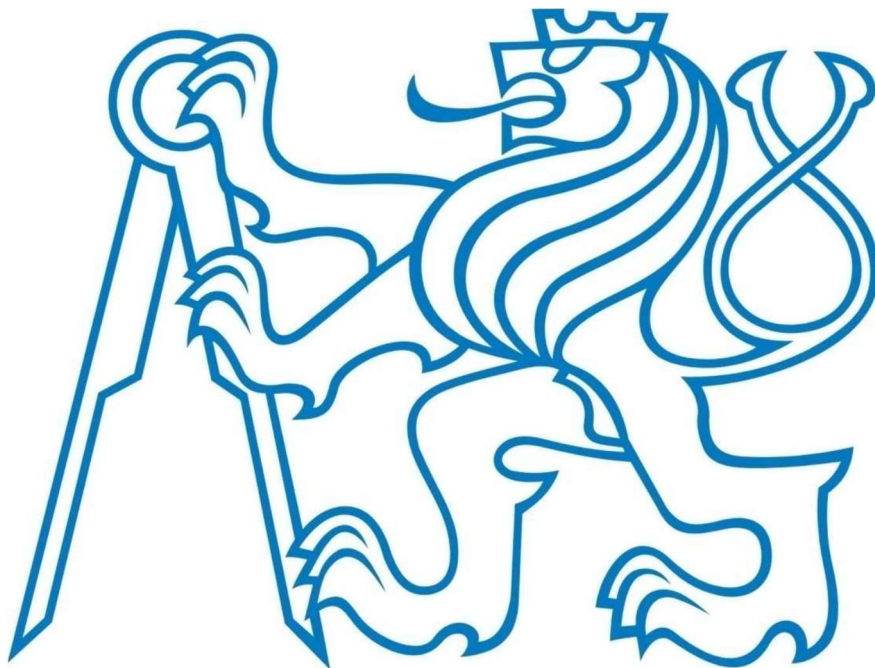


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta stavební

Katedra mechaniky



Bakalářská práce

Vedoucí bakalářské práce:
prof. Ing. Jiří Máca, CSc.

Autor bakalářské práce:
Kateřina Kučerová

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta stavební

Katedra mechaniky

Dynamická analýza lávky pro pěší v Přerově

Dynamic Analysis of the Footbridge in Přerov

Autor bakalářské práce:

Kateřina Kučerová

Vedoucí bakalářské práce:

prof. Ing. Jiří Máca, CSc.

Studijní program:

Stavební inženýrství

Studijní obor:

Konstrukce a dopravní stavby

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma Dynamická analýza lávky pro pěší v Přerově vypracovala samostatně, pod vedením prof. Ing. Jiřího Máci, CSc. a veškeré použité zdroje jsem uvedla v seznamu literatury.

V Praze, dne 20.5. 2017

.....
Kateřina Kučerová



ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: <u>Kučerová</u>	Jméno: <u>Kateřina</u>	Osobní číslo: <u>423070</u>
Zadávající katedra: <u>Katedra mechaniky</u>		
Studijní program: <u>Stavební inženýrství</u>		
Studijní obor: <u>Konstrukce a dopravní stavby</u>		

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce: Dynamická analýza lávky pro pěší v Přerově

Název bakalářské práce anglicky: Dynamic Analysis of the Footbridge in Přerov

Pokyny pro vypracování:
Výpočet vlastních frekvencí a tvarů kmitání
Výpočet odezvy na zatížení chodci
Návrh pohlcovačů kmitání

Seznam doporučené literatury:
Design of Footbridges, Research Fund for Coal and Steel, 2007
Serviceability Verification of Pedestrian Bridges Under Pedestrian Loading, Ivana Štimac Grandić, 2015

Jméno vedoucího bakalářské práce: Prof. Ing. Jiří Máca, CSc.

Datum zadání bakalářské práce: 24.2.2017 Termín odevzdání bakalářské práce: 28.5.2017
Údaj uveďte v souladu s datem v časovém plánu příštího ak. roku

Podpis vedoucího práce _____ Podpis vedoucího katedry _____

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v bakalářské práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.

24.2.2017 Datum převzetí zadání _____ Podpis studenta(ky) _____

Poděkování

Ráda bych poděkovala svému vedoucímu bakalářské práce, panu prof. Ing. Jiřímu Mácovi, CSc. za vstřícné a trpělivé jednání, cenné rady při konzultacích a poskytnutí potřebných podkladů.

Také bych ráda poděkovala společnosti PONTEX s.r.o. za poskytnutí nezbytných podkladů.

A v neposlední řadě bych chtěla poděkovat celému týmu ze společnosti Dlubal Software, který mi byl vždy ochoten poradit s modelem a postupem výpočtu v programu RFEM 5.08.

Abstrakt

Bakalářská práce se zabývá modální analýzou lávky pro pěší v Přerově. Obsahuje rovinný model konstrukce pro zjištění vlastních tvarů a vlastních frekvencí ve svislém směru. Dále obsahuje prostorový model, na kterém byla stanovena dynamická odezva na zatížení chodci a následně návrh pohlcovače kmitání pro snížení svislého posunu a zrychlení.

Abstract

This bachelor's thesis considers the modal analysis of the footbridge in Přerov. It constitutes of a planar model of construction designed to determine its mode shapes and natural frequencies in the vertical direction. It further constitutes of a spatial model for determination of a dynamic response to the pedestrian loads. Subsequently the tune mass damper was designed for the purpose of reduction of vertical shift and acceleration.

Klíčová slova

lávka pro pěší, modální analýza, vynucené kmitání, zatížení chodci, odezva, pohlcovač kmitání

Key words

Footbridge, modal analysis, forced vibration, pedestrian loads, response, tuned mass damper

Obsah

1	Úvod	9
2	Cíle bakalářské práce.....	10
3	Popis konstrukce	11
4	Základní úlohy stavební dynamiky	15
	4.1 Soustavy s jedním stupněm volnosti	15
	4.2 Soustavy s konečným počtem stupňů volnosti	16
	4.2.1 Vlastní netlumené kmitání.....	16
	4.2.2 Vynucené tlumené kmitání.....	17
5	Rovinný model.....	18
	5.1 Tvorba modelu.....	18
	5.1.1 Geometrie konstrukce	18
	5.1.2 Průřezové charakteristiky	19
	5.1.3 Použité materiály	21
	5.1.4 Zatížení a hmoty.....	21
	5.2 Vlastní frekvence a tvary kmitání	22
6	Prostorový model	23
	6.1 Tvorba modelu.....	23
	6.1.1 Průřezové charakteristiky	24
	6.1.2 Použité materiály	25
	6.1.3 Zatížení a hmoty.....	26
	6.2 Vlastní frekvence a tvary kmitání	27
7	Porovnání výsledků	30
8	Odezva konstrukce na zatížení chodci.....	31
	8.1 Zatěžovací stavy	31
	8.2 Útlum odezvy	34
	8.3 Výsledky	35

9	Pohlčovače kmitání	36
9.1	Návrh pohlčovače kmitání	36
9.2	Zadání TMD do programu	38
9.3	Výsledky	38
10	Závěr	39
11	Seznam obrázků	40
12	Seznam tabulek	42
13	Seznam použité literatury	43
14	Použitý software.....	44

1 Úvod

Moderní lávky jsou velmi často štíhlé a pružné konstrukce, kde se první vlastní frekvence mohou blížit dominantním frekvencím dynamického zatížení chůzí nebo během. Přestože posuzovaná lávka nepatří mezi nejsubtilnější konstrukce, i tady hrozí nepříznivá odezva na zatížení chodci.

Jelikož jsou lávky určeny především k pohybu chodců, je důležité, aby nebyl nežádoucími vibracemi konstrukce narušen jejich komfort a bezpečnost. Pro ověření, zda nedochází k nechtěnému chování konstrukce je nutné určit vlastní tvary a vlastní frekvence, následně pro rizikové vlastní frekvence simulovat dynamické zatížení chodci. Z hlediska posouzení komfortu chodců je nutné vypočtené maximální hodnoty zrychlení porovnat se stanovenými limitními hodnotami.

2 Cíle bakalářské práce

Cílem této bakalářské práce byl výpočet vlastních frekvencí a tvarů kmitání zavěšené lávky pro pěší v Přerově a následné posouzení lávky na dynamické účinky od zatížení chodci. Byl vytvořen zjednodušený prutový rovinný model lávky pro určení vlastních tvarů a vlastních frekvencí ve svislém směru pomocí softwaru Dlubal RFEM 5.08.

Následně byl vytvořen prostorový deskovo-prutový model pro určení vlastních tvarů a vlastních frekvencí ve svislém, vodorovném i torzním směru.

Na prostorovém modelu byla stanovena odezva konstrukce na zatížení chodci ve svislém a vodorovném směru. Toto zatížení bylo zjednodušeně simulováno harmonickými silami. Pro frekvenci, která převyšuje přípustnou hodnotu kmitání, byl navržen pohlcovač kmitání.

3 Popis konstrukce

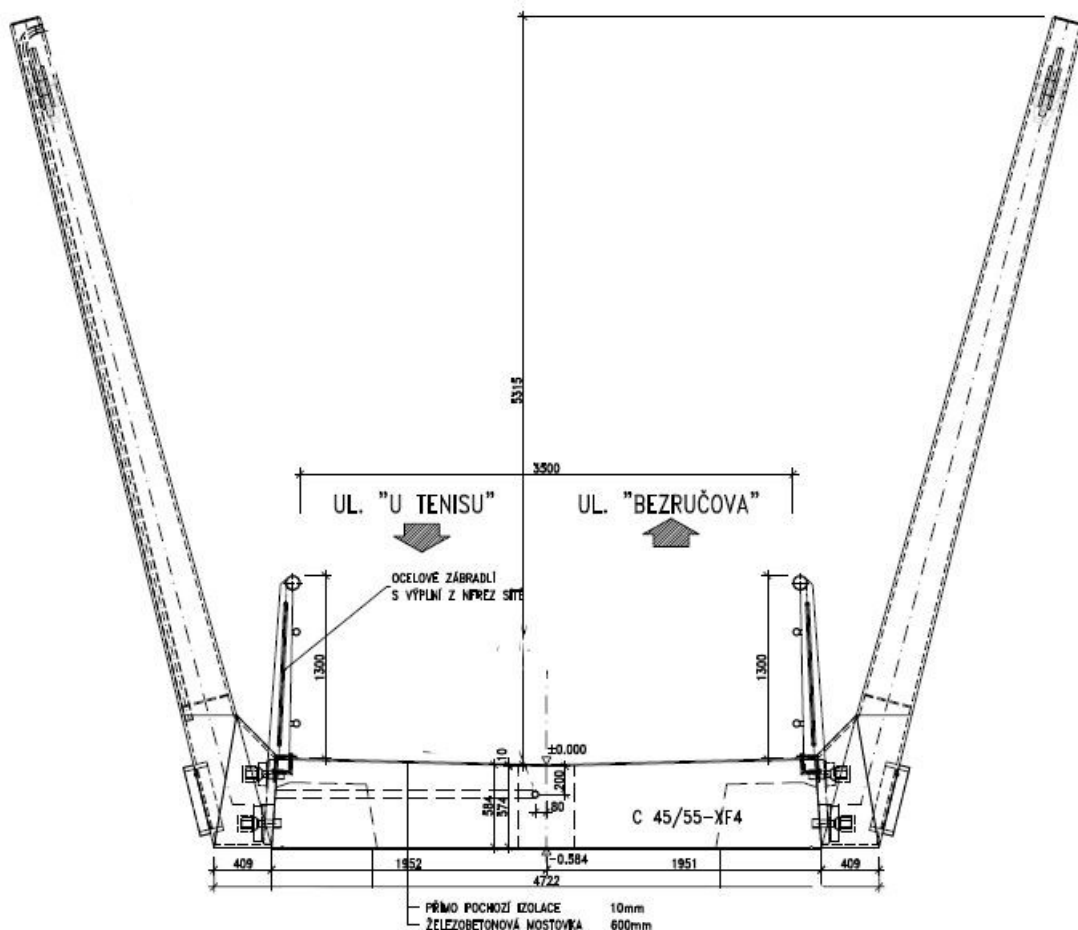
Nová lávka přes řeku Bečvu v Přerově nahradila původní visutou lávku, která byla opakovaně poškozena povodněmi. Lávka svou polohou umožňuje propojení oblasti U Tenisu s areálem Laguny a přilehlou rekreační oblastí. Slavnostní otevření lávky proběhlo 1.9.2015. Realizační dokumentaci stavby vypracovala společnost PONTEX s.r.o. [1].

Jedná se o zavěšenou konstrukci s rozpětím jednotlivých polí 18,0 m, 47,9 m a 28,0 m, celková délka lávky je 93,9 m. Konstrukce je vždy 12 m od osy pilířů podpírána tyčovými závěsy, které jsou ukotveny do příčníků a pylonů výšky 5,9 m. Pylony jsou kotveny do příčníků, které jsou uloženy přes vrubový kloub na pilíře. Na levé opěře je konstrukce uložena vzhledem ke krátkému přilehlému poli na dvou kyvných stojkách. Na pravé opěře je konstrukce uložena na jednom podélně posuvném a jednom všesměrně posuvném ložisku. Celková šířka lávky je 3,844 m.

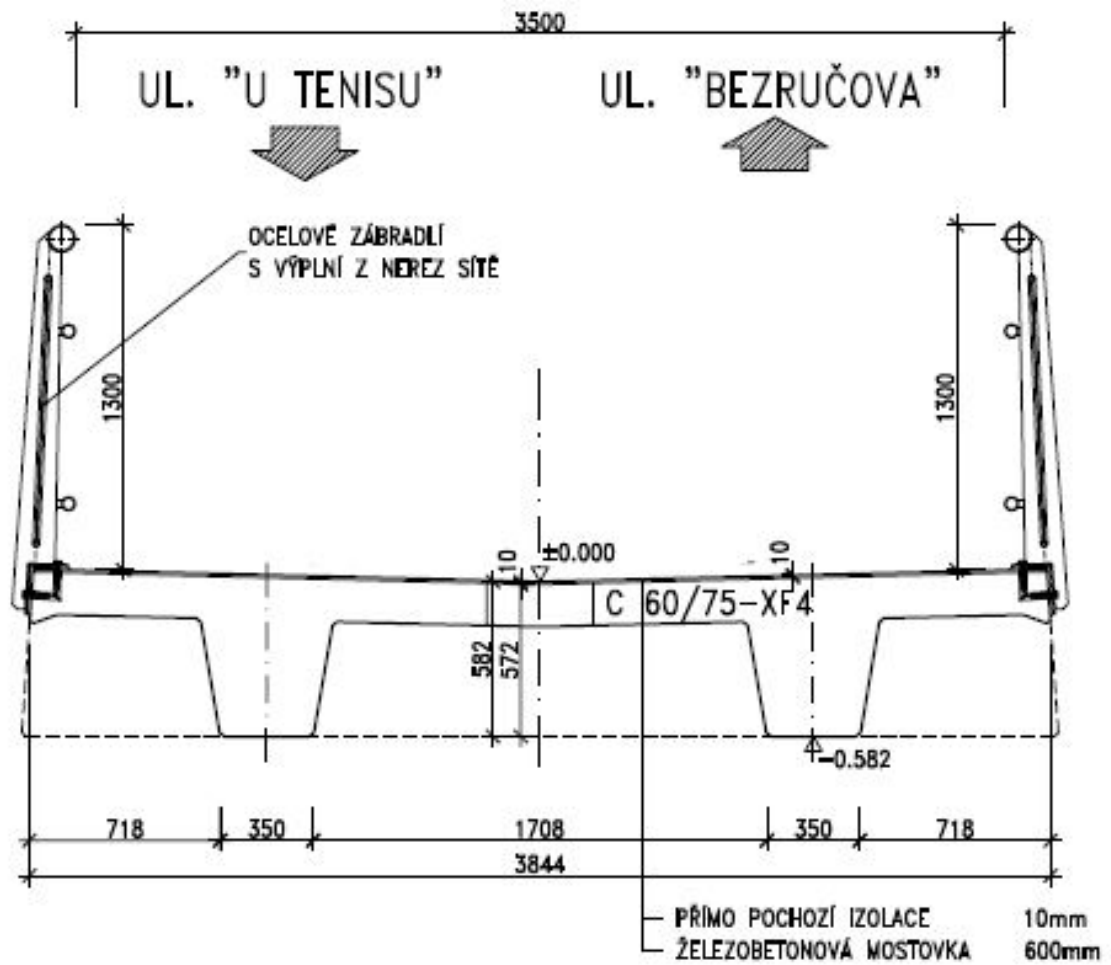


Obrázek 1: Pohled na lávku z pravého břehu [11]

Mostovka lávky je tvořena z prefabrikovaných podélně předpjatých betonových částí (C60/75–XF4) s proměnnou tloušťkou 384-600 mm a konstantní šířkou, v místech ukotvení závěsů a pylonů je prefabrikovaná deska přerušena a nahrazena monolitickými příčnými (C45/55–XF4) obdélníkového průřezu (obr. 2+3 – čárkovaná čára). V krajních polích je deska tvořena průřezem s konstantní tloušťkou 384 mm (obr. 2), na kterou navazuje příčník obdélníkového průřezu o stejné tloušťce (obr. 2 – čárkovaná čára). Ve vzdálenosti 6 m za příčníkem se tloušťka desky na délce 5,4 m rozšiřuje až na 600 mm, v tomto místě na desku navazuje příčník tloušťky 600 mm. Ve středním poli je deska tvořena průřezem konstantní tloušťky s vybráním ve středních částech (obr. 3).



Obrázek 2: Příčný řez krajními poli [1]



Obrázek 3: Příčný řez středním polem [1]

Ocelové pylony (S355 J2+N) mají tenkostěnný uzavřený průřez obdélníkového (čtvercového) tvaru, který je proměnný po výšce (obr. 2). Ocelové závěsné tyče, kruhového průřezu s průměrem 100 mm, jsou certifikovaný výrobek firmy Maccaloy 460 ($E=190$ GPa) [9].

4 Základní úlohy stavební dynamiky

Níže uvedené v této kapitole bylo čerpáno ze zdrojů [5], [12], [13] a [14].

Dynamika je součástí mechaniky, která se zabývá příčinami pohybového stavu těles. Jejím základem jsou Newtonovy zákony a d'Alembertův princip, který doplňuje druhý Newtonův zákon. Podle d'Alembertova principu je součet všech sil, včetně sil setrvačných, působících na soustavu v daném směru nulový. Veličiny, které určují dynamické vlastnosti tělesa, jsou tuhost konstrukce k , hmotnost m , při tlumeném kmitání i útlum c .

4.1 Soustavy s jedním stupněm volnosti

Jestliže na soustavu nepůsobí žádná vnější v čase proměnná síla, jde o vlastní kmitání. Pro hmotný bod s jedním stupněm volnosti lze vyjádřit pohybovou rovnicí:

$$m \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + c \frac{du(t)}{dt} + ku(t) = 0 \quad (4.1)$$

kde je hmotnost m , útlum c , tuhost k a výchylka u . Řešení rovnice bez uvažování vlivu tlumení a pomocí zápisu s vlastní kruhovou frekvencí a amplitudou:

$$u(t) = u_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (4.2)$$

kde je výchylka u závislá na amplitudě výchylky u_0 , vlastní kruhové frekvenci ω_0 a fázovém posunu φ_0 . Při tomto pohybu soustava kmitá bez tlumení a vlivu dalších sil s vlastní frekvencí f_0 . Vztah mezi vlastní frekvencí f_0 , dobou kmitu T_0 a vlastní kruhovou frekvencí ω_0 je:

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi} \quad (4.3)$$

Pro jeden stupeň volnosti je vlastní kruhová frekvence ω_0 definována vztahem:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.4)$$

4.2 Soustavy s konečným počtem stupňů volnosti

Pro praxi ve stavební dynamice je velmi často nutné řešit geometricky složité konstrukce. Tyto konstrukce lze pro výpočet zjednodušit na soustavy s konečným počtem stupňů volnosti.

4.2.1 Vlastní netlumené kmitání

Cílem vlastního kmitání je stanovit dynamické charakteristiky systému. Počet vlastních tvarů a vlastních frekvencí odpovídá počtu stupňů volnosti. Při tomto kmitání je vektor pravých stran nulový, takže na soustavu nepůsobí žádné síly. Po zanedbání tlumení lze pohybovou rovnici napsat maticově ve tvaru:

$$M \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + Ku(t) = 0 \quad (4.5)$$

kde M je matice hmotnosti, K je matice tuhosti, $\frac{d^2 u(t)}{dt^2}$ je vektor zrychlení a $u(t)$ je vektor zobecněných posunutí. Vektory posunů a zrychlení lze zapsat pomocí vlastního tvaru Φ :

$$u(t) = \Phi(A \cos \omega t + B \sin \omega t) \quad (4.6)$$

$$\ddot{u}(t) = -\omega^2 u(t) \quad (4.7)$$

Dosazením do (4.7) a úpravou získáme rovnici:

$$(K - \omega^2 M)\Phi = 0 \quad (4.8)$$

Pro kterou platí:

$$\det(K - \omega^2 M) = 0 \quad (4.9)$$

Z tohoto vztahu lze určit všechny vlastní frekvence ω_n , kde n je rovno počtu stupňů volnosti. Následně lze po dosazení vlastní kruhové frekvence ω_n do (4.8) určit odpovídající vlastní tvar kmitání Φ_n .

4.2.2 Vynucené tlumené kmitání

Při vynuceném kmitání je soustava zatížena budícími silami a pohybová rovnice odpovídá tvaru:

$$M \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + C \frac{du(t)}{dt} + Ku(t) = f(t) \quad (4.10)$$

kde $f(t)$ je vektor předepsaných budících sil a C je matice útlumu. Rovnici vynuceného kmitání lze řešit přímou integrací, kde se pohybové rovnice řeší postupně v časových krocích. Dalším způsobem je rozklad do vlastních tvarů, kdy se odezva stanoví jako kombinace jednotlivých tvarů kmitání.

5 Rovinný model

Pro předběžné zjištění vlastních tvarů a vlastních frekvencí ve svislém směru byl vytvořen zjednodušený prutový rovinný model v programu RFEM 5.08.

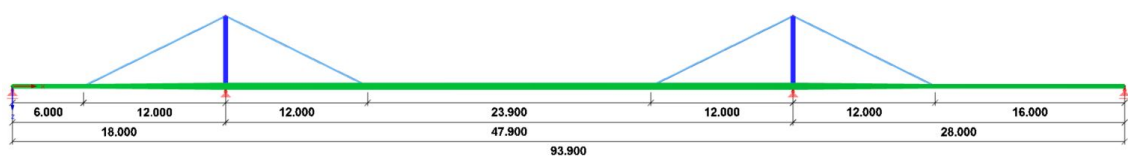
Informace o geometrii a materiálech nezbytné pro tvorbu modelu byly převzaty z realizační dokumentace poskytnuté společností PONTEX s.r.o. [1].

5.1 Tvorba modelu

5.1.1 Geometrie konstrukce

Konstrukce byla modelována od levého břehu. Mostovka je tvořena třemi poli s rozpětím 18,0 m, 47,9 m, 28,0 m. Ve staničení 18,0 a 65,9 m jsou příčníky, na které jsou připevněny po stranách pylony. Další monolitické příčníky jsou ve staničení 6,0 m, 30,0 m, 53,9 m a 77,9 m, kde jsou na jejich strany uchyceny táhla, která vedou vždy od příčníku na horní část pylonu.

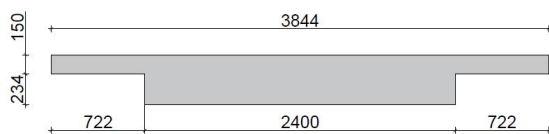
Vodorovná konstrukce je podepřena v místech pylonů pevnými klouby simulující vrubové klouby a v místech opěr klouby uvolněnými v podélném směru (obr. 5). Podrobný podpis průřezů mostovky, pylonů a závěsů byl popsán v kapitole 3.



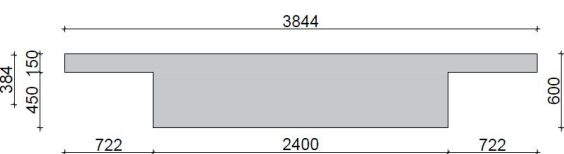
Obrázek 5: Rovinný model v programu RFEM 5.08

5.1.2 Průřezové charakteristiky

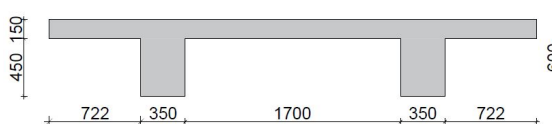
Deska mostovky byla modelována jako prut s reálnými rozměry, tím byly zajištěny skutečné průřezové charakteristiky a tuhosti mostovky (obr. 6-8). Jelikož mostovka lávky má proměnný průřez s různou polohou střednice, byly prutům přidány excentricity tak, aby napojení jednotlivých prutů odpovídalo skutečnosti. V místě uchycení táhel a pylonů byly pruty desky mostovky nahrazeny pruty odpovídajícími příčnickům (obr. 9-10).



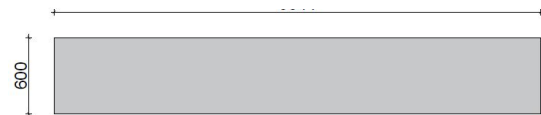
Obrázek 6: Průřez mostovky v krajních polích před pylonem



Obrázek 7: Průřez mostovky na konci krajních polí



Obrázek 8: Průřez mostovky ve středním poli



Obrázek 9: Průřez příčnicku ve středním poli

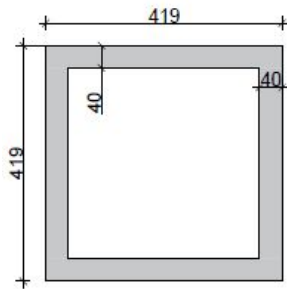


Obrázek 10: Průřez příčnicku v krajních polích

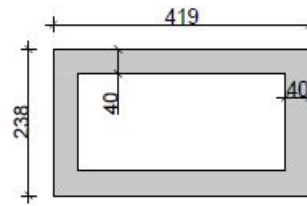
Protože části pylonu se nachází ve více rovinách, není možné pylon modelovat s reálnými rozměry. Bylo nutné vypočítat rozměry náhradního pylonu tak, aby byla zachována jeho tuhost. Pro výpočet tuhosti byl použit vzorec ohybové tuhosti prutu:

$$k = \frac{2E}{l} \quad (5.1)$$

kde I je moment setrvačnosti pylonu, E je modul pružnosti a l je délka pylonu. Délka a modul pružnosti pylonu zůstaly zachovány, proto byla nová tuhost zajištěna vypočtením rozměrů náhradního pylonu (obr. 11-12).



Obrázek 11: Spodní průřez pylonu [mm]



Obrázek 12: Horní průřez pylonu [mm]

Tyčové závěsy jsou namáhány pouze osovými silami, proto byla nová tuhost počítána ze vzorce pro normálovou tuhost prutu:

$$k = \frac{EA}{l} \quad (5.2)$$

kde E je modul pružnosti, l je délka táhla a A je plocha táhla. Délka a modul pružnosti závěsů zůstaly zachovány. Nová tuhost byla zajištěna výpočtem průměru náhradního táhla, kde $d = 141$ mm.

Další zjednodušení rovinného modelu spočívá v uchycení pylonů a závěsů k příčnícím. Reálně jsou pylony a závěsy uchyceny po stranách k příčnícím, v rovinném modelu byly uchyceny na střednici prutů představující příčnící. Tato zjednodušení jsou pro potřeby předběžné modální analýzy zanedbatelné.

Podpěření konstrukce bylo modelováno ve staničení 0,0 m kloubem uvolněným v podélném směru, který znázorňuje kyvné stojky. Ve staničení 93,9 m byl modelován kloub uvolněný v podélném směru, který simuloval ložiska, jedno podélně posuvné a druhé všesměrně posuvné. Vrubové klouby umístěné pod pylonem byly modelovány jako všesměrně pevné klouby. Pilíře pod pylony byly nahrazeny pružným podepřením, které mělo na rovinný model zanedbatelný vliv. Modelované kloubové podpory byly na konstrukci připevněny excentricky tak, aby byla zohledněna skutečná poloha podpory vůči konstrukci.

Závěsy byly vymodelovány jako pruty typu příhradové (pouze N), aby přenášely pouze normálové síly. Ostatní části konstrukce byly modelovány jako pruty typu nosník, tím bylo zajištěno přenášení všech vnitřních sil.

5.1.3 Použité materiály

V rovinném modelu byly použity čtyři typy materiálů.

Mostovka lávky byla vytvořena z betonu C60/75-XF4, materiálové charakteristiky - $E = 39 \text{ GPa}$, $\rho = 2500 \text{ kg/m}$.

Příčnky byly modelovány z betonu C45/55-XF4, materiálové charakteristiky - $E = 36 \text{ GPa}$, $\rho = 2500 \text{ kg/m}$.

Na pylony byla použita ocel S355 J2+N, $E = 210 \text{ GPa}$. Protože plocha pylonu, byla větší než ve skutečnosti, bylo nutné snížit objemovou tíhu materiálu tak, aby byla zachována hmotnost konstrukce $\rho = 12547 \text{ kg/m}^3$.

Tyčové závěsy byly vyrobeny jako certifikovaný výrobek značky Macalloy [9], materiálové charakteristiky $E = 190 \text{ GPa}$. U táhle byla také zvětšena plocha průřezu, proto byla přepočítána objemová hmotnost konstrukce $\rho = 3949 \text{ kg/m}^3$.

5.1.4 Zatížení a hmoty

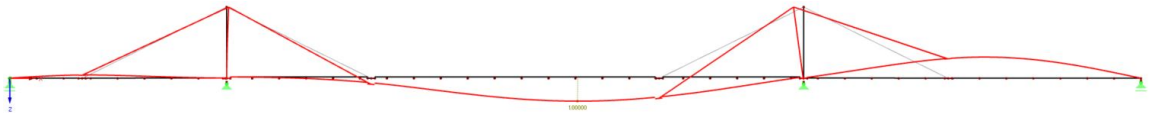
Na konstrukci bylo vneseno spojitě zatížení představující zatížení od přímo pochozí izolace lávky $g = 0,8 \text{ kN/m}^2$, toto zatížení bylo přepočítáno na šířku mostovky. Výsledné zatížení $g = 3,075 \text{ kN/m}$.

Pro přesnější výsledky modální analýzy, bylo zatížení od zábradlí modelováno přidáním hmot do uzlů vzdálených od sebe 2,236 m, což odpovídá vzdálenosti jednotlivých sloupků zábradlí. Do každého uzlu byla přidána hmota odpovídající celkové hmotě zábradlí v daném příčném řezu konstrukce. Celkem byla přidána hmota 7310 kg.

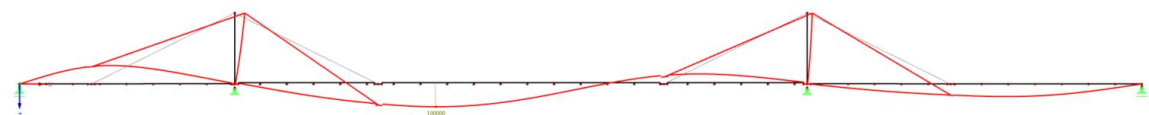
Všem prvkům modelu byly přiřazeny příslušné objemové hmotnosti a průřezové charakteristiky, ze kterých program sám vypočítal hmotnosti.

5.2 Vlastní frekvence a tvary kmitání

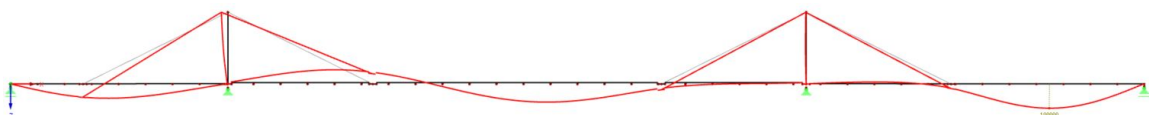
Pomocí programu RFEM 5.08 a přídatného modulu DYNAM Pro byly zjištěny první čtyři vlastní tvary svislého ohybového kmitání.



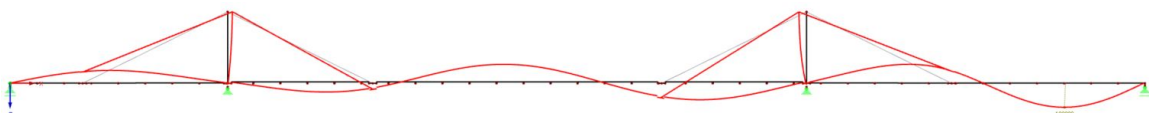
Obrázek 13: 1. tvar svislého ohybového kmitání; $f=0,99$ Hz



Obrázek 14: 2. tvar svislého ohybového kmitání; $f=1,72$ Hz



Obrázek 15: 3. tvar svislého ohybového kmitání; $f=3,00$ Hz

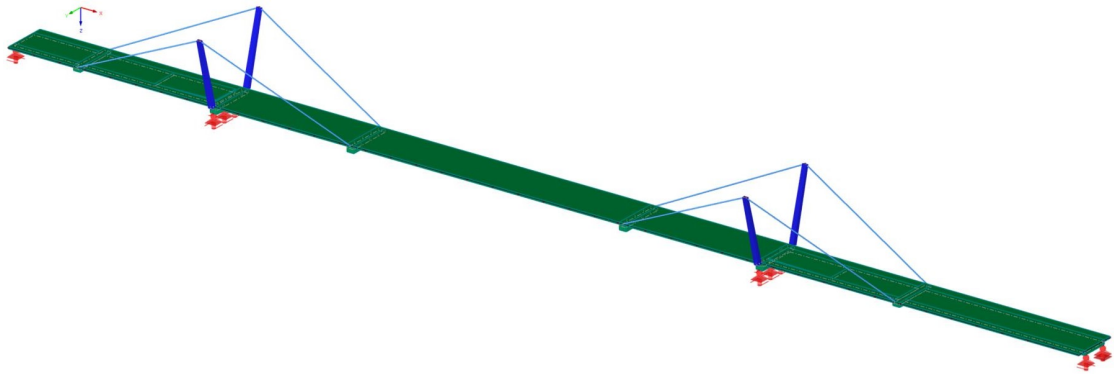


Obrázek 16: 4. tvar svislého ohybového kmitání; $f=3,84$ Hz

6 Prostorový model

Vytvoření prostorového modelu je z hlediska modální analýzy velmi důležité, a to z důvodu posouzení nejen svislých tvarů, ale i tvarů vodorovných a torzních, případně jejich kombinace. Dále je prostorový model důležitý pro simulaci zatížení chodci. Prostorových modelů bylo vytvořeno několik, níže je popsán model, jehož vlastní tvary nejvíce odpovídaly výsledkům dynamické zkoušky.

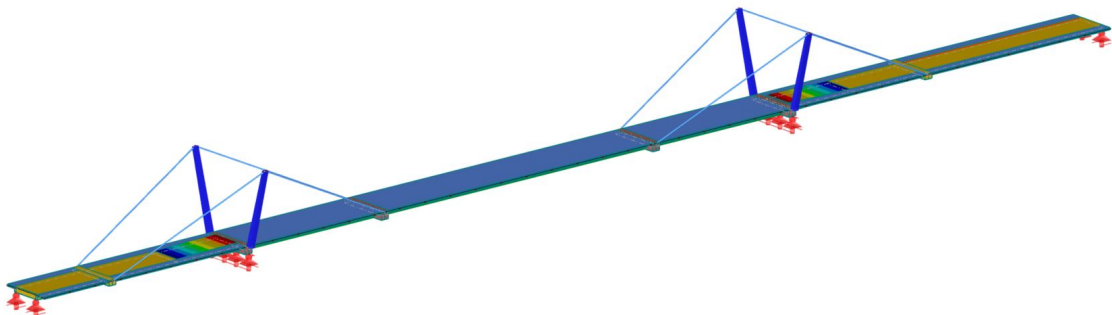
Informace o geometrii a materiálech nezbytné pro tvorbu modelu byly převzaty z realizační dokumentace poskytnuté společností PONTEX s.r.o. [1].



Obrázek 17: Prostorový model - pohled

6.1 Tvorba modelu

Deska mostovky byla složena ze stejných průřezů jako v rovinném modelu (kapitola 5.1.2 – obr. 6-10), tyto průřezy byly na rozdíl od rovinného modelu vytvořeny nejen z prutů, ale i z ploch.

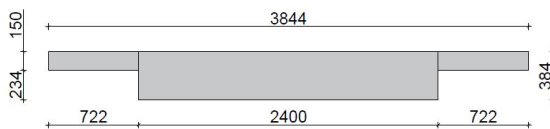


Obrázek 18: Prostorový model - rozdělení mostovky dle ploch

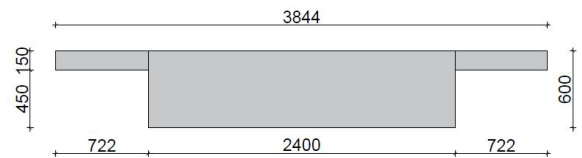
6.1.1 Průřezové charakteristiky

Průřez mostovky byl v krajních polích modelován plochami, rozdělenými podélně na plochy tloušťky 150 mm a 384 mm (obr. 19). Ploše ve střední části byla přidána excentricita tak, aby její napojení na krajní plochy odpovídalo skutečnosti. Ve staničení 12,0 m se tloušťka střední desky na délce 5,4 m rozšiřuje na tloušťku 600 mm (obr. 20).

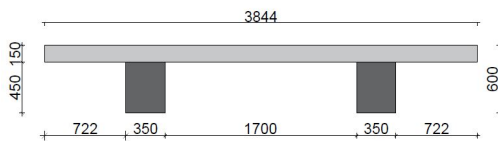
Prostřední pole bylo vytvořeno z plochy tloušťky 150 mm na jejíž spodní část navazovaly dva pruty typu žebro (obr. 21). Tím bylo zaručeno, že pruty s deskou spolupůsobily po celé její délce, ne pouze v krajních připojení.



Obrázek 19: Průřez mostovky v krajních polích



Obrázek 20: Průřez mostovky v krajních polích - rozšířený

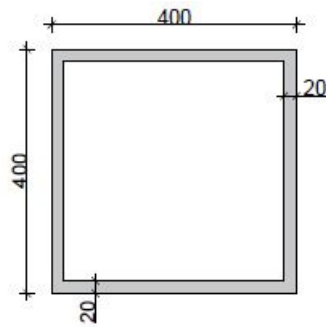


Obrázek 21: Průřez mostovky ve středním poli

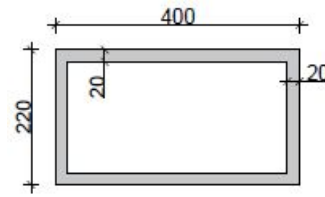
Příčnice pod pylony a v místech uchycení táhel byly modelovány jako plochy se stejnými průřezy jako v rovinném modelu (obr.9-10). Příčnice byly také na sousední plochy napojeny excentricky, tím bylo zajištěno, že jejich připojení odpovídalo skutečnosti.

Vždy 12 metrů od osy pylonu byly na příčnice připevněny závěsy s plným kruhovým průřezem a průměrem 100 mm. Závěsy byly vymodelovány jako pruty typu příhradové (pouze N), aby přenášely pouze normálové síly.

Pylony byly vymodelovány jako pruty typu nosník, které přenášejí veškeré vnitřní síly. Průřezy pylonů mají uzavřený tenkostěnný průřez proměnný po délce (obr. 22 a 23).



Obrázek 22: Spodní průřez pylonu



Obrázek 23: Horní průřez pylonu

Ve staničení 0,0 m, byly vymodelovány kloubové podpory uvolněné v podélném směru, které představují pár kyvných stojek. Ve staničení 93,9 m byly vymodelovány dvě kloubové podpory, jedna všesměrně uvolněná a druhá uvolněná v podélném směru. Tyto podpory představují všesměrně a podélně uvolněná ložiska. Všechny tyto podpory byly k desce připojeny excentricky tak, aby bylo zohledněno skutečné podepření desky.

Ve staničení 18,0 m a 65,9 m jsou příčníky ve skutečnosti uloženy na pilíře přes vrubové klouby, které probíhají po celé délce příčníků. Pilíře byly v modelu zohledněny přidáním pružných podpor. Program umožňuje výpočet tuhosti podpor v jednotlivých směrech po zadání rozměrů, materiálu a typu uložení pilíře. Každý vrubový kloub byl modelován jako několik bodových podpor připevněných k desce excentricky s přidávanými tuhostmi v jednotlivých směrech.

6.1.2 Použité materiály

V prostorovém modelu byly na konstrukci použity čtyři typy materiálů.

Mostovka lávky byla vytvořena z betonu C60/75-XF4, materiálové charakteristiky $E = 39 \text{ GPa}$, $\rho = 2500 \text{ kg/m}$.

Příčníky byly modelovány z betonu C45/55-XF4, materiálové charakteristiky $E = 36 \text{ GPa}$, $\rho = 2500 \text{ kg/m}$.

Na pylony byla použita ocel S355 J2+N, materiálové charakteristiky $E = 210 \text{ GPa}$, $\rho = 7850 \text{ kg/m}$.

Tyčové závěsy byly vyrobeny jako certifikovaný výrobek značky Macalloy [9], materiálové charakteristiky $E = 190 \text{ GPa}$, $\rho = 7850 \text{ kg/m}$.

6.1.3 Zatížení a hmoty

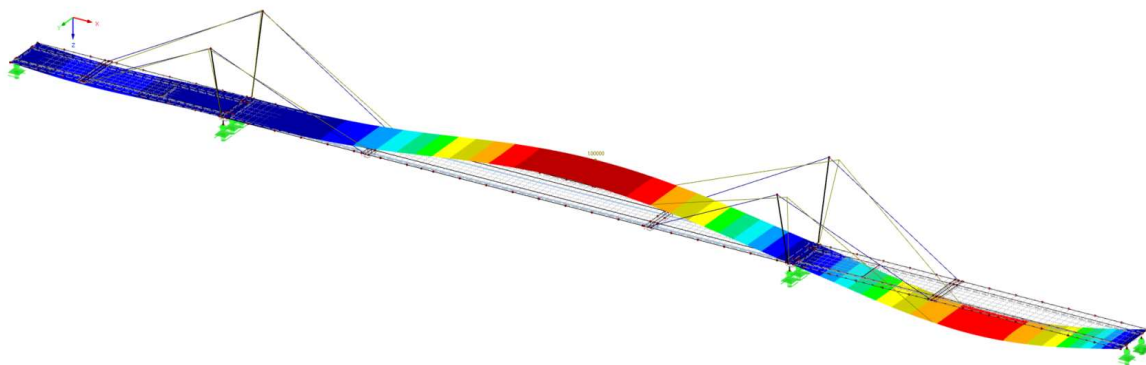
Na desku mostovky bylo vneseno spojitě zatížení, představující zatížení od pochozí izolace mostovky $g = 0,8 \text{ kN/m}^2$.

Zatížení od zábradlí bylo modelováno přidáním hmot do uzlů na krajích desky vzdálených od sebe 2,236 m. Velikost každé hmoty byla 85 kg, celkem byly hmoty přidány do 86 uzlů. Součet všech hmot tedy odpovídal skutečné hmotnosti zábradlí, tj. 7310 kg.

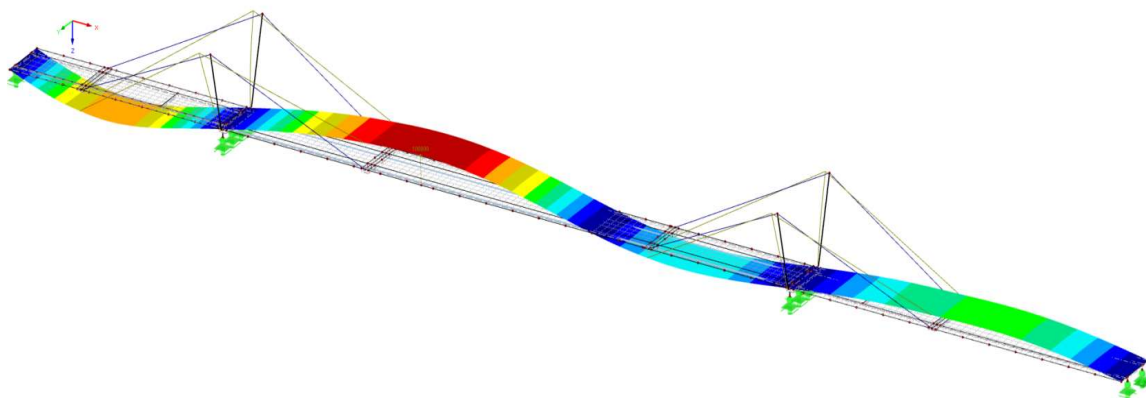
Všem prvkům modelu byly přiřazeny příslušné objemové hmotnosti a průřezové charakteristiky, ze kterých program sám vypočítal hmotnosti.

6.2 Vlastní frekvence a tvary kmitání

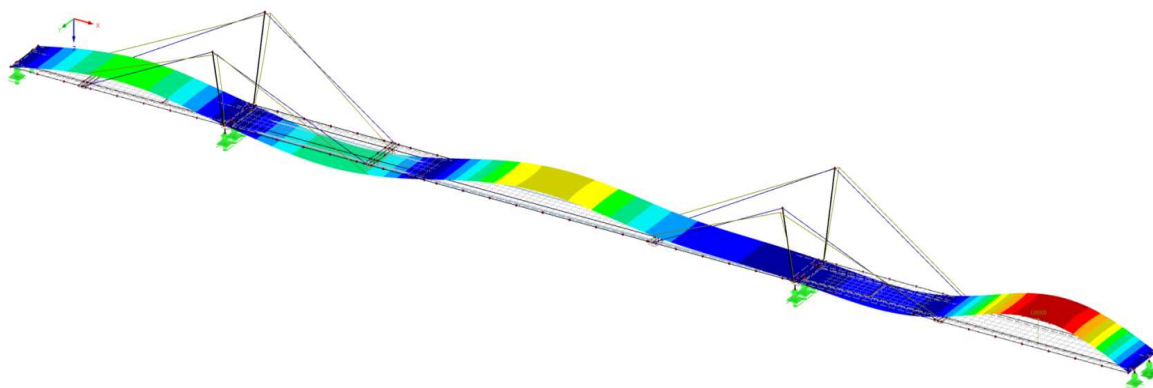
Pomocí programu RFEM 5.08 a přídatného modulu DYNAM Pro, byly stanoveny vlastní tvary konstrukce do hodnoty 5 Hz, tj. prvních sedm vlastních tvarů.



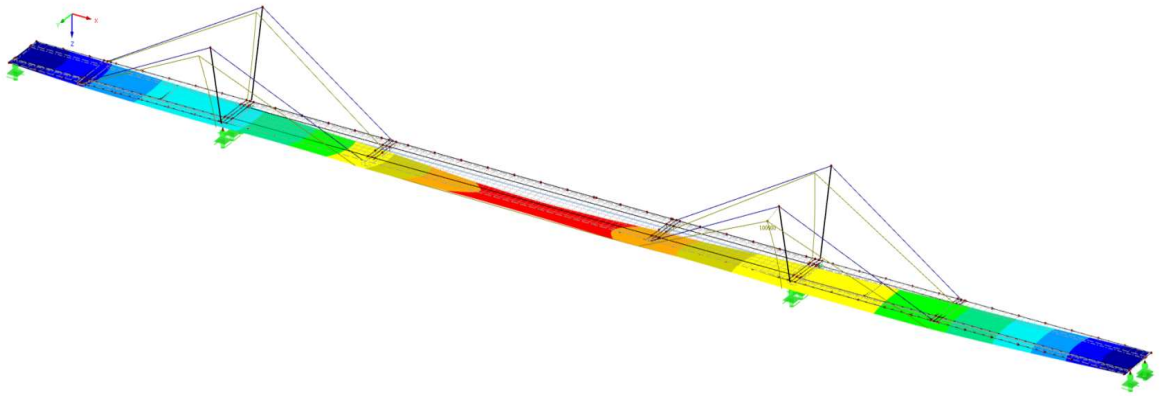
Obrázek 24: 1. tvar svislého ohybového kmitání; $f=1,02$ Hz



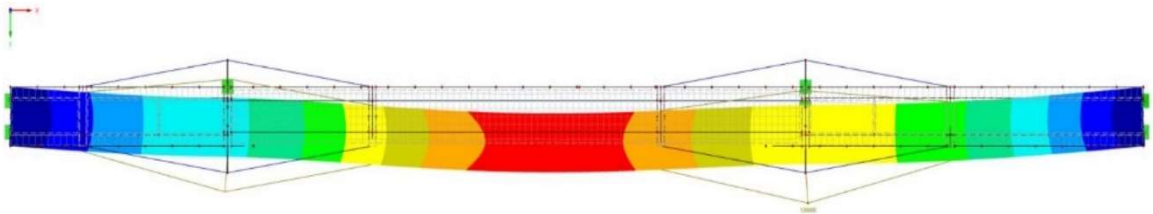
Obrázek 25: 2. tvar svislého ohybového kmitání; $f=1,75$ Hz



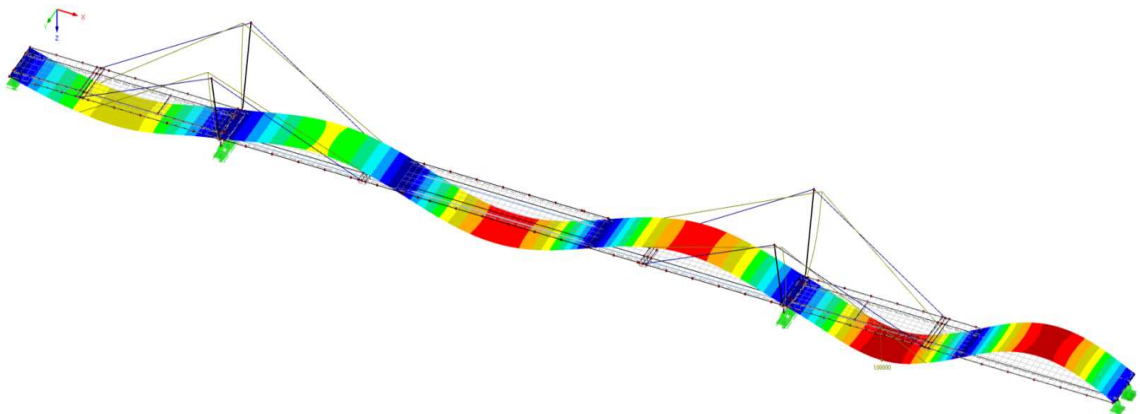
Obrázek 26: 3. tvar svislého ohybového kmitání; $f= 3,02$ Hz



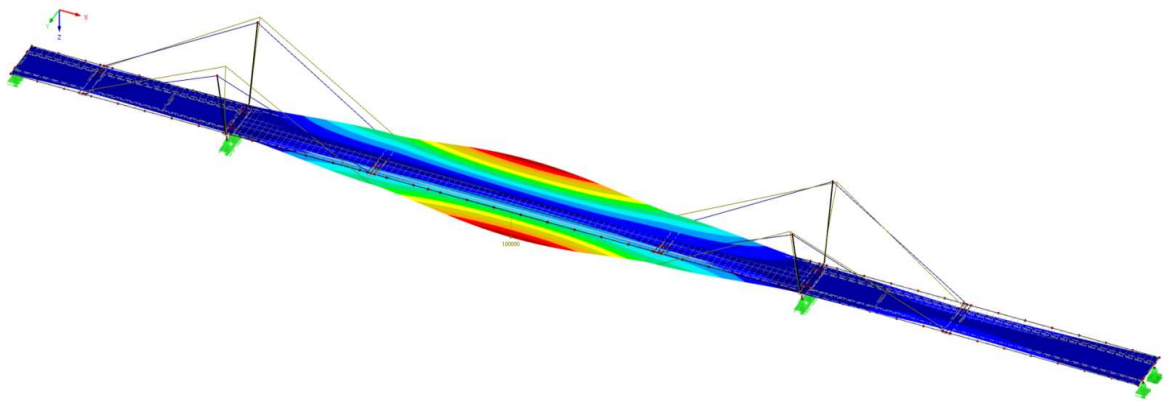
Obrázek 27: 1. tvar vodorovného příčného kmitání; $f=3,48$ Hz



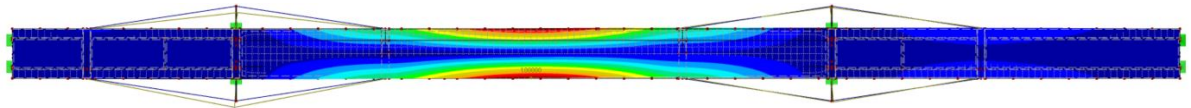
Obrázek 28: 1. tvar vodorovného příčného kmitání – půdorys; $f=3,48$ Hz



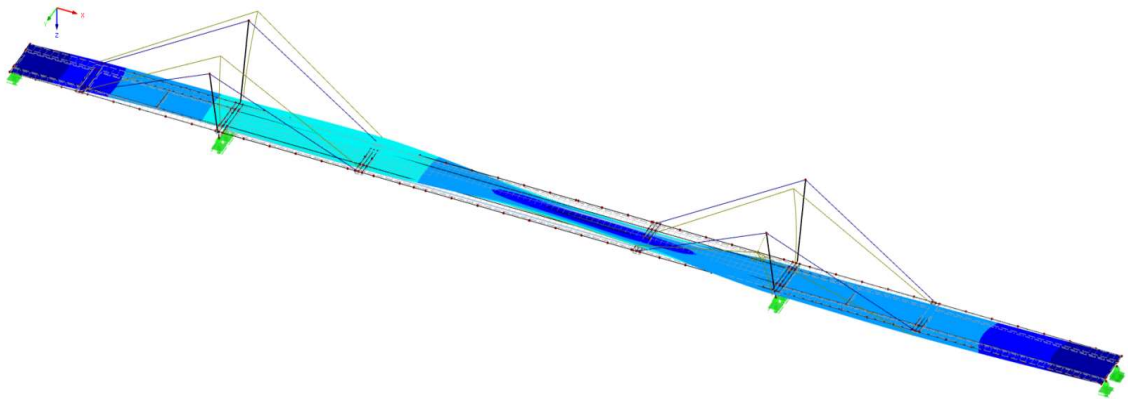
Obrázek 29: 4. tvar svislého ohybového kmitání; $f = 3,85$ Hz



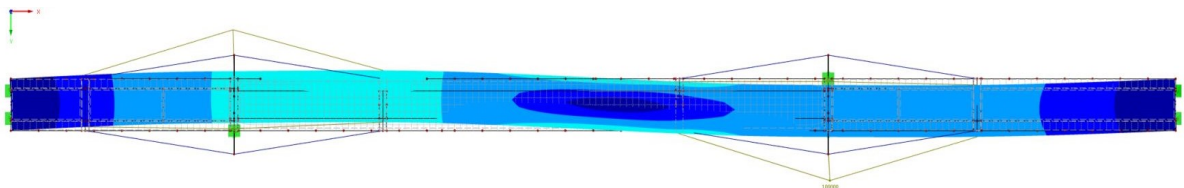
Obrázek 30: 1. tvar torzního kmitání; $f=4,60$ Hz



Obrázek 31: 1. tvar torzního kmitání - půdorys; $f=4,60$ Hz



Obrázek 32: 1. tvar kmitání pylonů; $f=4,91$ Hz



Obrázek 33: 1. tvar kmitání pylonů - půdorys; $f=4,91$ Hz

7 Porovnání výsledků

Protože byly vytvořeny dva modely pro stejnou konstrukci, bylo možné jejich výsledky porovnat. Jako nejpřesnější byly uvažovány výsledky z dynamické zkoušky [4], vůči kterým byly porovnány výsledky modální analýzy rovinného a prostorového modelu (tab. 1).

Poř. č.	Typ tvaru	2D model		3D model		experiment	
		f_j [Hz]	% shoda	f_j [Hz]	% shoda	f_j [Hz]	% shoda
1	1. tv. svislého ohybového kmitání	0,99	96,11	1,02	99,13	1,03	100,00
2	2. tv. svislého ohybového kmitání	1,72	87,21	1,75	88,93	1,97	100,00
3	3 tv. svislého ohybového kmitání	3,00	93,63	3,02	94,31	3,20	100,00
4	1 tv. vodorovného příčného kmitání	-	-	3,48	98,33	3,54	100,00
5	4. tv. svislého ohybového kmitání	3,84	93,43	3,85	93,60	4,11	100,00
6	1 tv. torzního kmitání	-	-	4,60	82,42	5,58	100,00
7	1. kmitání pylonů z roviny	-	-	4,91	-	-	-

Tabulka 1: Porovnání výsledků jednotlivých modelů

Odchylky výsledků rovinného modelu ve svislém směru mohly být způsobeny zjednodušeními, která byla nutná provést kvůli modelování v jedné rovině. Také výpočty byly provedeny pouze ve svislém směru, což mohlo zapříčinit určité nepřesnosti.

Prostorový model popisuje konstrukci přesněji, protože bylo možné vymodelovat všechny části konstrukce tak, aby odpovídaly skutečnosti. Také chování konstrukce bylo v prostorovém modelu popsáno ve všech směrech, nejen ve směru svislém. Výsledky modální analýzy z prostorového modelu nabývají hodnot ve shodě s naměřenými hodnotami minimálně 90 % (kromě torzního tvaru), proto je prostorový model považován za dostatečně výstižný.

8 Odezva konstrukce na zatížení chodci

Lávky pro pěší mohou být velmi citlivé na zatížení od účinků pohybu chodců. Různé pohyby chodců na lávce vyvolávají různé frekvence [3] (tab. 2).

Typ pochybu	Rychlost [m/s]	Svislý tvar Vlastní frekvence [Hz]	Vodorovný tvar Vlastní frekvence [Hz]
Pomalá chůze	1,1	1,7	0,85
Normální chůze	1,5	2,0	1,0
Rychlá chůze	2,2	2,3	1,15
Pomalý běh	3,3	2,5	1,25
Rychlý běh	5,5	>3,2	>1,6

Tabulka 2: Přehled rizikových frekvencí dle [3]

Podle [2] je nutné lávku posoudit na mezní stav použitelnosti – pohoda chodců, pokud je vlastní frekvence ve svislém směru menší než 5 Hz nebo ve vodorovném směru menší než 2,5 Hz.

8.1 Zatěžovací stavy

Jelikož vlastní frekvence modelované lávky jsou menší než limitní hodnoty 5 Hz, respektive 2,5 Hz, bylo nutné konstrukci posoudit. Co se týče ověření vlivu kmitání lávky na komfort chodců, jsou eurokódy nedostačující, proto bylo čerpáno z odborných publikací [3]. Existuje několik způsobů, jak modelovat zatížení chodci. Důležité je oddělit svislou a vodorovnou složku zatížení lidským krokem, protože riziková frekvence ve vodorovném směru je poloviční oproti svislému směru a může docházet k rezonanci s jinými vlastními frekvencemi lávky. Zatížení chodci bylo na lávce simulováno s ohledem na výstižnost, jednoduchost a snadnou proveditelnost v komerčním softwaru harmonickou silou vloženou do místa největší výchylky příslušného vlastního tvaru.

Předpis harmonické síly pro zatížení jedním chodcem ve svislém $F_{p,v}(t)$ a podélném $F_{p,h}(t)$ směru:

$$F_{p,v}(t) = 180 * \sin(2\pi f_v t) \quad [N] \quad (8.1)$$

$$F_{p,h}(t) = 70 * \sin(2\pi f_h t) \quad [N] \quad (8.2)$$

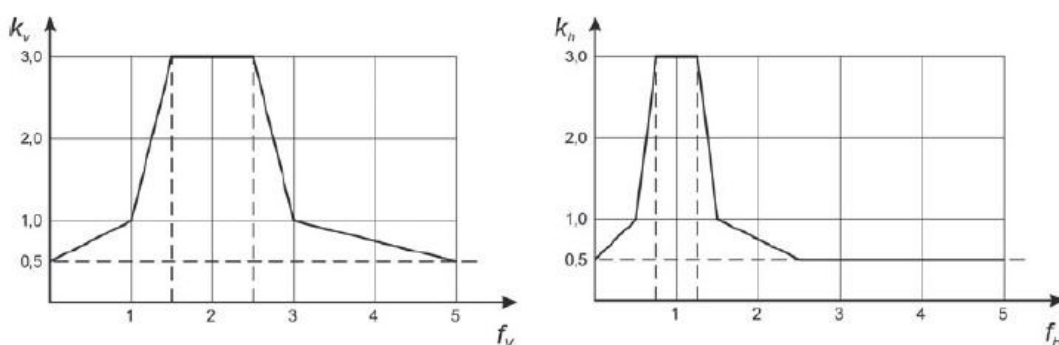
Předpis harmonické síly pro zatížení skupinou 8-15 chodců ve svislém $F_{p,v}(t)$ a podélném $F_{p,h}(t)$ směru:

$$F_{p,v}(t) = 180 * k_v * \sin(2\pi f_v t) \quad [N] \quad (8.3)$$

$$F_{p,h}(t) = 70 * k_h * \sin(2\pi f_h t) \quad [N] \quad (8.4)$$

Dle [6] byla do působíště síly umístěna i přidaná hmota 800 kg, která představuje hmotnost skupiny.

Koeficienty k_v a k_h byly určeny v závislosti na vyšetřované frekvenci (obr. 34).

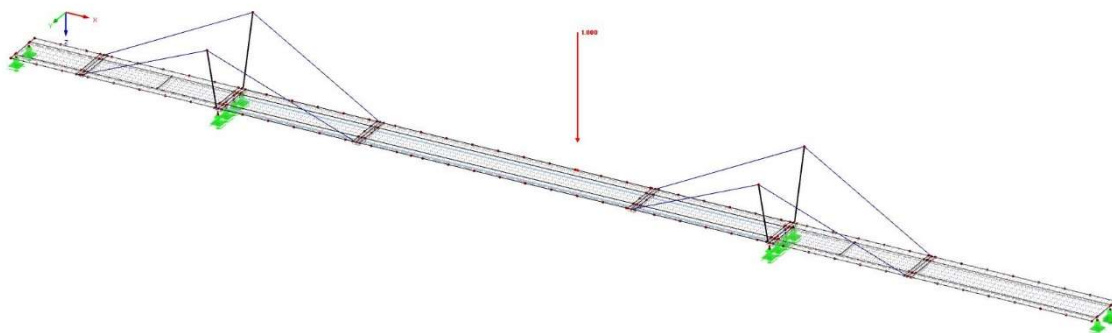


Obrázek 34: Grafy koeficientů k_v a k_h

Pro posouzení dynamických účinků ve svislém směru byl vybrán vlastní tvar s frekvencí blízké hodnotě 2 Hz, tj. v tomto případě druhý vlastní tvar a dále základní (1.) tvar kmitání. Pro každou posuzovanou frekvenci, byla určena nejhorší kombinace od dynamického zatížení chodci.

V prvním svislém zatěžovacím stavu byla lávka zatížena harmonickou silou simulující dynamické zatížení jedním chodcem (8.1), umístěná do místa největší výchylky 1. vlastního tvaru.

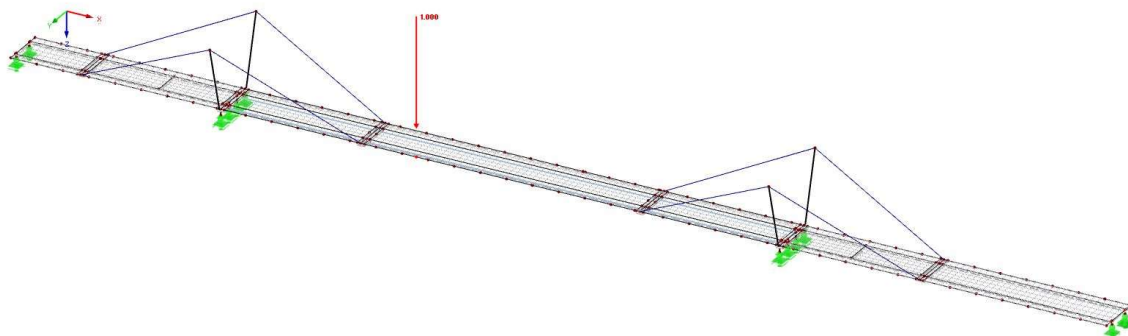
$$F_v(t) = 180 * \sin(2\pi * 1,02t) \quad (8.5)$$



Obrázek 35: Jednotková síla 1. zatěžovací stav

Druhý svislý zatěžovací stav tvoří harmonická síla odpovídající zatížení skupinou chodců (8.3). Síla byla umístěna v místě největší výchylky 2. vlastního tvaru.

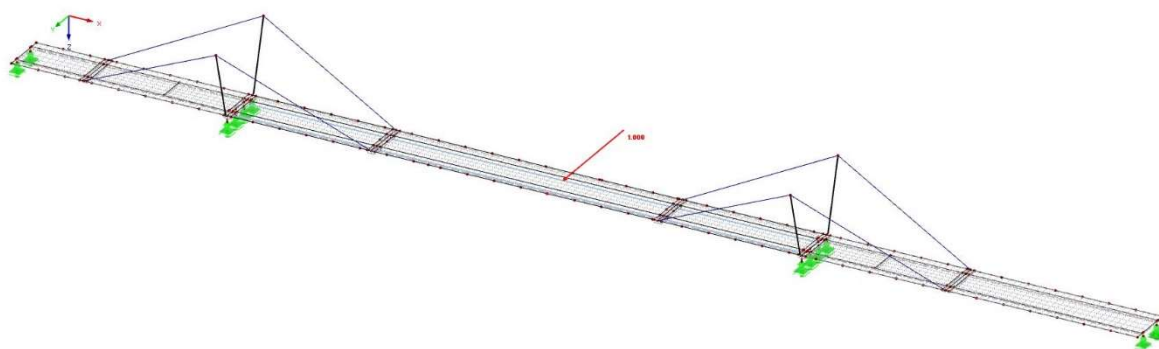
$$F_{p,v}(t) = 180 * 3 * \sin(2\pi * 1,75t) \quad (8.6)$$



Obrázek 36: Jednotková síla 2. zatěžovací stav

Ve vodorovném směru je nutné lávku posoudit od horizontální složky kroku, jestliže vlastní frekvence ve vodorovném směru je menší než 2,5 Hz [2]. V modální analýze posuzované lávky byla nejmenší vlastní vodorovná frekvence 3,48 Hz, přesto byla tato frekvence posouzena na účinky od zatížení chodci. Tento vlastní tvar byl posouzen na účinky od jednoho chodce (8.2).

$$F_{p,h}(t) = 70 * \sin(2\pi * 3,48t) \quad (8.7)$$



Obrázek 37: Jednotková síla 3. zatěžovací stav

8.2 Útlum odezvy

Pro zjištění správné odezvy konstrukce bylo nutné zvolit odpovídající tlumení. Z dynamické zkoušky [4], byla získána hodnota poměrného útlumu pro první vlastní tvar $\xi_1 = 1,08 \%$ a $\xi_2 = 0,78\%$ pro druhý vlastní tvar.

Odezva konstrukce na dynamické zatížení, byla modelována v přídavném modulu DYNAM Pro programu RFEM 5.08, kde byl použit Rayleighův útlum, pro který bylo nutné stanovit koeficienty útlumu α pro matici hmotnosti a β pro matici tuhosti [6]:

$$C = \alpha M + \beta K \quad (8.8)$$

Pokud známe dva rozdílné součinitele poměrného útlumu ξ_i a ξ_j pro dvě různé vlastní frekvence ω_i a ω_j , lze určit koeficienty α a β ze vztahu:

$$\Phi^T C \Phi = \alpha * 1 + \beta \omega_i^2 \Rightarrow \xi_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta}{2} \omega_i \quad (8.9)$$

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_i & \omega_i \\ 1/\omega_j & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{Bmatrix} \Rightarrow \alpha, \beta \quad (8.10)$$

Pro porovnání vlivu útlumu na odezvu konstrukce, byl výpočet proveden pro další dvě hodnoty poměrného útlumu, a to pro $\xi = 2,0 \%$, což je běžná hodnota poměrného útlumu pro pozemní konstrukce dle [5], a pro hodnotu $\xi = 0,3 \%$, která je uváděna jako minimální hodnota útlumu pro ocelo-betonové lávky dle [6]. Za předpokladu, že tyto hypotetické hodnoty jsou známy pro první vlastní tvar a tento tvar je nejméně tlumen, lze vypočítat koeficienty tlumení α a β ze vzorce:

$$\alpha = \xi \omega_1 \quad (8.11)$$

$$\beta = \frac{\xi}{\omega_1} \quad (8.12)$$

Z výše uvedených vzorců byly vypočítány hodnoty koeficientů útlumu (tab. 2) a ty byly následně zadány do přídavného modulu DYNAM Pro pro určení odezvy na konstrukci.

ξ [%]	ω_i [s ⁻¹]	α [-]	β [-]
0,30	6,41	0,01924	0,00047
1,08	6,41	0,12000	0,00042
0,78	11,01		
2,00	6,41	0,12828	0,00312

Tabulka 3: Hodnoty koeficientů útlumu

8.3 Výsledky

Po zadání zatěžovacích stavů (kapitola 8.1) a koeficientů tlumení (kapitola 8.2) do přídatného modulu DYNAM Pro programu RFEM 5.08 byly určeny maximální amplitudy výchylek a maximální zrychlení na konstrukci:

ξ [%]	1. vlastní tvar		2. vlastní tvar		4. vlastní tvar	
	ω_1 [s^{-1}]	f [Hz]	ω_2 [s^{-1}]	f [Hz]	ω_4 [s^{-1}]	f [Hz]
	u_z [mm]	a_z [m/s^2]	u_z [mm]	a_z [m/s^2]	u_y [mm]	a_y [m/s^2]
0,30	6,414	1,021	11,009	1,75	21,871	3,48
1,08	6,40	0,26	6,40	0,78	0,10	0,03
0,78	2,40	0,10	2,80	0,34	0,10	0,03
2,00	1,30	0,06	1,20	0,15	0,00	0,02

Tabulka 4: Výsledky odezvy na zatížení chodci

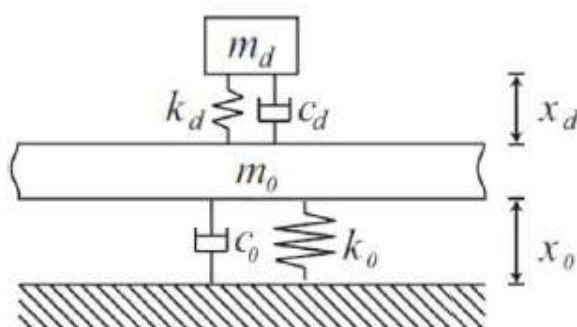
V případě minimální hodnoty poměrného útlumu ve druhém zatěžovacím stavu, byla překročena limitní hodnota zrychlení. Protože výsledky odezvy pro naměřené hodnoty poměrného útlumu vyšly velmi vzdálené limitním hodnotám, není pravděpodobné, že by byla nutná instalace pohlcovače kmitání. Přesto bude pro stav, kdy limitní hodnota zrychlení byla překročena, pohlcovač kmitání navržen.

9 Pohlcovače kmitání

9.1 Návrh pohlcovače kmitání

Pro minimální uvažovanou hodnotu poměrného útlumu ve druhém svislém zatěžovacím stavu, kde $f_v=1,75$ Hz, byl navržen pasivní pohlcovač kmitání neboli TMD = Tunes Mass Damper [7].

Byly navrženy dva stejné pohlcovače kmitání (obr 38.), umístěné tak, aby co nejlépe zabránily nežádoucí odezvě konstrukce, tj. do největších výchylek ve svislém směru.



Obrázek 38: Idealizované schéma TMD [7]

Kde: m_d je hmotnost pohlcovače

k_d je tuhost pohlcovače

c_d je útlum pohlcovače

m_o je hmotnost konstrukce

k_o je tuhost konstrukce

c_o je útlum konstrukce

Aby bylo možné využít klasického útlumu pro lineární výpočet, byl uvažován pohlcovač bez tlumiče, tedy $c_d=0$.

Celková hmotnost pohlcovače byla zvolena jako 1 % z hmotnosti konstrukce. Protože byly tlumiče navrženy ve středním poli, uvažujeme hmotnost středního pole jako hmotnost konstrukce, tedy $m_o=110,4$ t.

Podíl hmotnosti pohlcovače a konstrukce byl označen jako μ , vztah pro výpočet hmotnosti pohlcovače m_d dle [7]:

$$\mu = 0,01 = \frac{2 * m_d}{m_o} \quad (9.1)$$

$$m_d = 0,01 * \frac{110,4}{2}$$

$$m_d \cong 0,550 \text{ t}$$

Pohlcovač musí být naladěn na optimální frekvenci f_d tak, aby co nejlépe odpovídala frekvenci vlastního kmitání konstrukce f_v .

$$f_d = \frac{f_v}{1 + \mu} \quad (9.2)$$

$$f_d = \frac{1,752}{1 + 0,01}$$

$$f_d = 1,735 \text{ Hz}$$

Tuhost k_d byla odvozena ze vzorce (4.4):

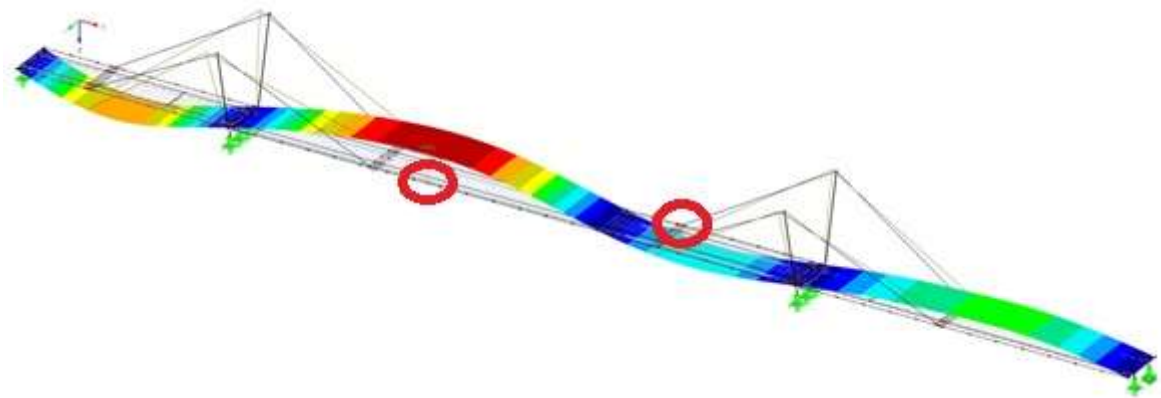
$$k_d = (2\pi f_d)^2 * m_d \quad (9.3)$$

$$k_d = (2\pi * 1,735)^2 * 0,550$$

$$k_d = 65,36 \text{ kN/m}$$

9.2 Zadání TMD do programu

Vzhledem k tomu, že program RFEM 5.08 neumožňuje zadání pohlcovače jako takového [8], bylo nutné pohlcovače modelovat jako hmoty o velikosti m_d připojené přes svislé pruty s tuhostí v tahu/tlaku k_d ke konstrukci v místě největších posunů druhého vlastního tvaru ve středním poli konstrukce (obr. 39).



Obrázek 39: Umístění pohlcovačů kmitání

9.3 Výsledky

Výpočet odezvy s pohlcovačem byl proveden se stejnými parametry jako bez TMD, změněna byla pouze frekvence zatěžovací síly.

Zatěžovací stav	f_2 [Hz]	ω_2 [s^{-1}]	u_z [mm]	a_z [m/s^2]
2.svislý vlastní tvar	1,75	11,009	6,40	0,78
2.svislý vlastní tvar +TMD	1,74	10,914	4,50	0,54

Tabulka 5: Porovnání odezvy bez TMD a s TMD

Z tabulky 6. vyplývá, že navržený pohlcovač kmitání snížil velikost amplitudy zrychlení požadovaným způsobem pod limitní hodnotu.

10 Závěr

Dynamická analýza lávky byla provedena na dvou modelech. Na rovinném modelu, kde byly zjištěny pouze vlastní tvary a vlastní frekvence ve svislém směru. Na druhém, prostorovém modelu, byly zjištěny vlastní tvary a vlastní frekvence i ve směru vodorovném a torzní tvary. Výsledky modální analýzy obou modelů byly porovnány s výsledky dynamické zkoušky provedené na této konstrukci. Všechny vypočtené vlastní frekvence na 3D modelu měly rozdíl kolem max. 10 % (kromě torzního tvaru) od naměřených hodnot na lávce.

Porovnáním výsledků jednotlivých modelů, bylo potvrzeno, že je nutné modelovat lávku pro zjištění vlastních tvarů a vlastních frekvencí v prostorovém modelu. Výsledné hodnoty a chování konstrukce z tohoto modelu se více blížily skutečnému chování lávky, které bylo zjištěno při dynamické zkoušce.

Na prostorovém modelu byla zjednodušeně simulována odezva konstrukce na zatížení chodci pro různé hodnoty útlumu. Ve vodorovném směru nebylo dosaženo limitních hodnot. Ve směru svislém pro druhý vlastní tvar, tj. pro frekvenci velmi blízkou typické frekvenci chůze 2 Hz, byla zjištěna hodnota nadlimitního zrychlení pro minimální uvažovaný útlum (relativní útlum o velikosti 0,3 %). Pravděpodobnost, že ve skutečnosti bude limitní hodnota na modelované lávce překročena, je malá, ale ne zcela nereálná. Proto byl pro tento tvar navržen pasivní pohlcovač kmitání. Po jeho přidání konstrukce vyhověla.

11 Seznam obrázků

Obrázek 1: Pohled na lávku z pravého břehu	11
Obrázek 2: Příčný řez krajními poli [1].....	12
Obrázek 3: Příčný řez středním polem [1]	13
Obrázek 4: Podélný řez lávky [1].....	14
Obrázek 5: Rovinný model v programu RFEM 5.08.....	18
Obrázek 6: Průřez mostovky v krajních polích před pylonem	19
Obrázek 7: Průřez mostovky na konci krajních polí.....	19
Obrázek 8: Průřez mostovky ve středním poli.....	19
Obrázek 9: Průřez mostovky na konci krajních polí.....	19
Obrázek 10: Průřez příčnicku v krajních polích	19
Obrázek 11: Spodní průřez pylonu [mm].....	20
Obrázek 12: Horní průřez pylonu [mm].....	20
Obrázek 13: 1. tvar svislého ohybového kmitání; $f=0,99$ Hz	22
Obrázek 14: 2. tvar svislého ohybového kmitání; $f=1,72$ Hz	22
Obrázek 15: 3. tvar svislého ohybového kmitání; $f=3,00$ Hz	22
Obrázek 16: 4. tvar svislého ohybového kmitání; $f=3,84$ Hz	22
Obrázek 17: Prostorový model - pohled.....	23
Obrázek 18: Prostorový model - rozdělení mostovky dle ploch.....	23
Obrázek 19: Průřez mostovky v krajních polích.....	24
Obrázek 20: Průřez mostovky v krajních polích - rozšířený.....	24
Obrázek 21: Průřez mostovky ve středním poli.....	24
Obrázek 22: Spodní průřez pylonu	25
Obrázek 23: Horní průřez pylonu.....	25
Obrázek 24: 1. tvar svislého ohybového kmitání; $f=1,02$ Hz	27
Obrázek 25: 2. tvar svislého ohybového kmitání; $f=1,75$ Hz	27
Obrázek 26: 3. tvar svislého ohybového kmitání; $f=3,02$ Hz	27
Obrázek 27: 1. tvar vodorovného příčného kmitání; $f=3,48$ Hz	28
Obrázek 28: 1. tvar vodorovného příčného kmitání - půdorys; $f=3,48$ Hz	28
Obrázek 29: 4. tvar svislého ohybového kmitání; $f=3,85$ Hz.....	28

Obrázek 30: 1. tvar torzního kmitání; $f=4,60$ Hz	29
Obrázek 31: 1. tvar torzního kmitání – půdorys; $f=4,60$ Hz	29
Obrázek 32: 1. tvar kmitání pylonů; $f = 4,91$ Hz	29
Obrázek 33: 1. tvar kmitání pylonů - půdorys; $f= 4,91$ Hz	29
Obrázek 34: Grafy koeficientů k_v a k_h	32
Obrázek 35: Jednotková síla 1. zatěžovací stav	32
Obrázek 36: Jednotková síla 2. zatěžovací stav	33
Obrázek 37: Jednotková síla 3. zatěžovací stav	33
Obrázek 38: Idealizované schéma TMD [7]	36
Obrázek 39: Umístění pohlcovačů kmitání.....	38

12 Seznam tabulek

Tabulka 1: Porovnání výsledků jednotlivých modelů	30
Tabulka 2: Přehled rizikových frekvencí dle [3]	31
Tabulka 3: Hodnoty koeficientů útlumu	34
Tabulka 4: Výsledky odezvy na zatížení chodci.....	35
Tabulka 5: Porovnání odezvy bez TMD a s TMD.....	38

13 Seznam použité literatury

- [1] PONTEX SPOL. *SO-201 Lávka přes Bečvu U Tenisu v Přerově – statický výpočet.* Pontex, spol. s.r.o.
- [2] ČSN EN 1990/A2. *Eurokód: Zásady navrhování konstrukci – Příloha pro mosty.* ČNI, duben 2007
- [3] MÁCA, Jiří, ŠTĚPÁNEK, Jan. *Pedestrian load models of footbridges*
- [4] POLÁK, Michal. *Dynamická zatěžovací zkouška nově postavené lávky pro pěší přes řeku Bečvu v Přerově v ulici U Tenisu.* Praha, 2015
- [5] MÁCA, Jiří. *Přednášky Dynamika 1, Dynamika 2.* Praha: ČVUT. 2016. Dostupné z <https://mech.fsv.cvut.cz/student/>.
- [6] GRANDIĆ, Ivana Štimac. *Serviceability verification of pedestrian bridges undres pedestrian loading*
- [7] MÁCA, Jiří. *Dynamic response of footbridges with tuned maas dampers*
- [8] *Manuál pro nastavný modul DYNAM Pro programu Dlubal RFEM.* [online]. [Cit. 10.5.2017] Dostupné z: <http://www.dlubal.cz/manualy-pro-kategorii-dynamicka-analyza.aspx>
- [9] *Katalogy systémových konstrukčních táhel Macalloy 460* [online]. [Cit. 20.5.2017] Dostupné z: http://www.tension.cz/www/media/files/pdf-k-pripojeni_12/macalloy-system-konstrukcnich-tahel_57.pdf
- [10] MÁCA, Jiří, VALÁŠEK, Michael. *Interaction od Human Gait and Footbridges*
- [11] POLÁKOVÁ, Petra. *Nová lávka U Tenisu pokřtí happening* [online]. [Cit. 20.5.2016]. Dostupné z: http://prerovsky.denik.cz/zpravy_region/novou-lavku-u-tenisu-pokrty-happening-20150823.html
- [12] MÁCA, Jiří: *Dynamika stavebních konstrukcí 1.* 1. vydání. Praha: ČVUT 2016. 174 s
- [13] BITTNER, Zdeněk, ŠEJNOHA, Jiří. *Numerické metody mechaniky.* Praha: ČVUT, 1992. ISBN 80-01-00855-X.
- [14] BAŤA, M., PLACHÝ. V., TRÁVNÍČEK. F. *Dynamika stavebních konstrukcí, 1.* vydání. Bratislava 1987, 448 s

14 Použitý software

Autodesk:

AutoCAD 2016

Ing. Software Dlubal:

RFEM 5.08

Microsoft:

MS Office 2016 (Word, Excel)