



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta strojní

Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky

Odbor pružnosti a pevnosti

Identifikace mechanických vlastností vinuté šnekové převodovky

Identification of mechanical properties of wound worm gear

Bakalářská práce

Studijní program: Teoretický základ strojního inženýrství

Studijní obor: bez oboru

Vedoucí práce: Ing. Karel Vitek, CSc.

Kirill Loshkarev

Praha 2016

Anotační list

Jméno autora: Kirill LOSHKAREV
Název BP: Identifikace mechanických vlastností vinuté šnekové převodovky
Anglický název: Identification of mechanical properties of wound worm gear
Rok: 2015 / 2016
Obor studia: bez oboru
Ústav/odbor: Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky
/ Odbor pružnosti a pevnosti
Vedoucí: Ing. Karel Vítek, CSc.
Konzultant: neuveden

Bibliografické údaje:	počet stran	49
	počet obrázků	51
	počet tabulek	1
	počet příloh	0

Klíčová slova: šneková převodovka, šnek, šnekové kolo, pružina
Keywords: worm gear, worm, worm wheel, spring

Anotace:

Práce se zabývá patentovaným řešením konstrukce vinuté šnekové převodovky (patent č. 305497). K sestavení výpočtového modelu byly použity teorie pružnosti a pevnosti, které jsou součástí základního vysokoškolského kurzu. K vytvoření 3D modelu vinuté šnekové převodovky a většiny uvedených v práci obrázků byla použita aplikace Autodesk Inventor.

Abstract:

This work deals with patented construction of wound worm gear (patent number 305497). For making calculating model were used theories of Strength of materials, that are the part of basic high school course. For creation of 3D model of wound worm gear and most of used figures was used application Autodesk Inventor.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených na seznamu, který je k nalezení na konci této práce.

Datum

.....

podpis

Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucímu práce Ing. Karlu Vítkovi, CSc. za jeho připomínky, náměty a pomoc při vypracování této práce.

Obsah

Seznam použitých označení a symbolů.....	6
1. Úvod.....	7
1.1 Převod ozubenými koly.....	7
1.1.1 Charakteristika a rozdělení převodů.....	7
1.1.2 Vlastnosti převodů pomocí ozubených kol.....	8
1.2 Soukolí šneková.....	9
1.2.1 Základní charakteristika a rozdělení.....	9
1.2.2 Materiály.....	10
1.2.3 Použití.....	10
2. Šneková soukolí.....	12
2.1 Obecné charakteristiky.....	12
2.1.1 Rozdělení šneků podle profilů.....	12
2.1.2 Geometrické charakteristiky.....	13
2.1.3 Rychlostní a záběrové poměry.....	14
2.1.4 Sílové poměry.....	15
2.1.5 Účinnost šnekového soukolí.....	16
2.1.6 Druhy poškození zubů.....	17
2.2 Pevnostní výpočty ozubení.....	17
2.2.1 Pevnostní výpočet na dotyk.....	18
2.2.2 Pevnostní kontrola na ohyb.....	18
2.2.3 Kontrola na oteplení.....	18
3. Vinutá šneková převodovka.....	20
3.1 Podstata vynálezu.....	20
3.2 Provedení vynálezu.....	22
4. Teorie pružnosti a pevnosti.....	23
4.1 Prostorový ohyb prutů.....	23
4.2 Kombinace ohybu a krutu.....	24
4.3 Převod do válcových souřadnic.....	24
4.4 Tuhost (poddajnost) válcové vinuté pružiny.....	25
4.4.1 Tuhost (poddajnost) těsně vinuté pružiny.....	26
4.4.2 Tuhost (poddajnost) pružiny s větším úhlem stoupání α	27
5. Rozbor namáhání.....	28
5.1 Nezatížený stav.....	28
5.1.1 Rozklad momentu M	28
5.1.2 Stanovení velikosti M	29
5.1.3 Stanovení velikosti napětí v nezátíženém stavu.....	31
5.1.4 Stanovení místa největšího namáhání na vinutí pružiny.....	32
5.1.5 Stanovení místa největšího namáhání v průřezu drátu.....	32
5.2 Nalisování věnce na náboj kola.....	33
5.2.1 Stanovení dovoleného krouticího momentu M_{KD}	33
5.2.2 Vliv tlakové síly P	35
5.3 Provozní režim.....	37
5.3.1 Rozklad namáhání v provozním režimu.....	37
5.3.2 Deformace závitu pružiny v provozním režimu.....	38

6. Funkční návrh.....	43
6.1 Volba (návrh) parametrů.....	43
6.2 Výpočet.....	44
6.2.1 Výpočet momentu M	44
6.2.2 Stanovení třecího momentu M_t po nalisování.....	44
6.2.3 Stanovení sil v ozubení a přenosu výkonu.....	45
6.2.4 Deformace závitů pružiny v provozním režimu.....	46
7. Závěr.....	47
Seznam použité literatury.....	48

Seznam použitých označení a symbolů.

Označení:	Legenda:	Jednotka:
J_y	kvadratický moment průřezu k ose y	$[m^4]$
J_z	kvadratický moment průřezu k ose z	$[m^4]$
D_{yz}	deviační moment průřezu	$[m^4]$
A	průřez	$[m^2]$
J_P (J_k)	polární kvadratický moment průřezu	$[m^4]$
ε	poměrné prodloužení	$[-]$
σ	normálové napětí	$[N \cdot mm^{-2}]$
τ	smykové napětí	$[N \cdot mm^{-2}]$
M_{oy}	ohybový moment k ose y	$[N \cdot mm]$
M_{oz}	ohybový moment k ose z	$[N \cdot mm]$
M_k	kroucí moment	$[N \cdot mm]$
W_o	modul průřezu v ohybu	$[m^3]$
W_k	modul průřezu v krutu	$[m^3]$
λ	hustota deformační energie	$[Pa]$
U	deformační energie	$[J]$
u	obecný posuv	$[m]$
φ	obecné natočení	$[rad]$
F	vnější síla	$[N]$
M	vnější moment	$[N \cdot mm]$
E	modul pružnosti v tahu	$[N \cdot mm^{-2}]$
G	modul pružnosti ve smyku	$[N \cdot mm^{-2}]$
ν	Poissonovo číslo	$[-]$

1. Úvod.

V průběhu práce se zabývám patentovaným řešením konstrukce vlnuté šnekové převodovky. Na začátku shrnu obecné poznatky o převodech ozubenými koly, pak o něco detailněji proberu informace o šnekových převodech, popíšu podstatu patentu, proberu teorie pružnosti a pevnosti potřebné k popisu namáhání vlnuté šnekové převodovky a pomocí nich provedu rozbor namáhání drátu pružiny.

1.1 Převody ozubenými koly.

1.1.1 Charakteristika a rozdělení ozubených převodů. [4]

Ozubené převody představují nejvýznamnější a nejrozšířenější druh převodových mechanismů; pracují na principu přenosu sil tlakem s bezprostředním dotykem spoluzabírajících členů. Jejich nejjednodušší formou a základní stavební jednotkou pro složitější mechanismy je dvojice ozubených kol tvořících soukolí, sestávající z hnacího a hnaného kola; menší se označuje jako pastorek, větší jako kolo. Úkolem této dvojice je vytvoření kinematické a silové vazby mezi relativně blízkými hřídeli při požadované transformaci úhlové rychlosti a točivého momentu.



Obr. 1.1 Ozubená kola

Změnu otáčivého pohybu mezi dvěma hřídeli charakterizuje převodový poměr i , který při číselném značení spoluzabírajících členů (např. hnacího kola 1 a hnaného kola 2) je kinematicky definován vztahem

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

Ozubené převody lze dělit podle nejrůznějších hledisek:

1. Podle relativního pohybu základních těles (axoidů) na:

- soukolí valivá,
- soukolí šroubová.

2. Podle vzájemné polohy os se uplatňují:

- a) při osách rovnoběžných - soukolí valivá válcová se zuby přímými (obr. 1.2a,d,e), šikmými (obr. 1.2b) a šípovými (obr. 1.2c),
- b) při osách různoběžných – soukolí valivá kuželová se zuby přímými (obr. 1.2f), šikmými (obr. 1.2g) a zakřivenými (obr. 1.2h),
- c) při osách mimoběžných - soukolí šroubová válcová (obr. 1.2i), soukolí šneková (obr. 1.2j), soukolí šroubová kuželová (hypoidní) (obr. 1.2k) a soukolí spiroidní (obr. 1.2l).

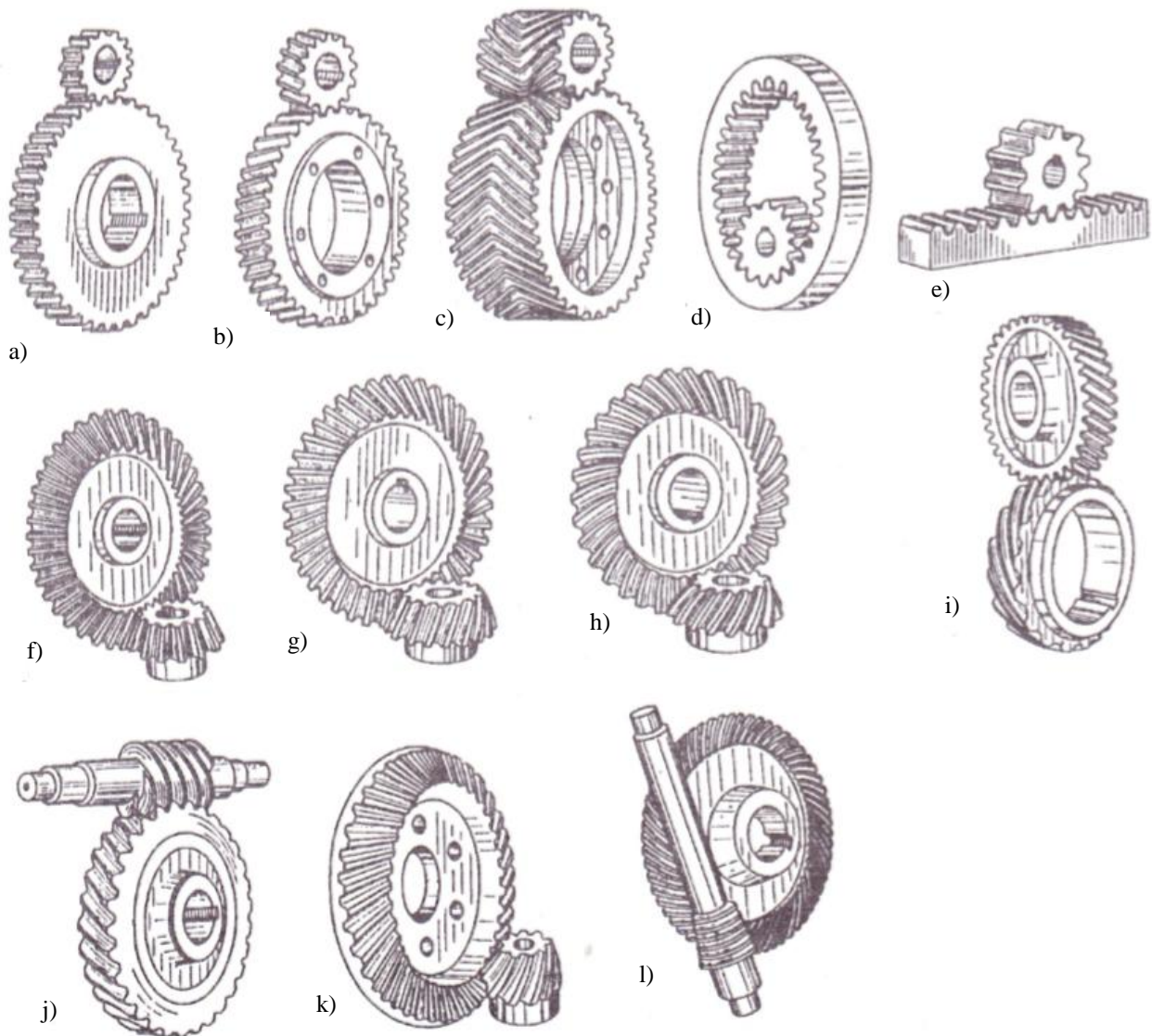
3. Podle vzájemné polohy spoluzabírajících kol jsou soukolí se záběrem vnějším a vnitřním.

4. Podle velikosti obvodové rychlosti v se ozubená soukolí dělí na:

- pomaloběžná $v \leq 3 \text{ m.s}^{-1}$,
- o středních rychlostech $3 < v < 15 \text{ m.s}^{-1}$,
- rychloběžná $v > 15 \text{ m.s}^{-1}$.

5. Podle velikosti převodového poměru i :
- převody dopomala (reduktory) při $i > 1$,
 - převody dorychla (multiplikátory) při $i < 1$.

6. Podle použití na převody:
- silové (přenos význačných točivých momentů),
 - kinematické (točivý moment je zanedbatelný).



Obr. 1.2 Typy ozubených kol

1.1.2 Vlastnosti převodů pomocí ozubených kol. [4]

Výhody ozubených mechanismů:

- a) relativně malé rozměry a kompaktnost,
- b) dobrá spolehlivost a životnost,
- c) dobrá mechanická účinnost,
- d) přesnost dodržení převodového poměru,
- e) schopnost přenosu velkých výkonů (50 až 100 MW) při obvodových rychlostech až 150 m.s^{-1} ,
- f) schopnost dosažení vysokých převodových poměrů,
- g) poměrně malá náročnost na údržbu,

h) krátkodobá přetížitelnost.

K nevýhodám patří:

- a) složitější a dražší výroba (nároky na přesnost výroby a na tuhost uložení),
- b) hluk a chvění, které vznikají při nesplnění předchozích požadavků,
- c) nemožnost dosažení libovolného převodového poměru (počet zubů musí být celé číslo).

1.2 Soukolí šneková.

1.2.1 Základní charakteristika a rozdělení. [4]

Šneková soukolí slouží k vytvoření kinematické a silové vazby mezi dvěma mimoběžnými hřídeli v místě nejkratší příčky; úhel mimoběžných os bývá nejčastěji $\Sigma = 90^\circ$. Šnekové soukolí je možno považovat za zvláštní případ šroubového soukolí válcového, u něhož počet zubů jednoho kola (zpravidla hnacího) klesl na minimum.

Podle tvaru těles se šneková soukolí dělí na:

- soukolí válcová - šnek i šnekové kolo mají tvar válců (obr. 1.3a)
- soukolí smíšená - šnek je válcový, kolo globoidní (obr.1.3b)
- soukolí globoidní - šnek i šnekové kolo mají tvar globoidů (obr.1.3c)

Šneková soukolí válcová se používají pouze v nenáročných případech (občasný provoz, ruční pohon). Šnek připomíná pohybový šroub s lichoběžníkovým profilem (tzv. Archimédův šnek) a šnekové kolo odpovídá válcovému kolu se šikmými zuby. Dotyk v ozubení je teoreticky bodový. Toto soukolí se do základního dělení často ani nezahrnuje a dva dále uvažované typy se označují podle tvaru šneku jako:

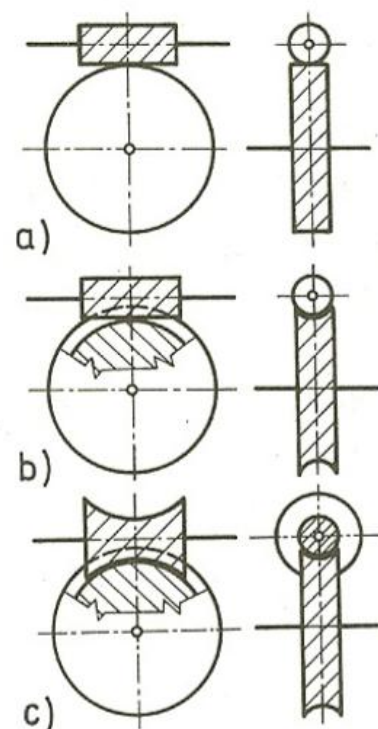
A) šneková soukolí se šnekem válcovým (nebo šneková soukolí obyčejná),

B) šneková soukolí se šnekem globoidním (nebo šneková soukolí globoidní).

Šneková kola jsou v obou případech globoidní.

Šneková soukolí podle A) a B) mohou přenášet velké výkony (50 až 60 kW, jsou však převody i pro 200 kW). V jednom stupni jsou schopná realizovat vysoké převodové poměry $i = 10$ až 80; u kinematických převodů $i = 500$ až 1000. Mají přitom malé rozměry, nízkou hmotnost a jsou konstrukčně ucelená (kompaktní). Vyznačují se klidným a tichým chodem a mohou být navržena jako samosvorný převod.

Nevýhodou je velký skluz v ozubení, způsobující vyšší ztráty třením, a tím i nižší účinnost převodu ($\eta = 0,45 \div 0,9$); snaha o zlepšení nutí k použití deficitních neželezných kovů na věnce šnekových kol a/nebo k použití mazání a chlazení. Výroba ozubení je náročnější a dražší a jeho životnost je zpravidla nižší než u soukolí valivých kvůli opotřebení.



Obr. 1.3 Tvary šnekových soukolí

1.2.2 Materiály. [4]

Základním materiálem pro šneky je ocel, a to ocel uhlíková nebo legovaná, která umožňuje tepelné vytvrzení povrchu (kalení, cementování a nitridování). Boky zubů se pak brousí a případně i leští. Ocelové šneky ve stavu zušlechťeném nebo normalizačně žíhaném se používají jen při menších výkonech a malých rychlostech.

Základním materiálem pro šneková kola je bronz, méně častá je litina nebo mosaz. Kola z umělých hmot možno použít při nižších výkonech - dobře tlumí rázy a snižují hlučnost. Při použití bronzu se kola z úsporných důvodů navrhuje jako skládaná: bronzový věnec je nasazen a vhodně upevněn na litinovém či ocelovém tělese kola (obr. 1.4). Kvalitní polotovary věnce lze získat odstředivým litím.



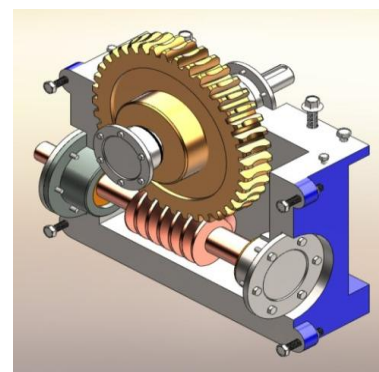
Obr. 1.4 Záběr bronzového věnce s ocelovým šnekem

Za optimální materiál věnce je možné považovat bronzы cínové s vysokým obsahem Sn (10 ÷ 12%) - mají výborné třecí vlastnosti, vysokou odolnost proti zadírání a dobrou zabíhavost, jsou však drahé. Jejich použití lze zdůvodnit pouze u exponovaných převodů a při vyšší kluzné rychlosti. Při nižších rychlostech jsou vhodné levnější bronzы bez přísady cínu a mosaze. Mají poměrně velkou tvrdost a pevnost, jsou však méně odolné proti zadírání a hůře se zabíhají. Spoluzabírající šnek proto musí mít vysokou tvrdost povrchu. Kolo z šedé litiny ve dvojici s ocelovým šnekem je vhodné u převodů méně namáhaných.

1.2.3 Použití.

Šnekové převodovky jsou kompaktní zařízení, která redukuje rychlost a zvyšují točivý moment. Malé elektromotory jsou většinou vysokorychlostní a mají na výstupu malý krouticí moment – proto šnekové převodovky nacházejí spoustu aplikací, zejména pokud se bere v potaz jejich malý rozměr.

Šnekové převodovky se využívají v lisovnách, válcovnách, v dopravních zařízeních (běžící pásy), v hornictví apod.



Obr. 1.5 Model šnekové převodovky



Obr. 1.6 Otočný stůl

Dost často jsou šnekové převodovky využívány v regulačních a řídicích systémech – samosvornost zajišťuje fixaci polohy a velký převodový poměr pomáhá docílit vysoké přesnosti. Jako příklad poslouží pohon frézovacích hlav a otočných stolů (obr. 1.6) za použití šnekových převodovek vyrobených se zvýšenou přesností.

Dále se užívají ve výtahových zařízeních, kde se hlavně využívá možnosti dosažení jejich samosvornosti (například, jeřáby). Ze stejného důvodu se někdy využívají v mechanismech naladění hudebních nástrojů (například, kytary). Na obr. 1.7 jako příklad použití šnekového převodu je uveden francouzský klíč.



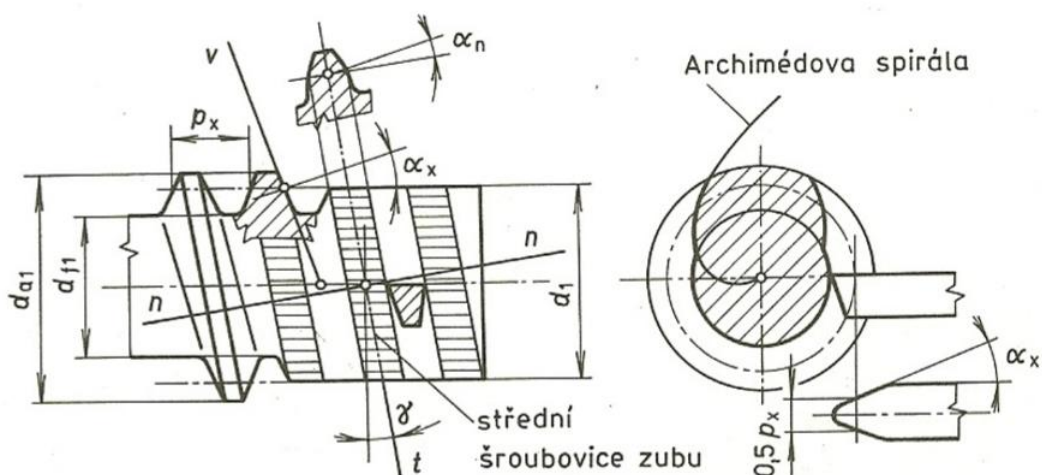
Obr. 1.7 Francouzský klíč

2. Šneková soukolí.

2.1 Obecné charakteristiky.

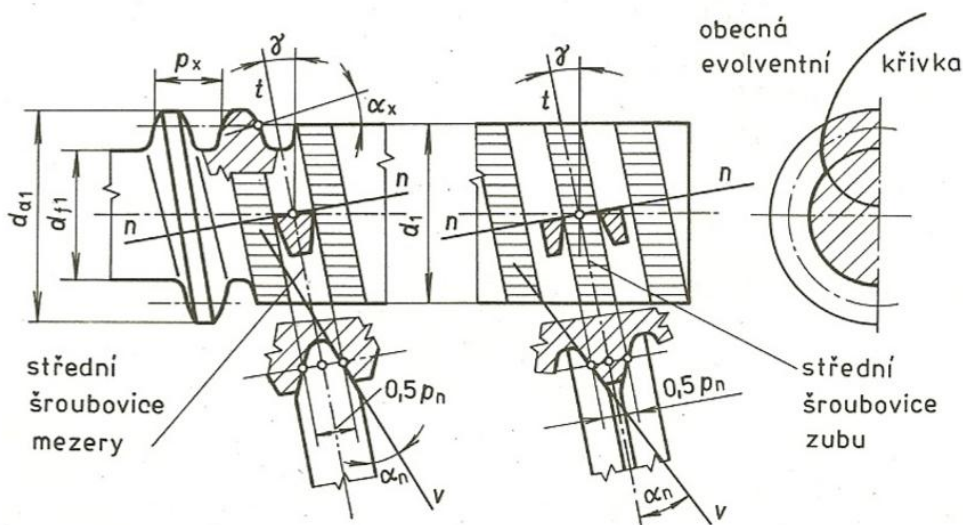
2.1.1 Rozdělení šneků podle profilu. [4]

1) **Šnek s ozubením spirálním-** značí se ZA. V osové řezu je zub lichoběžníkového tvaru, v normálovém řezu jsou boky zubů mírně vypouklé, příčný řez vede k Archimédově spirále. Normalizovány bývají prvky v osové řezu (m_x). Vyrábí se na soustruhu stejně jako trapézový závit. Nůž se přikládá v osové rovině. Toto ozubení se používá u šneků s malým úhlem stoupání ($\gamma \leq 10^\circ$) a to v případech, kdy boky zubů se tepelně neupravují a nevyžadují přebroušení.



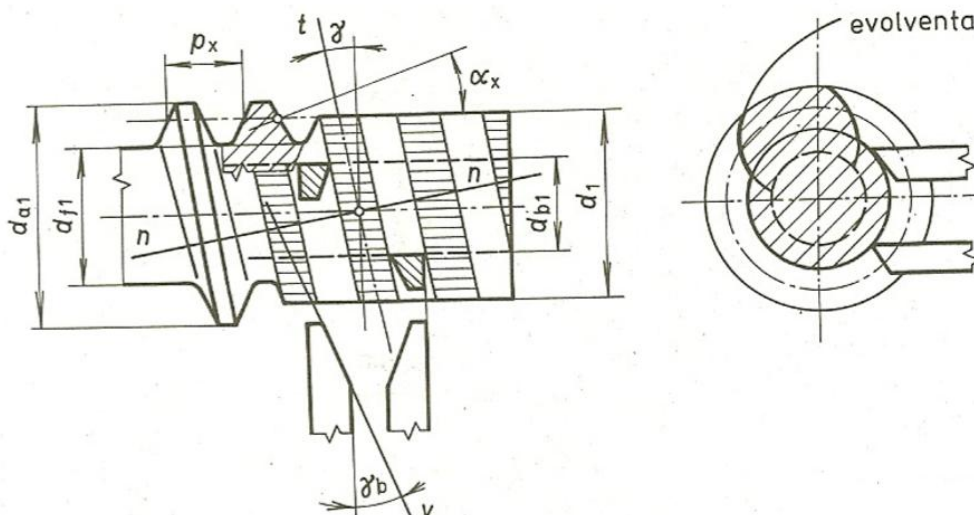
Obr. 2.1 Šnek s ozubením spirálním

2) **Šnek s ozubením obecným-** značí se ZN. V osové řezu jsou zuby mírně vypouklé, příčný řez vede k obecné evolventní křivce (prodloužené nebo zkrácené evolventě). Normalizovány jsou prvky v rovině normálové (m_n). Vyrábí se pomocí jednoho nebo dvou tvarových nůžů, skloněných pod úhlem stoupání nebo se frézuje kotoučovou frézou, což bývá výhodnější. Používá se pro úhly stoupání větší než 10° . V praxi nejčastější případ.



Obr. 2.2 Šnek s ozubením obecným

3) Šnek s evolventním profilem- značí se ZI. V osové i normálovém řezu jsou boky zubů vypouklé, příčný řez vede k evolventě. Normalizovány jsou prvky v rovině normálové (m_n). Šnek se soustruží dvěma noži (nebo frézuje odvalovací frézou). Ostří nožů leží ve směru tečny ke šroubovici na základním válci. Evolventní ozubení se používá u šneků s více chody, šnek tak připomíná šikmozubé kolo válcové. Toto ozubení se v našich zemích téměř nepoužívá (dlouhodobá patentní ochrana v anglosaských zemích).



Obr 2.3 Šnek s evolventním profilem

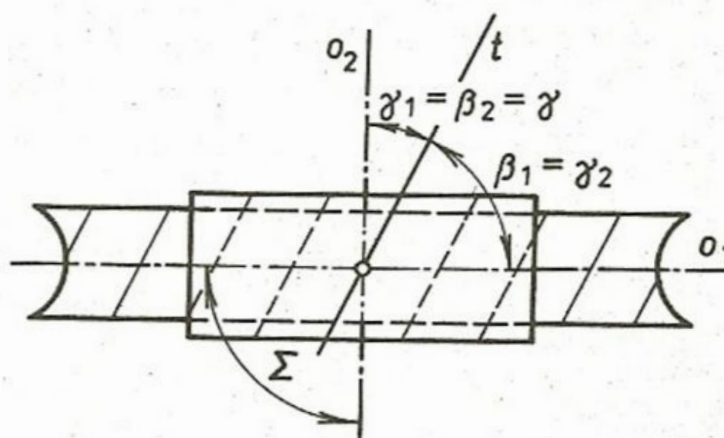
Pro průměr roztečného válce platí:

$$d_1 = m_t \cdot z_1 = \frac{m_n \cdot z_1}{\tan \gamma} \dots \dots \dots \text{ozubení spirální}$$

$$d_1 = m_t \cdot z_1 = \frac{m_n \cdot z_1}{\sin \gamma} \dots \dots \dots \text{ozubení obecné}$$

Ozubení šneku se dělá zásadně bez korekce ($x_1=0$).

2.1.2. Geometrické charakteristiky. [4]



Obr. 2.4 Geometrické charakteristiky

Na rozdíl od šroubového soukolí válcového s úhly β_1 a β_2 se u šnekového soukolí s úhlem $\Sigma = 90^\circ$ zavádí úhel jediný - úhel γ , který odpovídá:

- u šneku úhlu stoupání, tj. $\gamma = \gamma_1$;
- u šnekového kola úhlu sklonu, tj. $\gamma = \beta_2$.

Toto zjednodušení vyplývá z doplňkovosti úhlů sklonu a úhlů stoupání, tj. $\gamma_1 + \beta_1 = 90^\circ = \gamma_2 + \beta_2$, a z platnosti vztahu $\beta_1 + \beta_2 = 90^\circ$.

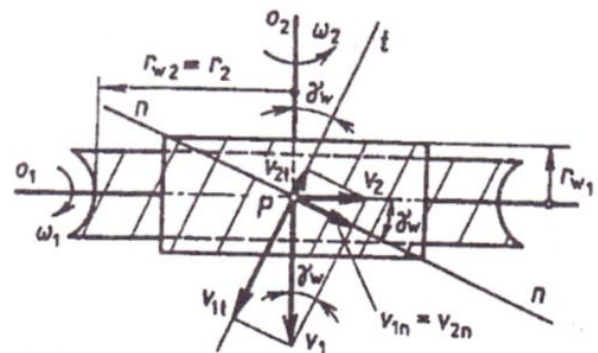
Šnekové kolo je geometricky určeno: počtem zubů z_2 , součinitelem posunutí $x_2 = x$, druhem ozubení a geometrickými prvky spoluzabírajícího šneku, šířkou věnce b_2 a hlavovým převýšením $v = v^*$.

Pro průměr roztečné kružnice platí:

- $d_2 = m_x \cdot z_2$ ozubení spirální,
- $d_2 = \frac{m_n \cdot z_2}{\cos \gamma}$ ozubení obecné.

2.1.3. Rychlostní a záběrové poměry. [4]

Na obr. 2.5 jsou rychlostní poměry v pólu pro obecný případ šnekového soukolí s posunutím. Dotyk obou členů v pólu P je u šnekového kola realizován roztečnou kružnicí $d_{w2} = d_2$, u šneku šroubovým válcem o průměru d_{w1} . Šroubovice s úhlem stoupání γ_w , která vystupuje na plášti šroubového válce jako boční čára zubu, má v bodě P normálu n a tečnu t .



Obr. 2.5 Rychlostní poměry

Obvodové rychlosti $v_1 = r_{w1} \cdot \omega_1$ a $v_2 = r_{w2} \cdot \omega_2$ rozložíme na složky ve směru normály v_{1n} , v_{2n} a do směru tečny v_{1t} , v_{2t} . Rovnost normálových složek $v_{1n} = v_{2n}$ je nutnou podmínkou valení v normálovém řezu, může být rozepsána v rovnici

$$r_{w1} \cdot \omega_1 \cdot \sin \gamma_w = r_{w2} \cdot \omega_2 \cdot \cos \gamma_w ,$$

která pak po úpravě vede ke vztahu pro převodový poměr i

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_{w2}}{d_{w1} \cdot \operatorname{tg} \gamma_w} = \frac{d_2}{d_1 \cdot \operatorname{tg} \gamma} = \frac{z_2}{z_1} .$$

Vektorový rozdíl tečných rychlostí vyjadřuje tzv. skluzovou rychlost v_k , jejíž velikost je dána rovnicí

$$v_k = r_{w1} \cdot \omega_1 \cdot \cos \gamma_w + r_{w2} \cdot \omega_2 \cdot \sin \gamma_w ,$$

nebo taky platí

$$v_k = \frac{r_{w1} \cdot \omega_1}{\cos \gamma_w} = \frac{r_{w2} \cdot \omega_2}{\sin \gamma_w} .$$

U soukolí bez posunutí platí: $r_{w1} = r_1$, $r_{w2} = r_2$ a $\gamma_w = \gamma$.

Pro únosnost šnekového soukolí je důležitá vzájemná poloha dotykové čáry a příslušné skluzové rychlosti v_k . Spoluzabírající boky vytvářejí klínovitou mezeru, jejíž vrcholovou hranou je právě dotyková čára. V klínovité mezeře vzniká hydrodynamický tlak, který je v optimálním případě schopen oba povrchy oddálit a přivodit kapalinné tření. Jeho vznik je podmíněn dostatkem vhodného maziva a dostatečně velkou relativní rychlostí povrchů ve směru kolmém na ostří klínu.

2.1.4. Silové poměry. [4]

Vzájemné silové působení šneku a šnekového kola v záběrové oblasti se určuje staticky ekvivalentním systémem osamělých sil s působištěm v pólu P . Řešení je provedeno zvlášť pro šnek (obr. 2.6a) a zvlášť pro kolo (obr. 2.6b). V obou případech je nutno vyjít z normálového řezu, kde výsledná normálová síla F_N se nahradí složkami F_n a F_r podle vztahů

$$F_n = F_N \cdot \cos \alpha_n,$$

$$F_{r1} = F_{r2} = F_r = F_N \cdot \sin \alpha_n = F_n \cdot \operatorname{tg} \alpha_n.$$

Ke složce F_n je přičtena třecí síla τ , která leží ve směru tečny t , je orientována proti směru příslušné rychlosti v_t a má velikost

$$\tau = f \cdot F_N = \frac{f}{\cos \alpha_n} \cdot F_n = f' \cdot F_n = F_n \cdot \operatorname{tg} \varphi'.$$

Geometrický součet sil F_n a τ vede k výslednici F_v , kterou lze rozložit na složku obvodovou a axiální, tj. F_{t1} a F_{a1} u šneku a F_{t2} a F_{a2} u šnekového kola

$$F_{t1} = F_v \cdot \sin(\gamma + \varphi') = F_{a2},$$

$$F_{a1} = F_v \cdot \cos(\gamma + \varphi') = F_{t2}.$$

Vzájemné silové působení šneku a šnekového kola je potom definováno trojicí ortogonálních vektorů F_{t1} , F_{a1} , F_{r1} resp. F_{t2} , F_{r2} , F_{a2} .

Při zadaném točivém momentu na šneku T_1 , popř. na šnekovém kole T_2 , dospějeme nejprve ke složkám obvodovým

$$F_{t1} = \frac{2T_1}{d_1}, \quad F_{t2} = \frac{2T_2}{d_2}.$$

Axiální složky

$$F_{a1} = \frac{F_{t1}}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi')}, \quad F_{a2} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \varphi').$$

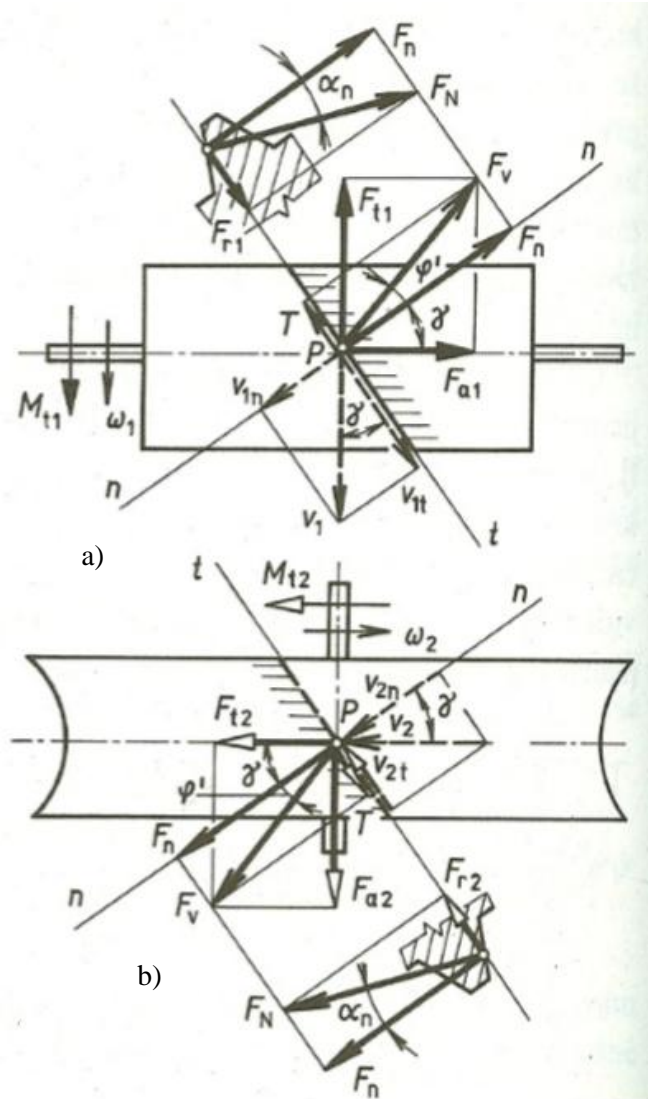
Radiální složky

$$F_r = F_{t1} \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\sin \gamma + \cos \gamma \operatorname{tg} \varphi'} = F_{t1} \frac{\operatorname{tg} \alpha_x}{\operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} \varphi'},$$

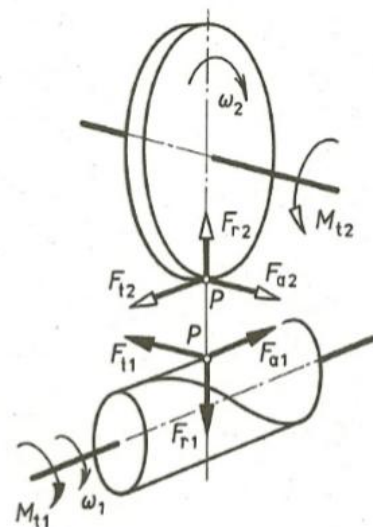
$$F_r = F_{t2} \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \gamma - \sin \gamma \operatorname{tg} \varphi'} = F_{t2} \frac{\operatorname{tg} \alpha_x}{1 - \gamma \cdot \operatorname{tg} \varphi'}.$$

Výrazy s α_x jsou vhodné pro ozubení spirální, výrazy s α_n pro ozubení obecné.

Vektorové řešení podle obr. 2.7 platí pro případ, že hnacím členem je šnek. Řešení pro případ, že hnacím je šnekové kolo, vychází ze změny smyslu otáčení u obou členů. To se projeví změnou slučovacího znaménka ve vztazích pro F_a a F_r , vztahy pro F_t se nemění.



Obr. 2.6 Rozklad sil na šneku a šnekovém kole



Obr. 2.7 Silové působení v prostoru

2.1.5. Účinnost šnekového soukolí. [4]

Celkovou ztrátu výkonu lze u šnekového soukolí rozdělit na ztrátu v ozubení a na ztrátu v ložiskách šneku a šnekového kola. Ztráta broděním šneku nebo kola v mazivu je vůči ostatním ztrátám zanedbatelná a není uvažována. Účinnost ozubení je obecně definována jako poměr výkonu na člene hnaném a hnacím; je nutno ji vyjádřit pro případy:

- hnacím členem je šnek - účinnost η_z ;
- hnacím členem je šnekové kolo - účinnost η'_z .

V obou případech je dále zachováno číselné označení: šnek - člen 1 a šnekové kolo - člen 2, a to bez ohledu na to, který člen je hnací a který hnaný.

a) Vztah pro η_z získáme postupnou úpravou výchozího poměru výkonu

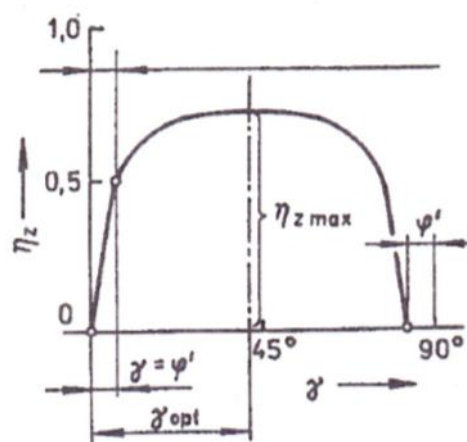
$$\eta_z = \frac{P_2}{P_1} = \frac{F_{t2} \cdot v_2}{F_{t1} \cdot v_1} = \frac{F_V \cdot \cos(\gamma + \varphi') \cdot \frac{v_n}{\cos \gamma}}{F_V \cdot \sin(\gamma + \varphi') \cdot \frac{v_n}{\sin \gamma}} = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi')}$$

Závislost η_z na úhlu stoupání γ při určitém třecím úhlu $\varphi' = \text{konst.}$ je na obr. 2.8; s rostoucím γ účinnost z počátku rychle stoupá, přechází v plochý extrém, potom stejně rychle klesá. Poněvadž křivka je symetrická, leží její vrchol uprostřed intervalu $0 < \gamma < (90^\circ - \varphi')$ a má souřadnici

$$\gamma_{\text{opt}} = 45^\circ - \frac{\varphi'}{2}$$

Dosažením γ_{opt} do předchozí rovnice plyne vztah pro maximální účinnost šnekového soukolí

$$\eta_{z\text{max}} = \frac{\operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)}$$



Obr. 2.8 Závislost η_z na γ pro hnací šnek

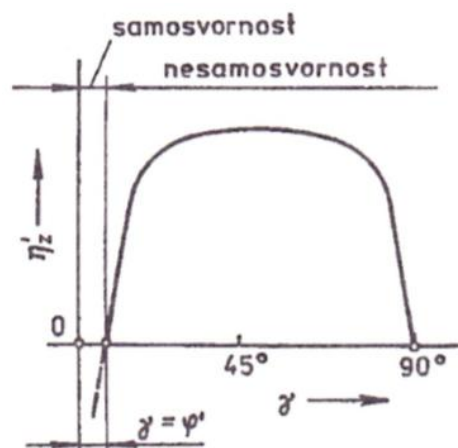
Prakticky používané uhly bývají $\gamma \leq (8 \div 10)^\circ$ u spirálního ozubení a $\gamma \leq (20 \div 25)^\circ$ u obecného ozubení, a to především z výrobních důvodů. Vzhledem k plochému vrcholu křivky η_z lze však u obecného ozubení i při těchto úhlech dosáhnout účinnosti o málo menší než $\eta_{z\text{max}}$.

Velikost úhlu γ je možno účinně ovlivnit počtem zubů (chodů) z_1 šneku. Požadavek vysoké účinnosti tak vede k vícechodým šnekům.

b) Požadavek, aby šnekové kolo bylo členem trvale a záměrně hnacím (šnekový multiplikátor), se u silových převodů prakticky nevyskytuje. Rozbor účinnosti tohoto případu je však užitečný pro rozdělení šnekových převodů na samosvorné a nesamosvorné

$$\eta'_z = \frac{P_1}{P_2} = \frac{F_{t1} \cdot v_1}{F_{t2} \cdot v_2} = \frac{F_V \cdot \sin(\gamma - \varphi') \cdot \frac{v_n}{\sin \gamma}}{F_V \cdot \cos(\gamma - \varphi') \cdot \frac{v_n}{\cos \gamma}} = \frac{\operatorname{tg}(\gamma - \varphi')}{\operatorname{tg} \gamma}$$

Závislost η'_z na úhlu γ při určitém třecím úhlu $\varphi' = \text{konst.}$ je na obr. 2.9; důležitý je průsečík křivky s osou úseček, tj. bod o souřadnici $\gamma = \varphi'$, který vyznačuje tzv. mez samosvornosti. Převody, u nichž $0 < \gamma \leq \varphi'$, představují převody samosvorné; zařízení nemá vlastnosti mechanismu, neboť sebevětším momentem na šnekovém kole T_2 nelze uvést soukolí do pohybu.



Obr. 2.9 Závislost η'_z na γ pro hnací šnekové kolo

Převody, kde $\gamma > \varphi'$, představují převody nesamosvorné; jde o mechanismy, jejichž účinnost se s rostoucím γ mění podobně jako v případě *a*).

Účinnost ložisek η_{L1} a η_{L2} (zpravidla jde o ložiska valivá) je možno předpokládat 0,97 až 0,99. Celková účinnost šnekového soukolí

$$\eta_c = \eta_z \cdot \eta_{L1} \cdot \eta_{L2} \cdot$$

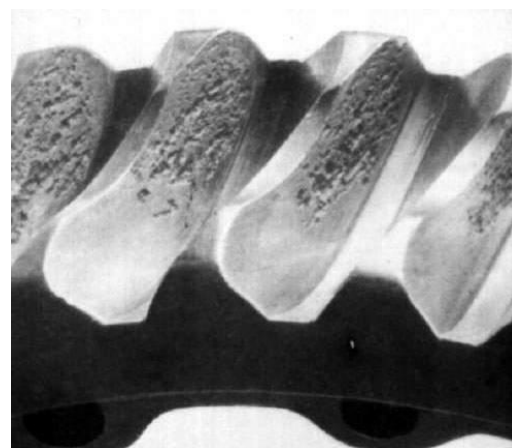
2.1.6. Druhy poškození zubů. [4]

Nejčastějším důvodem k vyřazení šnekového soukolí z provozu bývá poškození pracovních povrchů - především u šnekového kola. Vlastní příčinou je zadírání, únavové vydrolování (pitting) a nadměrné opotřebení (otěr). Méně častý je lom zubu: připadá v úvahu jen u šnekového kola, a to zpravidla po předchozím poškození povrchu.

Zadírání pracovních povrchů je zvláště nebezpečné u soukolí, jejichž kola mají věnce z poměrně tvrdého materiálu (z tvrdého bronzu nebo litiny); částice tohoto materiálu přivažené na povrch šneku působí na boky kola agresivně a volné částice jsou příčinou intenzivního otěru. Příznivější je průběh zadírání u kol z měkčích materiálů (měkčího bronzu), který se pouze nanáší na zuby šneku.

Únavové vydrolování (pitting) je únavový jev způsobený cyklickým tlakovým namáháním zubu. Vysoké dotykové napětí má za následek síť jemných trhlin. Na patě se trhliny šíří, až dojde k odprýsknutí (vydrolení) a k vytvoření jamky (důlku).

Většinou se objevuje u soukolí, jejichž materiály jsou odolné vůči zadírání a otěru; postihuje hlavně zuby kola v oblasti hlavního řezu.



Obr. 2.10 Pitting

Intenzivní otěr pracovních povrchů může být způsoben vysokou drsností boků šneku, nepřesnou montáží soukolí (nedodržení přesné vzdálenosti os a kolmosti os) a nedokonalým mazáním (nevhodné mazivo, abrazivní částice v mazivu aj.). Nepříznivě též působí časté spouštění, při němž dochází ke krátkodobému nedostatečnému mazání.

Těmto poškozením lze předejít volbou vhodných materiálů, spolehlivým pevnostním výpočtem, přesnou výrobou a montáží, použitím vhodného maziva a pečlivou údržbou.

2.2 Pevnostní výpočty ozubení.

V podstatě jde o pevnostní řešení šnekového kola, jehož zuby vykazují zpravidla menší únosnost než zuby šneku (vliv materiálu, tvaru zubů aj.). Za základní se považuje výpočet na dotyk a to se zaměřením na:

- tvoření pittingu*, při použití bronzů cínových, které jsou odolné vůči zadírání;
- zadírání*, při použití bronzů bez anebo s malým obsahem cínu a u litiny.

Výpočet zubů kola na ohyb je podružný a mívá charakter kontroly. Výpočty je však třeba doplnit tepelnou bilancí převodovky.

2.2.1 Pevnostní výpočet na dotyk. [4]

Šnekové kolo se nahrazuje válcovým kolem se šikmými zuby ($\beta_2 = \gamma$), jehož příčný řez odpovídá hlavnímu řezu šnekovým kolem.

Pak řešení vychází ze základního Hertzova vztahu pro srovnávací napětí σ_H

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{\frac{K_H \cdot F_N \cdot E_H}{b}}{2\pi(1 - \mu^2) \cdot \rho_H}},$$

kde:

- K_H je součinitel přidavného zatížení;
- $F_N = \frac{F_{t2}}{\cos \gamma \cdot \cos \alpha_n}$, $F_{t2} = \frac{2T_2}{d_2}$;
- $b = b_{ef} = \frac{3}{4 - \varepsilon_\alpha} \cdot b_2$;
- $\rho_H = \rho_2 = \frac{d_{v2}}{2} \cdot \sin \alpha_n = \frac{d_2}{2 \cos^2 \gamma} \cdot \sin \alpha_n$ ($\rho_1 = \infty$).

Po dosazení

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{E_H}{2\pi(1 - \mu^2)}} \cdot \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cos \gamma}{\sin 2\alpha_n}} \cdot \sqrt{\frac{2K_H \cdot F_{t2}}{b_2 \cdot d_2}} \leq \sigma_{HD}.$$

Hodnota σ_{HD} a způsob jejího určení závisí na materiálu ozubeného věnce kola a na předpokládaném mezním stavu ozubení:

- a) mezní stav únavového vydrolování (pittingu) přichází v úvahu u kol z cínových bronzů;
- b) mezní stav zadírání hrozi u kol, jejichž ozubený věnec je vyroben z hliníkových bronzů, z mosazi nebo ze šedé litiny.

2.2.2 Pevnostní kontrola na ohyb. [4]

Řešení vychází z pevnostní podmínky pro válcová kola se šikmými zuby

$$\sigma_F = \frac{K_F \cdot F_{t2} \cdot Y_{FS} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta}{b_2 \cdot m_n} \leq \sigma_{FD},$$

z čehož pak po úpravě vychází

$$\sigma_F = \frac{K_H \cdot F_{t2} \cdot Y_{FS}}{b_2 \cdot m_n} \leq \sigma_{FD}.$$

2.2.3 Kontrola na oteplení. [4]

Řešení vychází z předpokladu, že veškerá mechanická energie zmařená v soukolí se přemění v teplo, jehož nositelem je olejová náplň skříně. Poněvadž teplota mazacího oleje nemá překročit určitou hodnotu t_M , je nutno zajistit, aby množství tepla, které lze převést z oleje o teplotě t_M za jednotku času do okolí, bylo větší než množství tepla, které uvnitř skříně za jednotku času vzniká. Tepelný výkon skříně Q při teplotě oleje t_M musí být větší (minimálně roven) než ztracený mechanický výkon Z , tj.

$$Q \geq Z = P_1 \cdot (1 - \eta_c).$$

Při přirozeném prostupu tepla, tj. u skříně bez zvláštního chladicího zařízení, se tepelný výkon Q určí ze vztahu

$$Q = k \cdot S \cdot (t_M - t_0),$$

kde:

- S [m^2] je vnější povrch skříně, který leží pod úrovní hladiny mazacího oleje a je vystaven volnému proudění okolního vzduchu. Z povrchu chladicích žebor se započítává jen 50%;
- t_M [$^{\circ}\text{C}$] je nejvyšší provozní teplota mazacího oleje, při níž jsou ještě zachovány potřebné mazací vlastnosti; u běžných olejů $t_M = (60 \div 80) ^{\circ}\text{C}$; u speciálních olejů i 100°C ;
- t_0 [$^{\circ}\text{C}$] teplota okolního vzduchu;
- k [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$] součinitel prostupu tepla stěnou skříně; jeho velikost závisí na intenzitě proudění vzduchu kolem skříně.

Jestliže $Q < Z$, pak je nutno použít některá opatření: buď zvýšit součinitel přestupu tepla, nebo použít chladič anebo vybavit zařízení chladicím systémem.

3. Vinutá šneková převodovka.

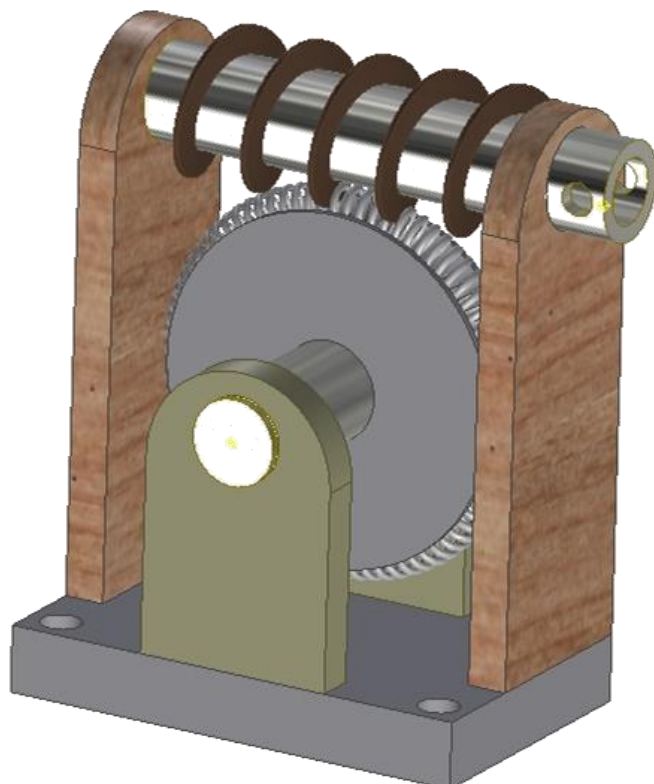
3.1 Podstata vynálezu. [1]

Výkon z hnacího hřídele šneku opatřeného jednochodým eventuálně několikachodým klasickým nebo vinutým závitem realizován na šnekové kolo, na jehož hřídel je souose pevně připojen disk, který je po obvodě opatřen pevně připojeným ozubením tvořeným pružným šroubovitě vinutým pružinovým věncem. Pružinový věnec je vytvořen ohnutím šroubovitě vinuté válcové pružiny po tvořící kružnici do tvaru anuloidu, přičemž oba konce tvořící šroubovitě pružiny, která věnec tvoří, jsou spolu pevně připojeny.

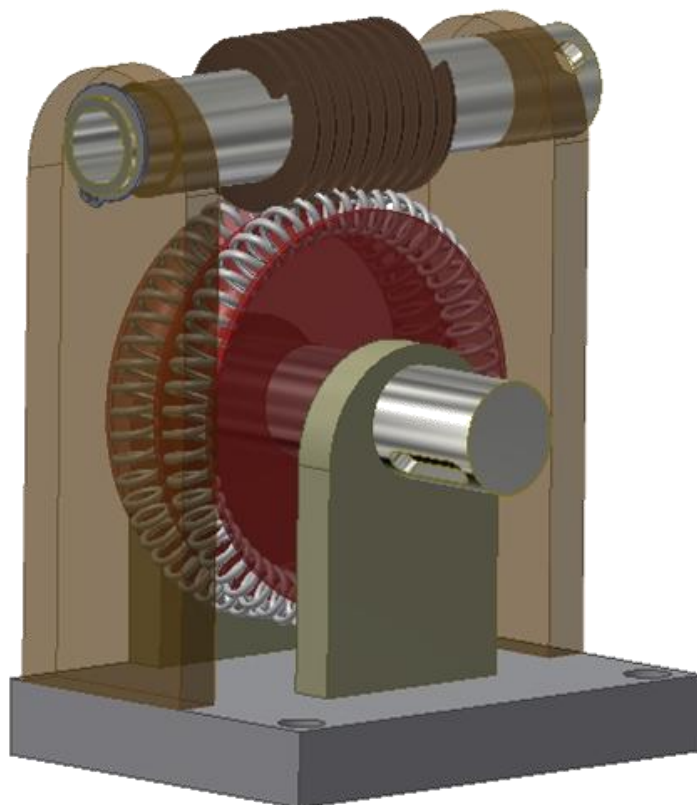
Pevné spojení vinutého závitu šneku s jeho hřídelem nebo vinutého pružinového věnce s diskem může být realizováno různými technologiemi, například přišroubováním, nýtováním, čepováním, lepením, lisováním nebo svařováním, eventuálně může být věnec zasunut v uložení na povrchu disku do jeho drážek.

Při přenosu výkonu touto šnekovou převodovkou z hřídele šneku na hřídel šnekového kola se o sebe závit šneku se závitem šnekového kola opírají, a protože jsou pružné, dochází při jejich vyšším zatížení k jejich průhybu, takže šnekový závit dosedá postupně na více závitů šnekového kola, proto je tento typ konstrukce převodu významně progresivně pružný a tím i tolerantní k rázům zatížení.

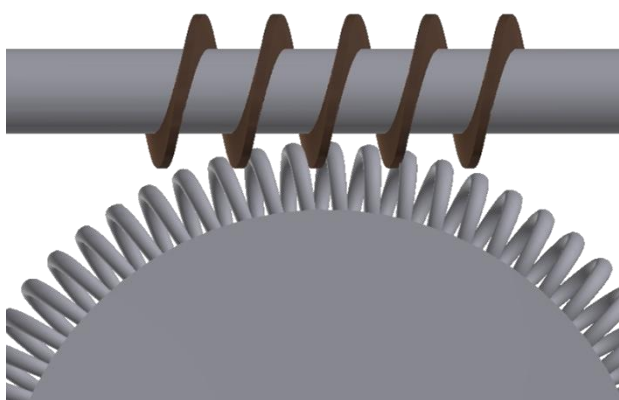
V případě, že tvořící profil pružinového věnce nebo vinutého závitu šneku je dutý, je možno jej současně využít pro přívod média k mazání nebo chlazení převodu. Pružného ozubení šnekového kola nebo šneku je využito pro konstrukci vícestupňové šnekové převodovky se šnekovým kolem, na jehož disku je vedle sebe seřazeno podle stupňů několik šnekových ozubení tvořených vinutými věnci o různém počtu pružících závitů, do kterých je postupně podle zvoleného převodového stupně zasouván šnek s řízeným kyvným uložením.



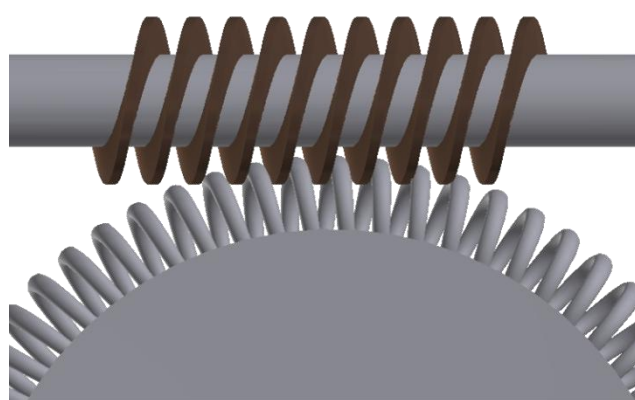
Obr. 3.1 Model vinuté šnekové převodovky



Obr. 3.2 Provedení s dvojitým věncem šnekového kola



Obr. 3.3 Provedení A



Obr. 3.4 Provedení B

Na obr. 3.3 a 3.4 jsou znázorněny možnosti provedení konstrukce. *Provedení A* je “poddajné” tzn. umožňuje využít pružnosti závitů šnekového kola tj. dosednutí jednoho závitů na druhý. *Provedení B* představuje klasický dvouchodý šnek (materiál šneku je bronz).

3.2 Provedení vynálezu. [1]

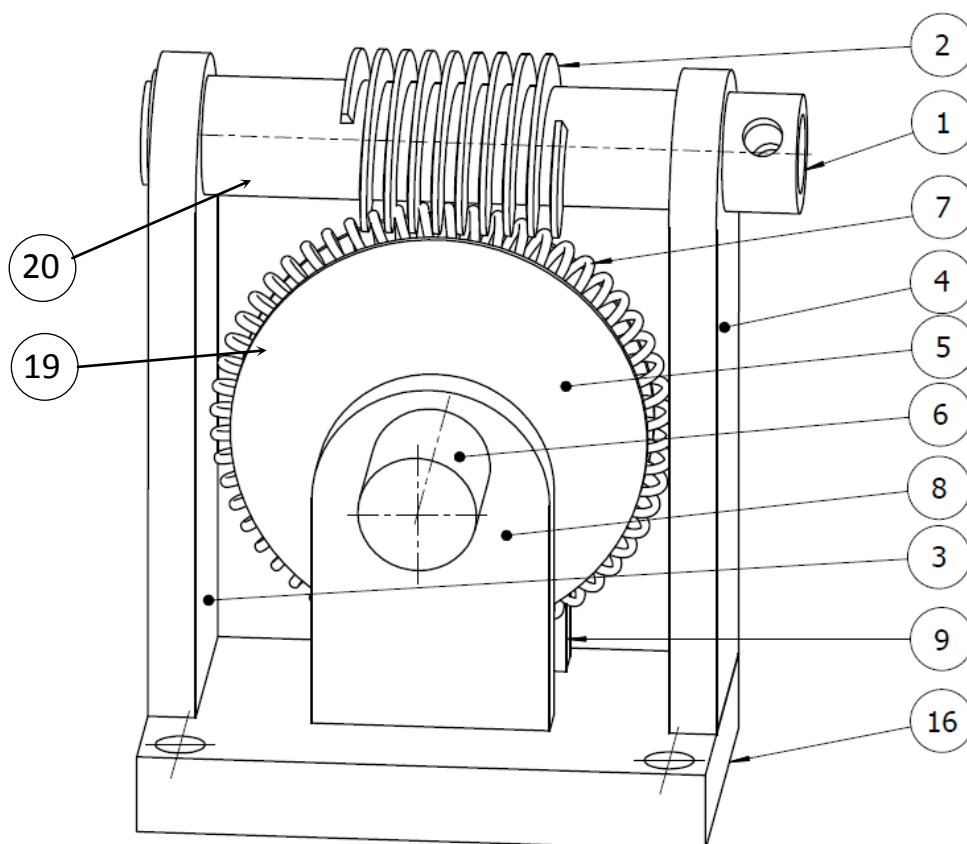
První variantou je provedení vynálezu jednostupňové šnekové převodovky podle obr. 3.5, kterou tvoří šnekové kolo 19, které je zkonstruováno šroubovitě vinutým pružinovým věncem 7 vytvořeným ohnutím šroubovitě válcové pružiny po tvořící kružnici do tvaru anuloidu, přičemž oba konce této pružiny jsou pevně spojeny a věnec 7 je pevně připojen na líčující vnější obvod disku 5, který je souose pevně připojen k hřídeli 6.

Hřídel 6 šnekového kola 19 je svými konci otočně uložen v předním ložisku 8 a zadním ložisku 9, přičemž přední ložisko 8 a zadní ložisko 9 jsou obě pevně připojena k základu 16.

Šnek 20 je složen z hnacího hřídele 1, na kterém je šnekový závit 2 vyroben klasicky například obráběním, nebo je závit 2 šneku 20 vyroben svinutím prutu o průřezu závitu do šroubovice a následně je závit 2 na hnací hřídel 1 pevně připojen lisováním nebo svařováním. Průřezy závitu 2 šneku 20 nebo věnce 7 mohou být vinuty z prutů plných nebo dutých jeklových průřezů.

Hnací hřídel 1 šneku 20 je otočně uložen jedním koncem v řídicím ramenu 3 a druhým koncem je otočně uložen v ramenu 4, přičemž řídicí rameno 3 i rameno 4 jsou pevně připojena k základu 16.

Otáčením hnacího hřídele 1 svým závitem 2 šnek 20 zabírá do ozubení šnekového kola 19, které je tvořeno vinutým pružinovým věncem 7. V případě, že šneková ozubení tvořená závitem věnce 7 šnekového kola 19 nebo závitem 2 šneku 20 jsou vinuta z prutu dutého jeklového průřezu, je možno dutinou závitu zavádět do šnekového ozubení mazací nebo chladicí médium.



Obr. 3.5 Sestava vinuté šnekové převodovky

4. Teorie pružnosti a pevnosti.

V této části svoje práce proberu vybrané partie ze základního vysokoškolského kurzu předmětu Pružnost a pevnost, které mně pak pomůžou s rozбором namáhání závitů pružiny vinutého šnekového kola. Některé závěry, k nimž dospěji, pak použiji v dalším výkladu.

4.1 Prostorový ohyb prutů.

Zanedbáváme vliv posouvající a normálové síly v průřezu na deformace a napjatost.

Deformační energie prostorově ohýbaného prutu kolem hlavních centrálních os y , z (obr. 4.1) má tvar:

$$U = \int_V \lambda \cdot dV(x) = \int_V \frac{\sigma \cdot \varepsilon}{2} \cdot dV = \int_V \frac{\sigma^2}{2E} \cdot dV = \int_L \int_A \frac{\left(\frac{M_z}{J_z} \cdot y - \frac{M_y}{J_y} \cdot z \right)^2}{2E} \cdot dA \cdot dx =$$

$$\int_L \int_A \frac{\left(\frac{M_z^2}{J_z^2} \cdot y^2 - 2 \frac{M_y \cdot M_z}{J_y \cdot J_z} \cdot z \cdot y + \frac{M_y^2}{J_y^2} \cdot z^2 \right)}{2E} \cdot dA \cdot dx = \int_L \frac{\left(\frac{M_z^2}{J_z} - 2 \frac{M_y \cdot M_z}{J_y \cdot J_z} \cdot D_{zy} + \frac{M_y^2}{J_y} \right)}{2E} \cdot dx$$

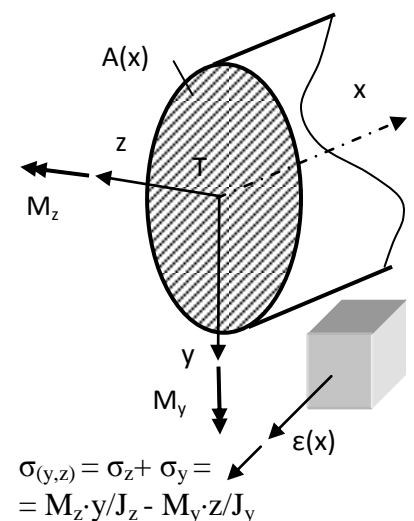
Castigliánova věta vyjadřující při prostorovém ohybu posuv u :

Zde $D_{zy} = 0$, protože osy z , y jsou hlavní centrální. Vztah deformační energie lze proto zjednodušit:

$$u = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{\partial}{\partial F} \int_L \left(\frac{M_z^2}{2EJ_z} + \frac{M_y^2}{2EJ_y} \right) \cdot dx = \int_L \left(\frac{2M_z}{2EJ_z} \cdot \frac{\partial M_z}{\partial F} + \frac{2M_y}{2EJ_y} \cdot \frac{\partial M_y}{\partial F} \right) \cdot dx$$

$$u = \int_L \frac{M_z \cdot \frac{\partial M_z}{\partial F}}{E \cdot J_z} \cdot dx + \int_L \frac{M_y \cdot \frac{\partial M_y}{\partial F}}{E \cdot J_y} \cdot dx = \int_L \frac{M_z \cdot m_z}{E \cdot J_z} \cdot dx + \int_L \frac{M_y \cdot m_y}{E \cdot J_y} \cdot dx$$

Z toho je pak vidět, že výpočet posuvu při prostorovém ohybu vede na součet Mohrových integrálů nezávislých momentových složek M_z , M_y prostorového ohybu.



Obr. 4.1 Prostorový ohyb

4.2 Kombinace ohybu a krutu.

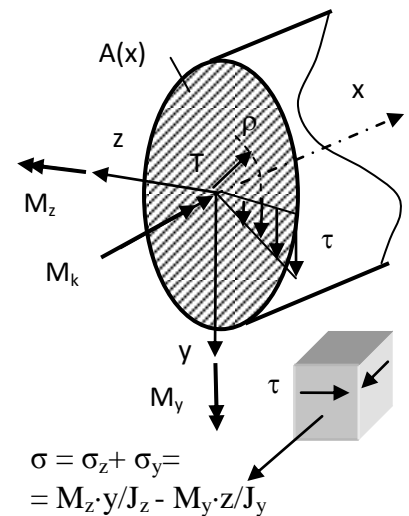
Castigliánova věta vyjadřující při kombinaci ohybu a krutu kruhového nebo mezikruhového průřezu prutu posuv u :

Napětí σ , τ i poměrné deformace ε , γ od ohybu a krutu jsou na sobě nezávislé (viz obr. 4.2), proto deformační energii tvoří obecně ohyb dle 4.1 a v součtu zvlášť krut (zde $A \cdot \rho^2 = J_k$ je polární kvadratický moment průřezu)

$$U_{M_k} = \int_V \lambda \cdot dV(x) = \int_V \frac{\tau \cdot \gamma}{2} \cdot dV = \int_V \frac{\tau^2}{2G} \cdot dV = \int_L \frac{\int_A \left(\frac{M_k}{J_k} \cdot \rho \right)^2 \cdot dA}{2G} \cdot dx = \int_L \frac{M_k^2}{2G \cdot J_k} \cdot dx$$

Posuv u od ohybu z 4.1 je v případě kombinace s krutem doplněn Mohrovým integrálem pro krut, který tvoří část celkového posuvu u

$$u_{M_k} = \frac{\partial U_{M_k}}{\partial F} = \frac{\partial \int_L \frac{M_k^2}{2G \cdot J_k} \cdot dx}{\partial F} = \int_L \frac{2 \cdot M_k \cdot \frac{\partial M_k}{\partial F}}{2G \cdot J_k} \cdot dx = \int_L \frac{M_k \cdot m_k}{G \cdot J_k} \cdot dx$$

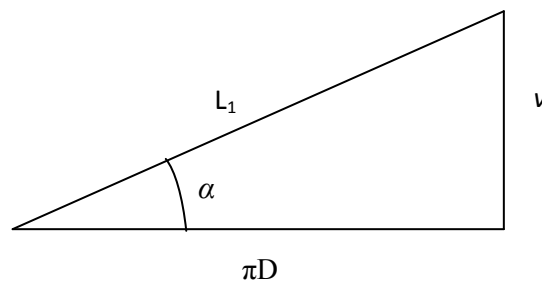


Obr. 4.2 Kombinace prostorového ohybu a krutu

4.3 Převod do válcových souřadnic.

Při výpočtu deformace pružin je vhodné použít přesnější prostředky – např. válcové souřadnice. Můžeme je aplikovat tímto poměrně jednoduchým způsobem:

1) Rozvineme jeden závit pružiny do roviny a vypočítáme délku tvořícího prutu L_1 jednoho závitu



Obr. 4.4 Rozvinutí závitu do roviny

$$L_1 = \sqrt{(\pi D)^2 + v^2} \quad ,$$

kde D je střední průměr vinutí a v je výška závitu pružiny.

2) Celkovou délku drátu L dostaneme vynásobením L_1 počtem závitů i

$$L = i \cdot L_1 = i \cdot \sqrt{(\pi D)^2 + v^2}.$$

3) Pokud vytkneme z odmocniny 2π dostaneme

$$L = 2\pi i \cdot \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{v}{2\pi}\right)^2},$$

kde výraz $\frac{v}{2\pi}$ je tzv. redukovaná výška závitu, označíme ji $b = \frac{v}{2\pi}$.

4) Dále předpokládáme, že střední průměr D a redukovaná výška závitu b jsou konstantní, takže můžeme zapsat výraz pro celkovou délku L tvořícího prutu pružiny

$$L = i \int_0^{2\pi} \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2} d\beta.$$

5) Srovnáním s původním integrálem dostaneme

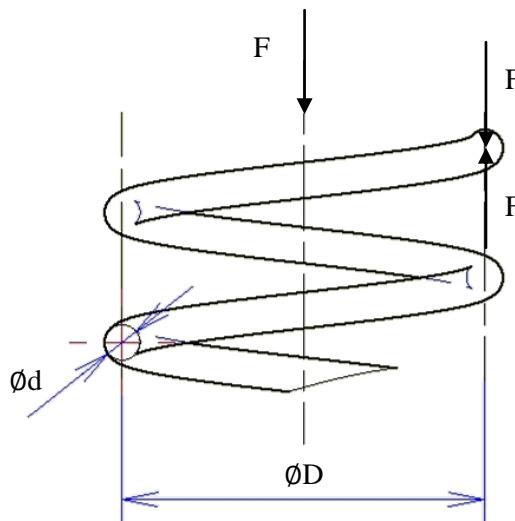
$$\int_L dx = i \int_0^{2\pi} \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2} d\beta$$

Takže vztah pro celkovou deformaci u při kombinaci prostorového ohybu a krutu má následující tvar

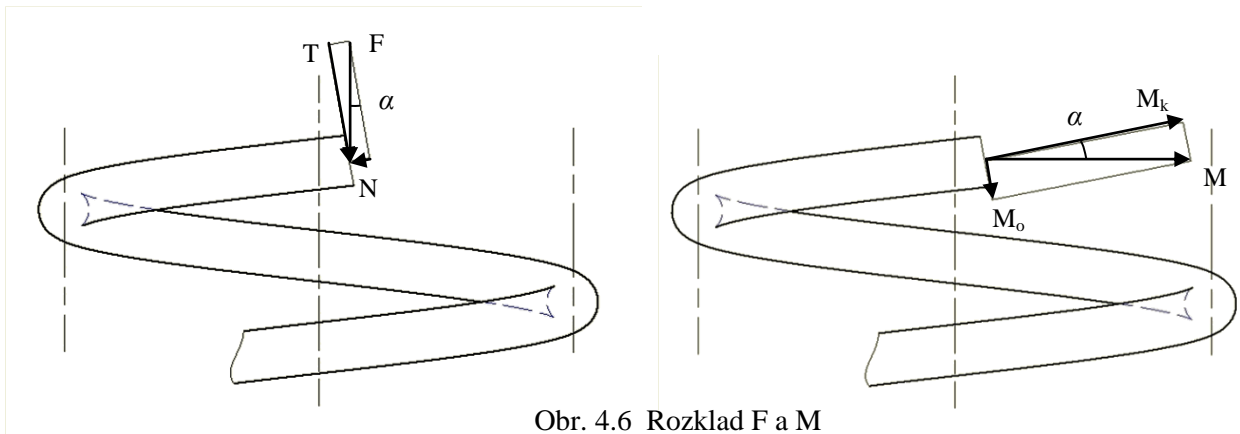
$$\begin{aligned} u &= \int_L \frac{M_z \cdot m_z}{E \cdot J_z} dx + \int_L \frac{M_y \cdot m_y}{E \cdot J_y} dx + \int_L \frac{M_k \cdot m_k}{G \cdot J_k} dx = \\ &= i \int_0^{2\pi} \frac{M_z \cdot m_z}{E \cdot J_z} \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2} d\beta + i \int_0^{2\pi} \frac{M_y \cdot m_y}{E \cdot J_y} \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2} d\beta + i \int_0^{2\pi} \frac{M_k \cdot m_k}{G \cdot J_k} \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2} d\beta = \\ &= i \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2} \cdot \left[\int_0^{2\pi} \frac{M_z \cdot m_z}{E \cdot J_z} d\beta + \int_0^{2\pi} \frac{M_y \cdot m_y}{E \cdot J_y} d\beta + \int_0^{2\pi} \frac{M_k \cdot m_k}{G \cdot J_k} d\beta \right]. \end{aligned} \quad (4.3)$$

4.4 Tuhost (poddajnost) válcové vinuté pružiny.

Uvažujme válcovou pružinu svinutou z drátu kruhového průřezu d , která je osově zatížena silou F (viz obr. 4.5).



Obr. 4.5 Válcová pružina zatížená osovou silou F



Obr. 4.6 Rozklad F a M

Z obr. 4.6 je vidět, že pružina je namáhána silou F a dvojicí $M = \frac{F \cdot D}{2}$.

Tyto dva silové účinky v uvažovaném řezu rozložíme v rovině tečné k ose drátu, kde se složky těchto silových účinků zobrazí jako základní druhy namáhání:

- 1) Tlak $N = F \cdot \sin \alpha$ (1) ;
- 2) Smyk $T = F \cdot \cos \alpha$ (2) ;
- 3) Ohyb $M_o = \frac{F \cdot D}{2} \cdot \sin \alpha$ (3) ;
- 4) Krut $M_k = \frac{F \cdot D}{2} \cdot \cos \alpha$ (4) .

V uvedených vztazích úhel α značí úhel stoupání vinutí pružiny.

Dále stanovení tuhosti pružiny je třeba rozdělit na 2 případy: případ těsně vinutou pružiny (úhel α je malý) a případ pružiny s větším úhlem stoupání α .

4.4.1 Tuhost (poddajnost) těsně vinuté pružiny.

Pro malé velikosti úhlu α platí

$$\sin \alpha \approx 0 \quad \text{a} \quad \cos \alpha \approx 1. \tag{5}$$

Lze tedy zanedbat silové účinky N a M_o (viz vztahy (1) a (3)).

Zanedbáme též i vliv smykové síly T a budeme uvažovat pouze krouticí moment M_k

$$M_k \approx \frac{F \cdot D}{2}.$$

Vztah pro poddajnost pružiny odvodíme pomocí Castiglianovy věty

$$\Delta = F \cdot \delta = \frac{\partial U_{celk}}{\partial F},$$

kde Δ je prodloužení (stlačení) pružiny a δ představuje její poddajnost.

Stanovíme pak celkovou deformační energii U_{celk}

$$U_{celk} = \frac{1}{2} \int_{(l)} \frac{M_k^2}{G \cdot J_k} dx = \frac{1}{2} \left(\frac{F \cdot D}{2} \right)^2 \cdot i \pi D = \frac{4F^2 D^3 i}{G d^4}.$$

Poznámka: pro délku drátu těsně vinuté pružiny l platí přiblížení

$$l \doteq i \cdot \pi D,$$

kde i je počet závitů vinutí.

Po derivaci výrazu pro U_{celk} podle síly F dostaneme

$$\frac{\partial U_{celk}}{\partial F} = \frac{8FD^3 i}{Gd^4} = F \cdot \delta.$$

Z toho pak vyjádříme poddajnost pružiny δ_k s uvažováním zatížení pouze od krutu

$$\delta_k = \frac{8 \cdot D^3 \cdot i}{G \cdot d^4} . \quad (4.4.1)$$

4.4.2 Tuhost (poddajnost) pružiny s větším úhlem stoupání α .

Pro větší hodnoty úhlu stoupání α nemůžeme použít přiblížení (5).

Budeme uvažovat namáhání pružiny v krutu a ohybu

$$M_k = \frac{F \cdot D}{2} \cdot \cos \alpha \quad a \quad M_o = \frac{F \cdot D}{2} \cdot \sin \alpha .$$

Jak bylo dokázáno v bodě 4.1, při výpočtu celkové deformační energie ohybová a kroučící složky jsou na sobě nezávislé, takže můžeme psát

$$\begin{aligned} U_{celk} &= \frac{1}{2} \int_{(l)} \frac{M_k^2}{G \cdot J_k} dx + \frac{1}{2} \int_{(l)} \frac{M_o^2}{E \cdot J_o} dx = \frac{1}{2} \int_{(l)} \frac{\left(\frac{F \cdot D}{2} \cdot \cos \alpha\right)^2}{G \cdot \frac{\pi d^4}{32}} dx + \frac{1}{2} \int_{(l)} \frac{\left(\frac{F \cdot D}{2} \cdot \sin \alpha\right)^2}{E \cdot \frac{\pi d^4}{64}} dx = \\ &= \frac{4F^2 D^2 \cos^2 \alpha}{G \pi d^4} \cdot l + \frac{8F^2 D^2 \sin^2 \alpha}{E \pi d^4} \cdot l , \end{aligned}$$

kde l je délka drátu pružiny.

Dále provedeme derivaci podle F

$$\frac{\partial U_{celk}}{\partial F} = \frac{8FD^2 \cos^2 \alpha}{G \pi d^4} \cdot l + \frac{16FD^2 \sin^2 \alpha}{E \pi d^4} \cdot l = \frac{8FD^2 l}{\pi d^4} \cdot \left[\frac{\cos^2 \alpha}{G} + \frac{2 \cdot \sin^2 \alpha}{E} \right] .$$

Aplikujeme vztah $\frac{E}{G} = 2 \cdot (1 + \nu)$

$$\frac{\partial U_{celk}}{\partial F} = \frac{8FD^2 l}{\pi d^4} \cdot \frac{2 \cdot \nu \cdot \cos^2 \alpha + 2 \cdot \cos^2 \alpha + 2 \cdot \sin^2 \alpha}{E} = \frac{16 \cdot F \cdot D^2 \cdot (\nu \cdot \cos^2 \alpha + 1)}{E \cdot \pi \cdot d^4} \cdot l = F \cdot \delta_{k+o} .$$

Z toho pak vyjádříme poddajnost pružiny s uvažováním namáhání v krutu a ohybu δ_{k+o}

$$\delta_{k+o} = \frac{16 \cdot D^2 \cdot (\nu \cdot \cos^2 \alpha + 1)}{E \cdot \pi \cdot d^4} \cdot l .$$

Jelikož nyní jde o výpočet přesnější než v případě uvažování pouhého krutu, pak i délku drátu pružiny l musíme stanovit podobně jako v bodě 4.3

$$l = 2\pi i \cdot \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2} ,$$

kde $b = \frac{\nu}{2\pi}$, ν je výška závitu (stoupání) pružiny.

Výsledný vztah pro poddajnost pružiny δ_{k+o} má pak tvar

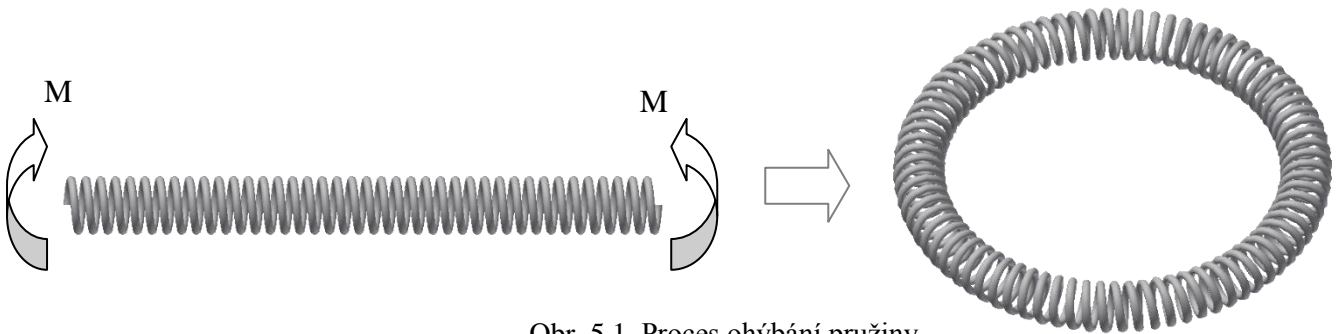
$$\delta_{k+o} = \frac{32 \cdot D^2 \cdot i \cdot (\nu \cdot \cos^2 \alpha + 1)}{E \cdot d^4} \cdot \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2} . \quad (4.4.2)$$

5. Rozbor namáhání.

5.1 Nezatížený stav.

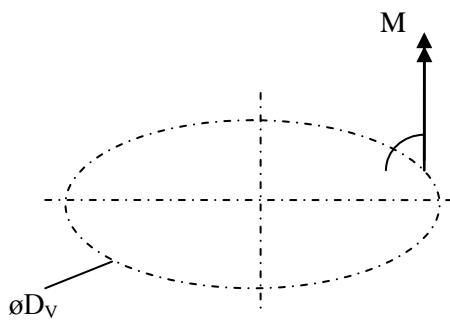
5.1.1 Rozklad momentu M .

Abychom ohnuli vinutou pružinu do tvaru věnce šnekového kola, musíme vynaložit moment M (viz obr. 5.1).

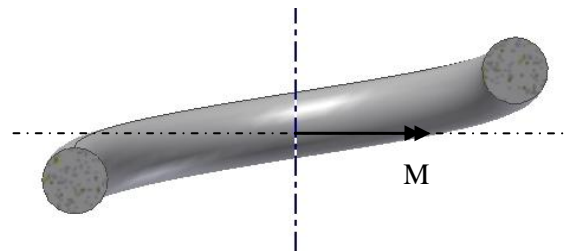


Obr. 5.1 Proces ohýbání pružiny

Při znázornění v prostoru, pak je moment dán M dle obr. 5.2 , respektive dle obr. 5.3 (zde $\varnothing D_v$ označuje střední průměr věnce pružiny).

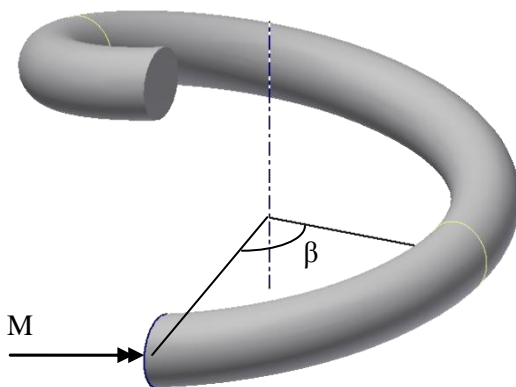


Obr. 5.2 Zjednodušený pohled

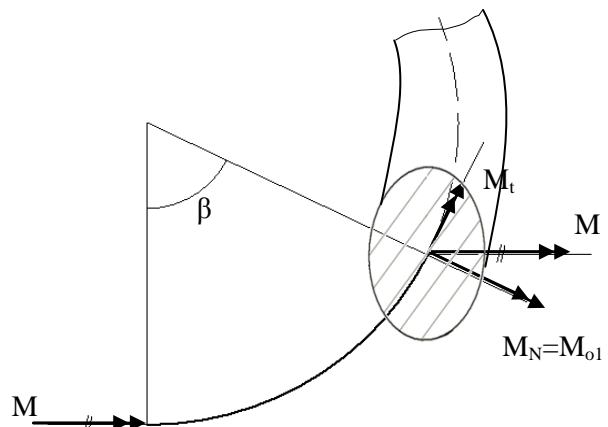


Obr. 5.3 Osový řez pružinou

Dále uvažujeme jeden závit pružiny modelovaný jako na křivý prut v obr. 5.4 a pohled shora na následnou část prutu v řezu β dle obr. 5.5.

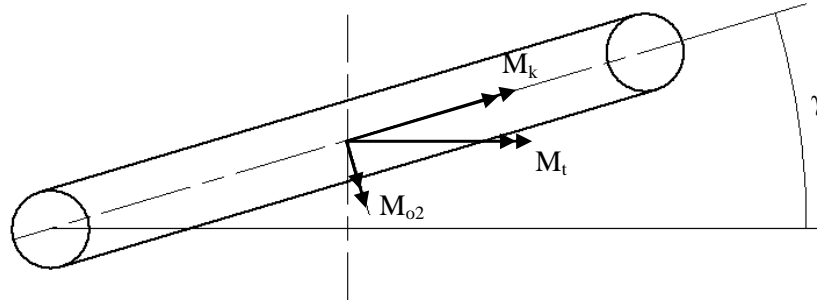


Obr. 5.4 Závit pružiny a moment M



Obr. 5.5 Rozklad M do tečného a normálového směru

Následně rozložíme moment M_t dle obr. 5.6.



Obr. 5.6 Rozklad tečné složky M_t

Proto z momentu M potřebného na ohnutí pružiny do kruhovitého tvaru dostaneme v průřezu tvořícího prutu 3 složky – M_{o1} , M_{o2} a M_k

$$M_t = M \cos \beta ; \quad M_N = M \sin \beta = M_{o1} \quad (1)$$

$$M_{o2} = M_t \sin \gamma = M \cos \beta \sin \gamma \quad (2); \quad M_k = M_t \cos \gamma = M \cos \beta \cos \gamma \quad (3) .$$

5.1.2 Stanovení velikosti momentu M .

V části 4.3 jsem odvodil vztah pro stanovení celkové deformace u při kombinaci prostorového ohybu a krutu s použitím válcových souřadnic, viz vztah (4.3)

$$u = i \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2} \cdot \left[\int_0^{2\pi} \frac{M_z \cdot m_z}{E \cdot J_z} d\beta + \int_0^{2\pi} \frac{M_y \cdot m_y}{E \cdot J_y} d\beta + \int_0^{2\pi} \frac{M_k \cdot m_k}{G \cdot J_k} d\beta \right] . \quad (4)$$

V našem případě jednotkové momenty jsou orientovány souhlasně s příslušnými složkami momentu M , proto řešení m_{o1} , m_{o2} a m_k je zde triviální

$$m_{o1} = \frac{\partial M_{o1}}{\partial M} = \sin \beta ,$$

$$m_{o2} = \frac{\partial M_{o2}}{\partial M} = \cos \beta \cdot \sin \gamma ,$$

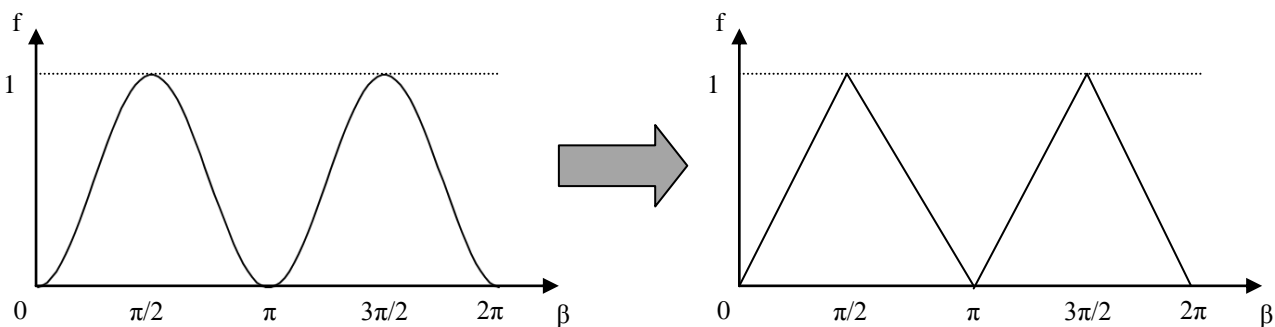
$$m_k = \frac{\partial M_k}{\partial M} = \cos \beta \cdot \cos \gamma .$$

Jelikož pro celou pružinu při ohnutí do tvaru věnce je velikost úhlu $u = 2\pi$, pak vztahu (4) můžeme blíže specifikovat

$$u = 2\pi = i \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2} \cdot \left[\int_0^{2\pi} \frac{M_{o1} \cdot m_{o1}}{E \cdot J_o} d\beta + \int_0^{2\pi} \frac{M_{o2} \cdot m_{o2}}{E \cdot J_o} d\beta + \int_0^{2\pi} \frac{M_k \cdot m_k}{G \cdot J_k} d\beta \right]$$

$$\frac{2\pi}{i} = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2} \cdot \left[\int_0^{2\pi} \frac{M \cdot \sin^2 \beta}{E \cdot J_o} d\beta + \int_0^{2\pi} \frac{M \cdot \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \gamma}{E \cdot J_o} d\beta + \int_0^{2\pi} \frac{M \cdot \cos^2 \beta \cdot \cos^2 \gamma}{G \cdot J_k} d\beta \right] . \quad (5)$$

Abychom mohli stanovit hodnotu integrálu $\int_0^{2\pi} \sin^2 \beta d\beta$ (resp. $\int_0^{2\pi} \cos^2 \beta d\beta$), znázorníme funkci $f = \sin^2 \beta$ graficky a využijeme jednu z vlastností integrálu – hodnota určitého integrálu se rovná ploše pod křivkou, viz obr. 5.7.



Obr. 5.7 Nalezení hodnoty integrálu funkce $f = \sin^2 \beta$

Křivka (viz obr. 5.7) je v úseku $\beta \in \langle 0, \pi/2 \rangle$ symetrická vůči svému inflexnímu bodu, proto ji můžeme nahradit přímkou. Pak plochu pod křivkou $f = \sin^2 \beta$ můžeme vyjádřit jako součet ploch dvou trojúhelníků

$$S = 2 \cdot S_{\Delta} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 1 = \pi = \int_0^{2\pi} \sin^2 \beta d\beta.$$

Když uvážíme, že funkce $g = \cos^2 \beta$ je jen posunuta o hodnotu $\pi/2$ vůči funkci $f = \sin^2 \beta$, pak bude

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 \beta d\beta = \pi = \int_0^{2\pi} \cos^2 \beta d\beta.$$

Ze vztahu (5) lze pak stanovit moment M

$$\frac{2\pi}{i} = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2} \cdot \left[\frac{M \cdot \pi}{E \cdot J_o} + \frac{M \cdot \pi \cdot \sin^2 \gamma}{E \cdot J_o} + \frac{M \cdot \pi \cdot \cos^2 \gamma}{G \cdot J_k} \right]$$

$$M = \frac{2}{i \cdot \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2} \cdot \left[\frac{1 + \sin^2 \gamma}{E \cdot J_o} + \frac{\cos^2 \gamma}{G \cdot J_k} \right]}.$$

Tento vztah můžeme mírně zjednodušit pomocí vzorců: $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ a $J_k = J_p = 2 \cdot J_o$

$$M = \frac{2}{i \cdot \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2} \cdot \left[\frac{1 + \sin^2 \gamma}{E \cdot J_o} + \frac{2 \cdot (1 + \nu) \cdot \cos^2 \gamma}{2 \cdot E \cdot J_o} \right]}$$

$$M = \frac{2}{i \cdot \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2} \cdot \left[\frac{1 + \sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma + \nu \cdot \cos^2 \gamma}{E \cdot J_o} \right]}$$

$$M = \frac{2}{i \cdot \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2} \cdot (2 + \nu \cdot \cos^2 \gamma)}.$$

(5.1.2)

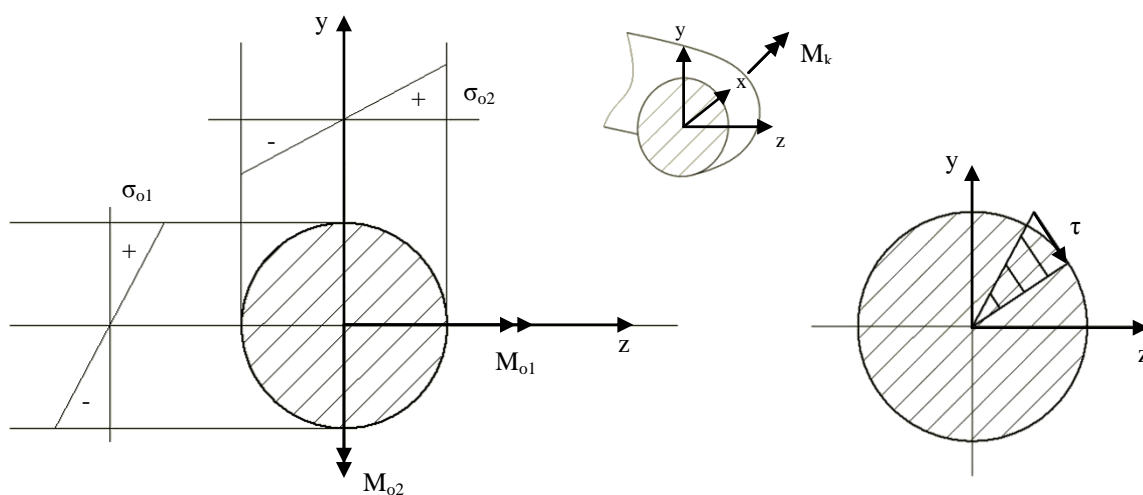
5.1.3 Stanovení velikosti napětí v nezátženém stavu.

Výsledné namáhání rozdělíme na napětí v ohybu σ_o a napětí ve smyku τ (viz obr. 5.8)

$$\sigma_o = \sigma_{o1} + \sigma_{o2} = \frac{M_{o1}}{J_{o1}} \cdot y + \frac{M_{o2}}{J_{o2}} \cdot z \quad (6) \quad a \quad \tau = \frac{M_k}{J_k} \cdot r.$$

Uvažujeme-li průřez drátu pružiny jako kruhový, je pak symetrický vůči jakékoli ose procházející těžištěm, takže kvadratický moment průřezu J_o bude mít vždy stejný tvar. Pak můžeme vyjádřit též výsledný ohybový moment M_o jako vektorový součet složek M_{o1} a M_{o2}

$$M_o = \sqrt{M_{o1}^2 + M_{o2}^2}.$$



Obr. 5.8 Rozklad namáhání

Dále vypočítáme maximální napětí v ohybu $\sigma_{o\max}$ a maximální napětí ve smyku τ_{\max}

$$\sigma_{o\max} = \frac{M_o}{W_o} \quad a \quad \tau_{\max} = \frac{M_k}{W_k},$$

kde W_o je modul průřezu v ohybu $W_o = \frac{J_o}{d/2} = \frac{\pi d^3}{32}$;

W_k je modul průřezu v krutu $W_k = \frac{J_k}{d/2} = \frac{\pi d^3}{16}$.

Redukované napětí σ_{red} pak vyjádříme buď pomocí hypotézy τ_{\max} (Tresca) pro případ houževnatého materiálu

$$\sigma_{red}^{\tau_{\max}} = \sqrt{\sigma_{o\max}^2 + (2 \cdot \tau_{\max})^2},$$

anebo pomocí energetické hypotézy HMH pro křehký materiál drátu (např. kalená ocel)

$$\sigma_{red}^{HMH} = \sqrt{\sigma_{o\max}^2 + (\sqrt{3} \cdot \tau_{\max})^2}$$

Pak stanovenou hodnotu σ_{red} porovnáme s mezí kluzu materiálu σ_K resp. s dovoleným napětím σ_D pro daný materiál

$$\sigma_{red} \leq \frac{\sigma_K}{k} = \sigma_D,$$

kde k značí bezpečnost vůči mezi kluzu σ_K .

5.1.4 Stanovení místa největšího namáhání na vinutí pružiny.

Hledáme nejvíce namáhané místo závitu vinutí pružiny při namáhání složkami momentů M_{o1} , M_{o2} a M_k , viz vztahy (1), (2) a (3):

$$\begin{aligned} M_{o1} &= M \cdot \sin \beta = f(\beta), \\ M_{o2} &= M \cdot \cos \beta \cdot \sin \gamma = f(\beta), \\ M_k &= M \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma = f(\beta), \end{aligned}$$

kde β je úhel popisující místo průřezu na závitu pružiny (viz obr. 5.4 a 5.5) a γ označuje úhel stoupání vinutí pružiny.

Stanovíme pak celkový ohybový moment M_o

$$M_o = \sqrt{M_{o1}^2 + M_{o2}^2} = \sqrt{(M \cdot \sin \beta)^2 + (M \cdot \cos \beta \cdot \sin \gamma)^2} = M \cdot \sqrt{\sin^2 \beta + \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \gamma}.$$

Pak určíme redukované napětí σ_{red} jako funkci úhlu β (použijeme k tomu teorii τ_{max})

$$\sigma_{red}^{\tau_{max}}(\beta) = \sqrt{\sigma_o^2 + 4 \cdot \tau^2} = \sqrt{\frac{M^2}{W_o^2} \cdot (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \gamma) + 4 \cdot \frac{M^2}{W_k^2} \cdot \cos^2 \beta \cdot \cos^2 \gamma}. \quad (7)$$

Dále víme, že pro kruhový průřez platí

$$W_k = \frac{\pi d^3}{16} = 2 \cdot \frac{\pi d^3}{32} = 2 \cdot W_o.$$

Aplikujeme tento poznatek na vztah (7)

$$\begin{aligned} \sigma_{red}(\beta) &= \sqrt{\frac{M^2}{W_o^2} \cdot (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \gamma) + \frac{M^2}{W_o^2} \cdot \cos^2 \beta \cdot \cos^2 \gamma} = \\ &= \frac{M}{W_o} \cdot \sqrt{\sin^2 \beta + \cos^2 \beta \cdot (\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma)} = \frac{M}{W_o} \cdot \sqrt{\sin^2 \beta + \cos^2 \beta} = \frac{M}{W_o}. \end{aligned} \quad (5.1.4)$$

Tím jsme dospěli k závěru, že redukované napětí v závitu vinutí σ_{red} není funkci úhlu β . Navíc máme k dispozici další způsob zjištění redukovaného napětí σ_{red} , pokud známe moment M potřebný na ohnutí pružiny do tvaru věnce.

5.1.5 Stanovení místa největšího namáhání v průřezu drátu.

V dalším rozboru se zaměříme na určení místa v tvořícím drátu šroubovitě pružiny, které je nejvíce namáháno. Protože průřezy jsou zde namáhány silovými dvojicemi, bude drát namáhán nejvíce v povrchové vrstvě. Napětí od krutu průřezu τ je maximální po celém obvodu povrchu, takže jej můžeme popsat rovnicí kružnice

$$y^2 + z^2 = R^2,$$

kde R je poloměr drátu (průřezu).

Pak vyjádříme jednu ze souřadnic (např. z : $z = \sqrt{R^2 - y^2}$) a dosadíme tento výraz do vztahu (6)

$$\sigma_o(y) = \frac{M_{o1}}{J_{o1}} \cdot y + \frac{M_{o2}}{J_{o2}} \cdot \sqrt{R^2 - y^2}.$$

Dostaneme funkci s jednou proměnnou y . Abychom našli její extrém, musíme tento výraz derivovat podle y

$$\frac{d\sigma_o}{dy} = \frac{M_{o1}}{J_{o1}} + \frac{M_{o2}}{2 \cdot J_{o2} \cdot \sqrt{R^2 - y^2}} \cdot (-2y) = 0.$$

Pokud využijeme předpoklad $J_{o1} = J_{o2} = J_o$, dostaneme rovnici

$$\frac{M_{o1} \cdot \sqrt{R^2 - y^2} - M_{o2} \cdot y}{J_o \cdot \sqrt{R^2 - y^2}} = 0; \quad M_{o1} \cdot \sqrt{R^2 - y^2} = M_{o2} \cdot y;$$

$$y = \frac{M_{o1} \cdot R}{\sqrt{M_{o1}^2 + M_{o2}^2}}.$$

Souřadnici z určíme z rovnice kružnice

$$z = \sqrt{R^2 - \left(\frac{M_{o1} \cdot R}{\sqrt{M_{o1}^2 + M_{o2}^2}} \right)^2} = \frac{M_{o2} \cdot R}{\sqrt{M_{o1}^2 + M_{o2}^2}}.$$

5.2 Nalisování věnce na náboj kola.

5.2.1 Stanovení dovoleného krouticího momentu M_{kD} .

Jedna z možností, jak se dá upevnit věnec ve tvaru ohnuté pružiny na náboj kola je jeho nalisování, viz obr. 5.9.

Každý závit věnce pružiny zaujímá úhel φ

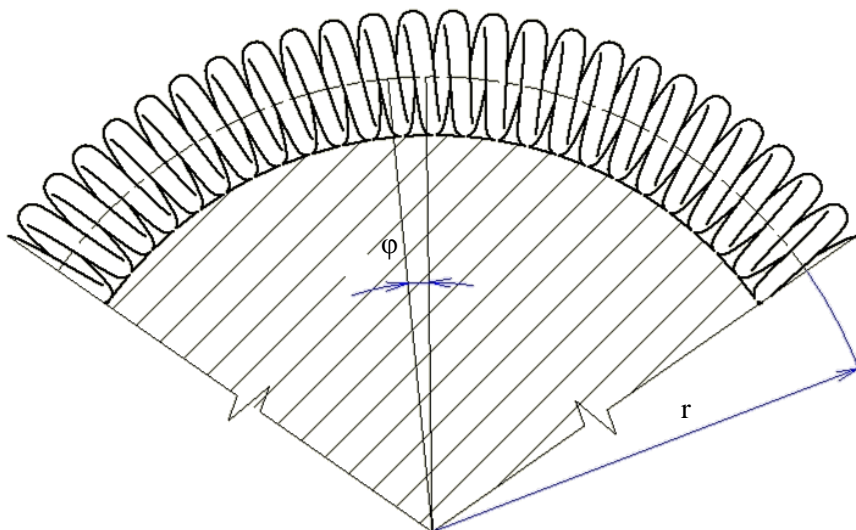
$$\varphi = \frac{2\pi}{i},$$

kde i je počet závitů.

Délka střední osy věnce nenalisované pružiny l je rovna

$$l = i \cdot v, \quad (8)$$

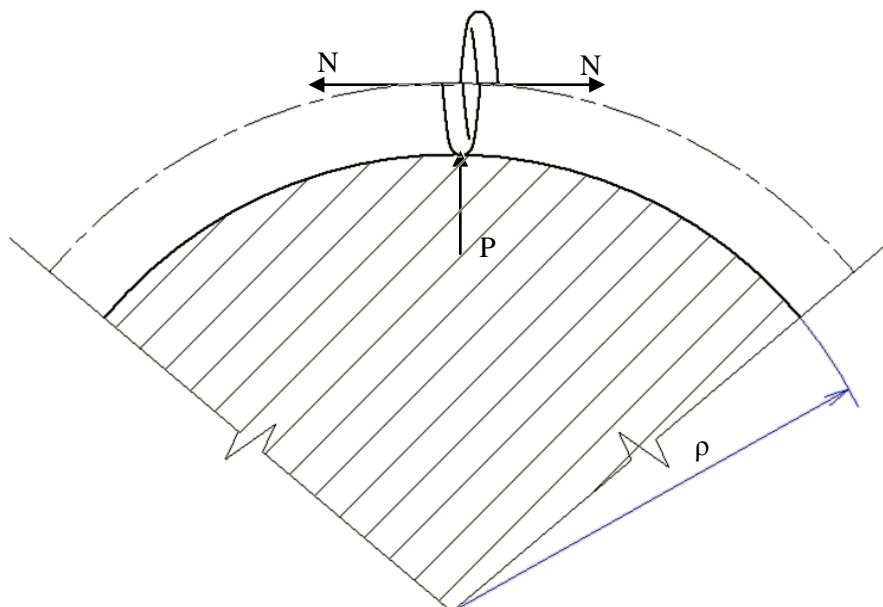
kde v představuje stoupání pružiny.



Obr. 5.9 Nalisování věnce pružiny na náboj šnekového kola

Délka střední osy o pružiny po nalisování

$$o = 2 \cdot \pi \cdot r. \quad (9)$$



Obr. 5.10 Síly na jeden závit pružiny

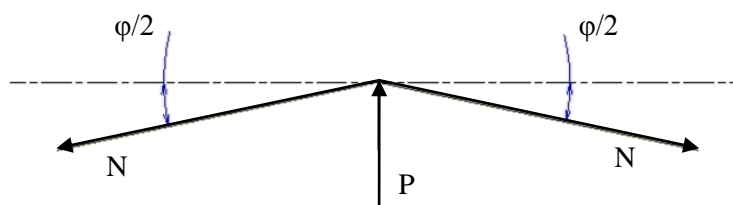
Osovou sílu N v pružině vypočítáme jako rozdíl (8) a (9)

$$o - l = N \cdot \delta ,$$

kde δ je poddajnost pružiny.

Z toho pak vyjádříme sílu N

$$N = \frac{o - l}{\delta} .$$



Obr. 5.11 Silová rovnováha

Tlakovou sílu P mezi povrchem kotouče a závitem pružiny vyjádříme z rovnice rovnováhy do radiálního směru (viz obr. 5.11)

$$P = 2 \cdot N \cdot \sin \frac{\varphi}{2} . \quad (10)$$

Pak vypočítáme třecí sílu T mezi jedním závitem pružiny a nábojem kola

$$T = f \cdot P = 2 \cdot \frac{o - l}{\delta} \cdot f \cdot \sin \frac{\varphi}{2} ,$$

kde f je součinitel tření.

Výsledný třecí moment M_t celého věnce stanovíme součinem třecí síly T s ramenem ρ , viz obr. 5.10, vynásobeným počtem závitů věnce i

$$M_t = i \cdot T \cdot \rho = 2 \cdot i \cdot \frac{o - l}{\delta} \cdot \rho \cdot f \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \geq k \cdot M_k ,$$

kde M_k je přenášený krouticí moment a k je součinitel bezpečnosti.

Máme-li těsně vinutou pružinu pak můžeme vystačit s přibližným výpočtem, který získáme dosazením za δ vztahu (4.4.1)

$$M_t' = \frac{(o - l) \cdot G \cdot d^4 \cdot \rho \cdot f \cdot \sin \frac{\varphi}{2}}{4 \cdot D^3} \geq M_{kD} = k \cdot M_k, \quad (5.2.1/1)$$

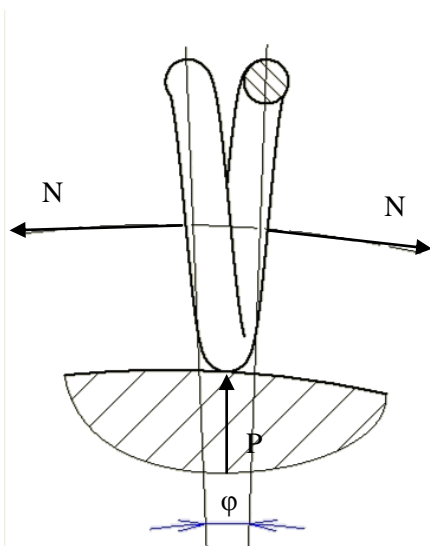
Není-li pružina těsně vinutá, použijeme přesnější výpočet s uvažováním zatížení od krutu a ohybu, neboli dosadíme za δ vztah (4.4.2)

$$M_t = \frac{(o - l) \cdot E \cdot d^4 \cdot \rho \cdot f \cdot \sin \frac{\varphi}{2}}{16 \cdot D^2 \cdot (v \cdot \cos^2 \alpha + 1)} \cdot \left[\left(\frac{D}{2} \right)^2 + b^2 \right]^{-1/2} \geq M_{kD} = k \cdot M_k. \quad (5.2.1/2)$$

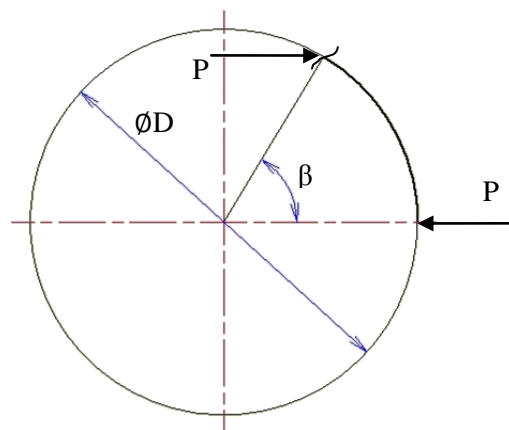
Kromě jednoduchosti konstrukce spočívající v nalisování věnce pružiny na náboj kola přináší tato technologie výroby i možnou ochranu proti přetížení převodu. Pokud zatěžující moment M_k překročí hodnotu třecího momentu M_t , pružinový věnec se na náboji bude protáčet.

5.2.2. Vliv tlakové síly P.

Zkusíme teď provést analýzu vlivu tlakové síly P na stav namáhání pružiny.



Obr. 5.12 Silová rovnováha jednoho závitu pružiny



Obr. 5.13 Namáhání jednoho závitu od síly P

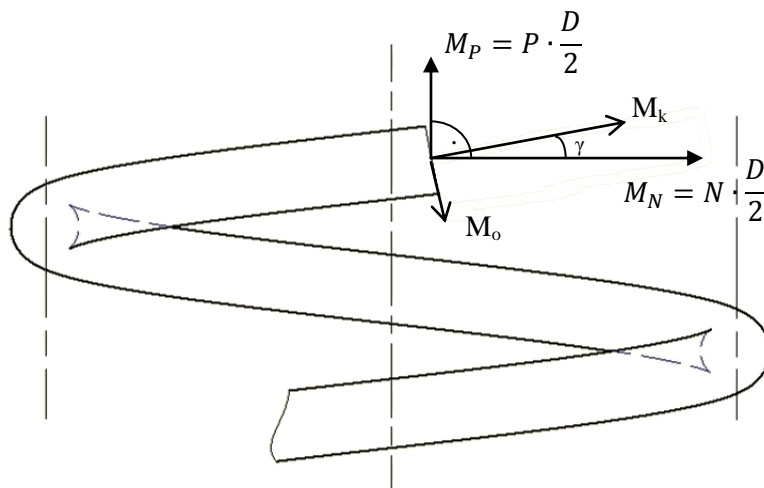
Ze vztahu (10) síla P se rovná

$$P = 2 \cdot N \cdot \sin \frac{\varphi}{2}.$$

Z obr. 5.13, který zobrazuje řez napříč osou pružiny, je patrné, že moment M_P od síly P je roven

$$M_P = P \cdot \frac{D}{2} \cdot \sin \beta \quad (11)$$

a má směr tečny s osou vinutí pružiny.



Obr. 5.14 Rozklad momentů M_N a M_P

Z obr. 5.14 je vidět, že momenty M_N a M_P jsou na sebe kolmé. Kroučící složka M_k a ohybová složka M_o výsledného namáhání pak mají tvar

$$M_k = M_N \cdot \cos \gamma + M_P \cdot \sin \gamma ,$$

$$M_o = M_N \cdot \sin \gamma - M_P \cdot \cos \gamma .$$

Jenže při tomto zjednodušení se podle vztahu (11) díky funkci sinus na úhlu β jednoho závitu ($\beta \in \langle 0, 2\pi \rangle$) v Mohrových integrálech funkce momentů od síly P zkompenzují – takže vliv P na deformaci pružiny při jejím nalisování je zanedbatelný (resp. při výpočtu změny její délky v případě určení přesahu).

Nyní provedeme přibližný odhad velikosti síly P .

Pružina na obr. 5.9 má 80 závitů, takže $i = 80$.

Úhel φ je pak

$$\varphi = \frac{2\pi}{i} = \frac{360^\circ}{80} = 4,5^\circ .$$

Vypočítáme sílu P podle vztahu (10)

$$P = 2 \cdot N \cdot \sin \frac{\varphi}{2} = 2 \cdot N \cdot \sin \frac{4,5^\circ}{2} \doteq 0,0785 \cdot N$$

Totéž platí i pro vztah mezi M_P a M_N

$$M_P \doteq 0,0785 \cdot M_N ,$$

z čehož plyne, že moment M_P ovlivní M_N (resp. jejich výsledný moment M) jen málo a je logické vliv tlakové síly P na deformaci věnce při lisování nebo na stav napjatosti namáhání pružiny věnce zanedbat.

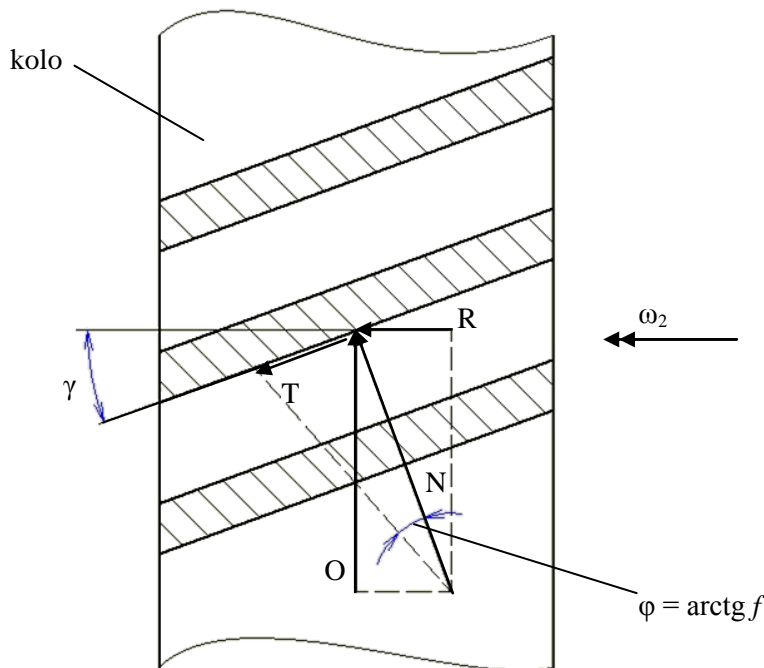
5.3 Provozní režim.

5.3.1 Rozklad namáhání v provozním režimu.

Uvažujeme, že šnek působí na jeden zub kola, respektive na závit věnce pružiny, normálovou silou N (viz obr. 5.15), která se rozloží na obvodovou sílu O a radiální sílu R . Pro tyto síly platí vzájemný vztah

$$R = O \cdot \operatorname{tg} \gamma,$$

kde γ značí úhel stoupání.



Obr. 5.15 Silové poměry na šnekovém kole

Za pohybu se vytvoří odporem proti pohybu síla tření $T = N \cdot f$ (f je součinitel tření), která ovlivní velikosti sil R a O . Ty pak můžeme vyjádřit jako síly O' a R'

$$\begin{aligned} O' &= O - T \cdot \sin \gamma, \\ R' &= R + T \cdot \cos \gamma. \end{aligned} \quad (12)$$

Sílu R' zjistíme z krouticího momentu na šneku M_{k1}

$$M_{k1} = R' \cdot \frac{D_1}{2},$$

kde D_1 je valivý průměr šneku a M_{k1} zjistíme z příkonu na šneku

$$P_1 = M_{k1} \cdot \omega_1.$$

Výkon na šnekovém kole M_{k2} pak stanovíme následovně

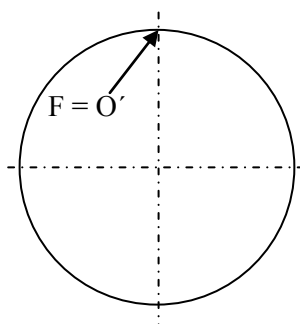
$$P_2 = M_{k2} \cdot \omega_2,$$

kde M_{k2} spočítáme jako

$$M_{k2} = O' \cdot \frac{D_2}{2},$$

kde D_2 je valivý průměr šnekového kola.

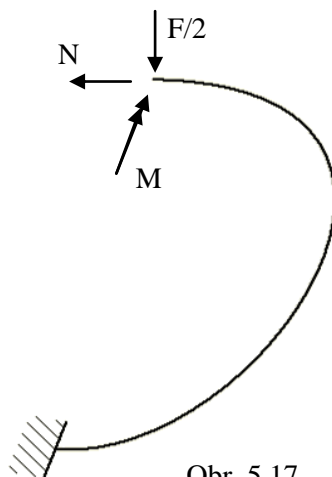
5.3.2 Deformace závitu pružiny v provozním režimu.



Obr. 5.16 Působení šneku na závit kola

Závit tvořící pružiny pružinového věnce, který má poměrně malé stoupání, budeme v modelu uvažovat zjednodušeně jako křivý prut se střednicí ve tvaru kružnice (viz obr. 5.16). Dominantní namáhající silou bude tvořit síla $F = O'$, viz vztah (12). Uložen je uvažovaný křivý prut vetknutím v povrchu kola, kde je na povrch kola pružinový věnec nalisován nebo k němu závit přivařen apod.

Rozbor namáhání provedeme podle principu symetrického prostorově namáhaného rámu (viz obr. 5.17).



Obr. 5.17

Potom deformace křivého prutu v příslušných směrech vyjádříme jako

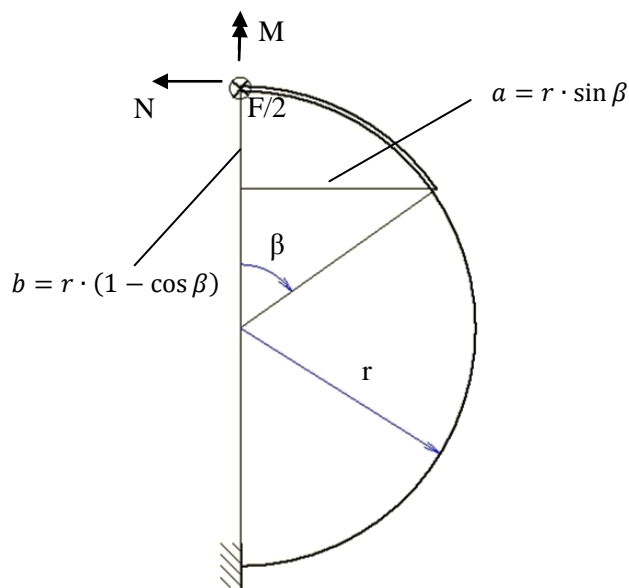
$$u = \frac{\partial U}{\partial N} = 0, \quad \varphi = \frac{\partial U}{\partial M} = 0 \quad a \quad v = \frac{\partial U}{\partial (F/2)} = ?,$$

kde U je celková deformační energie, deformace u a φ jsou nulové kvůli podmínce zachování symetrie a deformaci v právě hledáme.

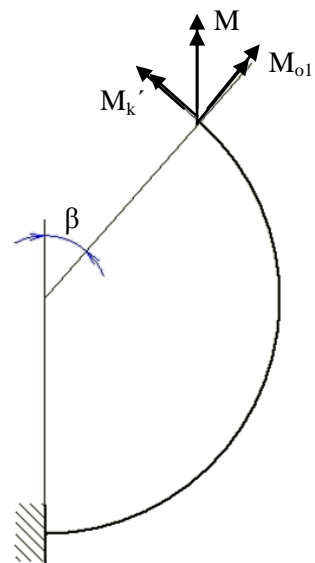
Moment M se rozloží na ohybovou složku M_{o1}' a krouticí složku M_k' (viz obr. 5.19)

$$M_{o1}' = M \cdot \cos \beta,$$

$$M_k' = M \cdot \sin \beta.$$



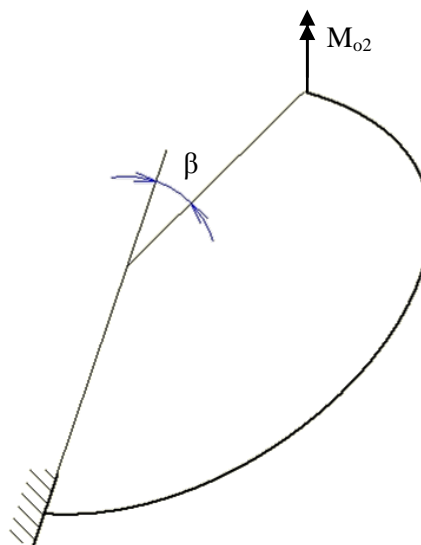
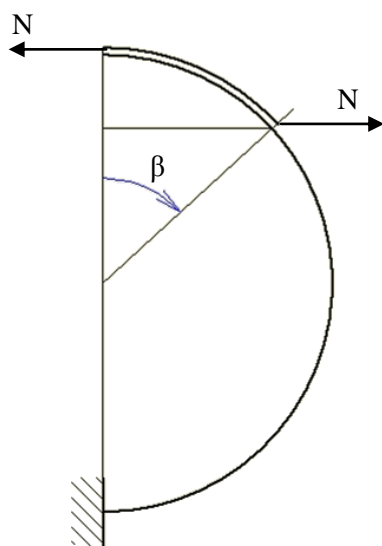
Obr. 5.18



Obr. 5.19

Normálová síla N vytvoří moment M_{o2} (viz obr. 5.20)

$$M_{o2} = N \cdot b = N \cdot r \cdot (1 - \cos \beta) .$$

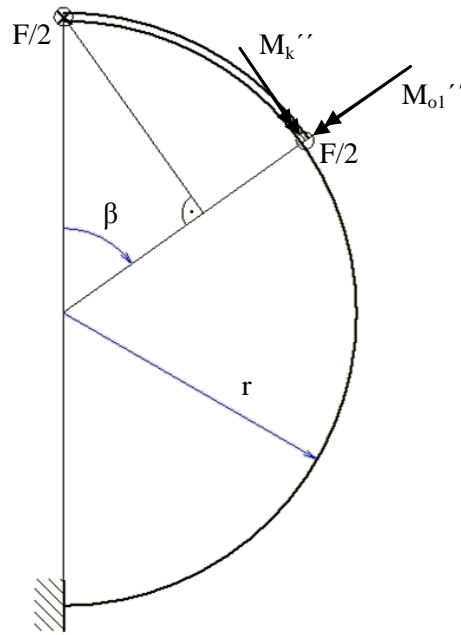


Obr. 5.20

Posouvající síla $F/2$ vytvoří moment M'' , který rozložíme na ohybovou složku M_{o1}'' a kroučící složku M_k'' (viz obr. 5.21)

$$M_{o1}'' = \frac{F}{2} \cdot a = \frac{F}{2} \cdot r \cdot \sin \beta ,$$

$$M_k'' = \frac{F}{2} \cdot b = \frac{F}{2} \cdot r \cdot (1 - \cos \beta) .$$



Obr. 5.21

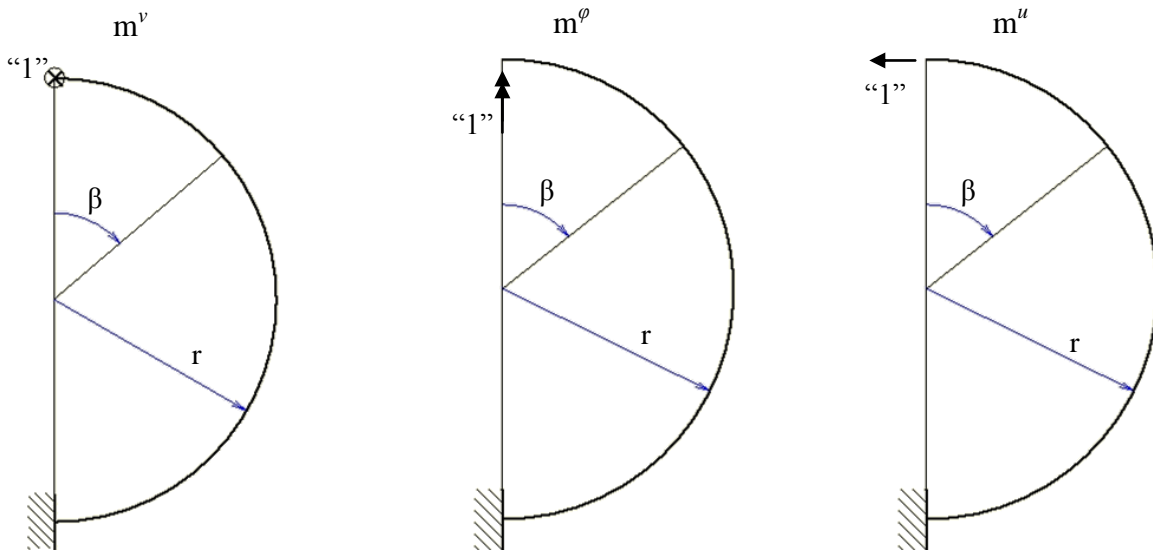
Výsledné namáhající momenty M_{o1} , M_{o2} a M_k s ohledem na orientaci mají tvar

$$M_{o1} = M'_{o1} - M''_{o1} = M \cdot \cos \beta - \frac{F}{2} \cdot r \cdot \sin \beta ,$$

$$M_{o2} = N \cdot r \cdot (1 - \cos \beta) ,$$

$$M_k = M'_k - M''_k = M \cdot \sin \beta - \frac{F}{2} \cdot r \cdot (1 - \cos \beta) .$$

Pro stanovení velikosti deformací resp. sil a momentů je potřeba vědět tvar jednotkových silových účinků (viz obr. 5.22).



Obr. 5.22

Dostaneme

$$m_{o1}^v = -1 \cdot r \cdot \sin \beta ,$$

$$m_k^v = -1 \cdot r \cdot (1 - \cos \beta) ,$$

$$m_{o1}^\phi = 1 \cdot \cos \beta ,$$

$$m_k^\phi = 1 \cdot \sin \beta .$$

$$m_{o2}^u = 1 \cdot r \cdot (1 - \cos \beta) ,$$

Jednotlivé posuvy a natočení u , φ a v stanovíme pomocí Mohrova integrálu

$$u = \int_0^{\pi} \frac{M_{o2} \cdot m_{o2}^u}{E \cdot J_o} \cdot r d\beta = 0 ,$$

$$\varphi = \int_0^{\pi} \frac{M_{o1} \cdot m_{o1}^{\varphi}}{E \cdot J_o} \cdot r d\beta + \int_0^{\pi} \frac{M_k \cdot m_k^{\varphi}}{G \cdot J_k} \cdot r d\beta ,$$

$$v = \int_0^{\pi} \frac{M_{o1} \cdot m_{o1}^v}{E \cdot J_o} \cdot r d\beta + \int_0^{\pi} \frac{M_k \cdot m_k^v}{G \cdot J_k} \cdot r d\beta .$$

Nejprve určíme vztah pro posuv u

$$u = \frac{1}{E \cdot J_o} \cdot \int_0^{\pi} N \cdot r \cdot (1 - \cos \beta) \cdot 1 \cdot r \cdot (1 - \cos \beta) \cdot r d\beta =$$

$$= \frac{N \cdot r^3}{E \cdot J_o} \cdot \int_0^{\pi} (1 - 2 \cdot \cos \beta + \cos^2 \beta) d\beta = \dots = 0 .$$

Je zřejmé, že dále to počítat nemusíme, protože síla N jako jedině možný nulový člen je zde nulová $N = 0$.

Dále stanovíme vztah pro natočení φ

$$\varphi = \frac{1}{E \cdot J_o} \cdot \int_0^{\pi} \left(M \cdot \cos \beta - \frac{F}{2} \cdot r \cdot \sin \beta \right) \cdot 1 \cdot \cos \beta \cdot r d\beta +$$

$$+ \frac{1}{G \cdot J_k} \cdot \int_0^{\pi} \left(M \cdot \sin \beta - \frac{F}{2} \cdot r \cdot (1 - \cos \beta) \right) \cdot 1 \cdot \sin \beta \cdot r d\beta = \frac{M \cdot r}{E \cdot J_o} \cdot \int_0^{\pi} \cos^2 \beta d\beta -$$

$$- \frac{F \cdot r^2}{2 \cdot E \cdot J_o} \cdot \int_0^{\pi} \sin \beta \cos \beta d\beta + \frac{M \cdot r}{G \cdot J_k} \cdot \int_0^{\pi} \sin^2 \beta d\beta + \frac{F \cdot r^2}{2 \cdot G \cdot J_k} \cdot \left[\int_0^{\pi} \sin \beta d\beta - \int_0^{\pi} \sin \beta \cos \beta d\beta \right] =$$

$$= \frac{M \cdot r \cdot \pi}{2 \cdot E \cdot J_o} + \frac{M \cdot r \cdot \pi}{2 \cdot G \cdot J_k} + \frac{F \cdot r^2}{G \cdot J_k} = 0 . \quad (13)$$

Poznámka : $\int_0^{\pi} \sin^2 \beta d\beta = \int_0^{\pi} \cos^2 \beta d\beta = \frac{\pi}{2}$, jak bylo odvozeno v 5.1.2, a výraz

$$\int_0^{\pi} \sin \beta \cos \beta d\beta = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\pi} \sin 2\beta d\beta = \frac{1}{2} \cdot \left[-\frac{1}{2} \cdot \cos 2\beta \right]_0^{\pi} = 0 .$$

Ze vztahu (13) plyne

$$M = - \frac{2 \cdot F \cdot r}{\pi \cdot \left(1 + \frac{G \cdot J_k}{E \cdot J_o} \right)} .$$

Platí $\frac{E}{G} = 2(1 + \nu)$ a pro kruhový profil navíc platí $J_k = 2 \cdot J_o$, takže vztah pro M dále upravíme

$$M = - \frac{2 \cdot F \cdot r}{\pi \cdot \left(1 + \frac{2}{2 \cdot (1 + \nu)} \right)} = - \frac{2 \cdot F \cdot r \cdot (1 + \nu)}{\pi \cdot (2 + \nu)} . \quad (14)$$

Nyní můžeme stanovit i posuv v

$$\begin{aligned}
 v &= \frac{1}{E \cdot J_o} \cdot \int_0^\pi \left[M \cdot \cos \beta - \frac{F}{2} \cdot r \cdot \sin \beta \right] \cdot (-1) \cdot r \cdot \sin \beta \cdot r d\beta + \\
 &+ \frac{1}{G \cdot J_k} \cdot \int_0^\pi \left[M \cdot \sin \beta - \frac{F}{2} \cdot r \cdot (1 - \cos \beta) \right] \cdot (-1) \cdot r \cdot (1 - \cos \beta) \cdot r d\beta = \\
 &= \frac{F \cdot r^3}{2 \cdot E \cdot J_o} \cdot \int_0^\pi \sin^2 \beta d\beta - \frac{M \cdot r^2}{E \cdot J_o} \cdot \int_0^\pi \sin \beta \cos \beta d\beta + \frac{F \cdot r^3}{2 \cdot G \cdot J_k} \cdot \int_0^\pi (1 - 2 \cdot \cos \beta + \cos^2 \beta) d\beta - \\
 &- \frac{M \cdot r^2}{G \cdot J_k} \cdot \int_0^\pi (1 - \cos \beta) \cdot \sin \beta d\beta = \frac{F \cdot r^3 \cdot \pi}{4 \cdot E \cdot J_o} + \frac{F \cdot r^3}{2 \cdot G \cdot J_k} \cdot \left[\pi - 2 \cdot 0 + \frac{\pi}{2} \right] - \frac{2 \cdot M \cdot r^2}{G \cdot J_k} = \\
 &= \frac{F \cdot r^3 \cdot \pi}{4 \cdot E \cdot J_o} + \frac{3 \cdot F \cdot r^3 \cdot \pi}{4 \cdot G \cdot J_k} - \frac{2 \cdot M \cdot r^2}{G \cdot J_k} .
 \end{aligned}$$

Když za M dosadíme výraz (14), pak dostaneme

$$\begin{aligned}
 v &= \frac{F \cdot r^3 \cdot \pi}{4 \cdot E \cdot J_o} + \frac{3 \cdot F \cdot r^3 \cdot \pi}{4 \cdot G \cdot J_k} + \frac{4 \cdot F \cdot r^3 \cdot (1 + \nu)}{G \cdot J_k \cdot \pi \cdot (2 + \nu)} = \frac{F \cdot r^3 \cdot \pi}{4 \cdot E \cdot J_o} + \frac{3 \cdot F \cdot r^3 \cdot \pi \cdot (1 + \nu)}{4 \cdot E \cdot J_o} + \\
 &+ \frac{4 \cdot F \cdot r^3 \cdot (1 + \nu)^2}{E \cdot J_o \cdot \pi \cdot (2 + \nu)} = \frac{F \cdot r^3}{E \cdot J_o} \cdot \left[\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi \cdot (1 + \nu)}{4} + \frac{4 \cdot (1 + \nu)^2}{\pi \cdot (2 + \nu)} \right] = \\
 &= \frac{F \cdot r^3}{E \cdot J_o} \cdot \frac{\nu^2 \cdot (3\pi^2 + 16) + \nu \cdot (10\pi^2 + 32) + 8\pi^2 + 16}{4\pi \cdot (2 + \nu)} . \tag{5.3.2}
 \end{aligned}$$

Z toho pak můžeme určit tuhost jednotlivého závitu

$$k = \frac{F}{v} .$$

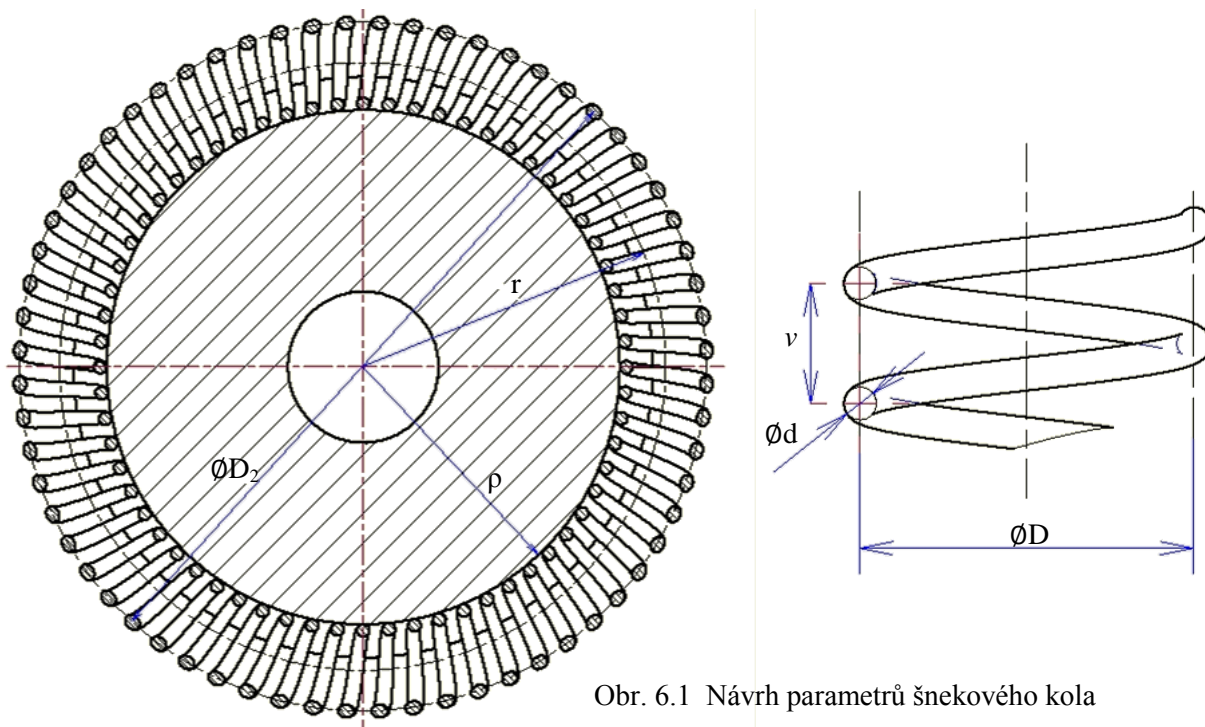
6. Funkční návrh.

V této části práce nejprve provedu návrh konstrukce šnekové převodovky a potom provedu výpočet resp. kontrolu podle vztahů uvedených v částech 4. a 5. dané práce.

6.1 Volba (návrh) parametrů.

Příslušné hodnoty shrnu do následující tabulky:

Parametr (značení)	Hodnota	Jednotka	Slovně
i	64	-	Počet závitů pružiny šnekového kola
u	32	-	Převodový poměr
n_1	180	min^{-1}	Otáčky na hřídeli šneku
P_1	100	W	Výkon na šneku
D_1	20	mm	Valivý průměr šneku
D_2	136,4	mm	Valivý průměr šnekového kola
γ	11,5	$^\circ$	Úhel stoupání nalisované pružiny
r	60,2	mm	Střední poloměr šnekového kola
ρ	50,95	mm	Poloměr náboje šnekového kola
D	16	mm	Střední průměr pružiny
d	2,5	mm	Průměr drátu pružiny
v	5	mm	Výška závitů pružiny
α	5,7	$^\circ$	Úhel stoupání volné pružiny
E	210000	MPa	Modul pružnosti v tahu
G	81000	MPa	Modul pružnosti ve smyku
ν	0,3	-	Poissonovo číslo
f	0,1	-	Součinitel tření pružina - šnek
f'	0,15	-	Součinitel tření pružina - náboj



Obr. 6.1 Návrh parametrů šnekového kola

6.2 Výpočet.

6.2.1 Výpočet momentu M.

K výpočtu momentu M potřebného na ohnutí pružiny do tvaru věnce použijeme vztah (5.1.2)

$$M = \frac{2 \cdot E \cdot J_o}{i \cdot \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2} \cdot (2 + \nu \cdot \cos^2 \gamma)},$$

kde kvadratický moment průřezu v ohybu J_o a redukovanou výšku závitů b spočítáme následovně

$$J_o = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi \cdot 2,5^4}{64} = 1,917 \text{ mm}^4,$$
$$b = \frac{\nu}{2\pi} = \frac{5}{2\pi} = 0,796 \text{ mm}.$$

Pak moment M je roven

$$M = \frac{2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 1,917}{64 \cdot \sqrt{\left(\frac{16}{2}\right)^2 + 0,796^2} \cdot (2 + 0,3 \cdot \cos^2 11,5^\circ)} = 681,4 \text{ N} \cdot \text{mm}.$$

Ke stanovení velikosti napětí od M v nezátženém stavu použijeme zjednodušený vztah (5.1.4)

$$\sigma = \frac{M}{W_o},$$

kde W_o stanovíme pomocí vztahu

$$W_o = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 2,5^3}{32} = 1,534 \text{ mm}^3.$$

Napětí σ pak má velikost

$$\sigma = \frac{681,4}{1,534} = 444,2 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}.$$

6.2.2 Stanovení třecího momentu M_t po nalisování.

Můžeme použít model přibližného výpočtu – vztah (5.2.1/1)

$$M_t' = \frac{(o - l) \cdot G \cdot d^4 \cdot \rho \cdot f' \cdot \sin \frac{\varphi}{2}}{4 \cdot D^3} \geq M_{kD} = k \cdot M_k,$$

anebo vztah (5.2.1/2) pro zpřesněný výpočet (zahrnutí vlivu ohybu závitů pružiny)

$$M_t = \frac{(o - l) \cdot E \cdot d^4 \cdot \rho \cdot f' \cdot \sin \frac{\varphi}{2}}{16 \cdot D^2 \cdot (\nu \cdot \cos^2 \alpha + 1)} \cdot \left[\left(\frac{D}{2}\right)^2 + b^2 \right]^{-1/2} \geq M_{kD} = k \cdot M_k.$$

K výpočtu potřebujeme stanovit o , l , φ

$$o = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 60,2 = 378,25 \text{ mm},$$

$$l = i \cdot \nu = 64 \cdot 5 = 320 \text{ mm},$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{i} = \frac{2\pi}{64} = 0,099 \text{ rad}.$$

Pak velikost třecího momentu M_t' přibližně je

$$M_t' = \frac{(378,25 - 320) \cdot 8,1 \cdot 10^4 \cdot 2,5^4 \cdot 50,95 \cdot 0,15 \cdot \sin \frac{0,099}{2}}{4 \cdot 16^3} = 4219,1 \text{ N} \cdot \text{mm}.$$

A podle přesnějšího výpočtu

$$M_t = \frac{(378,25 - 320) \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 2,5^4 \cdot 50,95 \cdot 0,15 \cdot \sin \frac{0,099}{2}}{16 \cdot 16^2 \cdot (0,3 \cdot \cos^2 5,7^\circ + 1)} \cdot \left[\left(\frac{16}{2} \right)^2 + 0,796^2 \right]^{-1/2} =$$

$$= 4195,9 \text{ N} \cdot \text{mm} .$$

Hodnota třecího momentu M_t (resp. M_t') není velká, z čehož plyne, že nalisování věnce pružiny na náboj kola je vhodné jen pro kinematické aplikace.

6.2.3 Stanovení sil v ozubení a přenosu výkonu.

V této části práce použijí poznatky a vztahy získané v 5.3.1.

Nejprve spočítáme úhlovou rychlost na šneku ω_1

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{\pi \cdot 180}{30} = 18,85 \text{ s}^{-1} .$$

stanovíme krouticí moment na šneku M_{k1}

$$M_{k1} = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{100}{18,85} \cdot 1000 = 5305,2 \text{ N} \cdot \text{mm} .$$

Dále určíme sílu R'

$$R' = \frac{2 \cdot M_{k1}}{D_1} = \frac{2 \cdot 5305,2}{20} = 530,5 \text{ N} .$$

Abychom stanovili sílu R , musíme vztah pro R' trochu upravit

$$R' = R + T \cdot \cos \gamma = R + f \cdot N \cdot \cos \gamma = R + f \cdot \frac{R}{\sin \gamma} \cdot \cos \gamma = R \cdot \left(1 + \frac{f}{\operatorname{tg} \gamma} \right) .$$

Vypočítáme velikost R

$$R = \frac{R' \cdot \operatorname{tg} \gamma}{f + \operatorname{tg} \gamma} = \frac{530,5 \cdot \operatorname{tg} 11,5^\circ}{0,1 + \operatorname{tg} 11,5^\circ} = 355,7 \text{ N} .$$

Pak stanovíme obvodovou sílu O

$$O = \frac{R}{\operatorname{tg} \gamma} = \frac{355,7}{\operatorname{tg} 11,5^\circ} = 1748,3 \text{ N} .$$

Nakonec určíme "užitečnou" tečnou složku šnekového kola O'

$$O' = O - T \cdot \sin \gamma = O - f \cdot N \cdot \sin \gamma = O - f \cdot R = 1748,3 - 0,1 \cdot 355,7 = 1712,7 \text{ N} .$$

Stanovíme dále krouticí moment na šnekovém kole M_{k2}

$$M_{k2} = O' \cdot \frac{D_2}{2} = 1712,7 \cdot \frac{136,4}{2} = 116806 \text{ N} \cdot \text{mm} .$$

Dále spočítáme úhlovou rychlost otáčení šnekového kola ω_2

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{u} = \frac{18,85}{32} = 0,59 \text{ s}^{-1} .$$

Pak určíme i výkon na šnekovém kole P_2

$$P_2 = M_{k2} \cdot \omega_2 = \frac{116806}{1000} \cdot 0,59 = 68,8 \text{ W} .$$

Účinnost zařízení η vypočítáme následovně

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{68,8}{100} \doteq 0,69 ,$$

což přibližně se rovná typické hodnotě účinnosti klasické šnekové převodovky s jednohodým šnekem. Účinnost se značně zvýší, pokud snížíme součinitel tření f mezi ocelovou pružinou a bronzovým šnekem (hodnota $f=0,1$ platí spíše pro suché resp. polosuché tření mezi těmito materiály).

6.2.4 Deformace závitů pružiny v provozním režimu.

Ke stanovení velikosti deformace použijeme vztah (5.3.2)

$$\nu = \frac{F \cdot r^3}{E \cdot J_o} \cdot \frac{\nu^2 \cdot (3\pi^2 + 16) + \nu \cdot (10\pi^2 + 32) + 8\pi^2 + 16}{4\pi \cdot (2 + \nu)},$$

$$\text{kde } F = O' = 1712,7 \text{ N} \quad \text{a} \quad r = \frac{D}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ mm}.$$

Pak deformace závitů pružiny šnekového kola v jeho tečném směru má velikost

$$\nu = \frac{1712,7 \cdot 8^3}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 1,917} \cdot \frac{0,3^2 \cdot (3\pi^2 + 16) + 0,3 \cdot (10\pi^2 + 32) + 8\pi^2 + 16}{4\pi \cdot (2 + 0,3)} = 10,4 \text{ mm}.$$

Z toho plyne, že mnou provedený funkční návrh pro daný výkon na hnacím členu (na šneku) odpovídá spíše *provedení A* (viz obr. 3.3), tj. očekává se dosednutí závitů v záběru na vedlejší závit.

Abychom mohli tento model vinuté šnekové převodovky použít v *provedení B* (viz obr. 3.4), musíme konstrukci udělat tužší – buď zvětšit průměr drátu d , nebo zmenšit střední průměr vinutí pružiny D .

7. Závěr.

Cílem této práce bylo identifikovat vybrané mechanické vlastnosti patentovaného řešení konstrukce vinuté šnekové převodovky.

Abych tento cíl splnil, shrnul jsem nejprve všeobecné poznatky o klasických šnekových převodovkách, které jsou součástí vysokoškolského předmětu Části a mechanismy strojů (typy šneků, geometrické charakteristiky, silové poměry, účinnost atd.).

Pak jsem pokračoval popisem samotného patentu, využil jsem k tomu též ilustrace modelů vinuté šnekové převodovky.

Podrobněji jsem se zabýval výpočtovými modely namáhání vinuté pružiny, která tvoří ozubení šnekového kola. Využil jsem k tomu znalosti vybraných teorií předmětů Pružnost a pevnost. Pro vytvoření efektivních výpočtových modelů jsem součástí za tímto účelem modifikoval do variant s možností volby přesnosti, respektive složitosti výpočtu.

Provedl jsem rozbor namáhání pružiny věnce šnekového kola pro tři případy – nezatížený stav, nalisování a provozní režim. Soustředil jsem se na velikost namáhání a související napjatost vyvolané příslušným zatížením a dále na zatížením vyvolané deformace.

Na konci svoje bakalářské práce jsem realizoval funkční návrh vybraných prvků konstrukce vinuté šnekové převodovky, abych názorně ověřil platnost odvozených vztahů a uvedených předpokladů.

Seznam použité literatury.

- [1] VÍTEK, Karel: *Šneková převodovka, vynález – patent č. 305497*, ÚPV Praha, 2015.
- [2] MICHALEC, Jiří, a kol.: *Pružnost a pevnost I*, Vydavatelství ČVUT v Praze, Praha 1995 a 1998.
- [3] MICHALEC, Jiří, a kol.: *Pružnost a pevnost II*, Vydavatelství ČVUT v Praze, Praha 1994 a 2000.
- [4] ŠVEC, Vladimír: *Části a mechanismy strojů – Mechanické převody*, Vydavatelství ČVUT v Praze, Praha 2003.