



**FAKULTA  
ŠTOJNÍ  
ČVUT V PRAZE**

## **Ústav konstruování a částí strojů**

**Způsoby řešení rozměrových obvodů**

**Ways of Solving of Tolerance Chains**

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

**2017**

**Petr JANÍK**

**Studijní program:** B2342 TEORETICKÝ ZÁKLAD ŠTOJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

**Studijní obor:** 2301R000 Studijní program je bezoborový

**Vedoucí práce:** Ing. Karel PETR Ph.D.

# ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Janík** Jméno: **Petr** Osobní číslo: **434246**  
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**  
Zadávající katedra/ústav: **Ústav konstruování a částí strojů**  
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**  
Studijní obor: **bez oboru**

## II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

**Způsoby řešení rozměrových obvodů**

Název bakalářské práce anglicky:

**Ways of Solving of Tolerance Chains**

Pokyny pro vypracování:

Cílem bakalářské práce je popis možnosti řešení tolerančních řetězců (rozměrových obvodů). Bude proveden popis statistického přístupu k tolerancím.  
Součástí práce bude řešení týkající se řešení tolerančních řetězců (rozměrových obvodů - RO). Co jsou to RO, jaké jsou typy RO, způsoby řešení RO (stručně), možnosti vyhodnocení/řešení RO (Statistické metody výpočtu - Normy), co ovlivňuje výsledky řešení. V teoretické části budou řešeny způsoby řešení RO - Statistické metody (Metoda RSS; 6 Sigma) a následně budou tyto poznatky aplikovány na reálné sestavě a mezi sebou porovnány. Student vytvoří schéma postupu řešení RO - obecně jak se má postupovat.  
Rozsah grafické části - Návrhový výkres.

Seznam doporučené literatury:

- [1] ŠVEC, V.: Části a mechanismy strojů. Spoje a části spojovací. Praha: ČVUT, 2008.
- [2] Joseph E. Shigley: Konstruování strojních součástí. 2010. ISBN 978-80-214-2629-0
- [3] FREDERICK E. GIESECKE. Technical Drawing with Engineering Graphics. 2014. Pearson New International Edition. ISBN 13: 9781292026183.
- [4] Katalogy výrobců

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

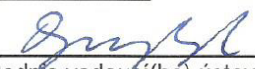
**Ing. Karel Petr Ph.D., ústav konstruování a částí strojů FS**

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **27.03.2017** Termín odevzdání bakalářské práce: **09.06.2017**

Platnost zadání bakalářské práce: \_\_\_\_\_

  
Podpis vedoucí(ho) práce

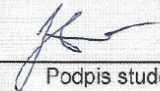
  
Podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

  
Podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací.  
Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

15.4.2017  
Datum převzetí zadání

  
Podpis studenta

## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci s názvem: „Způsoby řešení rozměrových obvodů“ vypracoval samostatně pod vedením Ing. Karla Petra Ph.D. a literaturu k tomu použitou jsem řádně uvedl v seznamu použité literatury na konci práce.

V Praze dne 8.6.2017

Petr Janík

.....

## PODĚKOVÁNÍ

Chtěl bych poděkovat panu Ing. Karlu Petrovi Ph.D. za odborné vedení, za pomoc a cenné rady při zpracování této práce a také za jeho čas věnovaný konzultacím této práce.

## ANOTAČNÍ LIST

Jméno autora:	Petr JANÍK		
Název BP:	Způsoby řešení rozměrových obvodů		
Anglický název:	Ways of Solving of Tolerance Chains		
Rok:	2017		
Studijní program:	B2342 Teoretický základ strojního inženýrství		
Obor studia:	2301R000 Studijní program je bezoborový		
Ústav:	Ústav konstruování a částí strojů		
Vedoucí BP:	Ing. Kare PETR Ph.D.		
Bibliografické údaje:	počet stran	53	
	počet obrázků	34	
	počet tabulek	5	
	počet příloh	5	
Klíčová slova:	Rozměrové tolerance, rozměrové obvody, metoda Worst Case, metoda RSS, metoda 6-Sigma.		
Keywords:	Dimensional tolerances, tolerance chains, Worst Case method, RSS method, 6-Sigma method.		
Anotace:	<p>Tato práce se zabývá metodami řešení rozměrových obvodů. Nejprve bude nastíněna problematika rozměrových tolerancí a budou vysvětleny některé pojmy, jejichž znalost je nutná pro následující výklad. Bude provedeno rozdělení rozměrových obvodů, rozdělení metod řešení rozměrových obvodů a jejich výklad včetně metod statistických. V praktické části pak budou tyto metody použity na konkrétní sestavě a vzájemně porovnány.</p>		
Abstract:	<p>This thesis is dealing with the methods of solving of tolerance chains. At first the issue of dimension tolerances is outlined and some definitions are explained, knowledge of which is necessary for understanding the following text. Classification of tolerance chains and methods of solving tolerance chains is made also with the explanation of these methods including the statistic methods. In the analytical part of the thesis these methods are used for solving the tolerance chains on a definite assembly and compared.</p>		

**OBSAH**

1. Úvod .....	2
2. Rozměrové obvody .....	2
2.1. Rozdělení rozměrových obvodů [1][2] .....	2
2.2. Pojmy a definice.....	3
2.2.1. Členy rozměrového obvodu [1][2].....	3
2.2.2. Rozměrové tolerance [5] .....	5
3. Způsoby řešení rozměrových obvodů .....	9
3.1. Rozdělení metod řešení [1] .....	9
3.2. Aritmetické řešení tolerančních řetězců .....	10
3.2.1. Výpočet tolerancí lineárních rozměrových obvodů [1][2] .....	10
3.2.2. Výpočet tolerancí plošných rozměrových obvodů [1] .....	15
3.2.3. Příklady řešení rozměrových obvodů a správného kótování [3][4] .....	22
3.3. Statistické řešení tolerančních řetězců [2][7] .....	26
3.3.1. Statistický základ metod .....	27
3.3.2. Metoda RSS.....	28
3.3.3. Metoda „6 Sigma“ .....	29
3.3.4. Metoda Monte Carlo.....	31
4. Praktická část.....	33
4.1. Rozměrový obvod A .....	34
4.1.1. Varianta a) .....	34
4.1.1.1. Členy rozměrového obvodu .....	34
4.1.1.2. Řešení rozměrového obvodu aritmetickou metodou MAX-MIN .....	35
4.1.1.3. Řešení rozměrového obvodu statistickou metodou RSS .....	35
4.1.2. Varianta b) .....	37
4.1.2.1. Členy rozměrového obvodu .....	37
4.1.2.2. Řešení rozměrového obvodu metodou MAX-MIN .....	38
4.1.2.3. Řešení rozměrového obvodu statistickou metodou RSS .....	38
4.1.3. Zhodnocení .....	39
4.2. Rozměrový obvod C .....	39
4.2.1. Členy rozměrového obvodu .....	40
4.2.2. Řešení aritmetickou metodou MAX-MIN .....	41
4.2.3. Řešení statistickou metodou RSS .....	42
4.2.4. Zhodnocení .....	42
4.3. Obecný postup.....	43
5. Závěr .....	44
Použitá literatura .....	46
Seznam obrázků .....	47
Seznam tabulek.....	48
Seznam příloh.....	49
Přílohy .....	50

## 1. Úvod

Řešení rozměrových obvodů konstrukce je důležitou konstrukční činností jak z hlediska funkčního, tak z hlediska ekonomického. K dosažení správné funkce konstrukce je nutné dosáhnout určité přesnosti výroby jednotlivých součástí (tj. aby rozměry součástí byli dodržovány v určitých mezích), aby byla zaručena jejich smontovatelnost do vyšších dílčích celků. Zvyšování přesnosti výroby s sebou ovšem nese zvyšování nákladů z důvodu náročnosti požadavků na přesnost výrobních strojů, přesnost měřicích přístrojů pro kontrolu dosažené kvality a na celkovou kvalitu práce. Z toho důvodu je nutno optimalizovat postup návrhu konstrukce tak, aby byla zaručena její smontovatelnost a zároveň byly výrobní a provozní náklady co nejnižší, tedy správně navrhnout jmenovité rozměry součástí a smysluplně určit jejich tolerance. Toho lze nejlépe dosáhnout analýzou rozměrových obvodů.

Metody řešení rozměrových obvodů se liší v závislosti na sériovosti výroby, složitosti výrobku (počtu součástí) a s tím souvisejícími požadavky na zaměnitelnost jednotlivých součástí v rámci výrobku. Metoda úplné zaměnitelnosti, tj. aritmetická metoda výpočtu (metoda na maximum-minimum), zaručuje úplnou zaměnitelnost součástí v rámci řešeného řetězce, ale svým přístupem může klást vysoké požadavky na přesnost výroby a tedy i cenu výrobního procesu, proto se hodí spíše pro kusovou nebo malosériovou výrobu a pro méně složité výrobky (ve smyslu počtu součástí). Pro hromadnou a sériovou výrobu jsou užívány metody neúplné zaměnitelnosti součástí (např. statistické metody, metody skupinové zaměnitelnosti), kdy obvykle není požadována tak vysoká přesnost výrobků, ale to za cenu určité míry zmetkovitosti, čímž opět dochází k růstu nákladů. Hledání neekonomičtějšího řešení je tedy společnou konstrukční a technologickou úlohou, kdy musí dojít k optimalizaci celého procesu návrhu a výroby daného výrobku.

Cílem této práce je představit jednotlivé metody řešení rozměrových obvodů a to jak teoretickým přehledem, tak následným praktickým využitím těchto metod na konkrétní sestavě, jejich srovnáním a zhodnocením vhodnosti jejich použití.

## 2. Rozměrové obvody

Pojmem rozměrový obvod (toleranční řetězec<sup>1</sup>) rozumíme uzavřený okruh rozměrů, tj. rozměrů, které na sebe navazují a v rámci řešené úlohy jsou na sobě z funkčního hlediska závislé. Mohou to být rozměry určující vzdálenosti ploch či os jedné součásti nebo více součástí v jedné montážní jednotce. Podle vzájemné polohy jednotlivých členů dělíme rozměrové obvody na přímkové, rovinné a prostorové (viz 2.1).

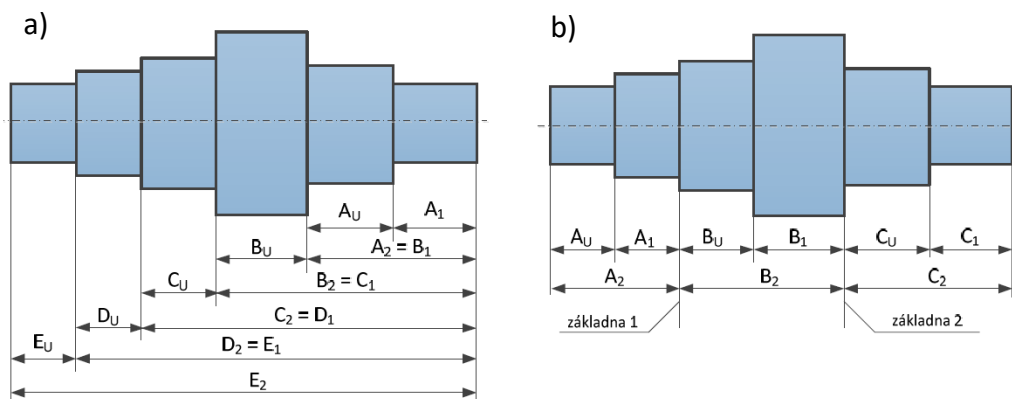
### 2.1. Rozdělení rozměrových obvodů [1][2]

Z hlediska vzájemné polohy jednotlivých článků dělíme rozměrové obvody na:

- **Přímkový rozměrový obvod:** rozměrový obvod, jehož všechny členy leží v přímce nebo rovnoběžných přímkách v jedné rovině (obr. 1)
- **Rovinný rozměrový obvod:** rozměrový obvod, jehož všechny členy leží v jedné rovině nebo vzájemně rovnoběžných rovinách.
- **Prostorový rozměrový obvod:** rozměrový obvod, jehož členy leží v různoběžných rovinách.

Z hlediska vzájemné polohy můžeme rozměrové obvody rozdělit na:

- **Paralelní rozměrové obvody:** rozměrové obvody, které mají jeden nebo několik společných členů (obr. 1a)).
- **Sériové rozměrové obvody:** rozměrové obvody, z kterých každý následující má jednu společnou základnu s obvodem předcházejícím (obr. 1b)).



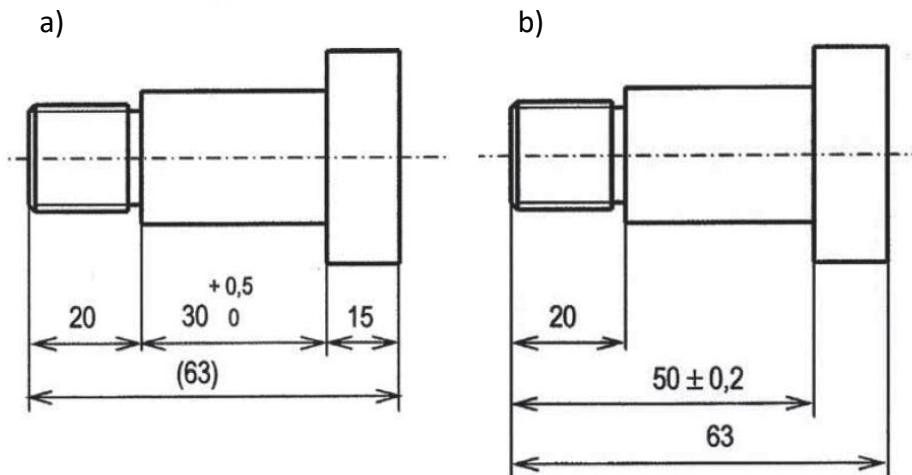
obr. 1: Přímkové rozměrové obvody [2]

<sup>1</sup> Označení toleranční řetězec je synonymem pro rozměrový obvod. Obě tato označení vychází z geometrického zobrazení úlohy, kdy tolerance a jejich rozměry tvoří řetězec/uzavřený obvod.



Podle povahy řešené úlohy můžeme rozměrové obvody rozdělit na:

- **Konstrukční rozměrový obvod<sup>1</sup>:** rozměrový obvod určující vzdálenost či vzájemné natočení ploch nebo os z hlediska funkce. Slouží k řešení úlohy zajištění přesnosti při konstrukci výrobku (obr. 2a)).
- **Technologické rozměrový obvod:** rozměrový obvod zajišťující požadovanou vzdálenost nebo natočení povrchů výrobku při obrábění (obr. 2.b)).



obr. 2: Kotování výrobku z hlediska a) funkce a b) výroby [3]

## 2.2. Pojmy a definice

Pro další popis rozměrových obvodů a metod jejich řešení bude uveden přehled a vysvětlení potřebných pojmů a definic, týkajících se rozměrových obvodů a rozměrových tolerancí součástí, jejichž znalost je pro další výklad nezbytná.

### 2.2.1. Členy rozměrového obvodu [1][2]

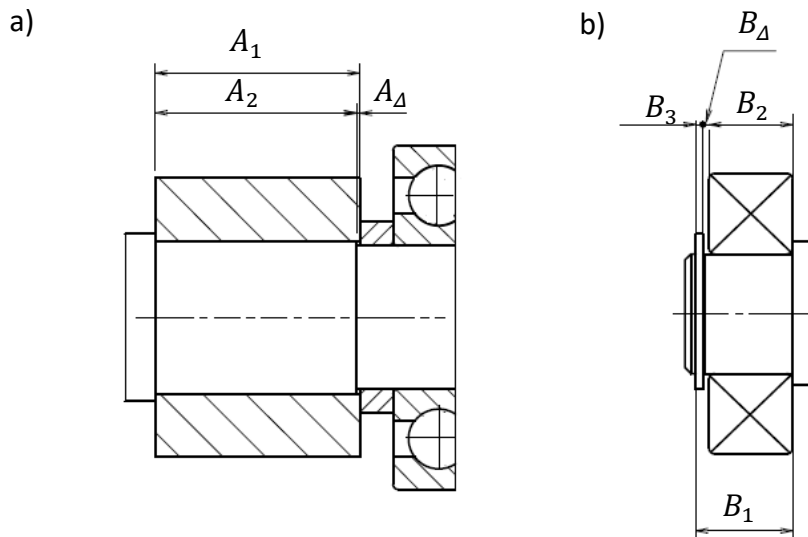
Členy rozměrového obvodu jsou obecně všechny rozměry, které rozměrový obvod tvoří. Mohou to tedy být jak rozměry součástí, tak vůle či přesahy. Členy jednoho rozměrového obvodu se obvykle značí velkými písmeny latinské abecedy (vždy jedno písmeno pro jeden rozměrový obvod) a příslušným indexem či dalšími značkami (např.  $A_1$ ,  $A_2, \dots, A_n$ ,  $A_\Delta$ ,  $\bar{A}$ ,  $\dots$  viz vysvětlení jednotlivých členů).

**Uzavírací člen** je člen rozměrového obvodu, který je výchozí při zadání úlohy nebo je posledním při řešení dané úlohy. Často je to vůle (někdy i přesah) a na výkresech se

<sup>1</sup> Pojem konstrukční rozměrový obvod odpovídá označením toleranční řetězec a rozměrový obvod použitým v této práci.

nekótuje (nebo pouze rozměr v závorce, tj. pomocná kóta), protože je to rozměr závislý na ostatních nezávislých členech<sup>1</sup>. Značí se písmenem zvoleným pro daný rozměrový obvod s řeckým písmenem „delta“ v indexu, např.:  $A_{\Delta}$ ,  $B_{\Delta}$  (viz obr. 3)

**Dílčí člen** je člen rozměrového obvodu, který je ve funkčním vztahu k uzavíracímu členu (tj. všechny ostatní členy). Značí se příslušným písmenem bez indexu .



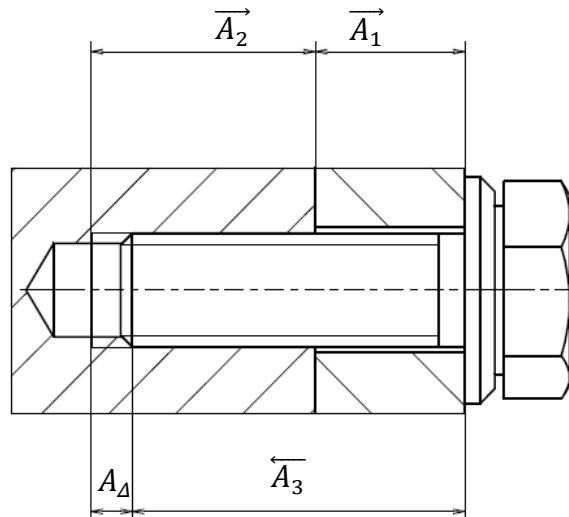
obr. 3: Ukázka značení členů v jednoduchých přímkových rozměrových obvodech

Na obr. 3 a) je vyznačen rozměrový obvod zajištění náboje na hřídeli, jehož uzavíracím členem je vůle mezi čelem náboje a čelem osazení, bez níž by nebylo zajištěno pevné upevnění náboje (nesmí dojít k doražení distančního kroužku na osazení). Na obr. 3 b) je uzavíracím členem vůle mezi pojistným kroužkem a ložiskem, která zde musí být, aby bylo možno pojistný kroužek zasadit do drážky.

**Zvětšující člen** je člen, jehož zvětšováním dochází ke zvětšování uzavíracího členu. Značí se šipkou nad písmenem směřující doprava (jako vektor).

**Zmenšující člen** je člen, jehož zvětšováním dochází ke zmenšování uzavíracího členu. Značí se šipkou nad písmenem směřující doleva.

<sup>1</sup> Uzavírací člen je závislý v tom smyslu, že nám vyjde z ostatních zadaných rozměrů a jejich tolerancí, tj. pokud řešíme tzv. úlohu nepřímou neboli kontrolní. Opačným případem je úloha, kdy je naopak dána požadovaná vůle a my v ohledu k ní navrhujeme ostatní rozměry a tolerance (viz 3.1).



obr. 4: Zvětšující a zmenšující členy rozměrového obvodu

Na obr. 4 je šroub, který prochází dírou délky  $A_1$  v první součásti a dále je zašroubován do závitu v druhé součásti. Délka závitu v druhé součásti je  $A_2$ . Jak je vidět z obrázku, při zvětšování obou těchto členů roste axiální vůle na čele šroubu (uzavírací člen  $A_4$ ) a oba tyto členy jsou tedy zvětšující. Naopak délka šroubu  $A_3$  je člen zmenšující, protože s jeho zvětšující se délkou bude axiální vůle klesat.

**Společný člen** je člen, který je společný několika (alespoň dvěma) rozměrovým obvodům zároveň.

**Kompenzační člen** je člen rozměrového obvodu, jehož změnou se dosahuje požadovaná přesnost uzavíracího členu. Značí se indexem „K“ u písmene označení členu, např.:  $A_{3K}$ .

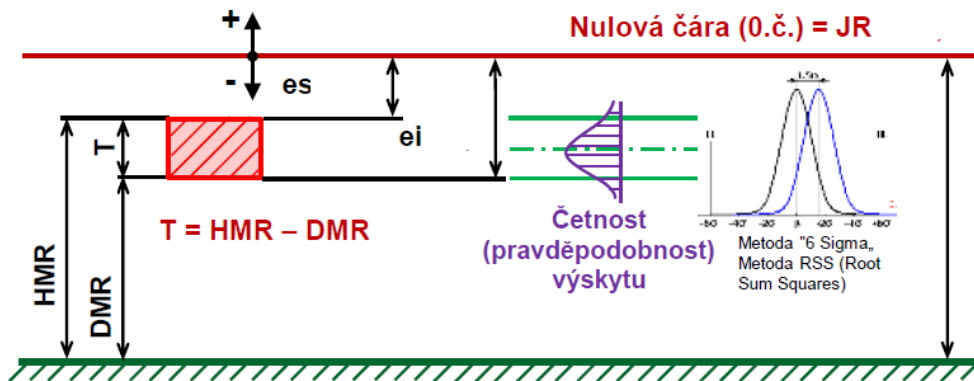
### 2.2.2. Rozměrové tolerance [5]

Žádná součást nemůže být vyrobena s naprostou přesností. Proto je nutno rozměry na výkresech tolerovat, tedy předepisovat určitý interval v okolí jmenovitého rozměru, v němž se musí vyrobený rozměr nacházet, a to tak, aby byla zaručena funkčnost součásti (i v kontextu vyšších montážních celků) a zároveň byl brán ohled na nákladnost přesné výroby, tedy nevyžadovat zbytečnou preciznost tam, kde to není nutné. K předepisování tolerancí slouží soustava tolerancí a uložení ISO daná normou ČSN EN ISO 286-1:2011, která se zabývá jak délkovými tolerancemi, tak tolerancemi tvaru a polohy. K bližšímu studiu této problematiky lze využít například [1] nebo přímo normu [5]. Zde bude proveden pouze přehled základních pojmů, týkajících se délkových tolerancí, potřebných pro řešení problematiky rozměrových obvodů v rozsahu této práce.

**Jmenovitý rozměr (JR)** je rozměr, k němuž se vztahují úchytky, tedy **tolerovaný rozměr** předepsaný na výkrese.

**Skutečný rozměr** je rozměr skutečně vyrobené součásti získaný měřením.

**Mezní rozměry** jsou krajní dovolené rozměry, mezi nimiž (včetně) se musí nacházet skutečný rozměr. Mezní rozměr může být **horní (HMR)** tedy největší dovolený rozměr prvku, nebo **dolní (DMR)**, který je naopak nejmenším dovoleným rozměrem prvku, viz obr. 5.



obr. 5: Tolerance délkových rozměrů [6]

**Úchylka** je algebraický rozdíl mezi rozměrem (mezním, skutečným) a jmenovitým, **mezní úchylka** je potom algebraický rozdíl mezi mezním a jmenovitým rozměrem. Může být tedy opět **horní (ES, es)** a **dolní (EI, ei)** a značí se malými písmeny abecedy pro rozměry typu hřídel a velkými pro rozměry typu díra<sup>1</sup>:

$$es = HMR - JR; ei = DMR - JR. \quad (1)$$

Tato rovnice platí pro rozměry typu hřídel, pro díru by se počítali obdobně (ES, EI namísto es a ei). Pro případ na obrázku obr. 5 vyjdou obě mezní úchylky záporné, protože se oba mezní rozměry nachází pod nulovou čárou (viz níže).

**Nulová čára** je přímka, která v grafickém znázornění tolerančních polí odpovídá jmenovitému rozměru. Úchylky nad nulovou čárou (tj. větší než jmenovité rozměry) jsou kladné, pod nulovou čárou záporné. Úchylka blíže k nulové čáře je **úchylka základní**.

**Tolerance rozměru (T)** je rozdíl mezi horním a dolním mezním rozměrem, tj. rozdíl mezi horní a dolní mezní úchylkou (přitom je třeba respektovat jejich znaménka, hodnota tolerance musí vždy vyjít kladné číslo):

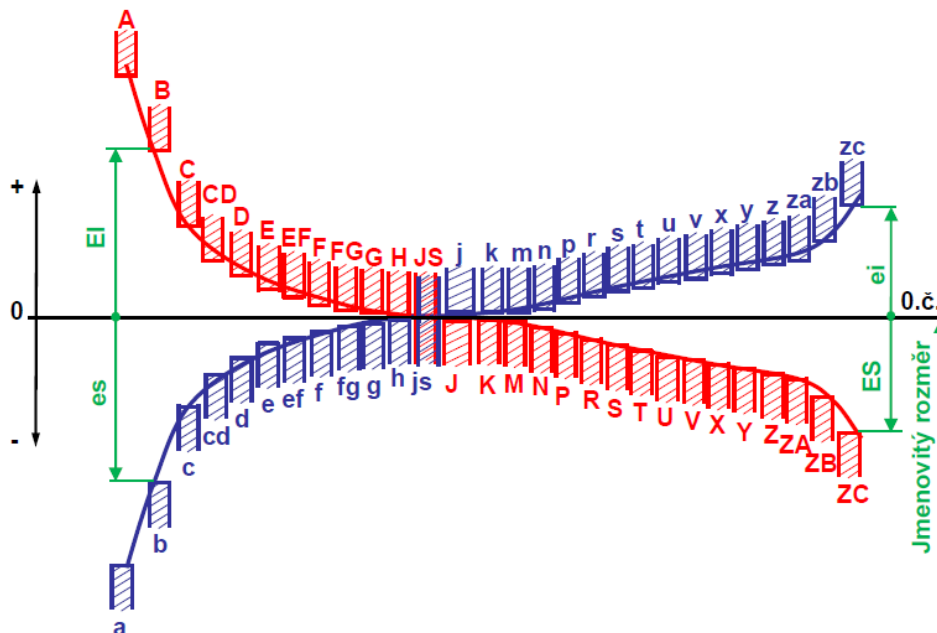
$$T = HMR - DMR = es - ei. \quad (2)$$

<sup>1</sup> Rozměry typu díra jsou takové, u nichž je materiál vně pomocných kótovacích čar, u rozměrů typu hřídel naopak. Přitom nemusí jít nutně o rotační součásti, určující je výše zmíněná podmínka. [6]

Pro rozměr typu díra by se hodnota tolerance počítala obdobně. Jak je vidět na obr. 5, obě mezní úchytky jsou záporné, ale jejich tolerance vyjde kladná (ei má větší absolutní hodnotu a dochází k jejímu přičtení (zdvojením znaménka minus) k es).

**Toleranční pole** je v grafickém zobrazení tolerancí oblast mezi dvěma přímkami odpovídajícími hornímu a dolnímu meznímu rozměru. Je určeno velikostí tolerance a jeho polohou vzhledem k nulové čáře.

**Souřadnice středu tolerančního pole** je souřadnice určující polohu středu tolerančního pole vzhledem k jmenovitému rozměru. Pokud je tato souřadnice nulová (střed tolerančního pole leží na nulové čáře), pak se jedná o **symetrické toleranční pole** a mezní úchytky jsou si rovny. Střed tolerančního pole je z hlediska řešení rozměrových obvodů významný. Při jejich řešení výpočtovou metodou ji budeme brát za výchozí, abychom mohli pracovat se symetrickými hodnotami, přestože toleranční pole nebude symetrické (budeme pracovat se souřadnicí středu namísto s jmenovitým rozměrem). Z hlediska řešení rozměrových obvodů metodami pravděpodobnostními je střed tolerančního pole významný tím, že je v něm nejvyšší pravděpodobnost výskytu skutečného rozměru (předpoklad normálního Gaussova rozložení pravděpodobnosti), viz obr. 5.



obr. 6: Značení polohy tolerančního pole [6]

Tolerance rozměrů se dají na výkresech zapisovat různě. Základním způsobem je **zápis pomocí mezních úchylek**, tedy ve tvaru „ $JR_{ei}^{es}$ “ s příslušnými znamínky mezních

úchylek, např.:  $\varnothing 100_{+0,1}^{+0,3}$ . V případě symetrických tolerančních polí se použije znaménko „±“. Další možností zápisu je použití tzv. **tolerančních tříd**, které určují toleranci pomocí polohy tolerančního pole vzhledem k nulové čáře (základní úchylka; značí se velkým písmenem pro díry a malým pro hřídele; viz obr. 6) a **normalizovaných tolerančních stupňů IT (stupně přesnosti)**, které jsou IT 01, IT 0, IT 1, ..., IT 18<sup>1</sup>. Například zápis 90 H7 značí jmenovitý rozměr 90 mm o stupni přesnosti IT 7 (který pro tento rozměr značí toleranci 0,035 mm) a základní úchylkou 0 mm a odpovídá tedy zápisu  $90_0^{+0,035}$ .

---

<sup>1</sup> Hodnoty tolerancí pro jednotlivé stupně přesnosti stejně jako polohy tolerančních polí závisí na jmenovitém rozměru a lze je najít ve strojnických tabulkách.

### 3. Způsoby řešení rozměrových obvodů

Řešení rozměrových obvodů je důležitou konstrukční úlohou, která má zajistit funkčnost výrobku a zaměnitelnost součástí, ale také hospodárnost návrhu konstrukce. Tyto úlohy lze rozdělit na **úlohy nepřímé** (tj. kontrolní), kdy jsou zadány jmenovité rozměry a tolerance dílčích členů a mají se zjistit parametry uzavíracího členu (čili zda je sestava smontovatelná) a **úlohy přímé** (neboli **konstrukční**), kdy jsou zadány parametry uzavíracího členu a úkolem je stanovit parametry dílčích členů, tedy smysluplně navrhnout jejich jmenovité rozměry a tolerance. Předmětem této práce je řešení právě těchto úloh, tedy způsoby výpočtu (stanovení) tolerancí a úchylek členů rozměrového obvodu.

#### 3.1. Rozdělení metod řešení [1]

**Metoda úplné zaměnitelnosti** je metoda, při které se dosahuje požadované přesnosti uzavíracího členu u všech výrobků, tzn. musí být předepsány takové tolerance dílčích členů rozměrového obvodu, aby byla vždy zajištěna smontovatelnost. Řešení je založeno na aritmetické metodě výpočtu, **metodě výpočtu na maximum-minimum (Worst Case method)**, kdy uvažujeme pouze mezní rozměry součástí a jejich nejnepříznivější kombinace. Tato metoda tedy zajišťuje úplnou zaměnitelnost součástí, čímž ale klade vysoké požadavky na přesnost (předepisuje malé tolerance) a hodí se tedy hlavně pro malosériovou výrobu a pro výrobky s menším počtem součástí<sup>1</sup> [6].

**Metody neúplné zaměnitelnosti** nepracují pouze s nejnepříznivějšími kombinacemi mezních rozměrů a nezaručují tedy úplnou zaměnitelnost, vedou ovšem na větší tolerance a tedy levnější výrobu a hodí se pro hromadnou a sériovou výrobu [7]. Jsou to například metody skupinové zaměnitelnosti, metoda seřizování, metoda přizpůsobení nebo pravděpodobnostní metody výpočtu.

**Metoda skupinové zaměnitelnosti** je metoda, při které se dosahuje požadované přesnosti uzavíracího členu třížením do skupin a následným sdružováním pouze těch částí, které spolu mohou požadované přesnosti uzavíracího členu dosáhnout. Součásti se tedy nemusí vyrábět s takovou přesností, ale je nutné je roztřídit do skupin součástí s podobnými úchytkami a tím rostou náklady na práci (měření).

---

<sup>1</sup> S rostoucím počtem členů rozměrového obvodu klesají hodnoty maximálních možných tolerancí jednotlivých členů (tolerance uzavíracího členu se musí rozdělit mezi dílčí členy) a tím rostou požadavky na přesnost výroby. Princip bude zjevný z výkladu v části 3.2.

**Metoda seřizování** dosahuje požadované přesnosti uzavíracího členu rozměrového obvodu změnou rozměru kompenzačního členu bez oddělení materiálu kompenzátoru, **metoda přizpůsobení** pak oddělením materiálu z kompenzátoru.

**Metoda pravděpodobnostní** pracuje s rozdělením pravděpodobnosti (četnosti) výskytu skutečného rozměru v okolí středu tolerančního pole. Navrhuje tolerance součástí tak, aby byla zaručena zaměnitelnost součástí v předepsaném procentu případů a to takovém, kdy bude ještě úspora daná předepisováním větších tolerancí převládat nad náklady na výrobu zmetků. Způsobem výpočtu tolerancí pravděpodobnostním přístupem se zabývají především **metody RSS a 6 Sigma**, na které se zaměříme v rámci statě 3.3.

## 3.2. Aritmetické řešení tolerančních řetězců

Tato kapitola se bude zabývat analýzou rozměrových obvodů a výpočtem tolerancí součástí metodou **Worst Case**, také nazývanou metoda výpočtu **na maximum-minimum**. Oba tyto názvy napovídají, že metodou bude dosaženo úplné zaměnitelnosti součástí<sup>1</sup>. Tato práce se bude zabývat řešením pouze lineárních a plošných rozměrových obvodů. Řešení prostorových obvodů sahá nad rámec této práce.

### 3.2.1. Výpočet tolerancí lineárních rozměrových obvodů [1][2]

Lineární rozměrové obvody jsou obvody, které mají všechny členy v rovnoběžných směrech,<sup>2</sup> a jejich řešení odpovídá úloze, kdy je za sebou řazeno několik součástí (zmenšující členy) a ty se musí vejít do nějakého prostoru vymezeného jednou nebo několika součástmi (zvětšující členy). Tato kapitola tedy odpovídá řešení rozměrových obvodů na úrovni kurzu konstruování v bakalářském studiu.

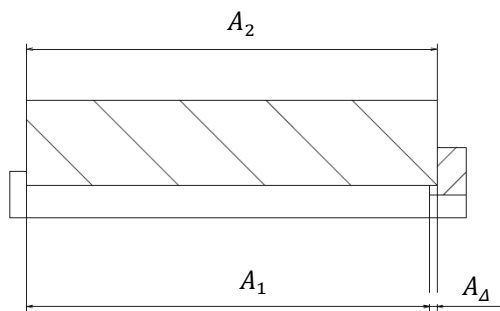
**Odvození vztahů** pro výpočet tolerancí bude vysvětleno na jednoduchém typu obvodu podle **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.**, kde je zobrazen detail zajištění náboje na hřídeli, a odvozené vztahy budou následně aplikovány i na složitější rozměrové obvody (obr. 8).

---

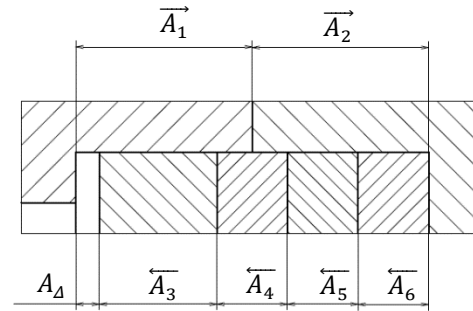
<sup>1</sup>Anglický název „Worst Case Method“ se dá do češtiny přeložit jako „metoda nejhoršího případu“. To znamená, že počítá pouze s nejnepříznivějšími (nejhoršími) kombinacemi mezních úchylek.

<sup>2</sup> Rozměrové obvody, jehož všechny členy jsou úhly vztažené ke stejné základně, jsou také lineární! Platí zde prosté sčítání a odčítání úhlů, jako u rovnoběžných délkových rozměrů („rovnoběžné“ tangenciální směry).





obr. 7: Detail zajištění náboje na hřídeli



obr. 8: Vícečlenný rozměrový obvod

Z obrázku 7 je vidět, že **jmenovitý rozměr uzavíracího členu  $A_{\Delta}$**  se spočte jako:

$$A_{\Delta} = A_2 - A_1, \quad (3)$$

kde zřejmě  $A_2$  je člen zvětšující a  $A_1$  člen zmenšující (jejich jmenovité rozměry, v obr. 10 označeny indexem N). Pro složitější rozměrový obvod lze rovnici přepsat do tvaru:

$$A_{\Delta} = \sum_{i=1}^m \overrightarrow{A}_i - \sum_{i=m+1}^n \overleftarrow{A}_i, \quad (4)$$

kde:  $n$  je počet všech dílčích členů,  
 $m$  je počet zvětšujících členů,  
 $n-m$  je počet zmenšujících členů.

K odvození dalších vztahů budou připomenuty rovnice z kapitoly 2.2.2 s upraveným značením vhodnějším pro výpočty<sup>1</sup>. Pro mezní úchytky dílčích členů platí rovnice (1), kterou zapíšeme ve tvaru:

$$S_{Ai} = A_{imax} - A_i; I_{Ai} = A_{imin} - A_i, \quad (5)$$

z čehož můžeme pro mezní rozměry dílčích členů vyjádřit:

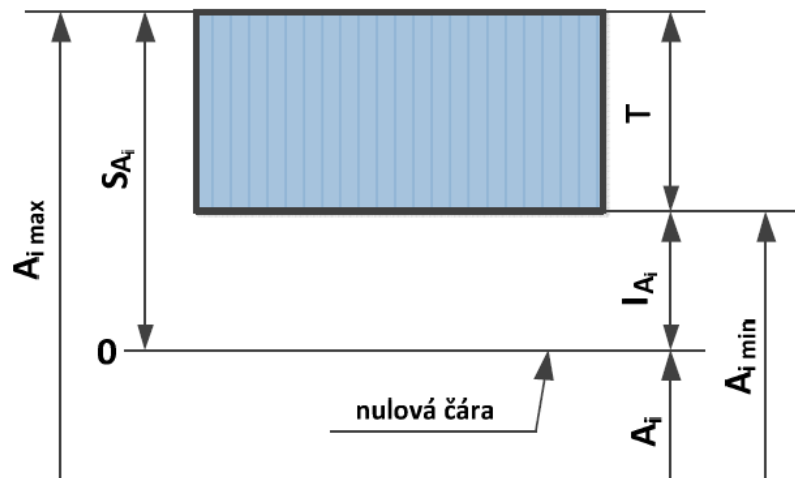
$$A_{imax} = A_i + S_{Ai}, \quad (6)$$

$$A_{imin} = A_i + I_{Ai}, \quad (7)$$

kde  $A_{imax}$  je horní mezní rozměr (HMR) i-tého členu,  $A_{imin}$  je dolní mezní rozměr i-tého členu (DMR) a  $S_{Ai}$ ,  $I_{Ai}$  jsou horní a dolní mezní úchytky i-tého členu (ES, EI). Tyto vztahy jsou zřejmé z obr. 9:

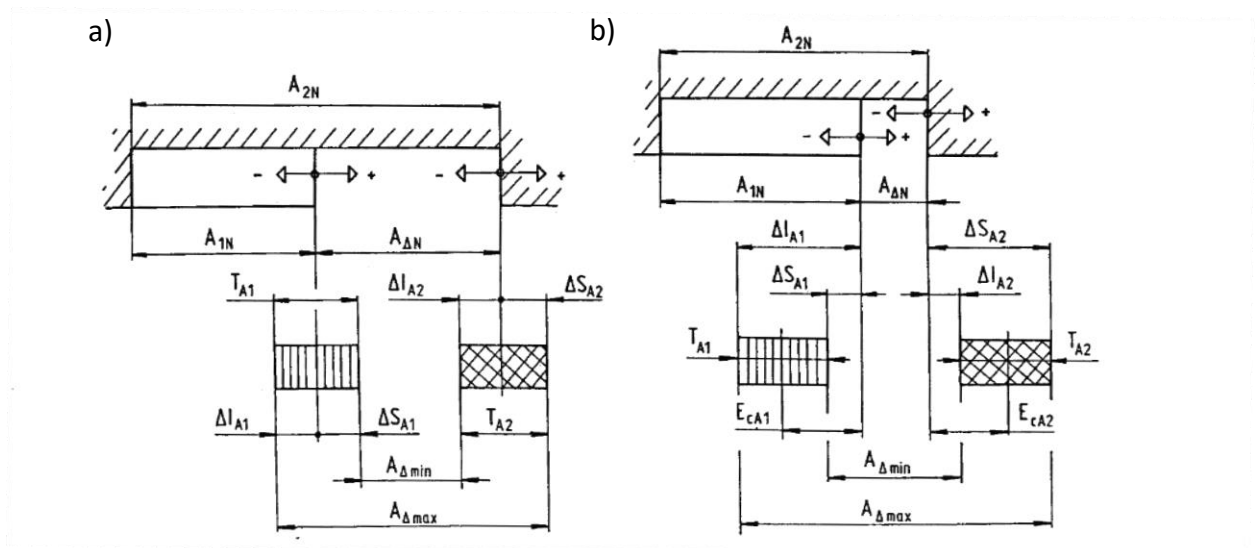
<sup>1</sup> Značení je převzato z [1] s tou změnou, že označení  $A_{\Delta N}$ ,  $A_{1N}$ ,  $A_{2N}$  odpovídá označení  $A_{\Delta}$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  v rovnicích (nepíše se index N) a označení  $\Delta S_{A1}$ ,  $\Delta I_{A1}$ ,  $\Delta S_{A2}$ ,... odpovídá označení  $S_{A1}$ ,  $I_{A1}$ ,  $S_{A2}$ ... v rovnicích.

dílčí člen  $A_i$



obr. 9: Znázornění tolerančního pole dílčího členu rozměrového obvodu [2]

Na obr. 10 **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.** je zobrazen rozměrový obvod (se stejným rozložením jednotlivých členů jako obvod na obr. 7) se zobrazením tolerančních polí dílčích členů:



obr. 10: Jednoduchý lineární rozměrový obvod se zobrazením tolerančních polí [1]

- a) se symetrickými tolerančními poli
- b) s obecnou polohou tolerančních polí

Z obr. 10 a s přihlédnutím k rovnicím (6) a (7) je zřejmé, že **mezní rozměry uzavíracího členu** se spočtou:

$$A_{\Delta max} = A_{2max} - A_{1min}, \quad (8)$$

$$A_{\Delta min} = A_{2min} - A_{1max} \quad (9)$$

a pro složitější obvod o více dílčích členech lze obecně psát:

$$A_{\Delta max} = \sum_{i=1}^m \overrightarrow{A_{i max}} - \sum_{i=m+1}^n \overleftarrow{A_{i min}}, \quad (10)$$

$$A_{\Delta min} = \sum_{i=1}^m \overleftarrow{A_{i min}} - \sum_{i=m+1}^n \overrightarrow{A_{i max}}. \quad (11)$$

Pro velikost tolerance rozměru obecně platí rovnice (2), v novém značení zapsaná ve tvaru:

$$T_A = A_{max} - A_{min} = S_A - I_A, \quad (12)$$

a po dosažení rovnic (10) a (11) do této rovnice dostáváme po úpravě vztah pro toleranci uzavíracího členu:

$$\begin{aligned} T_{A\Delta} &= A_{\Delta max} - A_{\Delta min} = (A_{2max} - A_{1min}) - (A_{2min} - A_{1max}) \\ &= (A_{2max} - A_{2min}) + (A_{1max} - A_{1min}). \end{aligned} \quad (13)$$

S přihlédnutím k rovnici (12) dostáváme výsledný vztah pro **toleranci uzavíracího členu**:

$$T_{A\Delta} = T_{A1} + T_{A2}, \quad (14)$$

který lze obecně psát jako:

$$T_{A\Delta} = \sum_{i=1}^n T_{Ai}. \quad (15)$$

Rovnice (15) říká, že tolerance uzavíracího členu je rovna součtu tolerancí všech dílčích členů. Tento výsledek je nutno chápat tak, že se zvyšováním počtu členů v řetězci rostou nároky na jejich přesnost, protože tolerance uzavíracího členu se musí zachovat (je daná).

Rovnici pro výpočet **tolerance dílčího členu** získáme z rovnice (15) jako:

$$T_{Ai} = T_{A\Delta} - \sum_{i=1}^{n-1} T_{Ai}. \quad (16)$$

Zatím jsme odvodili rovnice pro výpočet jmenovitého rozměru uzavíracího členu (rovnice (3) resp. (4)), mezních rozměrů uzavíracího členu (rovnice (8),(9) resp. (10),(11)) a rovnice pro výpočet tolerance uzavíracího členu (rovnice (14) resp. (15)). Rovnice pro výpočet **mezních úchylek uzavíracího členu** získáme z rovnice (5) dosazením pro  $A_{\Delta}$  (tj.  $A_i = A_{\Delta}$ ) a následným dosazením rovnic (8) resp. (9) a rovnice (3):

$$\begin{aligned} S_{A\Delta} &= A_{\Delta max} - A_{\Delta} = A_{2max} - A_{1min} - A_{\Delta} & (17) \\ &= A_2 + S_{A2} - (A_1 + I_{A1}) - (A_2 - A_1) = \\ &= S_{A2} - I_{A1}. \end{aligned}$$

Obdobně pro dolní úchytku uzavíracího členu odvodíme:

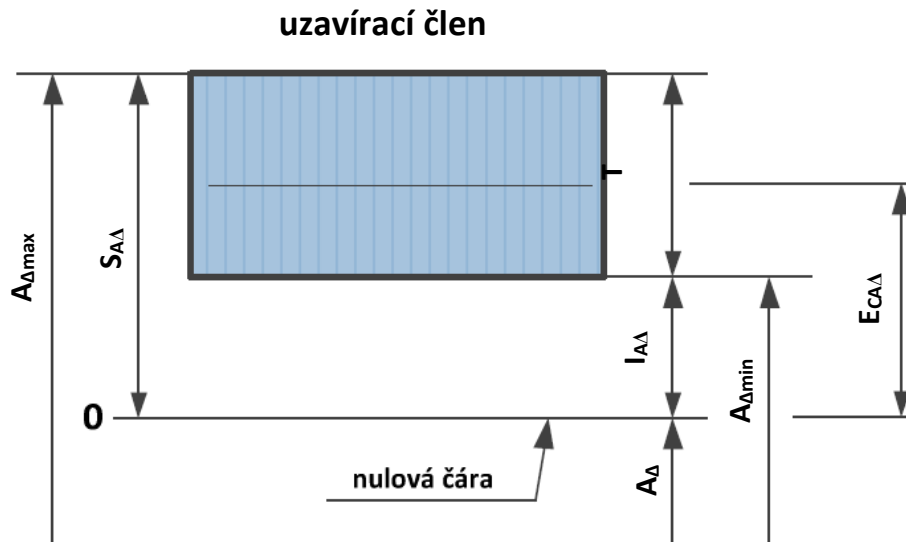
$$I_{A\Delta} = I_{A2} - S_{A1}. \quad (18)$$

Rovnice (17) a (18) můžeme opět přepsat do obecnějšího tvaru:

$$S_{A\Delta} = \sum_{i=1}^m S_{\overline{A_i}} - \sum_{i=m+1}^n I_{\overline{A_i}}, \quad (19)$$

$$I_{A\Delta} = \sum_{i=1}^m I_{\overline{A_i}} - \sum_{i=m+1}^n S_{\overline{A_i}}. \quad (20)$$

Pokud si jsou absolutní hodnoty mezních úchytek rovny, je toleranční pole uzavíracího členu symetrické a souřadnice středu tolerančního pole  $E_{CA\Delta}$  je nulová<sup>1</sup>. Na obr. 11 je zobrazeno nesymetrické toleranční pole uzavíracího členu rozměrového obvodu:



obr. 11: Znázornění tolerančního pole uzavíracího členu rozměrového obvodu [2]

Z obrázku je zřejmé že **souřadnice středu tolerančního pole** uzavíracího členu se spočte:

$$E_{CA\Delta} = \frac{S_{A\Delta} + I_{A\Delta}}{2}. \quad (21)$$

Pokud bychom chtěli pracovat se symetrickým tolerančním polem uzavíracího členu, je možné jmenovitou hodnotu a mezní úchytky přepočítat ke středu tol. pole:

$$A_{\Delta SYM} = A_{\Delta} + E_{CA\Delta} = \frac{A_{\Delta max} + A_{\Delta min}}{2}, \quad (22)$$

<sup>1</sup> Souřadnice středu tolerančního pole je vzdálenost středu tolerančního pole od jmenovité hodnoty, viz. 2.2.2.

$$S_{A\Delta SYM} = -I_{A\Delta SYM} = \frac{S_{A\Delta} - I_{A\Delta}}{2}. \quad (23)$$

Na závěr této kapitoly bude uveden **přehled hlavních odvozených rovnic:**

**Jmenovitý rozměr uzavíracího členu:**

$$A_{\Delta} = \sum_{i=1}^m \overrightarrow{A_i} - \sum_{i=m+1}^n \overleftarrow{A_i} \quad (4)$$

**Mezní rozměry uzavíracího členu:**

$$A_{\Delta max} = \sum_{i=1}^m \overrightarrow{A_{imax}} - \sum_{i=m+1}^n \overleftarrow{A_{imin}} \quad (10)$$

$$A_{\Delta min} = \sum_{i=1}^m \overrightarrow{A_{imin}} - \sum_{i=m+1}^n \overleftarrow{A_{imax}} \quad (11)$$

**Tolerance uzavíracího členu:**

$$T_{A\Delta} = \sum_{i=1}^n T_{A_i} \quad (15)$$

**Mezní úchytky uzavíracího členu:**

$$S_{A\Delta} = \sum_{i=1}^m S_{\overrightarrow{A_i}} - \sum_{i=m+1}^n I_{\overleftarrow{A_i}} \quad (19)$$

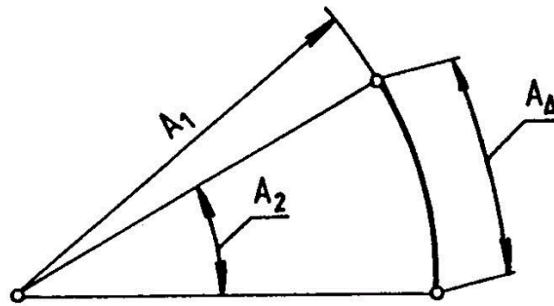
$$I_{A\Delta} = \sum_{i=1}^m I_{\overrightarrow{A_i}} - \sum_{i=m+1}^n S_{\overleftarrow{A_i}} \quad (20)$$

**Souřadnice středu tolerančního pole uzavíracího členu:**

$$E_{CA\Delta} = \frac{S_{A\Delta} + I_{A\Delta}}{2} \quad (21)$$

### 3.2.2. Výpočet tolerancí plošných rozměrových obvodů [1]

Při odvození vztahů pro řešení plošných rozměrových obvodů budeme vycházet z jednoduchého plošného obvodu, který má pouze dva dílčí členy, navíc oba zvětšující:



obr. 12: Schéma jednoduchého plošného rozměrového obvodu [1]

Velikost uzavíracího členu rozměrového obvodu  $A_{\Delta}$  (délka oblouku) na obrázku 12 se spočte:

$$A_{\Delta} = A_1 \cdot A_2, \quad (24)$$

kde  $A_1$  a  $A_2$  jsou oba členy zvětšující (pro výpočet jmenovité hodnoty dosadíme jmenovité hodnoty dílčích členů). Pro maximální a minimální hodnotu uzavíracího členu (**horní a dolní mezní rozměr**) bude platit:

$$A_{\Delta max} = A_{1 max} \cdot A_{2 max}, \quad (25)$$

$$A_{\Delta min} = A_{1 min} \cdot A_{2 min}, \quad (26)$$

protože oba členy jsou zvětšující<sup>1</sup>. Pro toleranci uzavíracího členu a jeho horní a dolní mezní úchylku můžeme psát vztahy přímo z rovnic (1) a (2) resp. (5) a (12) obecně platných pro rozměrové tolerance:

$$T_{A\Delta} = A_{\Delta max} - A_{\Delta min}, \quad (27)$$

$$S_{A\Delta} = A_{\Delta max} - A_{\Delta N}, \quad (28)$$

$$I_{A\Delta} = A_{\Delta min} - A_{\Delta N}. \quad (29)$$

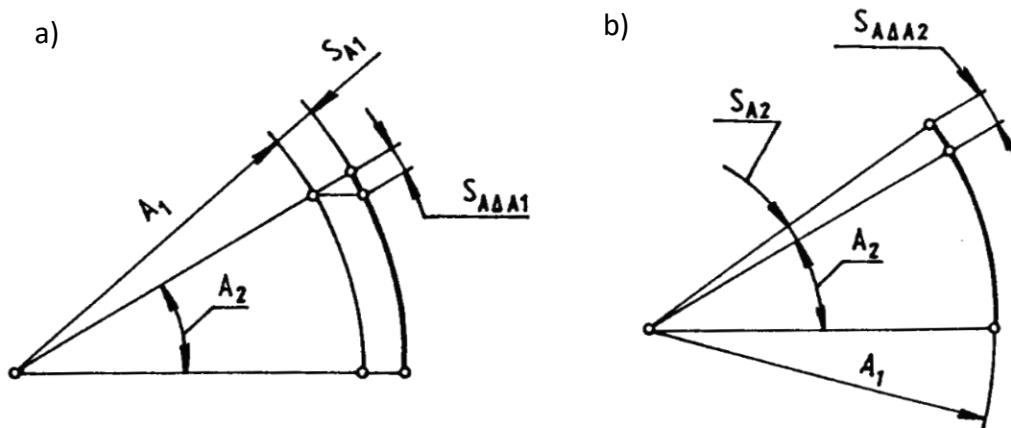
V rovnicích (27), (28) a (29) se ovšem nevyskytuje žádná závislost mezi tolerancí uzavíracího členu a tolerancemi dílčích členů, takže z nich nelze vycházet v reverzním případě (když chci spočítat toleranci dílčího členu v závislosti na toleranci uzavíracího členu).

K **odvození vztahů** vhodnějších bude využito matematické analýzy. Základním předpokladem odvození bude nahrazení diferenciálu dílčích členů jejich mezní úchylkou a

<sup>1</sup> V jiném případě by byl v rovnici pro výpočet maximální hodnoty uzavíracího členu index „max“ jen u členů zvětšujících a u členů zmenšujících index „min“ a naopak u výpočtu minimální hodnoty uzavíracího členu (princip výpočtu je analogický k výpočtům mezních rozměrů uzavíracího členu v kapitole 3.2.1 podle rovnic (10) a (11)).

linearizace funkce závislosti velikosti uzavíracího členu na velikosti dílčích členů (25) v okolí jmenovitého rozměru uzavíracího členu. Dalším předpokladem je souměrnost tolerančních polí dílčích členů. Odvození bude provedeno v několika krocích, kdy budeme uvažovat vždy vliv od změny jen jednoho dílčího členu a druhý člen budeme považovat za konstantní:

- 1) Nejdříve budeme brát za proměnnou hodnotu velikosti členu  $A_1$  a  $A_2$  budeme považovat za konstantu (obr. 13 a)):



obr. 13: Vliv změny velikosti jednoho z dílčích členů na velikost uzavíracího členu [1]

Dosazením do rovnice (24) podle obrázku 13 a) při nahrazení mezních úchylek diferenciály bude pro změnu uzavíracího členu platit:

$$A_{\Delta} + dA_{\Delta A1} = (A_1 + dA_1) \cdot A_2. \quad (30)$$

Člen  $dA_{\Delta A1}$  značí změnu uzavíracího členu  $A_{\Delta}$  vlivem změny velikosti dílčího členu  $A_1$  a odpovídá úchylce  $S_{A\Delta A1}$  v obrázku 13 a). Dosazením rovnice (24) do rovnice (30) a následnou úpravou dostaneme vztah pro výpočet  $dA_{\Delta A1}$ :

$$dA_{\Delta A1} = A_2 \cdot dA_1. \quad (31)$$

Budeme-li se pohybovat v malé vzdálenosti od jmenovitých rozměrů jednotlivých členů (diferenciály resp. úchytky členů můžeme z hlediska jmenovitých rozměrů považovat za dostatečně malé, viz. předpoklad odvození), můžeme provést linearizaci a pro  $dA_{\Delta A1}$  psát:

$$dA_{\Delta A1} = \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_1} \cdot dA_1 \quad (32)$$

a srovnáním rovnic (31) a (32) dostáváme vztah

$$\frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_1} = A_2. \quad (33)$$

Dosazením rovnice (24) do rovnice (33) a výpočtem parciální derivace můžeme ověřit pravdivost tohoto tvrzení:

$$\frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_1} = \frac{\partial(A_1 \cdot A_2)}{\partial A_1} = A_2 \quad (34)$$

2) Zaměníme-li nyní roli dílčích členů a budeme brát za proměnnou hodnotu velikosti členu  $A_2$  a člen  $A_1$  naopak za konstantu, dostaneme se obdobným způsobem k rovnici:

$$dA_{\Delta A_2} = A_1 \cdot dA_2 \quad (35)$$

a srovnáním s rovnicí:

$$dA_{\Delta A_2} = \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_2} \cdot dA_2 \quad (36)$$

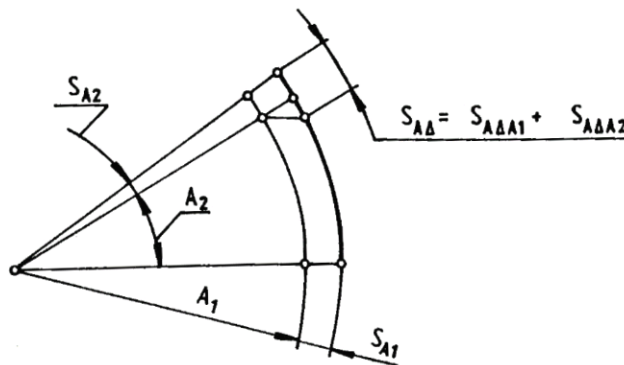
dostáváme vztah:

$$\frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_2} = A_1, \quad (37)$$

jehož platnost opět můžeme ověřit dosazením z rovnice (24) a výpočtem parciální derivace:

$$\frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_2} = \frac{\partial(A_1 \cdot A_2)}{\partial A_2} = A_1 \quad (38)$$

3) Uvažujme nyní oba vlivy současně, tzn. mění se jak velikost  $A_1$  tak velikost  $A_2$ :



obr. 14: Vliv změny velikosti obou dílčích členů na velikost uzavíracího členu [1]

Vztah pro změnu velikosti (diferenciál) uzavíracího členu v závislosti na změně obou dílčích členů zároveň získáme superpozicí obou případů:

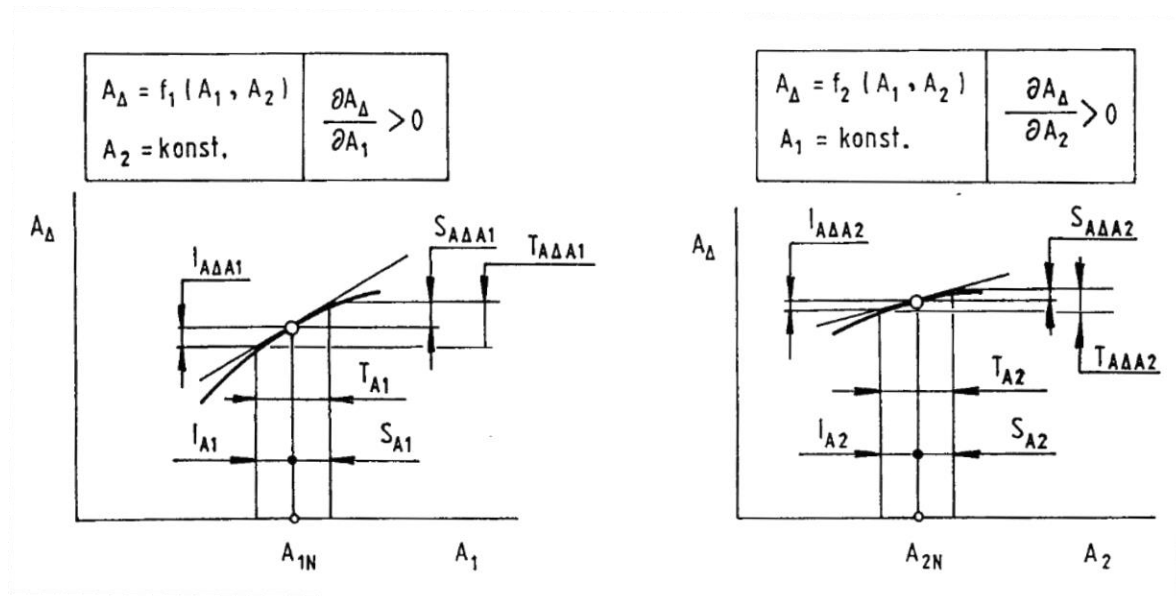
$$dA_{\Delta} = dA_{\Delta A_1} + dA_{\Delta A_2}. \quad (39)$$

Následným dosazením za jednotlivé diferenciály z rovnic (32) a (36) dostáváme:



$$dA_{\Delta} = \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_1} \cdot dA_1 + \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_2} \cdot dA_2. \quad (40)$$

Výraz (40) je totální diferenciál funkce závislosti velikosti uzavíracího členu na velikostech dílčích členů dané rovnicí (25) a parciální derivace ve výrazu (40) jsou tedy směrnice tečen ke grafu této funkce ve směru dílčích členů. Provádíme tedy linearizaci dané funkce v okolí jmenovitého rozměru, kde členy  $\frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_1} \cdot dA_1$  a  $\frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_2} \cdot dA_2$  jsou přírůstky funkce v jednotlivých směrech (viz obr. 15 s nahrazením diferenciálů mezními úchylkami):



obr. 15: Závislost velikosti uzavíracího členu na dílčích členech (oba zvětšující) [1]

Využijeme-li předpoklad náhrady diferenciálu členů jejich mezními úchylkami (situace na obr. 15), dostaneme vztahy pro výpočet horní mezní úchylky uzavíracího členu:

$$S_{A\Delta} = \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_1} \cdot S_{A1} + \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_2} \cdot S_{A2} \quad (41)$$

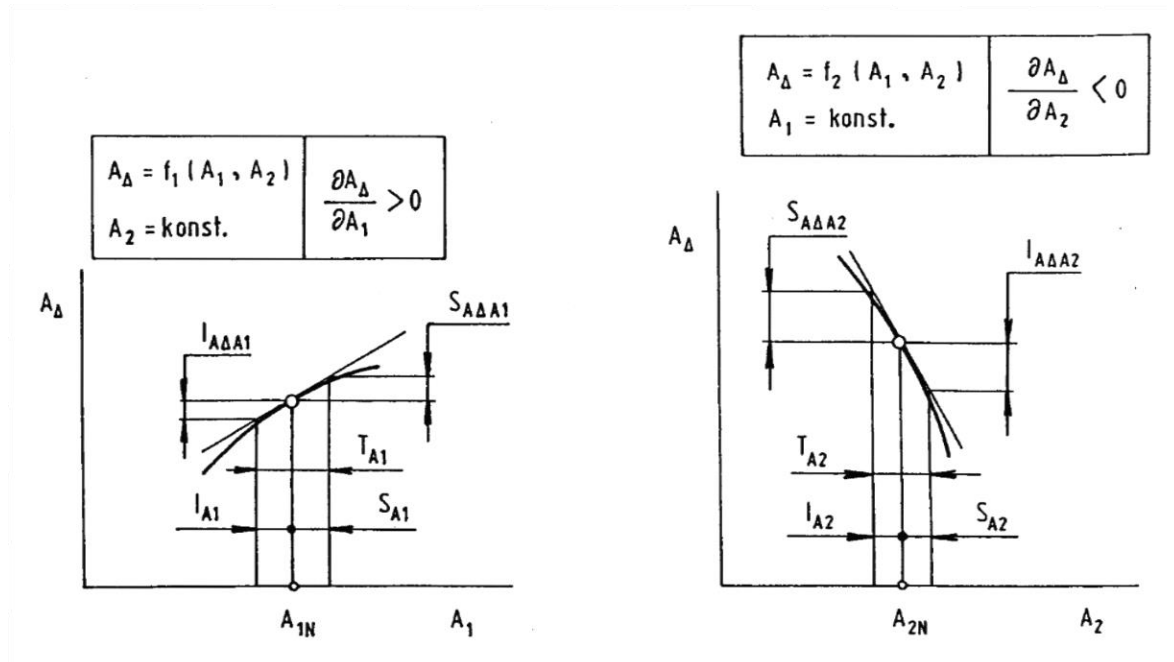
a dolní mezní úchylky uzavíracího členu:

$$I_{A\Delta} = \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_1} \cdot I_{A1} + \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_2} \cdot I_{A2}. \quad (42)$$

Víme, že pro toleranci rozměru obecně platí vztah (12), proto pro toleranci uzavíracího členu můžeme psát:

$$\begin{aligned} T_{A\Delta} = S_A - I_A &= \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_1} \cdot S_{A1} + \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_2} \cdot S_{A2} - \left( \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_1} \cdot I_{A1} + \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_2} \cdot I_{A2} \right) \\ &= \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_1} \cdot (S_{A1} - I_{A1}) + \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_2} \cdot (S_{A2} - I_{A2}) \\ &= \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_1} T_{A1} + \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_2} T_{A2}. \end{aligned} \quad (43)$$

Odvozený vztah platí pro situaci dle obr. 15, kdy jsou oba dílčí členy zvětšující. Jinak tomu bude v případě dle obr. 16, kdy je jeden z členů zmenšující:



obr. 16: Závislost velikosti uzavíracího členu na dílčích členech (zvětšující a zmenšující) [1]

Jak je vidět z obr. 16, funkce bude nabývat největší hodnoty pro největší hodnotu  $A_1$ , protože je členem zvětšujícím, stejně jako v předchozím případě, ale pro nejmenší hodnotu  $A_2$ , protože je nyní členem zmenšujícím. Pro mezní úchytky uzavíracího členu bude platit:

$$S_{A\Delta} = \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_1} \cdot S_{A1} + \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_2} \cdot I_{A2}, \quad (44)$$

$$I_{A\Delta} = \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_1} \cdot I_{A1} + \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_2} \cdot S_{A2}. \quad (45)$$

Odečteme-li opět od sebe rovnice (44) a (45), dostaneme pro toleranci uzavíracího členu:

$$T_{A\Delta} = \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_1} T_{A1} - \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_2} T_{A2}. \quad (46)$$

Jak je vidět z obr. 16, je parciální derivace (směrnice tečny ke grafu) funkce podle členu  $A_2$  záporná a ve vztahu (46) tedy ve výsledku dostaneme součet kladných hodnot<sup>1</sup>, stejně jako v předchozím případě (rovnice (44)). Rovnice (44) a (46) tedy můžeme společně zapsat:

$$T_{A\Delta} = \left| \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_1} \right| T_{A1} + \left| \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_2} \right| T_{A2} \quad (47)$$

a obecně pro **toleranci uzavíracího členu plošného rozměrového obvodu** o n dílčích členech:

<sup>1</sup> Tolerance jsou vždy kladné hodnoty a  $T_{A1}$  ani  $T_{A2}$  tedy nemá na znaménko výsledku vliv.

$$T_{A\Delta} = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_i} \right| T_{A_i}. \quad (48)$$

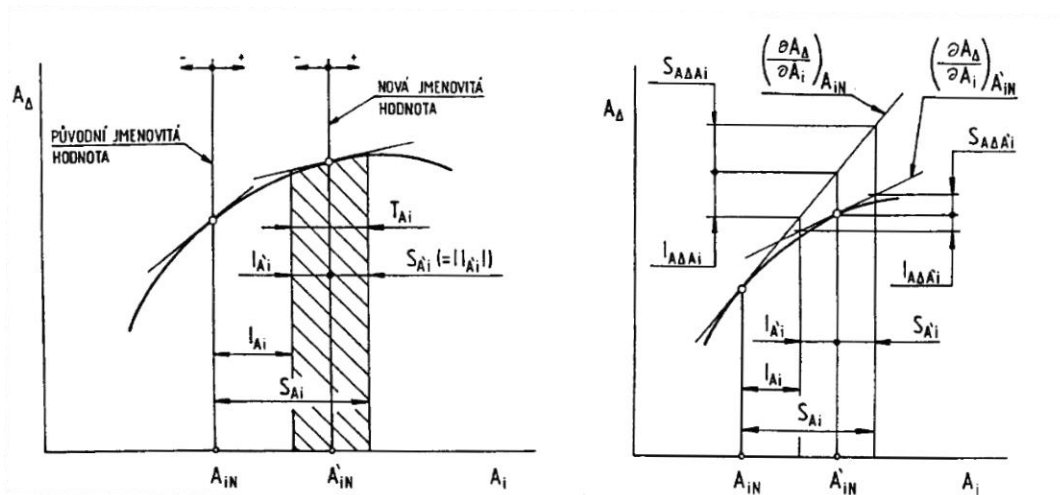
Také pro výpočet **mezních úchylek uzavíracího členu plošného rozměrového obvodu** můžeme z rovnic (41), (42), (45) a (46) obecně psát:

$$S_{A\Delta} = \sum_{i=1}^m \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_i} \cdot S_{A_i} + \sum_{m+1}^n \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_i} \cdot I_{A_i}, \quad (49)$$

$$I_{A\Delta} = \sum_{i=1}^m \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_i} \cdot I_{A_i} + \sum_{m+1}^n \frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_i} \cdot S_{A_i}, \quad (50)$$

kde:  $m$  je počet zvětšujících členů,  
 $n-m$  je počet zmenšujících členů.

Na závěr této kapitoly bude ještě zmíněno důležité pravidlo pro plošné rozměrové obvody, týkající se práce s tolerančními poli. Z obr. 17 je patrné, že poloha tolerančního pole dílčího členu k jeho jmenovité hodnotě má vliv na velikost tolerance (mezních úchylek) uzavíracího členu:



obr. 17: Ukázka závislosti velikosti mezní úchylky uzavíracího členu na hodnotě derivace [1]

Hodnota parciální derivace vyčíslené v původní jmenovité hodnotě dílčího členu se může značně lišit od hodnoty vyčíslené v jmenovité hodnotě posunutě do středu tolerančního pole a tím mít nepřiměřený vliv<sup>1</sup> na hodnotu tolerance uzavíracího členu (nutno chápat tak,

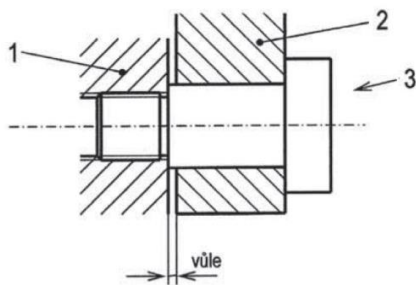
<sup>1</sup> Parciální derivace  $\frac{\partial A_{\Delta}}{\partial A_i}$  se v elektrotechnice označují jako „citlivosti“ a vyjadřují vliv změny vstupní proměnné (dílčí člen) na velikost změny výstupní proměnné (uzavírací člen).

že při zadané hodnotě tolerance uzavíracího členu se musí tolerance dílčích členů zmenšovat). Pravidlo tedy zní:

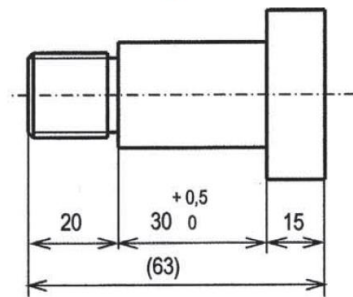
„Před vlastním výpočtem nutno všechny zadané jmenovité rozměry a jejich příslušné mezní úchytky přepočítat na jmenovité rozměry se souměrnou polohou tolerančních polí.“ [1, str. 5-18].

### 3.2.3. Příklady řešení rozměrových obvodů a správného kótování [3][4]

V této kapitole bude řešeno několik příkladů rozměrových obvodů a také bude ukázán vliv zvoleného způsobu kótování na velikost tolerance jednotlivých členů. Vycházet bude především z [3] a [4], odkud bude převzato zadání příkladů.



obr. 18: Část sestavy s čepem [3]



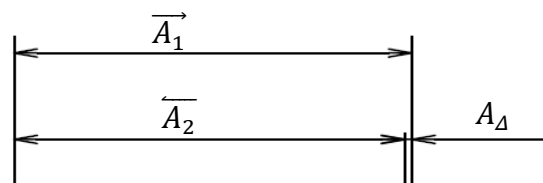
obr. 19: Kótování čepu z hlediska funkce na obr. 18 [3]

Na **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.** je zobrazena část sestavy s čepem 3, umístěným ve skříni 1, na kterém se má otáčet kolo 2. Aby se kolo mohlo volně otáčet, musí být dodržena axiální vůle mezi kolem a skříní. Z hlediska této funkce je tedy nutno čep kótovat podle obr. 2 a). Schéma řešeného rozměrového obvodu je na obr. 19. Dány jsou následující rozměry [3]:

$$A_{\Delta} = 30^{+0,5} \text{ mm}$$

$$A_1 = 50 \pm 0,2 \text{ mm}$$

$$A_2 = ?$$



obr. 20: Schéma rozměrového obvodu kola na čepu

Aby byla úloha realizovatelná, musí vyjít tolerance členu  $T_{A_2}$  kladná. Dosazením do rovnice (16) za jednotlivé tolerance<sup>1</sup> dostáváme:

<sup>1</sup> Tolerance rozměru se spočte z rovnice (12), pro jednoduchost nebudou tyto jednoduché výpočty prováděny.

$$T_{A_2} = T_{A_\Delta} - T_{A_1} = 0,5 - 0,4 = 0,1 \text{ mm} > 0 \quad (51)$$

a úloha je tedy realizovatelná. Chceme-li nyní určit jmenovitý rozměr členu  $A_2$  a jeho mezní rozměry, vyjádříme z rovnic (4), (10), (11) a dosadíme:

$$A_\Delta = A_1 - A_2 \rightarrow A_2 = A_1 - A_\Delta = 50 - 30 = 20 \text{ mm}; \quad (52)$$

$$A_{\Delta max} = A_{1 max} - A_{2 min} \rightarrow A_{2 min} = A_{1 max} - A_{\Delta max} = 50,2 - 30,5 = 19,7 \text{ mm}; \quad (53)$$

$$A_{\Delta min} = A_{1 min} - A_{2 max} \rightarrow A_{2 max} = A_{1 min} - A_{\Delta min} = 49,8 - 30 = 19,8 \text{ mm}. \quad (54)$$

Správnost výsledku ověříme jednoduše dosazením do vztahu (12):

$$T_{A_2} = A_{2 max} - A_{2 min} = 19,8 - 19,7 = 0,1 \text{ mm}. \quad (55)$$

Úchyly jsou dány rozdílem mezních hodnot a jmenovité hodnoty a jsou tedy:

$$S_{A_2} = A_{2 max} - A_2 = 19,8 - 20 = -0,2 \text{ mm} \quad (56)$$

$$I_{A_2} = A_{2 min} - A_2 = 19,7 - 20 = -0,3 \text{ mm} \quad (57)$$

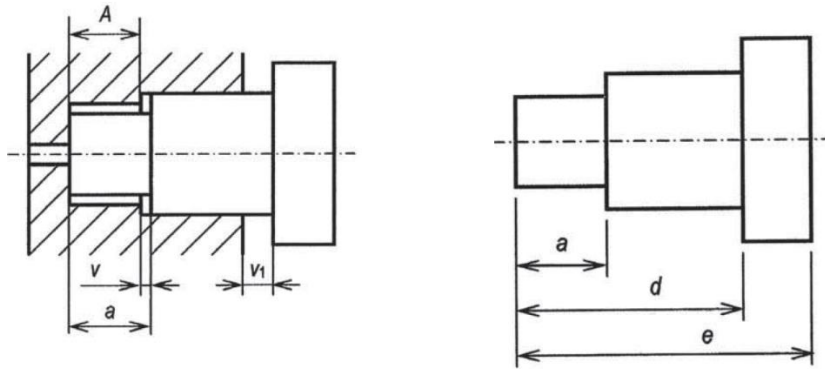
a velikost členu  $A_2$  zapíšeme:

$$A_2 = 20_{-0,3}^{-0,2} \text{ mm}, \quad (58)$$

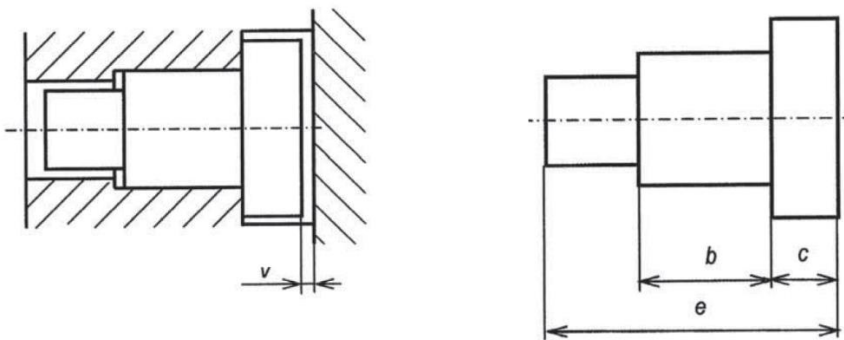
nebo přepočteme na jmenovitou hodnotu se symetrickým tolerančním polem:

$$A_{2 SYM} = 19,75 \pm 0,05 \text{ mm}. \quad (59)$$

Řešením rozměrového obvodu jsme vypočetali rozměry členu  $A_2$ , za předpokladu kótování čepu podle funkce na obr. 18. Zde jsou příklady kótování čepu v jiných případech (jiné sestavy a tedy jiné rozměry považujeme za funkční):

obr. 21: Kótování čepu z hlediska dodržení vůle  $v$  a  $v_1$  [3]

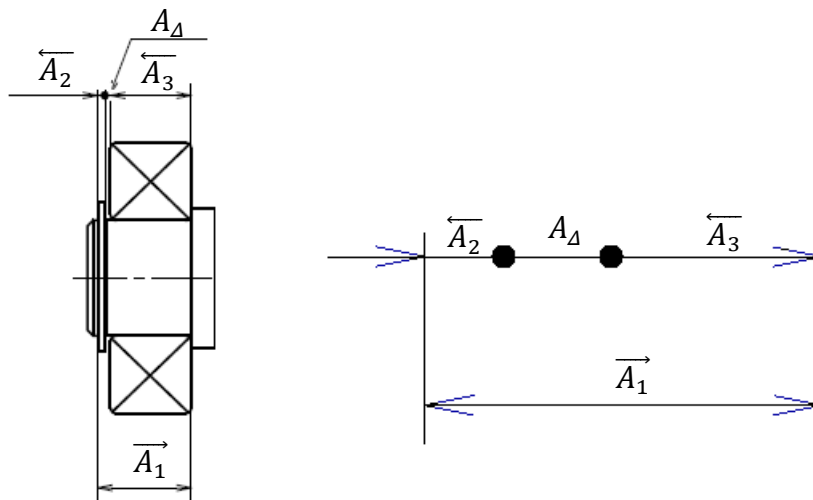
V případě zobrazeném na obr. 21 musí být dodržena vůle  $v$  a  $v_1$  a z toho důvodu bude kótovací základna součásti na levém čele, kde je doraz na protikus.

obr. 22: Kótování čepu z hlediska dodržení vůle  $v$  nad hlavou čepu [3]

V případě podle obr. 22 je třeba dodržet vůle  $v$  v prostoru nad hlavou čepu a kótovací základna bude na osazení hlavy čepu, kde čep dosedá na protikus.

Na následujícím příkladu si ukážeme vliv nesprávného kótování na hodnoty tolerancí členů rozměrového obvodu. Při zajištění valivého ložiska na hřídeli pomocí pojistného kroužku (obr. 23) je třeba dodržet vůli mezi ložiskem a pojistným kroužkem.

Abychom dostali co největší tolerance, je nutno správně zakótovat drážku pro pojistný kroužek:



obr. 23: Rozměrový obvod zajištění valivého ložiska na hřídeli při správném zakótování drážky pro pojistný kroužek

Pro řešení rozměrového obvodu budeme vycházet z těchto zadaných hodnot [4]:

vůle tj. uzavírací člen:  $A_{\Delta} = (0,15 \div 0,35) \text{ mm} \rightarrow A_{\Delta} = 0,25 \pm 0,1; T_{A_{\Delta}} = 0,2$

zvětšující členy: vzdálenost drážky pro pero od osazení  $\overrightarrow{A_1}=?$

zmenšující členy: tloušťka pojistného kroužku  $\overleftarrow{A_2} = 1,75_{-0,06}^0 \text{ mm} \rightarrow T_{A_2} = 0,06 \text{ mm}$

šířka ložiska  $\overleftarrow{A_3} = 18_{-0,12}^0 \text{ mm} \rightarrow T_{A_3} = 0,12 \text{ mm}$

Nejprve zkontrolujeme realizovatelnost zadané úlohy (musí vyjít kladná tolerance počítaného členu  $A_1$ ):

$$T_{A_1} = T_{A_{\Delta}} - T_{A_2} - T_{A_3} = 0,2 - 0,06 - 0,12 = 0,02 \text{ mm} > 0. \quad (60)$$

Úloha je tedy realizovatelná. Nyní spočteme jmenovitý rozměr a mezní rozměry  $A_1$ :

$$A_{\Delta} = A_1 - A_2 - A_3 \quad (61)$$

$$\rightarrow A_1 = A_{\Delta} + A_2 + A_3 = 0,25 + 1,75 + 18 = 20 \text{ mm}$$

$$A_{\Delta \max} = A_{1 \max} - A_{2 \min} - A_{3 \min} \quad (62)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow A_{1 \max} &= A_{\Delta \max} + A_{2 \min} + A_{3 \min} = 0,35 + 1,69 + 17,88 \\ &= 19,92 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$A_{\Delta \min} = A_{1 \min} - A_{2 \max} - A_{3 \max} \quad (63)$$

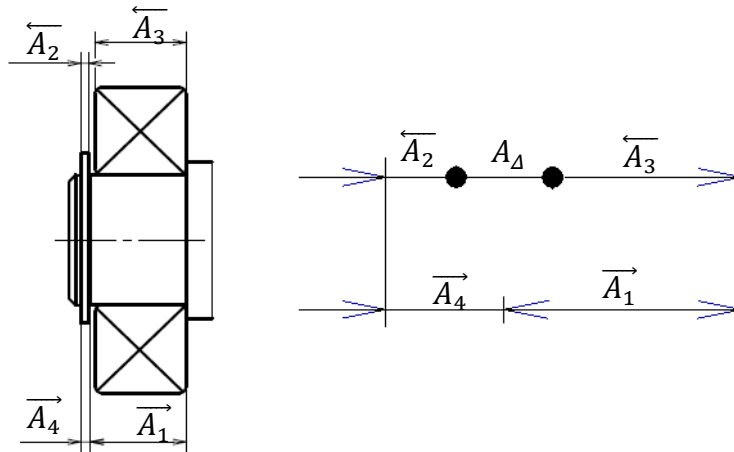
$$\rightarrow A_{1 \min} = A_{\Delta \min} + A_{2 \max} + A_{3 \max} = 0,15 + 1,75 + 18 = 19,9 \text{ mm}$$

$$S_{A_1} = A_{1 \max} - A_1 = 19,92 - 20 = -0,08 \text{ mm} \quad (64)$$

$$I_{A_1} = A_{1min} - A_1 = 19,9 - 20 = -0,1 \text{ mm} \quad (65)$$

$$A_1 = 20_{-0,10}^{-0,08} \text{ mm}. \quad (66)$$

Při správném zakótování drážky pro pojistný kroužek vyšla tolerance  $T_{A_1} = 0,02 \text{ mm}$ . Nyní si ukážeme, že při jakémkoliv jiném způsobu kótování než je přímé funkční kótování s nejmenším počtem členů vyjdou vždy tolerance dílčích členů menší, což je spojeno se zdražením výroby:



obr. 24: Rozměrový obvod zajištění ložiska na hřídeli při nesprávném kótování drážky pro pojistný kroužek

Ze schématu na obr. 24 je patrné, že tolerance předepisované v tomto případě musí být menší, protože vzrostl počet členů rozměrového obvodu a celková tolerance přitom musí zůstat stejná. Ověříme výpočtem (oproti předchozímu příkladu je zadaná ještě šířka drážky pro pojistný kroužek):

vůle tj. uzavírací člen:  $A_{\Delta} = (0,15 \div 0,35) \text{ mm} \rightarrow A_{\Delta} = 0,25 \pm 0,1; T_{A_{\Delta}} = 0,2$

zvětšující členy: vzdálenost drážky pro pero od osazení  $\overrightarrow{A_1} = ?$

šířka drážky pro pojistný kroužek  $\overrightarrow{A_4} = (1,85 \div 2,5) \text{ mm}$

$$\rightarrow T_{A_4} = 0,65 \text{ mm}$$

zmenšující členy: tloušťka pojistného kroužku  $\overleftarrow{A_2} = 1,75_{-0,06}^0 \text{ mm} \rightarrow T_{A_2} = 0,06 \text{ mm}$

šířka ložiska  $\overleftarrow{A_3} = 18_{-0,12}^0 \text{ mm} \rightarrow T_{A_3} = 0,12 \text{ mm}$

Nyní zkontrolujeme, zda je pro toto zadání tolerancí úloha realizovatelná:

$$\begin{aligned} T_{A_1} &= T_{A_{\Delta}} - T_{A_2} - T_{A_3} - T_{A_4} = 0,2 - 0,06 - 0,12 - 0,65 = \\ &= -0,63 \text{ mm} < 0, \end{aligned} \quad (67)$$



a hned vidíme, že pro zadané hodnoty tolerancí není úloha řešitelná, protože vychází záporná tolerance členu  $A_1$ . Aby byla úloha řešitelná, budeme muset zpřesnit předpis šířky drážky pro pojistný kroužek  $A_2$ , protože u ostatních členů toleranci nemůžeme ovlivnit (součásti kupované, s normalizovanou tolerancí). Z důvodu nesprávného kótování tedy musíme zpřesnit rozměr (a tak zdražit výrobu), který při správném zakótování drážky vůbec nebyl výpočtem ovlivněn a jeho tolerance mohla být taková, jaká je zde předepsaná.

### 3.3. Statistické řešení tolerančních řetězců [2][7]

Statistické metody řešení tolerančních řetězců nezaručují úplnou zaměnitelnost součástí, ale předepisují tolerance tak, aby byla zaručena pouze minimální zmetkovitost<sup>1</sup>. Základní filozofií statistických metod je, že pravděpodobnost výskytu rozměru v celém intervalu tolerance není stejná, ale snižuje se se vzdáleností od středu tolerančního pole (obvykle se předpokládá normální rozložení pravděpodobnosti dané Gaussovou křivkou), takže při montáži nastane kombinace součástí s mezními úchytkami (mezní rozměry) pouze v minimu případů, a proto můžeme toleranční pole rozměrů zvětšit za cenu pouze malé zmetkovitosti. Předpoklad jistého rozložení pravděpodobnosti můžeme ovšem aplikovat pouze v případě většího počtu pozorování (tzn. většího počtu výrobků), a proto se statistické metody hodí především pro hromadnou a velkosériovou výrobu.

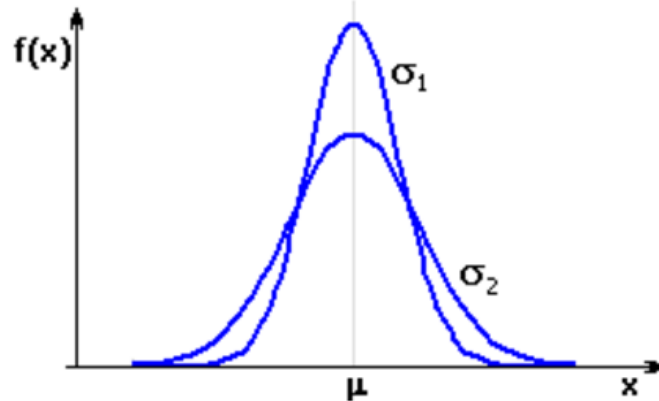
#### 3.3.1. Statistický základ metod

Jak již bylo řečeno, rozměry uzavíracího členu vykazují určitý rozptyl od středu tolerančního pole a četnost výskytu rozměrů v okolí středu tolerančního pole ve většině případů odpovídá normálnímu rozložení danému Gaussovou křivkou rozložení pravděpodobnosti, jejíž předpis je:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (68)$$

kde střední hodnota  $\mu$  odpovídá maximální pravděpodobnosti (četnosti) výskytu rozměru a odpovídá tak souřadnici středu tolerančního pole a  $\sigma$  je směrodatná odchylka, která definuje štíhlost křivky [7]. Pro různé směrodatné odchylky dostáváme různé Gaussovy křivky a tedy různá rozložení pravděpodobnosti:

<sup>1</sup> Například při použití metody RSS je to 2700 zmetků na milion vyrobených součástí.



obr. 25: Gaussovy křivky pro dvě různé hodnoty směrodatné odchylky [7]

Plocha pod křivkou omezená intervalem  $\mu \pm \sigma$  je rovna 68,2% plochy pod celou křivkou a představuje pravděpodobnost, se kterou se bude rozměr vyskytovat v tomto intervalu (tj. 68,2% všech rozměrů se bude vyskytovat v intervalu  $\mu \pm \sigma$ ). V intervalu  $\mu \pm 2\sigma$  už to bude 95,4 % atd. (viz tab. 1). Zvolíme-li tedy mezní úchyly dílčích členů rozměrového obvodu jako k-násobek směrodatných odchylek, můžeme spočítat mezní úchyly uzavíracího členu statistickými metodami jako k-násobek směrodatné odchylky uzavíracího členu s předem danou výtěžností procesu (viz obr. 26) Hodnoty výtěžnosti procesu pro různě zvolené úchyly jako různé k-násobky směrodatné odchylky  $\sigma$  ukazuje tab. 1:

tab. 1: Výtěžnost výrobního procesu [7]

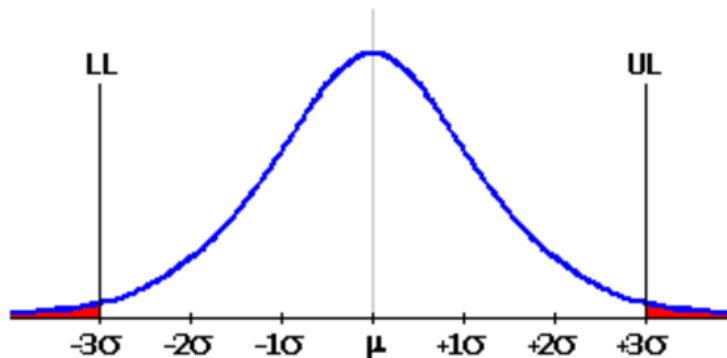
Mezní rozměry	Výtěžnost procesu [%]	Počet zmetků na milion vyrobených součástí
$\mu \pm \sigma$	68,2	317310
$\mu \pm 2\sigma$	95,4	45500
$\mu \pm 3\sigma$	99,73	2700
$\mu \pm 3,5\sigma$	99,95	465
$\mu \pm 4\sigma$	99,994	63
$\mu \pm 4,5\sigma$	99,9993	6,8
$\mu \pm 5\sigma$	99,99994	0,6
$\mu \pm 6\sigma$	99,9999998	0,002

V praxi se obvykle považuje za uspokojivě způsobilý výrobní proces na úrovni  $\pm 3\sigma$ , který odpovídá počtu 2700 zmetků na milion vyrobených součástí. [7]

### 3.3.2. Metoda RSS

Metoda RSS (Root Sum Squares) je nejrozšířenější a nejpoužívanější statistickou metodou. [7] Je založena na předpokladu výroby dílčích členů na úrovni způsobilosti  $\pm 3\sigma$ .

To znamená, že mezní rozměry UL a LL („upper limit“ a „lower limit“, odpovídají označení  $S$  a  $I$  výše) jsou vzdáleny  $3\sigma$  od střední hodnoty  $\mu$ , viz obr. 26:



obr. 26: Metoda RSS [7]

Z obrázku je patrné, že pro metodu RSS je tolerance dílčího členu  $T_{Ai}$  rovna 6-násobku jeho směrodatné odchylky  $\sigma_{Ai}$  a ta se tedy určí jako:

$$\sigma_{Ai} = \frac{T_{Ai}}{6}. \quad (69)$$

Uzavírací člen je dán svou střední hodnotou a směrodatnou odchylkou. Střední hodnota uzavíracího členu se spočte:

$$\mu_{A\Delta} = \sum_{i=1}^m \overrightarrow{\mu_{Ai}} - \sum_{i=m+1}^n \overleftarrow{\mu_{Ai}} \quad (70)$$

kde:  $n$  je počet všech dílčích členů,  
 $m$  je počet zvětšujících členů,  
 $n-m$  je počet zmenšujících členů,  
 $\mu_i$  je střední hodnota  $i$ -tého členu<sup>1</sup>.

Směrodatná odchylka uzavíracího členu se spočte:

$$\sigma_{A\Delta} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{Ai}^2} \quad (71)$$

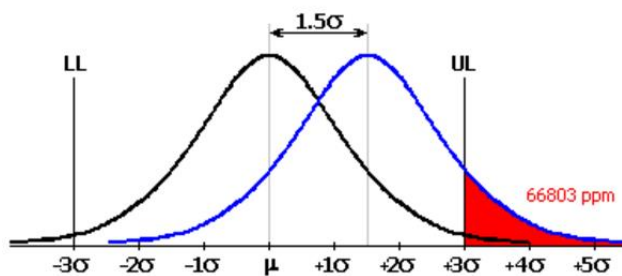
a uzavírací člen se zapíše:

$$A_{\Delta} = \mu_{A\Delta} \pm 3\sigma_{A\Delta}. \quad (72)$$

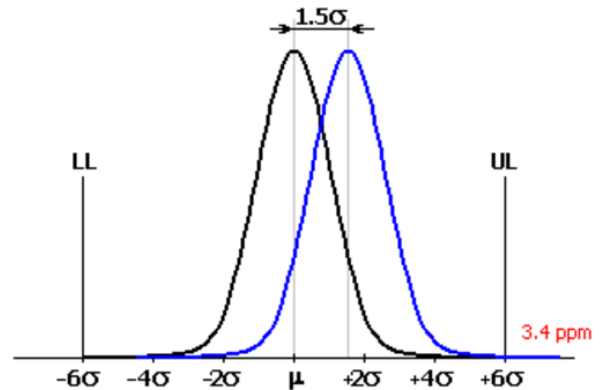
<sup>1</sup> Jak již bylo řečeno, střední hodnota  $\mu$  odpovídá středu tolerančního pole, nikoliv obecně jmenovitému rozměru. Na to musí být při výpočtu uvedeným způsobem brán zřetel a je vhodné rozměry s obecnou polohou tolerančního pole přepočítat na pole symetrická.

### 3.3.3. Metoda „6 Sigma“

Předepisování dílčích rozměrů na úrovni způsobilosti  $\pm 3\sigma$  nemusí být vždy dostačující. Působením různých vlivů (např. opotřebení nástrojů) totiž může dojít k posunutí střední hodnoty charakteristiky procesu často až o  $1,5\sigma$  od původní hodnoty (viz obr. 27). Takový posun znamená u výroby se způsobilostí  $\pm 3\sigma$  asi 67000 součástí z milionu, tedy téměř 7% a to už může znamenat vysoký nárůst nákladů.



obr. 27: Vliv posunutí střední hodnoty charakteristiky [7]



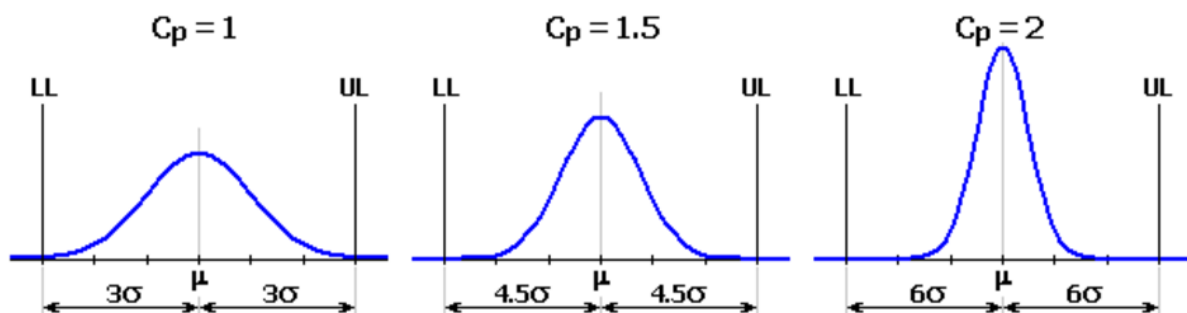
obr. 28: Princip metody 6 Sigma [7]

Jak napovídá název, tato metoda předepisuje tolerance se způsobilostí na úrovni  $\pm 6\sigma$ . V takovém případě je i při posunu střední hodnoty o  $1,5\sigma$  počet zmetků pouze 3,4 na milion (obr. 28).

Metoda „6 Sigma“ je vlastně určitým zpřísněním tradiční metody RSS a hodí se pro velmi přesnou výrobu a pro výrobu ve velkých objemech, kdy může dojít k posunu střední hodnoty charakteristiky procesu. Pro srovnání jednotlivých metod a zhodnocení kvality výrobního procesu byly zavedeny tzv. *indexy způsobilosti*  $C_p$  a  $C_{pk}$ .

„Ukazatel způsobilosti  $C_p$  posuzuje kvalitu výrobního procesu srovnáním specifikovaných tolerančních mezí s tradiční úrovní způsobilostí  $3\sigma$ .“ [7] Spočte se tedy:

$$C_p = \frac{UL - LL}{6\sigma}. \quad (73)$$



obr. 29: Indexy způsobilosti odpovídající různým typům výrobních procesů [7]

Index  $C_{pk}$  je index způsobilosti modifikovaný pro posunutou střední hodnotu  $\mu$ :

$$C_{pk} = (1 - k) \cdot C_p, \quad (74)$$

kde koeficient  $k$  značí poměr mezi posunutím střední hodnoty a polovinou tolerančního pole. Pro metodu „6 Sigma“ při posunu střední hodnoty o  $1,5\sigma$  můžeme spočítat:

$$k = \frac{1,5\sigma}{6\sigma} = 0,25 \quad (75)$$

a modifikovaný index způsobilosti je:

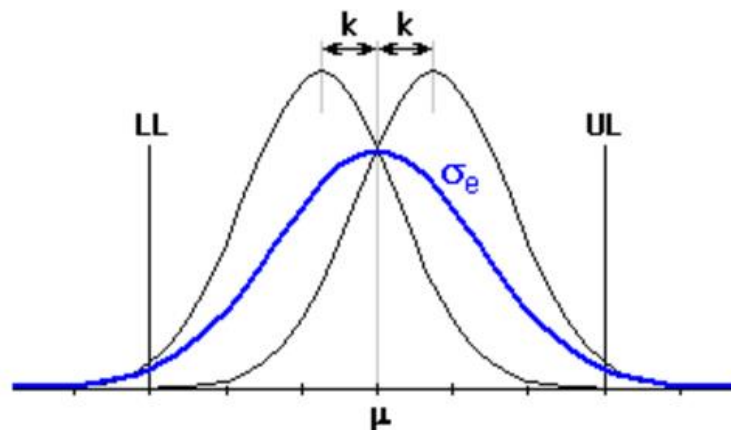
$$C_{pk} = (1 - k) \cdot C_p = 0,75 \cdot 2 = 1,5.$$

Užitím modifikovaného indexu způsobilosti můžeme spočítat tzv. *efektivní směrodatnou odchylku* procesu (obr. 30)

$$\sigma_{ei} = \frac{T_i}{6C_{pk}} \quad (76)$$

a následně spočítat směrodatnou odchylku uzavíracího členu:

$$\sigma_{AA} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{ei}^2}. \quad (77)$$



obr. 30: Křivka odpovídající efektivní směrodatné odchylce [7]

Při výpočtu efektivní směrodatné odchylky pro metodu „6 Sigma“ dostáváme:

$$\sigma_{eAi} = \frac{T_{Ai}}{6C_{pk}} = \frac{T_{Ai}}{6 \cdot 1,5} = \frac{T_{Ai}}{9}, \quad (78)$$

což odpovídá procesu o způsobilosti  $\pm 4,5\sigma$  a tedy posunu střední hodnoty charakteristiky procesu  $\mu$  o  $1,5\sigma$  na obě strany. V praxi se proto obvykle při použití metody „6 Sigma“ považují za dostatečně způsobilé procesy s výslednou mírou způsobilosti  $\pm 4,5\sigma$ .

### 3.3.4. Metoda Monte Carlo

Předpoklad normálního rozložení četnosti výskytu v okolí středu tolerančního pole nemusí být vždy vyhovující. Metoda Monte Carlo je simulační metoda, která se snaží vyšetřit tuto četnost a určit výtěžnost výrobního procesu a to tak, že náhodně generuje hodnoty dílčích členů (v oblasti jejich tolerancí) podle zadaných distribučních funkcí a následně spočítá hodnotu uzavíracího členu. Tento proces se cyklicky opakuje a výstupem je potom statistický soubor dat, popsany střední hodnotou uzavíracího členu  $\mu_{A\Delta}$ :

$$\mu_{A\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu_{A\Delta i} \quad (79)$$

a směrodatnou odchylkou  $\sigma_{A\Delta}$ :

$$\sigma_{A\Delta} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\mu_{A\Delta i} - \mu_{A\Delta})^2}, \quad (80)$$

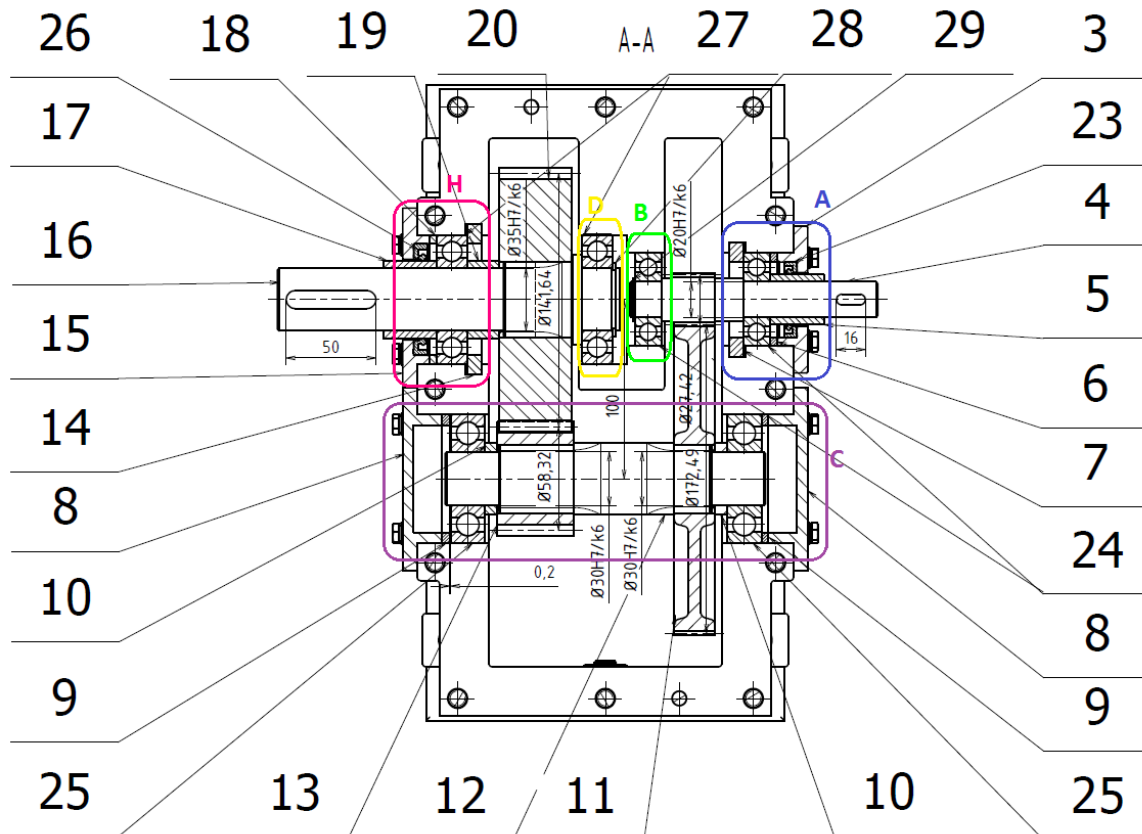
kde:  $\mu_{A\Delta i}$  je střední hodnota uzavíracího členu v i-tém simulačním cyklu

n je počet provedených simulačních cyklů.

Přesnost této metody závisí na počtu provedených simulací. Potřebný počet simulací se liší případ od případu a závisí na počtu vstupních členů a na velikosti jejich tolerancí. Za vyhovující (spodní hranici) bývá v praxi považována hodnota 30-50 tisíc simulací. [7]

## 4. Praktická část

V praktické části práce bude provedeno řešení rozměrových obvodů na sestavě převodovky, navržené v rámci předmětu „Konstrukční cvičení“. Převodovka je koaxiální dvoustupňová s čelním ozubením se šikmými zuby a byla navržena pro pohon pásového dopravníku.



obr. 31: Řez dělicí rovinou převodovky s kótovanými pozicemi a vyznačením rozměrových obvodů

Na obr. 31 je výňatek z výkresu sestavy převodovky (výkres sestavy viz příloha č. 2) s kótovanými pozicemi (kusovník sestavy viz příloha č. 3) a vyznačením některých rozměrových obvodů, přičemž všechny jsou lineární. Rozměrové obvody B a D jsou obvody axiálního zajištění ložiska na hřídeli pomocí pojistného kroužku, což odpovídá úloze řešené v části 3.2.3, a proto nebudou již v této části práce znovu řešeny. Rozměrové obvody A a H řeší zajištění ložiska tak, aby bylo axiálně pevné. Úlohy A a H jsou tedy obdobné a bude proto řešena jen úloha A. Rozměrový obvod C je také obvod axiálního zajištění ložisek, které je zde ovšem řešeno jiným způsobem, kdy jsou jednostranně opřeny vnitřní kroužky a vnější kroužky ložisek. Aby uložení nebylo staticky neurčitě, je zde předepsána jistá vůle, kterou je nutno dodržet.

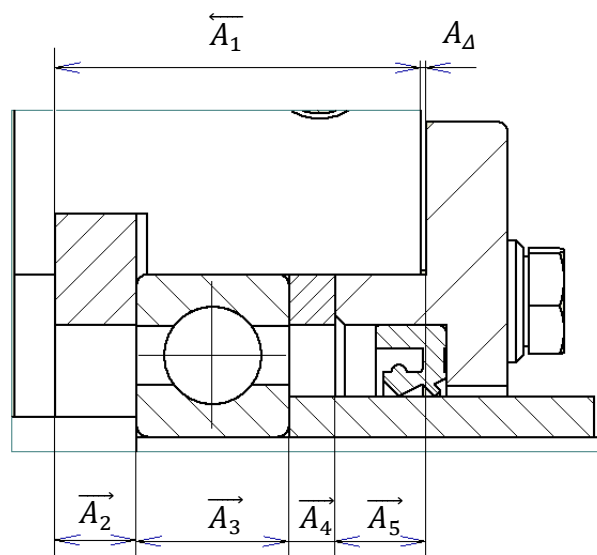
V následující části bakalářské práce se tedy zaměřím na rozměrové obvody A a C (viz obr. 31). Bude proveden jejich rozbor s rozhodnutím, zda jsou vůbec s takto předepsanými tolerancemi dílčích členů realizovatelné a následně proveden výpočet výsledného rozměru kompenzačního členu pomocí aritmetické metody výpočtu a také pomocí zvolené statistické metody.

#### 4.1. Rozměrový obvod A

Rozměrový obvod A je obvod axiálního zajištění radiálního kuličkového ložiska, kdy požadujeme, aby bylo ložisko vždy axiálně pevné, tedy aby nenastal případ, kdy při montáži vznikne axiální vůle v prostoru nad ložiskem. Ložisko (pozice 24) je uloženo ve skříni (pozice 1) a axiálně sevřeno pojistným kroužkem (pozice 7) a distančním kroužkem (pozice 6), který je přitlačován víčkem (pozice 3). Tato úloha bude řešena ve dvou variantách.

##### 4.1.1. Varianta a)

Abyste bylo vždy zajištěno axiální sevření ložiska, musí být v prostoru pod víčkem předepsána nějaká malá vůle (uzavírací člen  $A_{\Delta}$ ), jejíž utěsnění bude zajištěno těsnicím tmelem. Počítaným členem zde bude člen  $\overline{A_4}$ , tedy šířka distančního kroužku.



obr. 32: Rozměrový obvod A a)

##### 4.1.1.1. Členy rozměrového obvodu

Tolerance dílčích členů rozměrového obvodu pro vyráběné součásti byly navrženy se souměrným tolerančním polem o stupních přesnosti běžně dosahovaných konvenčními



technologemi obrábění na čisto, tedy IT9 popř. IT8. [8] Tolerance kupovaných součástí (tj. tolerance ložiska) jsou udány v katalogu výrobce [9]. Velikost vůle  $A_{\Delta}$  byla navržena jako maximální šířka spáry, kterou je možno utěsnit těsnicím tmelem (udáváno výrobcem [10]).

Rozměry známých členů jsou v tab. 2:

tab. 2: Hodnoty členů rozměrového obvodu A [mm] (VARIANTA a))

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_5$	$A_{\Delta}$
N	36	8	15	9	0,1
MAX	36,031	8,018	15	9,011	0,2
MIN	35,969	7,982	14,94	8,989	0
T	0,062	0,036	0,06	0,022	0,2

#### 4.1.1.2. Řešení rozměrového obvodu aritmetickou metodou MAX-MIN

Nejprve je nutno zkontrolovat realizovatelnost úlohy podle rovnice (16):

$$T_{A4} = 0,02 \text{ mm} > 0 \quad (81)$$

a úloha je tedy se zadanými tolerancemi dílčích členů realizovatelná.

Hodnoty členu 4 budou vypočteny vyjádřením a dosazením do rovnic (4), (10) a (11), popř. (19) a (20) (výpočty viz Příloha 1 popř. Příloha 5):

$$A_{4N} = 4,1 \text{ mm} \quad (82)$$

$$A_{4MAX} = 4,14 \text{ mm} \quad (83)$$

$$A_{4MIN} = 4,12 \text{ mm} \quad (84)$$

$$S_{A4} = 0,04 \text{ mm} \quad (85)$$

$$I_{A4} = 0,02 \text{ mm} \quad (86)$$

Výsledný rozměr členu  $A_4$  je tedy:

$$A_4 = 4,1_{+0,02}^{+0,04} \text{ mm.} \quad (87)$$

#### 4.1.1.3. Řešení rozměrového obvodu statistickou metodou RSS

Při výpočtu statistickou metodou budeme vycházet z výsledků metody MAX-MIN, tedy již známe všechny dílčí členy a počítaný člen bude vůle  $A_{\Delta}$ . U statistických metod je

nejdříve nutno přepočítat toleranční pole všech členů tak, aby byla symetrická (zde pouze ložisko  $A_3$  a distanční kroužek  $A_4$ ):

$$A_3 = 14,97 \pm 0,03 \text{ mm.} \quad (88)$$

$$A_4 = 4,13 \pm 0,01 \text{ mm.} \quad (89)$$

Výpočty členu  $A_\Delta$  budou provedeny podle rovnic (69), (70) a (71):

$$\mu_{A_\Delta} = 0,1 \text{ mm,} \quad (90)$$

$$\sigma_{A_\Delta} = 0,0164 \text{ mm} \quad (91)$$

a výsledný rozměr členu  $A_4$  je pak podle rovnice (72):

$$A_\Delta = 0,1 \pm 0,049. \quad (92)$$

Zde je vidět, že při použití statistické metody se při předepsání stejných hodnot dílčích členů dostaneme přibližně na poloviční toleranci uzavíracího členu. Můžeme tedy provést optimalizaci rozměrového obvodu a zvýšit jednotlivé hodnoty tolerancí dílčích členů, viz tab. 3 (výpočty viz Příloha 1, popř. Příloha 5):

tab. 3: Optimalizace rozměrového obvodu A pomocí RSS [mm]

OPTIMALIZACE POMOCÍ RSS PRO $T_{A_\Delta}=0,2$					
	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_5$	$A_4$
N	36,000	8,000	15,000	9,000	4,130
T	0,062	0,036	0,060	0,022	0,020
S=I	0,031	0,018	-	0,011	0,010
OPTIMALIZOVANÉ HODNOTY					
K	2,000	3,000	1,000	2,000	2,000
T	0,124	0,108	0,060	0,044	0,040
$\pm$	0,062	0,054	-	0,022	0,02
MAX	36,062	8,054	15,000	9,022	4,150
MIN	35,938	7,946	14,940	8,978	4,110
$N_{\text{sym}}=\mu$	36	8	14,97	9	4,13
$\sigma$	0,020667	0,018	0,01	0,007333	0,006667
<b><math>A_\Delta =</math></b>	<b>0,100 <math>\pm</math> 0,092</b>				

Řádky příslušející optimalizovaným hodnotám jsou vytaženy tučně. Velikost uzavíracího členu je tedy po optimalizaci:

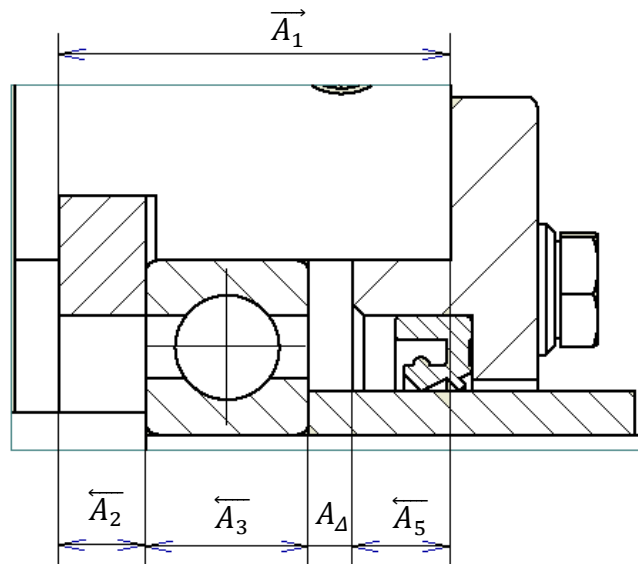
$$A_\Delta = 0,1 \pm 0,092, \quad (93)$$

a odpovídá přibližně původnímu zadání, přestože se hodnoty tolerancí dílčích členů zvětšili<sup>1</sup>.

#### 4.1.2. Varianta b)

Protože předepisování vůle pod víčkem může být problematické z hlediska těsnění, využívá se tzv. metody přizpůsobení, kdy axiálního sevření ložiska je dosaženo předepsáním dostatečné šířky kompenzátoru tak, aby bylo možno dosáhnout potřebných rozměrů postupným odebráním materiálu kompenzátoru (zabrušováním distančního kroužku). V tomto rozměrovém obvodu tedy bude uzavíracím členem prostor pro distanční kroužek  $A_{\Delta}$  mezi ložiskem a víčkem (viz obr. 33: Rozměrový obvod A b) a a pro minimální rozměr distančního kroužku před jeho další úpravou musí platit:

$$A_{4min} \geq A_{\Delta max} \quad (94)$$



obr. 33: Rozměrový obvod A b)

##### 4.1.2.1. Členy rozměrového obvodu

Výpočet rozměrového obvodu se změní v tom smyslu, že počítaným rozměrem bude přímo uzavírací člen  $A_{\Delta}$ . Velikosti ostatních členů zůstanou nezměněny, pouze se změní jejich „orientace“ ve smyslu zvětšujícího či zmenšujícího účinku.

<sup>1</sup> Hodnoty pro ložisko (člen  $A_3$ ) zůstaly nezměněny, protože jsou normalizovány a nelze s nimi tedy ve smyslu optimalizace pracovat.

tab. 4: Hodnoty členů rozměrového obvodu A [mm] (VARIANTA b))

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>5</sub>
N	36	8	15	9
MAX	36,031	8,018	15	9,011
MIN	35,969	7,982	14,94	8,989
T	0,062	0,036	0,06	0,022

#### 4.1.2.2. Řešení rozměrového obvodu metodou MAX-MIN

Pro výpočet budou opět použity rovnice (4), (10) a (11), popř. (19) a (20), tentokrát přímo v základním tvaru (výpočty viz Příloha 1 popř. Příloha 5):

VÝSLEDEK:

$$A_{\Delta N} = 4 \text{ mm} \quad (95)$$

$$A_{\Delta MAX} = 4,12 \text{ mm} \quad (96)$$

$$A_{\Delta MIN} = 3,94 \text{ mm} \quad (97)$$

$$S_{A\Delta} = 0,12 \text{ mm} \quad (98)$$

$$I_{A\Delta} = -0,06 \text{ mm} \quad (99)$$

Podle rovnice (94) tedy musí platit:

$$A_{4min} \geq 4,12 \text{ mm} \quad (100)$$

a výsledný rozměr distančního členu může být například:

$$A_4 = 4,15 \pm 0,024, \quad (101)$$

což odpovídá toleranční třídě js10, nebo třeba:

$$A_4 = 4,2 \pm 0,06, \quad (102)$$

s tolerancí na úrovni IT12 (odpovídá hrubovacímu soustružení).

#### 4.1.2.3. Řešení rozměrového obvodu statistickou metodou RSS

Výpočet statistickou metodou bude proveden přímo z rovnic (69), (70) a (71). Výpočty viz. Příloha 1 popř. Příloha 5.:

VÝSLEDEK:

$$\mu_{A\Delta} = 4,058 \text{ mm}, \quad (103)$$

$$\sigma_{A\Delta} = 0,016 \text{ mm}, \quad (104)$$

$$A_{\Delta} = 4,058 \pm 0,048 \text{ mm}, \quad (105)$$

$$A_{\Delta max} = 4,106 \text{ mm}, \quad (106)$$

a podle rovnice (97) tedy musí platit:

$$A_{4min} \geq 4,106 \text{ mm}. \quad (107)$$

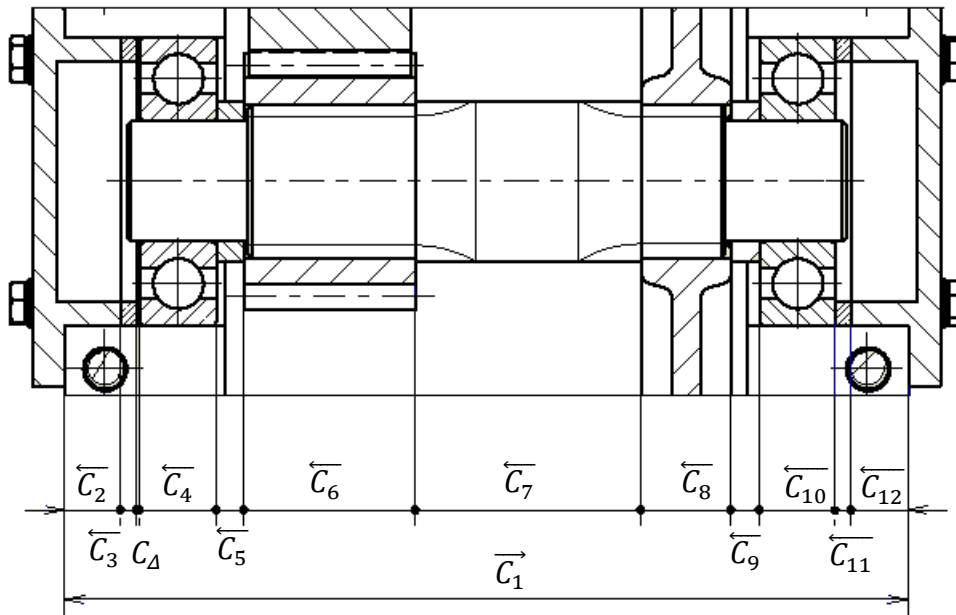
#### 4.1.3. Zhodnocení

Z výsledků řešení varianty a) rozměrového obvodu A je vidět, že problém pevného axiálního zajištění ložiska lze řešit pouze předepsáním tolerancí dílčích členů s běžnou přesností bez zbytečného růstu nákladů, aniž by bylo nutno následně dobrušovat distanční kroužek (varianta b)). Navíc při zpětném použití statistické metody je vidět, že vůli pod víčkem by nebylo nutno předepisovat tak velikou, čímž by se předešlo špatnému utěsnění, a tolerance dílčích členů by bylo možno předepsat větší a tím tak předejít zvýšeným nákladům.

Na druhou stranu při použití varianty b), tedy při následném dobrušování distančního kroužku, by bylo možno tolerance dílčích členů zvětšit ještě víc, protože v tomto případě je výstupem obou metod pouze minimální rozměr distančního kroužku, jehož toleranci a tedy i maximální rozměr můžeme předepsat takřka libovolný.

#### 4.2. Rozměrový obvod C

Rozměrový obvod C je zobrazen na obr. 34. Při tomto způsobu zajištění ložisek je nutno dodržet jistou montážní vůli  $C_{\Delta}$ , aby uložení nebylo staticky neurčité i přes možnou teplotní dilataci. Rozměrového obvodu se účastní předlohový hřídel (pozice 12), který je ve skříni (pozice 1) uložen pomocí radiálních kuličkových ložisek (pozice 25), dále kolo (pozice 11) a pastorek (pozice 13), které jsou na hřídeli axiálně zajištěny pomocí distančních trubek (pozice 10). O tyto trubky jsou opřeny vnitřní kroužky ložisek. Vnější kroužky ložisek se opírají o distanční kroužky (pozice 9), které jsou opřeny o víčka (pozice 8). Montážní vůle  $C_{\Delta}$  musí být v obvodu přítomna, ne však nutně tak, jak je zobrazena na obr. 34. Její poloha závisí na výslednici axiálních sil ozubených soukolí.



obr. 34: Rozměrový obvod C

#### 4.2.1. Členy rozměrového obvodu

Návrh tolerancí dílčích členů rozměrového obvodu C proběhl obdobně jako u rozměrového obvodu A. Rozměry dílčích členů jsou v tab. 5. Velikost uzavíracího členu  $C_{\Delta}$  byla navržena podle skript [11], kde se doporučuje předepsat montážní vůli přibližně 0,1 mm na 100 mm délky hřídele. Velikost montážní vůle je tedy přibližně:

$$C_{\Delta} \cong \frac{210}{100} \cdot 0,1 = 0,21 \text{ mm} \quad (108)$$

a montážní vůle byla předepsána se symetrickým tolerančním polem:

$$C_{\Delta} = 0,2 \pm 0,05 \text{ mm}. \quad (109)$$

Počítaným rozměrem bude v této úloze šířka distančních kroužků, která odpovídá členům  $C_3$  a  $C_{11}$  (jejich hodnoty si mají být rovny<sup>1</sup>).

<sup>1</sup> Distanční kroužky takto vymezují vzájemnou polohu ozubených kol. Tento předpoklad vychází z konstrukčního řešení převodovky.

tab. 5: Hodnoty členů rozměrového obvodu C [mm]

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>
N	210	14	19	7	43
MAX	210,058	14,013	19	7,018	43,031
MIN	209,942	13,987	18,94	6,982	42,969
T	0,116	0,026	0,06	0,036	0,062
	C <sub>7</sub>	C <sub>8</sub>	C <sub>9</sub>	C <sub>10</sub>	C <sub>12</sub>
N	56	22	7	19	14
MAX	56,037	22,026	7,018	19	14,013
MIN	55,963	21,974	6,982	18,94	13,987
T	0,074	0,052	0,036	0,06	0,026

Pokud bychom chtěli rozměrový obvod počítat přímo pro členy  $C_3$  a  $C_{11}$ , úloha by byla s takto předepsanými tolerancemi dílčích členů neřešitelná:

$$T_{C_3} = T_{C_{11}} = \frac{T_{C_\Delta} - \sum_{i=1; i \neq 3; i \neq 11}^n T_{C_i}}{2} = -0,174 < 0. \quad (110)$$

Musela by tedy být zpřesněna výroba všech dílčích členů, což je nežádoucí. Proto budou členy  $C_3$  a  $C_{11}$  počítány pouze ve smyslu jejich minimálních hodnot (obdobně jako ve variantě b) rozměrového obvodu A) a požadované vůle bude dosaženo opět dobroušením distančních kroužků. Uzavíracím členem počítaného rozměrového obvodu bude prostor  $C_U$ , pro který bude platit:

$$C_U = 2 \cdot C_K + C_\Delta, \quad (111)$$

kde  $C_K$  je šířka distančních kroužků (přeznačené rozměry  $C_3$  a  $C_{11}$ ).

#### 4.2.2. Řešení aritmetickou metodou MAX-MIN

Výpočet uzavíracího členu  $C_U$  bude proveden přímo z rovnic (4), (10) a (11), popř. (19) a (20) (výpočty viz Příloha 1 popř. Příloha 5):

VÝSLEDEK:

$$C_{UN} = 9 \text{ mm} \quad (112)$$

$$C_{Umax} = 9,334 \text{ mm} \quad (113)$$

$$C_{Umin} = 8,786 \text{ mm} \quad (114)$$

$$T_{CU} = 0,548 \text{ mm} \quad (115)$$

$C_{UMAX}$  je maximální prostor pro oba kroužky, který může vzniknout. Jelikož je požadována montážní vůle, můžeme hodnotu  $C_{UMAX}$  ještě snížit o tuto vůli a psát:

$$\begin{aligned} C_{Kmin} = C_{3min} = C_{11min} &= \frac{C_{Umax} - C_{\Delta min}}{2} = \frac{9,334 - 0,15}{2} \quad (116) \\ &= 4,592 \text{ mm} \end{aligned}$$

Dolní mezní rozměr šířky uzavíracího kroužku může být tedy nejméně 4,592 mm a jeho rozměr můžeme předepsat například:

$$C_K = 4,62 \pm 0,024 \text{ mm} \quad (117)$$

což odpovídá toleranční třídě js10.

#### 4.2.3. Řešení statistickou metodou RSS

Výpočet statistickou metodou bude provedeno stejně jako dříve přímo z rovnic (69), (70) a (71). Výpočty viz. Příloha 1 popř. Příloha 5.:

VÝSLEDKY RSS:

$$\mu_{CU} = 9,060 \text{ mm}, \quad (118)$$

$$\sigma_{CU} = 0,032 \text{ mm}, \quad (119)$$

$$C_U = 9,06 \pm 0,096 \text{ mm}, \quad (120)$$

$$T_{CU} = 0,192 \text{ mm} \quad (121)$$

$$C_{Umax} = 9,156 \text{ mm} \quad (122)$$

a obdobně jako v (116):

$$\begin{aligned} C_{Kmin} = C_{3min} = C_{11min} &= \frac{C_{Umax} - C_{\Delta min}}{2} = \frac{9,156 - 0,15}{2} \quad (123) \\ &= 4,503 \text{ mm} \end{aligned}$$

#### 4.2.4. Zhodnocení

Z velikosti tolerancí  $T_{CU}$  při použití obou metod je názorně vidět, jak kladou různé požadavky na přesnost výroby. Metoda RSS je „benevolentnější“, jelikož při jejím použití vyšla tolerance uzavíracího členu téměř třikrát menší, a tudíž bychom ji mohli nejvíce zvětšovat tzn. zvětšovat tolerance dílčích členů. Metoda max-min naopak díky předpokladu úplné smontovatelnosti klade největší nároky na přesnost výroby. V případě tohoto rozměrového obvodu by byla ovšem vhodnější, protože nás opět zajímá pouze nejmenší



rozměr distančního kroužku, nikoliv jeho tolerance. Stejně tak by bylo možno zvětšit tolerance jednotlivých členů a tak zlevnit výrobu a požadované vůle dosáhnout dobroušením distančních kroužků.

### **4.3. Obecný postup**

Na závěr praktické části bude uvedeno schéma obecného postupu pro řešení rozměrových obvodů.

Je dán rozměrový obvod, který se skládá z dílčích členů, které jsou normalizované a nenormalizované, a uzavíracího členu. Hodnoty rozměrů a tolerancí normalizovaných součástí jsou pevně dány výrobcem a nelze s nimi manipulovat. Hodnotu uzavíracího členu musíme předepsat a záleží na povaze úlohy a našich požadavcích, popřípadě může být také dána normou. Hodnoty tolerancí nenormalizovaných dílčích členů (pokud nevyplývají z nějakého jiného funkčního vztahu a nejsou již tedy předepsány) navrhujeme s ohledem na dostupnou technologii. Počítaným členem je tedy obvykle kompenzační člen, na jehož přesnost budou kladeny vyšší požadavky.

Před samotným řešením rozměrového obvodu nejprve zkontrolujeme realizovatelnost úlohy podle rovnice (15), kdy tolerance počítaného dílčího členu musí vyjít kladná. Pokud by vyšla záporná, musíme předepsat menší tolerance u členů, kde nejsou pevně stanoveny (alespoň u některých), a znovu zkontrolovat. Pokud tolerance počítaného členu vyjde kladná, můžeme dopočítat jeho jmenovitý rozměr a aritmetickou metodou i jeho mezní rozměry.

V případě, že jsou na přesnost dílčích členů z našeho pohledu kladeny příliš vysoké požadavky a pokud se to hodí z hlediska povahy výroby (tzn. pokud se jedná o výrobu hromadnou či sériovou nebo o rozměrové obvody o velkém počtu členů), můžeme použít statistickou metodu RSS. Tu aplikujeme na předchozí výsledky a provedeme optimalizaci dílčích členů a můžeme tak předepsat větší tolerance. Kromě metody RSS můžeme použít také například metodu 6-Sigma, která se liší dosahovanou výtěžností výrobního procesu a která počítá také s posunem střední hodnoty charakteristiky výrobního procesu (především opotřebením nástrojů či forem ve velkosériové výrobě).

## 5. Závěr

Cílem této práce bylo popsat různé přístupy k řešení rozměrových obvodů, tedy především metodu aritmetického výpočtu a metody statistické, a následně tyto metody aplikovat na reálné sestavě a srovnat mezi sebou.

V teoretické části práce jsem provedl výklad jak k řešení lineárních a plošných rozměrových obvodů aritmetickou metodou, tak k řešení lineárních rozměrových obvodů metodami statistickými. Tato práce by se tedy dala považovat za určitý souhrn všeho potřebného pro řešení rozměrových obvodů na základní až lehce pokročilé úrovni. Do textu jsem také zahrnul pasáž s řešenými typovými příklady (kapitola 3.2.3), která může posloužit jako určitý návod a která také ilustruje důležitost správného sestavení rozměrového obvodu a správného funkčního kótování rozměrů na součástech.

V praktické části práce jsem řešil rozměrové obvody na konkrétní sestavě, a to na sestavě převodovky navržené v rámci předmětu „Konstrukční cvičení“. Tyto rozměrové obvody sice nejsou úplně typické (řešení varianty b) rozměrového obvodu A a řešení obvodu C, kdy jsem počítal pouze nejmenší potřebný rozměr distančního kroužku, aby měl vždy nějaký přídavek na zabroušení), přesto je na jejich řešení vidět několik důležitých aspektů. Srovnáme-li například rozměrový obvod A a C z hlediska realizovatelnosti při přímém výpočtu tloušťky distančního kroužku, vidíme, že růst počtu členů rozměrového obvodu má neblahý vliv na toleranci počítaného členu, jelikož v případě rozměrového obvodu C, který má víc členů, vyšla úloha nerealizovatelná. Je sice pravda, že v rozměrovém obvodu C byla oproti obvodu A předepsána poloviční tolerance vůle, tolerance počítaného dílčího členu ovšem vyšla v obvodu C záporná s daleko větší (o řád vyšší) absolutní hodnotou (srovnání  $T_{A4} = 0,02 \text{ mm}$  a  $T_{C3} = 0,174$ ).

Další důležitý poznatek plyne ze srovnání výsledků při výpočtu obvodu metodou aritmetickou a metodou statistickou, kdy při výpočtu statistickou metodou vychází tolerance uzavíracího členu menší. To znamená, že její hodnotu můžeme víc zvětšit a tím zvětšit i tolerance dílčích členů. To je nejlépe patrné na řešení varianty a) rozměrového obvodu A, kde je také nejlépe patrný obecný postup pro řešení rozměrových obvodů. Pro zadanou hodnotu tolerance uzavíracího členu zde byl aritmetickou metodou dopočítán dílčí člen rozměrového obvodu. Na nyní již známé hodnoty dílčích členů byla následně aplikována statistická metoda RSS, pomocí níž vyšla tolerance uzavíracího členu přibližně o

polovinu menší. Po optimalizaci dílčích členů vůči původní zadané hodnotě uzavíracího členu byly tolerance některých dílčích členů dvakrát nebo i třikrát větší. Zde je ovšem potřeba si uvědomit, že statistické metody nejsou na rozdíl od metody max-min metodami úplné zaměnitelnosti a je zde určitá zmetkovitost, která závisí na zvolené statistické metodě. Zde je tedy nutno zvážit, který přístup je pro danou výrobu výhodnější, což bude záviset především na objemu výroby a složitosti výrobku (ve smyslu počtu dílčích členů rozměrového obvodu). Můžeme také zvolit „přísnější“ statistickou metodu 6-Sigma, která nám sice nedovolí zvýšit tolerance dílčích členů o tolik, ale zase zaručí menší zmetkovitost a navíc počítá i s posunutím střední hodnoty charakteristiky výrobního procesu v čase vlivem opotřebení nástrojů či jiných vlivů.

Grafickým výstupem této práce je návrhový výkres řešené převodovky (viz. Příloha 4). Tento výkres není zcela kompletní z hlediska návrhu převodovky jako celku, ale je spíše zaměřen na to, co bylo předmětem této práce, tedy na řešené rozměrové obvody. Hodnoty počítaných dílčích členů zde vychází z výpočtů metodou max-min, kdy je požadováno následné přizpůsobení (dobroušení) distančních kroužků, aby bylo dosaženo zadané vůle (v případě obvodu C) či dosednutí víčka na skříň při axiálním sevření ložiska (varianta a) obvodu A).

## POUŽITÁ LITERATURA

- [1] SLANEC, Karel. *Konstruování. Geometrická přesnost výrobků. 2.díl.* Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. 160 s. ISBN 80-01-02864-X.
- [2] PETRŮ, Jana. ČEP, Robert. *Základy montáže* [online]. Ostrava: Fakulta strojní VŠB-TUO, 2012. 123 s. ISBN 978-80-248-2773-5. [cit. 25.4.2017] Dostupné z: [http://projekty.fs.vsb.cz/459/ucebniopory/Zaklady\\_montaze.pdf](http://projekty.fs.vsb.cz/459/ucebniopory/Zaklady_montaze.pdf)
- [3] DRASTÍK, František. Lineární rozměrové obvody na jedné součásti. *Přesnost a tolerování rozměrů ve strojírenství* [online]. Verlag Dashöfer, 2012. Dostupné z: [www.techportal.cz](http://www.techportal.cz)
- [4] DRASTÍK, František. Lineární rozměrové obvody ve skupině součástí. *Přesnost a tolerování rozměrů ve strojírenství* [online]. Verlag Dashöfer, 2012. Dostupné z: [www.techportal.cz](http://www.techportal.cz)
- [5] ČSN EN ISO 286-1:2011. Geometrické specifikace produktu (GPS) - ISO systém kódu pro tolerance lineárních rozměrů - Část 1: Základní tolerance, úchytky a uložení.
- [6] PETR, Karel. ISO GPS – Tolerování délkových rozměrů. In: *SEPS- Systém elektronické podpory studia* [online]. České vysoké učení technické v Praze. 2017. [cit. 12.4.2017] Dostupné z: <http://seps.fs.cvut.cz/SK2>
- [7] *Toleranční analýza lineárních rozměrových obvodů* [online]. MITCalc. 2016. [cit.4.6.2017]. Dostupné z: [http://www.mitcalc.cz/doc/tolanalysis1d/help/cz/tolanalysis1d.txt.htm#Header\\_B](http://www.mitcalc.cz/doc/tolanalysis1d/help/cz/tolanalysis1d.txt.htm#Header_B)
- [8] Kvalitativní parametry. In: *SEPS- Systém elektronické podpory studia* [online]. České vysoké učení technické v Praze. 2012. [cit. 18.5.2017] Dostupné z: <http://seps.fs.cvut.cz/TE2>
- [9] SKF. *Kuličková ložiska*. In: EXVALOS Ložiska a příslušenství [online]. 2007. [cit. 18.5.2017]. Dostupné z: [http://www.exvalos.cz/soubory/File/Hlavni\\_katalog\\_SKF/6000\\_CS\\_01\\_Kulickova%20loziska.pdf](http://www.exvalos.cz/soubory/File/Hlavni_katalog_SKF/6000_CS_01_Kulickova%20loziska.pdf)
- [10] *Těsnicí tmely na motory a převodovky* [online]. Förch s.r.o. 2017. [cit. 18.5.2017]. Dostupné z: <https://www.foerch.cz/productgroup.aspx?g=800c5015-6317-47a7-8d49-a5b3aab720e8>
- [11] KUGL, Otmar. HOUKAL, Jiří. TOMEK, Pavel. ZÝMA, Jiří. *PROJEKT – III. ročník*. Vydání druhé. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2005. 169 s. ISBN 80-01-03205-1.

## SEZNAM OBRÁZKŮ

- obr. 1: Přímkové rozměrové obvody [2]  
obr. 2: Kótování výrobku z hlediska a) funkce a b) výroby [3]  
obr. 3: Ukázka značení členů v jednoduchých přímkových rozměrových obvodech  
obr. 4: Zvětšující a zmenšující členy rozměrového obvodu  
obr. 5: Tolerance délkových rozměrů [6]  
obr. 6: Značení polohy tolerančního pole [6]  
obr. 7: Detail zajištění náboje na hřídeli  
obr. 8: Vícečlenný rozměrový obvod  
obr. 9: Znázornění tolerančního pole dílčího členu rozměrového obvodu [2]  
obr. 10: Jednoduchý lineární rozměrový obvod se zobrazením tolerančních polí [1]  
obr. 11: Znázornění tolerančního pole uzavíracího členu rozměrového obvodu [2]  
obr. 12: Schéma jednoduchého plošného rozměrového obvodu [1]  
obr. 13: Vliv změny velikosti jednoho z dílčích členů na velikost uzavíracího členu [1]  
obr. 14: Vliv změny velikosti obou dílčích členů na velikost uzavíracího členu [1]  
obr. 15: Závislost velikosti uzavíracího členu na dílčích členech (oba zvětšující) [1]  
obr. 16: Závislost velikosti uzavíracího členu na dílčích členech (zvětšující a zmenšující) [1]  
obr. 17: Ukázka závislosti velikosti mezní úchylky uzavíracího členu na hodnotě derivace [1]  
obr. 18: Část sestavy s čepem [3]  
obr. 19: Kótování čepu z hlediska funkce na obr. 18 [3]  
obr. 20: Schéma rozměrového obvodu kola na čepu  
obr. 21: Kótování čepu z hlediska dodržení vůle  $v$  a  $v_1$  [3]  
obr. 22: Kótování čepu z hlediska dodržení vůle  $v$  nad hlavou čepu [3]  
obr. 23: Rozměrový obvod zajištění valivého ložiska na hřídeli při správném zakótování drážky pro pojistný kroužek  
obr. 24: Rozměrový obvod zajištění ložiska na hřídeli při nesprávném kótování drážky pro pojistný kroužek  
obr. 25: Gaussovy křivky pro dvě různé hodnoty směrodatné odchylky [7]  
obr. 26: Metoda RSS [7]  
obr. 27: Vliv posunutí střední hodnoty charakteristiky [7]  
obr. 28: Princip metody 6 Sigma [7]  
obr. 29: Indexy způsobilosti odpovídající různým typům výrobních procesů [7]  
obr. 30: Křivka odpovídající efektivní směrodatné odchylce [7]  
obr. 31: Řez dělicí rovinou převodovky s kótovanými pozicemi a vyznačením rozměrových obvodů  
obr. 32: Rozměrový obvod A a)  
obr. 33: Rozměrový obvod A b)  
obr. 34: Rozměrový obvod C

## SEZNAM TABULEK

- tab. 1: Výtěžnost výrobního procesu [7]
- tab. 2: Hodnoty členů rozměrového obvodu A [mm] (VARIANTA a))
- tab. 3: Optimalizace rozměrového obvodu A pomocí RSS [mm]
- tab. 4: Hodnoty členů rozměrového obvodu A [mm] (VARIANTA b))
- tab. 5: Hodnoty členů rozměrového obvodu C [mm]



## SEZNAM PŘÍLOH

- Příloha 1: Výpis ze souboru „Výpočty rozměrových obvodů.xlsx“
- Příloha 2: KOAXIÁLNÍ PŘEVODOVKA - Výkres sestavy
- Příloha 3: KOAXIÁLNÍ PŘEVODOVKA - Kusovník
- Příloha 4: KOAXIÁLNÍ PŘEVODOVKA - Návrhový výkres
- Příloha 5: Výpočty rozměrových obvodů.xlsx

**PŘÍLOHY**
**Příloha 1: Výpis ze souboru „Výpočty rozměrových obvodů.xlsx“**
**A**
**MAX-MIN**

a)	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>Δ</sub>
N	36	8	15	9	0,1
MAX	36,031	8,018	15	9,011	0,2
MIN	35,969	7,982	14,94	8,989	0
T	0,062	0,036	0,06	0,022	0,2

$$A_{\Delta} = \sum_{i=1}^m \overrightarrow{A_i} - \sum_{i=m+1}^n \overleftarrow{A_i}$$

REALIZOVATELNOST:  $T_{Ai} = T_{A\Delta} - \sum_{i=1}^{n-1} T_{Ai}$

T<sub>A4</sub>= 0,02

$$A_{\Delta max} = \sum_{i=1}^m \overrightarrow{A_{imax}} - \sum_{i=m+1}^n \overleftarrow{A_{imin}}$$

VÝPOČET A<sub>4</sub>

**MAX MIN**

$$A_{\Delta min} = \sum_{i=1}^m \overrightarrow{A_{imin}} - \sum_{i=m+1}^n \overleftarrow{A_{imax}}$$

N 4,1

MAX 4,14 S 0,04

MIN 4,12 I 0,02

T 0,02 T 0,02

$$S_{A\Delta} = \sum_{i=1}^m S_{\overrightarrow{A_i}} - \sum_{i=m+1}^n I_{\overleftarrow{A_i}}$$

$$I_{A\Delta} = \sum_{i=1}^m I_{\overrightarrow{A_i}} - \sum_{i=m+1}^n S_{\overleftarrow{A_i}}$$

**RSS**

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>4</sub> (MAX-MIN)
N	36,000	8,000	15,000	9,000	4,100
MAX	36,031	8,018	15,000	9,011	4,14
MIN	35,969	7,982	14,940	8,989	4,12
T	0,062	0,036	0,060	0,022	0,020
N <sub>sym</sub> =μ	36,000	8,000	14,970	9,000	4,130
σ	0,010	0,006	0,010	0,004	0,003

$$\mu_{A\Delta} = \sum_{i=1}^m \overrightarrow{\mu_{A_i}} - \sum_{i=m+1}^n \overleftarrow{\mu_{A_i}}$$

$$\sigma_{Ai} = \frac{T_{Ai}}{6}$$

VÝPOČET A<sub>Δ</sub>

$$\sigma_{A\Delta} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{Ai}^2}$$

$$A_{\Delta SYM} = \frac{A_{\Delta max} + A_{\Delta min}}{2}$$

N=μ<sub>Δ</sub> 0,100

σ<sub>Δ</sub> 0,016

MAX=N+3σ 0,149



MIN=N-3σ            0,051

$$A_{\Delta} = \mu_{A\Delta} \pm 3\sigma_{A\Delta}$$

T                      0,098

T/2=3σ<sub>Δ</sub>            0,049

OPTIMALIZACE POMOCÍ RSS PRO T <sub>AΔ</sub> =0,2					
	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>4</sub>
N	36,000	8,000	15,000	9,000	4,130
T	0,062	0,036	0,060	0,022	0,020
S=I	0,031	0,018	-	0,011	0,010
OPTIMALIZOVANÉ HODNOTY					
K	2,000	3,000	1,000	2,000	2,000
T	0,124	0,108	0,060	0,044	0,040
±	0,062	0,054	-	0,022	0,02
MAX	36,062	8,054	15,000	9,022	4,150
MIN	35,938	7,946	14,940	8,978	4,110
N <sub>sym</sub> =μ	36	8	14,97	9	4,13
σ	0,020667	0,018	0,01	0,007333	0,006667
<b>AΔ =</b>	<b>0,100 ± 0,092</b>				

N=μ<sub>Δ</sub>            0,100  
σ<sub>Δ</sub>                0,031  
MAX=N+3σ      0,192  
MIN=N-3σ      0,008  
T                    0,185  
T/2=3σ<sub>Δ</sub>        0,092

b)	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>5</sub>
N	36	8	15	9
MAX	36,031	8,018	15	9,011
MIN	35,969	7,982	14,94	8,989
T	0,062	0,036	0,06	0,022

VÝPOČET A<sub>Δ</sub>

**MAX MIN**

N	4		
MAX	4,12	S	0,12
MIN	3,94	I	-0,06
T	0,18	T	0,18

RSS	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>5</sub>
N	36,000	8,000	15,000	9,000
MAX	36,031	8,018	15,000	9,011
MIN	35,969	7,982	14,940	8,989
T	0,062	0,036	0,060	0,022
N <sub>sym</sub> =μ	36,000	8,000	14,970	9,000
σ	0,010	0,006	0,010	0,004

$$A_{\Delta SYM} = \frac{A_{\Delta max} + A_{\Delta min}}{2}$$

$$\sigma_{Ai} = \frac{T_{Ai}}{6}$$

**VÝPOČET  $A_{\Delta}$** 

$N=\mu_{\Delta}$	4,058
$\sigma_{\Delta}$	0,016
MAX	4,106
MIN	4,010
T	0,096
$T/2=3\sigma_{\Delta}$	0,048

$$\mu_{A\Delta} = \sum_{i=1}^m \overline{\mu_{Ai}} - \sum_{i=m+1}^n \overline{\mu_{Ai}}$$

$$\sigma_{A\Delta} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{Ai}^2}$$

$$A_{\Delta} = \mu_{A\Delta} \pm 3\sigma_{A\Delta}$$

**C**
**MAX-MIN**

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>	
N	210	14	19	7	43	
MAX	210,058	14,013	19	7,018	43,031	
MIN	209,942	13,987	18,94	6,982	42,969	
T	0,116	0,026	0,06	0,036	0,062	
	C <sub>7</sub>	C <sub>8</sub>	C <sub>9</sub>	C <sub>10</sub>	C <sub>12</sub>	C <sub>Δ</sub>
N	56	22	7	19	14	0,2
MAX	56,037	22,026	7,018	19	14,013	0,25
MIN	55,963	21,974	6,982	18,94	13,987	0,15
T	0,074	0,052	0,036	0,06	0,026	0,1

**VÝPOČET  $C_U$** 

N	9		
MAX	9,334	S	0,334
MIN	8,786	I	-0,214
T	0,548	T	0,548

**RSS**

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>
N	210	14	19	7	43
MAX	210,058	14,013	19	7,018	43,031
MIN	209,942	13,987	18,94	6,982	42,969
$N_{sym}=\mu$	210	14	18,97	7	43
T	0,116	0,026	0,06	0,036	0,062
$\sigma$	0,019	0,004	0,010	0,006	0,010

$$A_{SYM} = \frac{A_{max} + A_{min}}{2},$$

$$\sigma_{Ai} = \frac{T_{Ai}}{6}$$



	C <sub>7</sub>	C <sub>8</sub>	C <sub>9</sub>	C <sub>10</sub>	C <sub>12</sub>
N	56	22	7	19	14
MAX	56,037	22,026	7,018	19	14,013
MIN	55,963	21,974	6,982	18,94	13,987
N <sub>sym</sub> =μ	56	22	7	18,97	14
T	0,074	0,052	0,036	0,06	0,026
σ	0,012	0,009	0,006	0,010	0,004

VÝPOČET C<sub>U</sub>

**RSS**

N=μ <sub>U</sub>	9,060
σ <sub>U</sub>	0,032
MAX	9,156
MIN	8,964

T	0,191	T/2	0,095687
---	-------	-----	----------

$$\mu_{A\Delta} = \sum_{i=1}^m \overrightarrow{\mu_{Ai}} - \sum_{i=m+1}^n \overleftarrow{\mu_{Ai}}$$

$$\sigma_{A\Delta} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{Ai}^2}$$

$$A_{\Delta} = \mu_{A\Delta} \pm 3\sigma_{A\Delta}$$