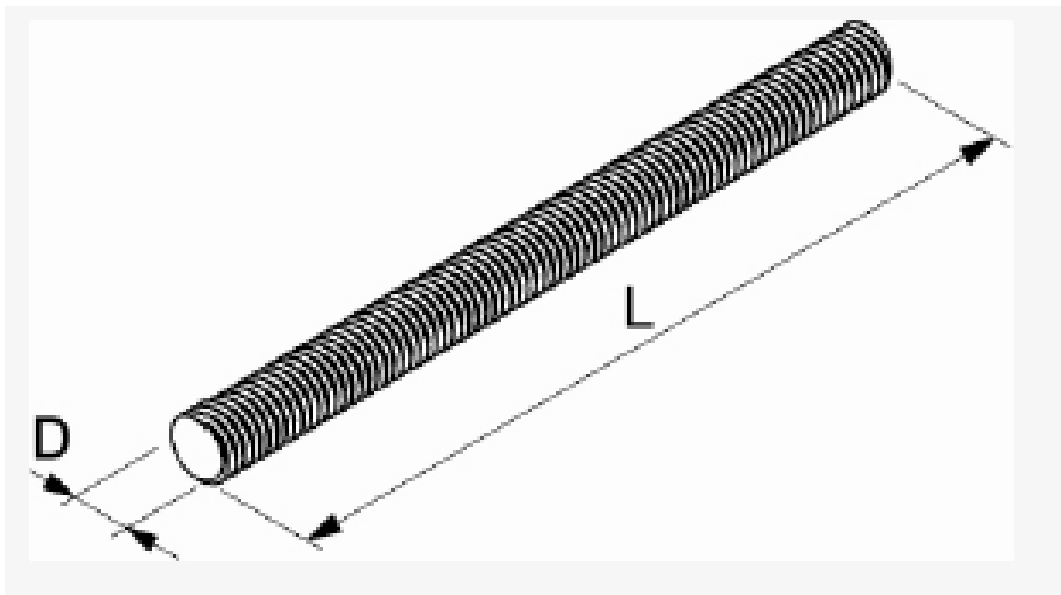
Nejčastěji se používá výztuž z předpínací oceli. Z pohledu chemického složení se jedná o nelegované nebo nízkolegované oceli. Pevnost v tahu, oproti betonářské výztuži, je zvýšena obsahem uhlíku (až o 0,9%). Předpínací výztuž se dělí na patentový drát, předpínací drát, lana a tyče. [1]

- Patentový drát je vyráběn s hladkým povrchem.
- Předpínací drát je vyráběn s hladkým povrchem nebo s povrchovou úpravou (vtisky).
- Předpínací lana jsou vyráběna ze sedmi drátů svinutých dohromady, kde je formou šroubovice ovinuto šest drátů kolem jednoho centrálního.
- Předpínací tyče jsou vyráběny hladké nebo žebříkové. Pro usnadnění kotvení a napojování výztuže vytvářejí žebírka závit.



Obr. 12 - Předpínací výztuž [1]

Pro náš případ byla použita závitová tyč M18 ze závitové ocele třídy pevnosti 8.8. Tento rozměr se těžko shání, ale naštěstí jsme ho měli k dispozici v laboratoři.



Obr. 13 - Závitová tyč [2]

Závitová tyč je vyrobena z oceli s povrchovou úpravou z galvanického zinku. Typ závitů je metrický. Pevnost tyče je 8.8, první číslo znázorňuje mez pevnosti v tahu  $f_u$ , v našem případě je to 800 MPa. Druhé číslo znamená kolik procent z meze pevnosti je smluvní mez kluzu, což je 80% z 800 MPa. A to nám dává mez kluzu pro tuto ocel  $f_y=640$  MPa.

Tab. 2.1 Mechanické vlastnosti ocelových šroubů- závitových tyčí [2]

Mechanické vlastnosti ocelových šroubů - závitových tyčí			
Pevnostní třída	4.6	8.8 (D≤M16)	8.8 (D>M16)
Pevnost v tahu jmen. Rm [N/mm <sup>2</sup> ]	400	800	800
Pevnost v tahu min. Rm [N/mm <sup>2</sup> ]	400	800	830
Dolní mez kluzu jmen. Rel [MPa]	240	-	-
Dolní mez kluzu min. Rel [MPa]	240	-	-
Smluvní mez kluzu jmen. Rp <sub>0,2</sub> [MPa]	-	640	640
Smluvní mez kluzu min. Rp <sub>0,2</sub> [MPa]	-	640	660
Tažnost min. A [%]	22	12	12
Vickers min.-max. HV (F≥98N)	120-250	250-320	255-335
Brinell min.-max. BV (F=30D <sup>2</sup> )	114-238	238-304	242-318
Rockwell min.-max. HRB	67,0-99,5	-	-
Rockwell min.-max. HRC	-	22-32	23-34

Tab. 2.2 Tahové zatížení při mezním stavu použitelnosti [2]

Tahové zatížení při mezním stavu použitelnosti				
průměr závitu D [mm]	třída pevnosti 4.6		třída pevnosti 8.8	
	N <sub>Rk</sub> [kN]	N <sub>Rd</sub> [kN]	N <sub>Rk</sub> [kN]	N <sub>Rd</sub> [kN]
3	1,20	1,00	3,20	2,80
4	2,10	1,80	5,60	4,90
5	3,40	3,00	9,10	7,90
6	4,80	4,20	12,90	11,20
8	8,80	7,70	23,40	20,30
10	13,90	12,10	37,10	32,30
12	20,20	17,60	54,00	47,00
14	27,60	24,00	73,60	64,00
16	37,70	32,80	100,50	87,40
18	46,10	40,10	122,90	106,90
20	58,80	51,10	156,80	136,30
22	72,70	63,20	193,90	168,60
24	84,70	73,70	225,90	196,40
30	134,60	117,00	359,00	312,20
36	196,10	170,50	522,90	454,70
42	269,00	233,90	717,40	623,80
48	353,50	307,40	942,70	819,70

N<sub>Rk</sub> ... charakteristická únosnost v tahu [kN]

N<sub>Rd</sub> ... výpočtová únosnost v tahu [kN] - zahrnuje koeficient bezpečnosti pro ocel SF=1,15

## 3. Experimentální část

V této části práce bylo snahou ověřit výpočty, které byly provedeny v teoretické části. Výpočty byly mezi sebou porovnány a tím se dospělo k závěru, zda se konstrukce montovaného nosníku chová nebo nechová stejně jako prizmatický nosník. Montovaný nosník, na kterém jsme měřili průhyb, se skládal z jednotlivých tvárnic, tyto tvárnice měly v sobě drážku pro uložení předpínací výztuže. Měli jsme k dispozici čtyři různé vzorky betonových tvárnic, lišící se hloubkou drážky a tudíž excentricitou předpětí. Z toho to důvodu jsme měřili jednotlivé rozměry tvárnic.

### 3.1. Nedestruktivní zkoušení kvality betonu

#### 3.1.1 Odrazové tvrdoměry

Pro tyto účely slouží velká škála přístrojů, jako jsou například přístroje digi-Schmidt, kladívko Schmidt NR nebo kladívko silver Schmidt. Z tohoto důvodu je uveden jen přístroj, který byl použit pro naše účely měření tvrdosti betonu a stručně popsán. Výhodou těchto zkoušek oproti destruktivním metodám je, že nepoškozují konstrukci a jsou relativně levné. Na druhou stranu jsou méně přesné a mohou z toho vznikat chyby.

#### Odrazový tvrdoměr silver Schmidt od výrobce Proceq

Zkoušení vlastností betonu, jako je například tvrdost betonu se dá jednoduše zjistit tvrdoměrným kladívkem Schmidt. Použití tohoto kladívka je zřejmě nejrozšířenější metodou nedestruktivního zkoušení betonu na světě. Díky tomuto přístroji lze získat optimální modifikaci podle účelu použití. Každý typ přístroje je vhodný na jiný druh materiálu.

Pro naše účely bylo použito kladívko, které je zachycené na snímku.



*Obr. 14 - Schmidtovo kladívko model N*

### Princip měření:

„Definovanou energií naráží kladívko na beton. Energií odpovídající tvrdosti betonu se odrazí úderník nazpátek. Hodnota odrazu se odečte a přístroj sám vypočte pevnost betonu v tlaku. My jsme použili kladívko modelu N.

Model N:

Rozsah měření od 10 do 70 N/mm<sup>2</sup> pevnosti v tlaku, rázová energie = 2,207 Nm. Hodnota odrazu se odečítá na stupnici.“ [4]

### Pomůcky použité při měření:

- 1) Betonová tvárnice
- 2) Schmidtovo kladívko model N

### Postup měření:

Zkoušený vzorek byl postaven na pevný podklad a třinácti údery jsme provedli měření tvrdosti betonového vzorku. Po třináctém úderu jsme pomocí přístroje vyhodnotili výslednou krychelnou pevnost betonu. Tento postup jsme opakovali pro všechny čtyři druhy vzorků. Betonové tvárnice značené písmenem A měly krychelnou pevnost 37 MPa. Vzorky označené písmenem B a C měly krychelnou pevnost 50 MPa. A poslední skupina vzorků označena písmenem D měla krychelnou pevnost vyšší než ostatní vzorky a to 54,5 MPa. Abychom byli schopni vypočítat modul pružnosti z pevnosti, bylo potřeba vypočítat válcovou pevnost betonu.

Válcová pevnost byla vypočítána z následujícího výrazu:

$$f_{ck} = \frac{f_{cm1}}{1,25}$$

Kde:

$f_{ck}$  [MPa] je pevnost válcová

$f_{cm1}$  [MPa] je pevnost krychelná

Tab. 3.1.1 Vypočtené válcové pevnosti vzorků

Vzorek	A	B	C	D
$f_{ck}$ [MPa]	29,6	40	40	43,6

Pro výpočet modulu pružnosti z pevnosti platí vztah:

$$E_{cm} = 9500 * f_{cm}^{\frac{1}{3}}$$

Kde:

$E_{cm}$  [MPa] je modul pružnosti pro střední hodnotu

$f_{cm}$  [MPa] je střední krychelná hodnota pevnosti

Pro  $f_{cm}$  platí:

$$f_{cm} = f_{ck}[\text{MPa}] + 8$$

*Tab. 3.1.1. Vypočtené střední hodnoty krychelné pevnosti vzorků*

Vzorek	A	B	C	D
$f_{cm}$ [MPa]	37,6	48	48	51,6

*Tab. 3.1.1 Vypočtený modul pružnosti pro střední hodnoty*

Vzorek	A	B	C	D
$E_{cm}$ [GPa]	31,8	34,5	34,5	35,4



### 3.1.2 Ultrazvuková impulsní metoda

Pomocí této metody se dají zjistit vady v materiálu, šíření průchodové rychlosti impulsů materiálem a zjištění nerovnoměrnosti betonu. V našem případě byl použit ultrazvuk od výrobce Proceq znázorněn na snímku.



Obr. 15 - Ultrazvukový přístroj Proceq

#### Princip měření:

Ultrazvuk využívá měření doby mezi vysláním a příjmem mechanického impulsu mezi dvěma body známé vzájemné vzdálenosti, výsledkem je impulsní průchodová rychlost. Jako impuls je využíván krátký zvukový puls o frekvenci vyšší než 20 000Hz, tedy v oblasti ultrazvuku. Tento údaj z měření je nutný pro výpočet Dynamického modulu pružnosti  $E_{dyn}$ .

#### Pomůcky použité při měření:

- 1) Betonová tvárnice
- 2) Ultrazvuk
- 3) Sonogel

### Postup měření:

Změření průchodové impulsní rychlosti je relativně rychlá záležitost. Pro měření vzorků byla použita metoda přímého prozvučení – sondy ultrazvukového přístroje byly přikládány proti sobě na dva protilehlé povrchy zkoušeného tělesa. Než bylo zahájeno samotné měření, bylo nutno nejprve přístroj nakalibrovat a to pomocí kalibračního válečku se známou dobou průchodu ultrazvukového impulsu.

Dále bylo nutno nastavit napětí sondy (nastavení 125 – 250 – 350 – 500 V) a velikost zesílení na přijímači. Pro náš účel stačilo zesílení 100x. Na sondy byla nanesena vrstva sonogelu a sondy byly přiloženy každá z jedné strany zkoušeného vzorku a přístroj byl zapnut. Po dokončení měření se nám na displeji zobrazila impulsní průchodová rychlost  $c_L$ .

Pomocí ultrazvuku byla naměřena impulsní průchodovou rychlost v betonu pro všechny čtyři typy betonových tvárnic.

*Tab. 3.1.2 Naměřené hodnoty impulsní průchodové rychlosti vzorkem*

Vzorek	A	B	C	D
$c_L$ [m/s]	4318	4537	4554	4596

## 3.2 Objemová hmotnost

Abychom byli schopni vypočítat dynamický modul pružnosti, tak je nutné vypočítat objemovou hmotnost jednotlivých betonových tvárnic.

Objemová hmotnost je dána vztahem:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Kde:

$\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] je objemová hmotnost

$m$  [kg] je hmotnost tvárnice

$V$  [m<sup>3</sup>] je objem tvárnice

K výpočtu musíme znát jak hmotnost tvárnic, tak i jejich objem.

Hmotnost byla zjištěna zvážením jednotlivých betonových tvárnic na váze.

Tab. 3.2.1 Naměřené hodnoty hmotností vzorků

Vzorek	A	B	C	D
m[kg]	17,10	17,47	17,67	18,09

Pro výpočet objemu jsme si naměřili všechny potřebné rozměry tvárnic a z nich jsme pak dopočítali objem.

Vnější rozměry tvárnic ( $\check{s}_1 \times v_1 \times d_1$ ) byly pro všechny vzorky tvárnic stejné a to 0,175 x 0,190 x 0,250 m. Rozměry drážky ( $\check{s}_2 \times v_2 \times d_2$ ) pro výztuž jsme uvažovali pro zjednodušení jako pro kvádr. Pro vzorek A to bylo 0,033 x 0,093 x 0,250 m. Pro vzorek B to bylo 0,033 x 0,099 x 0,250 m. Vzorek C měl rozměry 0,033 x 0,086 x 0,250 m a vzorek D měl rozměry 0,033 x 0,095 x 0,250 m.

Vzorec pro výpočet objemu:

$$V = \check{s}_1 * v_1 * d_1 - \check{s}_2 * v_2 * d_2$$

Tab. 3.2.2 Vypočítané hodnoty objemů vzorků

Vzorek	A	B	C	D
V[m <sup>3</sup> ]	0,00755	0,00750	0,00760	0,00762

Už víme všechny potřebné údaje a můžeme vypočítat objemové hmotnosti pro všechny typy tvárnic. Zaokrouhlili jsme na desítky.

Tab. 3.2.2 Vypočítané hodnoty objemových hmotností vzorků

Vzorek	A	B	C	D
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	2270	2330	2330	2370

### 3.3 Dynamický modul pružnosti

Pro výpočet dynamického modulu pružnosti už víme všechny potřebné údaje a můžeme ho tedy vypočítat.

Dynamický modul se vypočítá ze vztahu:

$$E_{dyn} = \rho * c_L^2 * \frac{1}{k^2}$$

Kde:

$E_{dyn}$  [Pa] je dynamický modul pružnosti v tahu

$\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] je objemová hmotnost

$c_L$  [m/s] je impulsní průchodová rychlost

$k^2$  [-] je koeficient rozměrnosti prostředí, pro náš účel je  $k=1$

Tab. 3.2.2 Vypočtené hodnoty dynamického modulu pružnosti v tahu

Vzorek	A	B	C	D
$E_{dyn}$ [GPa]	42	48	48	50

Provedeme porovnání výsledků výpočtů pro  $E_{cm}$  z pevnosti a  $E_{dyn}$ .

Tab. 3.1 Vypočtený modul pružnosti pro střední hodnoty ze zkoušky pevnosti

Vzorek	A	B	C	D
$E_{cm}$ [GPa]	31,8	34,5	34,5	35,4

Je zřejmé vidět, že se nám pevnosti v celku o dost liší. Nyní výsledky zprůměrujeme a to tak, že každý typ vzorku mezi sebou.

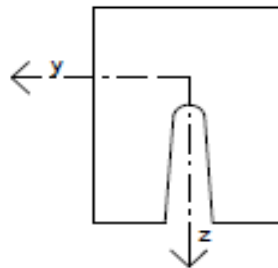
Tab. 3.2.3 Průměr modul pružnosti z pevnosti a dynamického modulu

Vzorek	A	B	C	D
$E_{cm}$ [GPa]	36,9	41,3	41,3	42,7

### 3.4 Momenty setrvačnosti pro průřezy

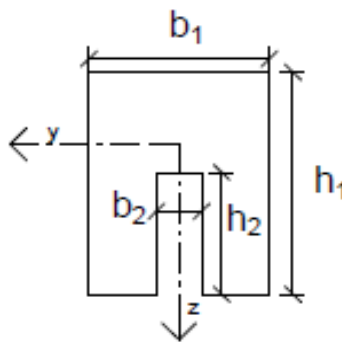
V našem experimentu jsme používali čtyři vzorky betonových tvárnic. Vnější rozměry mají tvárnice stejné, avšak se liší rozměry drážky. Je tedy nutné napočítat momenty setrvačnosti pro jednotlivé tvárnice zvlášť. Naměřené hodnoty jsme zjistili pomocí digitálního měřítka s přesností na 2 setiny milimetru. Z těchto vzorků jsme sestavili nosník s drážkou pro uložení výztuže.

Tvar průřezu betonových tvárnic použitých při experimentu:



Obr. 16 – Oslabený obdélníkový průřez

Pro zjednodušení výpočtu budeme uvažovat vnitřní drážku za obdélníkovou:



Obr. 17 – Zjednodušený oslabený obdélníkový průřez

Vzhledem k tomu, že je prvek symetrický podle osy z a zatížení nám působí svisle na osu y, tak nás bude zajímat jen výpočet momentu setrvačnosti podle osy y.

Moment setrvačnosti podle osy y pro průřez:

$$I_y = \frac{1}{12} * b_1 * h_1^3 + A_1 * (z_1 - z_T)^2 - \left( \frac{1}{12} * b_2 * h_2^3 + A_2 * (z_2 - z_T)^2 \right) \quad [m^4]$$

Kde:

$I_y$	[m <sup>4</sup> ]	je moment setrvačnosti
$b$	[m]	je šířka průřezu obrazce
$h$	[m]	je výška průřezu obrazce
$A$	[m <sup>2</sup> ]	je plocha obrazce
$z_T$	[m]	je těžišťová vzdálenost
$z_{1,2}$	[m]	je vzdálenost těžiště jednotlivých obrazců od celkového těžiště

*Tab. 3.4 Naměřené a vypočítané hodnoty pro výpočet momentu setrvačnosti*

Hodnoty	Vzorek			
	A	B	C	D
$b_1$ [m]	0,175	0,175	0,175	0,175
$h_1$ [m]	0,190	0,190	0,190	0,190
$A_1$ [m <sup>2</sup> ]	0,033	0,033	0,033	0,033
$b_2$ [m]	0,033	0,033	0,033	0,033
$h_2$ [m]	0,093	0,099	0,086	0,095
$A_2$ [m <sup>2</sup> ]	0,0031	0,0033	0,0028	0,0031
$z_t$ [m]	0,090	0,089	0,090	0,091
$z_1$ [m]	0,095	0,095	0,095	0,095
$z_2$ [m]	0,143	0,140	0,147	0,143
$I_y$ [m <sup>4</sup> ]	$8,993 \cdot 10^{-5}$	$8,996 \cdot 10^{-5}$	$9,001 \cdot 10^{-5}$	$8,981 \cdot 10^{-5}$

### 3.5 Předpínací síla

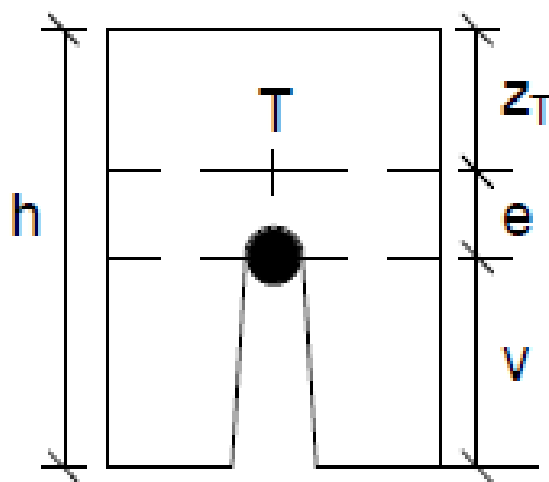
Chtěli jsme původně měřit sílu ve výztuži siloměrem, ale bohužel se siloměr nepodařilo zprovoznit, a tak jsme měřili jen utahovací moment ( $M_p$ ) na matici. K tomu, abychom mohli utahovací moment převést na osovou sílu ( $P$ ) ve výztuži, nám pomohla tabulka pro převod mezi utahovacím momentem a osovou silou.

Tab. 3.5 Délka nosníku, utahovací moment, osová síla

Délka [m]		Moment $M_p$ [Nm]			
		50	100	150	200
1,75	Osová síla $P$ [kN]	4	19,7	35,3	49,9

### 3.6 Měření excentricity

Hodnoty byly naměřeny pomocí digitálního posuvného měřítka na každém vzorku zvlášť, protože každý vzorek měl jinou hloubku drážky. Získané údaje jsou uvedeny v tabulce níže.



Obr. 18 – Oslabený obdélníkový průřez s výztuží

Tab. 3.6 Naměřené a vypočítané hodnoty seřazeny podle excentricity

Hodnoty	Vzorek			
	B	D	A	C
Výška prvku h [mm]	190,00	190,00	190,00	190,00
Těžiště $z_t$ [mm]	89,00	91,00	90,00	90,00
Hloubka drážky [mm]	99,00	95,00	93,00	86,00
Průměr závitové tyče [mm]	17,70	17,70	17,70	17,70
Výška v [mm]	90,15	86,15	84,15	77,15
Excentricita e [mm]	10,85	12,85	15,85	22,85

Pozn.:

$$v = \text{hloubka drážky} - \frac{1}{2} * (\text{průměr závitové tyče})$$

$$e = h - z_T - v$$



### 3.7 Měření průhybu nosníku

Pro měření průhybu nosníku byla v laboratoři použita měřicí ústředna Dewetron a tři induktivní snímače dráhy typu W5TK. Každý snímač byl umístěn v jiných vzdálenostech. Byly měřeny průhyby v  $1/2$  rozpětí,  $1/3$  rozpětí a v  $1/4$  rozpětí. Rozpětí nosníku bylo 1,6 m. Snímače byly umístěny na daná místa a byly naměřeny průhyby od různých utahovacích momentových zatížení v závitové tyči. Závitová tyč byla vložena do drážky v betonových tvárnících a pomocí podložek, matic a momentového klíče byla postupně utahována na požadované hodnoty. Konkrétně bylo zvoleno momentové zatížení 50 Nm, 100 Nm, 150 Nm a 200 Nm. Při dosažení 50 Nm byl průhyb nosníku tárován, protože se jedná o pružné chování. Měření bylo provedeno celkem čtyřikrát, protože k dispozici byly čtyři vzorky betonových tvárníc a z nich byly poskládány čtyři typy nosníků. Naměřené průhyby jsou zapsány v následující tabulce.

*Tab. 3.7.1 Naměřené hodnoty průhybů pro rozpětí 1,60 m pro nosník délky 1,75 m při různých momentech zatížení pro nosník označený písmenem A*

Utahovací moment [Nm]	Průhyby pro jednotlivé rozpětí [mm]		
	$\frac{1}{2}L$	$\frac{1}{3}L$	$\frac{1}{4}L$
50	0	0	0
100	-0,11	-0,10	0
150	-0,16	-0,15	N/A
200	-0,22	-0,19	N/A

U vzorku A v  $\frac{1}{4}$  rozpětí došlo při měření k posunutí snímače, takže při utahovacím momentu 150 Nm a 200 Nm nenaměřil žádné hodnoty.

Tab. 3.7.2 Naměřené hodnoty průhybů pro rozpětí 1,60 m pro nosník délky 1,75 m při různých momentech zatížení pro nosník označená písmenem B

Utahovací moment [Nm]	Průhyby pro jednotlivé rozpětí [mm]		
	$\frac{1}{2}L$	$\frac{1}{3}L$	$\frac{1}{4}L$
50	0	0	0
100	0	0	0
150	-0,06	-0,08	-0,02
200	-0,11	-0,10	-0,03

Tab. 3.7.3 Naměřené hodnoty průhybů pro rozpětí 1,60 m pro nosník délky 1,75 m při různých momentech zatížení pro nosník označená písmenem C

Utahovací moment [Nm]	Průhyby pro jednotlivé rozpětí [mm]		
	$\frac{1}{2}L$	$\frac{1}{3}L$	$\frac{1}{4}L$
50	0	0	0
100	-0,09	-0,08	-0,05
150	-0,15	-0,15	-0,10
200	-0,17	-0,16	-0,15

Tab. 3.7.4 Naměřené hodnoty průhybů pro rozpětí 1,60 m pro nosník délky 1,75 m při různých momentech zatížení pro nosník označená písmenem D

Utahovací moment [Nm]	Průhyby pro jednotlivé rozpětí [mm]		
	$\frac{1}{2}L$	$\frac{1}{3}L$	$\frac{1}{4}L$
50	0	0	0
100	-0,11	-0,08	-0,08
150	-0,21	-0,14	-0,15
200	-0,31	-0,24	-0,24

## Chování montovaného předepnutého nosníku při ohybovém namáhání

---

Vztah mezi osovou silou ve výztuži a utahovacím momentem byl naměřen v minulosti pomocí kroužkového siloměru a nyní využíváme informace z předchozích měření.

*Tab. 3.5.5 Délka nosníku, utahovací moment, osová síla ve výztuži*

Délka [m]		Moment [Nm]			
		50	100	150	200
1,75	F [kN]	4	19,7	35,3	49,9

## 4. Porovnání výsledků

Z důvodu časové tísně jsme experiment prováděli jen s vlastní tíhou prvku nikoliv i s osamělým břemenem. Výpočty jsou jen pro stav zatížení od vlastní tíhy a vlivu předpětí.

Než začneme porovnávat teoretické výpočty se skutečným experimentem, tak musíme vypočítat spojité zatížení od vlastní tíhy. Víme-li objemové hmotnosti vzorků, jejich plochu a tíhové zrychlení, tak můžeme dopočítat vlastní tíhu prvku.

Vzorec pro výpočet:

$$q = S * \rho * a_g$$

Kde:

S	[m <sup>2</sup> ]	je plocha průřezu
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	je objemová hmotnost
$a_g$	[m/s <sup>2</sup> ]	je tíhové zrychlení

Tab. 4.1 Vypočítané hodnoty z měření

Hodnota	Vzorek			
	A	B	C	D
S [m <sup>2</sup> ]	0,030	0,027	0,024	0,021
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	2270	2330	2330	2370
$a_g$ [m/s <sup>2</sup> ]	9,81	9,81	9,81	9,81
<b>q [kN/m]</b>	<b>0,668</b>	<b>0,617</b>	<b>0,548</b>	<b>0,488</b>

Když už víme zatížení od vlastní tíhy, tak můžeme vypočítat průhyb nosníku pro teoretické hodnoty, které platí pro homogenní nosník a hodnoty, které byly naměřené v laboratoři pro montovaný předepnutý nosník. Hodnoty jsou uvedené v tabulce.

Pro výpočet průhybů podle teoretických výpočtů dosadíme do vzorce (1) ze str. 21

Vzorec pro výpočet je:

$$EIw(x) = q \frac{x^4}{24} - \frac{qLx^3}{12} + \frac{qL^3x}{24} + \frac{Pex^2}{2} - \frac{PexL}{2}$$

Záporné hodnoty průhybu vznikaly na nosníku působením předpětí, které zdvihalo nosník. Kladné hodnoty průhybu byly naopak směrem dolů.

Tab. 4.1.1 Teoretické hodnoty pro nosník složený ze vzorků A

Osová síla P[kN]	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{3}$	$\frac{L}{4}$
4	0,0111	0,0095	0,0077
19,7	-0,0129	-0,0118	-0,0103
35,3	-0,0368	-0,0330	-0,0282
49,9	-0,0591	-0,0529	-0,0450

Tab. 4.1.2 Teoretické hodnoty pro nosník složený ze vzorků B

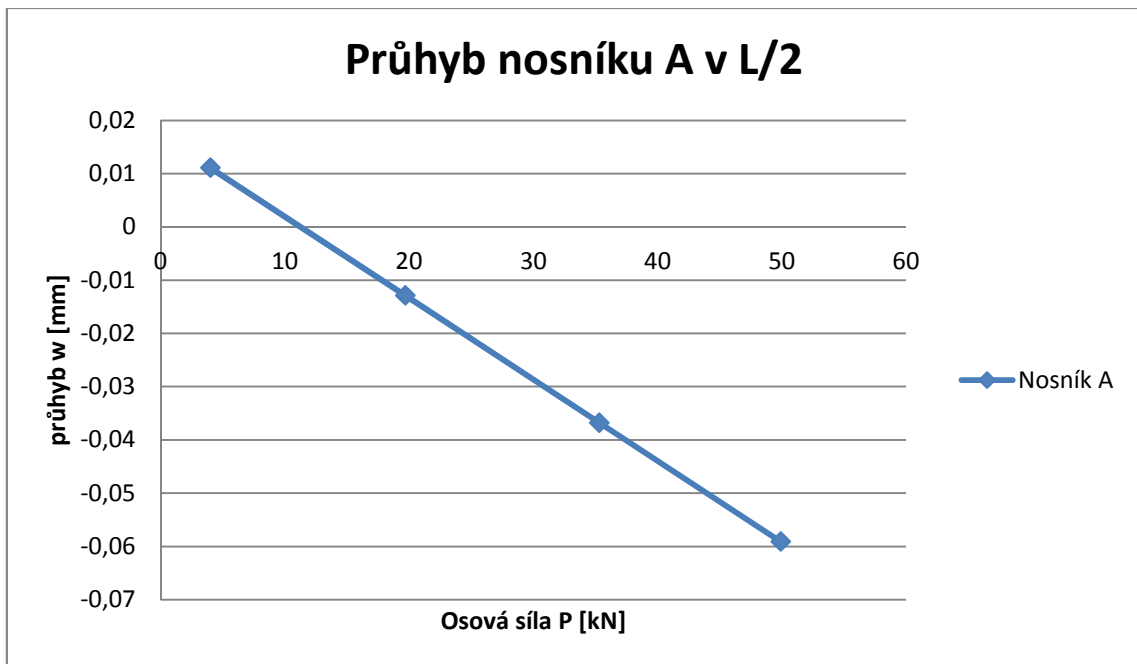
Osová síla P[kN]	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{3}$	$\frac{L}{4}$
4	0,0104	0,0090	0,0073
19,7	-0,0042	-0,0041	-0,0037
35,3	-0,0188	-0,0170	-0,0147
49,9	-0,0325	-0,0292	-0,0250

Tab. 4.1.3 Teoretické hodnoty pro nosník složený ze vzorků C

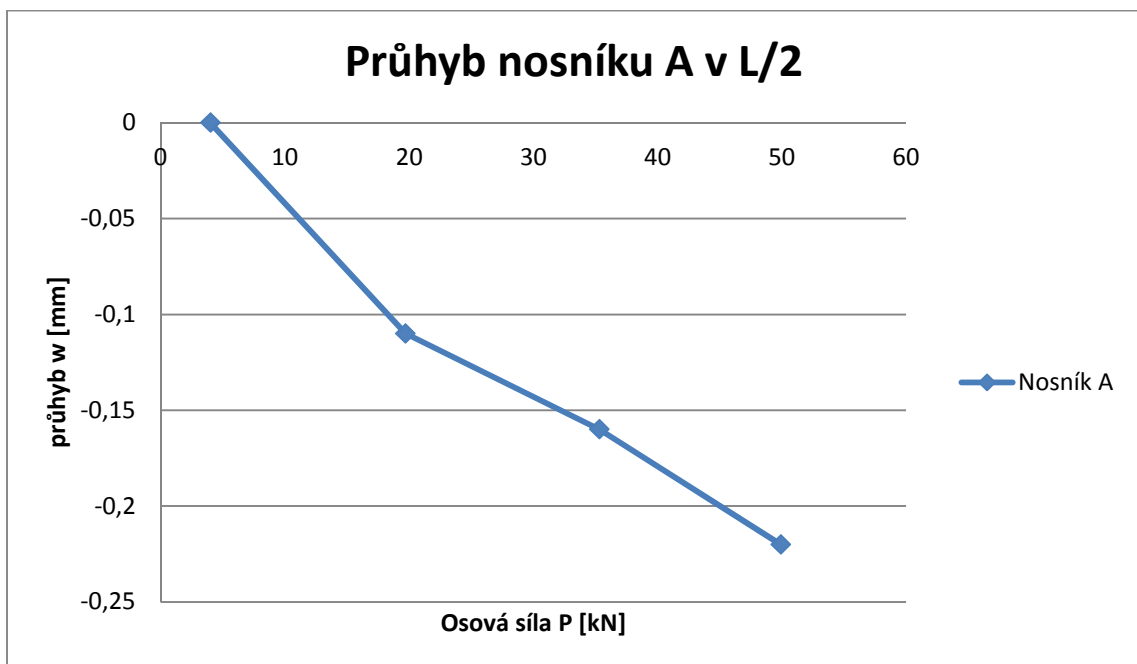
Osová síla P[kN]	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{3}$	$\frac{L}{4}$
4	0,0047	0,0039	0,0031
19,7	-0,0262	-0,0235	-0,0201
35,3	-0,0569	-0,0508	-0,0432
49,9	-0,0856	-0,0764	-0,0647

Tab. 4.1.4 Teoretické hodnoty pro nosník složený ze vzorků D

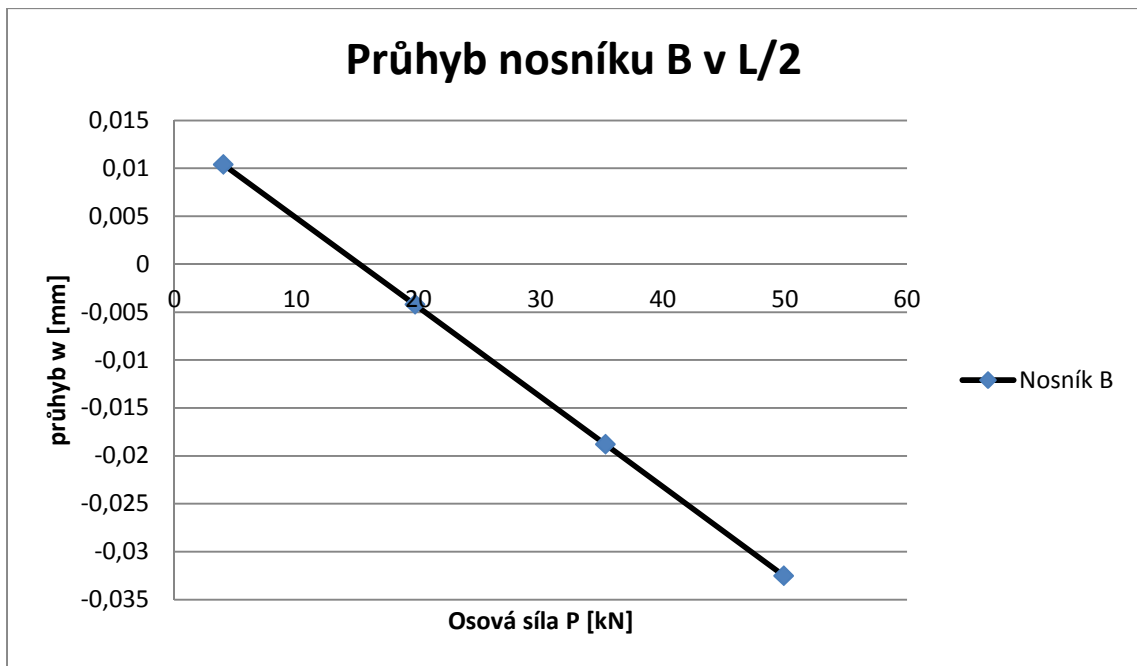
Osová síla P[kN]	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{3}$	$\frac{L}{4}$
4	0,0066	0,0056	0,0045
19,7	-0,0103	-0,0093	-0,0081
35,3	-0,0270	-0,0242	-0,0207
49,9	-0,0426	-0,0381	-0,0324



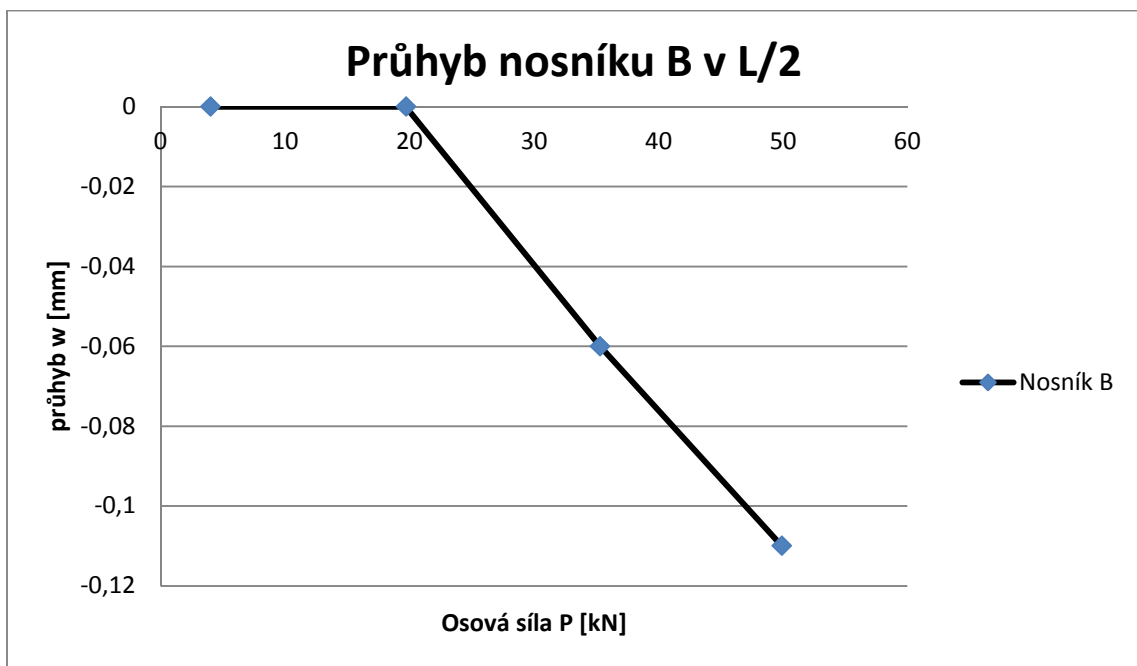
Obr. 19 – Graf průhybu nosníku A v L/2 podle teorie



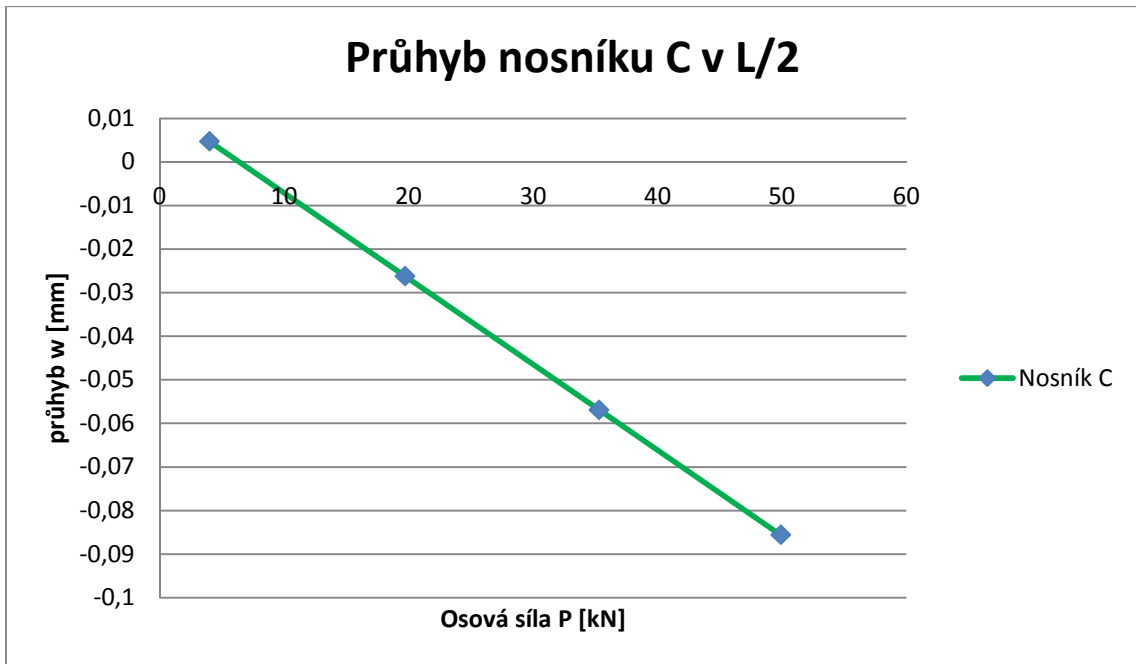
Obr. 20 – Graf průhybu nosníku A v L/2 pro naměřené hodnoty



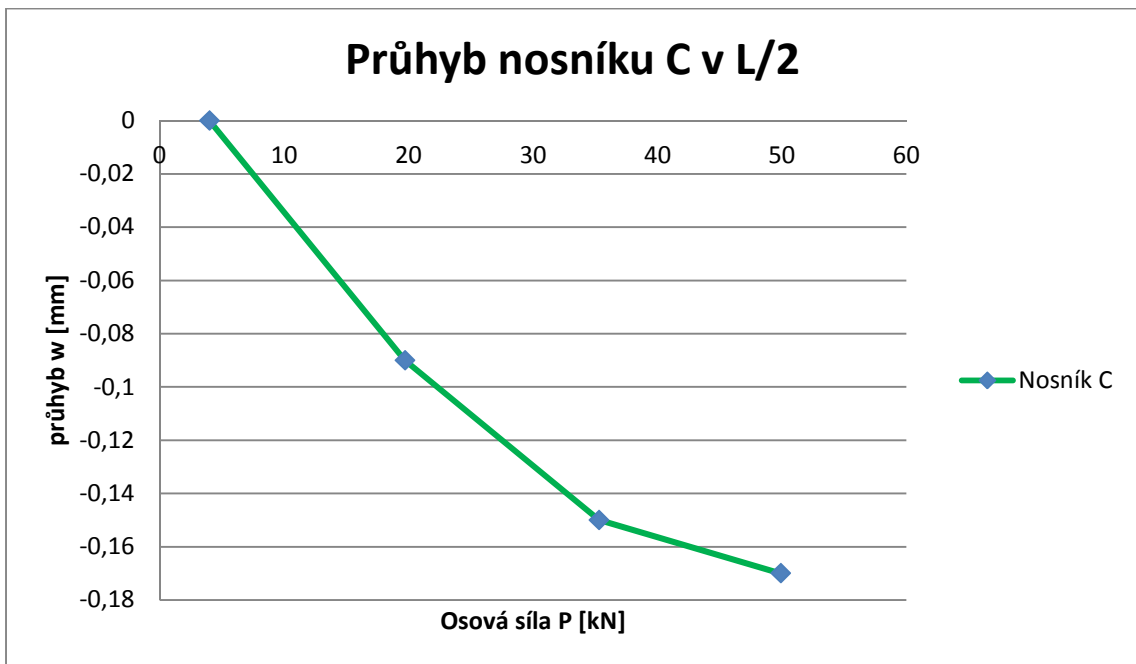
Obr. 21 – Graf průhybu nosníku B v L/2 podle teorie



Obr. 22 – Graf průhybu nosníku B v L/2 pro naměřené hodnoty

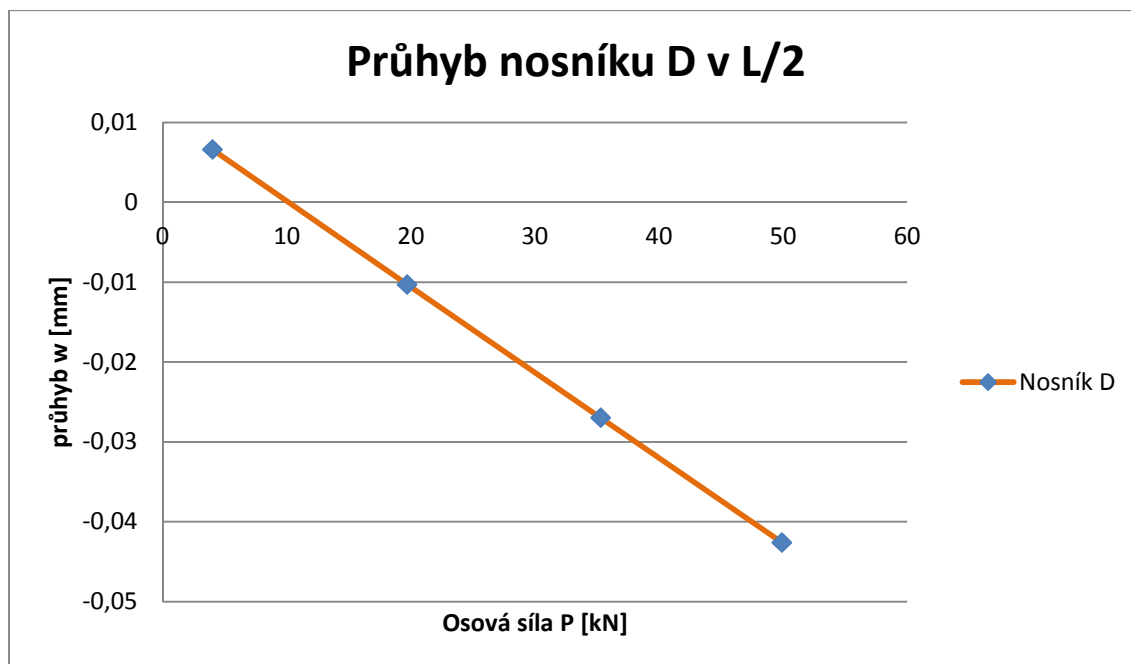


Obr. 23 – Graf průhybu nosníku C v L/2 podle teorie

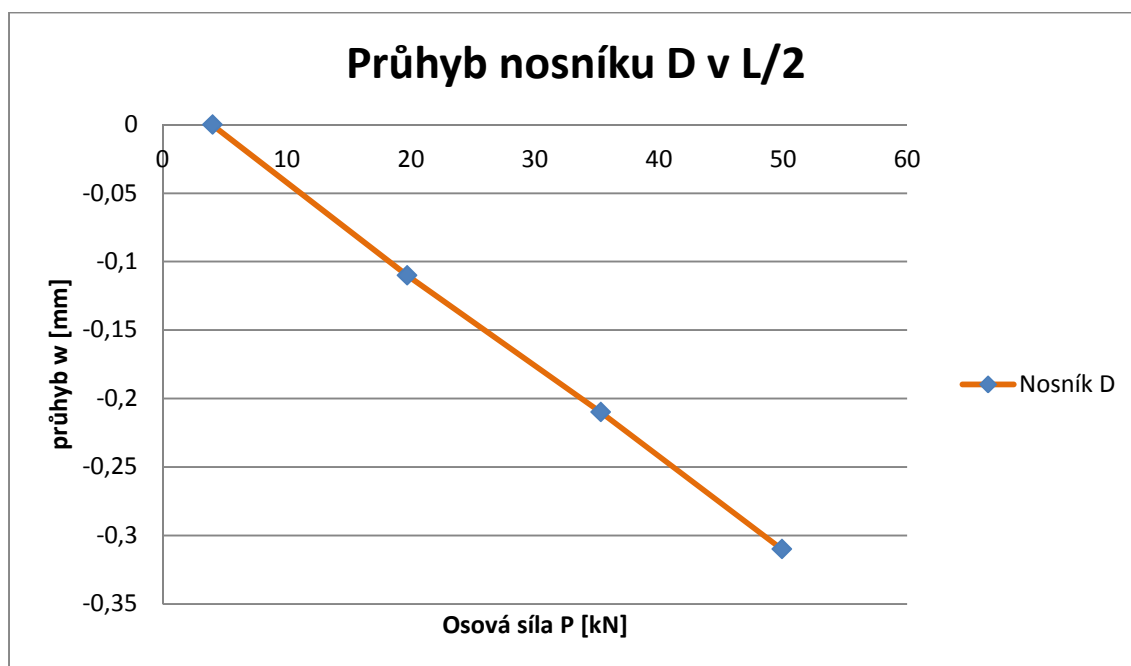


Obr. 24 – Graf průhybu nosníku C v L/2 pro naměřené hodnoty





Obr. 25 – Graf průhybu nosníku D v L/2 podle teorie



Obr. 26 – Graf průhybu nosníku D v L/2 pro naměřené hodnoty

## 5. Závěr

V této bakalářské práci jsme se zabývali posouzením teoretického modelu prizmatického homogenního nosníku s montovaným předepnutým nosníkem a došli jsme k závěru, že teorii, kterou jsme napočítali a uvažovali pro prizmatický nosník, nelze použít pro montovaný nosník, protože průhyby jsou desetkrát větší, než platí pro homogenní prvek.

Montovaný nosník se chová odlišným způsobem, než prizmatický homogenní nosník. Toto odlišné chování by mohlo způsobovat například dotlačování čelních ploch jednotlivých tvárnic a tudíž i pootočení průřezů v místech kontaktu dvou na sebe tlačících čelních ploch. Ověření výsledků jsme provedli v kapitole čtyři. Chtěli jsme ještě řešit, jak by se nosník choval, kdybychom ho zatížili osamělým břemenem, ale kvůli nedostatku času jsme se k tomu nedostali, ale předpokládáme to v budoucnu.

## Použité informační zdroje

[1] Navrátil, Jaroslav. Předpjaté betonové konstrukce. Vyd. 2. Brno: Akademické nakladatelství CERM. 2008, 186s. ISBN 978-80-7204-561-7.

[2] Mechanické vlastnosti ocelových šroubů - závitových tyčí. In: Metalfix [online]. PROFIWH-METALFIX 2007. [vid. 27. 04. 2007]. Dostupné z: [http://www.metalfix.cz/files/6010\\_zavitova\\_tyc.pdf](http://www.metalfix.cz/files/6010_zavitova_tyc.pdf)

[3] Laníková, Ivana. Předpjatý beton [přednáška]. In: Vysoké učení technické v Brně [online]. Brno: ČVUT v Brně 2012. [vid. 04. 04, 2012]. Dostupné z: [www.fce.vutbr.cz/BZK/lanikova.i/CL01\\_prednaska\\_12.pdf](http://www.fce.vutbr.cz/BZK/lanikova.i/CL01_prednaska_12.pdf)

[4] Přístroje ke zkoušení tvrdosti betonu. In: Unimetra [online]. UNIMETRA, spol. s r.o. 1998. [vid. 31. 08. 1998]. Dostupné z: [http://www.unimetra.cz/soubory\\_materialy/135\\_1.pdf](http://www.unimetra.cz/soubory_materialy/135_1.pdf)