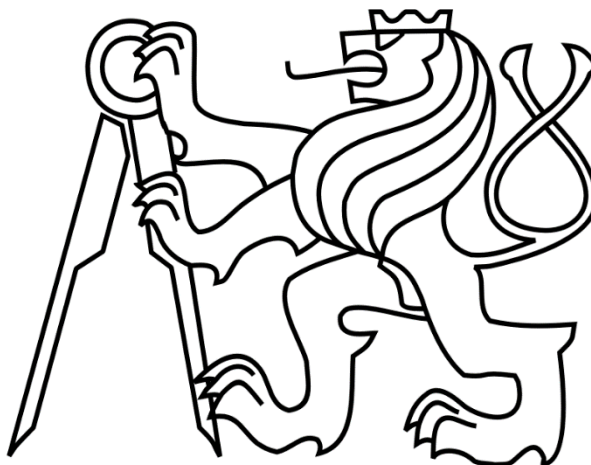


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

Ústav výrobních strojů a zařízení



Bakalářská práce

Vliv okrajových podmínek na modální parametry standu

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl v příloženém seznamu veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací, vydaným ČVUT v Praze 1. 7. 2009.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 15.7.2016

.....

podpis

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat Ing. Miroslavu Janotovi Ph.D. za nesmírnou trpělivost a obětavost při psaní této práce a za poskytnutí veškerých materiálů a rad. Dále bych rád poděkoval Ing. Petrovi Kolářovi Ph.D. za rady a usměrnění této práce. Nakonec děkuji rodičům, kteří mi byli vždy oporou.

Anotace

- Jméno autora:* Jiří Marek
- Název BP:* **Vliv okrajových podmínek na modální parametry standu**
- Rozsah práce:* 41 stran
- Akad. rok vyhotovení:* 2015/2016
- Ústav:* Ústav výrobních strojů a zařízení
- Vedoucí BP:* Ing. Miroslav Janota Ph.D.
- Konzultant:* Ing. Petr Kolář Ph.D.
- Zadavatel tématu:* ČVUT FS, Ú12135
- Využití:* konstrukce strojů a zařízení
- Klíčová slova:* kmitání mechanických soustav, modální analýza, rezonance
- Anotace:* *Předložená bakalářská práce se zabývá modální analýzou zkušebního nosníku (standu) při různých konfiguracích uložení. Sledován je vliv uložení na modální parametry daného nosníku.*

Annotation

<i>Author:</i>	Jiří Marek
<i>Title:</i>	Effect of boundary conditions on steel beam modal parameters
<i>Range</i>	41 pages
<i>Academic year:</i>	2015/2016
<i>Department:</i>	Department of Production Machines and Equipment: FME Czech Technical University in Prague
<i>Tutor:</i>	Ing. Miroslav Janota Ph.D.
<i>Adviser:</i>	Ing. Petr Kolář Ph.D.
<i>Leader:</i>	CTU – Faculty of Mechanical Engineering, Ú12135
<i>Use:</i>	construction of machines
<i>Key words:</i>	mechanical oscillations, modal analysis, resonance
<i>Annotation:</i>	<i>Presented bachelor thesis deal with modal analysis of trial beam (stand) for others configurations of storages. The influence is observed storage on modal parameters this beam.</i>

Obsah

1	Úvod	7
2	Modální analýza	8
2.1	Co je modální analýza	8
2.2	K čemu je užitečná	8
2.3	Teorie modální analýzy	9
2.4	Funkce frekvenčního přenosu.....	9
2.5	Modální parametry	12
2.6	Chyby při měření	13
2.7	Buzení.....	14
2.8	Zpracování signálu	17
2.9	Měření odezev	17
3	Experiment	18
3.1	Kalibrace.....	20
3.2	Popis měření	21
3.3	Konfigurace (okrajové podmínky)	22
4	Analýza naměřených dat.....	26
5	Diskuze vlivu okrajových podmínek	33
5.1	Volně položeno.....	33
5.2	Uloženo volně dotaženo	33
5.3	Uloženo dotaženo na pevn.....	34
5.4	Srovnání hodnot pryží	35
5.5	Porovnání hodnot ocelových válečků.....	35
6	Závěr	38
7	Seznamy	39
7.1	Seznam obrázků.....	39
7.2	Seznam Tabulek	40
7.3	Seznam použitého software	40
7.4	Literatura:	40
7.5	Seznam příloh.....	41

Seznam zkratk a veličin

$A(\omega)$	[m/N.s ⁻²]	Akcelerance
[B]	[kg.s ⁻¹]	Matice tlumení
F	[N]	Síla
f	[Hz]	Frekvence
f _d	[Hz]	Vlastní frekvence
FRF	[m/N]	Frekvenční odezвовá funkce
H(ω)	[m/N]	Dynamická poddajnost
IRF	[m/N]	Impulsní odezвовá funkce
[K]	[kg.s ⁻²]	Matice tuhosti
M(ω)	[m/N.s ⁻¹]	Pohyblivost
[M]	[kg]	Matice hmotnosti
p	[s ⁻¹]	Pól
R	[kg ⁻¹]	Reziduum
x(ω)	[m]	Výchylka
$\dot{x}(\omega)$	[m.s ⁻¹]	Rychlost
$\ddot{x}(\omega)$	[m.s ⁻²]	Zrychlení
ζ	[%]	Poměrný útlum
[λ ²]	[-]	Spektrální matice
[φ]	[-]	Modální matice
ω	[s ⁻¹]	Úhlová frekvence
ω _d	[s ⁻¹]	Vlastní úhlová frekvence

1 Úvod

Příčinou hluku a chvění v životním či pracovním prostředí jsou procesy, v nichž dynamické síly vyvolávají kmitání mechanických soustav. Účinky jsou pak nežádoucí a nepříznivé. Ve strojním zařízení se mohou projevat jako zvýšené opotřebení, poruchy, snížení výkonu, či trvalé poškození. Většina problémů hluku je spojena s rezonancemi. Rezonance vznikají tam, kde frekvence dynamické síly budí mechanické kmity mechanické soustavy, nebo jejich částí, v blízkosti vlastních frekvencí. Rezonanční jevy představují jeden z důvodů studia vidů. Druhý důvod studia vidů kmitání spočívá v tom, že na jejím základě je možnost popsat dynamické vlastnosti mechanických soustav a konstrukcí. [5]

Cílem práce je porovnat, jaké účinky mají okrajové podmínky uložení na modální parametry (vlastní frekvenci, poměrný útlum a tvary kmitu) našeho zkušebního nosníku. Práce obsahuje rešerši dostupných řešení a popis metodiky daného problému, včetně měřících přístrojů.

2 Modální analýza

2.1 Co je modální analýza

Modální analýza je obor dynamiky, který k popisu kmitavých vlastností a kmitavého chování inženýrských konstrukcí užívá možnosti rozkladu složitého kmitavého procesu na dílčí, tzv. modální (též vidové, vlastní) příspěvky. Každý příspěvek je charakterizován modální frekvencí a modálním tvarem kmitu[1].

Při matematickém modelování spočívá takový rozklad v náhradě soustavy vzájemně vázaných diferenciálních rovnic popisující kmitavé chování uvažované konstrukce soustavou nezávislých izolovaně řešitelných diferenciálních rovnic pomocí tzv. modální transformace.[1]

Při experimentálním vyšetřování se odměřuje odezva konstrukcí při jejich řízeném buzení ve zvolené síti bodů na povrchu konstrukce. Z vyhodnocených frekvenčních přenosů mezi jednotlivými dvojicemi bodů se určují modální frekvence a modální tvary kmitu regresivním výpočtem z odměřených údajů.[1]

2.2 K čemu je užitečná

Metodou modální analýzy lze relativně rychle a pohodlně řešit následující technické problémy

- Určovat modální frekvence soustav, které při souhlasu s budícími frekvencemi mohou vést k nadměrnému rozkmitávání (rezonance, kritické otáčky) a tím ke snížení životnosti a spolehlivosti konstrukcí, často s nepříznivým důsledkem zvýšené hlučnosti
- Určovat modální tvary kmitu a konfrontovat je s eventuálními budícími účinky opět s cílem posouzení možnosti výskytu škodlivého nadměrného kmitání
- Ověřovat věrohodnost sestavených zjednodušených matematických modelů srovnáním s výsledky měření
- Vytvářet modální modely odměřených soustav (v modálních souřadnicích) pomocí nichž lze v uvažovaném frekvenčním pásmu věrně simulovat jejich kmitavé chování
- Modifikovat konstrukce připojením přídavných prvků, s cílem např. jejich přeladění mimo pásma škodlivých účinků. Simulací na počítači lze relativně nenáročně posuzovat řady variant provedení
- Pomocí výpočtu věrohodně určit vynucené kmitání odměřené konstrukce při daném buzení

- Identifikovat příčiny nadměrných vibrací odměřených konstrukcí z vlastností možných přenosových cest nežádoucího šíření budících účinků
- Pro jednoduché struktury identifikovat z naměřených provozních odezev místa a průběhy budících účinků.[1]

2.3 Teorie modální analýzy

Zkoumaný systém je možné popsat pomocí tři různých typů modelů, z nichž každý je dán systémovými maticemi

Fyzikální model

[M] – matice hmotnosti

[K] – matice tuhosti

[B] nebo [H] – matice viskózního nebo hysteretzního tlumení

Modální model

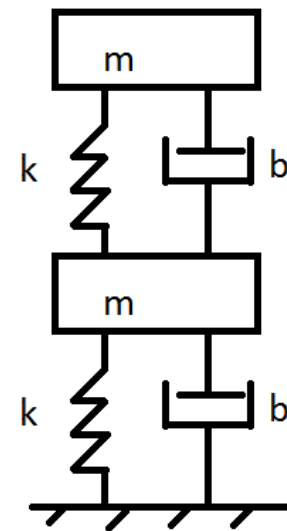
$[\lambda^2]$ -spektrální matice, diagonální na diagonále jsou vlastní čísla

$[\phi]$ -modální matice, sloupce tvoří vlastní vektory

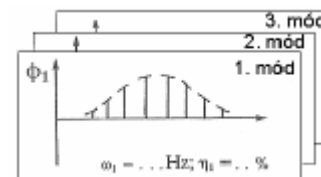
Odezvový model

$[H(\omega)]$ – matice FRF (frekvenčních odezvových funkcí) nebo IRF (impulsních odezvových funkcí)

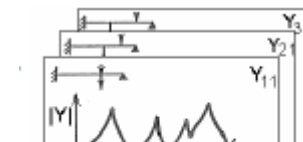
[4]



Obr. 2.1 Příklad fyzikálního modelu[4]



Obr. 2.2 Modální model [4]



Obr. 2.3 Odezvový model [4]

2.4 Funkce frekvenčního přenosu

Funkce frekvenčního přenosu představuje poměr výstupu ke vstupu jako komplexní funkci frekvenčního přenosu ω . Pojem komplexní funkce znamená, že funkce frekvenčního přenosu je určena amplitudou a fází. Při popisu kmitavého pohybu je možno užít výchylku, rychlost nebo zrychlení. Odpovídající funkce frekvenčního přenosu se nazývají dynamickou poddajností, pohyblivostí a akcelerancí[5].

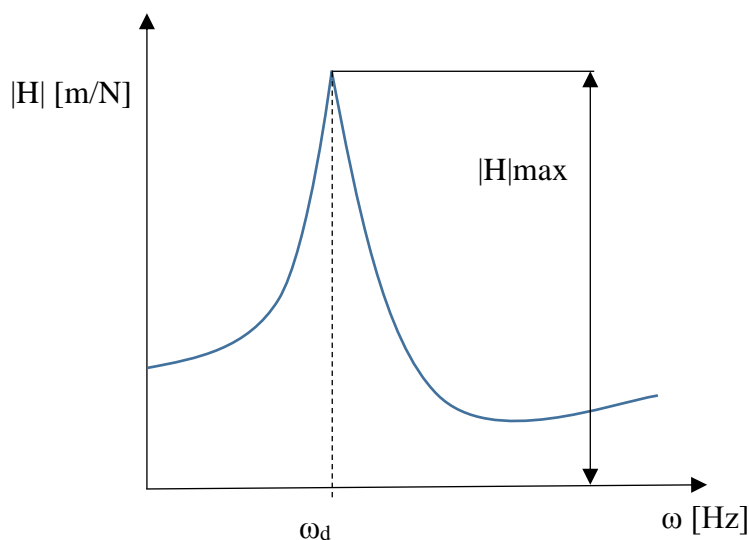
Při modelování mechanických soustav se zpravidla užívají dynamické poddajnosti. Naproti tomu při experimentálním vyšetřování dynamických vlastností mechanických soustav se obvykle měří charakteristiky akcelerance, zejména z toho důvodu, že snímač zrychlení je nejvhodnějším elektromechanickým měřičem pro měření chvění.[5]

Dynamická poddajnost

Frekvenční odezвовá funkce závislosti výchylky na síle.

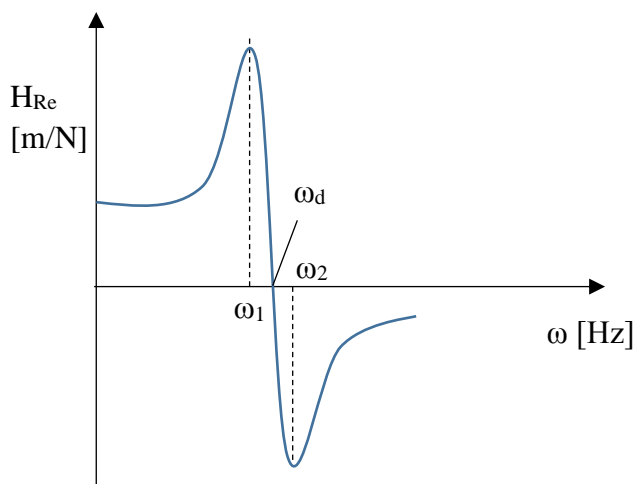
$$H(\omega) = \frac{x(\omega)}{F(\omega)} \quad (2.1)$$

Aby měly získané závislosti pro vynucené kmitý obecnější charakter, je vhodnější vyjadřovat pouze poměr komplexní amplitudy vynucených kmitů a komplexní amplitudy budící síly. Zavádíme pak komplexní přenosovou funkci a značíme ji $*H(i\omega)$. Jelikož podíl amplitudy vynucené výchylky a amplitudy budící síly má rozměr poddajnosti, užívá se v technické praxi pro tuto veličinu také názvu dynamická poddajnost. Grafické znázornění závislosti absolutní hodnoty $|H|$ dynamické poddajnosti udává absolutní amplitudo frekvenční charakteristika. [2]

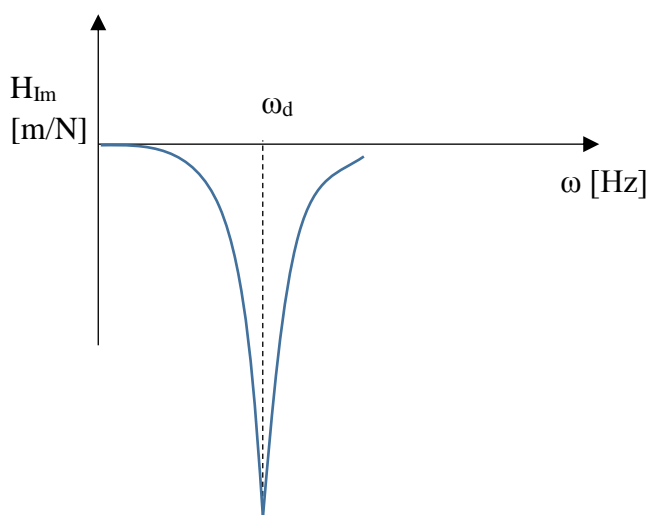


Obr. 2.4 Absolutní amplitudo frekvenční charakteristika [2]

Je zřejmé, že dynamická poddajnost, resp. přenosová funkce jsou komplexní veličiny a jsou funkcemi úhlové frekvence buzení. Musíme tedy rozlišovat jejich reálnou a imaginární složku případně jejich absolutní hodnotu. Všechny tyto veličiny popisují vlastnosti systému z hlediska vynucených kmitů. [2]



Obr. 2.5 Reálná amplitudo frekvenční charakteristika [2]



Obr. 2.6 Imaginární amplitudo frekvenční charakteristika [2]

Jestliže reálnou amplitudo- frekvenční charakteristiku získáme měřením vynucených kmitů při frekvencích buzení z intervalu $\langle 0, \infty \rangle$, můžeme z polohy jejich vrcholů odečíst hodnoty ω_1, ω_2 a z nich vypočítat velikost vlastní úhlové frekvence a velikost poměrného útlumu. [2]

Vztah pro vlastní frekvenci:

$$\omega_d = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \quad (2.2)$$

Vztah pro poměrný útlum:

$$\zeta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_d} \quad (2.3)$$

Pohyblivost

Frekvenční odezвовá funkce v závislosti rychlosti na síle.

$$M(\omega) = \frac{\dot{x}(\omega)}{F(\omega)} \quad (2.4)$$

Akcelance

Frekvenční odezvy zrychlení na sílu.

$$A(\omega) = \frac{\ddot{x}(\omega)}{F(\omega)} \quad (2.5)$$

[3]

2.5 Modální parametry

2.5.1 Vlastní frekvence

Vlastní frekvence (modální frekvence) při souhlasu s budícími frekvencemi mohou vést k nadměrnému rozkmitávání (rezonance, kritické otáčky), a tím ke snížení životnosti a spolehlivosti konstrukcí, často s nepříznivým důsledkem zvýšené hlučnosti.[5]

2.5.2 Poměrný útlum

Tlumení rozlišujeme vnitřní (v materiálu pružného elementu – materiálové tlumení) a vnější (vlivem odporu prostředí i pasivních odporů ve vnějších kinematických vazbách). Poměrné tlumení snižuje velikost amplitudy rezonanční křivky a tím zvyšuje životnost mechanické soustavy. [2]

2.5.3 Reziduum (Síla pólu)

Je imaginární číslo, obsahující informaci o amplitudovém měřítku vidu kmitání. Je především spjato s tvarem vidu. Lze je konfrontovat s budícími účinky opět s cílem posouzení možného výskytu škodlivého nadměrného kmitání[6]

2.6 Chyby při měření

Při experimentálním zjišťování pohyblivosti a odpovídajících charakteristik je nutná podrobná znalost chyb, jejich příčin a metod snižování jejich vlivů. Obecně lze chyby zařadit do dvou druhů.[5]

- **Náhodné chyby** – Tyto chyby se nejčastěji projevují jako náhodné odchylky zpracovávaných dat a jejich příčinou je většinou šum. Odhady náhodných chyb je možno zlepšit průměrováním.
- **Systematické chyby** – V důsledku systematické povahy se projevují s totožnou fází ve stejné velikosti. Mohou být zmenšeny jen volbou jiné metody.[5]
- **Chyby vlivem úniku** jsou způsobeny časovým omezením časového průběhu zpracovávaných analyzátozem. Sestupný „schod“, vzniklý odříznutím dále jinak spojitě probíhajícího signálu, se projeví v odpovídajícím amplitudovém spektru jako přídavná „modulace“ bezchybného průběhu deformacemi ve tvaru úzkých ekvidistantních pulsů.[1]
- **Chyby zdánlivosti** vznikají z důvodu konečné velikosti použité vzorkovací frekvence při měření. Diskretizace frekvenčních složek s frekvencí vyšší než vzorkovací dochází jakoby ke vzniku složek se zdánlivě nižší frekvencí, Chyby tohoto typu lze eliminovat zařazením filtrů typu nízkofrekvenční pásmové propusti na vstupu zpracování signálu.[1]
- **Vlivem šumu** dochází k nepřesnostem při určování frekvenčního přenosu[1]
- **Chyby vlivem dynamického rozsahu** požitých přístrojů se platní především tehdy, je-li poměr špiček k efektivní hodnotě časového průběhu signálu příliš vysoký, což může nastat při použití rázového buzení. Síly s vysokou úrovní špiče pak mohou též být příčinou nelinearit ve zkoumané soustavě[1]

2.7 Buzení

K buzení zkoumaných mechanických soustav je možno užít různé zdroje dynamických sil. Zdroje se širokými kmitočtovými rozsahy mohou být buď mechanicky spojeny se zkoumanými objekty, nebo mohou být volné. [5]

Ke zdrojům, které jsou při zkoušení spojeny s objektem, patří:

- elektrodynamické budiče (vibrátory)
- elektromagnetické budiče (vibrátory)
- vibrátory s rotujícími excentrickými hmotami
- speciální zařízení (rakety)

[5]

Příklady volných zdrojů, které se po předání pohybové energie oddělují od zkoušeného objektu, jsou:

- rázová kladívka
- kyvadlové budiče
- zavěšené kabely k vyvolání tahových rázů

[5]

Dále rozlišuje tři typy buzení:

2.7.1 Náhodné buzení

Jako náhodné buzení je možno označit buzení dynamickou silou, jejíž amplituda se mění náhodně a ve statistickém smyslu má normální rozdělení. Při náhodném buzení obsahují jednotlivé realizace, zpracovávané analyzátořem data, odpovídající procesům s náhodnými amplitudami a fázovými úhly. Příslušná spektra získaná transformací průměrováním jsou spojitá a plochá. [5]

2.7.2 Pseudonáhodné buzení

Pseudonáhodnými signály se nazývají signály náhodné povahy, které se periodicky opakují v jednotlivých zpracovávaných realizacích. Jednotlivé realizace se neliší od realizací náhodných signálů s téměř normálním rozdělení amplitud. Spektra pseudonáhodných se však podstatně liší od spekter náhodných. [5]

2.7.3 Rázové buzení

Nejrozšířenějším druhem buzení při analýze vidů kmitání. Mechanické rázy jsou krátkodobé děje, během kterých probíhá přenos pohybové energie. Spektra mechanických rázů jsou spojitá, mají maximum na kmitočtu 0 Hz a amplitudy jejich složek se zmenšují s růstem kmitočtu. [5]

2.7.4 Porovnání metod buzení

Kromě již popsaných metod a druhů buzení mechanických soustav a konstrukcí aj. je v praxi možno použít celou řadu jiných metod a jiných budících signálů. [5]

- **Buzení krátkodobými sinusovými signály s rychlým rozkmitáním kmitočtu**

Spojuje výhody přesného ovládání sinusových signálů s rychlostí metod, založených na širokopásmových signálech [5]

- **Buzení periodickými náhodnými signály a impulsovými signály**

Je charakterizováno výhodami, spojenými s náhodnou amplitudou a fází a závažnými zejména při zkoumání objektů s nelinearitami. Periodická povaha těchto signálů vylučuje chyby způsobené únikem. [5]

- **Buzení náhodně opakovanými rázy**

Je výhodné při zkoumání nízkých kmitočtů, zejména z hlediska zvětšení poměru signálu k šumu. Metody analýzy jsou shodné s metodami, užívanými při buzení náhodnými signály, avšak budící zdroje jsou jednoduchými zdroji mechanických rázů. [5]

Tab. 2.1 Porovnání metod buzení [5]

Budící signál	Průběh analýzy	Chyba, způsobená únikem?	Lineární aproximace ?	Koeficient amplitudy a poměr signál/šum	Ovládání ve kmitočtové oblasti
Sinusový	Velmi pomalý	ano	Ne	dobré	Plné
Náhodný	pomalý	Ano	Ano	Střední	Plné
pseudonáhodný	rychlý	Ne	Ne	Střední	Plné
Rázový	Velmi rychlý	Ne	Ne	malé	Omezené
Vícenásobný rázový	pomalý	Ano	někdy	Malé/střed.	omezené

Tab. 2.2 Druhy budičů a jejich hrubá charakteristika [1]

Druh budiče	Typ buzení	Frekvenční obor [Hz]	Směr síly	Ovládání
Elektromagnetické	Harmonický Náhodný pseudonáhodný	Do 1000	Libovolný, zpravidla kolmý	Programovatelné
Kladivo	Rázový	Do 5000	Kolmo	Náhodný charakter
Rotační excentr	Sinusový	Do 100	Libovolný	Programovatelné
Pulsátor	Harmonický Náhodný pseudonáhodný	Do 50	Libovolný	Programovatelné
Raketa	Náhodný skokový	-	Libovolný	Jednorázové

2.7.5 Rázové kladívko

Kladívko se skládá z hlavy, snímače síly, hrotu a rukojeti, slouží jako budič rázového buzení. Rázová kladívka mohou mít hmotnost od několika kilogramů po několik tun. Pracovní kmitočtové rozsahy jsou 0 – 5kHz(nejmenší kladívka) a 0-10kHz(velká kladívka).

Mezi výhody patří:

- rychlý průběh
- levné přístrojové vybavení
- zkoumaný objekt zůstává bez přídavné hmoty
- budící zdroj je lehký a přenosný

Mezi nevýhody patří:

- nelineární odezvy
může dojít k poškození objektu anebo jeho části
- [5]



Obr. 2.7 Rázové kladívko

2.8 Zpracování signálu

Pro zpracování odezev signálů nám slouží dvoukanálový analyzátor, který převádí odezvy do frekvenčních přenosů.

2.8.1 Dvoukanálový analyzátor signálu

Dvoukanálový analyzátor umožňuje provést digitalizaci elektrických signálů ze snímačů odezvy, sestavit Fourierův obraz a z těchto obrazů sestavit komplexní funkci frekvenčního přenosu mezi dvojicí odměřovaných bodů[5].

Uživatel může analyzátor považovat za černou krabičku, podat na jeho vstupy analogové signály, odpovídající buzení a odezvě a zvolit režim, ve kterém analyzátor automaticky měří, vyhodnocuje a zobrazuje funkci frekvenčních přenosů. [5]

2.9 Měření odezev

Při měření mechanických soustav se užívají elektromechanické měniče ve funkci snímačů citlivých ke zrychlení, rychlosti nebo výchylce chvění. Jedním z nejvýhodnějších aktivních snímačů je piezoelektrický snímač zrychlení (akcelerometr).[5]

2.9.1 Piezoelektrický snímač (akcelerometr)

Základním prvkem piezoelektrického snímače zrychlení je výřez z piezoelektrického materiálu, zpravidla z uměle polarizované piezoelektrické keramické hmoty, vykazující výrazný piezoelektrický jev. Podstatou jevu je vznik elektrického náboje při mechanickém namáhání v tlaku, tahu či stříhu. Vznikající náboj je úměrný přiložené mechanické síle. Mezi výhody patří jejich malá velikost. Vzhledem k piezoelektrickému jevu není potřeba cizí zdroj napětí. Má široký pracovní (160dB) i kmitočtový rozsah, vysokou spolehlivost a dlouhodobou stabilitu.[5]

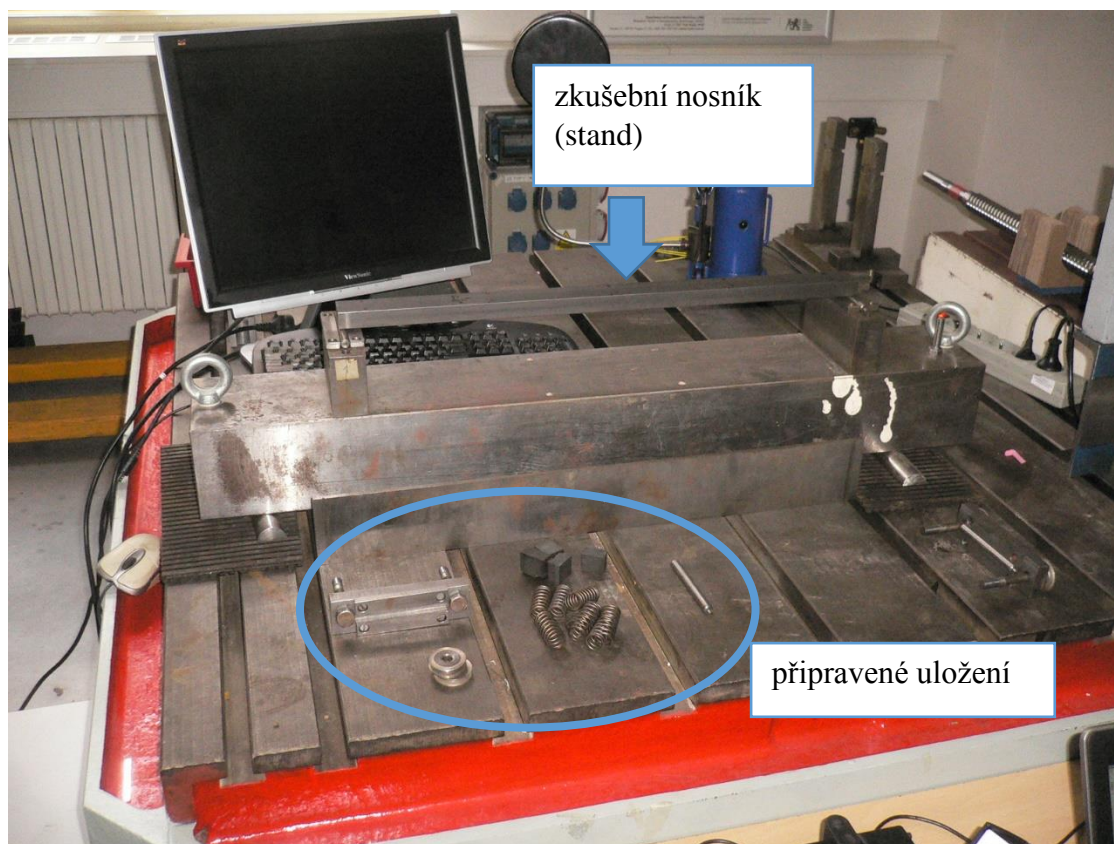


Obr. 2.8 Piezoelektrický snímač DEWETRON [7]

3 Experiment

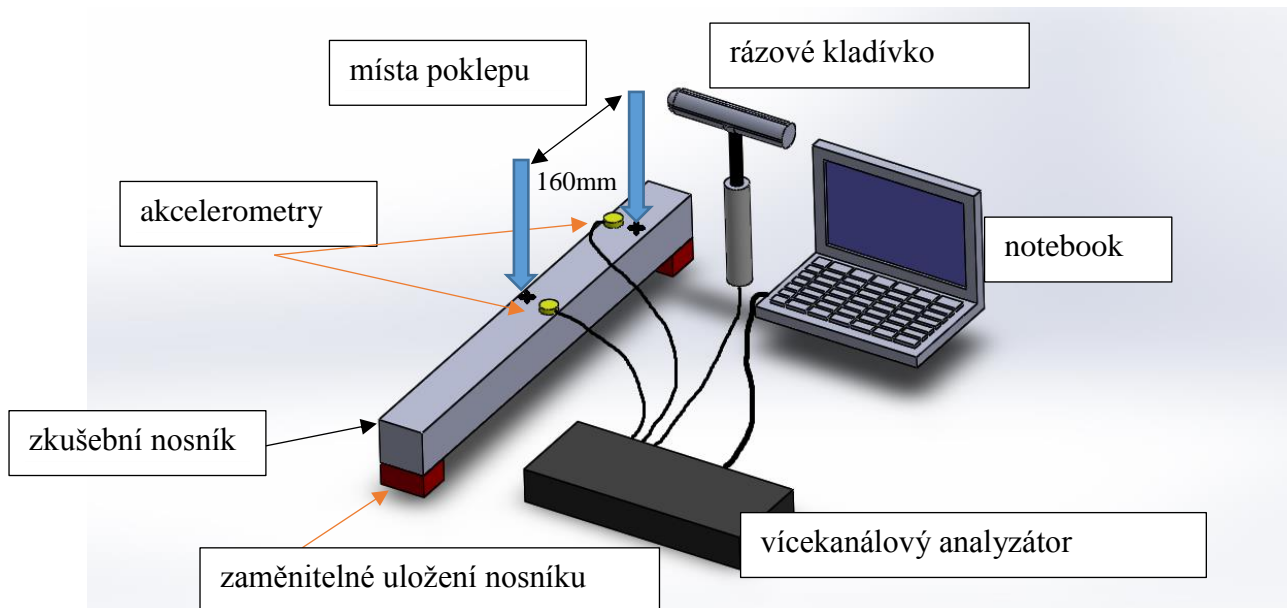
Cílem práce je zjistit vliv způsobů uložení nosníku na jeho modální parametry. Zajímají mě především vlastní frekvence a poměrný útlum. Z těchto parametrů poté lépe popíšu chování zkušební nosníku při různých uložení.

Tohoto cíle dosáhneme měřením modálních vlastností nosníku, který ukládáme v různých konfiguracích. V našem případě se jedná o ocelové podložky, vinuté pružiny a pryžové podložky. Ještě než započneme samotné měření, provedeme kalibraci.

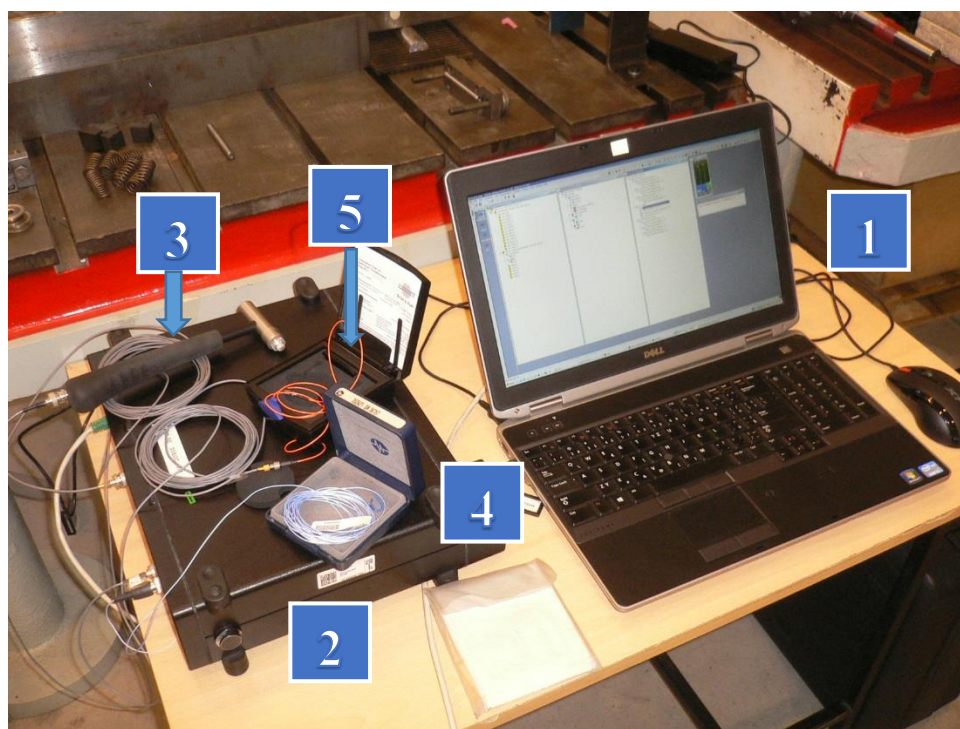


Obr. 3.1 Pohled na uspořádání experimentu

Schéma měření



Obr. 3.2 Schéma měření



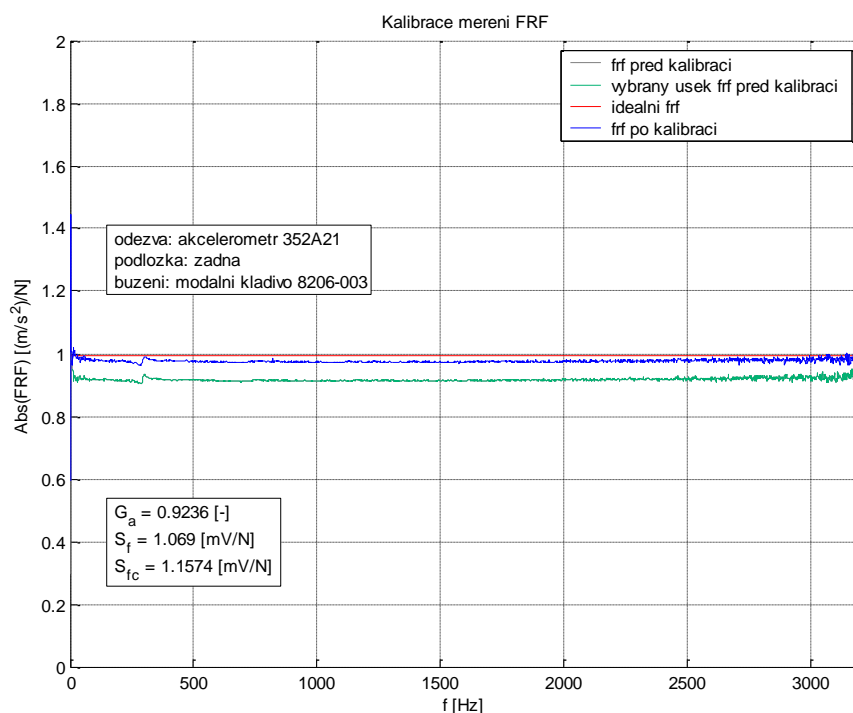
Obr. 3.3 Měřicí přístroje

Tab. 3.1 Seznam použitého zařízení

Číslo	Název	Výrobce	Typ	S/N	Kanál
1	Notebook	DELL	E6530	9XKGLX1	-
2	Analyzátor PULSE (6/1)	Brüel&Kjaer	3560C	2325693	1
3	Modální kladivo	PCB	086D20	31608	1-1-1
4	Jednoosý akcelerometr	PCB	352A21	36757	1-2-1
5	Jednoosý akcelerometr	Brüel&Kjaer	4517	63855	1-2-2
6	Ocelový nosník	ČVUT v Praze	610x35x20	-	-

3.1 Kalibrace

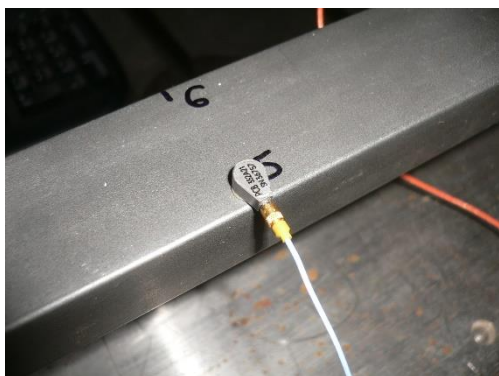
Kalibraci provedeme za účelem ověření použitelnosti snímačů a zjištění možných závad, spojovaných kabelů, konektorů. Zkontrolujeme správnosti nastavení, polaritu v celém systému. A ověříme souhlas základních parametrů (zejména pracovního kmitočtového rozsahu) používaných snímačů.



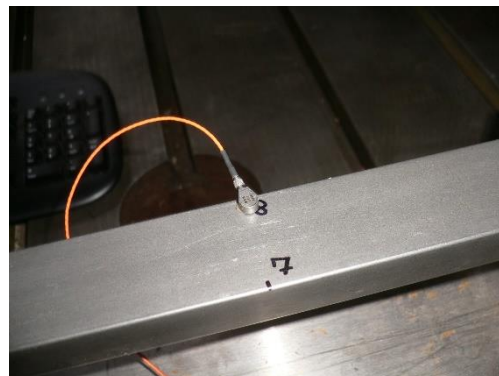
Obr. 3.4 Kalibrační křivka

3.2 Popis měření

Měřím dva přenosy současně, což mi umožňuje identifikovat všechny vlastní tvary kmitu v měřeném frekvenčním rozsahu i v případě, že by byl akcelerometr umístěn v uzlu kmitání. Jako snímače jsem použil dva akcelerometry, které jsem připevnil pomocí vosku. Tyto snímače zachycují odezvu mechanického chvění. Jeden byl upevněn u středu nosníku a druhý 160mm od středu nosníku.

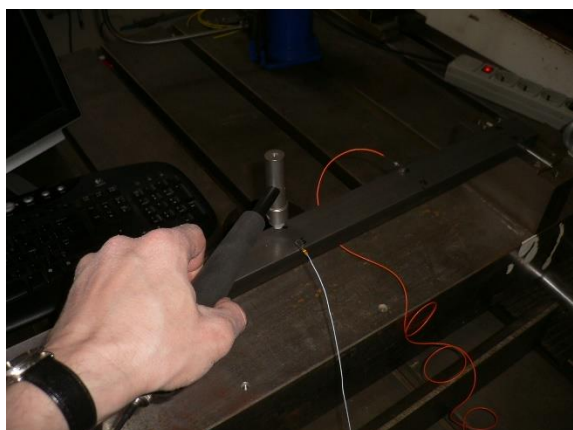


Obr. 3.6 Akcelerometr u středu

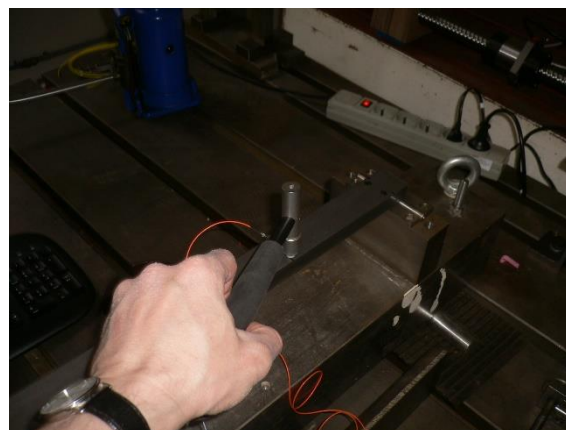


Obr. 3.5 Akcelerometr 160mm od středu

Abych mohl získat potřebné modální parametry, musím vybudit rázy v daném nosníku pomocí rázového kladívka. Z důvodů větší přesnosti měření jsem při každé konfiguraci poklepal na nosník dvakrát. Jednou blíže středu a podruhé 160mm od středu, pokaždé naproti připojeného snímače.



Obr. 3.8 Úder rázového kladívka u středu



Obr. 3.7 Úder rázového kladívka 160mm od středu

Vybuzené rázy akcelerometr zachytí. Odtud jdou přes vícekanálový analyzátor do počítače. Analyzátor převede signály na frekvenční charakteristiky. Jelikož jsem měřil pomocí akcelerometru, výsledná křivka se mi v počítači zobrazí jako akceleraance.

3.3 Konfigurace (okrajové podmínky)




Měnil jsem jednotlivá uložení a pozoroval jejich vliv na modální parametry. Každé uložení bylo měřeno dvakrát z důvodů vyloučení chyb a získání přesnějšího výsledků měření, proto bylo poklepáno u středu nosníku a 160 mm od středu (viz tab. 3.3). V tabulce 3.2 jsou vidět všechny konfigurace, které byly měřeny. Konfigurace jsem rozložil do pěti kategorií:

- „na volno“ - v této kategorii jsme náš zkušební nosník pouze položili na ocelové válečky, pryž nebo vinuté pružiny
- „volně dotaženo“ - zde jsem čtveřici ocelových válců a pryžových podložek utahoval přes šroub pouze ručně (bez pomoci klíče)
- „dotaženo“ – zde už byla čtveřice ocelových válečků a pryží dotažena klíčem
Typy uložení
- „ocelové válečky“ – zde jsem porovnával jednotlivé konfigurace ocelových válečků mezi sebou
- „pryžové podložky“ – zde jsem porovnával jednotlivé konfigurace uložení pryžových podložek mezi sebou
- **vinuté pružiny** – z důvodů nedostatečně dlouhých šroubů jsem měřil pouze v uložení na „volno“

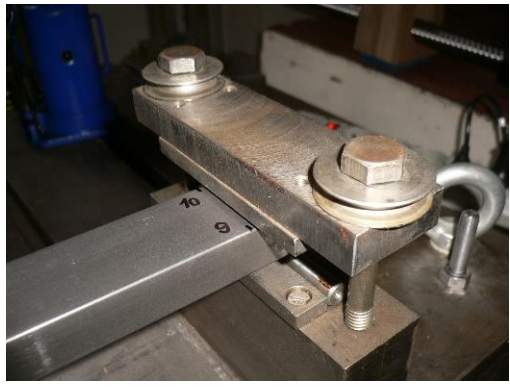

Tab. 3.2 Měřené konfigurace

<u>Uložené konfigurace</u>	Ocelové válečky	Pryžové podložky	Vinuté Pružiny
Volně uloženo	✓	✓	✓
Jemně dotaženo	✓	✓	✗
Dotaženo na pevno	✓	✓	✗



Tab. 3.3 Konfigurace na volno

Ocelové válečky	Pryžové podložky	Vinuté pružiny
		

Tab. 3.4 Konfigurace volně dotaženo

Válce – volně dotaženo	Pryže – volně dotaženo
	

Tab. 3.5 Konfigurace dotaženo

Ocelové válce - dotaženo	Pryžové podložky - dotaženo
	

Tab. 3.6 Seznam měření a konfigurací








Měření	Odezva	Buzení	Poloha	Stav	Poznámka
frfa	-	-	-	-	frfa: první kalibrační měření
frfb	-	-	-	-	frfb: druhé kalibrační měření
M 01	A, B	I	P 01	S 01	volně položeno na dvojici ocelových válečků
M 02	A, B	II	P 01	S 01	
M 03	A, B	I	P 02	S 01	volně položeno na dvojici pryžových podložek
M 04	A, B	II	P 02	S 01	
M 05	A, B	I	P 03	S 01	volně položeno na čtveřici vinutých pružin
M 06	A, B	II	P 03	S 01	
M 07	A, B	I	P 04	S 01	uloženo mezi čtveřici válců, volně dotaženo
M 08	A, B	II	P 04	S 01	
M 09	A, B	I	P 05	S 01	uloženo mezi čtveřici válců, dotaženo napevno (cca jedna otočka)
M 10	A, B	II	P 05	S 01	
M 11	A, B	I	P 06	S 01	uloženo mezi čtveřici pryžových podložek, volně dotaženo
M 12	A, B	II	P 06	S 01	
M 13	A, B	I	P 07	S 01	uloženo mezi čtveřici pryžových podložek, dotaženo napevno
M 14	A, B	II	P 07	S 01	

Tab. 3.7 Umístění čidla a místa buzení

Označení	Čidlo	Místo buzení	Směr buzení
I	54988 (8206-003)	bod 6: vzdálenější střed nosníku	-Zs
II	54988 (8206-003)	bod 7: 140 mm napravo blíže od bodu 6	-Zs

Pro zjednodušení a větší přehled jsem vytvořil schéma jednotlivých uložení:

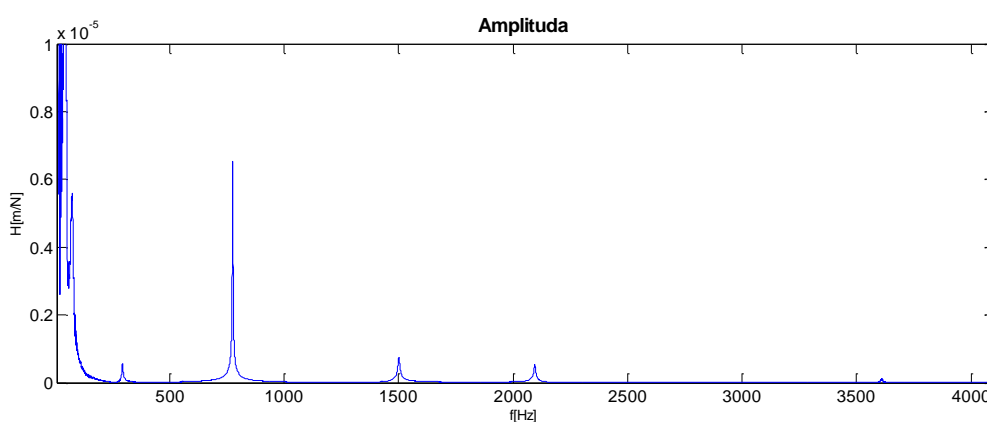
Tab. 3.8 Schéma pro zjednodušení

Konfigurace	Schéma	Měření
volně položeno na dvojici ocelových válečků		M01 M02
volně položeno na dvojici pryžových podložek		M03 M04
volně položeno na čtveřici vinutých pružin		M05 M06
uloženo mezi čtveřici válců, volně dotaženo		M07 M08
uloženo mezi čtveřici válců, dotaženo napevno (cca jedna otočka)		M09 M10
uloženo mezi čtveřici pryžových podložek, volně dotaženo		M11 M12
uloženo mezi čtveřici pryžových podložek, dotaženo napevno		M13 M14

4 Analýza naměřených dat

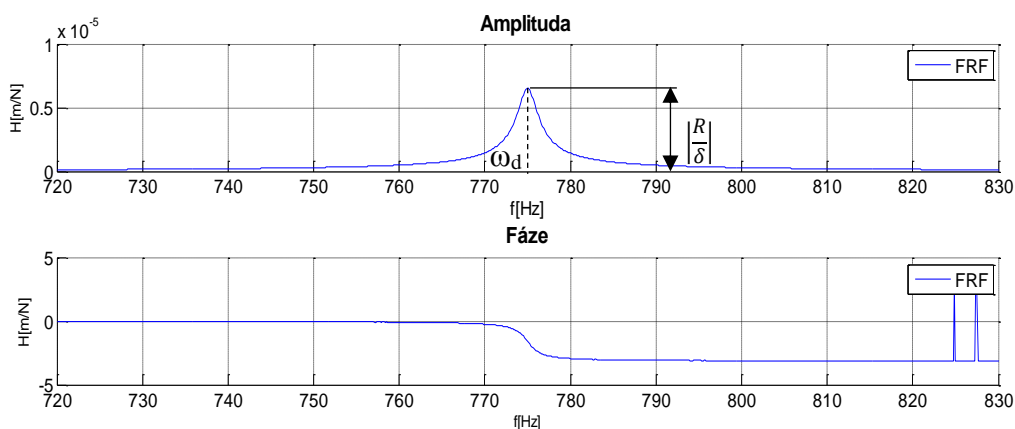
Z měření jsem získal 14 akcelerací, které jsem převedl na dynamickou poddajnost. Poté si je rozdělil na amplitudu, fázi, reálnou a imaginární část. Z reálné části jsem určil vlastní frekvence, amplitudu a pomocí dalších vztahů poměrné tlumení a reziduum. Pro ukázkou mého řešení jsem zvolil konfiguraci volně položeno na pryžových podložkách.

Na obrázku je znázorněna amplituda dynamické poddajnosti konfigurace volně položeno na pryžových podložkách v intervalu f od 0 do 4100 Hz. Na obrázku lze pozorovat 6 viditelných vlastních frekvencí.

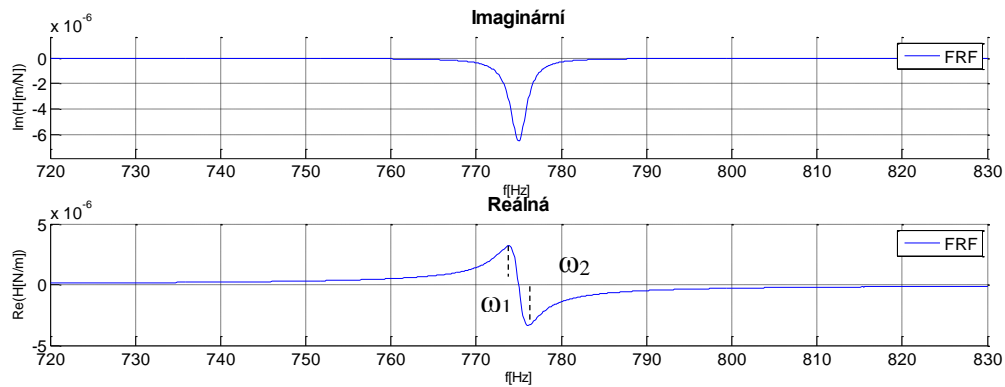


Obr. 4.1 Dynamická poddajnost konfigurace volně položeno na ocelových válečkách

Pro lepší znázornění jsem obrázek přiblížil od 720 do 830 Hz, abych lépe určil vlastní frekvenci a následně poměrný útlum mechanické soustavy. Na zvětšeném obrázku je vidět amplituda, fáze, reálná a imaginární část.



Obr. 4.2 Naměřená Amplituda a Fáze



Obr. 4.3 Imaginární a reálná část v konfiguraci ocelové válečky

Z reálné části jsem určil ω_1 a ω_2 a podle vztahu 2.2 spočítal vlastní frekvenci ω_d . Následně pak ze vztahu 2.3 určil poměrný útlum ζ .

Dále jsem určil vztah pro póly jednotlivých módů a stanovil dynamickou poddajnost.

Vztah pro dynamickou poddajnost:

$$|H(j\omega)| = \sum_{i=1}^{Nm} \frac{jR_i}{j\omega - p_i} + \frac{-jR_i^*}{j\omega - p_i^*} \quad (4.1)$$

Vztahy pro výpočet pólů:

$$p = -\delta + j\omega_d \quad (4.2)$$

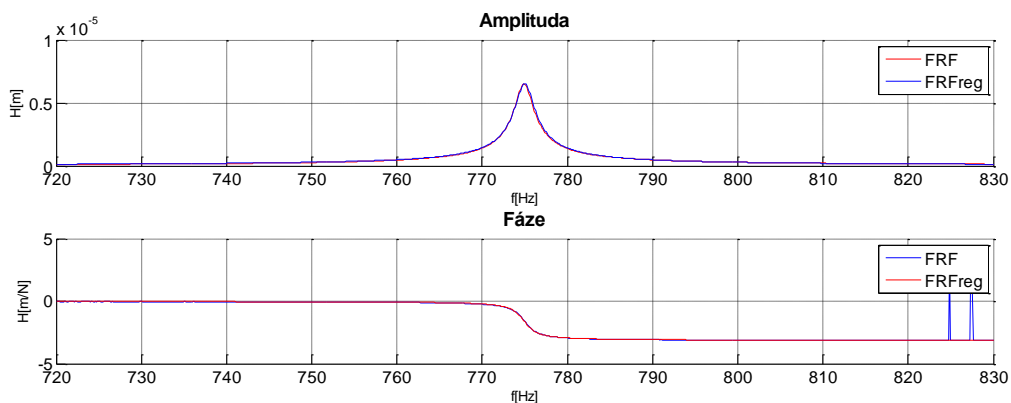
$$p^* = -\delta - j\omega_d \quad (4.3)$$

Jelikož naměřené křivka je převedená akcelerance na dynamickou poddajnost, musel jsem i výsledný tvar převést z akcelerance na dynamickou poddajnost.

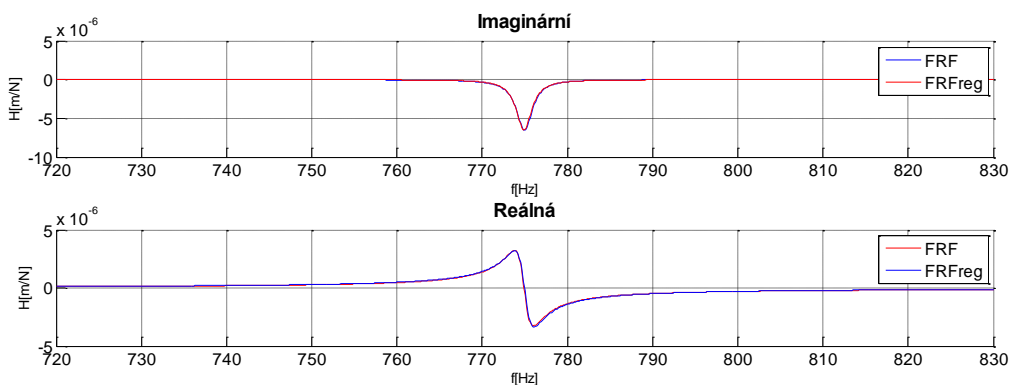
Vztah pro výpočet akcelerance:

$$A_{(\omega)} \approx \frac{R}{\delta} (-\omega_d^2) \quad (4.4)$$

Křivku jsem z odečtených hodnot znovu vykreslil a porovnal ji s křivkou naměřenou. Pokud tyto křivky souhlasí, naše odhadnuté parametry jsou správné. Na obrázcích lze naměřenou hodnotu (FRF), porovnat s hodnotou odhadnutou (FRFreg).








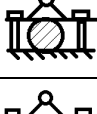


Obr. 4.4 Naměřená a odhadnutá křivka Amplituda a Fáze




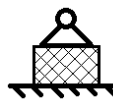





Obr. 4.5 Naměřená a odhadnutá křivka Imaginární a Reálné části

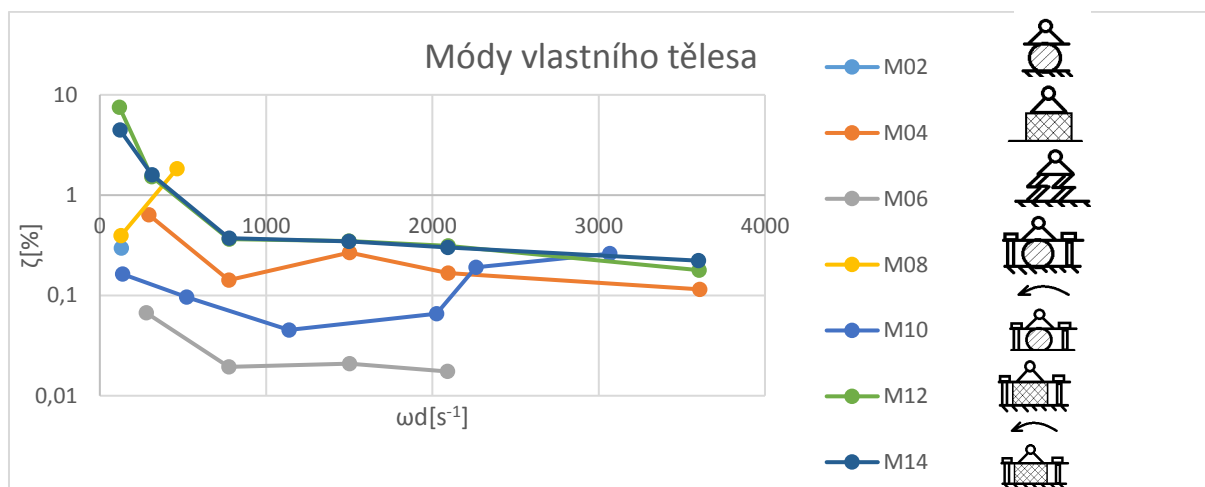
Veškeré výpočty včetně grafických záznamů byly provedeny v programu MATLAB, kde skript si můžete prohlédnout v příloze. Zde už následují tabulky jednotlivých odhadnutých vlastních frekvencí pro všechny konfigurace. Pro zjednodušení porovnání jsem rozdělil vlastní frekvence na módy tuhého (do 100 Hz) a vlastního tělesa (nad 100 Hz).

Tab. 4.1 Seznam vyšších vlastních frekvencí

Módy vlastního tělesa							
	1.fd [Hz]	2.fd [Hz]	3.fd [Hz]	4.fd [Hz]	5.fd [Hz]	6.fd [Hz]	
M01	128						
M02	128						
M03	294		1501		3609		
M04	294	775	1501	2095	3608		
M05	279		1502				
M06	279	775	1501	2090			
M07	127						
M08	127	464					
M09	136		1137	2024	2260	3067	
M10	136	522	1137	2024	2261	3066	
M11	312		1498		3601		
M12	311	778	1498	2093			
M13	313		1498		3603		
M14	313	778	1498	2093			


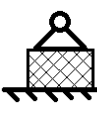



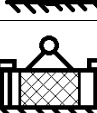
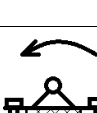
Tab. 4.2 Seznam poměrného útlumu při vyšších frekvencích

Módy vlastního tělesa							
	1.ζ[%]	2.ζ[%]	3.ζ[%]	4.ζ[%]	5.ζ[%]	6.ζ[%]	
M01	0,35						
M02	0,30						
M03	0,65		0,27		0,07		
M04	0,64	0,14	0,27	0,17	0,12		
M05	0,07		0,02				
M06	0,07	0,02	0,02	0,02			
M07	0,45						
M08	0,39	1,83					
M09	0,18		0,05	0,07	0,19	0,21	
M10	0,16	0,10	0,05	0,07	0,19	0,26	
M11	1,59		0,35		0,15		
M12	1,53	0,36	0,35	0,31			
M13	1,64		0,36		0,20		
M14	1,60	0,37	0,35	0,30			










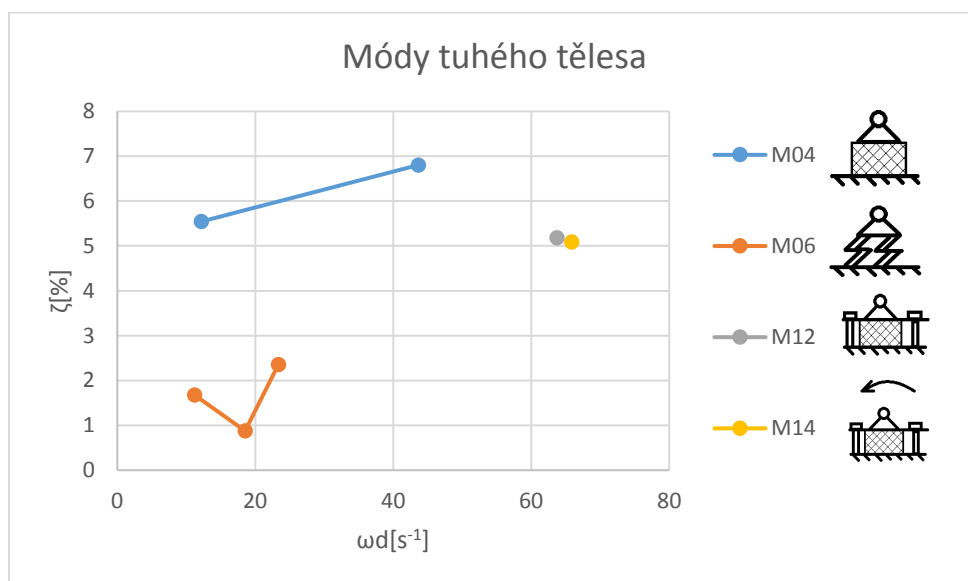
Obr. 4.6 Graf módu vlastního tělesa

Tab. 4.3 Seznam malých vlastních frekvencí

Módy tuhého tělesa (odhad do 100Hz)					
	1.fd [Hz]	2.fd [Hz]	3.fd [Hz]	4.fd [Hz]	
M01					
M02					
M03	12,7			43,5	
M04	12,2			43,7	
M05	11,3		23,8		
M06	11,2	18,5	23,4		
M07					
M08					
M09					
M10					
M11				63,7	
M12				63,7	
M13				65,3	
M14				65,9	

Tab. 4.4 Seznam poměrného útlumu při nižších frekvencích

Módy tuhého tělesa (odhad do 100Hz)					
	1.ζ[%]	2.ζ[%]	3.ζ[%]	4.ζ[%]	
M01					
M02					
M03	3,56			6,79	
M04	5,54			6,80	
M05	1,11		3,16		
M06	1,68	0,88	2,36		
M07					
M08					
M09					
M10					
M11				4,85	
M12				5,18	
M13				4,31	
M14				5,09	

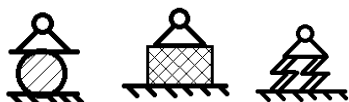


Obr. 4.7 Zobrazení naměřených vlastních frekvencí a relativních útlumů

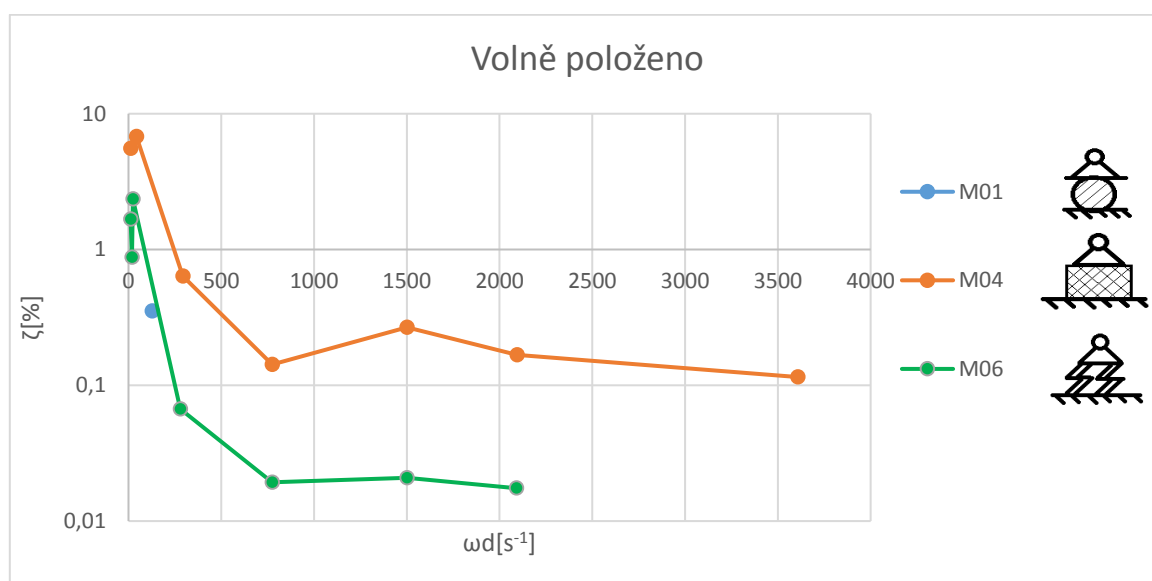
5 Diskuze vlivu okrajových podmínek

Zanalyzovaných dat vyplývá, že různé okrajové podmínky, mají nejen vliv na vlastní frekvence dané soustavy, ale i vliv na poměrný útlum soustavy. Zároveň je patrné, že buzení v bodě 7 (tzn. větší vzdálenost od středu) vyvolává více vlastních frekvencí, než buzení v bodě 6, což je dáno umístěním akcelerometru v uzlu kmitání.

5.1 Volně položeno



Při srovnání „volně položeno“ (tzn. M01-M06), lze pozorovat nejmenší tlumení u soustavy položené na dvou válečcích. Naopak největší zaznamenané tlumení je u soustavy položené na dvojici pryžových podložek, které dosahuje téměř 7 %. Při těchto srovnání lze usuzovat, že soustava na dvou válečcích je slabě tlumená.

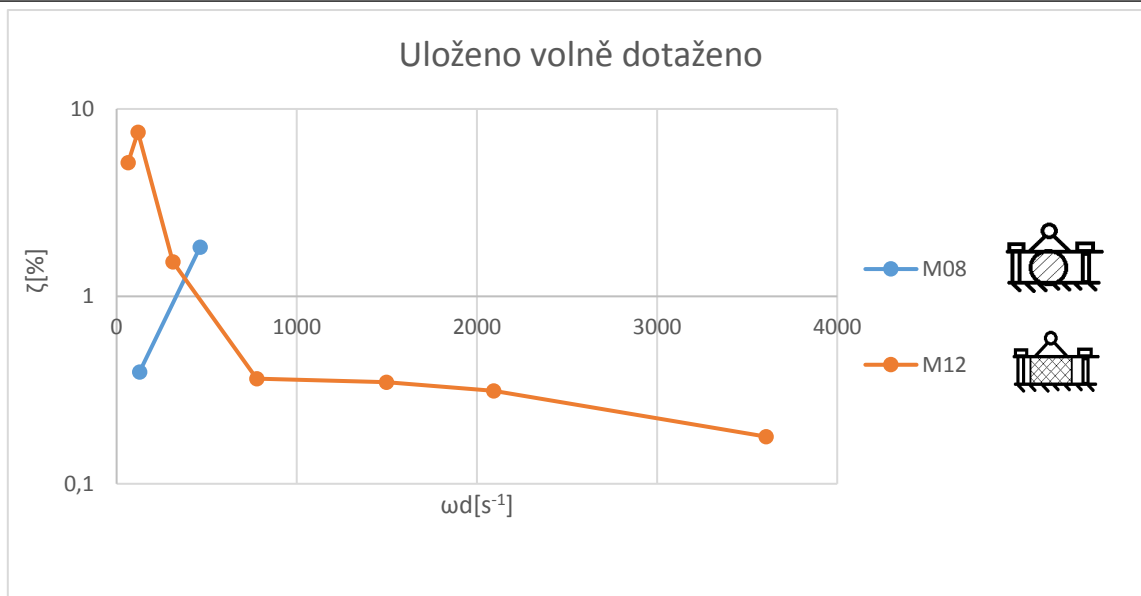


Obr. 5.1 Graf poměrného útlumu v konfiguraci „Volně položeno“

5.2 Uloženo volně dotaženo

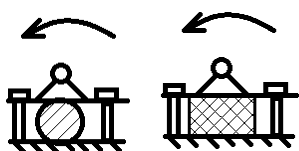


Při porovnání hodnot u volně dotažených (M07,M08,M11,M12), lze dospět k závěru, že pryžové podložky dosahují většího tlumení než ocelové válečky. Dokonce pryžové podložky mají větší tlumení v uložení volně dotaženo než v konfiguraci volně položeno.

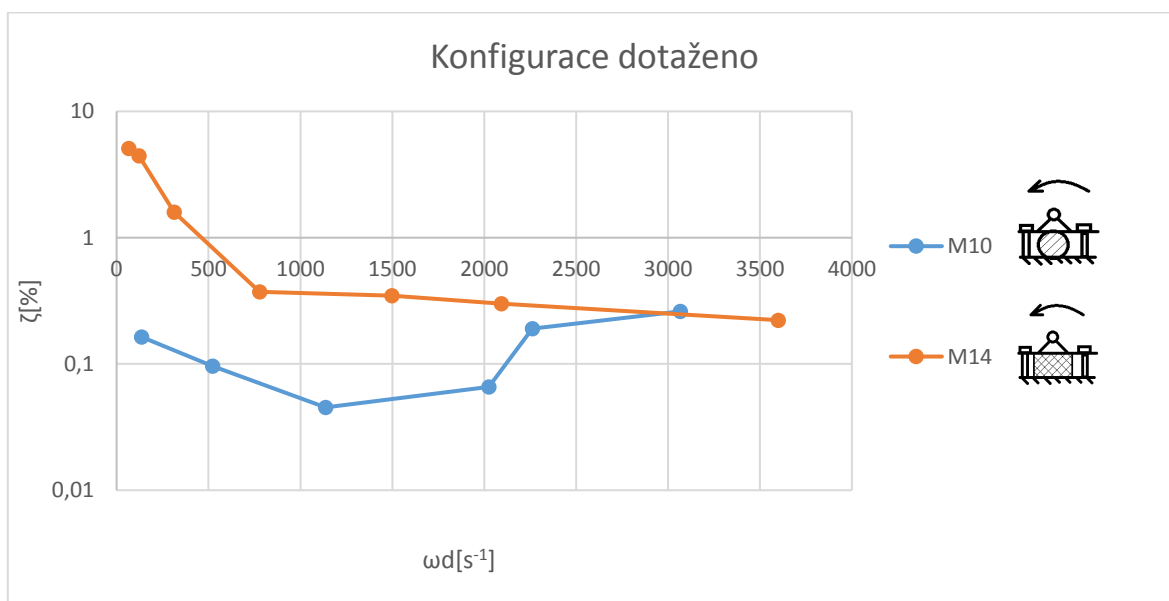


Obr. 5.2 Graf poměrného útlumu v konfiguraci volně dotaženo

5.3 Uloženo dotaženo na pevno



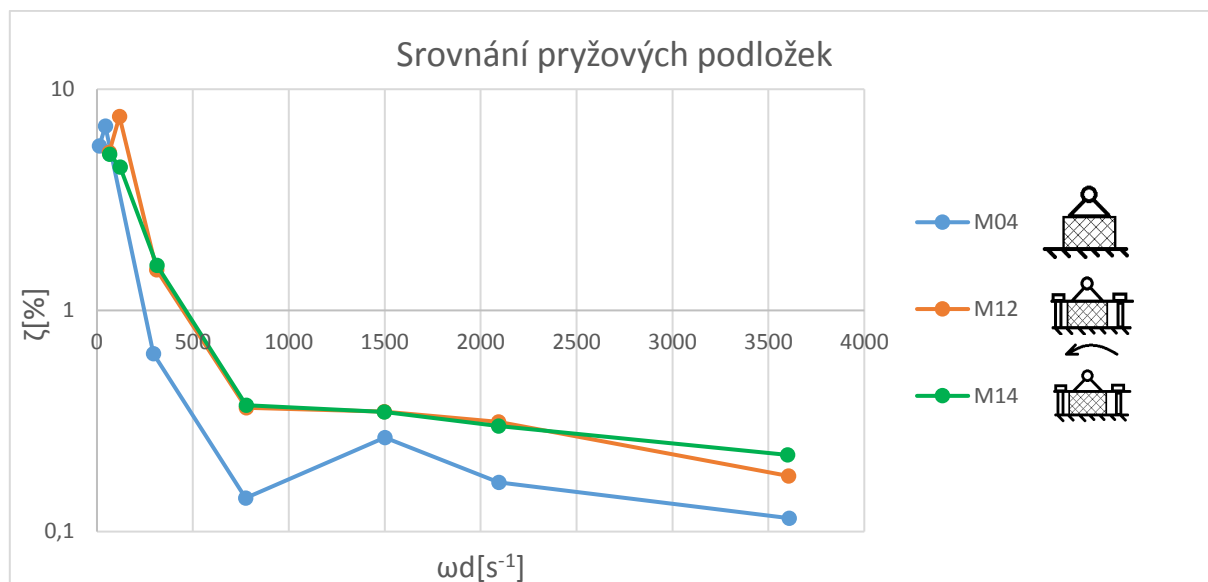
Při porovnání hodnot u dotažených na pevno (M09,M10,M13,M14), pryžové podložky dosahují většího tlumení než ocelové válce. Zároveň však mají ocelové válečky větší tuhost, což je vidět z posunu vlastních frekvencí nahoru.



Obr. 5.3 Graf poměrného útlumu v konfiguraci dotaženo na pevno

5.4 Srovnání hodnot pryží

Při porovnání pryžových podložek v jednotlivých konfiguracích, dosahuje největšího tlumení při konfiguraci volně dotaženo (více než 7,5%), naopak nejmenšího při konfiguraci dotažení na pevno (cca 5%).



Obr. 5.4 Graf srovnání poměrného útlumu u pryžových podložek

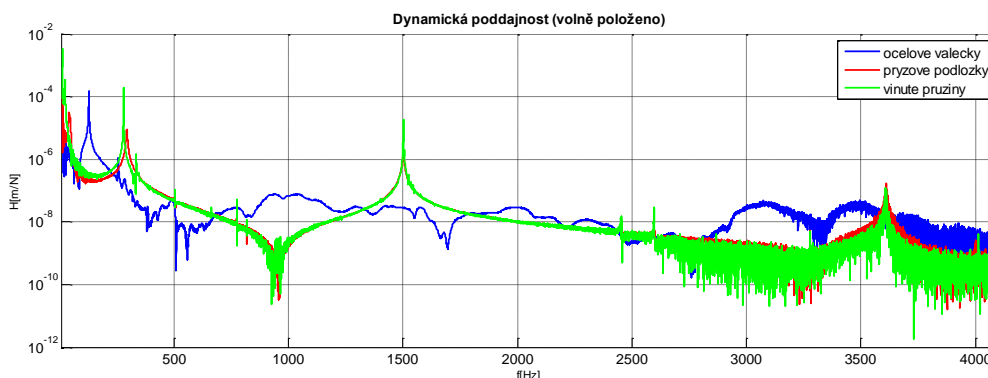
5.5 Porovnání hodnot ocelových válečků

Největšího tlumení dosahuje v konfiguraci volně dotaženo a to 1,8% , zatímco nejmenšího v konfiguraci dotaženo na pevno (cca 0,3%). Nutno podotknout, že při uložení volně položeno, jsem našel pouze jednu vlastní frekvenci. Dále bylo zjištěno, že v konfiguraci na pevno se zvyšující frekvencí hodnota poměrného útlumu postupně zvyšuje. Nicméně ocelové válečky ze všech měřených konfigurací vykazují nejmenší poměrný útlum.



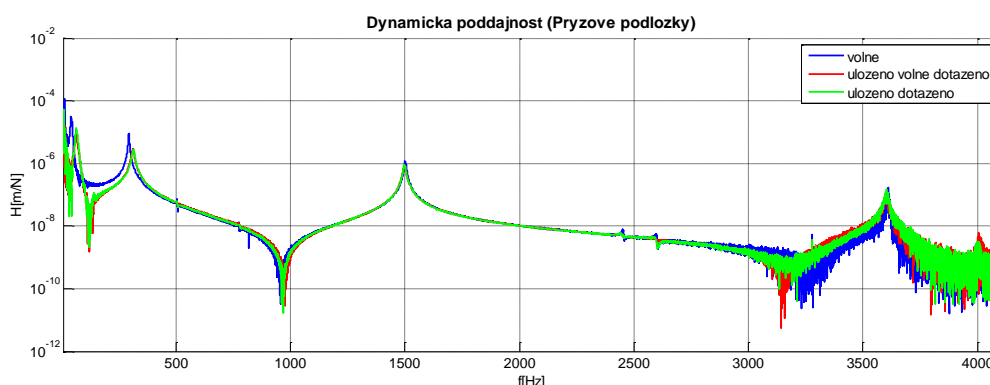
Obr. 5.5 Graf srovnání poměrného útlumu u ocelových válečků

Porovnání výsledků kap.5.4 a 5.5. Zatímco pryž tlumí stále bez ohledu na to, jak je utažená, tak ocel tlumí relativně dobře při malém utažení, což ale není provozní stav; jakmile spoj utáhnu, tak se hodnoty tlumení propadnou; to je pěkná ukázka toho, jak kontaktní plochy ovlivňují tuhost a tlumení soustavy a také je vidět, že s vyšší tuhostí spoje klesá hodnota útlumu.



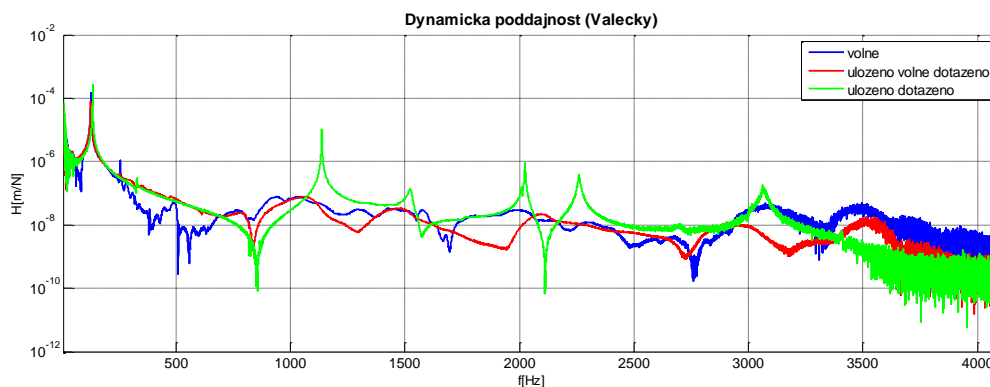
Z grafu porovnání amplitud v konfiguraci volně položeno vychází nejvyšší amplitudy v uložení na vinutých pružinách, což zvyšuje vliv rezonance. Nejmenší amplitudy dosahuje uložení na pryžových podložkách.

Obr. 5.6 Graf dynamické poddajnosti porovnání konfigurací volně položeno



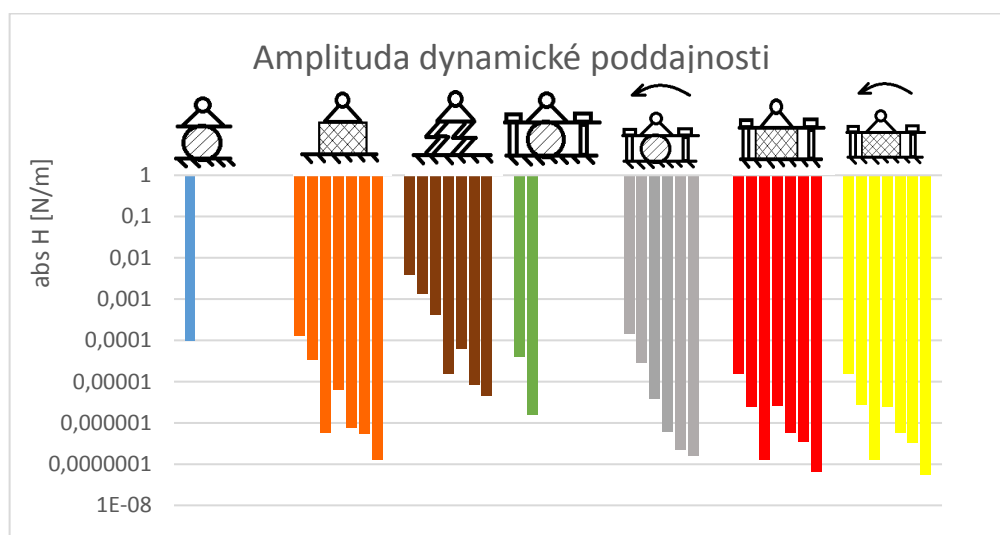
Obr. 5.7 Graf dynamické poddajnosti pryžových podložek

Z grafu amplitud konfigurace na pryžových podložkách mají všechny konfigurace srovnatelnou velikost.



Obr. 5.8 Graf dynamické poddajnosti v ocelových válečků

Z grafu dynamické poddajnosti na ocelových válečkách dosahují nejvyšších hodnot a zároveň největší četnosti v uložení dotaženo na pevno.



Obr. 5.9 Graf změny amplitudy dynamické poddajnosti v závislosti na způsobu uložení

Při porovnání grafů velikosti amplitud je zřejmé, že nejvyšší amplitudy dosahuje konfigurace volně položeno na vinutých pružinách.

Z grafu je více patrné, že s větším dotažením se výška amplitud u pryžových podložek zmenšuje, zatímco u ocelových válečků v konfiguraci dotaženo na pevno dosahuje amplituda nejvyšších hodnot.

6 Závěr

Úkolem našeho měření bylo porovnat jednotlivé okrajové podmínky a jejich vliv na modální parametry našeho nosníku. Provedl jsem dvě měření, abych získal přesnější hodnoty, a získal tak věrnější obraz, jak se mění modální tlumení v závislosti na dané konfiguraci a frekvenci.

Z grafů je patrné, že největší počet vlastních frekvencí mají pryžové podložky ve všech typech uložení a ocelové válce v uložení dotaženo na pevno. Vinuté pružiny taktéž mají velký počet vlastních frekvencí, ale z důvodů malých šroubů na uložení volně dotaženo a dotaženo na pevno, to konstatuji pouze při konfiguraci volně položeno.

Největšího poměrného útlumu dosahují pryžové podložky a to ve všech typech uložení. Jejich poměrný útlum dosahuje v nejvyšších bodech 5% až 7,5%. Především v konfiguraci volně dotaženo je poměrný útlum největší ze všech naměřených hodnot a to 7,5%. Dle obr. 5.10 se pryžová vrstva ukazuje jako přínosná z pohledu snižování dynamické poddajnosti.

Konfigurace ocelových válců dosahuje nejmenšího poměrného útlumu z celého měření a to zejména v uložení na pevno, kde dosahuje cca 0,3 %. Zároveň výška amplitud je větší než u pryžových podložek v uložení volně dotaženo a dotaženo na pevno.

Vinuté pružiny dosahovaly dobrého poměrného útlumu pouze při menších frekvencích. Jejich útlum se ale se zvyšující frekvencí snižoval. Zároveň však jejich amplitudová křivka dosahovala nejvyšších hodnot ze všech měření.

7 Seznamy

7.1 Seznam obrázků

Obr. 2.1 Příklad fyzikálního modelu[4]	9
Obr. 2.2 Modální model [4]	9
Obr. 2.3 Odezvový model [4].....	9
Obr. 2.4 Absolutní amplitudo frekvenční charakteristika [2]	10
Obr. 2.5 Reálná amplitudo frekvenční charakteristika [2]	11
Obr. 2.6 Imaginární amplitudo frekvenční charakteristika [2].....	11
Obr. 2.7 Rázové kladívko.....	16
Obr. 2.8 Piezoelektrický snímač DEWETRON [7]	17
Obr. 3.1 Pohled na uspořádání experimentu	18
Obr. 3.2 Schéma měření	19
Obr. 3.3 Měřicí přístroje.....	19
Obr. 3.4 Kalibrační křivka.....	20
Obr. 3.5 Akcelerometr 160mm od středu.....	21
Obr. 3.6 Akcelerometr u středu	21
Obr. 3.7 Úder rázového kladívka 160mm od středu	21
Obr. 3.8 Úder rázového kladívka u středu	21
Obr. 4.1 Dynamická poddajnost konfigurace volně položeno na ocelových válečkách.....	26
Obr. 4.2 Naměřená Amplituda a Fáze	26
Obr. 4.3 Imaginární a reálná část v konfiguraci ocelové válečky	27
Obr. 4.4 Naměřená a odhadnutá křivka Amplituda a Fáze	28
Obr. 4.5 Naměřená a odhadnutá křivka Imaginární a Reálné části	28
Obr. 4.6 Graf módu vlastního tělesa.....	30
Obr. 4.7 Zobrazení naměřených vlastních frekvencí a relativních útlumů	32
Obr. 5.1 Graf poměrného útlumu v konfiguraci „Volně položeno“	33
Obr. 5.2 Graf poměrného útlumu v konfiguraci volně dotaženo	34
Obr. 5.3 Graf poměrného útlumu v konfiguraci dotaženo na pevno.....	34
Obr. 5.4 Graf srovnání poměrného útlumu u pryžových podložek.....	35
Obr. 5.5 Graf srovnání poměrného útlumu u ocelových válečků	35
Obr. 5.6 Graf dynamické poddajnosti porovnání konfigurací volně položeno	36
Obr. 5.7 Graf dynamické poddajnosti pryžových podložek.....	36
Obr. 5.8 Graf dynamické poddajnosti v ocelových válečků	37
Obr. 5.9 Graf změny amplitudy dynamické poddajnosti v závislosti na způsobu uložení	37

7.2 Seznam Tabulek

Tab. 2.1 Porovnání metod buzení[5]	15
Tab. 2.2 Druhy budičů a jejich hrubá charakteristika [1].....	16
Tab. 3.1 Seznam použitého zařízení.....	20
Tab. 3.2 Měřené konfigurace	22
Tab. 3.3 Konfigurace na volno.....	23
Tab. 3.4 Konfigurace volně dotaženo	23
Tab. 3.5 Konfigurace dotaženo	23
Tab. 3.6 Seznam měření a konfigurací.....	24
Tab. 3.7 Umístění čidla a místa buzení	24
Tab. 3.8 Schéma pro zjednodušení.....	25
Tab. 4.1 Seznam vyšších vlastních frekvencí	29
Tab. 4.2 Seznam poměrného útlumu při vyšších frekvencí	30
Tab. 4.3 Seznam malých vlastních frekvencí.....	31
Tab. 4.4 Seznam poměrného útlumu při nižších frekvencí.....	32

7.3 Seznam použitého software

MATLAB 2015 Student license

Microsoft Word 2010

Microsoft Excel 2010

Microsoft PowerPoint 2010

Solidworks 2015 Education version

7.4 Literatura:

- [1] MILÁČEK, Stanislav. *MODÁLNÍ ANALÝZA MECHANICKÝCH KMITŮ*. 2.vyd.,v Praze 6: Vydavatelství ČVUT, 1991.154 s. ISBN 80-01-02333-8.
- [2] STEJSKAL, Vladimír; BROUSIL, Jaromír; STEJSKAL, Stanislav. *MECHANIKA III*.2.vyd.,v Praze 6: Vydavatelství ČVUT, 2001.204 s. ISBN 80-01-02388-5.
- [3] HOUŠA, Jaromír; RUDOLF, Bedřich. *Výrobní stroje*.3.vyd. v Praze 6 : Vydavatelství ČVUT, 1993.243 s. ISBN 80-01-00993-9.
- [4] BILOŠOVÁ, Alena. *Aplikovaný mechanik jako součást týmu konstruktérů a vývojářů: část Modální zkoušky*. ,<>1.vyd.2012. 129 s. ISBN<>

- [5] DOSSING, Ole. *Zkoušení mechanických soustav: část I.: Měření pohyblivosti*:Naerum
Dánsko,1998.47 s. Katalog Brüel and Kjaerl
- [6] DOSSING, Ole. *Zkoušení konstrukcí : část II.:Analýza vidů kmitání a modelování*,Naerum
Dánsko, 1989, 72s. Katalog Brüel and Kjaerl
- [7] KATALOG DEWETRON [online]. c2016. [cit.2016-07-15] dostupný z WWW
<<http://www.dewetron.cz/produkty/mereni-vibraci/snimace-univerzalni/>>

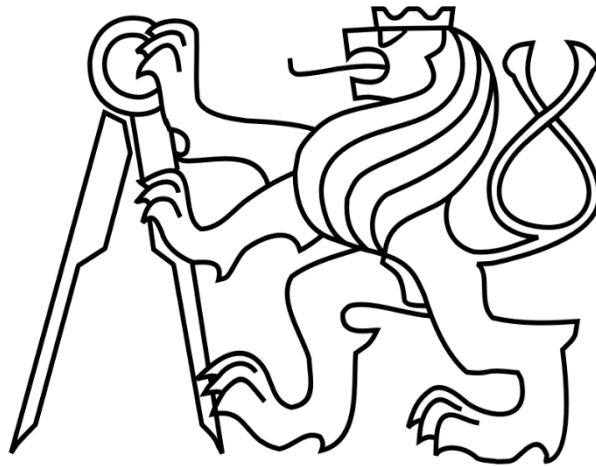
7.5 Seznam příloh

Skript modální analýzy v programu MATLAB– volně uloženo na ocelových válečcích

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

Ústav výrobních strojů a zařízení



Bakalářská práce

Úvaha vlivu okrajových podmínek standu na modální parametry

Přílohy

```

clear all; close all;

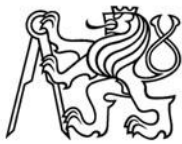
data=load('2016-04-27-M01-(57x-fce)-nosnik-frfaccfce.txt');
[Ns trash]=size(data); clear trash;
Ns=Ns/2;
%load data_file.txt
%Ns = data_file(1:6401,1);

Re = data(1:Ns,3);
Im=data(Ns+1:2*Ns,3);
f =data(1:Ns,2);
H = (Re+i*Im);
Ha=-H;
Hx=Ha./((j*2*pi*f).^2);
fd=[127.95];
wd = 2*pi*fd;
%R = i*[2193;1890];
zeta= [0.00357];
delta = zeta.*wd ;
R=-i*[delta(1)*1.479616*10^(-4)];
%f = 1:Ns;
w = 2 * pi * f;
Nmodu=length(fd);
for jj=1:Nmodu
    for ii = 1:Ns
        Hregi(jj,ii)=(R(jj)/(w(ii)*i + delta(jj) -
wd(jj)*i))+conj(R(jj))/(w(ii)*i+delta(jj) + wd(jj)*i));
    end
end
Hreg=sum(Hregi,1);
%f = 1:Ns;

w = 2 * pi * f;
figure(1)
subplot(2,1,1);
grid on; zoom on; hold on;
plot(f,abs(Hx));
plot(f,abs(Hreg), 'r-');
xlim([7,Ns])
xlabel('f[Hz]'); ylabel('H[m/N]');
legend('FRF', 'FRFreg');
title('Amplituda');
subplot(2,1,2);
grid on; zoom on; hold on;
title('Fáze');
xlabel('f[Hz]'); ylabel('H[m/N]');
plot(f,angle(Hx), 'b-');
plot(f,angle(Hreg), 'r-');
legend('FRF', 'FRFreg');
hold off

figure(2)
subplot(2,1,1);
title('Imaginární');
xlabel('f[Hz]'); ylabel('Im(H[m/N])');
grid on; zoom on; hold on;
plot(f,imag(Hx), 'b-')
plot(f,imag(Hreg), 'r-')

```



```
legend('FRF', 'FRFreg');  
hold off  
subplot(2,1,2);  
grid on; zoom on; hold on;  
plot(f,real(Hx), 'b-')  
plot(f,real(Hreg), 'r-')  
title('Reálná');  
xlabel('f [Hz]'); ylabel('Re (H [N/m])');  
legend('FRF', 'FRFreg');  
hold off
```