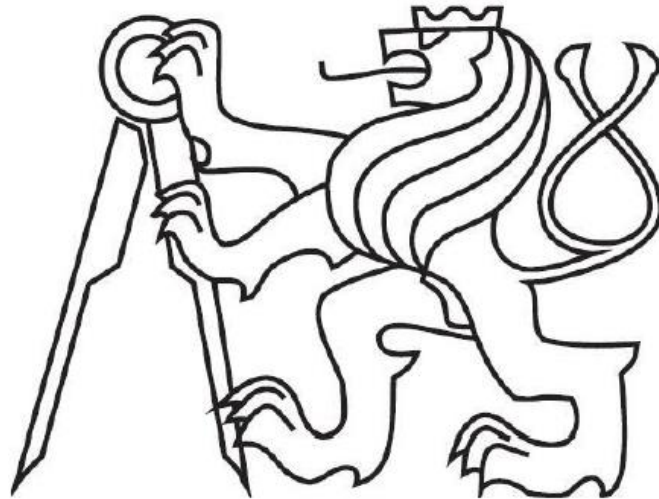


České vysoké učení technické v Praze

Fakulta strojní

Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky

Odbor pružnosti a pevnosti



Bakalářská práce

**Návrh a analýza kompozitní trubky pro poloosu studentské
formule**

Bachelor thesis

**Design and analysis of composite tube for formula student
driveshaft**

Bohumil Kropík

Vedoucí práce: Ing. Zdeněk Padovec

Studijní program: Teoretický základ strojího inženýrství (TZSI)

10. července 2015

Anotační list

Jméno autora:	Bohumil Kropík
Název bakalářské práce:	Návrh a analýza kompozitní trubky pro poloosu studentské formule
Title:	Design and analysis of composite tube for formula student driveshaft
Rok:	2015
Studijní program:	Teoretický základ strojního inženýrství
Obor studia:	Bez oboru
Ústav:	Mechaniky, biomechaniky a mechatroniky Odbor pružnosti a pevnosti
Vedoucí práce:	Ing. Zdeněk Padovec
Bibliografické údaje:	Počet stran: 43 Počet obrázků: 20
Klíčová slova:	Kompozitní trubka, poloosa, kompozit, studentská formule, spojování kompozitu
Keywords:	Composite shaft, driveshaft, composite, formula student, composite joints
Anotace:	Tato práce se zabývá problematikou dimenzování kompozitních součástí, na konkrétním příkladu poloosy studentské formule CTU Car Tech. Nejprve je navržnuta vhodná skladba dle klasické laminátové teorie, včetně kontroly vlastních frekvencí a ztráty stability. Následně je provedena rešerše možností spojení kompozitních součástí s ocelí.
Abstract:	This bachelor thesis focuses on problems associated with designing composite parts. Problem is shown in the specific example of composite tube for formula CTU Car Tech driveshaft.

At first there is chosen suitable composition using the classical laminated theory including the controls of critical frequency and loss of stability. Research of problems of joining metal and composite is followed by.

Poděkování

Rád bych poděkoval panu **Ing. Zdeňku Padovcovi**, vedoucímu mé bakalářské práce, za jeho odborné konzultace, poskytnuté rady a připomínky k mé práci a za vstřícný přístup při řešení všech komplikací, které se v průběhu tvorby vyskytly. Dále bych chtěl poděkovat panu **Ing. Zdeňku Pošváři** za možnost realizace tohoto tématu a možnost využití spolupráce s firmou Compo Tech PLUS, spol. s r. o.

Velké poděkování si též zaslouží moje **rodina** za neustálou podporu při mém studiu.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu §60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 10. července 2015

Obsah

1. Použité značení	8
2. Seznam obrázků	13
3. Úvod	14
4. Rozdělení kompozitu.....	16
4.1 Izotropní materiály	16
4.2 Anizotropní materiály	16
4.3 Definice kompozitu	16
5. Klasická laminátová teorie	17
5.1 Kirchhoffova hypotéza.....	24
5.2 Směšovací rovnice	27
5.3 Pevnostní kritéria.....	28
5.4 Kritérium maximálního napětí σ_{max}	28
6. Dimenzování Poloosy	29
6.1 Vzorový výpočet	31
6.2 Výsledné varianty	33
6.3 Výběr vhodné varianty	34
7. Možnosti spojení kov - kompozit.....	35
7.1 Mechanické spoje	35
7.1.1 Šroubové spoje.....	36
7.1.2 Nýtované spoje	36
7.2 Lepené spoje.....	36
7.2.1 Rozdělení.....	37
7.2.2 Výpočet lepeného spoje	38
7.3 Navíjení	39

7.4 Ovíjení.....	41
8. Závěr.....	41
Bibliografie	42

1. Použité značení

symbol	jednotka	název
a_{nn}	$\frac{N}{mm}$	Člen matice A na pozici nn
a'_{nn}	$\frac{mm}{N}$	Člen matice A' na pozici nn
A	$\frac{N}{mm}$	Matice tahové tuhosti
A'	$\frac{mm}{N}$	Inverzní matice k matici A
B	N	Matice vazbové tuhosti
D	Nmm	Matice ohybové tuhosti
E_l	MPa	Modul pružnosti v podélném směru vláken
E_t	MPa	Modul pružnosti v příčném směru vláken
E_x	MPa	Modul pružnosti ve směru osy x
E_y	MPa	Modul pružnosti ve směru osy y
χ E	Pa	Matice tuhosti v souřadném systému (x,y,z)
ν E	Pa	Matice tuhosti v souřadném systému (l,t,t')
F_{lc}	MPa	Pevnost ve směru vláken v tlaku
F_{lt}	MPa	Pevnost ve směru vláken v tahu
F_{tc}	MPa	Pevnost kolmo ke směru vláken v tlaku
F_{tt}	MPa	Pevnost kolmo ke směru vláken v tahu
F_{lt}	MPa	Smyková pevnost v celé rovině lt
f_n	Hz	Frekvence vlastních otáček poloosy
G_{lt}	MPa	Modul pružnosti ve smyku
h	mm	Výška vyjmutého elementu

H	-	Počet vrstev kompozitu
I	m^4	Centrální kvadratický moment mezikruží
J	-	Počet technologických vrstev kompozitu
K_l	-	Bezpečnost ve směru vláken
K_t	-	Bezpečnost kolmo ke směru vláken
K_{lt}	-	Bezpečnost ve smyku
K_σ	-	Bezpečnost dle pevnostního kritéria σ_{max}
K_f	-	Bezpečnost pro kritické otáčky
K_{Tc}	-	Bezpečnost pro ztrátu stability
L	mm	Délka poloosy
m	$\frac{kg}{m}$	Hmotnostní poměr poloosy
M	<i>N</i>	Matice lineární hustoty momentů
M_{xx}	<i>N</i>	Lineární hustota momentu odpovídající napětí σ_{xx}
M_{xy}	<i>N</i>	Lineární hustota momentu odpovídající napětí σ_{xy}
M_{yy}	<i>N</i>	Lineární hustota momentu odpovídající napětí σ_{yy}
M_{yx}	<i>N</i>	Lineární hustota momentu odpovídající napětí σ_{yx}
$M_{xx,x}$	<i>N</i>	Přírůstek lineární hustoty momentu M_{xx} se změnou souřadnice x
$M_{xy,x}$	<i>N</i>	Přírůstek lineární hustoty momentu M_{xy} se změnou souřadnice x
$M_{yy,y}$	<i>N</i>	Přírůstek lineární hustoty momentu M_{yy} se změnou souřadnice y
$M_{yx,y}$	<i>N</i>	Přírůstek lineární hustoty momentu M_{yx} se změnou souřadnice y
N	$\frac{N}{mm}$	Matice lineární hustoty sil
N_{xx}	$\frac{N}{mm}$	Lineární hustota sil odpovídající napětí σ_{xx}
N_{xy}	$\frac{N}{mm}$	Lineární hustota sil odpovídající napětí σ_{xy}

N_{yy}	$\frac{N}{mm}$	Lineární hustota sil odpovídající napětí σ_{yy}
N_{yx}	$\frac{N}{mm}$	Lineární hustota sil odpovídající napětí σ_{yx}
$N_{xx,x}$	$\frac{N}{mm}$	Přírůstek lineární hustoty sil N_{xx} se změnou souřadnice x
$N_{yx,y}$	$\frac{N}{mm}$	Přírůstek lineární hustoty sil N_{yx} se změnou souřadnice y
$N_{yy,y}$	$\frac{N}{mm}$	Přírůstek lineární hustoty sil N_{yy} se změnou souřadnice y
$N_{xy,x}$	$\frac{N}{mm}$	Přírůstek lineární hustoty sil N_{xy} se změnou souřadnice x
p	Pa	Tlaková síla
Q_{xz}	$\frac{N}{mm}$	Lineární hustota sil odpovídající napětí σ_{xz}
Q_{yz}	$\frac{N}{mm}$	Lineární hustota sil odpovídající napětí σ_{yx}
$Q_{xz,x}$	$\frac{N}{mm}$	Přírůstek lineární hustoty sil Q_{xz} se změnou souřadnice x
$Q_{yz,y}$	$\frac{N}{mm}$	Přírůstek lineární hustoty sil Q_{yz} se změnou souřadnice y
r_i	mm	Vnitřní poloměr poloosy
r_m	mm	Střední hodnota poloměrů
r_o	mm	Vnější poloměr poloosy
t	mm	Tloušťka vrstvy vlákna kompozitu
T	Nm	Požadovaná hodnota přenášeného momentu
T_c	Nm	Hodnota momentu, při kterém dojde ke ztrátě stability
t_t	mm	Tloušťka technologické vrstvy vlákna kompozitu
T_{xv}^{σ}	-	Transformační matice vektoru napětí σ ze souřadnicového systému (x,y,z) do souřadnic (l,t,t')
T_{vx}^{ε}	-	Transformační matice vektoru deformace ε ze souřadnicového systému (x,y,z) do souřadnic (l,t,t')

u	mm	Posunutí ve směru x
u_0	mm	Posuv ve střední rovině ve směru x
$u_{0,x}$	mm	Přírůstek u_0 ve směru x
$u_{0,y}$	mm	Přírůstek u_0 ve směru y
v	mm	Posunutí ve směru y
$V_a; V_b$	-	Objemový podíl a – vlákna; b – matrice
v_0	mm	Posun ve střední rovině ve směru y
$v_{0,x}$	mm	Přírůstek v_0 ve směru x
$v_{0,y}$	mm	Přírůstek v_0 ve směru y
w	mm	Posunutí ve směru z
$w_{,x}$	$^\circ$	Sklon střední roviny laminátu ve směru osy x
$w_{,y}$	$^\circ$	Sklon střední roviny laminátu ve směru osy y
$w_{,xx}$	$^\circ$	Přírůstek sklonu $w_{,x}$ ve směru osy x
$w_{,yy}$	$^\circ$	Přírůstek sklonu $w_{,y}$ ve směru osy x
$w_{,xy}$	$^\circ$	Přírůstek sklonu $w_{,x}$ ve směru osy y
$\alpha_n; \alpha_v$	$^\circ$	Orientace vláken vůči ose x ; indexy n a v = pořadí vrstvy
ϵ_0	-	Vektor deformace střední roviny laminátu
ϵ_{xx}	-	Poměrné prodloužení odpovídající napětí σ_{xx}
ϵ_{xy}	-	Poměrné prodloužení odpovídající napětí σ_{xy}
ϵ_{yy}	-	Poměrné prodloužení odpovídající napětí σ_{yy}
ϵ_{yz}	-	Poměrné prodloužení odpovídající napětí σ_{yz}
ϵ_{zx}	-	Poměrné prodloužení odpovídající napětí σ_{zx}
ϵ_{zz}	-	Poměrné prodloužení odpovídající napětí σ_{zz}
χ	-	Vektor deformace
ϵ	-	

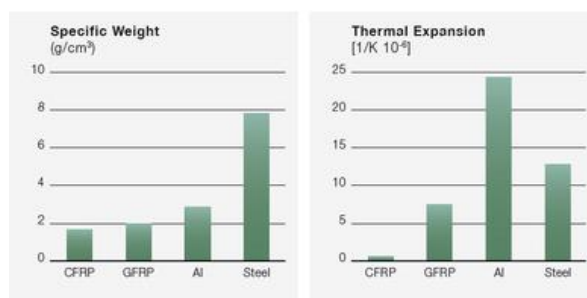
κ	-	Vektor křivosti střední vrstvy laminátu
ν ; ν_{LT} ; ν_a ; ν_b	-	Poissonovo číslo
ρ	$\frac{kg}{m^3}$	Hustota materiálu
σ_l	MPa	Napětí materiálu ve směru vláken
σ_t	MPa	Napětí materiálu kolmo ke směru vláken
σ_{lt}	MPa	Napětí materiálu ve smyku
σ_{xx}	$\frac{N}{mm}$	Napětí ve vzdálenosti x ve směru osy x s orientací směrem osy x
σ_{xy}	$\frac{N}{mm}$	Napětí ve vzdálenosti x ve směru osy x s orientací směrem osy y
σ_{yy}	$\frac{N}{mm}$	Napětí ve vzdálenosti y ve směru osy y s orientací směrem osy y
σ_{yx}	$\frac{N}{mm}$	Napětí ve vzdálenosti y ve směru osy y s orientací směrem osy x
σ_{xz}	$\frac{N}{mm}$	Napětí ve vzdálenosti x ve směru osy x s orientací směrem osy z
σ_{yz}	$\frac{N}{mm}$	Napětí ve vzdálenosti y ve směru osy y s orientací směrem osy z
χ σ	-	Vektor napětí

2. Seznam obrázků

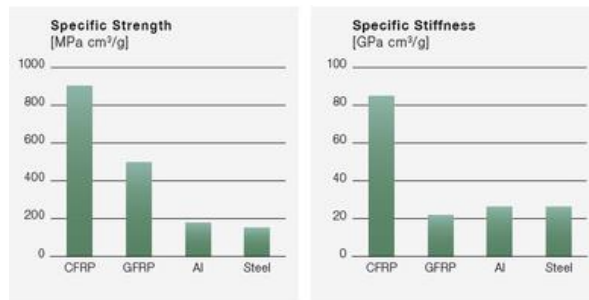
Obrázek 1 - porovnání materiálů – hustota a tepelná roztažnost	[16]
Obrázek 2 - porovnání materiálů – pevnost a tuhost	[16]
Obrázek 3 - Porovnání typů navíjení	[1]
Obrázek 4 - Rozdělení kompozitu	[9]
Obrázek 5 - Orientace vláken kompozitu	[10]
Obrázek 6 - Schéma materiálu a vyjmutý element v souřadném systému	
Obrázek 7 - Silové účinky v elementu	[10]
Obrázek 8 - Silové účinky v elementu	[10]
Obrázek 9 - Silové účinky v elementu	[10]
Obrázek 10 - Silové účinky v elementu	[10]
Obrázek 11 - Silové účinky v elementu	[10]
Obrázek 12 - Silové účinky v elementu	[10]
Obrázek 13 - Kirchhoffova hypotéza	[10]
Obrázek 14 – Struktura kompozitu	[9]
Obrázek 15 - Porovnání ocelové a kompozitní poloosy studentského vozu z The University of Warwick (2010)	[14]
Obrázek 16 - Typy spojení ocel – kompozit	[12]
Obrázek 17 - Schéma lepeného spoje	[7]
Obrázek 18 - Spojovací součást kompozit – ocel T-IGEL® firmy Teufelberger	[6]
Obrázek 19 - průřez spojení kompozitu s ocelí T-IGEL® firmy Teufelberger	[6]
Obrázek 20 - Porovnání T-IGEL® a Lepeného spoje of firmy Teufelberger	[17]

3. Úvod

Tato bakalářská práce je zaměřena na problematiku dimenzování kompozitní poloosy pro studentskou formuli CTU CarTech, která soutěží v rámci projektu Formula Student/SAE. Formula Student/SAE je mezinárodní konstrukční soutěž pro studenty inženýrských škol. Jedná se o fiktivní projekt, kde je zadána výroba vozu formulového typu pro cílového zákazníka se zájmem v autokrosu či sprintu. Předpokládaný počet je 1000 vyrobených kusů, hodnocení probíhá ve dvou částech. Nejprve je statická část, kde se hodnotí konstrukční řešení, náklady a prodejní plán. Následují bezpečnostní testy a po nich dynamické disciplíny, kde se testuje ovladatelnost, akcelerace, spotřeba, zrychlení a celková konstrukce při vytrvalostním závodě. Cílem této práce je optimalizování tohoto dílu, zejména snížení jeho hmotnosti při zachování požadované funkce. Vzhledem k rozmachu využití kompozitních technologií v různých odvětvích, a to nejen v automobilovém průmyslu či při závodech, se tato cesta jeví jako nejvhodnější varianta pro konstrukci tohoto dílu. Kompozity přináší velké možnosti využití vzhledem k parametrům, kterých jsou schopny dosáhnout. Na následujících dvou obrázcích je porovnání některých materiálů a jejich vlastností. Zkratka CFRP – „Carbon fibre reinforced polymer“ označuje polymer vyztužený uhlíkovým vláknem. GFRP – „Glass fibre reinforced polymer“ označuje polymer vyztužený skelným vláknem. Al – „Aluminium“ označuje hliník a steel označuje ocel. Z obrázků lze vyčíst, že kompozity (CFR) dosahují ve všech parametrech nejlepších hodnot.

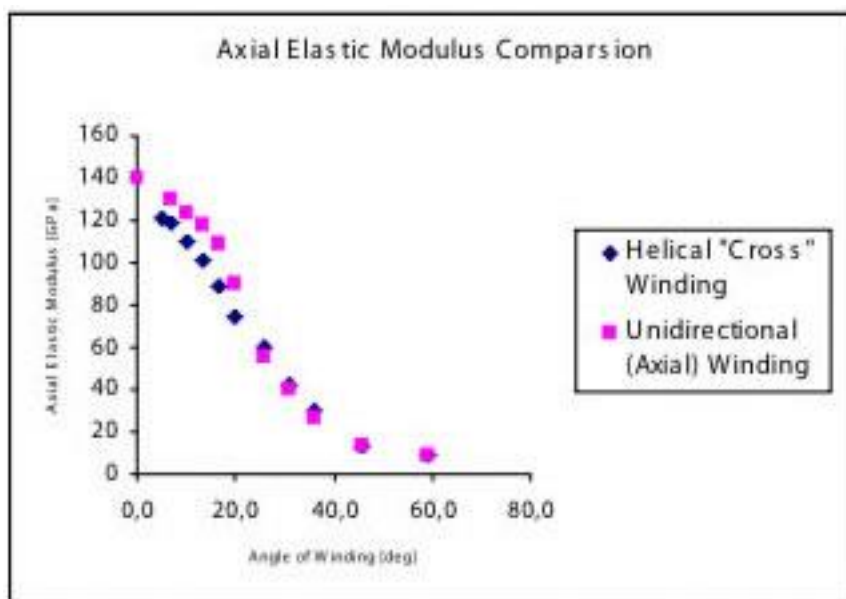


Obrázek 1 - porovnání materiálů – hustota a tepelná roztažnost



Obrázek 2 - porovnání materiálů – pevnost a tuhost

Poloosa bude následně vyrobena firmou Compo Tech PLUS, spol. s r. o., která přislíbila spolupráci a disponuje technologií navíjení vláken pod nulovým úhlem. Touto metodou lze dosáhnout maximální ohybové tuhosti a pevnosti, a to až o 15% větší tuhosti a o 40% větší pevnosti oproti metodě kladení vláken pod velmi malým úhlem. Tato metoda přináší také vynikající dynamické vlastnosti výrobku. V následujícím grafu lze vidět porovnání metody navíjení pod nulovým úhlem – „Unidirectional (Axial) Winding“ a metody navíjení pod velmi malým úhlem – „Helical “Cross” Winding“.



Obrázek 3 - Porovnání typů navíjení

Dimenzování kompozitní poloosy bude vycházet ze zadaných parametrů znázorněných níže v Tab. 3.1, a to krouticího momentu, otáček, délky a maximálního průměru. Zadán je také požadavek na bezpečnost pro přenos krouticího momentu.

Přenášený krouticí moment	952000	[N/mm]
Otáčky	16,7	[1/s]
Délka	470/510	[mm]
Maximální průměr	50	[mm]
Požadovaná bezpečnost	2	[-]

Tab. 3.1

4. Rozdělení kompozitu

Na začátek je nutno definovat základní vlastnosti kompozitních materiálů a jejich rozdělení.

4.1 Izotropní materiály

Jedná se o materiály, které mají ve všech směrech a ve všech místech stejné vlastnosti. Z běžných materiálů se jedná například o sklo. Do této kategorie také patří materiály jako keramika či kovy, které nesplňují tuto podmínku v mikrostruktuře, ale jako celek ano. Do této kategorie může spadat i kompozit s vhodně zvoleným uspořádáním.

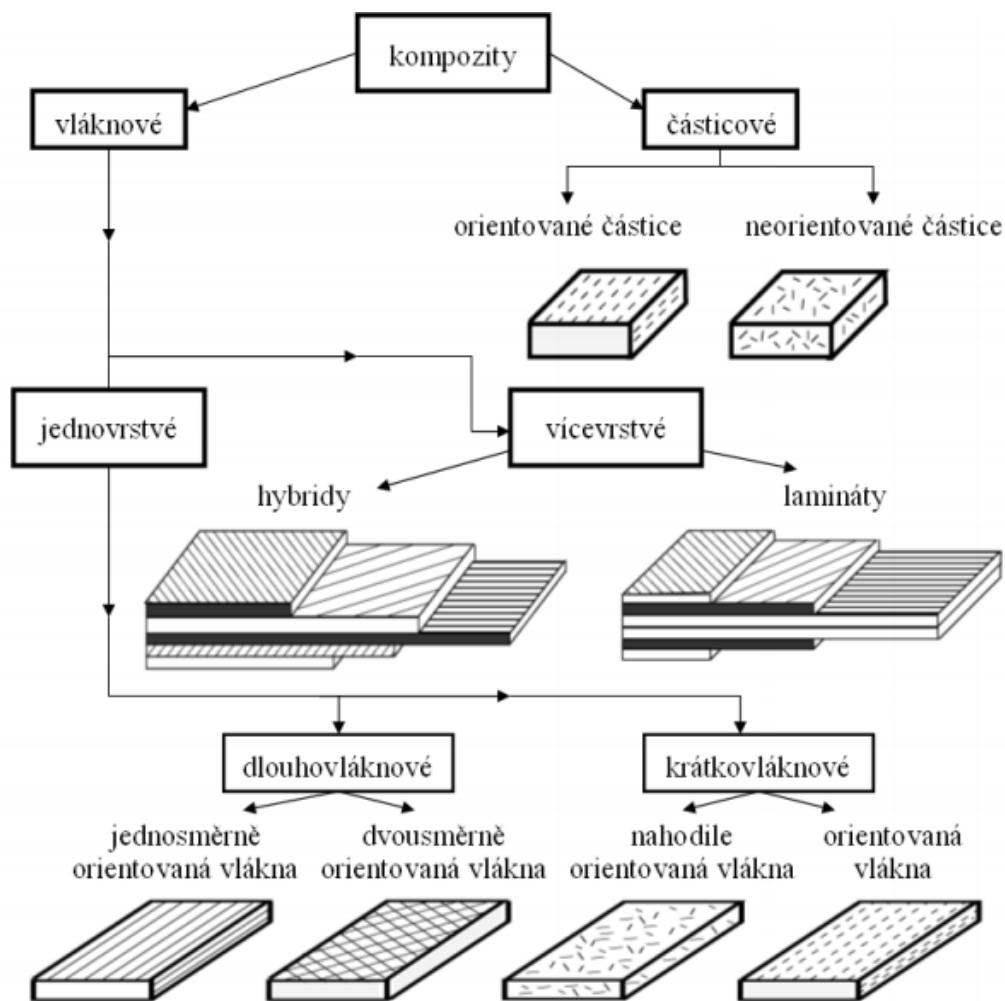
4.2 Anizotropní materiály

Tato kategorie se již mnohem více týká kompozitních materiálů, jelikož většina z nich nedosahuje stejných vlastností ve všech směrech. Vlastnosti anizotropních materiálů závisí na volbě směru. Těchto vlastností se dá tedy vhodně využít při dimenzování z těchto materiálů, ale zároveň mohou být při dimenzování problematické.

4.3 Definice kompozitu

Kompozity jsou materiály, které jsou složeny z několika fází, mezi kterými je rozhraní. Každý kompozit musí obsahovat alespoň jednu spojitou fázi, která udržuje celistvost a nazývá se matrice. Další nutně obsažená fáze se nazývá disperze a jedná se o nespojitou fázi, která by měla být v materiálu rovnoměrně rozptýlena. Každá vrstva kompozitu si zachovává své

vlastnosti a kompozit dosahuje vlastností, které nemá samostatně žádný z materiálů a nelze je získat ani součtem vlastností materiálů, které obsahuje. Z hlediska historie a postupu obecných definic pro kompozity lze zařadit do této kategorie například dřevo a mnoho dalších materiálů, ale pro řešení tohoto problému se zaměříme zejména na uhlíková vlákna. Kompozitní materiály lze rozdělit na několik druhů vzhledem k postupu výroby a požadovaným finálním vlastnostem. Rozdělení je znázorněno na obrázku.

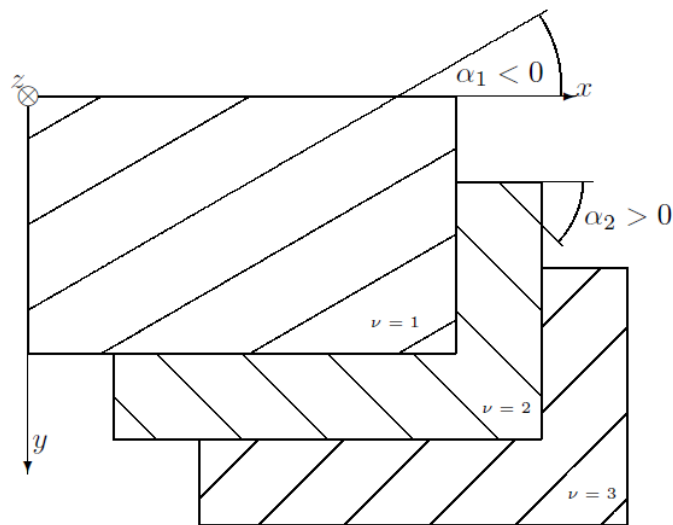


Obrázek 4 - Rozdělení kompozitu

5. Klasická laminátová teorie

Z rozdělení kompozitních materiálů plyne, že se jedná o případ laminátu. Materiál je složen z jednotlivých tenkých vrstev – lamin. Vrstvy jsou vzájemně různé a mohou být jinak

orientované. Orientaci vláken zapisujeme v podobě $[\alpha_1/\alpha_2/\alpha_3/\alpha_4/\dots/\alpha_n]$ kde α je úhel natočení vláken vůči ose x a n pořadí vrstvy.



Obrázek 5 - Orientace vláken kompozitu

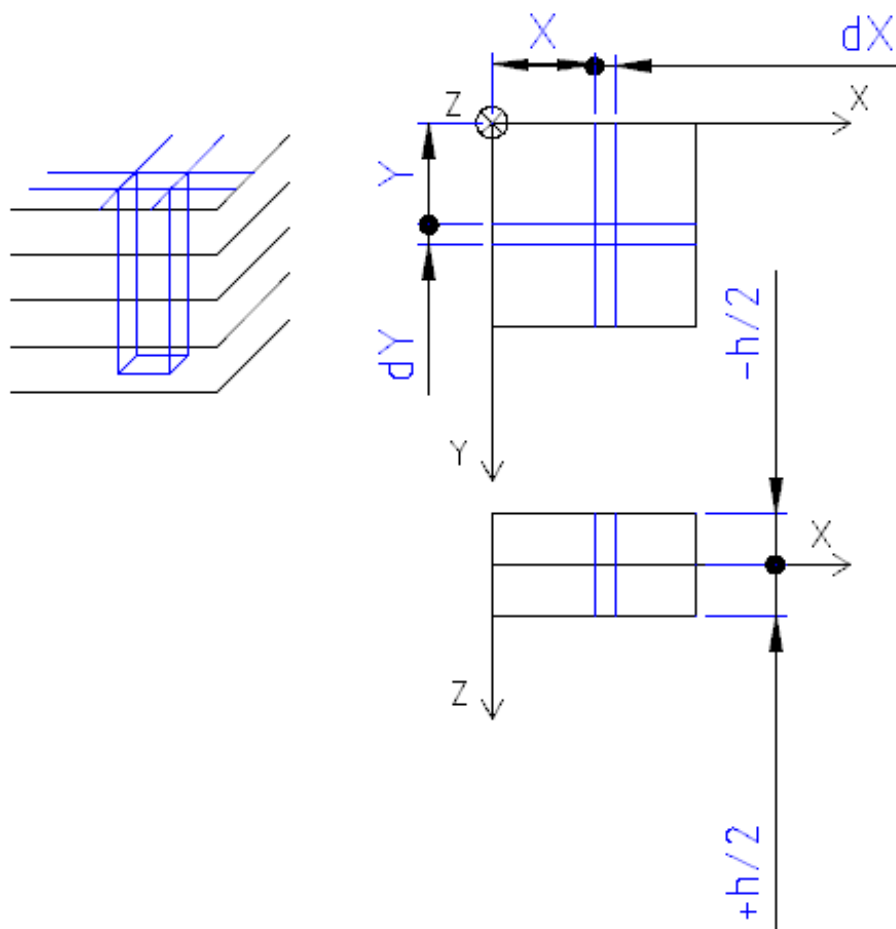
Toto značení lze v případě symetrie zkracovat či upravovat. Například skladba o 8 vrstvách s orientací $[0/90/+45/-45/-45/+45/90/0]$ lze zapsat jako $[0/90/\pm 45/\pm 45/90/0]$. Vzhledem k tomu, že je daná skladba symetrická, lze jí zapsat také jako $[0/90/\pm 45]_s$.

Odvození provedeme metodou řezu skrze vyjmutý element, který bude „nekonečně malý“ v šířce a délce, ale přes celou tloušťku materiálu. Využijeme následujících předpokladů:

- Každá lamina je kvazihomogenní a ortotropní.
- Tloušťka laminy je ve srovnání s šířkou a délkou malá.
- Posunutí všech bodů ve všech směrech jsou malá.
- Spoj mezi laminami je dokonalý, nekonečně tenký, a proto jsou posunutí spojitá.
- Posunutí se v příčném směru (tloušťce) mění lineárně.
- Díky poměru tloušťky vůči ostatním rozměrům můžeme uvažovat rovinný stav napjatosti.
- V příčném směru bude závislost mezi deformací a napětím lineární.
- Normálová vzdálenost od středové plochy zůstává konstantní, a proto lze zanedbat přetvoření.

- Příčná zkosení v rovinách xz a yz jsou nulová, tudíž zůstanou kolmice ke středové ose kolmé i po deformaci.

Pro toto odvození si zavedeme souřadný systém dle obrázku. Osy x a y určují plochu materiálu a osa Z jdoucí ve směru pohledu určuje jeho tloušťku.



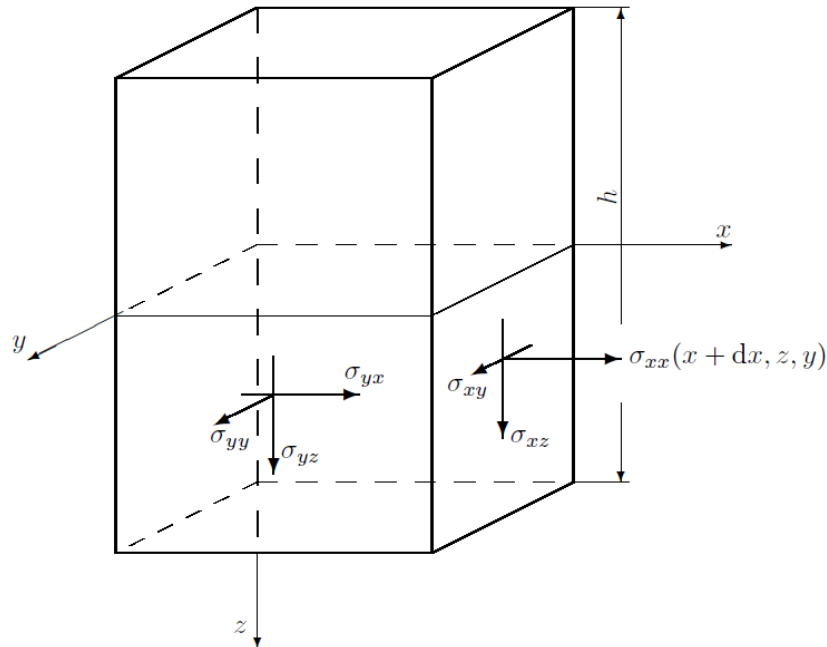
Obrázek 6 - Schéma materiálu a vyjmutý element v souřadném systému

Deska je zatížena tlakovou silou P, toto zatížení se tedy projeví na vyjmutém elementu spolu s vnitřními silovými účinky. Výška elementu h je konečné číslo, proto jsou napětí funkce neznámé z . Oproti tomu jsou rozměry dy a dx nekonečně malé, můžeme tedy funkce přiblížit pomocí Taylorovy řady, kde $\sigma_{ab} = \sigma_{ab}(x, y, z)$:

$$\sigma_{ab}(x + dx, y, z) = \sigma_{ab} + \sigma_{ab,x} dx \quad (5.1)$$

$$\sigma_{ab}(x, y + dy, z) = \sigma_{ab} + \sigma_{ab,y} dy \quad (5.2)$$

K napsání rovnovážných rovnic potřebujeme znát síly a momenty působící na element. Zobecněné působící síly jsou výslednice napětí v elementu. Následující veličiny definujeme jako lineární hustoty momentů a sil. Pro získání skutečných momentů a sil by bylo nutné vynásobit je šířkami příslušných ploch.



Obrázek 7 – Silové účinky v elementu

$$N_{xx} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_{xx} dz \quad (5.3)$$

$$N_{yy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_{yy} dz \quad (5.4)$$

$$N_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_{xy} dz \quad (5.5)$$

$$N_{yx} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_{yx} dz \quad (5.6)$$

$$Q_{xz} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_{xz} dz \quad (5.7)$$

$$Q_{yx} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_{yx} dz \quad (5.8)$$

$$M_{xx} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} z\sigma_{xx}dz \quad (5.9)$$

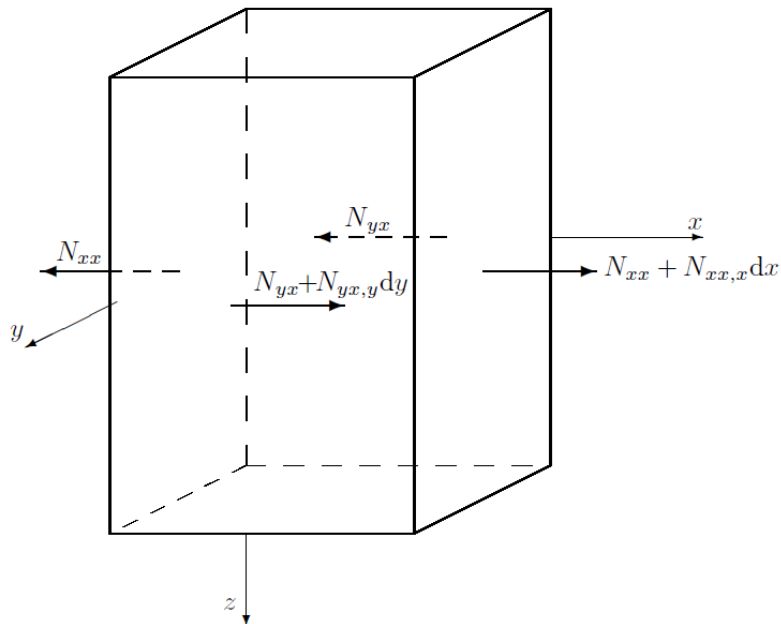
$$M_{yy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} z\sigma_{yy}dz \quad (5.10)$$

$$M_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} z\sigma_{xy}dz \quad (5.11)$$

$$M_{yx} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} z\sigma_{yx}dz \quad (5.12)$$

Silové účinky na element ve směru osy x a příslušná rovnice rovnováhy:

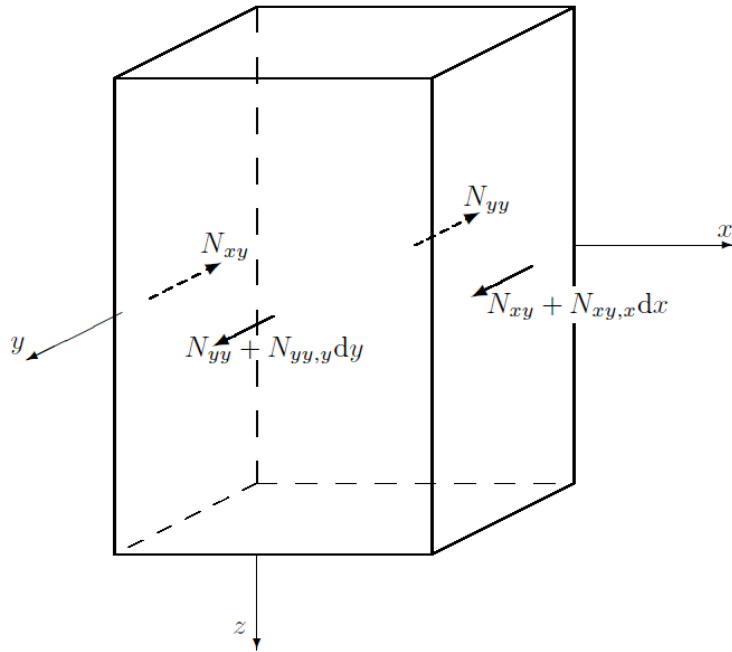
$$N_{xx,x} + N_{yx,y} = 0 \quad (5.13)$$



Obrázek 8 – Silové účinky v elementu

Silové účinky na element ve směru osy y a příslušná rovnice rovnováhy:

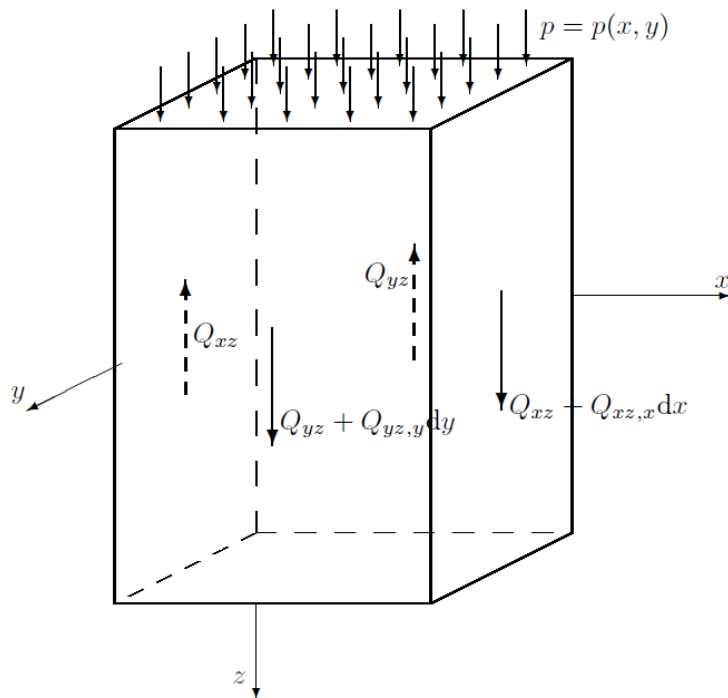
$$N_{yy,y} + N_{xy,x} = 0 \quad (5.14)$$



Obrázek 9 – Silové účinky v elementu

Silové účinky na element ve směru osy z a příslušná rovnice rovnováhy:

$$p + Q_{xz,x} + Q_{yz,y} = 0 \quad (5.15)$$

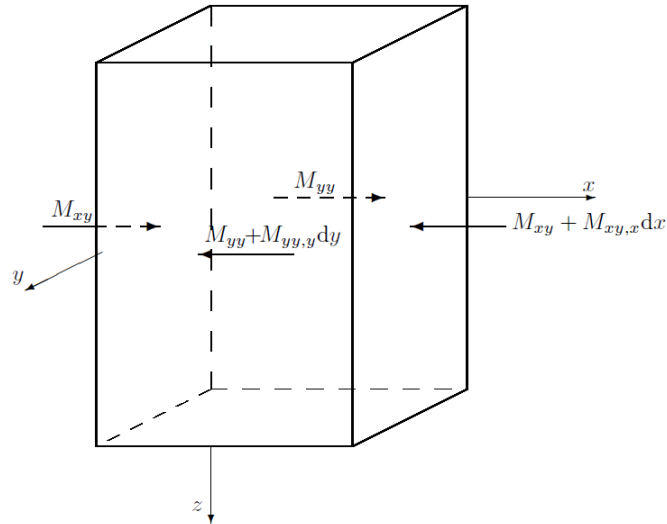


Obrázek 10 – Silové účinky v elementu

Momenty působící ve směru osy x a příslušná rovnice rovnováhy:

Na element působí silová dvojice $Q_{yz} - Q_{yz}$ a její výslednice vytváří moment, který působí na element společně se zobrazenými silami.

$$M_{yy,y} + M_{xy,x} - Q_{yz} = 0 \quad (5.16)$$

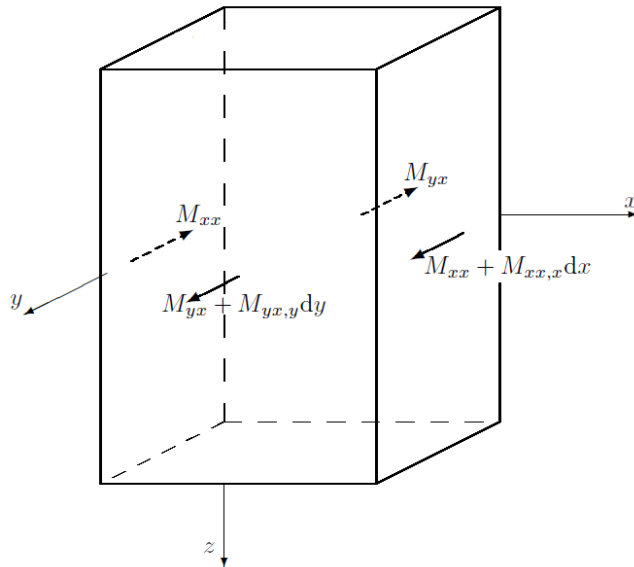


Obrázek 11 – Silové účinky v elementu

Momenty působící ve směru osy y a příslušná rovnice rovnováhy:

Na element působí silová dvojice $Q_{xz} - Q_{xz}$ a její výslednice vytváří moment, který působí na element společně se zobrazenými silami.

$$M_{xx,x} + M_{yx,y} - Q_{xz} = 0 \quad (5.17)$$

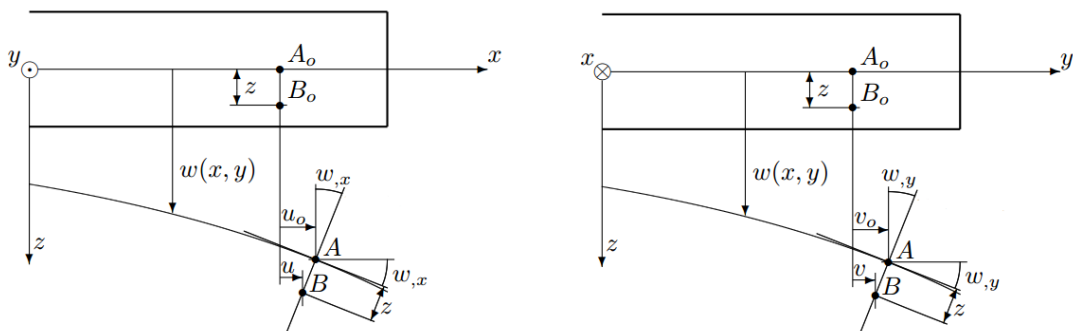


Obrázek 12 – Silové účinky v elementu

Získáváme 3 rovnice o 6 neznámých. K vyřešení rovnic použijeme Kirchhoffovu hypotézu a vyřešením získáme klasickou laminátovou teorii.

5.1 Kirchhoffova hypotéza

Tato hypotéza předpokládá, že body, které jsou na normále nedeformované středové plochy, zůstanou i na normále deformované středové plochy. Platí tak následující:



Obrázek 13 – Kirchhoffova hypotéza

$$u_o = u_o(x, y) \quad (5.1.1)$$

$$v_o = v_o(x, y) \quad (5.1.2)$$

$$w = w_o = w(x, y) \quad (5.1.3)$$

$$u = u_o - zW_{,x} \quad (5.1.4)$$

$$v = v_o - zW_{,y} \quad (5.1.5)$$

Z Cauchyho rovnice deformace $\varepsilon_{ab} = \frac{1}{2}(u_{a,b} + u_{b,a})$ získáme následující vztahy:

$$\varepsilon_{xx} = u_{,x} = u_{o,x} - zW_{,xx} \quad (5.1.6)$$

$$\varepsilon_{yy} = v_{,y} = v_{o,y} - zW_{,yy} \quad (5.1.7)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}(u_{o,y} + v_{o,x}) - zW_{,xy} \quad (5.1.8)$$

$$\varepsilon_{zx} = 0$$

$$\varepsilon_{yz} = 0$$

$$\varepsilon_{zz} = 0$$

Nyní vyjádříme napětí pomocí Hookova zákona:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (5.1.9)$$

Prvky rovnice $\boldsymbol{\sigma}$ a $\boldsymbol{\varepsilon}$ jsou vyjádřeny jako:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} \quad (5.1.10)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{o,x} \\ v_{o,x} \\ \frac{1}{2}(u_{o,x} + v_{o,x}) \end{pmatrix} - z \begin{pmatrix} W_{,xx} \\ W_{,yy} \\ W_{,xy} \end{pmatrix} = \boldsymbol{\varepsilon}_o + z \boldsymbol{\kappa} \quad (5.1.11)$$

Pro výslednice sil získáváme vztah:

$$\mathbf{N} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \boldsymbol{\sigma} dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \mathbf{E} (\boldsymbol{\varepsilon}_o + z\boldsymbol{\kappa}) dz \quad (5.1.12)$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon}_o + \mathbf{B}\boldsymbol{\kappa} \quad (5.1.13)$$

Matice \mathbf{A} a \mathbf{B} získáme následujícími vztahy:

$$\mathbf{A} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \mathbf{E} dz = \sum_{v=1}^N \int_{z_{v-1}}^{z_v} \mathbf{T}_{xv}^{\sigma}(\alpha_v) \mathbf{E} \mathbf{T}_{vx}^{\varepsilon}(\alpha_v) dz \quad (5.1.14)$$

$$\mathbf{B} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z \mathbf{E}^{\mathcal{X}} dz = \sum_{v=1}^N \int_{z_{v-1}}^{z_v} z \mathbf{T}_{xv}^{\sigma}(\alpha_v) \mathbf{E}^{\mathcal{V}} \mathbf{T}_{vx}^{\varepsilon}(\alpha_v) dz \quad (5.1.15)$$

$$\mathbf{B} = \sum_{v=1}^N \int_{z_{v-1}}^{z_v} \frac{z_v^2 - z_{v-1}^2}{2} \mathbf{T}_{xv}^{\sigma}(\alpha_v) \mathbf{E}^{\mathcal{V}} \mathbf{T}_{vx}^{\varepsilon}(\alpha_v) dz \quad (5.1.16)$$

Obdobně získáváme vztah pro momenty:

$$\mathbf{M} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^2 \mathbf{E}^{\mathcal{X}} dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^2 \mathbf{E} (\varepsilon_o + z \boldsymbol{\kappa}) dz \quad (5.1.17)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{B} \varepsilon_o + \mathbf{D} \boldsymbol{\kappa} \quad (5.1.18)$$

Matice \mathbf{B} je stejná jako pro vztah výsledných sil. Vyjádříme tedy pouze matici \mathbf{D} :

$$\mathbf{D} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^2 \mathbf{E}^{\mathcal{X}} dz = \sum_{v=1}^N \int_{z_{v-1}}^{z_v} z^2 \mathbf{T}_{xv}^{\sigma}(\alpha_v) \mathbf{E}^{\mathcal{V}} \mathbf{T}_{vx}^{\varepsilon}(\alpha_v) dz \quad (5.1.19)$$

$$\mathbf{D} = \sum_{v=1}^N \int_{z_{v-1}}^{z_v} \frac{z_v^3 - z_{v-1}^3}{3} \mathbf{T}_{xv}^{\sigma}(\alpha_v) \mathbf{E}^{\mathcal{V}} \mathbf{T}_{vx}^{\varepsilon}(\alpha_v) dz \quad (5.1.20)$$

Výsledné vztahy lze zapsat jako:

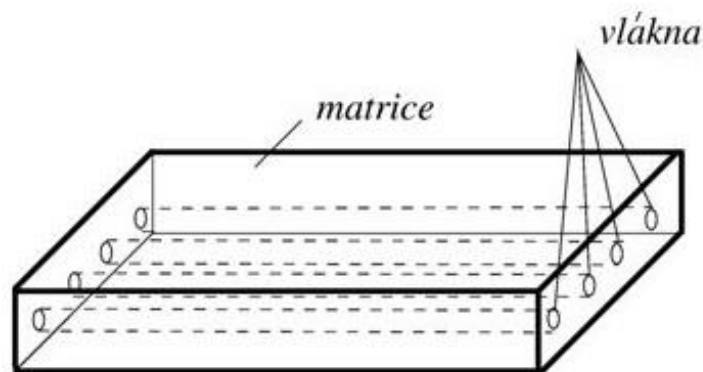
$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_o \\ \boldsymbol{\kappa} \end{bmatrix} \quad (5.1.21)$$

Matice \mathbf{A} se nazývá matice tahové tuhosti, její jednotky jsou $\frac{N}{m}$. Matice \mathbf{B} se nazývá matice vazbové tuhosti a její jednotky jsou N . Matice \mathbf{D} je matice ohybové tuhosti a její jednotky jsou Nmm . Různou skladbou vláken materiálu můžeme ovlivnit celkové vlastnosti. Získáme tak například symetrický nebo vyrovnaný kompozitní materiál. Pro symetrický kompozitní materiál platí, že člen matice $\mathbf{B} = 0$. To nastane v případě, kdy každé vrstvě α_v odpovídá vrstva α_{μ} a $z_v = -z_{\mu-1}$. Pak se vrstvy vzájemně odečtou a člen \mathbf{B} matice klasické laminátové teorie je roven nule. Tato skladba je výhodná tím, že nemá provázané tahové účinky s ohybem a současně tahové účinky s krutem a naopak. Všechny ostatní vlastnosti zůstávají stejné jako pro obecný laminát. Volbou další jiné skladby lze získat také vyvážený kompozitní materiál. Tento stav nastává ve chvíli, kdy členy matice \mathbf{A} , konkrétně a_{13} a a_{23} jsou rovné nule. K tomu dojde v případě, že kdekoli v materiálu existuje pro vrstvu α_v odpovídající

vrstva $-\alpha_v$. Touto skladbou odstraníme závislost mezi normálovými silami a smykovou deformací. Lepší vyrovnanosti materiálu lze dosáhnout tím, že vynulujeme prvky matice \mathbf{D} a to obdobně jako u matice \mathbf{A} , tedy členy d_{13} a d_{23} . Toto však nelze prakticky nikdy vynulovat, jelikož by musela být tloušťka jednotlivých vrstev rovna nule. Výhodné je ale tyto složky minimalizovat a to tak, že vrstva α_v a jí odpovídající opačná vrstva α_{-v} jsou co nejbližší u sebe. Tato skladba pak nemá provázané síly a momenty, ani vazbu mezi smykovými a normálovými účinky. Tyto vlastnosti lze mezi sebou libovolně kombinovat složením vláken v kompozitu.

5.2 Směšovací rovnice

Jak již bylo zmíněno výše, kompozit je materiál z několika složek. Tyto složky mají různé vlastnosti a jejich spojením vznikne materiál, který má vlastnosti rozdílné od těchto složek. Je tedy třeba zjistit parametry výsledného materiálu, vznikajícího spojením jednotlivých složek.



Obrázek 14 - Struktura kompozitu

Jedná se o hodnoty E_L – modul pružnosti v podélném směru, E_T – modul pružnosti v příčném směru, G_{LT} – modul pružnosti ve smyku a ν_{LT} – Poissonovo číslo. Tyto hodnoty se určí z následujících rovnic:

$$E_L = V_a E_a + V_b E_b \quad (5.2.1)$$

$$E_T = \frac{E_b}{1 - V_a \left(1 - \frac{E_b}{E_a}\right)} \quad (5.2.2)$$

$$G_{LT} = \frac{G_b}{V_b + V_a \left(\frac{G_b}{G_a}\right)} \quad (5.2.3)$$

$$\nu_{LT} = V_a \nu_a + (1 - V_a) \nu_b \quad (5.2.4)$$

Rovnice vycházejí z materiálových vlastností původních materiálů, a to vlákna a matrice. Matrice je v tomto případě označena indexem b a vlákno indexem a . V je objemový podíl složky ve výsledném materiálu. E je modul pružnosti v tahu s jednotkou MPa a G je modul pružnosti ve smyku v jednotkách MPa . Symbolem ν je značeno Poissonovo číslo.

5.3 Pevnostní kritéria

Stejně jako pro izotropní materiály, kde se používá například teorie τ_{max} či σ_{max} je nutné stanovit pevnostní kritéria i pro anizotropní materiály, jelikož vlastnosti anizotropních materiálů jsou odlišné a tyto teorie jsou tedy pro ně nevyhovující. U anizotropních materiálů rozeznáváme 5 druhů pevností. Odlišné jsou hodnoty pro pevnost ve směru vláken v tahu a tlaku, obdobně pevnost kolmo na směr vláken v tahu a tlaku a také smyková pevnost.

Pevnostní kritéria pro anizotropní materiály můžeme rozdělit do dvou kategorií, a to na neinteraktivní a interaktivní kritéria. U neinteraktivních kritérií není vazba mezi normálovým a smykovým napětím. Do této skupiny patří pouze 2 kritéria, a to kritérium maximální deformace ε_{max} a kritérium maximálního napětí σ_{max} . Naopak u interaktivních kritérií existuje vazba mezi normálovým a smykovým napětím. V této kategorii je mnoho teorií, a to například HILL, TSAI-HILL, HOFFMANN, TSAI-WU, PUCK a další. Pro určení bezpečnosti navrhované poloosy postačí kritérium maximálního napětí σ_{max} .

5.4 Kritérium maximálního napětí σ_{max}

Toto kritérium je definováno třemi rovnicemi, a to:

$$-F_{lc} < \sigma_l < F_{lt} \quad (5.4.1)$$

$$-F_{tc} < \sigma_t < F_{tt} \quad (5.4.2)$$

$$-F_{lt} < \sigma_{lt} < F_{lt} \quad (5.4.3)$$

Parametr F_{lc} je pevnost ve směru vláken v tlaku, F_{lt} je pevnost ve směru vláken v tahu, F_{tc} je pevnost kolmo ke směru vláken v tlaku, F_{tt} je pevnost kolmo ke směru vláken v tahu a F_{lt} je smyková pevnost v celé rovině. Parametry $\sigma_l, \sigma_t, \sigma_{lt}$ charakterizují zatížení výsledného materiálu v příslušných směrech. Materiál dle tohoto kritéria vydrží, pokud všechny σ zůstanou uvnitř intervalů daných parametry F . V případě, že některá hodnota σ není ve

stanoveném intervalu, dojde k poruše materiálu. Výsledná bezpečnost se určí jako nejmenší hodnota poměrů mezi σ výsledného materiálu a hodnotami F dle vztahu:

$$K_{\sigma} = \frac{F}{\sigma} \quad (5.4.4)$$

Při určování hodnoty bezpečnosti se dodržuje pravidlo, že záporná hodnota napětí σ se porovnává se zápornou hodnotou F .

6. Dimenzování Poloosy

Jak již bylo zmíněno výše, tak kompozit se skládá nejméně ze dvou složek a to vlákna a matrice. V tomto případě budeme tvořit výsledný materiál z vláken T700 a CN80 jejichž parametry jsou uvedeny níže v Tab. 6.2. Jako matrice bude sloužit epoxid o vlastnostech uvedených v Tab. 6.1.

Materiál	Hustota [kg/m ³]	E _b [MPa]	G _b [Mpa]	ν_b [-]
epoxid	1200	4500	1600	0,4

Tab. 6.1

Výsledný materiál bude tvořen těmito složkami v poměru 49% vlákna a 51% epoxidu.

Dimenzování z kompozitních vláken se liší oproti dimenzování z oceli, jelikož je chování těchto materiálů odlišné. Při namáhání krutem jsou v kompozitním materiálu všechny složky sil nulové, mimo složku N_{xy} která je nenulová. Tato složka se vypočítá dle rovnice:

$$N_{xy} = \frac{T}{2\pi r_m^2} \quad (6.1)$$

Parametr T je požadovaný přenášený krouticí moment a je dán zadáním. Parametr r_m je střední poloměr a je dán vzorcem:

$$r_m = \frac{r_0 + r_i}{2} \quad (6.2)$$

Parametr r_0 je vnější poloměr poloosy. Parametr r_i je vnitřní poloměr a je dán počtem vrstev a jejich tloušťkou jako rozdíl od vnějšího poloměru. Požadovanou hodnotu vnitřního poloměru r_i tedy vypočítáme jako:

$$r_i = r_0 - Ht - Jt_t \quad (6.3)$$

Parametr t vyjadřuje tloušťku běžné vrstvy v případě stejných tlouštěk všech vrstev a parametr H počet těchto vrstev. Parametr t_t vyjadřuje tloušťku technologické vrstvy a parametr J počet těchto vrstev. Dále budeme potřebovat hodnoty modulů pružnosti laminátu E_x a E_y , což jsou hodnoty ohybových modulů ve směrech os x a y . Ty se určí dle vzorce

$$E_x = \frac{1}{a'_{11}t} \quad (6.4)$$

$$E_y = \frac{1}{a'_{22}t} \quad (6.5)$$

Parametr a'_{xx} v obou vzorcích znázorňuje člen matice A' , což je člen inverzní matice $\begin{bmatrix} A' & B' \\ B' & D' \end{bmatrix}$ která je inverzní k matici dle klasické laminační teorie $\begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix}$. Indexy označují pozici tohoto členu v této matici. Parametr t je tloušťka vrstvy, která je pro oba směry stejná a vypočítá se dle vzorce:

$$t = r_0 - r_i \quad (6.6)$$

Dále budeme potřebovat zjistit hodnotu pro ztrátu stability v krutu T_c , která se určí dle vzorce:

$$T_c = (2\pi r_m^2 t)(0,272)(E_x E_y^3)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{t}{r_m}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (6.7)$$

Pro zvolenou skladbu je nutné provést kontrolu vlastní frekvence. Ta se vypočítá dle vzorce:

$$f_n = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{E_x I}{m L^4}} \quad (6.8)$$

Parametr m je hmotnostní poměr na metr délky poloosy. Parametr L je délka poloosy. Parametr I je centrální kvadratický moment, jehož hodnota se určí jako:

$$I = \frac{\pi}{4} (r_0^4 - r_i^4) \quad (6.9)$$

Hmotnostní poměr m se vypočte dle vzorce:

$$m = \frac{\pi(r_0^2 - r_i^2)L\rho}{L} = \pi(r_0^2 - r_i^2)\rho \quad (6.10)$$

6.1 Vzorový výpočet

Nyní provedeme ukázkou výpočtu pro variantu kompozitu $[\pm 45]_s$. Požadovaný maximální průměr dle zadání je 50 mm. Provedeme tedy dimenzování pro nižší hodnotu, a to 40 mm. Předpokládán je počet alespoň 4 vrstev. Pro přenos krouticího momentu by měla nejlépe vyhovovat vrstva pod úhlem $\pm 45^\circ$. Tato vrstva ovšem pravděpodobně nevyhoví samostatně ostatním podmínkám, proto bude nejspíše doplněna vrstvou pod úhlem 0° , která má pozitivní vliv na vlastní frekvenci a technologickou vrstvou pod úhlem $\pm 89^\circ$, mající pozitivní vliv na ztrátu stability v krutu. Tloušťku jednotlivých vrstev lze běžně volit v rozmezí 0,5 – 1 mm. Pro prvotní návrh volíme tloušťku vrstvy 0,7 mm, aby bylo možné upravovat tloušťku oběma směry. Pro požadovanou technologickou vrstvu pod úhlem $\pm 89^\circ$ je možné volit tloušťku 0,2 mm. Pro výpočet volím materiál T700, jehož parametry jsou znázorněny níže v Tab. 4.1 a délku poloosy $L = 0,47$ m. Hodnota vnitřního poloměru bude tedy:

$$r_i = r_0 - 4t - 0t_t = 20 - 4 \times 0,7 = 17,2 \text{ mm}$$

Nyní můžeme dopočítat hodnotu středního poloměru r_m která je:

$$r_m = \frac{r_0 + r_i}{2} = \frac{20 + 17,2}{2} = 18,6 \text{ mm}$$

Jelikož známe hodnotu středního průměru r_m i hodnotu požadovaného přenášeného krouticího momentu, dopočítáme hodnotu působící síly:

$$N_{xy} = \frac{T}{2\pi r_m^2} = \frac{952000}{2\pi \cdot 18,6^2} = 437,96 \frac{N}{mm}$$

Nyní určíme hodnotu t a následně hodnoty modulů pružnosti laminátu:

$$t = r_0 - r_i = 20 - 17,2 = 2,8 \text{ mm}$$

$$E_x = \frac{1}{a'_{11} t} = \frac{1}{3,21339925 \cdot 10^{-5} \cdot 2,8} = 11\,132,4 \text{ Mpa}$$

$$E_y = \frac{1}{a'_{22} \cdot t} = \frac{1}{3,21339925 \cdot 10^{-5} \cdot 2,8} = 11\,132,4 \text{ Mpa}$$

Nyní provedeme výpočet ztráty stability v krutu:

$$T_c = (2\pi r_m^2 t)(0,272)(E_x E_y^3)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{t}{r_m}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$= (2\pi \cdot 18,6^2 \cdot 2,8)(0,272)(11114,2 \cdot 11114,2^3)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{2,8}{18,6}\right)^{\frac{3}{2}} = 1074,68 \text{ Nm}$$

Pro zvolenou vrstvu je nutné provést kontrolu vlastní frekvence. Nejprve musíme určit hmotnostní poměr m dle vzorce:

$$m = \frac{\pi(r_0^2 - r_i^2)L\rho}{L} = \pi(r_0^2 - r_i^2)\rho = \pi(20^2 - 17,2^2) \cdot 800 = 0,262 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Následně spočítáme centrální kvadratický moment I :

$$I = \frac{\pi}{4}(r_0^4 - r_i^4) = \frac{\pi}{4}(20^4 - 17,2^4) = 5,69 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Nyní máme všechny potřebné hodnoty a určíme vlastní frekvenci, kterou dopočítáme dle vzorce:

$$f_n = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{E_x I}{m L^4}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{11\,132,4 \cdot 5,69 \cdot 10^{-8}}{0,262 \cdot 0,47^4}} = 349,9 \text{ Hz}$$

Určíme bezpečnost pro ztrátu stability v krutu, jako poměr mezi T_c a přenášeným krouticím momentem:

$$K_{Tc} = \frac{1074,68}{952} = 1.1$$

Dále určíme bezpečnost otáček:

$$K_f = \frac{349,9}{16,7} = 1.1$$

Celkovou bezpečnost dle kritéria maximálního napětí σ_{max} :

$$-900 < 145,2 < 2940$$

$$-230 < 11,2 < 50$$

$$-100 < \pm 78 < 100$$

Všechny uvedené hodnoty mají shodnou jednotku *MPa*. Z porovnání je patrné, že hodnoty pro rovnoběžné a příčné zatížení vláken jsou vyhovující, ale hodnoty pro smykové zatížení nevyhovují. Získáme 3 hodnoty bezpečností:

$$K_l = \frac{2940}{145,2} = 20,25$$

$$K_t = \frac{50}{11,2} = 4,46$$

$$K_{lt} = \frac{100}{78} = 1,28$$

Výsledná bezpečnost materiálu je nejnižší z hodnot, což je pro tento případ $K_{lt} = 1,28$ a materiál je nevyhovující. Tato kontrola by se prováděla pro každou vrstvu materiálu, ale jelikož se jedná o symetrickou skladbu $\pm 45^\circ$, je hodnota bezpečnosti pro všechny vrstvy stejná. Pro výpočet hodnot, které nemají výše znázorněný výpočet, byl použit program LamiEx v.3.1 vytvořený Ing. Poulem, počítající na základě uvedených rovnic.

6.2 Výsledné varianty

Výpočet byl proveden pro varianty materiálu $[\pm 45]_s$, $[0/\pm 45]_s$, $[0/90/\pm 45]_s$. Pro všechny varianty byla volena tloušťka vrstvy 0,7 mm. Výsledné hodnoty byly porovnány se zadanými parametry a zobrazeny jsou výsledné bezpečnosti, jako poměry mezi těmito hodnotami a výslednými hodnotami. Z materiálů nabízených společností Compo Tech PLUS spol. s r.o. byly pro výpočet zvoleny dva materiály, a to CN80 a T700. Jedná se o kompozitní vlákna a jejich parametry jsou znázorněny v Tab. 6.2. V Tab. 6.3 jsou znázorněny výsledky pro variantu materiálu T700 a v Tab. 6.4 pro materiál CN80. Hodnoty jsou v tabulce rozděleny podle délky poloosy způsobem 510mm/470mm pro případ kritických otáček. Na ostatní bezpečnosti nemá délka vliv. Výsledné bezpečnosti dle teorie σ_{max} mají přímo v tabulce označeny indexem typ zatížení, který měl nejnižší hodnotu bezpečnosti.

Materiál	Hustota [kg/m ³]	F _l [MPa]	F _t [MPa]	F _{lt} [MPa]	ν [-]
CN80	1768	779000	5000	20000	0,35
T700	800	235000	15000	50000	0,3

Tab. 6.2

Skladba	Bezpečnost - K_{Tc}	Bezpečnost - K_f	Bezpečnost - K_σ
$[\pm 45]_s$	1,1	17,8/20,9	$K_{It} = 1,3$
$[0/\pm 45]_s$	6,6	35,3/41,6	$K_{It} = 7,7$
$[0/90/\pm 45]_s$	24,3	33/38,9	$K_t = 3,9$

Tab. 6.3

Skladba	Bezpečnost - K_{Tc}	Bezpečnost - K_f	Bezpečnost - K_σ
$[\pm 45]_s$	1,1	12,1/14,2	$K_{It} = 1,3$
$[0/\pm 45]_s$	17,1	40,4/47,6	$K_I = 9,3$
$[0/90/\pm 45]_s$	73	38,5/45,3	$K_I = 10,4$

Tab. 6.4

6.3 Výběr vhodné varianty

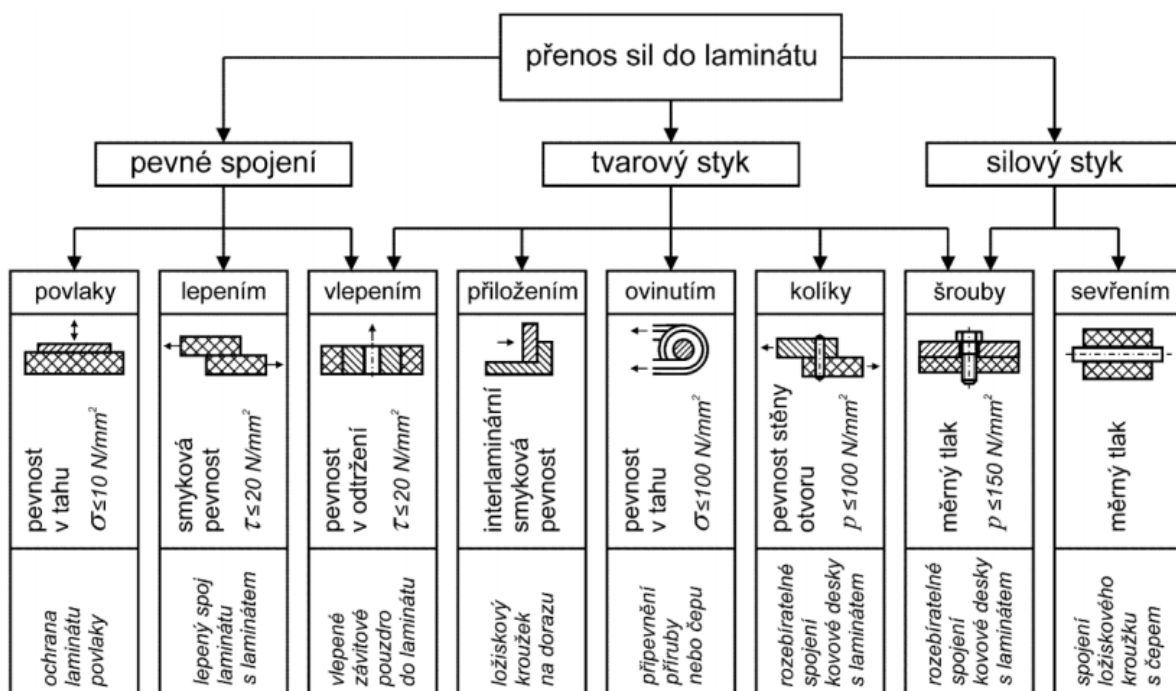
Jak je vidět z tabulek výše, tak varianta skladby která obsahuje vlákna pouze pod úhlem $\pm 45^\circ$ má nedostatečnou bezpečnost pro ztrátu stability v krutu. Nedostatečné hodnoty dosahuje i u bezpečnosti K_σ , kde nesplňuje požadovanou bezpečnost, což znamená, že tato skladba přenášené hodnoty nevydrží. Tento problém řeší přidaná vrstva s úhlem 0° . Po přidání této vrstvy se již také významně promítnou rozdíly v materiálech, kdy materiál CN80 dosahuje lepších parametrů. Z tabulek je patrné, že přidání vrstvy pod úhlem 90° je již nadbytečné. Materiál poté dosahuje bezpečností, které jsou výrazně vyšší než požadovaná bezpečnost. Jako vhodná varianta se tedy jeví skladba $[0/\pm 45]_s$ a jako postačující je materiál T700. Případně lze tuto skladbu dále optimalizovat snížením tloušťky jednotlivých vrstev, aby se dosáhlo nižších hodnot bezpečností a zároveň nižší hmotnosti součásti při splnění požadovaných bezpečností. Optimalizace skladby bude prováděna na základě testování vzorků, které budou opatřené koncovkou, a zároveň se bude testovat pevnost tohoto spojení.



Obrázek 15 - Porovnání ocelové a kompozitní poloosy studentského vozu z The University of Warwick (2010)

7. Možnosti spojení kov - kompozit

Kompozitní materiály je s ohledem na konstrukci nutné spojovat s materiály jinými. U poloosy studentské formule tomu není jinak, jelikož je vyžadováno zakončení poloosy obdobné jako u klasické ocelové poloosy. Existuje mnoho druhů kompozitních spojů, ale vzhledem k zadání postačí rozdělit spoje dle typů na mechanické spoje, lepené spoje a metody, při kterých jsou kompozitní vlákna navíjena přímo na ocel. V následujícím grafu jsou znázorněny některé metody spojování kompozitních materiálů s oceli.



Obrázek 16 - Typy spojení ocel - kompozit

7.1 Mechanické spoje

Běžné mechanické spoje lze rozdělit dále na spoje nýtované a šroubové. Hlavní výhodou především šroubových spojů je jejich snadná rozebíratelnost. Při těchto typech

spojení vzniká jiné namáhání materiálu, než na který byl původně dimenzován a tvoří se vrub. Tyto problémy lze vyřešit zesílením a lokální změnou orientace vláken. Změna orientace vláken ale není pro všechny typy vláken možná, případné zesílení přináší nárůst hmotnosti součásti. Vzhledem k problémům spojených s výrobou tohoto spojení pro přenos krouticího momentu se toto spojení v praxi nevyužívá.

7.1.1 Šroubové spoje

Tento typ spojení by byl vhodný, zejména z důvodu velkého rozšíření v běžném životě a pro jeho snadnou dostupnost kombinovanou s nízkou cenou. Velkou výhodou by byla také výše zmíněná snadná rozebíratelnost, jelikož tuto vlastnost žádný jiný spoj nemá. Problém ale nastává při tvorbě otvoru v kompozitu, kde dochází k přerušení vláken, a tím k narušení vlastností. Kompozit lze případně vytvořit již s tímto otvorem, ale stále zůstává problém ve způsobu namáhání v okolí šroubu. V okolí otvoru se nachází špička napětí. Dalším problémem tohoto spoje může být propustnost pro kapaliny. Kompozitní trubka je dutá a tento spoj by tedy umožnil vniknutí kapalin do vnitřku součásti, kde by se mohla držet a způsobovat problémy.

7.1.2 Nýtované spoje

Tento typ spojení, co se vlastností týče, se velmi podobá spojení šroubovému. Hlavním rozdílem je obtížnější rozebíratelnost spojení a nemožnost znovu použít původní nýt. Oproti šroubovému spojení má spojení nýty lepší aerodynamické vlastnosti, ale stále nedosahuje na vlastnosti lepeného či ovíjeného spoje, kde nedochází k narušení celistvosti součásti z vnější strany. Opět se jedná o spoj, který není těsnicí, takže nezabrání vniku kapalin. Navíc obě spojení vzhledem k materiálu, ze kterého je spojovací součást vyrobena, výrazně zvyšují hmotnost součásti. To je nežádoucí vlastnost, v případě že se snažíme dosáhnout co největšího odlehčení při zachování funkčnosti.

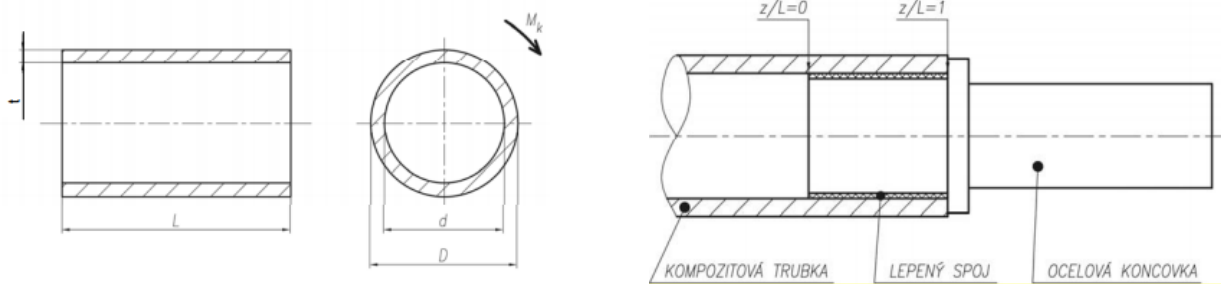
7.2 Lepené spoje

Lepené spoje umožňují realizaci spoje bez narušení struktury obou spojovaných materiálů. Spoj drží pohromadě díky adhezi mezi lepidlem a lepenými součástmi. Dochází k rozložení silových účinků na větší plochu oproti spojům mechanickým. Spoje mají vysokou těsnost, jsou sloučitelné s konzervačními oleji a jsou odolné vůči chemickým látkám. Vzhledem

k závislosti mechanických vlastností spoje na tloušťce vrstvy lepidla může být problémem nerovnoměrná vrstva pokrytí lepidlem. To lze však vyřešit použitím fóliového lepidla, které má konstantní tloušťku v celé vrstvě. Problémem lepených spojů je však nutná pečlivá příprava ploch obou spojovaných materiálů, nízká manipulační pevnost před vytvrzením lepidla, obtížná rozebíratelnost a teplotní omezení. I přes tyto nedostatky se však jedná v současnosti o nejpoužívanější metodu spojování kovů s kompozity určenými pro přenos krouticího momentu.

7.2.1 Rozdělení

Lepené spoje lze rozdělit několika způsoby. Vzhledem k zadání práce se zaměříme rovnou na kategorii trubkových lepených spojů pro materiály kompozit a ocel. Lepené spoje lze základně rozdělit tedy dle druhů adheziv, a to na epoxidová, polyesterová, polyuretanová a metakrylátová. Základní princip lepeného spoje je znázorněn na obrázku.



Obrázek 17 - Schéma lepeného spoje

Toto základní schéma lepeného spoje lze dále modifikovat tvarovými úpravami pro získání lepších pevností spoje v krutu. Jedná se například o zkosení materiálu, tvorbu kuželů a drážek.

Epoxidová

Jedná se o jeden z nejstarších a nejpoužívanějších typů lepidel. Jedná se o pryskyřice, které ztuhnou polymerací. Při zahřívání spoj měkne, ale pryskyřice se již znovu nestává tekutou. Dvousložková lepidla obsahující pryskyřici a tužidlo ovlivňují rychlost tuhnutí poměrem tužidla vůči pryskyřici, přičemž dobu tuhnutí může ovlivnit i teplota. Na rozdíl od jednosložkových lepidel dvousložková nevyžadují pro zahájení reakce teplo. Epoxidy nabízejí

velmi vysokou pevnost ve smyku a mohou být upraveny tak, aby lépe splňovaly potřeby lepení. Obecně jsou epoxidové spoje tuhé, přičemž dobře vyplňují drobné mezery s malým smrštěním.

Polyesterová

Tato lepidla jsou anaerobní, tedy tuhnou bez potřeby přístupu vzduchu. Patří mezi hojně využívaná a snadno aplikovatelná lepidla. Jsou založena na zbavení se kyslíku. Díky tomuto lepidla nevyschnou předčasně. Jsou vyráběny v různých viskozitách od kapalin až po pasty. I přesto, že mají vysokou kohezní pevnost, disponují nízkou přilnavostí a nejsou tedy vhodné pro propustné materiály. Tyto druhy lepidel nevyplňují dobře mezery a mohou vyžadovat základní nátěry.

Polyuretanová

Jedná se o lepidla, která jsou pojmenovány dle typu polymeru, vytvořeném na konci tvrzení. Lepidla jsou obvykle dvousložková, na jedné straně obsahující isokyanát, přičemž druhá složka je vyrobena z jedné ze základních reakčních složek, často aminy nebo glykoly. Vynikají houževnatostí a pružností při nízkých teplotách. Mají docela dobré vlastnosti pro pevnost v krutu, vynikají odolností proti vodě a vlhkosti, kterou ale disponují až po vytvrzení. Nevytvrzené jsou citlivé nejen na vlhkost, ale i teplotu.

Metakrylátová

Tato lepidla poskytují jedinečný poměr mezi vysokou pevností v tahu, pevností ve stříhu s maximální odolností proti nárazům, napětí a umožňují práci ve velkém rozsahu teplot. Metakryláty obecně umožňují použití bez přípravy povrchu pro lepení plastů, kovů a kompozitů. Jedná se o dvousložkové reaktivní materiály na bázi metyl – metakrylátu, u nichž lze poměrem smíchání druhé složky kontrolovat rychlost tvrzení dle procesu aplikace. Metakryláty jsou odolné vůči běžným životním podmínkám, odolávají vodě a rozpouštědlům, jelikož tvoří neproniknutelný spoj.

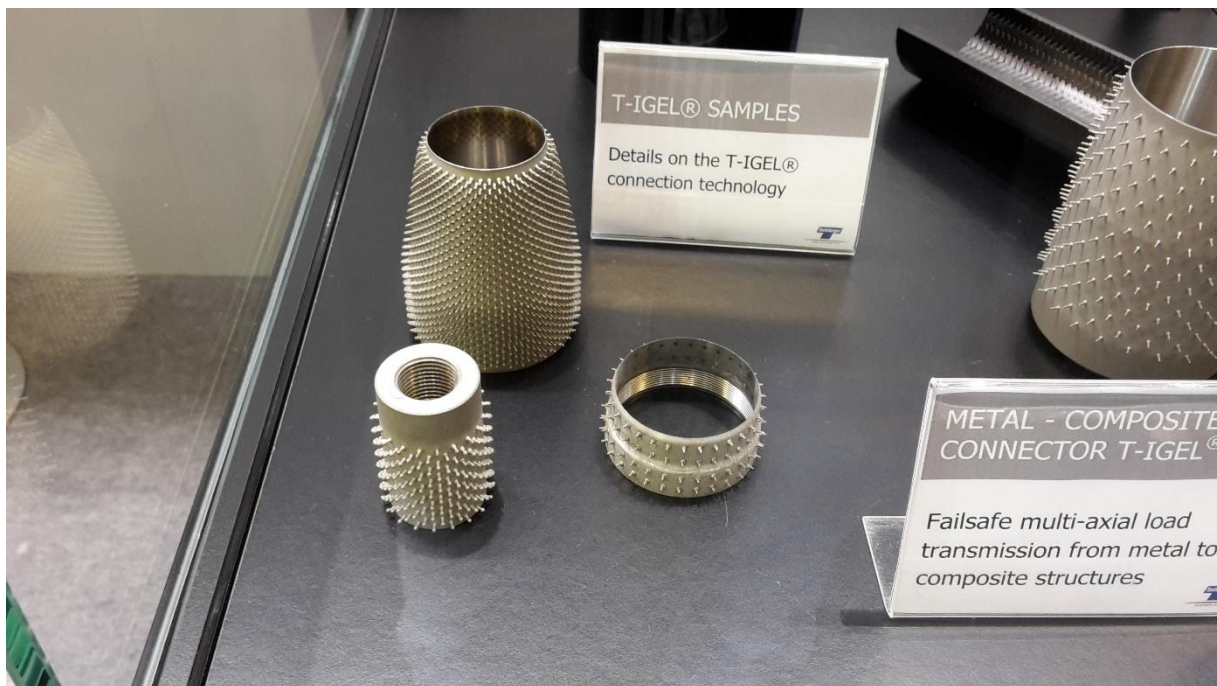
7.2.2 Výpočet lepeného spoje

Spojení materiálů musí mít požadovanou pevnost, aby bylo možné zajistit přenos sil bez poškození součástí. Z tohoto důvodu je nutné určit lepený spoj početně. Primárně lze

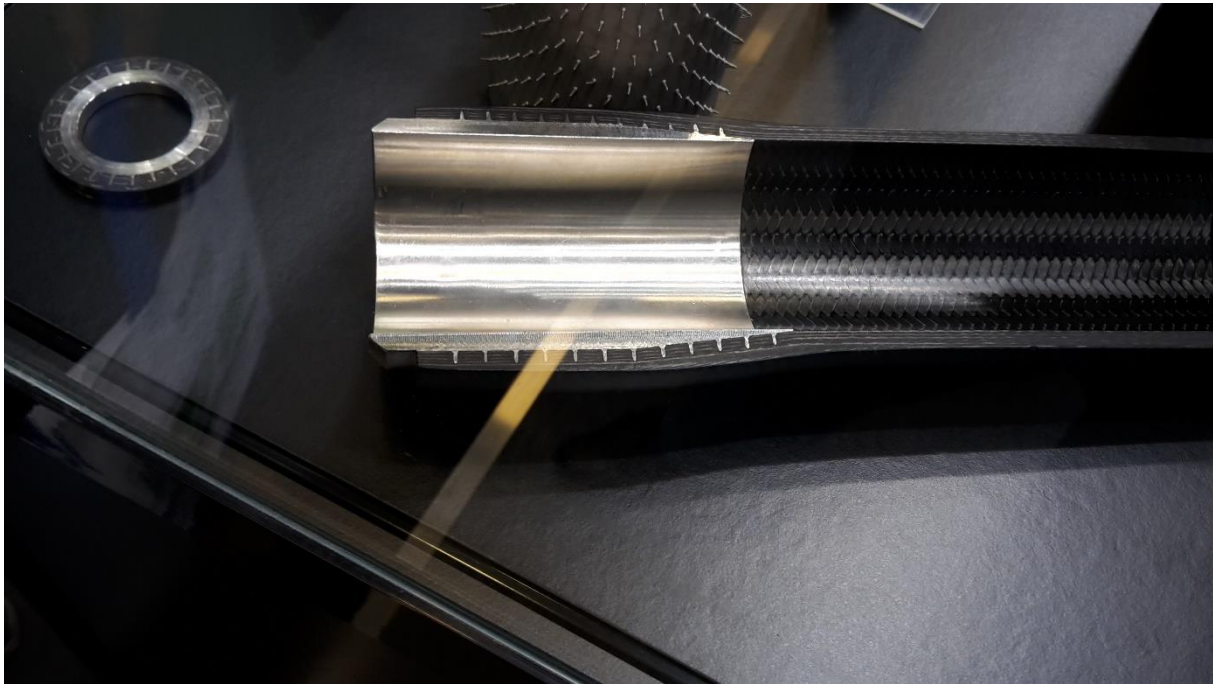
rozdělit navrhování lepeného spoje dle metod, a to na analytické a numerické. Analytickým výpočtem získáme hodnotu napjatosti v lepidle, načež můžeme určit, zda spoj vydrží, či nikoli. Mezi numerické metody patří například MKP, která umožňuje podrobnější analyzování problému.

7.3 Navíjení

Tato metoda spojování, na rozdíl od lepených spojů, nevyžaduje tak velký zásah pracovníka a je tedy předpoklad snadnější realizace velkosériové výroby. Nedochozí k narušení vláken, která jsou navíjena po celou dobu stejně a navíjení tímto spojuje výhody lepených spojů a mechanických spojů. Nevýhodou zůstává rozebíratelnost spoje, která v tomto případě není možná.

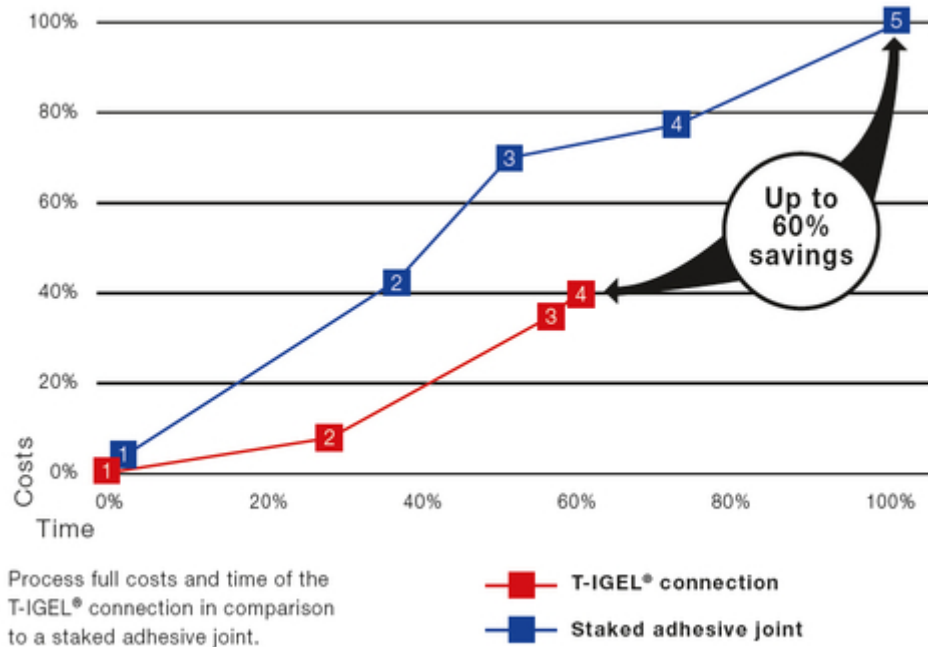


Obrázek 18 - Spojovací součást kompozit – ocel T-IGEL® firmy Teufelberger



Obrázek 19 - průřez spojení kompozitu s ocelí T-IGEL® firmy Teufelberger

Pevnost spoje T-IGEL® firmy Teufelberger je lepší než pevnost lepeného spoje. Výroba je plně automatizovaná. Spojení vzniká v kratším čase a je méně nákladné, což je patrné z obrázku.



Obrázek 20 - Porovnání T-IGEL® a Lepeného spoje of firmy Teufelberger

7.4 Ovíjení

Tato metoda je velmi podobná metodě navíjení, nicméně ve spoji dochází k cílenému ovinutí kompozitních vláken na jehly ocelové spojované součásti pod určitým úhlem. Tato metoda by měla dosáhnout ještě lepších vlastností oproti metodě navíjení.

8. Závěr

Výsledkem této práce je navržená kompozitní trubka pro poloosu studentské formule CTU CarTech dle zadaných parametrů a návrh spojení kompozitní trubky s ocelovou koncovkou vhodný pro přenos krouticího momentu. Z výpočtů byla vybrána jako vhodná varianta skladba vláken $[0/\pm 45]_s$. Jako nejlepší spojení pro přenos krouticího momentu se jeví metoda ovíjení. Tato zjištění budou sloužit následně jako podklad pro diplomovou práci, ve které bude tento návrh reálně proveden, odzkoušen a použit na studentské formuli CTU CarTech.

Bibliografie

- [1] Compo Tech PLUS spol. s r.o.: Technologie [online]. [Česká republika] Compo Tech PLUS spol. s r.o. [1995-2015]. Dostupné z: <http://cz.compotech.com/technologie>
- [2] CTU Car Tech: Formula student [online]. [Česká republika] CTU Car Tech. Dostupné z: <http://cartech.cvut.cz/formula-student/>
- [3] Daďourek, K.: Kompozitní materiály definice a rozdělení, TUL, Liberec, prezentace 2008 dostupné z: http://www.kmt.tul.cz/edu/podklady_kmt_magistri/KM/Kompozity%20Dad/02defrozd.pdf
- [4] Ehrenstein, G. W.: Polymerní kompozitní materiály, Scientia, Praha, 2009
- [5] ITW Plexus.: Guide To Bonding [online]. [USA] ITW Plexus [1912-2015]. Dostupné z: http://www.itwplexus.com/UserFiles/File/Guide_To_Bonding.pdf
- [6] JEC Europe composites show & conferences Paris, květen 10,11,12 2015 stánek Teufelberger
- [7] Kap. 8.2 Lepené spoje [online]. ČVUT, Praha, prezentace 2007 dostupné z: http://www.kompozity.info/seminar/8_2%20lepene_spoje.pdf
- [8] Kaw, A. K.: Mechanics of Composite Materials, Second Edition, CRC Press, Boca Raton, 2006
- [9] LAŠ, V.: Mechanika kompozitních materiálů, ZČU, Plzeň, skriptum 2008.
- [10] MAREŠ, T.: Lecture notes on Mechanics of composite materials [online]. [25. září 2014] Dostupné z: <http://users.fs.cvut.cz/tomas.mares/mkm/mkm.pdf>
- [11] MAREŠ, T. Padovec, Z.: Mechanika kompozitních materiálu, ČVUT, Praha, přednášky 2015.
- [12] Mráz, P.: Využití vláknových kompozitů při vývoji nových struktur výrobních strojů a robotů [online]. ČVUT, Praha, prezentace 2007 dostupné z: http://www3.fs.cvut.cz/web/fileadmin/documents/12135-VSZ/download/obor_stud/VSZ_-_2351054/VSZ_-_Aplikace_Kompozitu_150.pdf

- [13] Padovec, Z.: Návrh a analýza napětí kompozitního hřídele pohonu kola závodního vozu, ČVUT, Praha, diplomová práce 2009.
- [14] Race car's weight cut by 10% using laser sintered titanium, Inconel and Alumide [online]. [11. květen 2011] článek Dostupné z: http://www.ipmd.net/news/001239.html?accept_cookies=1
- [15] Stunová, B. B.: Spojování kompozitů [online]. ČVUT, Praha, prezentace 2013 dostupné z: <http://u12133.fsid.cvut.cz/podklady/TZPK/9%20Spojov%C3%A1n%C3%AD%20kompozit%C5%AF.pdf>
- [16] TEUFELBERGER Composite Ges.m.b.H.: Composites [online]. [Germany] TEUFELBERGER Composite Ges.m.b.H. [2008-2015]. Dostupné z: <http://www.teufelberger-composite.com/about-composites/?L=1>
- [17] TEUFELBERGER Composite Ges.m.b.H.: T-IGEL® – A POWERFULL CONNECTION [online]. [Germany] TEUFELBERGER Composite Ges.m.b.H. [2008-2015]. Dostupné z: <http://www.teufelberger-composite.com/technologies/t-igelr-connection/benefits-of-t-igelreg/?L=1>