

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta strojní – Ústav přístrojové a řídicí techniky



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Návrh aplikace s implementací algoritmu kalibrace

MEMS magnetometru

Michal Kuchař

2017

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Kuchař** Jméno: **Michal** Osobní číslo: **419774**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávací katedra/ústav: **Ústav přístrojové a řídicí techniky**
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**
Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Návrh aplikace s implementací algoritmu kalibrace MEMS magnetometru

Název bakalářské práce anglicky:

Design of application with implemented calibration algorithm for the MEMS magnetometer

Pokyny pro vypracování:

- 1) vypracovat rešerši na téma metody měření zemského magnetického pole a jeho využití pro navigační systémy
- 2) vypracovat rešerši na téma MEMS magnetometry a jejich kalibrace
- 3) navrhnout vhodný algoritmus kalibrace MEMS magnetometru
- 4) vytvořit rozhraní pro kalibraci zvoleného MEMS senzoru
- 5) shrnout získané poznatky

Seznam doporučené literatury:

RENAUDIN, Valérie; AFZAL, Muhammad Haris; LACHAPELLE, Gérard. Complete triaxis magnetometer calibration in the magnetic domain. Journal of sensors, 2010, 2010.
CAMPS, Frédéric; HARASSE, Sébastien; MONIN, André. Numerical calibration for 3-axis accelerometers and magnetometers. In: Electro/Information Technology, 2009. eit'09. IEEE International Conference on. IEEE, 2009. p. 217-221.
WAHDAN, Ahmed, et al. Magnetometer calibration for portable navigation devices in vehicles using a fast and autonomous technique. Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on, 2014, 15.5: 2347-2352.
WANG, Jau-Hsiung; GAO, Yang. A new magnetic compass calibration algorithm using neural networks. Measurement Science and Technology, 2005, 17.1: 153.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

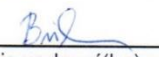
Ing. Jaroslav Bušek, U12110.3


Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **19.04.2017**

Termín odevzdání bakalářské práce: **16.06.2017**

Platnost zadání bakalářské práce: _____


Podpis vedoucí(ho) práce


Podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

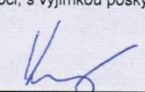
Podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

26.4.2017

Datum převzetí zadání


Podpis studenta

Anotační list

- Jméno autora:** Michal Kuchař
- Název bakalářské práce:** Návrh aplikace s implementací algoritmu kalibrace MEMS magnetometru
- Anglický název:** Design of application with implemented calibration algorithm for the MEMS magnetometer
- Rok:** 2017
- Studijní program:** Teoretický základ strojního inženýrství
- Ústav:** Ústav přístrojové a řídicí techniky
- Vedoucí bakalářské práce:** Ing. Jaroslav Bušek
- Konzultant:** Ing. Petr Homolka
- Bibliografické údaje:** Počet stran: 38
Počet obrázků: 26
Počet tabulek: 3
Počet příloh: 1
- Klíčová slova:** Magnetické pole Země, MEMS magnetometr, nelineární metoda nejmenších čtverců, Levenberg–Marquardtův algoritmus, kalibrace magnetometrů,
- Keywords:** Geomagnetic field, MEMS magnetometer, non-linear least squares method, Levenberg–Marquardt algorithm, calibration of magnetometers
- Anotace:** Bakalářská práce se zabývá magnetickým polem Země a jeho využitím pro navigaci. Jsou rozebrány metody měření magnetického pole a problematika kalibrace naměřených dat z MEMS magnetometru zatížených polem magneticky měkkých materiálů i polem magneticky tvrdých materiálů. První rozebranou metodou je řešení nelineární metody nejmenších čtverců pomocí Levenberg–Marquardtova algoritmu a následuje metoda zjednodušená. Výsledný algoritmus je implementován do uživatelského prostředí.
- Abstract:** The bachelor thesis deals with the geomagnetic field and its use for navigation. Then the methods of measuring of the geomagnetic field and the calibration of measured data by the MEMS magnetometer are described. The calibration consists of the elimination of hard-iron and soft-iron influences. The first method is solution of non-linear least squares method by Levenberg–Marquardt algorithm, the second is the simplified method. The solution is implemented in user-interface application.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně výhradně za použití literatury uvedené na konci této práce s tím, že její výsledky mohou být dále použity podle uvážení vedoucího bakalářské práce jako jejího spoluautora. Souhlasím také s případnou publikací výsledků bakalářské práce nebo její podstatné části, pokud budu uveden jako její spoluautor.

Dne:

Podpis:

Poděkování

Děkuji vedoucímu práce za připomínky během tvorby bakalářské práce. Dále děkuji rodině za podporu při studiu.

Obsah:

1	Úvod	2
2	Metody měření magnetického pole Země a jeho využití pro navigaci.....	3
2.1	Magnetické pole Země	3
2.2	Využití magnetického pole Země pro navigaci.....	5
2.3	Metody měření magnetického pole Země	7
3	MEMS magnetometry	8
3.1	Přehled MEMS magnetometrů.....	8
3.2	Fluxgate magnetometry	8
3.3	Anizotropní magnetorezistory	11
4	Kalibrace magnetometru.....	15
4.1	Úvod do kalibrace magnetometrů	15
4.2	Metoda nejmenších čtverců.....	16
4.3	Zjednodušení výpočtu	20
5	Návrh algoritmu pro kalibraci magnetometru	22
5.1	Data	22
5.2	Algoritmus	23
5.3	Výsledek Levenberg-Marquardtova algoritmu	24
5.4	Výsledek zjednodušeného algoritmu.....	27
6	Návrh uživatelského rozhraní	29
7	Závěr	31
8	Seznam použité literatury	32

1 Úvod

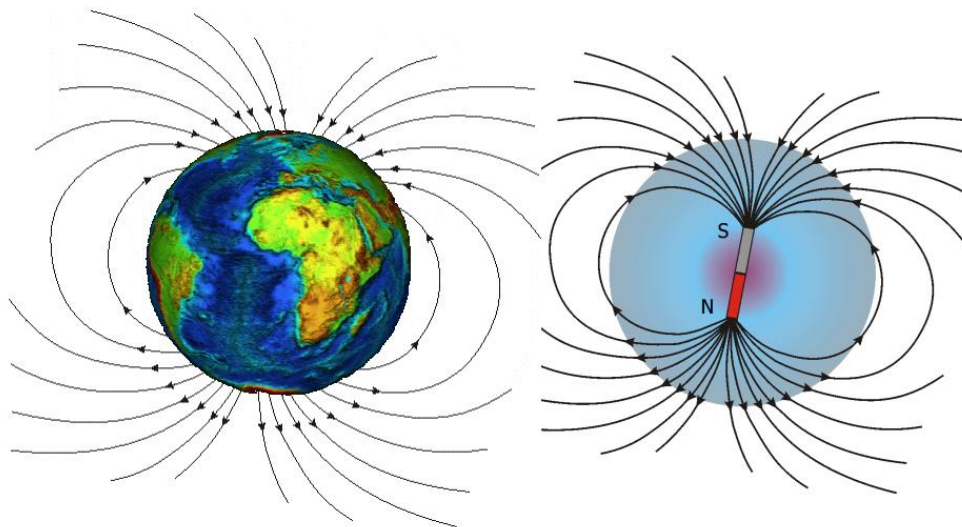
Magnetické pole Země a jeho využití pro navigaci je velmi významná kapitola v dějinách lidstva a dodnes se toto pole využívá v nejmodernějších navigačních prostředcích. Postupem času a díky zlepšujícím se technologiím se měření magnetického pole Země zdokonalovalo. Nejnovější kompasů dosahují vysokých citlivostí a přesností, přičemž si dokáží zachovat velmi malé rozměry. Vzhledem k velkému počtu rušivých vnějších elementů magnetického pole, rozdílné velikosti a rozdílného směru vektoru magnetického pole Země na různých místech, je nutné umět tyto senzory zkalibrovat. Kalibrování tříosého magnetometru má mimo jiné tu výhodu, že princip této kalibrace je velmi podobný kalibraci dalších tříosých senzorů jako je například akcelerometr.

Tato práce se v první části bude věnovat popisu magnetického pole Země a metodám využití magnetického pole Země pro navigaci. Dále budou navazovat metody měření zemského magnetického pole a následně popis základních MEMS magnetometrů. V druhé části této práce budou popsány a rozebrány metody kalibrace MEMS magnetometrů. Výstupem této práce je počítačová aplikace, která je schopna na základě dat z MEMS magnetometru vypočítat potřebné kalibrační konstanty pro daný magnetometr.

2 Metody měření magnetického pole Země a jeho využití pro navigaci

2.1 Magnetické pole Země

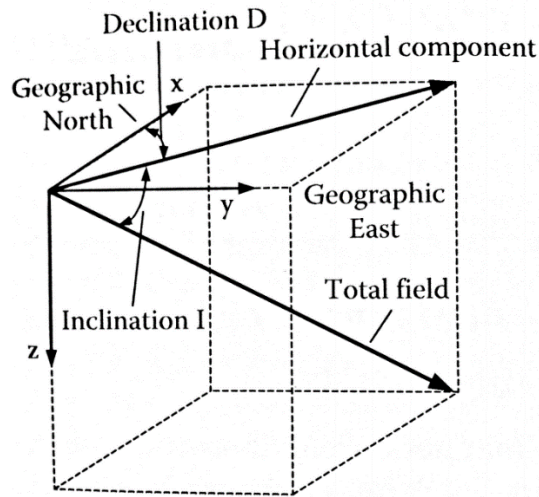
Na povrchu Země a v prostoru kolem ní bylo zjištěno přirozené magnetické pole. [1]. Pro zjednodušení je možné si Zemi představit jako permanentní magnet (obr. 1), který má severní a jižní magnetický pól. Na základě této skutečnosti se magnetické pole Země již po staletí využívá pro navigaci. Základním navigačním prostředkem je klasický kompas, jehož volně otočná magnetka je vyrobena z permanentního magnetu. Severní pól magnetky je přitahován směrem k jižnímu magnetickému pólu Země [2].



Obr. 1 – Země jako velký magnet [2]

Pro lepší popis magnetického pole Země jsou zavedeny pojmy inklinace a deklinace. K vysvětlení těchto pojmů je použit kartézský souřadný systém (obr. 2), kde:

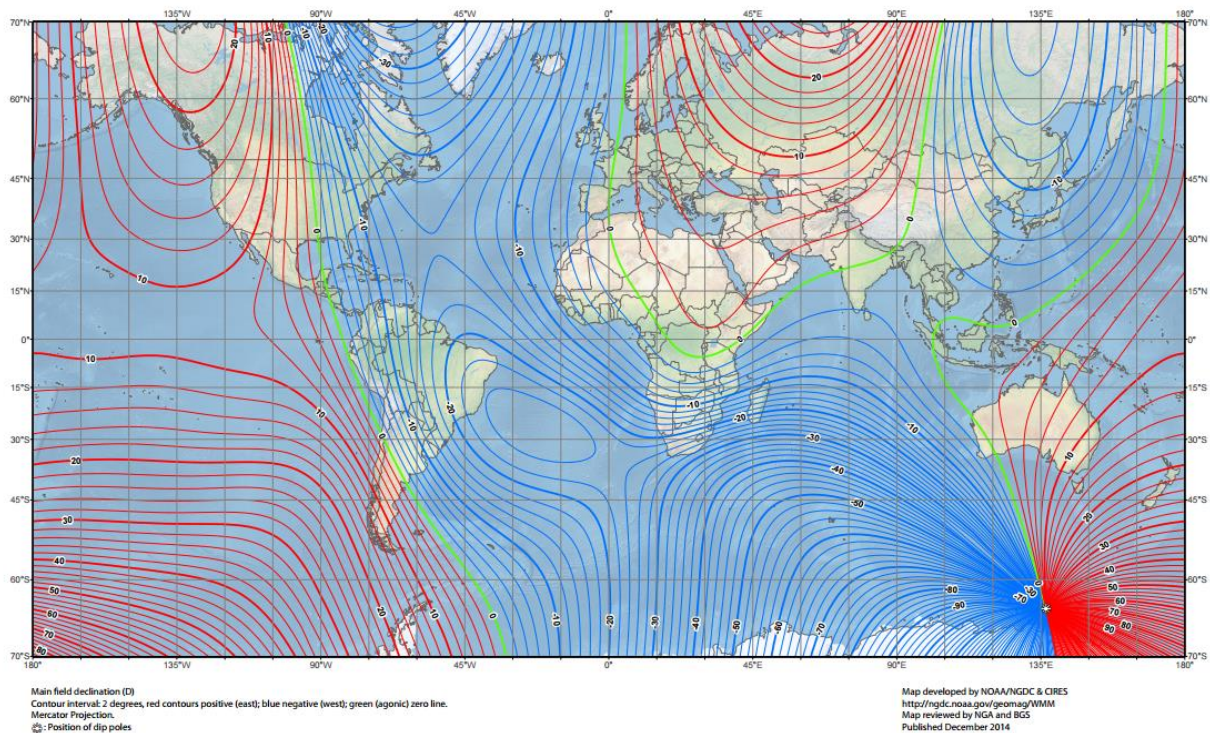
- kladný směr osy x směřuje k severnímu geografickému pólu
- osa y směřuje na východ a doplňuje horizontální rovinu s osou x
- osa z směřuje kolmo k povrchu Země (směrem do Země)



Obr. 2 – Zavedený souřadný systém [3]

Důvodem zavedení pojmů inklinace a deklinace je skutečnost, že zemské magnetické pole je na každém místě odlišné. Pojem deklinace (D) určuje úhlovou odchylku horizontální složky vektoru magnetického pole od směru ke geografickému severnímu pólu. Inklinace (I) je úhlová odchylka vektoru magnetického pole od horizontální roviny v daném místě [3].

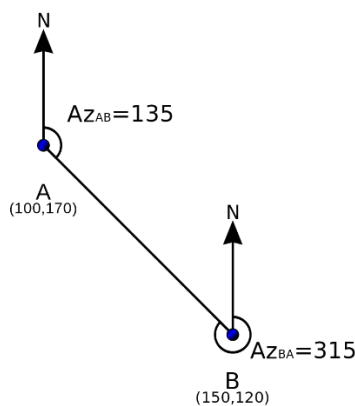
Je třeba podotknout, že se magnetické pole Země neustále mění v čase na základě mnoha vlivů, jako je například vliv Slunce (slunečního větru), dění v jádru Země, složení povrchu Země atd. [1]. Tento fakt přesnou navigaci komplikuje, a proto musíme magnetické pole Země neustále sledovat a aktualizovat jeho parametry (obr. 3). Geomagnetická indukce nabývá hodnot 30 000–65 000 nT – velikost této indukce je na území České republiky přibližně 48 000 nT. Deklinace v ČR je přibližně 2° a inklinace 65° [4].



Obr. 3 – Mapa deklinace [4]

2.2 Využití magnetického pole Země pro navigaci

Pro navigaci jakožto schopnost určit polohu a směr se magnetické pole Země dá považovat za dobrý referenční systém. Nevyužívají ho pouze lidé, ale i některá zvířata [7]. Na základě znalosti horizontální složky vektoru magnetického pole a jeho deklinace jsme schopni určit směr vztažený k Zemi a jejímu geografickému severnímu pólu. Pro navigaci mezi dvěma body je nutné znát polohy obou bodů na Zemi (např. pomocí zeměpisných souřadnic). Při použití magnetometru (kompasu) a znalosti zeměpisných souřadnic obou bodů jsme schopni určit azimut, což je úhlová odchylka požadovaného směru od směru k magnetickému severu (obr. 4).

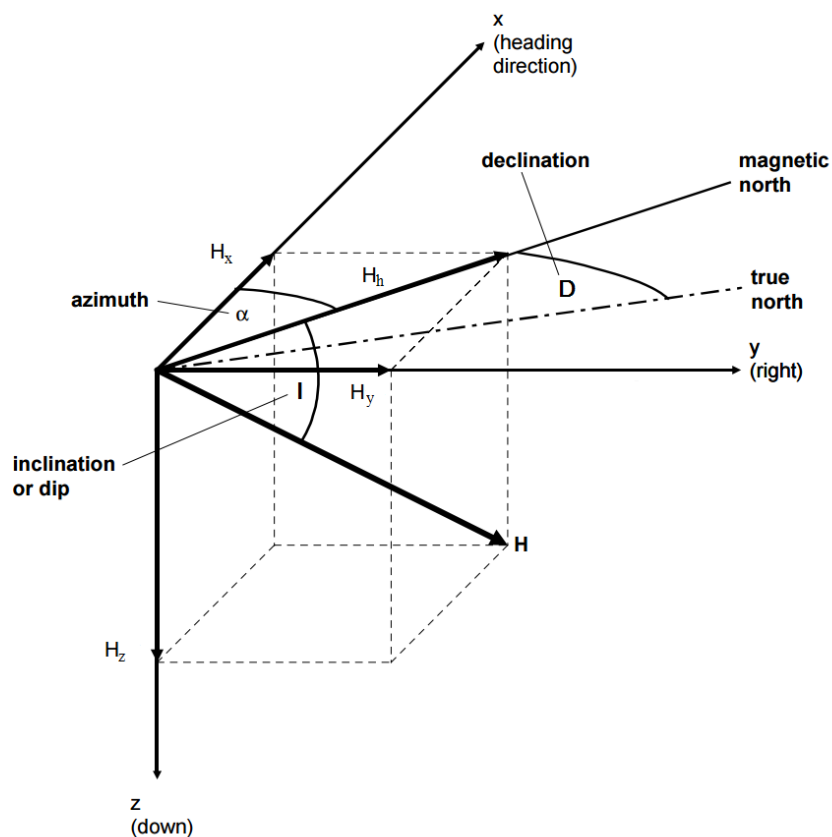


Obr. 4 – Určení azimutu [5]

Pro určení azimutu (α) z dat magnetometru potřebujeme znát horizontální složky intenzity magnetického pole (H_x a H_y) a deklinaci (D) v daném místě (obr. 5). Na základě znalostí těchto složek jsme schopni určit azimut podle rovnice (1),

$$\alpha = \arctg\left(\frac{H_y}{H_x}\right) \quad (1)$$

kde H_x je velikost intenzity magnetického pole ve směru x (osa x a y tvoří horizontální rovinu) a H_y je velikost intenzity magnetického pole ve směru y. Pro určení odchylky od geografického severního pólu je nutné ještě přičíst deklinaci [6].



Obr. 5 – Upravený souřadný systém pro využití dat z magnetometru [6]

Takto zavedený souřadný systém funguje za předpokladu, že umístění senzorů odpovídá následujícím požadavkům:

- Snímaná složka H_x je v referenčním navigačním směru pohybu navigovaného předmětu a zároveň musí být ve vodorovné poloze.
- Snímaná složka H_y je kolmá na H_x a její kladný směr je doprava. Musí také být ve vodorovné poloze.

- Pro tříosé měření je nutné snímat i složku H_z , která je kolmá na H_x a H_y . Její kladný směr je do Země.

Z požadavků je zřejmé, že by se navigovaný předmět nemohl naklánět, jelikož by se předpokládané osy po naklonění již neshodovaly a následně by nebylo možné určit požadovaný směr. Pro nakláněný předmět je nutné provést přepoččet na základě znalosti náklonu, který je měřen například inklinometry, gyroskopy, nebo akcelerometry [6].

2.3 Metody měření magnetického pole Země

K měření magnetických polí se obecně užívá několika základních principů. Mezi tyto principy se řadí fyzikální zákony jako například: Lorentzova síla, Hallův jev, Faradayův indukční zákon, Faradayův jev, magnetorezistivita, Josephsonův jev a několik dalších, které mohou úzce souviset s již uvedenými zákony [3].

Pro stručné přiblížení:

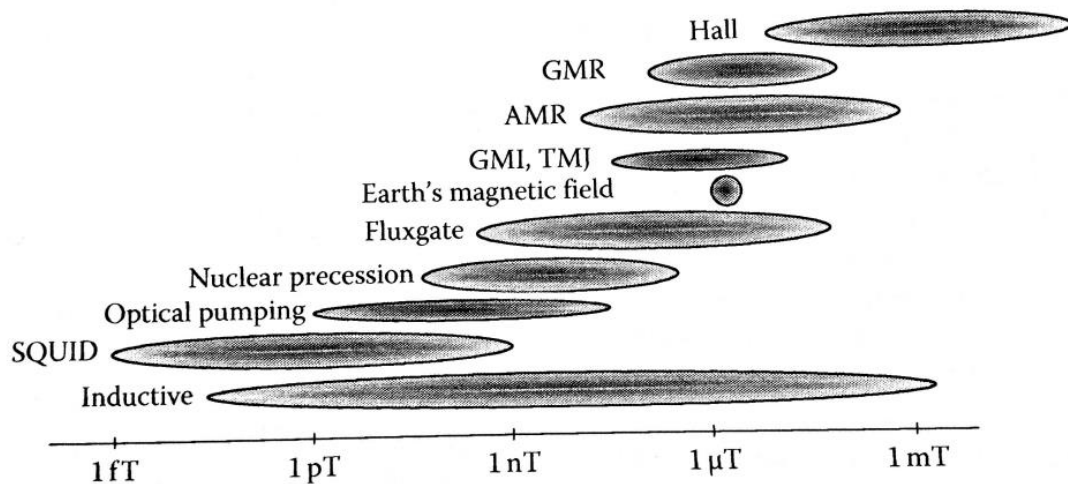
- Lorentzova síla je síla působící na částici s elektrickým nábojem, která se nachází v magnetickém poli.
- Hallův jev popisuje vznik Hallova napětí při působení elektrického i magnetického pole.
- Faradayův indukční zákon se zabývá vznikem indukovaného napětí při změně magnetického pole.
- Faradayův jev se zaměřuje na rotaci roviny polarizace světla procházejícím prostředím umístěném v magnetickém poli.
- Magnetorezistivita je závislost odporu materiálu na jeho zmagnetování.
- Josephsonův jev poukazuje na možné vedení elektrického proudu mezi supravodiči oddělenými tenkým izolantem.

Na základě těchto principů je možné navrhnout zařízení, které dokáže měřit magnetické pole pomocí jiných veličin, jako je například napětí. Pro měření geomagnetického pole se používají senzory využívající především Faradayův indukční zákon a magnetorezistivní jev. Využití těchto jevů bude podrobněji rozebráno v následujících kapitolách.

3 MEMS magnetometry

3.1 Přehled MEMS magnetometrů

Magnetometr je zařízení, jehož pomocí měříme magnetické pole. Magnetometry jsou většinou senzory magnetické indukce (nikoliv intenzity), jelikož pro magnetické pole ve vzduchu platí jednoduchá lineární závislost $B = \mu_0 \cdot H$. Zkratka MEMS značí Micro-electro-mechanical-systems. MEMS magnetometry jsou tudíž velmi malé elektronické snímače magnetického pole. Existuje celá řada druhů magnetometrů s velkou škálou rozsahů, citlivostí a přesností (obr. 6). Vzhledem k charakteru magnetického pole Země zde bude přiblížen jen jejich úzký výběr. Pro měření magnetického pole Země je potřeba magnetometr, jehož rozsah je zhruba 1–100 μT . Mezi nejvhodnější senzory pro navigaci v zemském magnetickém poli se řadí fluxgate magnetometry a anizotropní magnetorezistory [3].

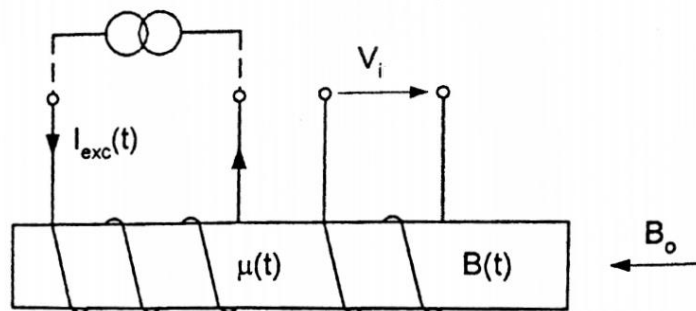


Obr. 6 - Rozsahy magnetometrů [3]

3.2 Fluxgate magnetometry

Fluxgate magnetometry měří velikost a směr magnetického pole v rozsahu 0,1–100 000 nT s rozlišením až 10 pT. Jedná se o indukční senzor, jehož základní uspořádání je znázorněno na obr. 7. Princip měření spočívá v přivedení střídavého proudu $I_{exc}(t)$ na budící cívku s feromagnetickým jádrem, což způsobí změnu magnetické indukce $B(t)$ a tudíž i magnetického toku $\Phi(t)$ v jádře podle rovnic (2,3), kde $H(t)$, je intenzita magnetického pole, jejíž průběh považujeme za úměrný průběhu protékajícího

proudu. Veličina μ_0 je permeabilita vakua a $\mu_r(t)$ je relativní permeabilita jádra cívky. Podle Faradayova indukčního zákona (4) se s časovou změnou magnetického toku indukuje napětí V_i na výstupní cívce o N počtu závitů. Střídavý proud má takové parametry, které způsobují periodické přesycování feromagnetického jádra, což znamená oříznutý průběh magnetického indukčního toku a indukovaného napětí (obr. 8) [8].

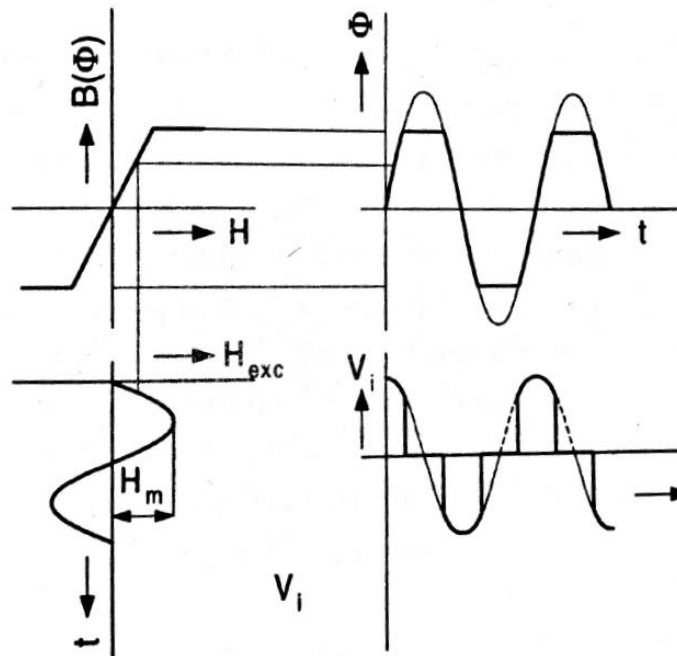


Obr. 7 – Princip fluxgate magnetometru [8]

$$\mathbf{B}(t) = \mathbf{H}(t) \cdot \mu_0 \cdot \mu_r(t) \quad (2)$$

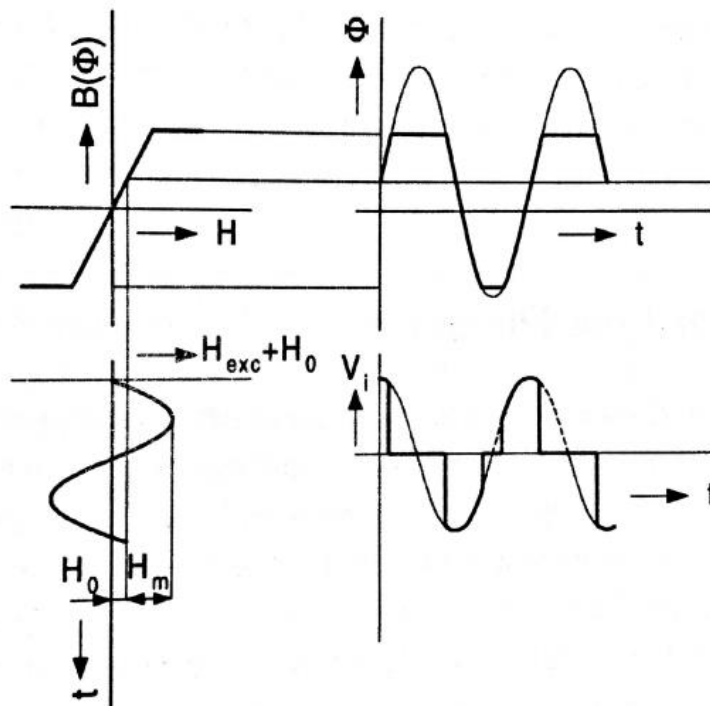
$$\Phi(t) = \iint \mathbf{B}(t) \cdot d\mathbf{S} \quad (3)$$

$$V_i(t) = -N \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad (4)$$



Obr. 8 – Zjednodušené průběhy intenzity magnetického pole $\mathbf{H}(t)$, magnetické indukce $\mathbf{B(H)}$, magnetického indukčního toku $\Phi(t)$ a indukovaného napětí $V_i(t)$ bez vlivu jiného magnetického pole. [8]

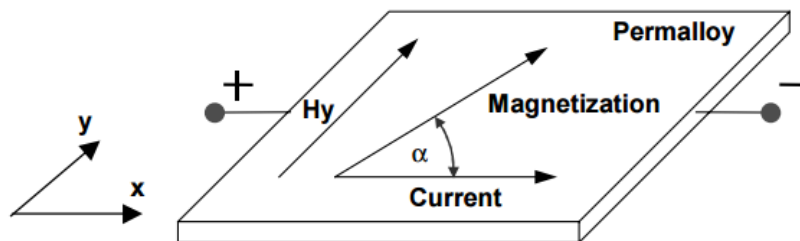
Jakmile se fluxgate magnetometr nachází v magnetickém poli, průběhy zmíněných veličin se změjí. Z obr. 9 vyplývá, že v magnetickém poli již není průběh magnetického toku $\Phi(t)$ a indukovaného napětí $V_i(t)$ symetrický. Největší energie je obsažena v druhé harmonické tohoto signálu, z které se vyhodnocuje intenzita i směr magnetického pole [8].



Obr. 9 – Zjednodušené průběhy veličin zatíženého fluxgate magnetometru magnetickým polem o intenzitě H_0 [8].

3.3 Anizotropní magnetorezistory

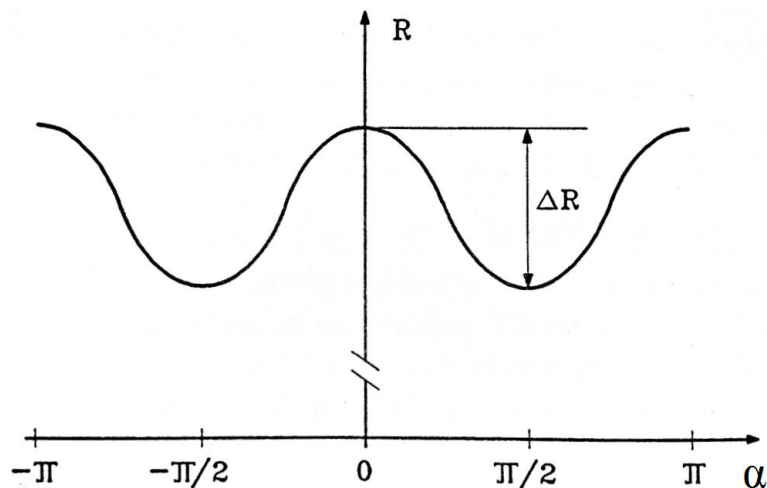
Anizotropní magnetorezistory (dále jen AMR senzory) měří magnetické pole v rozsahu 0,1–1 000 μT . Jsou založeny na magnetorezistivním jevu, tedy na změně odporu materiálu při působení magnetického pole. Pojem anizotropní naznačuje, že změna odporu bude záležet i na směru působení magnetického pole (ve směru zmagnetování je výrazně větší rezistivita než ve směru kolmém). Nejčastěji používaným materiálem pro AMR senzory je permalloy (19 % Fe, 81 % Ni) [3].



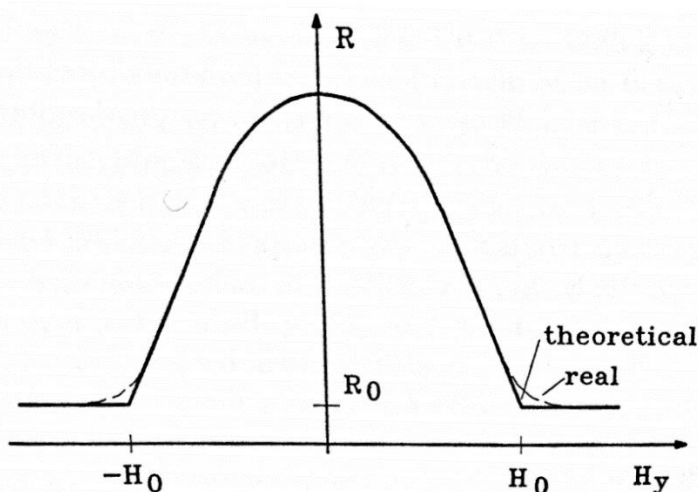
Obr. 10 – Schematické znázornění AMR senzoru [6]

Na obr. 10 je naznačeno schéma základního uspořádání AMR senzoru. Jedná se o tenký film z permalloye, jímž prochází proud v jednom směru (ve směru x) a který je

vystaven magnetickému poli (ve směru y), čímž je ovlivněn i jeho odpor. Tento odpor závisí na úhlu (α), který svírá vektor magnetizace a procházející proud (případně vektor spontánní magnetizace nezatíženého senzoru). Když je úhel α nulový, odpor je nejvyšší a když je $\alpha = 90^\circ$, tak je odpor nejnižší (obr. 11). Úhel α je ovlivněn intenzitou vnějšího magnetického pole H_y . Čím je intenzita větší, tím větší bude úhel α a tím pádem bude výsledný odpor menší (obr. 12) [8].



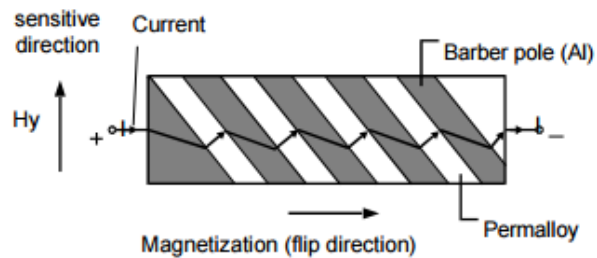
Obr. 11 – Závislost odporu R na úhlu α [8]



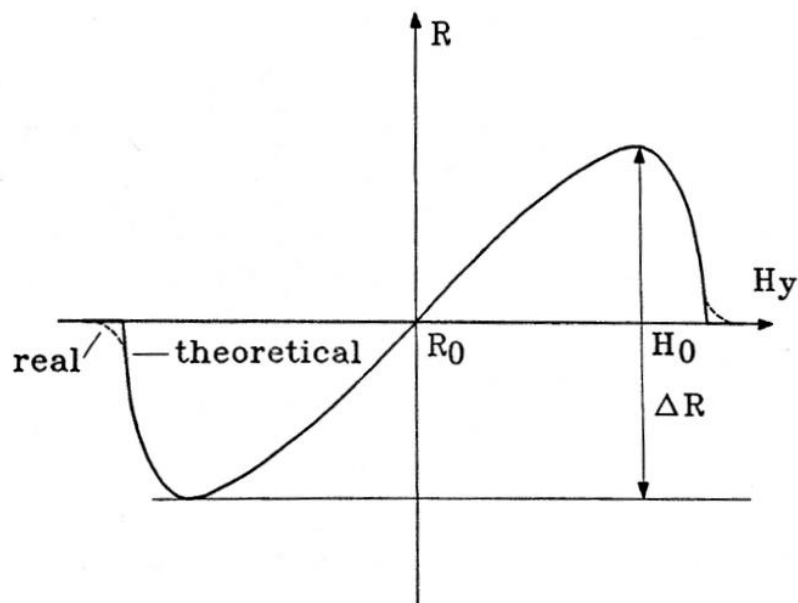
Obr. 12 – Závislost odporu R na intenzitě H_y [8]

Z obr. 12 je patrná značná nelinearita a také neschopnost rozpoznat směr intenzity H_y , jelikož je tato závislost sudou funkcí. Pro snížení nelinearity a určení směru se používá takzvaná „Barber pole“ struktura (obr. 13). Na film z permalloye jsou přidány tenké

pásky z výrazně vodivějšího materiálu (Al) pod úhlem 45°, což způsobí změnu směru tekoucího proudu permalloyem. Výsledná charakteristika je znázorněna na obr. 14 [6].

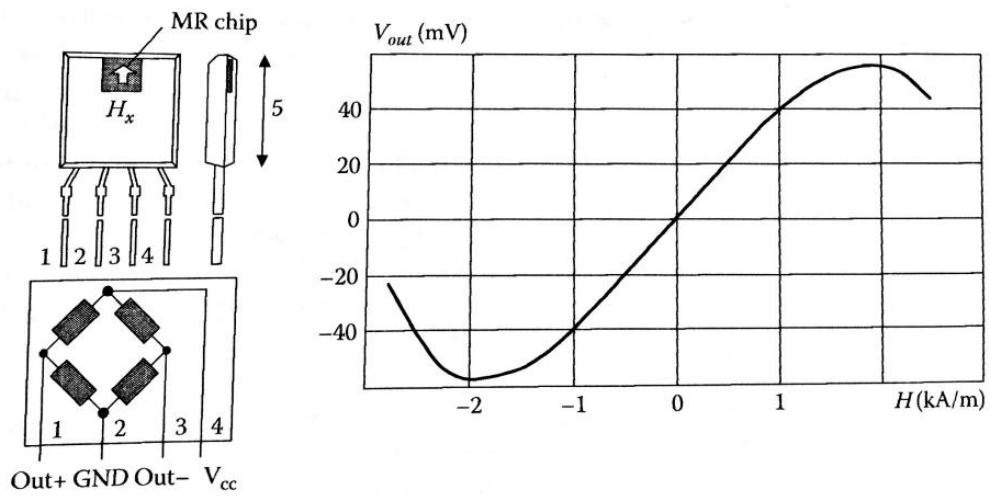


Obr. 13 – Barber pole struktura [6]



Obr. 14 – Závislost odporu R na intenzitě H_y u Barber pole struktury [8]

V praxi se používá zapojení čtyř AMR elementů do Wheatstoneva můstku, jehož pomocí měříme napětí na základě změny odporů jednotlivých elementů (obr. 15). Dále je důležité využití cívek pro ošet a obnovu spontánní magnetizace [3].



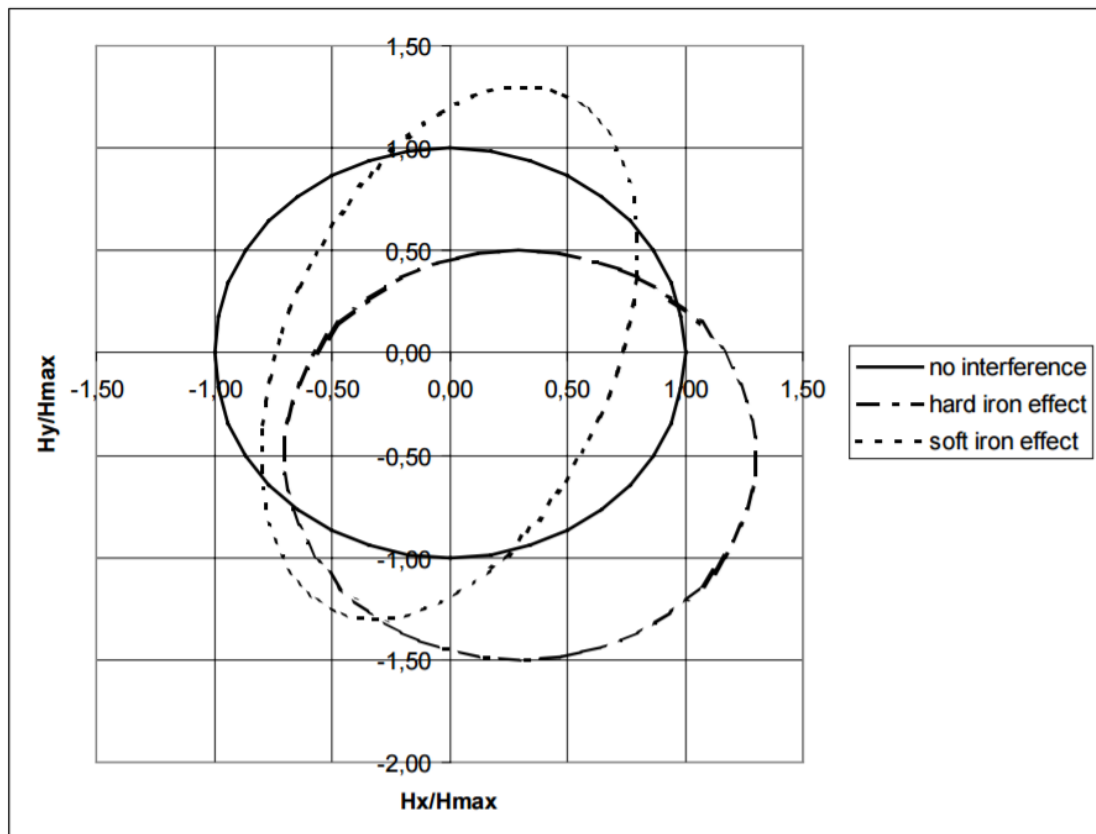
Obr. 15 – Zapojení do Wheatstonova můstku a závislost napětí V_{out} na intenzitě H [3]

4 Kalibrace magnetometru

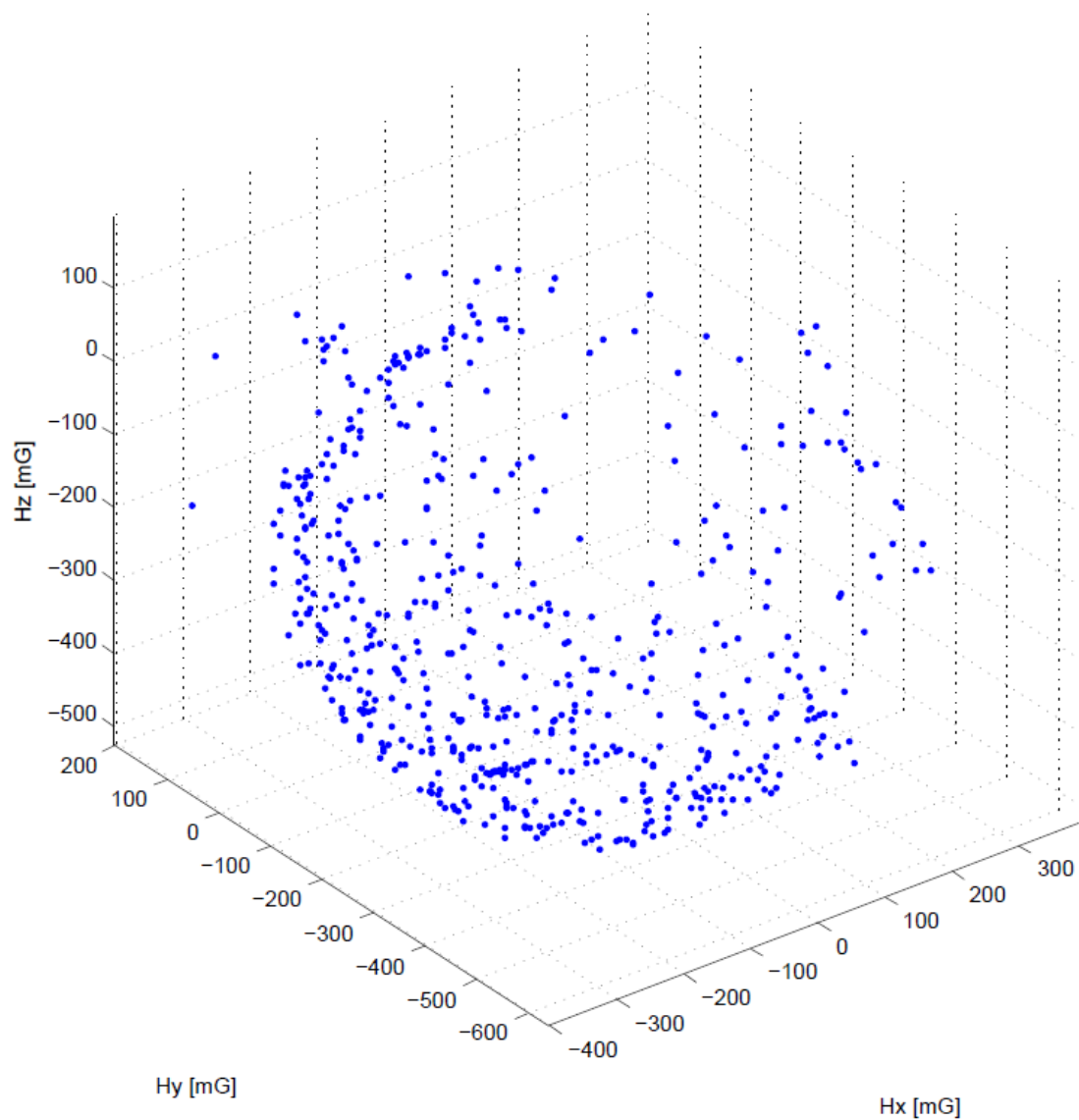
4.1 Úvod do kalibrace magnetometrů

Důvodem kalibrace magnetometrů je především zdroj chyb v podobě působení parazitního magnetického pole, které narušuje měření pole geomagnetického. Tento jev je naprosto běžný, jelikož magnetometr bývá v příslušném zařízení často obklopen dalšími součástmi, které toto pole generují. Tyto zdroje se rozdělují na dva základní typy – vliv magneticky tvrdých materiálů a vliv magneticky měkkých materiálů. Dalšími zdroji chyb jsou například výrobní nepřesnosti a vliv teploty [8].

Tříosý magnetometr by měl v ideálním případě snímat data, která leží na povrchu koule o poloměru velikosti intenzity magnetického pole Země se středem v počátku. Reálná data jsou ovšem deformovaná. Vliv magneticky tvrdých materiálů tuto kouli posouvá mimo počátek a vliv magneticky měkkých materiálů tuto kouli deformuje v elipsoid (případně elipsu v rovině) (obr. 16). Dále je možný vznik natočení tohoto elipsoidu způsobený výrobní nepřesností – konkrétně neortogonalitami os magnetometru (což je v některých případech zanedbatelné) [9].



Obr. 16 – Znázornění vlivů na měření geomagnetického pole v rovině x-y [6]



Obr. 17 – Grafické znázornění naměřených dat z tříosého magnetometru

4.2 Metoda nejmenších čtverců

Matematicky lze transformaci vektoru naměřených hodnot popsat rovnicí (5), kde:

- \mathbf{H} je vektor intenzity magnetického pole Země
- α je matice vyjadřující deformaci uvažované koule (pouze délky poloos, natočení se zanedbává)
- β je vektor vyjadřující posunutí středu této koule
- ε je vektor šumu signálu ($\varepsilon \approx 0$).
- $\hat{\mathbf{H}}$ je vektor naměřené intenzity magnetického pole zatíženého chybou

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{H}_x \\ \hat{H}_y \\ \hat{H}_z \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{H}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_x & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_y & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_z \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\alpha}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \beta_x \\ \beta_y \\ \beta_z \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\beta}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (5)$$

Pro získání výsledných zkalibrovaných dat je nutné znát matici $\boldsymbol{\alpha}$ a vektor $\boldsymbol{\beta}$ (vektor $\boldsymbol{\varepsilon}$ je zanedbatelný). Úpravou rovnice (5) je možné vyjádřit složky vektoru \mathbf{H} umocněné na druhou podle rovnice (6).

$$H_x^2 + H_y^2 + H_z^2 = \left(\frac{\hat{H}_x - \beta_x}{\alpha_x}\right)^2 + \left(\frac{\hat{H}_y - \beta_y}{\alpha_y}\right)^2 + \left(\frac{\hat{H}_z - \beta_z}{\alpha_z}\right)^2 + e \quad (6)$$

Tato rovnice je rovnicí elipsoidu, kde e je odchylka od ideálního stavu, jejíž součet je potřeba minimalizovat. K určení nejmenší odchylky se nabízí metoda nejmenších čtverců, pro kterou je tato odchylka vyjádřena podle rovnice (7). Jedná se o kvadrát odchylky ideální koule o poloměru $|H| = \sqrt{H_x^2 + H_y^2 + H_z^2}$ od upravených naměřených hodnot. Pro tuto metodu je nutné znát velikost intenzity magnetického pole $|\mathbf{H}|$ v daném místě na Zemi. Pro označení právě jednoho naměřeného bodu byl zaveden index p .

$$e_p = |H|^2 - \left(\frac{\hat{H}_{x,p} - \beta_x}{\alpha_x}\right)^2 - \left(\frac{\hat{H}_{y,p} - \beta_y}{\alpha_y}\right)^2 - \left(\frac{\hat{H}_{z,p} - \beta_z}{\alpha_z}\right)^2 \quad (7)$$

Pro zjednodušení zápisu se vyjádří $\bar{\alpha}_x = \frac{1}{\alpha_x}$; $\bar{\alpha}_y = \frac{1}{\alpha_y}$; $\bar{\alpha}_z = \frac{1}{\alpha_z}$, z čehož je možné vyjádřit součet čtverců všech odchylek podle rovnice (8).

$$S_p = \sum e_p^2 = \sum \left[\bar{\alpha}_x^2 \cdot (\hat{H}_{x,p} - \beta_x)^2 + \bar{\alpha}_y^2 \cdot (\hat{H}_{y,p} - \beta_y)^2 + \bar{\alpha}_z^2 \cdot (\hat{H}_{z,p} - \beta_z)^2 - |H|^2 \right]^2 \quad (8)$$

Je zjevné, že rovnice (8) obsahuje hledané koeficienty umocněné na druhou, což znemožňuje aplikovat klasickou lineární metodu nejmenších čtverců, tudíž je nutné přistoupit k metodám, které dokáží řešit nelineární metodu nejmenších čtverců. Může se použít Gauss-Newtonova metoda a z ní odvozené algoritmy – jako například Levenberg-Marquardtův algoritmus [9].

Základním krokem je lineární aproximace odchylky $e_{p,k+1}$ pomocí počátečního odhadu $e_{p,k}$ a Jacobiho maticí $\mathbf{J}_{p,k}$ podle rovnice (9), kde $\mathbf{q} = \mathbf{p}_{k+1} - \mathbf{p}_k$ a \mathbf{p} je vektor neznámých parametrů: $\mathbf{p} = [\bar{\alpha}_x \quad \bar{\alpha}_y \quad \bar{\alpha}_z \quad \beta_x \quad \beta_y \quad \beta_z]^T$. Index k značí iteraci výpočtu.

$$e_{p,k+1} = e_{p,k} + \mathbf{J}_{p,k} \cdot \mathbf{q} \quad (9)$$

Jacobiho maticí se rozumí matice (v tomto případě vektor) parciálních derivací odchylky e_{p_k} (10).

$$J_{p_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial e_{p_k}}{\partial \bar{\alpha}_x} & \frac{\partial e_{p_k}}{\partial \bar{\alpha}_y} & \frac{\partial e_{p_k}}{\partial \bar{\alpha}_z} & \frac{\partial e_{p_k}}{\partial \beta_x} & \frac{\partial e_{p_k}}{\partial \beta_y} & \frac{\partial e_{p_k}}{\partial \beta_z} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Což je se dá vyjádřit podle (11).

$$J_{p,k} = \begin{bmatrix} 2\bar{\alpha}_x \cdot (\hat{H}_{x,p} - \beta_x)^2 \\ 2\bar{\alpha}_y \cdot (\hat{H}_{y,p} - \beta_y)^2 \\ 2\bar{\alpha}_z \cdot (\hat{H}_{z,p} - \beta_z)^2 \\ -2\bar{\alpha}_x^2 \cdot (\hat{H}_{x,p} - \beta_x) \\ -2\bar{\alpha}_y^2 \cdot (\hat{H}_{y,p} - \beta_y) \\ -2\bar{\alpha}_z^2 \cdot (\hat{H}_{z,p} - \beta_z) \end{bmatrix}^T \quad (11)$$

Po odhadnutí odchylky $e_{p,k+1}$ je možné zavést vektor odchylek $\bar{e}_{p,k+1}$, který je tvořen odchylkami právě pro každý jeden naměřený bod (12) (obdobně i pro $\bar{e}_{p,k}$), kde n je počet naměřených bodů.

$$\bar{e}_{p,k+1} = \begin{bmatrix} e_{1,k+1}^{(1)} \\ e_{2,k+1}^{(2)} \\ \vdots \\ e_{n,k+1}^{(n)} \end{bmatrix} \quad (12)$$

To samé lze provést pro Jacobiho matici $\bar{J}_{p,k}$ (13)

$$\bar{J}_{p,k} = \begin{bmatrix} J_{1,k}^{(1)} \\ J_{2,k}^{(2)} \\ \vdots \\ J_{n,k}^{(n)} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Výsledný linearizovaný součet čtverců odchylek je vyjádřen podle (14 a 15).

$$S_{p,k+1} = \bar{e}_{p,k+1}^T \cdot \bar{e}_{p,k+1} \quad (14)$$

$$S_{p,k+1} = \bar{e}_{p,k}^T \cdot \bar{e}_{p,k} + \bar{e}_{p,k}^T \cdot \bar{J}_{p,k} \cdot \mathbf{q} + \mathbf{q}^T \cdot \bar{J}_{p,k}^T \cdot \bar{e}_{p,k} + \mathbf{q}^T \cdot \bar{J}_{p,k}^T \cdot \bar{J}_{p,k} \cdot \mathbf{q} \quad (15)$$

Minimum tohoto součtu lze nalézt pomocí parciálních derivací, které se musí rovnat nule (16).

$$\frac{\partial S_{p,k+1}}{\partial \mathbf{q}} = 0 \Leftrightarrow \bar{J}_{p,k}^T \cdot \bar{J}_{p,k} \cdot \mathbf{q} = \bar{J}_{p,k} \cdot \bar{e}_{p,k} \quad (16)$$

Levenberg–Marquardtův algoritmus navíc uvažuje tlumicí faktor λ (17), který je měněn v každé iteraci na základě rychlosti minimalizace součtu čtverců odchylek. Při rychlé minimalizaci může tento faktor nabývat malých hodnot a blíží se ke Gauss–Newtonově metodě, zatímco v opačném případě nabývá velkých hodnot a blíží se k metodě největšího spádu [10].

$$\left(\mathbf{J}_{\mathbf{p}_k}^T \cdot \mathbf{J}_{\mathbf{p}_k} + \lambda \cdot \mathbf{I} \right) \cdot \mathbf{q} = \mathbf{J}_{\mathbf{p}_k} \cdot \bar{\mathbf{e}}_{\mathbf{p}_k} \quad (17)$$

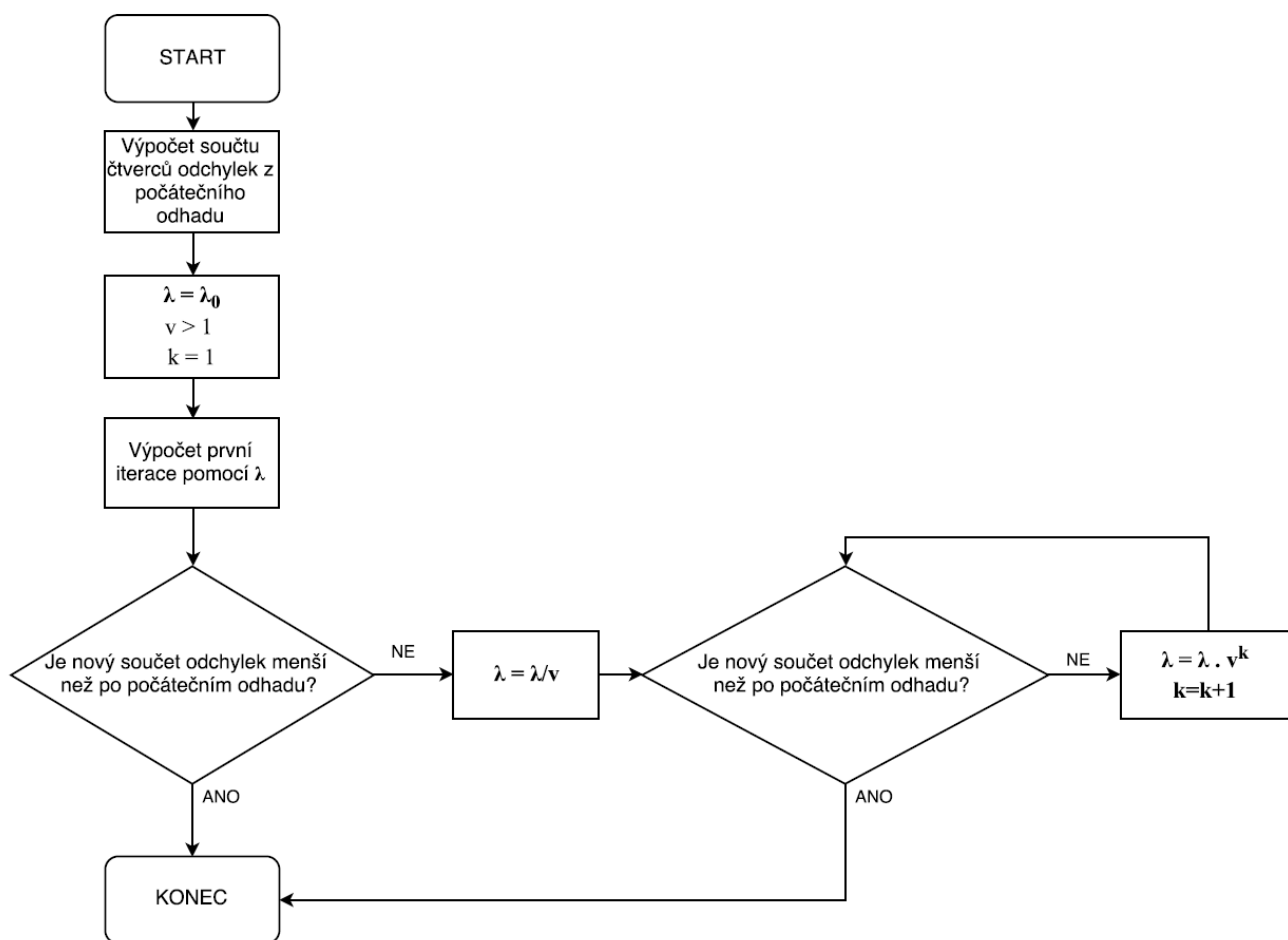
Po dosazení do rovnice (16) za $\mathbf{q} = \mathbf{p}_{k+1} - \mathbf{p}_k$ je získána rovnice (18), která je upravena pro výpočet neznámých parametrů \mathbf{p}_{k+1} (19).

$$\left(\bar{\mathbf{J}}_{\mathbf{p}_k}^T \cdot \bar{\mathbf{J}}_{\mathbf{p}_k} + \lambda \cdot \mathbf{I} \right) \cdot (\mathbf{p}_{k+1} - \mathbf{p}_k) = \bar{\mathbf{J}}_{\mathbf{p}_k} \cdot \bar{\mathbf{e}}_{\mathbf{p}_k} \quad (18)$$

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k + \left(\bar{\mathbf{J}}_{\mathbf{p}_k}^T \cdot \bar{\mathbf{J}}_{\mathbf{p}_k} + \lambda \cdot \mathbf{I} \right)^{-1} \cdot \bar{\mathbf{J}}_{\mathbf{p}_k} \cdot \bar{\mathbf{e}}_{\mathbf{p}_k} \quad (19)$$

Případně se tlumicí člen $\lambda \cdot \mathbf{I}$ může nahradit $\lambda \cdot \text{diag} \left(\bar{\mathbf{J}}_{\mathbf{p}_k}^T \cdot \bar{\mathbf{J}}_{\mathbf{p}_k} \right)$ [10].

Tlumicí faktor λ je volen podle rychlosti konvergence. Na začátku je zvoleno $\lambda_0 > 0$ a zavedena konstanta $\nu > 1$. Volba parametru λ je znázorněna na vývojovém diagramu (obr. 18).



Obr. 18 – Vývojový diagram hledání tlumícího parametru λ

4.3 Zjednodušení výpočtu

Vzhledem k tomu, že numerické řešení nelineární metody nejmenších čtverců není příznivé z hlediska rychlosti výpočtu, tak je vhodné výpočet zjednodušit. Samozřejmě se jedná o zjednodušení na úkor přesnosti, nicméně pro běžnou aplikaci by měl tento výpočet stačit.

Zjednodušení spočívá v předpokladu, že se jedná o elipsoid, jehož poloosy jsou stejně orientované jako zavedený souřadný systém (zkrátka jedná se o nenatočený elipsoid vůči souřadnému systému stejně jako jsme uvažovali v přechozích kapitolách). K určení elipsoidu je nutné znát velikost tří poloos (a_x, a_y, a_z – poloosy přímo souvisí s konstantami α_i z metody nejmenších čtverců dle rovnice (20), kde $|\mathbf{H}|$ je hodnota velikosti vektoru magnetického pole Země) a souřadnice středu (S_x, S_y, S_z – středy jsou de facto konstanty β_i z metody nejmenších čtverců). Pro určení těchto parametrů je vyhodnoceno minimum a maximum pro každou osu. Je vhodné zavést vektory $\hat{\mathbf{H}}_x, \hat{\mathbf{H}}_y, \hat{\mathbf{H}}_z$, které obdobně jako $\bar{\mathbf{e}}_{p,k}$, nebo $\bar{\mathbf{J}}_{p,k}$ jsou vektorem všech naměřených dat. Pro výpočet

délky poloosy a_x je nutné nalézt minimum a maximum z dat $\hat{\mathbf{H}}_x$. Polovina rozdílu minima a maxima je délka hledané poloosy a_x (21).

$$a_x = \frac{|\mathbf{H}|}{\bar{\alpha}_x} \quad (20)$$

$$a_x = \frac{1}{2} \cdot [\max(\hat{\mathbf{H}}_x) - \min(\hat{\mathbf{H}}_x)] \quad (21)$$

Výpočet je možné použít analogicky pro zbylé poloosy. Trochu komplikovanější je získání souřadnice středu, jelikož je pravděpodobné, že ne vždy budou hraniční body naprosto přesně odpovídat stejné hodnotě \hat{H}_y (případně i \hat{H}_z ve 3D). Tato skutečnost by se měla kontrolovat – bylo by zapotřebí si zvolit toleranční pole ostatních souřadnic pro \hat{H}_x (nutno podotknout, že každému členu \hat{H}_x odpovídá příslušný člen \hat{H}_y a \hat{H}_z), v tomto případě jsou ovšem šum a jiné odchylky zanedbány, tudíž s tím dál již nebude počítáno. Lze tedy předpokládat, že se střed nachází uprostřed minimální a maximální hodnoty (22), což opět platí analogicky pro všechny osy.

$$S_x = \frac{1}{2} \cdot (\max(\hat{\mathbf{H}}_x) + \min(\hat{\mathbf{H}}_x)) \quad (22)$$

5 Návrh algoritmu pro kalibraci magnetometru

Výše uvedené metody byly implementovány do algoritmu v prostředí Matlab a výsledné uživatelské prostředí bylo naprogramováno pomocí jazyka Java v prostředí NetBeans.

5.1 Data

Data byla získána z tříosého magnetometru Arduino – HMC5883L, jedná se o AMR magnetometr (viz. kapitola 3.3), jehož základní parametry jsou:

Rozměry [mm]	18 x 17 x 2
Napájení [VDC]	5
Rozsah [mG]	-8000 až 8000
Rozlišení [mG]	1
Přesnost	±5 %

Tabulka 1 – Základní parametry použitého magnetometru

Data z magnetometru se ukládají do textového souboru společně s daty z akcelerometru. Data jsou uskupena do šesti sloupců oddělených tabulátorem. První tři sloupce jsou data z akcelerometru (první sloupec pro osu x, druhý pro osu y a třetí pro osu z) a data z dalších třech sloupců jsou data z magnetometru. Ukázka dat:

0.35	0.06	-0.94	-211	-118	196
1.57	-1.23	-1.58	-174	-139	198
0.56	0.07	-0.86	-317	-110	146
0.57	0.07	-0.79	-328	-103	144
0.59	0.09	-0.83	-318	-134	139
0.60	0.08	-0.73	-339	-119	141

Data z magnetometru jsou celá čísla. Jednotky dat jsou miligauss – jeden miligauss odpovídá 10^{-7} tesla.

Pro přesnost kalibrace je vhodné mít k dispozici co nejvíce dat, která jsou rozložena rovnoměrně. To znamená, že je při sběru dat zapotřebí otáčet magnetometrem v co největším možném rozsahu, aby byl pokryt celý myšlený elipsoid dat.

5.2 Algoritmus

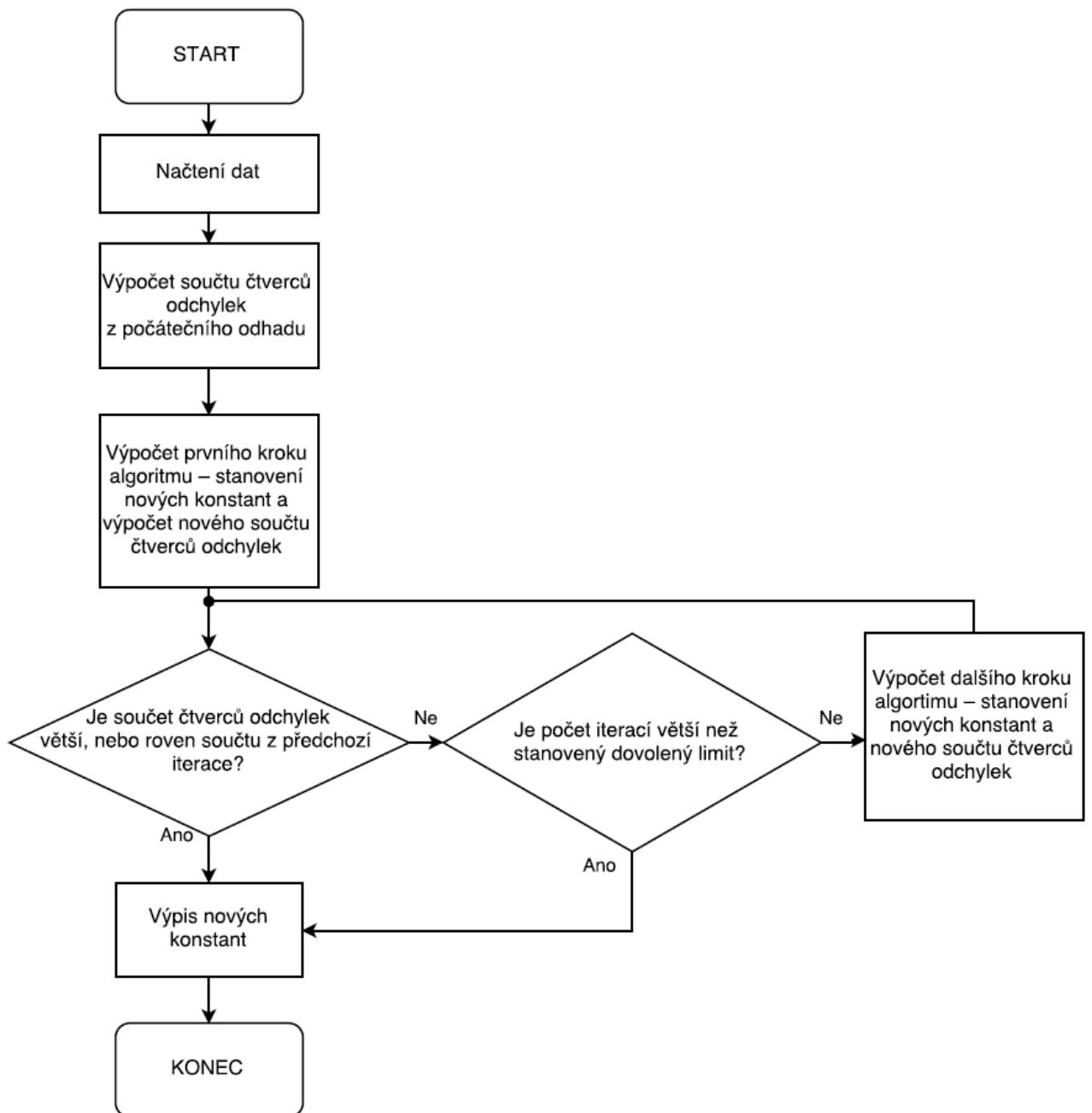
Krom načtení dat je nutné zavedení proměnných:

Název proměnné	Datový typ	Odpovídající prvek
alfax	double	$\bar{\alpha}_x$
alfay	double	$\bar{\alpha}_y$
alfaz	double	$\bar{\alpha}_z$
betax	double	β_x
betay	double	β_y
betaz	double	β_z
p	pole proměnných double	p
ep	pole proměnných double	\bar{e}_p
J	pole proměnných double	\bar{J}_{pk}
sumep	pole proměnných double	$S(p)$
i	int	pomocná proměnná
data	pole proměnných int	H

Tabulka 2 – ukázka základních proměnných využitých při algoritmu

Hledané proměnné jsou vloženy do pole $\mathbf{p} = [\bar{\alpha}_x \ \bar{\alpha}_y \ \bar{\alpha}_z \ \beta_x \ \beta_y \ \beta_z]$ a jejich hodnoty jsou nastavené na počáteční odhad. Pole proměnných ep , J a $sumep$ jsou vypočteny dle rovnic z přechozích kapitol (7, 8, 11). Samotný výsledek (nové hodnoty pole p) je pak vypočten dle rovnice (19).

Základní algoritmus pro výpočet kalibračních konstant pomocí Levenberg-Marquardtova algoritmu je znázorněn na vývojovém diagramu (obr. 19). Algoritmus je ukončen, pokud již součet odchylek neklesá, případně po dosažení limitního počtu iterací. V případě použití zjednodušeného algoritmu jsou použity rovnice (20) a (21) – pro výpočet $\bar{\alpha}_i$ a rovnice (22) – pro výpočet β_i .

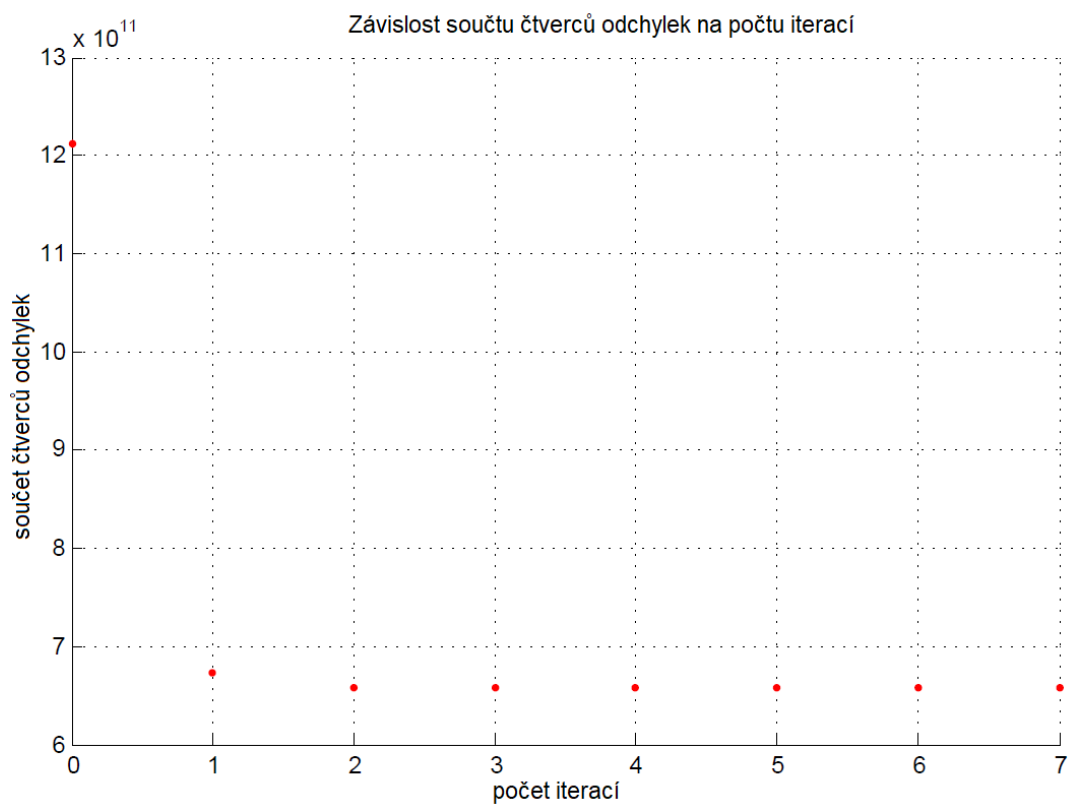


Obr. 19 – Vývojový diagram základního algoritmu

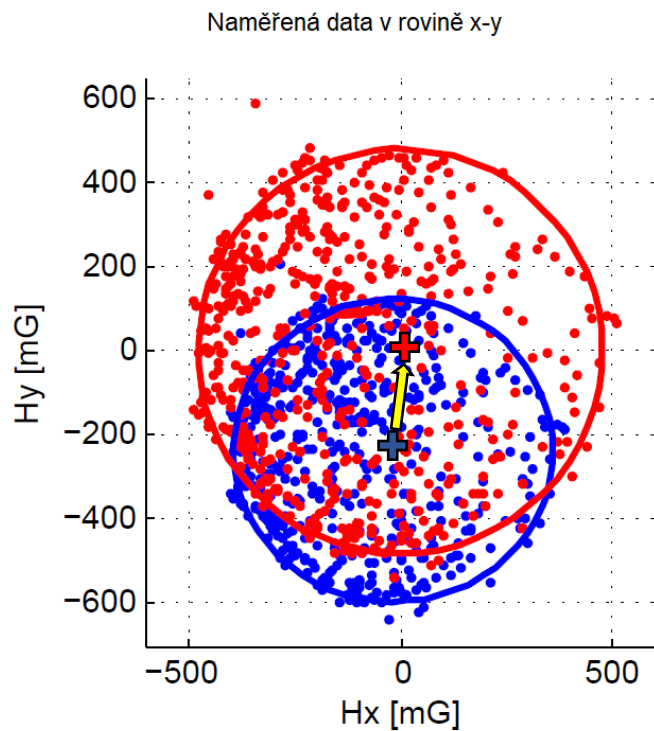
5.3 Výsledek Levenberg-Marquardtova algoritmu

V prostředí Matlab byl aplikován výše popsáný algoritmus, jehož výstupem jsou hledané konstanty. Pro ověření správnosti kalibrace je vhodné výstupy znázornit graficky. Dle předchozí teorie by výsledné konstanty měly být parametry elipsoidu, který aproximuje vstupní data a transformuje je na kouli o poloměru velikosti magnetického pole Země. Pro přehlednost jsou data znázorněna ve dvou rovinách x-y a x-z (prostorový graf není až tolik názorný).

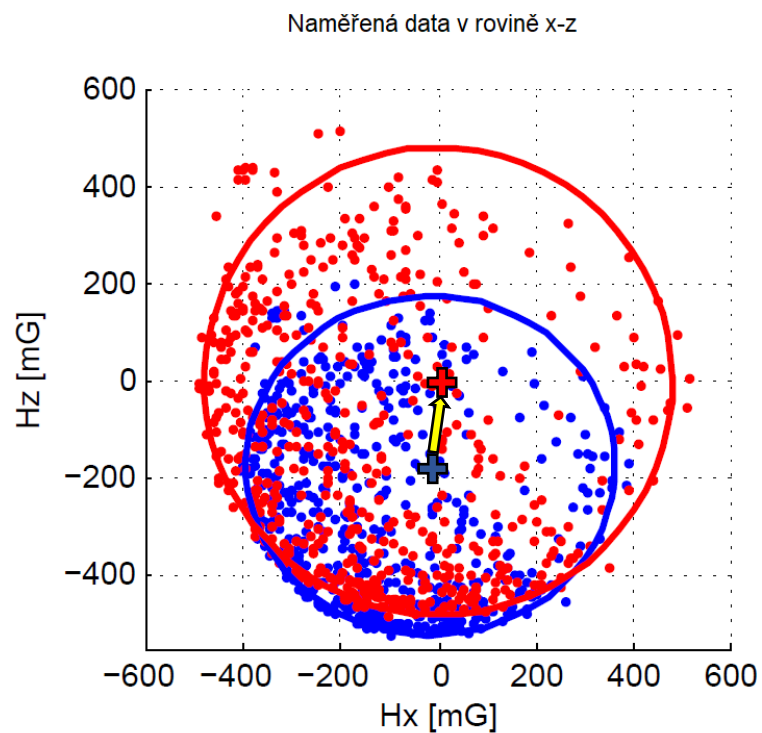
Na obr. 21 jsou znázorněna vstupní data (modře) a zkalibrovaná data (červeně). Vstupní i zkalibrovaná data jsou proložena aproximujícím elipsoidem (elipsou v rovině), jehož parametry byly vypočteny z výsledných konstant. Pro tato data bylo zapotřebí pro dosažení výsledku osm iterací (obr. 20)



Obr. 20 – Vývoj součtů čtverců odchylek během algoritmu



Obr. 21 – Grafické znázornění kalibrace dat pomocí Levenberg–Marquardtova algoritmu. Modře jsou vyznačena naměřená data a červeně data zkalibrovaná.



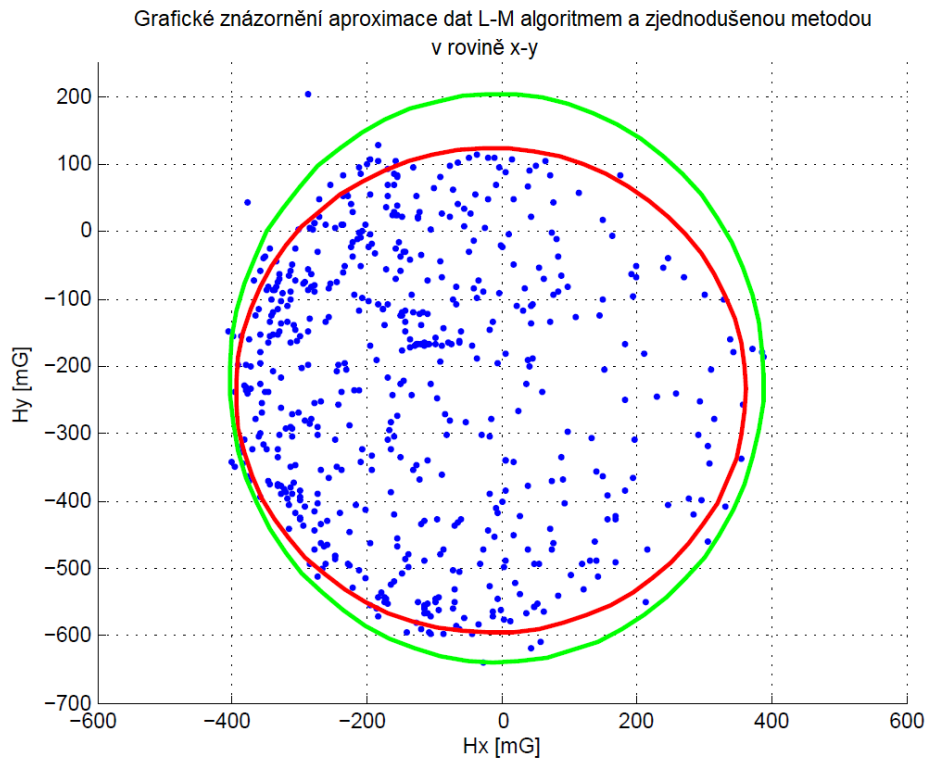
Obr. 22 – Grafické znázornění jako u obr. 20 akorát v rovině x-z

5.4 Výsledek zjednodušeného algoritmu

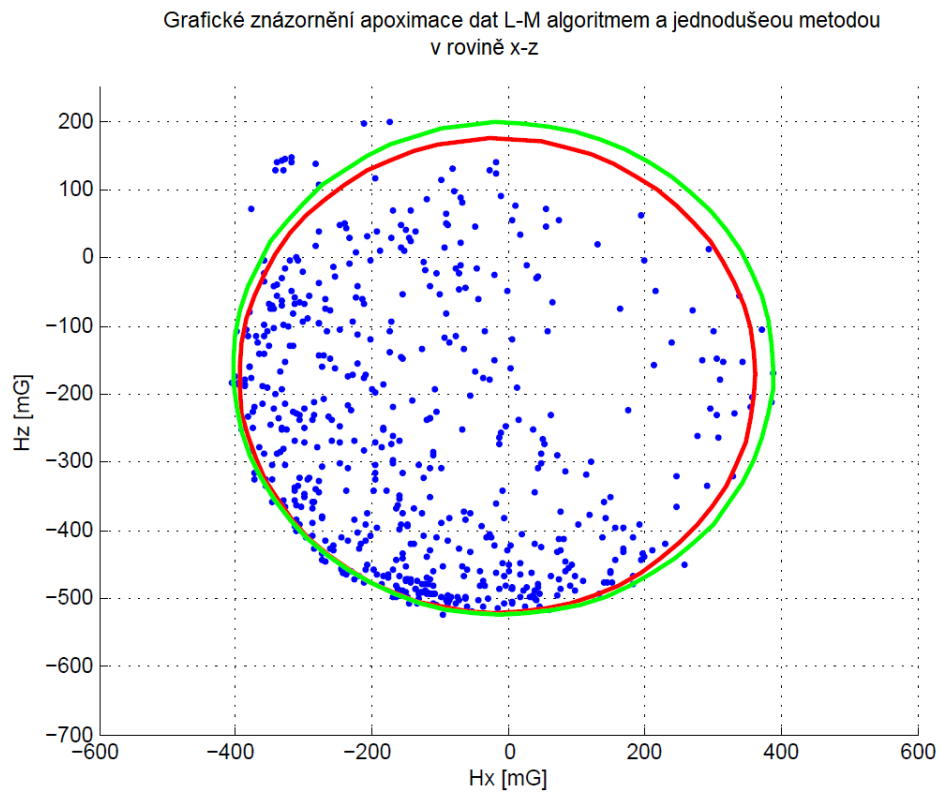
Zjednodušený algoritmus byl aplikován na stejná data jako Levenberg-Marquardtův algoritmus. Na obr. 23 a obr. 24 jsou znázorněny elipsoidy (opět promítnuté do dvou rovin – tudíž se jedná o elipsy), které aproximují naměřená data. Zelené elipsy představují aproximaci zjednodušeným výpočtem a červené elipsy představují aproximaci Levenberg-Marquardtovým algoritmem. Obě metody mají podobný výsledek, pro větší představu je uveden výpis konstant z obou metod. Tento výpočet je přímý a k výpočtu stačí pouze nalézt minimum a maximum v naměřených datech a provést jednoduchou matematickou operaci.

Parametry	Levenberg-Marquardt	Zjednodušená metoda
a_x	378,58	396,5
a_y	359,67	421,5
a_z	347,69	361
S_x	-16,13	-7,5
S_y	-235,92	-217,5
S_z	-173,06	-163
$\sum e_p$	$8,1 \cdot 10^5$	$1,16 \cdot 10^{13}$

Tabulka 3 – Porovnání vypočtených parametrů elipsoidu



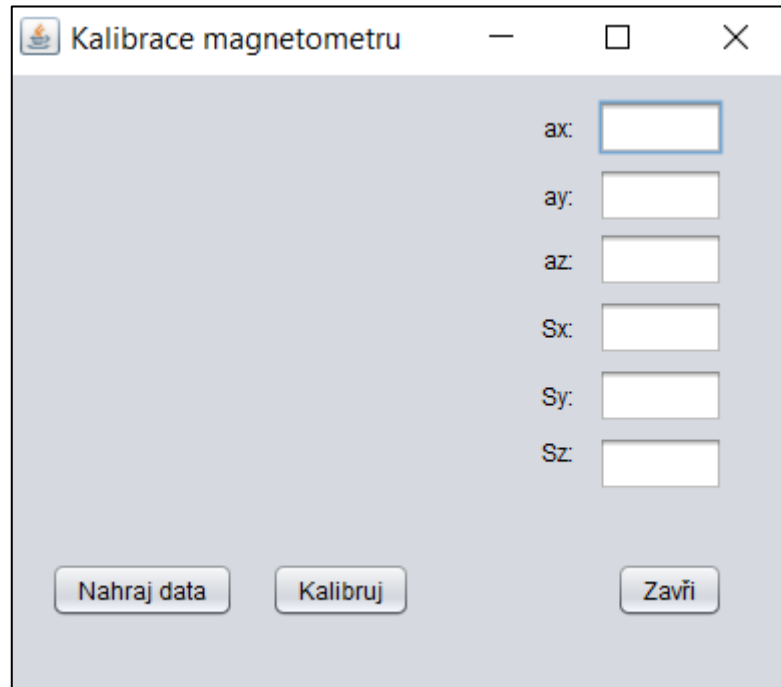
Obr. 23 – Grafické porovnání aproximací dat pomocí zjednodušené metody (zeleně) a Levenberg–Marquardtova algoritmu (červeně) v rovině x-y



Obr. 24– Grafické porovnání aproximací dat pomocí zjednodušené metody (zeleně) a Levenberg–Marquardtova algoritmu (červeně) v rovině x-z

6 Návrh uživatelského rozhraní

Jak bylo řečeno v předchozích kapitolách, pro návrh uživatelského rozhraní byl využit jazyk Java a prostředí NetBeans. Uživatelské rozhraní obsahuje (krom tlačítka pro ukončení rozhraní) tlačítka pro import dat a tlačítka pro kalibraci. Dále obsahuje textová pole, ve kterých se po kalibraci vypíší hledané konstanty (obr. 25).



Obr. 25 – Okno uživatelského prostředí po zapnutí

Po stisknutí tlačítka „Nahraj data“ se otevře okno s prohlížečem. Naměřená data by měla být uložena do textového souboru a jako oddělovač sloupců by měl být použit tabulátor (je možné úlohu modifikovat i pro více druhů oddělovačů jako například mezera, nebo středník). V případě nevyhovujícího formátu dat, vyskočí chybová hláška. Po nahrání dat je možné spustit kalibraci tlačítkem „Kalibruj“. Jakmile kalibrace proběhne, potřebné konstanty se vypíší do příslušných textových polí (obr. 26). Tímto je kalibrace hotova, aplikace se může ukončit tlačítkem „Zavři“ nebo stisknutím křížku v pravém horním rohu.



Obr. 26 – Zobrazení vypočtených konstant

7 Závěr

V této práci byla shrnuta teorie o magnetickém poli Země a jeho využití k navigaci. Dále byly shrnuty metody měření tohoto pole a metody kalibrace naměřených dat. V praktické části byl vyvinut software, který využíval zmíněné metody kalibrace. Jednalo se o řešení nelineární metody nejmenších čtverců a zjednodušenou metodu výpočtu parametrů aproximačního elipsoidu a následnou transformaci naměřených dat.

Algoritmus pro nelineární metodu nejmenších čtverců i zjednodušená metoda fungovaly spolehlivě na naměřených datech s poměrně mírnými odchylkami. Z tab. 2 plyne, že největší rozdíl ve velikosti poloos je 61,83 mG a posunutí středů 18,92 mG, což vzhledem k tomu, že se naměřená data pohybují ve stovkách mG dá považovat za dostatečné (největší rozdíl je patrný v součtu odchylek, kde se jedná o rozdíl v řádu 10^8 mG). Důvodem pro dostatečně malé odchylky je skutečnost, že data z magnetometru (dle teorie) představovala přibližně elipsoid (nenatočený). Kdyby data z magnetometru obsahovala velké odchylky od teoretického elipsoidu, tak zjednodušená metoda selže a nebude dávat relevantní data po kalibraci. Je možné tento nedostatek částečně ošetřit tím, že pro výpočet nebudou použity pouze maxima a minima z dat, ale například průměr ze dvou (případně i více) krajních bodů (kdyby data představovala ideální elipsoid, tak by obě metody měly dospět ke stejnému výsledku). Z tohoto faktu plyne hlavní výhoda nelineární metody nejmenších čtverců, která by dokázala data s velkými odchylkami od ideálního elipsoidu aproximovat podstatně lépe. Nevýhodou nelineární metody nejmenších čtverců je, že se jedná o numerický (iterační) výpočet s poměrně velkým množstvím dat, což je značně výpočetně náročnější než u přímého výpočtu zjednodušené metody. Pro snížení počtu iterací se může zjednodušená metoda použít jako počáteční odhad pro nelineární metodu nejmenších čtverců.

Jako výstup této práce byla navržena počítačová aplikace (uživatelské prostředí) pro kalibraci dat z magnetometru. Výpočetní algoritmy byly nejprve navrženy a odzkoušeny v prostředí Matlab a následně byly implementovány do aplikace uživatelského prostředí pomocí vývojového prostředí NetBeans.

8 Seznam použité literatury

- [1] BOUŠKA, Jan. *Zemský magnetismus: (Geomagnetismus)*. 1. vyd. Praha: Jednota českosl. matematiků a fyziků, 1949. Cesta k vědě (Jednota československých matematiků a fyziků). ISBN Zemský magnetismus
- [2] CHADIMA, Martin. *Geomagnetismus1.pdf* [online]. [cit. 2016-04-19]. Dostupné z: <<http://www.sci.muni.cz/~chadima/geomagnetismus/Geomagnetismus1.pdf>>
- [3] TUMAŇSKI, Sławomir. *Handbook of magnetic measurements*. Boca Raton: Taylor & Francis, 2011. ISBN 9781439829516.
- [4] National Geophysical Datacenter. *The World Geomagnetic Model* [online]. [cit. 2016-04-19]. Dostupné z: <<http://www.ngdc.noaa.gov/geomag/WMM/DoDWMM.shtml>>
- [5] Azimut. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2016-04-26]. Dostupné z: <<https://cs.wikipedia.org/wiki/Azimut>>
- [6] *Electronic Compass Design using KMZ51 and KMZ52* [online]. [cit. 2016-04-19]. Dostupné z: <http://akizukidenshi.com/download/ds/etc/ST10-AN00022_COMPASS.pdf>
- [7] WILTSCHKO, R., K. STAPPUT, P. THALAU a W. WILTSCHKO. Directional orientation of birds by the magnetic field under different light conditions. *Journal of The Royal Society Interface* [online]. 2010,7(Suppl_2), S163-S177 [cit. 2016-05-02]. DOI: 10.1098/rsif.2009.0367.focus. ISSN 1742-5689. Dostupné z: <<http://rsif.royalsocietypublishing.org/cgi/doi/10.1098/rsif.2009.0367.focus>>
- [8] RIPKA, Pavel. *Magnetic sensors and magnetometers*. Boston: Artech House, c2001. ISBN 1580530575.
- [9] CAMPS, Frederic, Sebastien HARASSE a Andre MONIN. Numerical calibration for 3-axis accelerometers and magnetometers. In: *2009 IEEE International Conference on Electro/Information Technology* [online]. IEEE, 2009, s. 217-221 [cit. 2016-05-17]. DOI: 10.1109/EIT.2009.5189614. ISBN 978-1-4244-3354-4. Dostupné z: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=5189614>>

- [10] Leveberg–Marquardt algorithm. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2016-06-03]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Levenberg%E2%80%93Marquardt_algorithm