

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta strojní, Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Stabilita a říditelnost letounů

Originál (kopie) zadání BP/DP

Abstrakt

Práce se zabývá principy využívanými pro výpočet podélné, příčné a směrové statické stability. Dále je řešena i dynamická stabilita pomocí metody vycházející z pohybových rovnic. Ta je pak rozšířena o říditelnostní prvky modelu. V závěru se nachází rešerše popisující metody použitelné pro stabilizaci málo stabilního či nestabilního letounu.

Klíčová slova

Statická Stabilita, dynamická stabilita, říditelnost, adaptivní stabilizátory, PID, FUZZY regulace, MRAC- adaptivní systém s referenčním modelem

Abstract

This thesis is concerned on principles of using calculation pitch, roll and yaw static stability. Dynamics stability is focused by movement equation method. It is extended by members of model maneuverability. In the end is located recherche of stabilization methods for using in low-stability aircraft.

Key words

Static stability, dynamic stability, maneuverability, adaptive stabilization, PID, FUZZY regulation, MRAC-model reference adaptive controll

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této bakalářské práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této bakalářské práce, je legální.

.....
Podpis

V Praze dne 26.8.2016

Vojtěch Šípek

Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Jakobovi Filipskému za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce. Dále děkuji celé mé rodině za podporu po celou dobu mého studia.

Obsah

OBSAH	7
SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK	8
1 ÚVOD	10
2 STATICKÁ STABILITA	11
2.1 PODÉLNÁ STABILITA (ROTACE KOLEM OSY Y).....	12
2.2 SMĚROVÁ STABILITA (ROTACE KOLEM OSY Z)	15
2.3 PŘÍČNÁ STABILITA (ROTACE KOLEM OSY X).....	16
2.4 ZÁVISLOST KLONĚNÍ A ZATÁČENÍ.....	17
3 DYNAMICKÁ STABILITA	17
3.1 PODÉLNÁ DYNAMICKÁ STABILITA	18
3.2 STRANOVÁ DYNAMICKÁ STABILITA	20
4 ŘIDITELNOST	22
5 STABILIZÁTORY	25
5.1 ADAPTIVNÍ SYSTÉMY ŘÍZENÍ.....	26
5.1.1 <i>Heuristický přístup</i>	27
<i>Samočinně se nastavující regulátory STC (self tuning controller)</i>	28
5.1.2 <i>Systémy s referenčním modelem</i>	28
5.1.3 <i>Prediktivní regulátory</i>	29
5.2 NELINEÁRNÍ FUZZY SYSTÉMY	30
6 ZÁVĚR.....	31
SEZNAM LITERATURY A INFORMAČNÍCH ZDROJŮ	32

Seznam symbolů a zkratek

b	[m]	rozpětí křídel
c_A	[m]	hloubka střední aerodynamické tělavy
C_D	[1]	součinitel odporu
C_L	[1]	součinitel vztlaku
C_C	[1]	součinitel příčné síly
C_G	[1]	součinitel tíhové síly
C_X, C_Y, C_Z	[1]	součinitele složek výsledné síly letadla
C_l, C_m, C_n	[1]	součinitele složek výsledného momentu letadla
D, L, C	[N]	aerodynamické síly: odpor, vztlak a příčná síla
$e(t)$		regulační odchylka
g	$[ms^{-2}]$	tíhové zrychlení
G	[N]	tíhová síla
I_x, I_y, I_z	$[kgm^2]$	momenty setrvačnosti
L, M, N	[Nm]	klonivý, klopivý a zatáčivý moment
m	[kg]	hmotnost
p, q, r	$[rads^{-1}]$	složky úhlové rychlosti
q	[Pa]	kinematický tlak
r_0	[-]	zesílení
r_I	[-]	integrační konstanta
r_D	[-]	derivační konstanta
s	$[s^{-1}]$	Laplaceova proměnná
$t_{1/2}$	[s]	čas potřebný k útlumu odchylky na polovinu
T	[s]	perioda kmitavého pohybu letounu
$u(t)$		akční zásah
u, v, w	$[ms^{-1}]$	složky rychlosti letadla
V	$[ms^{-1}]$	rychlost letu letadla
$w(t)$		požadovaná veličina
x, y, z	[m]	rozměry letadla
X, Y, Z	[N]	aerodynamické síly v souřadnicích letadla
$y(t)$		výstupní veličina
α	$[^\circ]$	úhel náběhu letadla
β	$[^\circ]$	úhel vybočení letadla

λ	$[s^{-1}]$	kořen charakteristické rovnice
ρ	$[kgm^{-3}]$	hustota vzduchu
Ψ, Θ, Φ	$[^{\circ}]$	polohové úhly letadla: azimut, podélný sklon, příčný sklon

1 Úvod

Cílem této práce je popsat postup výpočtu statické a dynamické stability letounu, který je dostatečně přesný a komplexní pro výpočet stability letounů na mezi stability. Dále je popsán vliv výchylek řídicích ploch na chování letounu.

Při výpočtu statické stability je zvoleno rozdělení podle tří os rotace letounu, a to na klopení, klonění a zatáčení. Výpočet vychází z upravené momentové rovnice k těžišti letounu. Měřítkem stability je pak sklon derivace výsledného momentu.

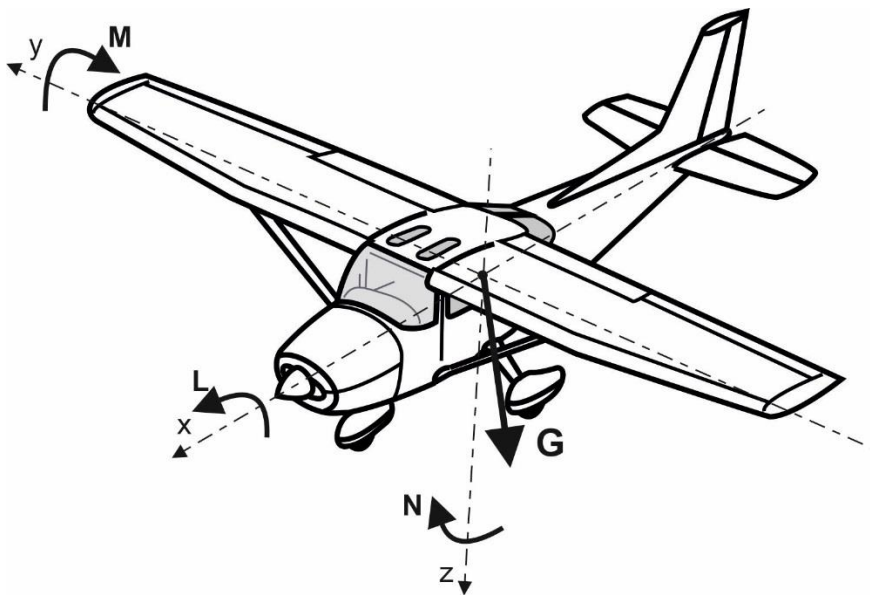
Výpočet dynamické stability vychází z pohybových rovnic systému. Pro přehlednost a usnadnění výpočtu je využito maticového zápisu. Zde je použito dělení jenom na podélnou a stranovou stabilitu. Pohybové rovnice v sobě totiž obsahují i vzájemné vazby klonění a zatáčení.

V další kapitole jsou tyto pohybové rovnice rozšířeny a výchylky říditelnostních ploch. Po implementaci rovnic do výpočtového softwaru (např. Matlab) lze získat přechodové charakteristiky letounu. Z těch je možné určit, zda jsou navržené řídicí plochy dostatečné k ovládní letounu. Je zřejmé, že čím stabilnější je letoun, tím větší moment musí vznikat na řídicích plochách. Méně stabilní letoun je tedy lépe ovladatelný a naopak.

V poslední kapitole je uvedena rešerše principů použitelných pro regulaci letounů. Nejprve je předvedeno propojení dynamické soustavy letounu s PID regulátorem. Následně jsou popsány alternativy PID, a to číslicový PSD regulátor a Fuzzy regulátor. V závěru jsou pak popsány metody používané u adaptivních systémů řízení.

2 Statická stabilita

Stabilita je schopnost letounu vrátit se po vychýlení zpět do rovnovážné polohy letu bez zásahu řídicích prostředků. Stabilitu dělíme podle třech základních os na stabilitu podélnou pro rotaci kolem osy y , směrovou pro rotaci kolem osy z a příčnou pro rotaci kolem osy x . Někteří autoři používají rozdělení pouze na stabilitu podélnou a stranovou. Toto rozdělení je vhodné pro rozsáhlejší výpočty. Obsahuje totiž i vzájemné vazby směrové a příčné stability. Je však značně složitější.



Obr. 2.1 – Definice kladných směrů souřadnic

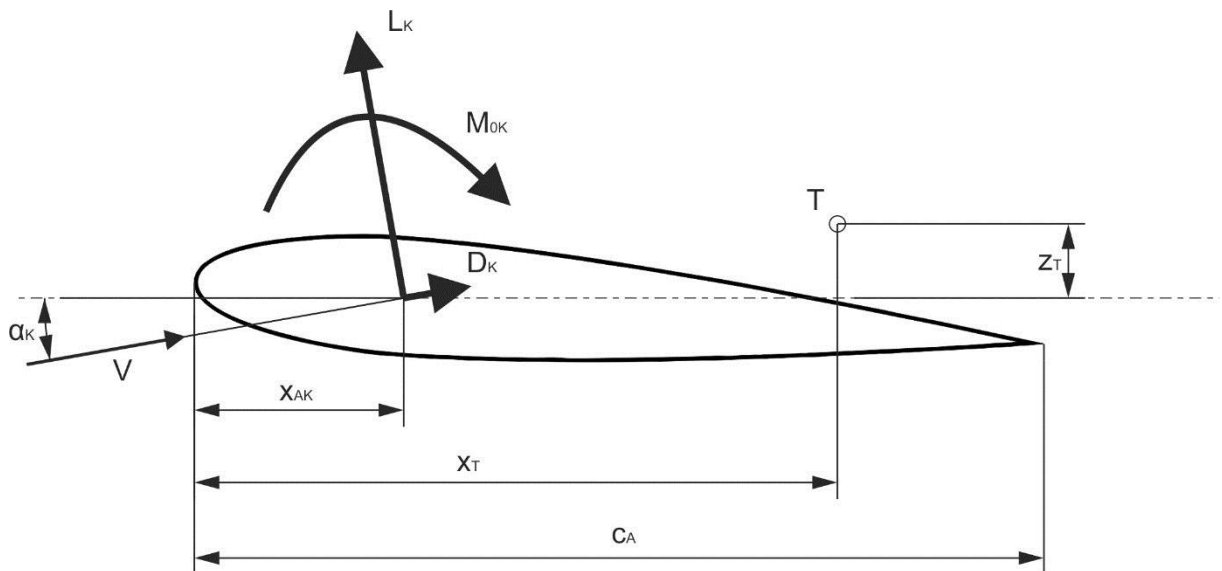
Na obrázku 2.1 jsou vyznačeny používané souřadnice letounu x , y , z . Dále je vyznačena gravitační síla G pro znázornění, že tyto souřadnice se liší od zemských souřadnic. Pro jejich porovnání zavádíme polohové úhly letounu Θ, Φ, Ψ (azimut, podélný sklon, příčný sklon). Složky výsledné rychlosti označíme u, v, w a složky úhlové rychlosti p, q, r .

Dále jsou naznačeny kladné směry vznikajících momentů sil. Právě znaménko a velikost těchto momentů budou určovat stabilitu letounu. Klopivý moment vyjadřující podélnou stabilitu značíme M , zatáčivý moment pro směrovou stabilitu značíme N a klopivý moment pro příčnou stabilitu značíme L .

2.1 Podélná stabilita (rotace kolem osy y)

Základním principem stability je vyvození vratného klopivého momentu jako reakce na vychýlení z rovnovážného režimu letu. Předpokladem výpočtu je, že známe síly působící na jednotlivých částech letounu (pro zkoumaný režim letu). Pro obecné profily křídel můžeme tyto hodnoty vyčíst z tabulek a grafů (aerodynamická polára letounu), pro složitější pak nutno provést měření v aerodynamickém tunelu, případně použít některý z nabízených CFD (Computational fluid dynamics) programů. (Např. FloXpress, ANSYS Fluent. Powerflow)

Sestavením momentové rovnice všech částí k těžišti letounu získáváme žádaný moment. Obecně můžeme sestavit momentovou rovnici k jakémukoliv bodu letounu, pak nám ale přibude v rovnici moment od gravitační síly. Takto například vypadá momentová rovnice pro hlavní křídlo.



Obr. 2.2 – Aerodynamické síly a momenty působící na křídlo

$$M_K = M_{0K} + (L_K \cos \alpha_K + D_K \sin \alpha_K)(x_T - x_{AK}) + (L_K \sin \alpha_K - D_K \cos \alpha_K)z_T \quad (2.1)$$

Kde

M_{0K} je moment způsobený tvarem křídla

D_K je odporová síla (působí vždy ve směru letu)

L_K je vztlaková síla (kolmá na odporovou sílu)

α_K je úhel náběhu letounu

x_T je poloha těžiště letadla

x_{AK} je poloha aerodynamického středu křídla

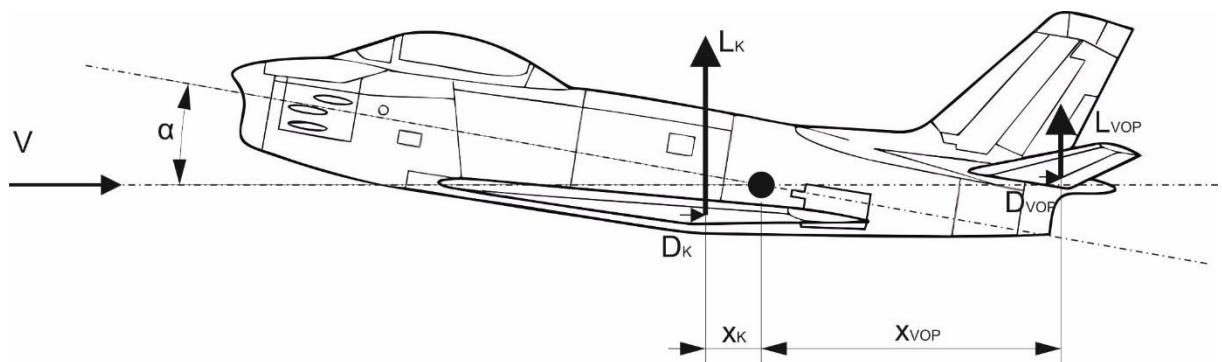
z_T je svislá vzdálenost aerodynamického středu křídla a těžiště letadla

V literatuře se však používají bezrozměrové veličiny. Ty dostaneme podělením momentu síly veličinami $q \cdot S \cdot c_A$, dělením síly výrazem $q \cdot S$ a dělením vzdáleností veličinou c_A , kde $q = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$ je kinematický tlak, S je plocha hlavního křídla a c_A je hloubka střední aerodynamické tětiny. Pro malé úhly použijeme zjednodušení, kdy $\cos \alpha_K \cong 1$ a $\sin \alpha_K \cong \alpha_K$. Rovnice (2.1) pak vypadá takto:

$$C_{m_K} = C_{m_{0K}} + (C_{L_K} + C_{D_K} \alpha_K)(\bar{x}_T - \bar{x}_{AK}) + (C_{L_K} \alpha_K - C_{D_K}) \bar{z}_T \quad (2.2)$$

Celkový klopivý moment pak dostaneme součtem momentů všech částí.

$$C_m = C_{m_K} + C_{m_{Trup}} + C_{m_{Gondoly}} + C_{m_{VOP}} + \dots \quad (2.3)$$



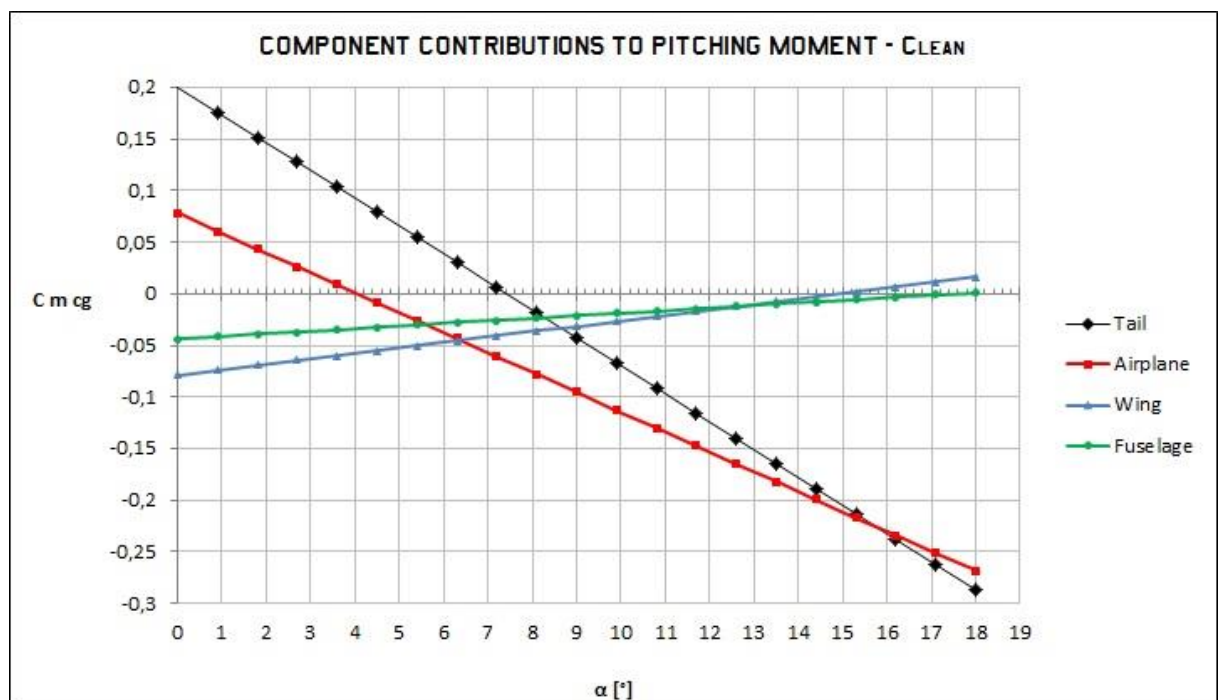
Obr. 2.3 – Aerodynamické síly a momenty působící na letoun

Na obrázku 1.3 je naznačena stabilizační funkce vodorovné ocasní plochy VOP. Vztlaková síla zde působí totiž na velkém rameni, a tak dokáže vyrovnat i destabilizační moment od daleko větší síly na hlavním křídle. Je tedy zřejmé, že posouváním těžiště dozadu podélná stabilita klesá. Zdálo by se tedy rozumné mít těžiště co nejvíce vpředu.

Letoun bude sice čím dál stabilnější, jeho ovladatelnost se však stejně rychle bude snižovat. Proto je ideální volit vhodný kompromis dle účelu použití.

Při výpočtu musíme vzít v úvahu, že úhel náběhu letadla a úhly jednotlivých částí se mohou lišit. Nejvíce se to obvykle projevuje při určování úhlu náběhu na VOP. Vzdušné víry vznikající na hlavním křídle změny směr nabíhání vzduchu na VOP a tak i působící síly. Podobný efekt vzniká i na částech zasažených vrtulovým proudem vzduchu. Zde se mění síly v důsledku větší rychlosti proudění. Tento jev se nazývá propulze.

Vynesením závislosti výsledného momentu C_M v závislosti na úhlu vychýlení α získáme momentovou čáru, ze které lze vyčíst, zda je letoun podélně stabilní. Klesá-li momentová čára (je-li klopivá derivace záporná $\frac{\partial C_M}{\partial \alpha} < 0$), letoun je stabilní. Prakticky to znamená, že čím větší je výchylka α , tím větší záporný moment se jí snaží vyrovnat. Z grafu můžeme také zjistit rovnovážný úhel letu, na Obr. 1.4 je to například $\alpha_0 = 4^\circ$.



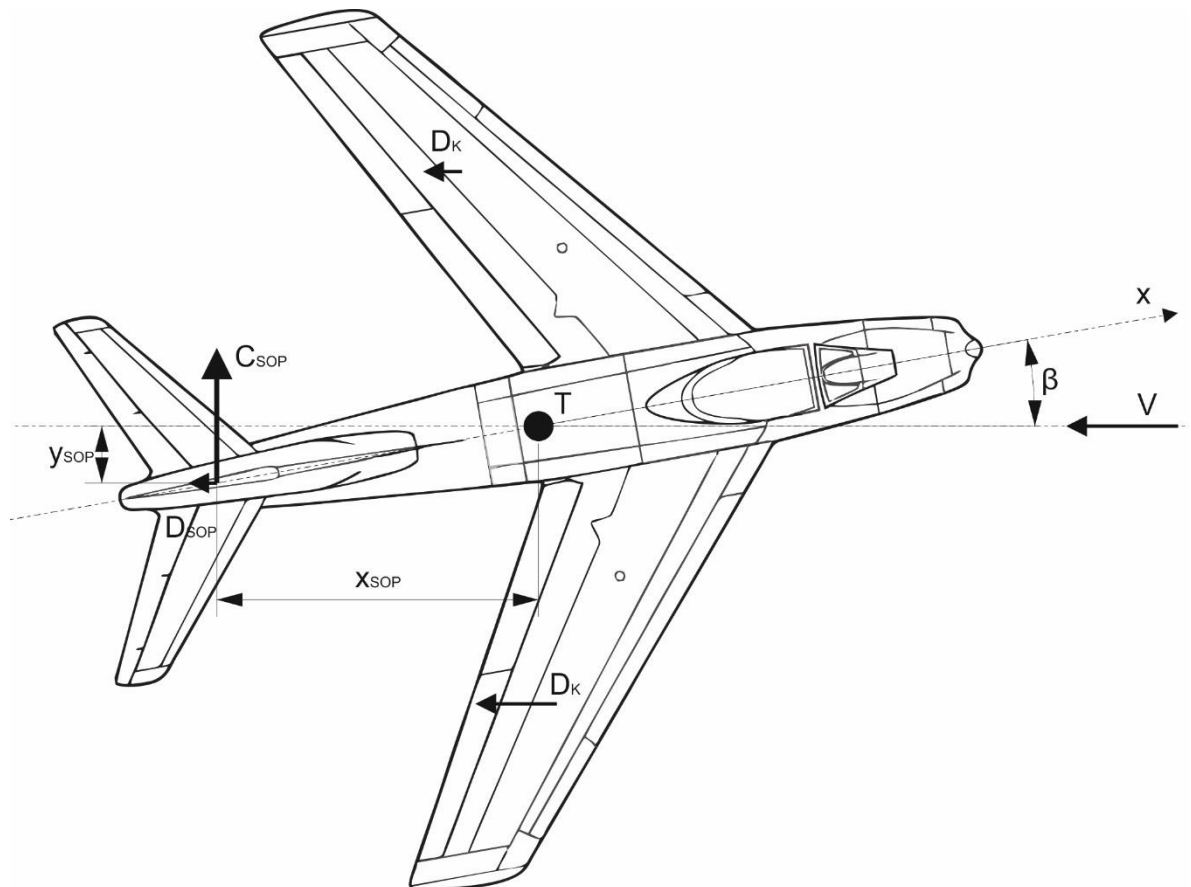
Obr. 2.4 – Momentová charakteristika letounu [3]

Na Obr. 2.4 – Momentová charakteristika letounu můžeme vidět, že momentová čára samotného křídla a samotného trupu je rostoucí. Z toho plyne, že má destabilizační

vliv na podélnou stabilitu letadla. Stabilizační moment pak vzniká na VOP (Tail). Díky velké vzdálenosti VOP od těžiště letounu má tento moment zásadní vliv na celkovou podélnou stabilitu letounu.

2.2 Směrová stabilita (rotace kolem osy z)

Při výpočtu směrové stability postupujeme obdobně jako při výpočtu stability podélné. Zde hlavní stabilizační moment vzniká na svislých ocasních plochách. Stabilizační moment se také objevuje na křídlech s větší šípovitostí.



Obr. 2.5 - Aerodynamické síly působící na letoun

Moment působící na svislou ocasní plochu (SOP) pak vyjádříme následovně:

$$N_{SOP} = x_{SOP} C_{SOP} \cos \beta_{SOP} \quad (2.4)$$

Příčný moment síly na ocasu N_{SOP} převedeme na součinitel momentu síly C_{NSOP} obdobně jako v rovnici 2.1. Celkový moment C_N pak získáme součtem všech částí letounu.

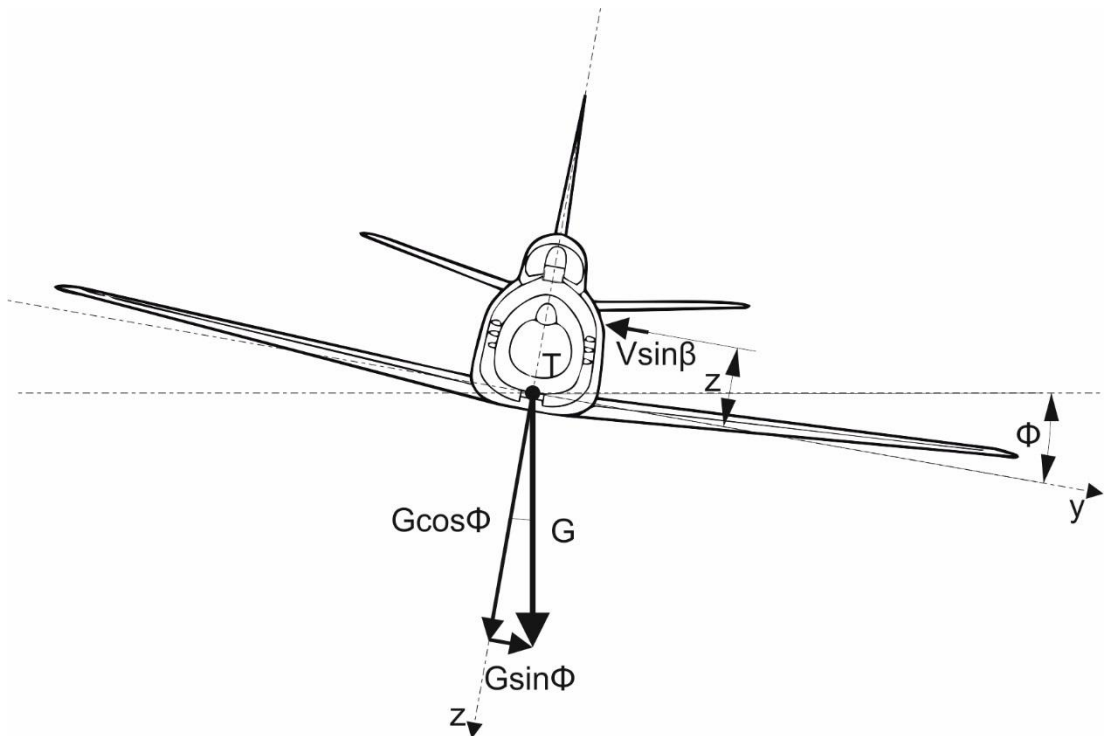
$$C_n = C_{n_{SOP}} + C_{n_K} + C_{n_{TR}} + C_{n_G} + C_{n_{VR}} \quad (2.5)$$

U směrové na rozdíl od podélné stability požadujeme, aby bočivě-zatáčivá derivace byla kladná, tedy $\frac{\partial C_n}{\partial \beta} > 0$. To je způsobeno zvolenou orientací osy z.

2.3 Příčná stabilita (rotace kolem osy x)

Pro příčnou stabilitu však na obvyklých letounech nenajdeme speciální stabilizační část. Nejvíce se na ní projevuje geometrie, vzepětí a úhel šípu křídla.

Při vychýlení letounu o úhel Φ se rozloží tíhová síla letounu do dvou hlavních os y a z. Potom ve směru y působí síla $G_y = G \sin \Phi$. Bočnímu skluzu letadla pak brání proudící vzduch o rychlosti $V = V_\infty \sin \beta$. Ten způsobuje moment na jednotlivých částech letounu. U dolnoplošníku s kladným úhlem šípu křídla (Obr. 2.4 – Momentová charakteristika letounu pak stabilizační moment vzniká jak na křídlech, tak i na trupu letounu. Napsáním momentové rovnice a následným derivováním získáme bočivě-klonivou derivaci. Je-li záporná $\frac{\partial C_l}{\partial \Phi} < 0$, pak je letoun příčně staticky stabilní.



Obr. 2.6 – Aerodynamické síly působící na letoun

2.4 Závislost klonění a zatáčení

Z výše uvedených informací je patrné, že klonění a zatáčení je vzájemně provázáno.

Při příčném sklonu proudící vzduch ve směru osy y působí na letadlo. Největší moment vznikne na SOP, což způsobí zatáčení na stranu naklonění.

V opačném případě prvotně letadlo zatáčí. Levá strana letadla se pohybuje rychleji než pravá. Vztlak levého křídla je pak také větší, což způsobí naklonění na pomalejší, tedy pravou stranu.

3 Dynamická stabilita

Při výpočtech dynamické stability je nejprve potřeba napsat pohybové rovnice letadla. Pro 6 stupňů volnosti letadla napíšeme 6 pohybových rovnic,

$$m(\dot{u} + qw - rv) = X - mg \sin \theta \quad (3.1)$$

$$m(\dot{v} + ru - pw) = Y + mg \cos \theta \sin \phi \quad (3.2)$$

$$m(\dot{w} + pw - qu) = Z + mg\cos\Theta\cos\Phi \quad (3.3)$$

$$I_x\dot{p} - I_{xz}(\dot{r} + pq) - (I_y - I_z)qr = L \quad (3.4)$$

$$I_y\dot{q} - I_{xz}(r^2 - p^2) - (I_y - I_x)rp = M \quad (3.5)$$

$$I_z\dot{r} - I_{xz}(\dot{p} - qr) - (I_x - I_y)pq = N \quad (3.6)$$

X, Y, Z jsou výsledné aerodynamické síly působící na letadlo vyjádřené v základních souřadnicích. Mezi tyto síly patří i tah motorů. Naopak gravitační síla nezávislá na směru a rychlosti letu je vyjádřena zvlášť.

Závislost úhlových rychlostí letounu a časových derivací polohových úhlů vyjádříme pomocí pohybových vazeb.

$$\dot{\Phi} = p + q\sin\Phi\tan\Theta + r\cos\Phi\tan\Theta \quad (3.7)$$

$$\dot{\Theta} = q\cos\Phi - r\sin\Phi \quad (3.8)$$

$$\dot{\Psi} = \frac{q\sin\Phi}{\cos\Theta} + \frac{r\cos\Phi}{\cos\Theta} \quad (3.9)$$

Jelikož podélná a stranová (kombinace směrové a příčné) dynamická stabilita jsou na sobě nezávislé, je výhodné je řešit odděleně. Pro každou stabilitu řešíme pak jen soustavu čtyř rovnic pro čtyři neznámé. Tu je pak možno řešit například pomocí programu Matlab.

3.1 Podélná dynamická stabilita

Osamostatněním prvních derivací na levé strany a zavedením koeficientů jednotlivých kinematických veličin dostáváme soustavu čtyř rovnic. V maticovém zápisu pak:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\Theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_u & x_w & 0 & x_\Theta \\ z_u & z_w & z_q & z_\Theta \\ m_u & m_w & m_q & m_\Theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \Theta \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Vyjádření jednotlivých koeficientů je uvedeno v Tabulka 1.

$x_u = \frac{X_u}{m}$	$x_w = \frac{X_w}{m}$	$x_\theta = -g \cos \Theta_R$
$z_u = \frac{Z_u}{m - Z_{\dot{w}}}$	$z_w = \frac{Z_w}{m - Z_{\dot{w}}}$	$z_q = \frac{m u_R + Z_q}{m - Z_{\dot{w}}}$
$z_\theta = -\frac{m g \sin \Theta_R}{m - Z_{\dot{w}}}$	$m_u = \frac{1}{I_y} \left(M_u + \frac{M_{\dot{w}} Z_u}{m - Z_{\dot{w}}} \right)$	$m_w = \frac{1}{I_y} \left(M_w + \frac{M_{\dot{w}} Z_w}{m - Z_{\dot{w}}} \right)$
$m_q = \frac{1}{I_y} \left[M_q + \frac{M_{\dot{w}} (m u_R + Z_q)}{m - Z_{\dot{w}}} \right]$		$m_\theta = -\frac{M_{\dot{w}} m g \sin \Theta_R}{I_y (m - Z_{\dot{w}})}$

Tabulka 1 [1]

Dále je třeba vyjádřit rozměrové stabilitní derivace použité v předchozí tabulce.

Rozměrové stabilitní derivace jsou derivace sil a momentů podle příslušných kinematických veličin vyjádřených pomocí bezrozměrových součinitelů, které jsem používal v předchozích kapitolách s tím rozdílem, že síly nebyly vyjádřeny ve směru základních souřadnic, a dalších stavových veličin. Celkově po dosazení musí koeficienty v tabulkách 1, 3 a 5 vyjít v jednotkách s^{-1} .

$X_u = \frac{1}{2} C_{X_u} \rho u_R S + C_G \rho u_R S \sin \Theta_R$	$X_w = \frac{1}{2} C_{X_\alpha} \rho u_R S$	$X_{\dot{w}} = \frac{1}{4} C_{X_{\dot{\alpha}}} \rho S c_A \cong 0$
$Z_u = \frac{1}{2} C_{Z_u} \rho u_R S - C_G \rho u_R S \cos \Theta_R$	$Z_w = \frac{1}{2} C_{Z_\alpha} \rho u_R S$	$Z_{\dot{w}} = \frac{1}{4} C_{Z_{\dot{\alpha}}} \rho S c_A$
$M_u = \frac{1}{2} C_{m_u} \rho u_R S c_A$	$M_w = \frac{1}{2} C_{m_\alpha} \rho u_R S c_A$	$M_{\dot{w}} = \frac{1}{4} C_{m_{\dot{\alpha}}} \rho S c_A^2$
$X_q = \frac{1}{4} C_{X_q} \rho u_R S c_A \cong 0$	$Z_q = \frac{1}{4} C_{Z_q} \rho u_R S c_A$	$M_q = \frac{1}{4} C_{m_q} \rho u_R S c_A^2$

Tabulka 2 [1]

Řešení předpokládáme v obecném tvaru $u = A^{\lambda t}$, potom $\dot{u} = \lambda A^{\lambda t}$. Podobně i pro ostatní neznámé. Dosazením a úpravou rovnic dostaneme následující matici:

$$\begin{bmatrix} (x_u - \lambda) & x_w & 0 & x_\Theta \\ z_u & (z_w - \lambda) & z_q & z_\Theta \\ m_u & m_w & (m_q - \lambda) & m_\Theta \\ 0 & 0 & 1 & (0 - \lambda) \end{bmatrix} = 0 \quad (3.11)$$

Hledáme řešení pro determinant rovný 0, neboli vlastní čísla matice (3.11). Dostaneme obecně čtyři imaginární kořeny

$$\lambda = \delta + i\omega. \quad (3.12)$$

Z nich pak je možno určit dynamickou podélnou stabilitu. Reálná část δ určuje míru zeslabení. Pro stabilitu musí být reálná část kořene záporná. Obsahuje-li kořen i imaginární část ω , dochází ke kmitavému pohybu, kde ω určuje vlastní frekvenci kmitání.

Používaným hodnotícím kritériem je čas potřebný na utlumení amplitudy na polovinu.

$$t_{1/2} = \frac{\ln(0,5)}{\delta} \quad (3.13)$$

U většiny letounů získáme dvě dvojice kompletně sdružených kořenů s velmi rozdílnou frekvencí kmitů. Při krátkých kmitech s periodou přibližně 0,1 s se významně mění pouze úhel náběhu a rychlost se téměř nemění. Při dlouhých kmitech s frekvencí přibližně 10 s je to naopak.

3.2 Stranová dynamická stabilita

Obdobně pokračujeme u stranové dynamické stability. Vyjádřením prvních derivací dostáváme soustavu v maticovém zápisu (3.14).

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_v & y_p & y_r & y_\Phi \\ l_v & l_p & l_r & 0 \\ n_v & n_p & n_r & 0 \\ 0 & 1 & k_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \Phi \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Použité koeficienty jsou vypsány v tabulce 3.

$y_v = \frac{Y_v}{m}$	$y_p = \frac{Y_p}{m}$	$y_r = \frac{Y_r}{m} - u_R$
$y_\Phi = g \cos \Theta_R$	$l_v = \frac{I_z L_v + I_{xz} N_v}{I_x I_z - I_{xz}^2}$	$l_p = \frac{I_z L_p + I_{xz} N_p}{I_x I_z - I_{xz}^2}$
$l_r = \frac{I_z L_r + I_{xz} N_r}{I_x I_z - I_{xz}^2}$	$n_v = \frac{I_{xz} L_v + I_x N_v}{I_x I_z - I_{xz}^2}$	$n_p = \frac{I_{xz} L_p + I_x N_p}{I_x I_z - I_{xz}^2}$
$n_r = \frac{I_{xz} L_r + I_x N_r}{I_x I_z - I_{xz}^2}$	$k_r = \operatorname{tg} \Theta_R$	

Tabulka 3 [1]

Stabilitní derivace pro stranový pohyb jsou vypsány v tabulce 4.

$Y_v = \frac{1}{2} C_{Y_\beta} \rho u_R S$	$Y_p = \frac{1}{4} C_{Y_p} \rho u_R S b$	$Y_r = \frac{1}{4} C_{Y_r} \rho u_R S b$
$L_v = \frac{1}{2} C_{l_\beta} \rho u_R S b$	$L_p = \frac{1}{4} C_{l_p} \rho u_R S b^2$	$L_r = \frac{1}{4} C_{l_r} \rho u_R S b^2$
$N_v = \frac{1}{2} C_{n_\beta} \rho u_R S b$	$N_p = \frac{1}{4} C_{n_p} \rho u_R S b^2$	$N_r = \frac{1}{4} C_{n_r} \rho u_R S b^2$

Tabulka 4 [1]

Opět předpokládáme řešení ve tvaru $v = A^{\lambda t}$.

Po úpravě pak dostáváme výraz (3.15).

$$\begin{bmatrix} (y_v - \lambda) & y_p & y_r & y_\Phi \\ l_v & (l_p - \lambda) & l_r & 0 \\ n_v & n_p & (n_r - \lambda) & 0 \\ 0 & 1 & k_r & -\lambda \end{bmatrix} = 0 \quad (3.15)$$

Nalezením vlastních čísel matice opět získáme čtyři kořeny určující chování letounu. U stranové stability jsou typickým výsledkem dva reálné a jedna dvojice imaginárních kořenů.

Jeden z reálných kořenů popisuje rychlý klonivý pohyb. Ten je většinou však velmi tlumen, tudíž se téměř neprojeví.

Druhý reálný kořen popisuje spirálový pohyb. Ten bývá většinou nestabilní. Důležité při tomto pohybu je, aby čas na zdvojení odchylky (3.13) byl větší než 5 vteřin. Je-li tato podmínka splněna, pilot letoun bez větších problémů vyrovná do stabilní polohy. Směr letu (azimut) se však změní.

Komplexně sdružená dvojice kořenů popisuje kmitavý pohyb zvaný Dutch-roll. Jde o velmi nepříjemné kmity, při kterých se projevuje zatáčení, klonění a bočení. Požadují se tedy větší hodnoty tlumení. Míru stability určíme podobně jako v předchozí kapitole z vlastního čísla (3.12).

4 Říditelnost

Říditelnost je schopnost letounu reagovat na požadavky pilota prostřednictvím řídicích ploch.

Pro výpočet vlivu řídicích ploch na letoun musíme rozšířit pohybové rovnice z předchozích kapitol o výchylky kormidel. Dosud jsme totiž uvažovali neřízený letoun.

Rovnici pro podélný pohyb rozšíříme o výchylku výškovky.

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\Theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_u & x_w & 0 & x_\Theta \\ z_u & z_w & z_q & z_\Theta \\ m_u & m_w & m_q & m_\Theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \Theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ z_{\delta_V} & 0 \\ m_{\delta_V} & m_{\delta_V} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_V \\ \dot{\delta}_V \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Rovnici pro stranový pohyb rozšíříme o výchylku směrovky a křidálek.

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_v & y_p & y_r & y_\Phi \\ l_v & l_p & l_r & 0 \\ n_v & n_p & n_r & 0 \\ 0 & 1 & k_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \Phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & y_{\delta_s} & 0 \\ l_{\delta_k} & l_{\delta_k} & l_{\delta_s} & l_{\delta_s} \\ n_{\delta_k} & n_{\delta_k} & n_{\delta_s} & n_{\delta_s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_k \\ \dot{\delta}_k \\ \delta_s \\ \dot{\delta}_s \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Tyto rovnice lze obecně také zapsat takto,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (4.3)$$

Kde stavové vektory jsou $\mathbf{x}_{podélná} = \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \Theta \end{bmatrix}$ a $\mathbf{x}_{stranová} = \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \Phi \end{bmatrix}$

a řídicí vektory jsou $\mathbf{u}_p = \begin{bmatrix} \delta_v \\ \dot{\delta}_v \end{bmatrix}$ a $\mathbf{u}_s = \begin{bmatrix} \delta_k \\ \dot{\delta}_k \\ \delta_s \\ \dot{\delta}_s \end{bmatrix}$

Koeficienty řízení jsou vypsány v tabulce 5.

$z_{\delta_v} = \frac{Z_{\delta_v}}{m - Z_{\dot{w}}}$	$m_{\delta_v} = \frac{1}{I_y} [M_q + \frac{M_{\dot{w}}(mu_R + Z_q)}{m - Z_{\dot{w}}}]$	$m_{\dot{\delta}_v} = \frac{M_{\dot{\delta}_v}}{I_y}$
$y_{\delta_s} = \frac{Y_{\delta_s}}{m}$	$l_{\delta_k} = \frac{I_z L_{\delta_k} + I_{xz} N_{\delta_k}}{I_x I_z - I_{xz}^2}$	$l_{\dot{\delta}_k} = \frac{I_z L_{\dot{\delta}_k}}{I_x I_z - I_{xz}^2}$
$l_{\delta_s} = \frac{I_z L_{\delta_s} + I_{xz} N_{\delta_s}}{I_x I_z - I_{xz}^2}$	$l_{\dot{\delta}_s} = \frac{I_{xz} N_{\delta_s}}{I_x I_z - I_{xz}^2}$	$n_{\delta_k} = \frac{I_{xz} L_{\delta_k} + I_x N_{\delta_k}}{I_x I_z - I_{xz}^2}$
$n_{\dot{\delta}_k} = \frac{I_{xz} L_{\dot{\delta}_k}}{I_x I_z - I_{xz}^2}$	$n_{\dot{\delta}_s} = \frac{I_{xz} L_{\dot{\delta}_s} + I_x N_{\dot{\delta}_s}}{I_x I_z - I_{xz}^2}$	$n_{\delta_s} = \frac{I_x N_{\delta_s}}{I_x I_z - I_{xz}^2}$

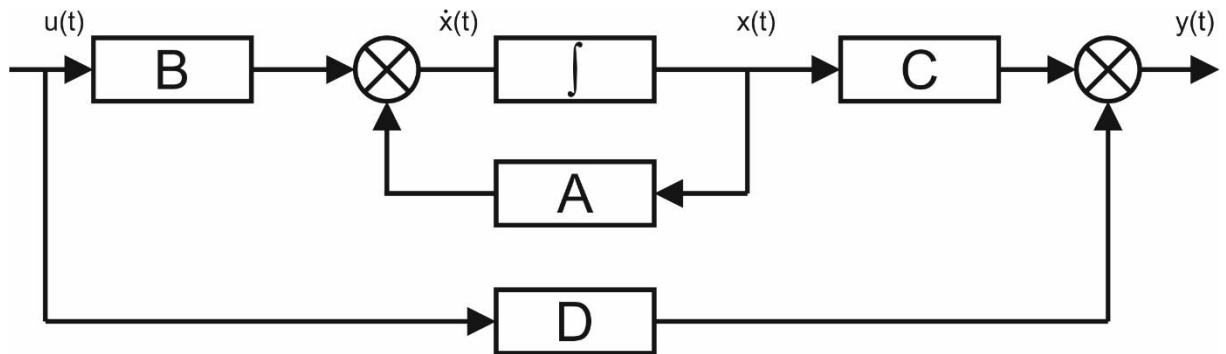
Tabulka 5 [1]

V tabulce 6 jsou vypsané říditelnostní derivace.

$M_{\delta_V} = \frac{1}{2} C_{m_{\delta_V}} \rho u_R^2 S c_A$	$M_{\delta_V} = \frac{1}{4} C_{m_{\delta_V}} \rho u_R S c_A^2$	$Z_{\delta_V} = \frac{1}{2} C_{z_{\delta_V}} \rho u_R^2 S$
$L_{\delta_K} = \frac{1}{2} C_{l_{\delta_K}} \rho u_R^2 S b$	$L_{\delta_K} = \frac{1}{4} C_{l_{\delta_K}} \rho u_R S b^2$	$L_{\delta_S} = \frac{1}{2} C_{l_{\delta_S}} \rho u_R^2 S b$
$N_{\delta_K} = \frac{1}{2} C_{n_{\delta_K}} \rho u_R^2 S b$	$N_{\delta_S} = \frac{1}{2} C_{n_{\delta_S}} \rho u_R^2 S b$	$N_{\delta_S} = \frac{1}{4} C_{n_{\delta_S}} \rho u_R S b^2$
$Y_{\delta_S} = \frac{1}{2} C_{y_{\delta_S}} \rho u_R^2 S$		

Tabulka 6 [1]

Nyní chceme získat přenosovou matici $G(s)$, neboli závislost mezi vstupními a výstupními vektory. Podle následujícího schématu získáme obecný zápis stavových rovnic.



Obr. 4.1 – Blokové schéma stavových rovnic lineárního dynamického systému [1]

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (4.4)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \quad (4.5)$$

Kde \mathbf{C} je matice výstupů (pro zjednodušení s ní lze počítat jako s jednotkovou), a matice \mathbf{D} je přímá závislost výstupu na vstupu (lze zanedbat)

Tyto rovnice přepíšeme pomocí Laplaceovy transformace.

$$s\mathbf{x}(s) = \mathbf{A}\mathbf{x}(s) + \mathbf{B}\mathbf{u}(s) \quad (4.6)$$

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{C}\mathbf{x}(s) + \mathbf{D}\mathbf{u}(s) \quad (4.7)$$

V první rovnici osamostatníme stavový vektor $\mathbf{x}(s)$, abychom ho mohli dosadit do druhé rovnice.

$$[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]\mathbf{x}(s) = \mathbf{B}\mathbf{u}(s) \quad (4.8)$$

Po dosazení dostaneme

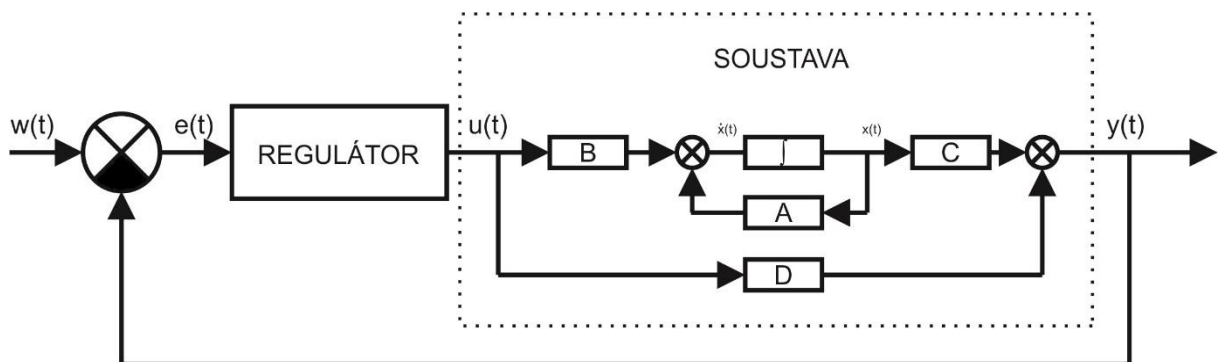
$$\mathbf{y}(s) = [\mathbf{C}[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}]\mathbf{u}(s) \quad (4.9)$$

Přenosová matice je pak

$$\mathbf{G}(s) = \frac{\mathbf{y}(s)}{\mathbf{u}(s)} = [\mathbf{C}[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}] \quad (4.10)$$

K řešení můžeme použít například programové prostředí Matlab/Simulink, ve kterém získáme i grafické výstupy jednotlivých stavových veličin. Z těch pak určíme, jak letadlo reaguje na řídicí povely pilota.

5 Stabilizátory



Obr. 5.1 – Blokové schéma zpětnovazebního regulátoru

Při použití stabilizátoru postupujeme stejně jako v kapitole 4 s rozdílem, že vektor řídicích (akčních) veličin $\mathbf{u}(t)$ nahradíme rovnicí regulátoru. Základním stabilizátorem je regulátor se zpětnou vazbou PID. Ten se skládá ze tří základních složek. Proporciální složka P určuje velikost odezvy řídicích orgánů na výchylku. Derivační složka reaguje na časovou změnu systému, tedy čím rychlejší je změna velikosti odchylky od požadované

hodnoty, tím větší bude zásah regulátoru. Integrační složka I vyrovnává trvalou regulační odchylku. Rovnice PID regulátoru je zobrazena rovnicí (5.1).

$$\mathbf{u}(t) = r_0 \mathbf{e}(t) + r_I \int_0^t \mathbf{e}(\tau) d\tau + r_D \dot{\mathbf{e}}(t) \quad (5.1)$$

$\mathbf{e}(t)$ je vektor regulační odchylky,

r_0 je zesílení,

r_I integrační konstanta

r_D derivační konstanta

Užitím Laplaceovy transformace dostaneme rovnici (5.2).

$$\mathbf{u}(s) = \frac{r_0 \mathbf{e}(s)s + r_I \mathbf{e}(s) + r_D \mathbf{e}(s)s^2}{s} \quad (5.2)$$

Regulační odchylku $\mathbf{e}(s)$ vyjádříme pomocí vektoru požadované veličiny $\mathbf{w}(s)$ a vektoru výstupní veličiny $\mathbf{y}(s)$.

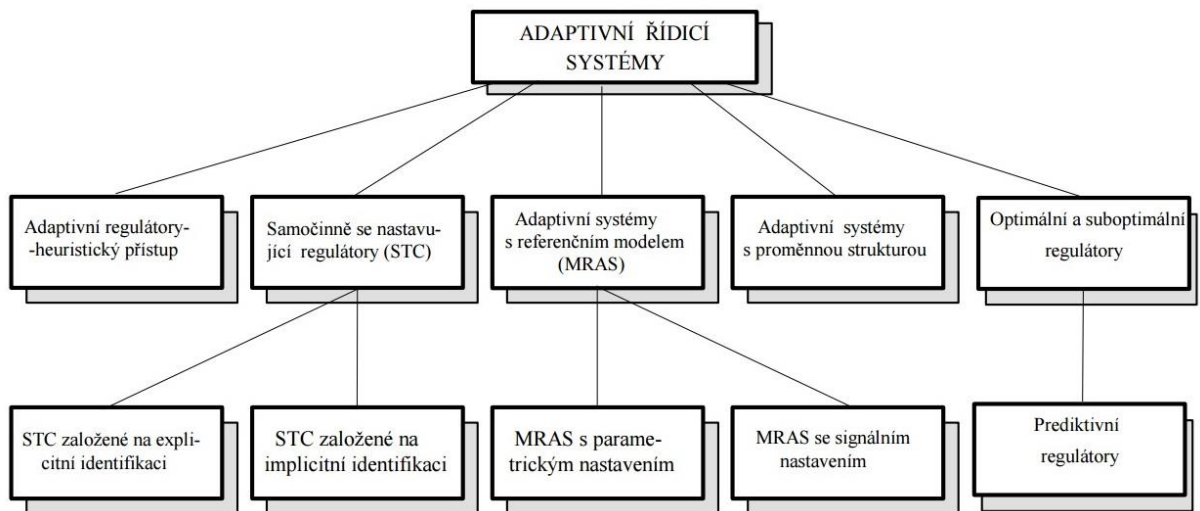
$$\mathbf{e}(s) = \mathbf{w}(s) - \mathbf{y}(s) \quad (5.3)$$

Diskrétní PSD regulátor je numerickou obdobou PID regulátoru. Složky I a D jsou nahrazeny dle rovnice (5.4). Na místo integrace je použita sumace, složku derivace nahrazujeme rozdílem dvou po sobě jdoucích odchylek měřených po čase T_0 . T_0 je tedy perioda vzorkování. Čím je menší, tím více se chování regulátoru přibližuje spojitému chování ideálního PID.

$$\mathbf{u}(t) = r_0 \mathbf{e}(t) + r_I T_0 \sum_{\tau=0}^t \mathbf{e}(\tau) + r_D \frac{\mathbf{e}(t) - \mathbf{e}(t - T_0)}{T_0} \quad (5.4)$$

5.1 Adaptivní systémy řízení

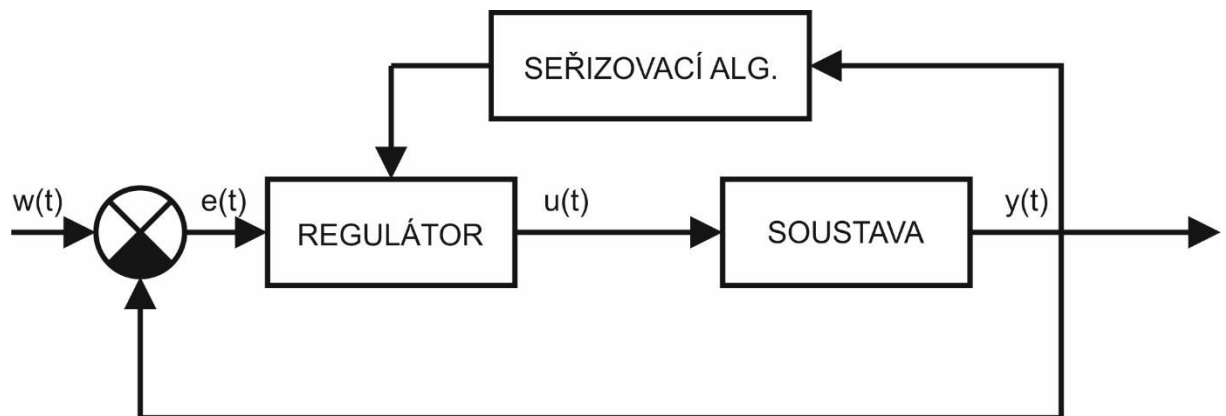
Základní rozdíl mezi klasickým zpětnovazebním a adaptivním zpětnovazebním řízením spočívá v tom, že u klasického regulátoru je vyhodnocena regulační odchylka stále stejným způsobem, zatímco u adaptivního regulátoru se mění způsob vyhodnocení - adaptuje se na nové podmínky. Parametry regulátoru se upravují tak, aby se udržela co největší kvalita možné regulace.



Obr. 5.2 – Základní rozdělení adaptivních řídicích systémů [4]

5.1.1 Heuristický přístup

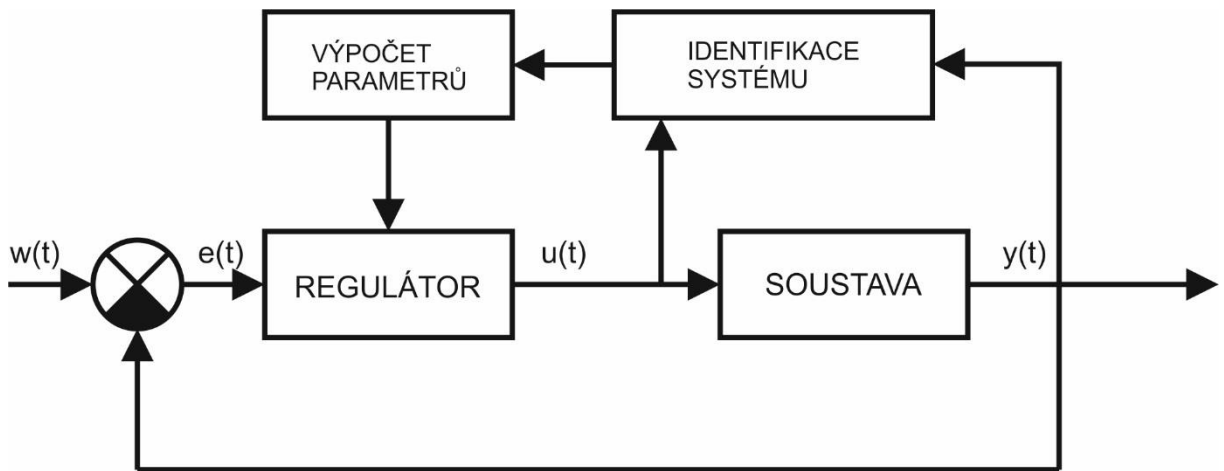
Navrhování parametrů regulátoru spočívá v náhodném nastavování parametrů a následném pozorování chování soustavy, tedy buď výstup, regulační odchylku, nebo kmitavost výstupu. Vždy však jenom jedno kritérium. Systém proto vůbec nemusí znát parametry regulované soustavy.



Obr. 5.3 – Princip heuristického adaptivního systému

Pro použití v letadle tento systém vhodný určitě nebude. Zvláště při použití u málo stabilních letounů by mohlo náhodné zkoušení parametrů způsobit i pád letadla.

5.1.2 Samočinně se nastavující regulátory STC (self tuning controller)

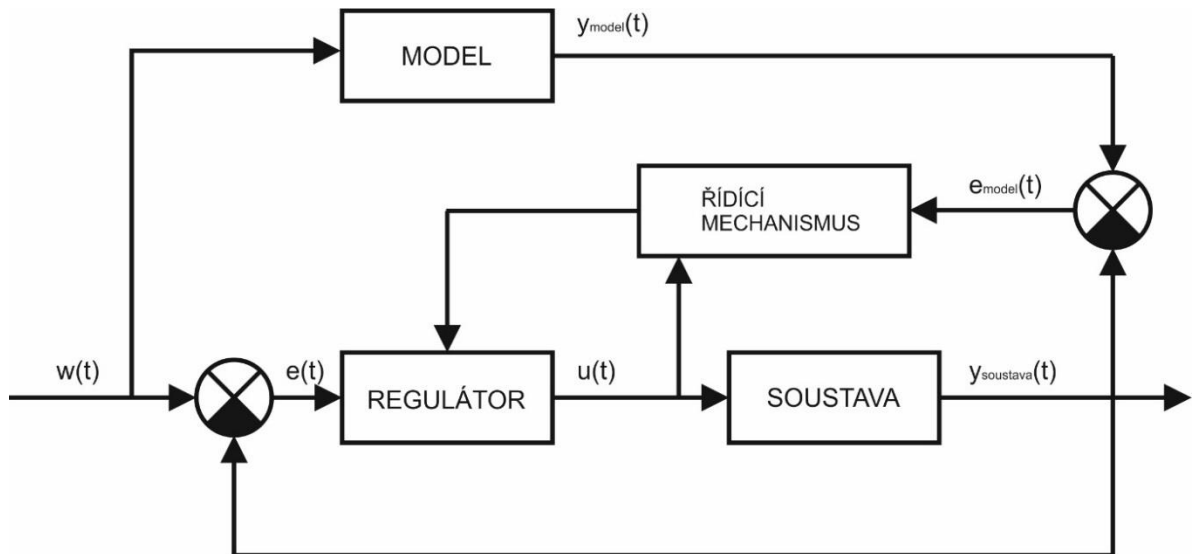


Obr. 5.4 – Princip STC adaptivního systému

Tento systém regulátoru funguje na principu odhadování a postupného upřesňování parametrů soustavy. Podle toho se pak vypočítají parametry regulátoru tak, abychom získali právě potřebný akční zásah $u(t)$. Pro identifikaci se ve většině případů používá metoda nejmenších čtverců, nově lze také využívat neuronových sítí. Pro návrh parametrů existuje několik metod, např. algoritmy pro minimální počet kroků regulačního obvodu (dead beat), minimalizace rozptylu výstupu (MV), přiřazení pólů nebo metody pro číslicové syntézy PID regulátorů.

5.1.3 Systémy s referenčním modelem

Principem systémů s referenčním modelem je znázorněn na obrázku 6.5. Referenční model dává požadovanou odezvu $y_{\text{model}}(t)$ na vstupní veličinu $w(t)$. Tato odezva je porovnávána se skutečnou odezvou soustavy. Řídící mechanismus se pak na základě rozdílu těchto výstupů snaží nastavením regulátoru dosáhnout konvergence modelu se soustavou. V pokročilejších algoritmech je možné řídicím mechanismem ovlivňovat i přímo vstupní veličinu. Významnou vlastností tohoto adaptivního systému je duální charakter, tzn., že je možno jej využít jak pro řízení, tak i pro identifikaci parametrů modelu procesu. Tento systém je často využíván při použití leteckých autopilotů. [4]



Obr. 5.5 – Princip MRAC adaptivního systému

5.1.4 Prediktivní regulátory

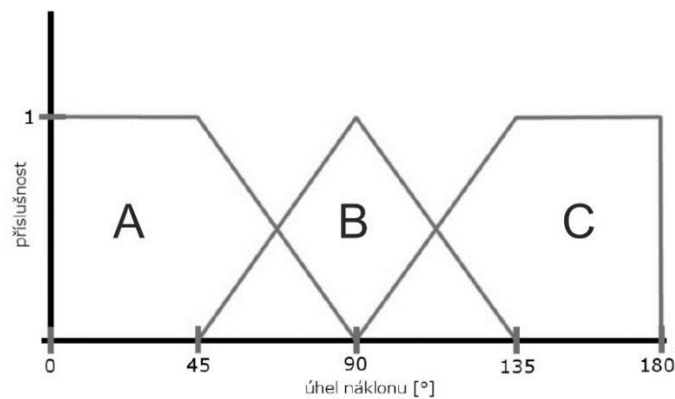
Pro popis principu prediktivních regulátorů uvádím citaci z časopisu *Automa*:

Základní myšlenku prediktivního řízení lze ilustrovat na způsobu, jakým se hrají šachy. V daném stavu hry hráč probírá budoucí možné strategie např. tři tahy dopředu a subjektivně je hodnotí za účelem vybrat tu nejlepší. Nakonec se pro jednu strategii rozhodne a vykoná její první tah. Po tahu soupeře celý postup znovu opakuje – opět hodnotí možné strategie na tři tahy dopředu atd. Dobrý hráč se od slabšího liší zřejmě tím, že promýšlí své strategie na větší počet tahů dopředu, hodnotí větší počet možných strategií a dělá při tom méně chyb. Dokonalý šachista by v každém tahu promyslel celou hru až do konce, probral by všechny možné strategie a vždy zvolil tu vítěznou. Takový šachista, ať už živý nebo umělý, však zatím neexistuje. Obdobně pracuje dokonalý prediktivní regulátor, který podobně před zvolením akčního zásahu řeší optimalizační úlohu řízení soustavy v otevřené smyčce a z nalezené optimální posloupnosti řízení realizuje pouze první krok. Na rozdíl od klasických přístupů zde mohou být do návrhové úlohy zahrnuty i různé typy omezení na vstupy, stavy a výstupy. To je jedna z hlavních předností prediktivního řízení. Na druhé straně je však značná obecnost existujících prediktivních regulátorů překážkou jejich uplatnění v praxi. Podobně jako v šachové hře vede řešení příslušné optimalizační úlohy k neúměrně velkým požadavkům na velikost paměti a dobu trvání výpočtu, které většinou zabraňují použití prediktivních algoritmů řízení v současných kompaktních regulátorech a programovatelných automatech. [5]

5.2 Nelineární FUZZY systémy

Fuzzy systémy využívají principu rozšířené booleovské logiky. Nerozlišují pouze jestli prvek do dané množiny patří {1} nebo nepatří {0}, ale udávají míru, jak moc prvek do dané množiny patří (nabývá hodnot v intervalu $\langle 0;1 \rangle$).

Tento systém se dá použít i v adaptivních systémech jako náhrada PID regulace (především náhrada složky P, ostatní složky se přidávají samostatně).



Obr. 5.6 – Příklad fuzzy množin

Rozložení fuzzy množin může vypadat například jako na obrázku 6.6. Každá z množin A, B, C definuje jiné nastavení regulátoru. Pro daný úhel náklonu získáme míru zastoupení jednotlivých množin. Např. pro úhel náklonu 60° bude stupeň průslušnosti prvku A 0,65, prvku B 0,35 a prvku C 0. Tento krok se nazývá fuzzyfikace.

Dalším krokem je inference mechanismů. Jde o porovnání průslušností prvků vah jednotlivých množin a následném určení výsledného mechanismu.

Defuzzyfikace pak stanoví výsledné numerické hodnoty výstupu.

Při praktickém řešení jsou těchto množin desítky až stovky. Největší výhodou fuzzy množin je možnost vytvoření nelineárního chování regulátoru.

6 Závěr

Z výše uvedených stabilizátorů bych volil stabilizátor s referenčním modelem a PID regulátorem. Pohyb letounu je totiž dost specifickým pohybem. Špatně říditelný model díky tomuto systému můžeme regulací přirovnávat k dobře říditelnému modelu. S výhodou se dá využít i model vypočítaný podle části 4.

V případě, že nemáme k dispozici model, poslouží velmi dobře samočinně se nastavující regulátor. Ten využívá přednosti obyčejného PID regulátoru se schopností optimalizování regulačních parametrů přímo za provozu.

Pokud je chování letounu nelineární, můžeme místo PID regulace použít regulaci fuzzy, která si s takovým chováním poradí lépe.

Prediktivní systémy zde pro svoji složitost a pomalejší odezvu svoje uplatnění zatím nezískají.

Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] DANĚK, V. *MECHANIKA LETU II, Letové vlastnosti*. 1st ed. 2011. ISBN 978-80-7204-761-1.
- [2] DANĚK, V. *MECHANIKA LETU I, Letové výkony*. 1st ed. 2009. ISBN 978-80-7204-659-1.
- [3] Mark Davies: *Standard Handbook for Aeronautical and Astronautical Engineers. AIRCRAFT STABILITY AND CONTROL*, Chapter (McGraw-Hill Professional, 2003), AccessEngineering
- [4] PIVOŇKA, P. *Optimalizace regulátorů*. 1st ed. 2005.
- [5] SCHLEGEL, M., SOBOTA, J. *Prediktivní regulátor pro průmyslovou praxi*. Automa, 2007, p. 12–16.
- [6] Model Reference Adaptive Control (MRAC).
<http://www.pages.drexel.edu/~kws23/tutorials/MRAC/MRAC.html> (accessed Aug 24, 2016).
- [7] ŠTĚPÁNEK, R. *Návrh fuzzy regulátoru: Diploma thesis*. Vysoké učení technické v Brně, 2007.
- [8] Norm Dingle, EMP Technical Group *Objasnění pojmu fuzzy logika*.
<http://www.controlengcesko.com/hlavni-menu/artykuly/artikul/article/objasneni-pojmu-fuzzy-logika/> (accessed Aug 25, 2016)
- [9] BLÁHA, M. *Moderní heliport pro kvadroptéru AR.Drone*. Bachelor thesis, České vysoké učení technické v Praze, 2012.