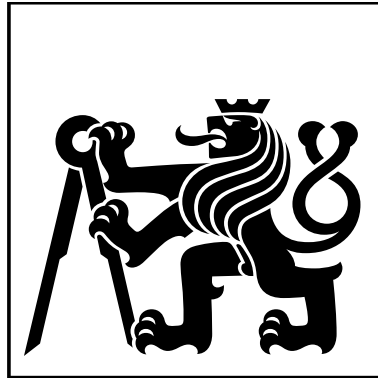


České vysoké učení technické v Praze

Fakulta strojní

Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky



Bakalářská práce

Analýza únavového namáhání hnacího hřídele

Computation od Fatigue Loading of Driving Shaft

Student: Vilém Klepač

Vedoucí práce: Ing. Jiří Kuželka, Ph.D.

Studijní obor: Konstruování podporované počítačem

Akademický rok: 2015/2016

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma Analýza únavového namáhání hnacího hřídele tvořil samostatně pod vedením Ing. Jiřího Kuželky, Ph.D. a s využitím svých znalostí a zdrojů literatury, jež jsou v této práci uvedeny.

V Praze dne 26.7.2016

.....

Vilém Klepač

Poděkování

Tímto chci poděkovat svému vedoucímu bakalářské práce panu Ing. Jiřímu Kuželkovi, Ph.D. za velmi cenné rady, které pomohly dostat tuto práci do své finální podoby. Dále děkuji firmě Schenck Process s.r.o. za přínosné téma zadání. V neposlední řadě děkuji své rodině za vydatnou podporu během doby tvorby práce i během celého studia.

Abstrakt

Tato práce se zabývá analýzou namáhání hnacího hřídele dopravníku sybkých materiálů. V teoretické části práce jsou uvedeny základní zákonitosti týkající se únavy materiálu a dále nosníková teorie. Praktická část práce se zabývá rozbohem namáhání konkrétního hnacího hřídele. Výstupem práce je program sloužící k určení míry bezpečnosti namáhání vzhledem k mezi únavy. Vstupem programu jsou jak materiálové, tak geometrické parametry hřídele.

Abstract

This thesis analyzes strain of driving shaft of the bulk materials conveyor. The theoretical part indicates the basic rules related to the material fatigue and, further on, the beam theory. The practical part deals with an analysis of a strain of a particular drive shaft. The output of the thesis is a program which determines the level of security towards fatigue limit. The program inputs are material and geometric parameters of a driving shaft.

Klíčová slova

Únava materiálu, nosník, hřídel, dopravník, výpočtový program

Key words

Material fatigue, beam, shaft, conveyor, computing program

Obsah

Seznam zkratk a symbolů.....	1
1. Úvod	3
1.1. Rozdělení práce	3
a) <i>Teoretický úvod</i>	3
b) <i>Rozbor namáhání a popis zadaného výpočtu</i>	3
c) <i>Popis programu pro únavovou analýzu hřídele</i>	3
d) <i>Verifikace programu porovnáním s analytickým výpočtem</i>	4
2. Přístupy k hodnocení vysoko cyklové únavy	5
2.1 Úvod do problematiky únavy materiálů	5
2.2 Základní pojmy	5
2.2.1 Únava materiálu	5
2.2.2 Kmitavé zatížení	5
2.2.3 Koeficient nesouměrnosti	6
2.2.4 Mez únavy	6
2.3 Wöhlerova křivka	7
2.4 Vliv předpětí	9
2.4.1 Smithův diagram.....	9
2.4.2 Haighův diagram	10
2.5 Filozofie dimenzování na únavu	11
2.5.1 Neomezená životnost	11
2.5.2 Omezená životnost.....	11
2.5.3 Faktory ovlivňující únavový proces	11
2.6 Koncentrátory napětí	14
2.6.1 Součinitel tvaru α	14
2.6.2 Součinitel vrubové citlivosti q	15

2.6.3	Součinitel velikosti tělesa ϵ	15
2.6.4	Součinitel jakosti povrchu η	16
2.7	Úpravy snižující mez únavy	17
2.8	Shrnutí problematiky únavy materiálu	18
3.	Nosníková teorie	20
3.1	Metoda řezu	20
3.2	Schwedlerova věta	22
3.3	Zatížení krutem	24
3.4	Geometrické charakteristiky průřezů	24
3.5	Deformace nosníku	25
3.5.1	Castiglianova věta a Mohrův integrál	26
3.6	Závěrem k nosníkové teorii	27
4.	Popis úlohy zatěžovaného hřídele	29
4.1	Určení vnějších silových účinků	30
4.2	Řešení úlohy	31
4.2.1	Předpoklady řešení	31
4.2.2	Uvolnění	31
4.2.3	Zohlednění vrubových součinitelů	32
4.2.4	Superpozice zatížení krutem a ohybem	33
4.3	Shrnutí řešení úlohy	34
5.	Výpočtový program	35
5.1	Topologie programu	35
5.2	Použité nástroje prostředí Python a řešení ohybového namáhání	36
5.3	Referenční výpočet	37
5.3.1	Uvolnění a sestavení rovnovážných rovnic	38
5.3.2	Zhodnocení funkčnosti referenčního programu	42
5.4	Řešení namáhání krutem	42

5.5 Parametrizace únavových součinitelů	42
5.5.1 Součinitel tvaru α	43
5.5.2 Součinitel vrubové citlivosti q	43
5.5.3 Součinitel jakosti povrchu η	45
5.5.4 Součinitel velikosti součásti ε	45
5.6 Shrnutí výpočtového programu	45
5.7 Aplikace programu na konkrétní zadání	46
6. Závěr a komentář k dosaženým výsledkům.....	47
Seznam použité literatury	49
Seznam příloh	50
Seznam obrázků.....	51
Seznam tabulek.....	52

Seznam zkratek a symbolů

Zkratka	Jednotky	Poznámka
σ	[N·mm ⁻²]	Hlavní napětí
σ_c	[N·mm ⁻²]	Mez únavy
σ_c^*	[N·mm ⁻²]	Snížená mez únavy
σ_h	[N·mm ⁻²]	Horní napětí
σ_d	[N·mm ⁻²]	Dolní napětí
σ_A	[N·mm ⁻²]	Amplituda napětí
σ_M	[N·mm ⁻²]	Střední napětí
R	[-]	Koeficient nesouměrnosti
R_m, σ_{pt}	[N·mm ⁻²]	Mez pevnosti
R_e, σ_k	[N·mm ⁻²]	Mez kluzu
T	[N]	Vnitřní posouvající síla
M_o	[N mm]	Vnitřní hybový moment
W_o	[mm ³]	Modul průřezu v ohybu
W_k	[mm ³]	Modul průřezu v krutu
M	[N·mm]	Vnější ohybový moment
F	[N]	Vnější síla
R	[N]	Reakční síla
$q(x)$	[N mm ⁻¹]	Spojitě zatížení
β	[-]	Součinitel vrubu
Q	[-]	Součinitel vrubové citlivosti
η	[-]	Součinitel jakosti povrchu
ε	[-]	Součinitel velikosti součásti
D	[mm]	Větší průměr osazení
D	[mm]	Menší průměr osazení, průměr
K	[-]	Součinitel bezpečnosti vůči mezi únavy
Y	[mm]	Vzdálenost neutrální osy
P	[mm]	Poloměr, radius
S_T	[mm]	Statický moment zatěžujícího obrazce spojitěho zatížení
A	[mm]	Plocha zatěžujícího obrazce spojitěho zatížení

J_p	[mm ⁴]	Polární kvadratický moment průřezu
J_z	[mm ⁴]	Kvadratický moment průřezu k ose z
l	[mm]	Délkový rozměr

1. Úvod

Cílem práce je vytvoření nástroje pro analýzu namáhání a vyhodnocení stavů napjatosti v kritických místech vzhledem k únavové životnosti. Analyzovanou komponentou je hnací hřídel dopravníku sypkých materiálů. Tento hřídel je namáhán cyklickým zatížením - především ohybem za rotace. Na základě výstupů provedených analýz by mělo být možné rozhodnout, je-li hřídel schopen provozu po časově neomezenou dobu provozu.

Nástrojem pro tuto analýzu je program napsaný v jazyce Python. Ten na základě vstupních parametrů (výkon motoru, rozměry hřídele a materiálové parametry) řeší průběh jednotlivých složek napětí po délce hřídele. V místech vrubů jsou vyhodnoceny součinitele bezpečnosti vzhledem k mezi únavy. Podle vypočtené bezpečnosti v kritických místech je programem uživateli buď doporučena změna rozměrů analyzovaného hřídele, nebo je návrh schválen.

1.1. Rozdělení práce

a) *Teoretický úvod*

V teoretické části je popsána problematika návrhů součástí podléhajících v čase proměnlivému zatížení. Vzhledem k velmi širokému záběru oblasti únavy materiálu je kladen důraz především na základní pojmy, jako jsou např. Wöhlerova křivka, Smithův a Haighův diagram, určování únavových součinitelů apod.

Druhou teoretickou podkapitolou je popis základních vztahů teorie nosníků, které jsou využity ve výpočtové části práce.

b) *Rozbor namáhání a popis zadaného výpočtu*

Tato kapitola se zabývá analýzou vnějších silových účinků působících na zkoumaný hřídel. Následně je popsán způsob zavedení těchto účinků do výpočtového programu.

c) *Popis programu pro únavovou analýzu hřídele*

V této kapitole je detailně rozebrán chod programu – vstupní parametry, mezi výpočty, zavedení hodnot empiricky zjištěných diagramů.

d) *Verifikace programu porovnáním s analytickým výpočtem*

Vzhledem k tomu, že se jedná o první verzi programu, bylo nutné verifikovat správnost výpočtu namáhání. To bylo provedeno na zjednodušené variantě hřídele tak, aby šla snadno vypočítat analyticky a výsledky bylo možné porovnat s výsledky získanými z programu.

e) *Závěr*

V této kapitole jsou shrnuty a zhodnoceny výstupy práce. Hlavním předmětem obsahu bylo vytvoření programu podporujícího konstruktéra během návrhu komponenty. Budou tedy popsány další možná rozšíření programu.

2. Přístupy k hodnocení vysoko cyklové únavy

2.1 Úvod do problematiky únavy materiálů

Uvažování vlivu únavy komponent je složitá součást jejich návrhu. Má řadu vstupních i výstupních parametrů. Základní vstupní hodnotou je zpravidla očekávaná životnost. Na konci návrhu by měly stát nejen hodnoty rozměrů součásti, ale i nároky na celkovou kvalitu zpracování povrchu a součásti jako celku. Velmi podstatný je tak i výběr materiálu, který patří do komplexního návrhu dílu. Pro věrohodnost výpočtu je potřeba mít přehled o základních úskalích návrhu na únavu, o kterých pojednává tato kapitola.

2.2 Základní pojmy

Zahrnování vlivu únavy je složitý postup, ve kterém figuruje nejen řada proměnných hodnot, ale i provozních stavů. Pro správnou orientaci v problematice je proto dobré uvést základní názvosloví.

2.2.1 Únava materiálu

Podstatou únavy materiálu jsou nevratné změny v jeho mikrostruktuře způsobené vlivem cyklického namáhání součásti. Z hlediska struktury materiálu lze rozdělit únavový proces do čtyř stádií:

- I. Změna mechanických vlastností v celém objemu součásti
- II. Iniciace únavové trhliny
- III. Šíření únavové trhliny součástí
- IV. Lom součásti

Experimentálně zjištěný počet cyklů do lomu v závislosti na amplitudě napětí dává Wöhlerovu křivku (viz. kapitola 2.3)

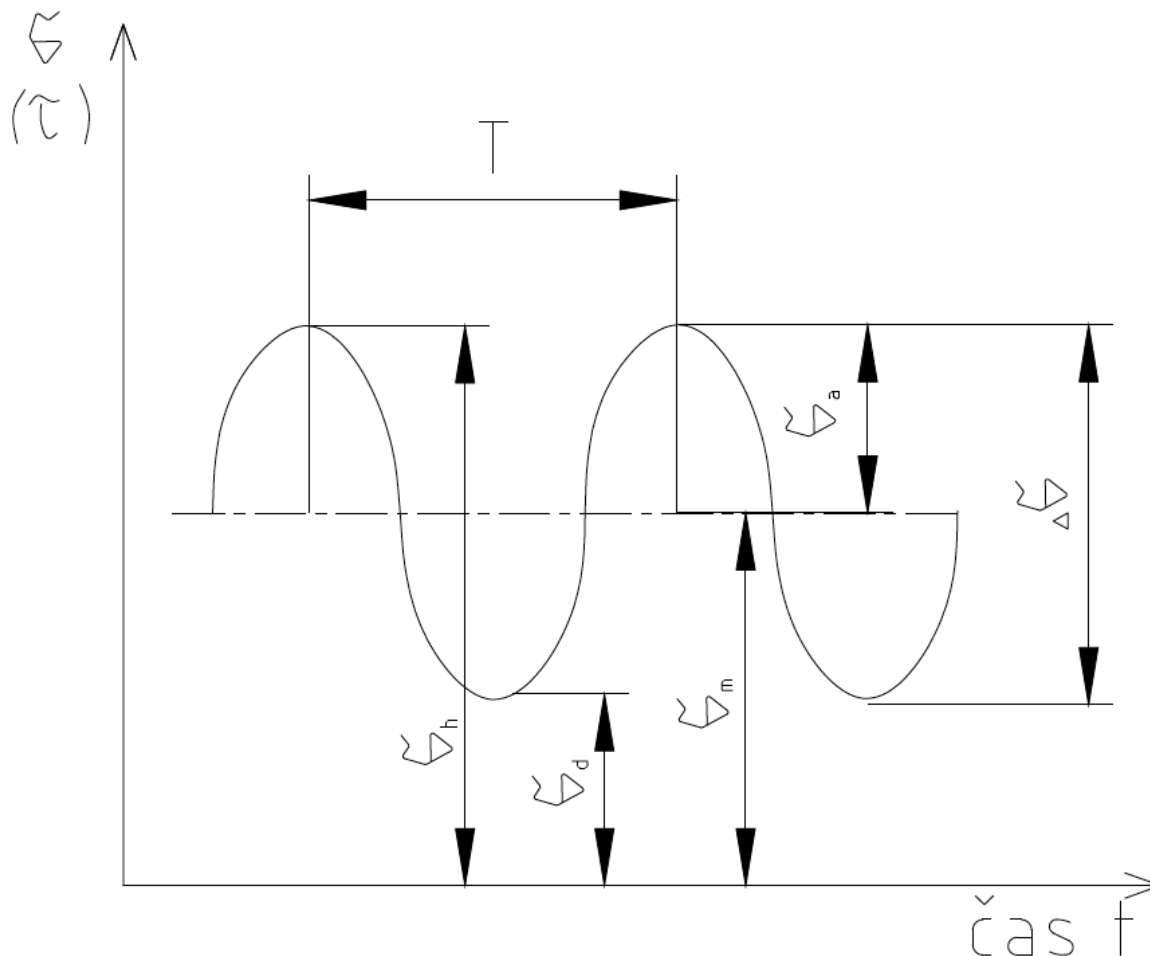
2.2.2 Kmitavé zatížení

Myšleno je zatížení, které je proměnné a cyklické. Ve většině případů jsou časové průběhy těchto zatížení složité. Zařízení je například zatěžováno proměnlivým kroučícím momentem, jehož velikost může být při rozběhu o řád vyšší než během provozu apod.

2.2.3 Koeficient nesouměrnosti

Koeficient nesouměrnosti je poměr dolního a horního napětí zatížení.

$$R = \frac{\sigma_h}{\sigma_d} \quad (1)$$



Obr. 1. Cyklické zatěžování

2.2.4 Mez únavy

Tato hodnota je výrazně nižší než mez pevnosti materiálu. Je to taková hodnota napětí, pod kterou vydrží materiál neomezený počet cyklů. V literatuře je uváděn zjednodušený vztah

$$\sigma_c \approx 0,43 \cdot R_m \quad (2)$$

, kde R_m je mez pevnosti.

Hodnota σ_c je určována na hladkých vzorcích cyklickými zkouškami. Je tak zjištěna pouze vlastnost materiálu. Na skutečném výrobku se zásadně projeví vliv vrubů. V takovém případě se zavádí pojem *Snížená mez únavy*.

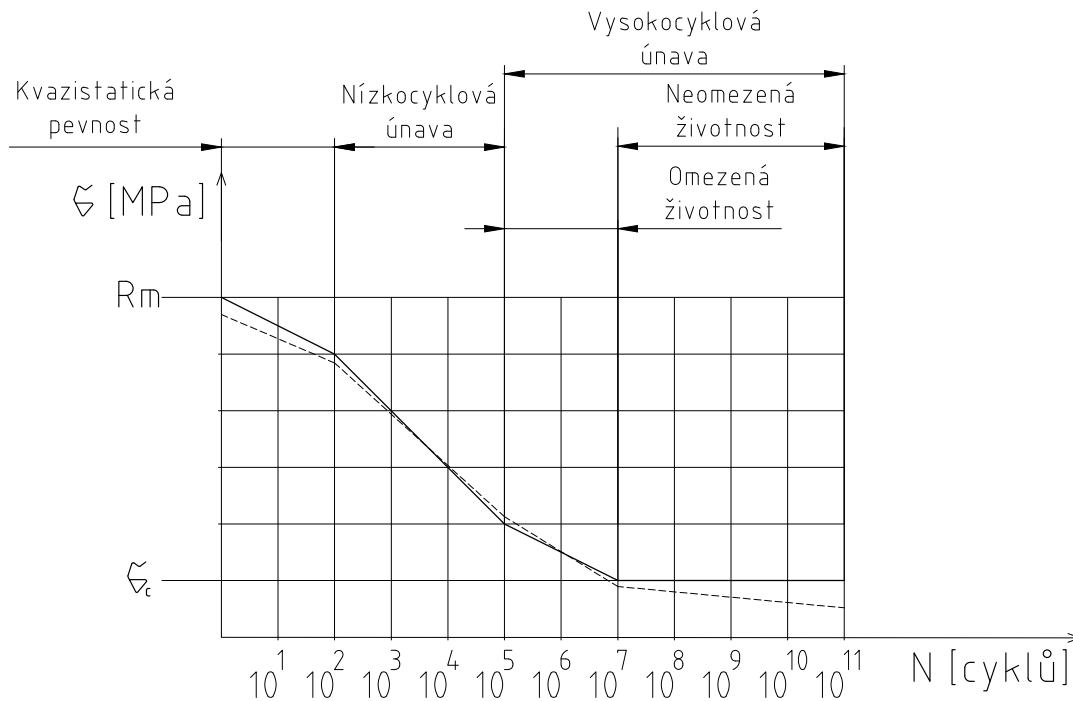
$$\sigma_c^* = \frac{\sigma_c \varepsilon_{vo} \eta_p}{\beta} \quad (3)$$

Jednotlivé součinitele vystupující ve vztahu jsou vysvětleny v kapitole 2.6.

U vysokopevnostních slitin ocelí a slitin hliníku se nevyskytuje výrazná mez únavy. Definuje se proto *časovaná mez únavy* $\bar{\sigma}_N$ pro N_C kmitů. Volba počtu kmitů závisí na materiálu. U hliníkových slitin se například volí počet cyklů $N_C = 5 \cdot 10^7$.

2.3 Wöhlerova křivka

Jde o statisticky vyhodnocenou křivku určenou pomocí experimentů, kdy je vzorek při amplitudě $\bar{\sigma}_a$ cyklicky zatěžován. Jeho porušení nastane po počtu N cyklů. Zkoušky jsou prováděny při zachování stálého součinitele nesouměrnosti. Výsledná křivka bývá (může být) rozdělena do dvou základních částí – časované a trvalé pevnosti. Hranice mezi těmito oblastmi se nazývá mez únavy a značena je $\bar{\sigma}_c$. Při zatěžování pod mezí únavy by měl teoreticky materiál vydržet nekonečně mnoho cyklů.



Obr. 2. Wöhlerova křivka

Wöhlerovu křivku lze rozdělit do tří oblastí: kvazistatické pevnosti, nízko cyklové únavy a vysoko cyklové únavy

Kvazistatický lom nastává po několika cyklech, případně po několika desítkách cyklů. V podstatě se zde ještě nejedná o únavu. Takový lom je typický rychlým nárůstem lomové plochy. Ta navíc jeví znaky tvárného lomu. Stejně tak je tomu při statickém porušení součásti.

V rozmezí $10^2 - 10^5$ cyklů hovoříme o nízko cyklové (časové) pevnosti. Lomu součásti předchází vznik cyklických plastických deformací. Nízko cyklová lomová plocha má pod mikroskopem většinou hrubší strukturu s výraznými stopami lomu. Mechanismus porušování oblasti vysoko cyklové únavy je odlišný.

Pokud se součást poruší až po 5×10^4 cyklech, hovoříme o vysoko cyklové únavě. Lomová plocha je hladká až hedvábná. Lze vidět strukturu bez zjevných známek plastické deformace. Únavová lomová plocha je tak snadno odlišitelná od zbytku lomové plochy.

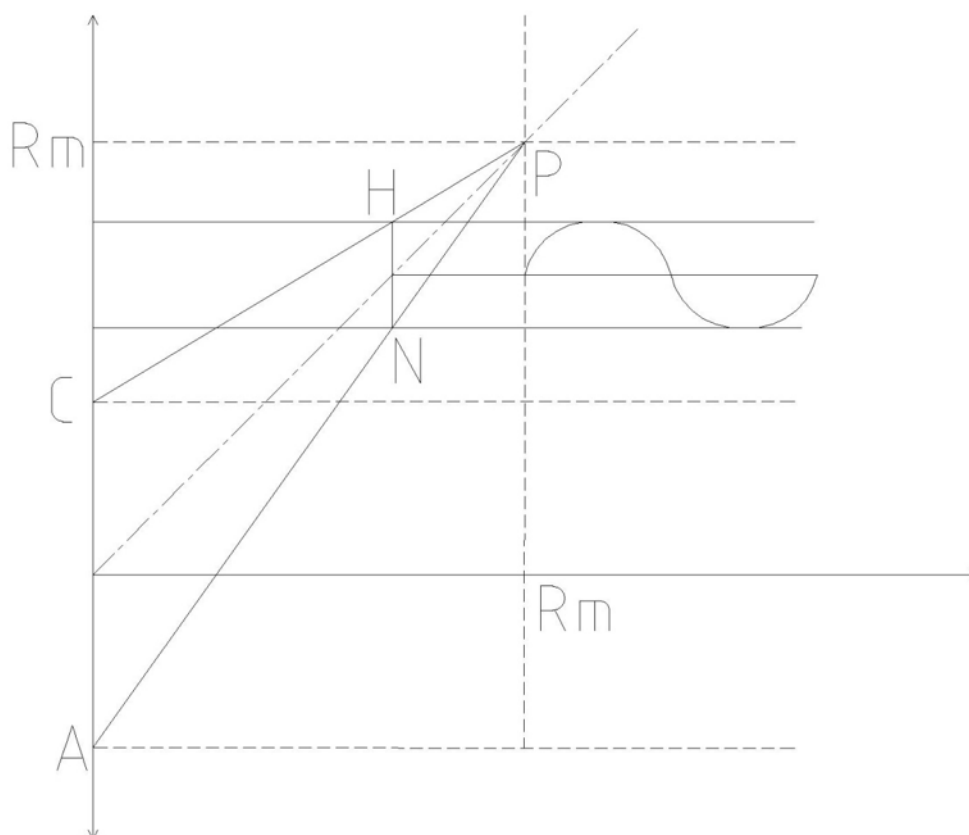
2.4 Vliv předpětí

Vliv předpětí je možné vyjádřit Smithovým a Haighovým diagramem. Tyto diagramy jsou zjištěny experimentálními měřeními na velkém množství vzorků a při různém nastavení zatěžování. V praxi jsou proto používány diagramy zjednodušené.

2.4.1 Smithův diagram

Tento diagram udává závislost amplitudy napětí σ_a a závislost horního napětí σ_h na velikosti předpětí (PPII). Princip nejlépe vystihne popis jeho konstrukce:

- I. Na ose y je vynesena hodnota meze únavy v tahu a v tlaku – body A a C. ($\sigma_c \approx 0,43 \cdot R_m$)
- II. Vynesením hodnoty meze pevnosti materiálu R_m na obou osách získáme bod P. Jeho spojením s počátkem (bodem 0) vznikne čára středních napětí.
- III. Spojením bodů A a C s bodem P jsou zkonstruovány čáry horních mezních napětí (čára AP) resp. dolních mezních napětí (čára CP)
- IV. Úsečka HN zobrazuje střídavý průběh mezního napětí, napravo od grafu je tento průběh zobrazen v časové oblasti. Bod H získáme vynesením hodnoty horního napětí σ_h , obdobně bod N vynesením hodnoty dolního napětí σ_n .



Obr. 3. Smithův diagram

2.4.2 Haighův diagram

Stejně jako v předchozím případě, bude funkce Haighova diagramu vysvětlena na postupu jeho konstrukce

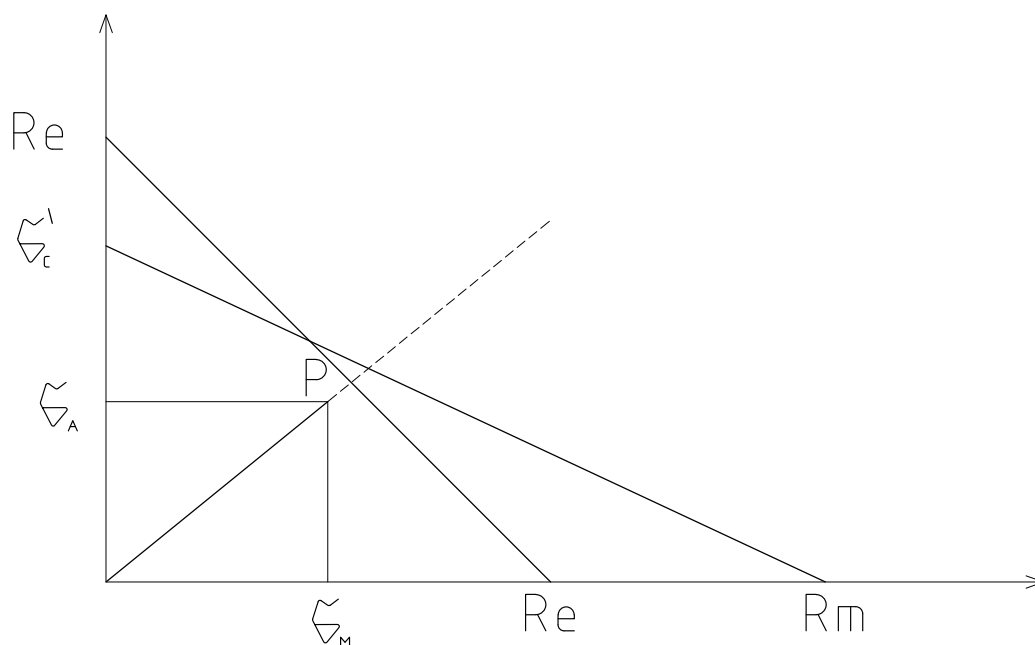
- I. Na vodorovné ose je vynesena úsek meze pevnosti R_m . (Ve skutečnosti jde o fiktivní napětí $\bar{\sigma}_F$, jehož hodnota je násobkem meze pevnosti v závislosti na typu namáhání) na svislé ose je vynesena mez únavy $\bar{\sigma}'_c$. Tyto hodnoty jsou spojeny přímkou, která se někdy označuje jako Goodmanova přímka. Je popsána rovnicí

$$\frac{\sigma_A}{\bar{\sigma}'_c} + \frac{\sigma_M}{R_m} = 1 \quad (4)$$

- II. Vynesením hodnoty meze kluzu R_e na obě osy a jejich propojením získáme tzv. Lagrangeovu přímku. Tu popisuje rovnice

$$\frac{\sigma_A}{R_e} + \frac{\sigma_M}{R_e} = 1 \quad (5)$$

- III. Tyto dvě přímky vymezují pracovní oblast. Pracovní bod vznikne vynesáním hodnot $\bar{\sigma}_m$ (středního napětí) a $\bar{\sigma}_a$ (amplitudy napětí).



Obr. 4. Haighův diagram

2.5 Filozofie dimenzování na únavu

2.5.1 Neomezená životnost

Součásti jsou nejčastěji navrhovány na nekonečnou životnost materiálu, tedy tak, aby namáhání součásti bylo nižší než mez únavy σ_c . Je třeba brát v úvahu, že vstupní data návrhu mají veliký rozptyl hodnot. Je navíc velmi složité zahrnout ve výpočtu provozní podmínky, ve kterých je součást používána. Z toho důvodu je nutné pracovat s vyšší bezpečností, než u úloh čistě statických – k_c je (1,5 – 4). S tím je ale spojen jiný negativní vliv, protože s rostoucí bezpečností se stává stroj robustnější a jeho efektivita klesá. Při návrhu součásti je tedy nutné zkombinovat všechny provozně ekonomické faktory.

2.5.2 Omezená životnost

Pokud má konstrukce fungovat pouze po určité časové období, musí konstruktér znát mnohem větší počet vstupních hodnot působících na únavu součásti. Je to například okolní teplota a její změny, vliv prostředí na degradaci povrchu součásti atd. V souvislosti s omezenou životností se vyskytuje pojem *konstrukce s bezpečným životem*, kdy součást musí být po uplynutí životnosti vyměněna. Konstrukce s omezenou životností musí být staticky určité.[1]

2.5.3 Faktory ovlivňující únavový proces

Pokud je vyžadován provoz součásti po určitou dobu provozu, je nutné vědět, jaké faktory budou odolnost vůči únavovému namáhání snižovat. Vnějšími vlivy jsou účinky zatěžování a prostředí, ve kterém je zařízení provozováno. Zatěžování může být měkké, kdy je řízena velikost síly, nebo tvrdé, způsobené měněním velikosti deformace součásti. Komponenty jsou zatěžovány i cyklicky proměnnými teplotami nebo rezonančními jevy akustických vibrací konstrukce.

Různá prostředí budou významně ovlivňovat opotřebení a degradaci zařízení. Zásadní vliv budou mít prostředí korozní, prostředí s vysokými nebo velmi nízkými teplotami, případně se zvláštními podmínkami, čímž je myšlena především radioaktivita [1].

Vnitřní vlivy jsou ty, které určuje a ovlivňuje konstruktér, případně technolog a jejich výčet a popis je vysvětlen v následujících odstavcích:

a) Materiál a jeho charakteristiky

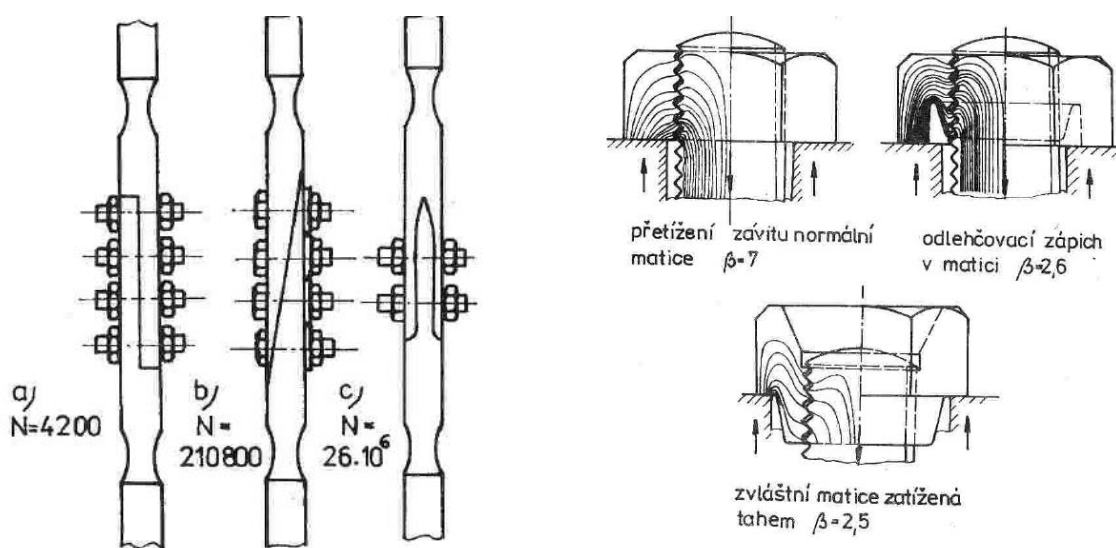
Při výběru vhodného materiálu je nejprve třeba se soustředit na základní tabulkové hodnoty materiálu, tedy mez pevnosti R_m , mez kluzu R_e , tažnost Z atd. při různých povrchových vrstvách a způsobech tepelného opracování a tím získat první přibližný návrh, ze kterého lze následně vycházet. V dalším postupu jsou zkoumány únavové křivky (např. Wöhlerova křivka), zkoumání cyklicko-plastických vlastností atd.

b) Stav povrchové vrstvy

Při obrábění součásti jsou do povrchové vrstvy vnášena zbytková napětí zapříčiněná pružně-plastickou deformací při tvorbě třísky. Extrémně se projevují tepelné účinky broušení, při kterém dochází k velmi rychlému ohřevu a chladnutí. Do povrchové vrstvy jsou tak vnášena napětí různých velikostí i smyslu působení.

c) Tvar součásti a konstrukční řešení

Během návrhu součásti je třeba zahrnout v potaz účinky různých vrubů a koncentrátorů napětí. Velmi často pro odlehčení součásti neposlouží přidání materiálu, ale jeho vhodnější uspořádání. Příklady jsou zobrazeny na šroubových spojeních na obrázku 1 a 2.



Obr. 5. Možnosti konstrukčních uspořádání [1]

d) Technologie výroby a provozní podmínky

Volba materiálu, kvalita a způsob jeho zpracování až do finální podoby výrobku se zásadně podepisují na jeho celkovém stavu a vlastnostech

e) Provozní zatížení a namáhání konstrukce

Tím se rozumí rozlišení různých druhů namáhání a typů kmitů. Při návrhu musí být uvažována i vzniklá předpětí a zbytková napětí.

f) Konstrukční vruby

Vznikají v místech náhlé změny průřezu, v osazeních, drážkách pro pero, příčných otvorech nebo závitech.

g) Technologické vruby

Ty jsou charakterizovány mikroreléfem po opracování. Proto je s ohledem na únavu požadována nízká hodnota Ra. S kvalitou materiálu souvisí i stopy po manipulaci se součásti během výroby, nebo jejího proměňování.

Technologickým vrubem je i přechod mezi různými strukturami materiálu (např. u ozubených kol nebo jiných kalených a tepelně zpracovaných součástí).

h) Metalurgické vruby

Jsou zapříčiněny nehomogenitou materiálu vzniklou během jeho zpracování do požadovaného tvaru. Jsou to různé výrazné vnitřní poruchy, vměstky apod. Jejich nebezpečí tkví v tom, že nejsou vidět (pokud není součást porušena) a jsou tak velmi těžko odhalitelné předem. Je třeba se tak spolehnout na kvalitu technologie zpracování materiálu.

Vruby obecně:

- Zvyšují špičky kmitavých napětí
- Ovlivňují sklon Wöhlerovy křivky ke dřívějšímu porušení součásti
- Způsobují lokální plastizaci a redistribuci napětí
- Zmenšují vliv střední složky napětí a ovlivňují tvar Haighova diagramu
- Snižují vliv absolutní velikosti tělesa

2.6 Koncentrátory napětí

Z čistě konstrukčního hlediska vznikne koncentrace napětí na součásti tam, kde dochází k náhlé změně tvaru. Typickým koncentrátorem je náhlá změna průměru hřídele, zápich, drážka pro pero, díra v profilu apod. Účinky vrubů se dají zmírnit vhodným zkosením, zaoblením hran nebo odlehčovacím zápichem.

Vzhledem k tomu, že koncentrace napětí může výrazně snížit mez únavy, je třeba tento jev zahrnout do návrhu součásti. V souvislosti s takovým návrhem jsou zaváděny korekční součinitele, pomocí nichž se spočítá tzv. snížená mez únavy (viz. 0)

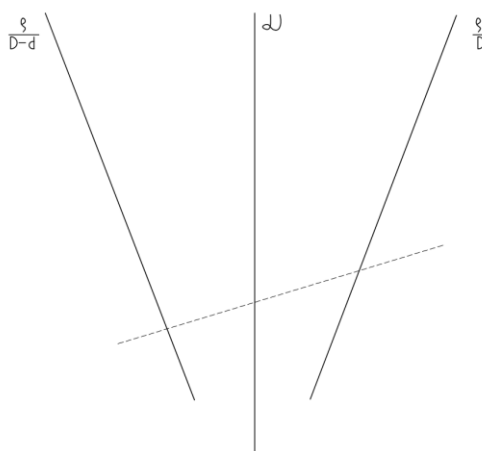
$$\sigma_c^* = \frac{\sigma_c \varepsilon_{vo} \eta_p}{\beta} \quad (6)$$

kde β je součinitel vrubu a tato práce počítá s jeho výpočtem vztahem

$$\beta = 1 + (\alpha - 1) q \quad (7)$$

2.6.1 Součinitel tvaru α

Zohledňuje velikost (hloubku) vrubu vůči jeho radiusu. V praxi se odečítá z nelineárního empirického diagramu, který se liší pro různé hřídele respektive typ vrubu. Hodnoty tohoto součinitele se také mění v závislosti na tom, zda se jedná o namáhání ohybem (α_o) nebo krutem (α_t).



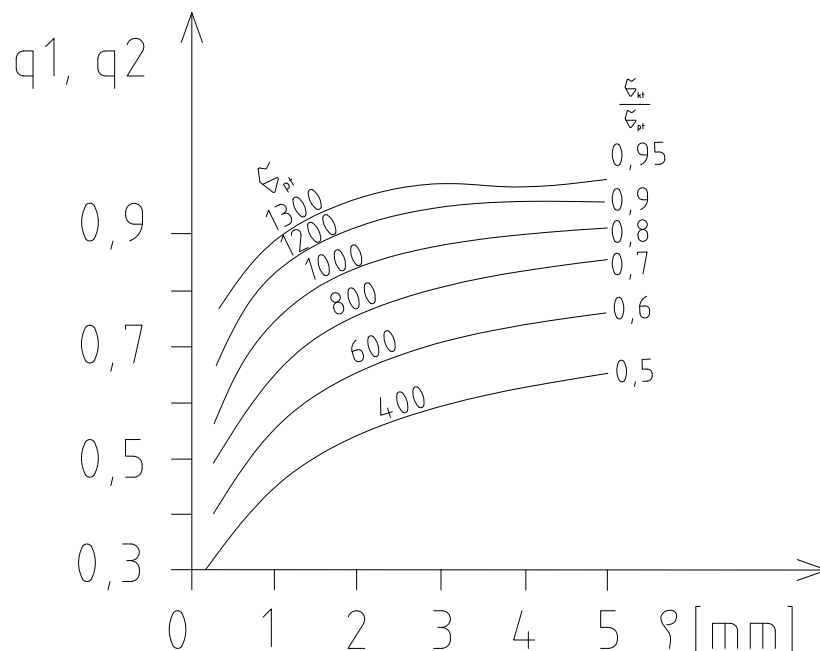
Obr. 6. Diagram součinitele tvaru vrubu α

2.6.2 Součinitel vrubové citlivosti q

Součinitel vrubové citlivosti je rovněž závislý na typu namáhání. Pro zatížení od ohybu (resp. tahu a tlaku) je určen

$$q = q_o = \frac{1}{2}(q_1 + q_2) \quad (8)$$

Díličí hodnoty q_1 a q_2 v závislosti na poloměru vrubu udává empiricky sestavený diagram



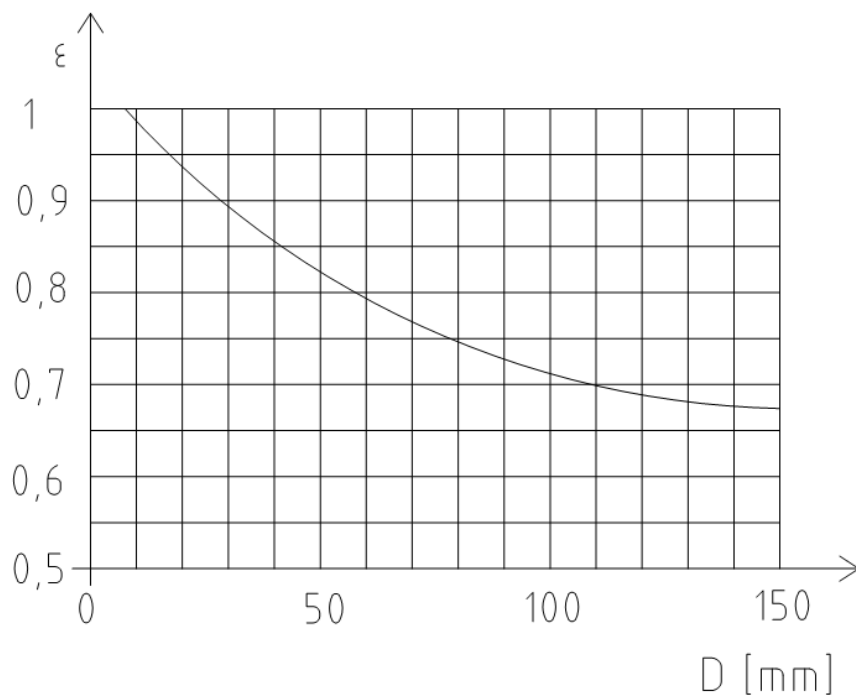
Obr. 7. Diagram součinitel vrubové citlivosti q

Křivky jsou sestaveny jednak podle meze pevnosti v tahu resp. tlaku – σ_{pt} pro určení q_1 , a zároveň pro poměr meze kluzu a meze pevnosti v tahu (tlaku) - $\frac{\sigma_K}{\sigma_{pt}}$ pro určení q_2 . Dosazením těchto hodnot do výše uvedeného vzorce získáme hodnotu celkového q .

2.6.3 Součinitel velikosti tělesa ϵ

Protože se při ohybu a krutu projevuje vliv gradientu napětí, je zejména u menších průměrů mez únavy v ohybu větší než v tahu-tlaku. Výrazně se zde ale projevuje

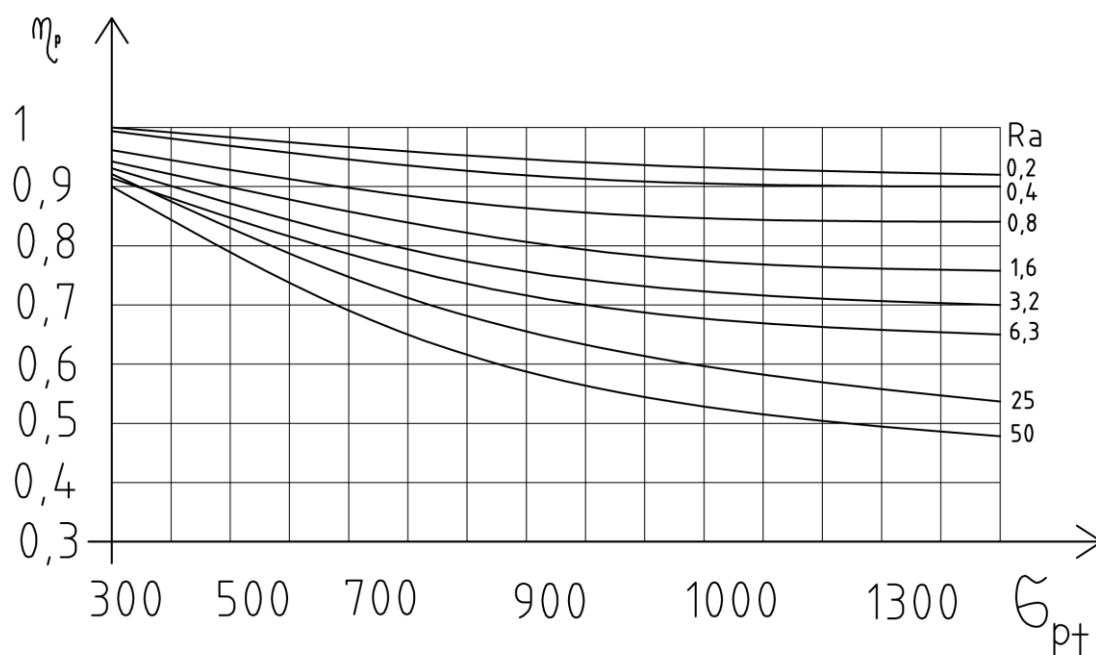
různý vliv technologie na povrchovou vrstvu a jádro průřezu. Zároveň navíc stoupá pravděpodobnost vzniku nehomogenity materiálu resp. technologických vrubů, jako jsou vměstky apod.



Obr. 8. Diagram součinitele velikosti

2.6.4 Součinitel jakosti povrchu η

V závislosti na hodnotě drsnosti povrchu R_a lze říci, že čím lepší je kvalita povrchu, tím méně se její vliv promítne do meze únavy.



Obr. 9. Diagram součinitele jakosti povrchu

2.7 Úpravy snižující mez únavy

V několika předchozích odstavcích jsou uvedeny součinitele určující míru snížení meze únavy, tedy takové hodnoty napětí, která přibližně vymezuje hranici neomezeného provozu součásti. Tyto hodnoty jsou závislé na různých parametrech součásti (ať už konstrukčních, nebo technologických), jejichž optimalizací lze omezit vliv vrubů, drsností, technologického zpracování apod.

a) Volba materiálu

Nejjednodušší cestou jak zvýšit dovolené namáhání výrobku je změna materiálu. To záleží na celé řadě faktorů, a to jak provozních, tak ekonomických. Často totiž může být výhodnější vyrobit větší (více předimenzovanou) součást z "méně kvalitního" materiálu, než naopak.

b) Zpracování povrchové vrstvy

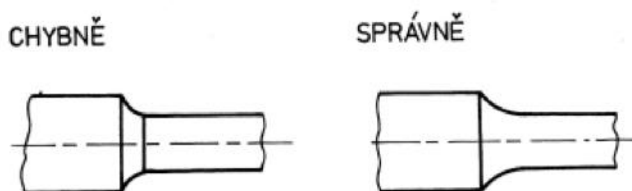
Kromě reliéfu povrchu souvisejícím s parametrem η do meze únavy promlouvá i vznik předpětí a zpevnění povrchové vrstvy. Toho lze docílit například válečkováním, kuličkováním nebo prokováním povrchu za studena. Možné je i použití technologie jako povrchové kalení nebo cementování, popř. nitridace. Je ale třeba předejít vzniku trhlinek a zajistit celistvost povrchové vrstvy, aby tepelné zpracování

nebylo kontraproduktivní. Nepříznivě na povrchovou vrstvu působí např. galvanické pokovování.

Reliéf povrchu je odvislý od použitých dokončovacích operací (broušení, leštění, lapování). Jak už bylo zmíněno, čím nižší hodnoty R_a je dosaženo během výroby, tím příznivější je následně zjištěná mez únavy.

c) Změna tvaru součásti

Výrazně tak lze ovlivnit součinitel tvaru α , jehož velikost přímo závisí na velikosti přechodového radiusu a rozdílu poloměrů v místě změny průřezu hřídele.



Obr. 10. Příklad zlepšení přechodu mezi průměry [1]

2.8 Shrnutí problematiky únavy materiálu

Cílem této kapitoly bylo ukázat, jak výrazně se liší návrh součásti zatížené staticky, a součásti zatěžované proměnlivě v čase. Základní představu o náchylnosti materiálu k porušení cyklickým zatěžováním udává Wöhlerova křivka v kapitole 2.3. Navzájem ekvivalentní diagramy – Smithův Obr. 3 a Haighův Obr. 4 – přehledně zobrazují provázanost středního napětí a amplitudy napětí ve vztahu k mezi únavy. Další teoretické poznatky jsou dobrým podkladem pro vytvoření fungujícího výrobku, který splňuje požadovaná kritéria.

Prvním úskalím jsou ale právě požadavky na výrobek. Lze jen těžko přesně predikovat, za jakých podmínek bude zařízení provozováno. Typickým příkladem je automobil. Série automobilů čítají několik set tisíc kusů. Rozhodně se nedá říci, že všechny kusy budou provozovány stejně (v rámci mezí daných typem vozu). Některá skupina řidičů jezdí sportovně, někdo dojíždí denně po dálnici, někdo zase po klikatých cestách s různou kvalitou povrchu atd.

Druhým problémem jsou ony empirické poznatky, zejména pak součinitele snižující mez únavy (součinitel tvaru, vrubové citlivosti...). Jejich hodnoty byly empiricky

zjištěny na zkušebních vzorcích za laboratorních podmínek. Grafy popisující jejich chování jsou vytvořeny z regresních přímek těchto měření. Čísla odečtená z těchto grafů jsou dále použita do návrhových výpočtů. To všechno vnáší do návrhu jistou dávku nepřesnosti.

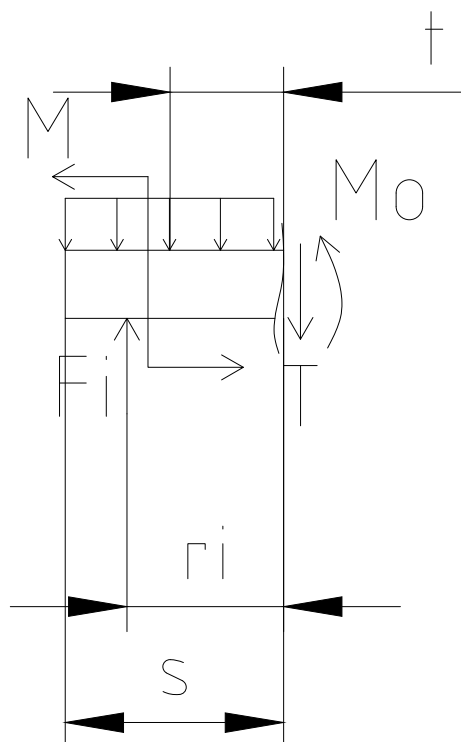
V praxi se navíc projeví zpracování materiálu a další vlivy výroby, dále různorodost zatěžovacích cyklů (náběhy a odstávky ve velkých provozech), vliv teploty, prostředí atd. Nelze proto považovat vztahy z této kapitoly za naprosto směrodatné. Vždy je třeba uvažovat s bezpečností vzhledem k mezi únavy, jejíž hodnota se u proměnlivě zatěžovaných součástí volí zhruba $k=4 - 6$.

3. Nosníková teorie

Cílem práce je určit namáhání součásti. Proto je důležité vědět, jaké namáhání vyvolávají vnější silové účinky na jednotlivá místa v průřezu součásti. Budeme uvažovat, že na součást mohou působit tato zatížení: osamělé síly, spojitá zatížení, vnější ohybové momenty, krouticí momenty. V následující kapitole budou uvedeny vztahy, které vedou ke zjištění výsledné napjatosti v součásti. Vzhledem k tomu, že se v naší konkrétní úloze vyskytuje kombinace namáhání od krutu a ohybu, budou jejich účinky řešeny zvlášť. Následnou superpozicí obou účinků obdržíme celkové napětí uvnitř materiálu. Vnitřní silové účinky budou šetřeny pomocí tzv. **metody řezu**.

3.1 Metoda řezu

Každá součást se nachází ve stavu rovnováhy, a to buď statické, nebo dynamické. Pokud je tato součást v rovnovážném stavu jako celek, musí být v rovnováze i všechny její elementy. Tak lze vyšetřit průběh posouvajících sil a vnitřních ohybových momentů působících v myšlených řezech. Způsob určení velikosti vnitřních silových účinků ukazuje Obr. 11 a rovnice (9) a (10).



Obr. 11. Metoda řezu

$$T = \sum_{i=1}^m F_i + \int_0^s q(x) dx \quad (9)$$

$$M_o = \sum_{i=1}^m F_i \cdot r_i + \sum_{j=1}^n M_j + \int_0^s q(x) x dx \quad (10)$$

kde r_i jsou vzdálenosti působišť jednotlivých sil od místa řezu. Hodnota t je vzdálenost těžiště zatěžujícího obrazce spojitého zatížení.

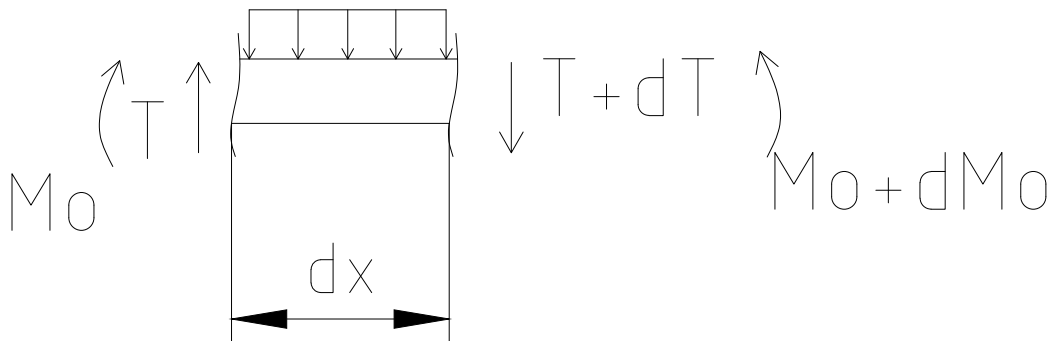
$$t = \frac{S_T}{A} \quad (11)$$

$$S_T = \int_0^{r_1} q(x) \cdot x dx \quad (12)$$

$$A = \int_0^{r_1} q(x) dx \quad (13)$$

3.2 Schwedlerova věta

Pro odvození obecně platných vztahů mezi ohybovým momentem a posouvající silou budou provedeny dva řezy na nosníku namáhaného spojitým zatížením a na vyjmutém elementu bude provedena rovnováha sil.



Obr. 12. Silové účinky na elementu nosníku

$$T_{(x)} - q_{(x)}dx - [T_{(x)} + dT_{(x)}] = 0$$

$$\frac{dT_{(x)}}{dx} = -q_{(x)} \quad (14)$$

Tento vztah říká, že první derivace posouvající síly je záporná hodnota spojitého zatížení.

Stejný postup bude proveden pro rovnováhu momentů

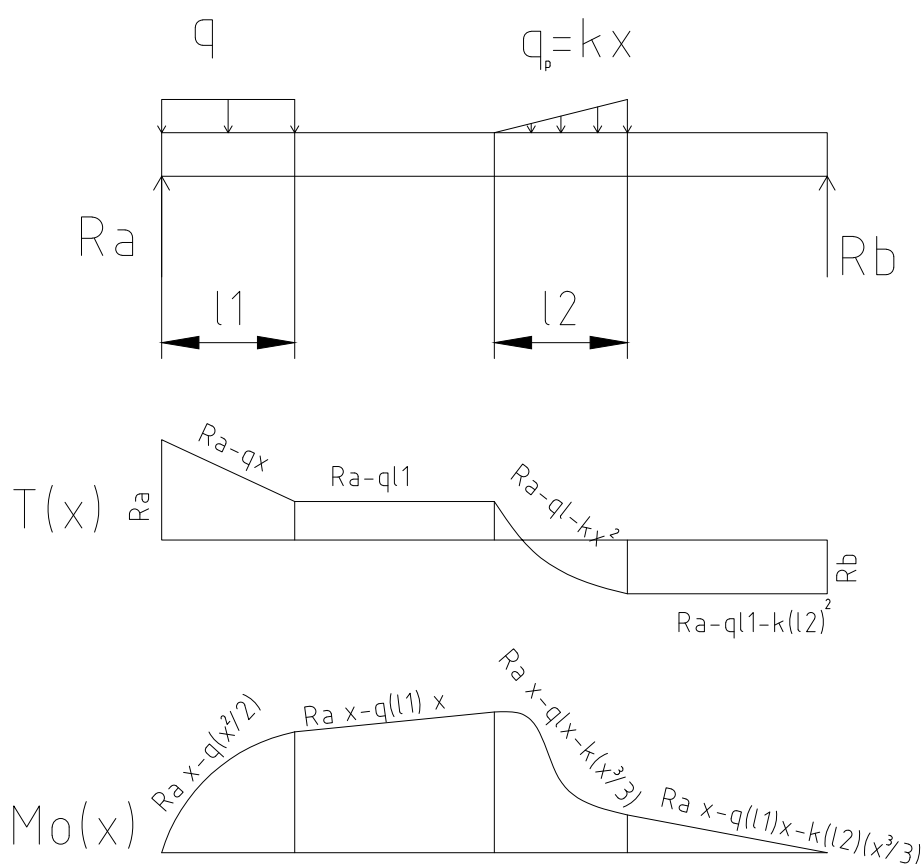
$$M_{o(x)} + T_{(x)}dx - q_{(x)}dx \frac{dx}{2} - [M_{o(x)} + dM_{o(x)}] = 0$$

$$T_{(x)}dx - \frac{q_{(x)}}{2} dx^2 - dM_{o(x)} = 0 \quad (15)$$

Vzhledem k tomu, že dx je velmi malá hodnota, která se u $q(x)$ vyskytuje ve druhé mocnině, lze součin $\frac{q(x)}{2} dx^2$ zanedbat. Vyjde tak vztah

$$\frac{dM_{o(x)}}{dx} = T_{(x)} \tag{16}$$

Derivace ohybového momentu je posouvající síla, druhá M_o je záporná hodnota spojitěho zatížení.



Obr. 13. Průběh posouvající síly a ohybového momentu od spojitěho zatížení

Dvojitou integrací spojitěho zatížení (nebo jednou integrací posouvající síly) obdržíme hodnotu ohybového momentu. Tyto závislosti vyjádřil v roce 1900 Johann Wilhelm Schwedler a dnes nesou název Schwedlerova věta [2]. S výhodou lze využít pro spojitá zatížení, u kterých se složitě vyjadřuje poloha výslednice v těžišti.

3.3 Zatížení krutem

Krut je typ zatížení, kdy je materiál výrazně namáhán na smyk. Typickými „kroucenými“ díly jsou poháněcí hřídele, hřídele v převodových skříních, nápravy apod. S průběhem kroutícího momentu je během výpočtu celkem jednoduché zacházet. Namáhání smykem (krutem) je ale pro materiál významně nepříznivé, na což je potřeba brát během návrhu zřetel. V této práci je uvažováno kroucení pouze kruhových průřezů, kdy nedochází k deplanaci průřezu. Řezy kolmé na osu prutu se vůči sobě pouze natáčejí.

3.4 Geometrické charakteristiky průřezů

Hledaným údajem při posuzování namáhání je v případě nosníku maximální mechanické napětí σ (pro ohyb, tah - tlak), případně τ (pro krut, resp. smyk). Hodnoty výše odvozených ohybových momentů a posouvajících sil, jsou s mechanickým napětím provázány přes tzv. průřezové charakteristiky. Ty zohledňují, zda zatěžíme kruhovou tyč, čtyřhrannou tyč, nebo válcovaný profil. Napětí od vnitřního ohybového momentu se vypočte podle vztahu:

Pro ohyb:

$$\sigma_o = -\frac{M_o}{J_z} y \quad (17)$$

Pro krut:

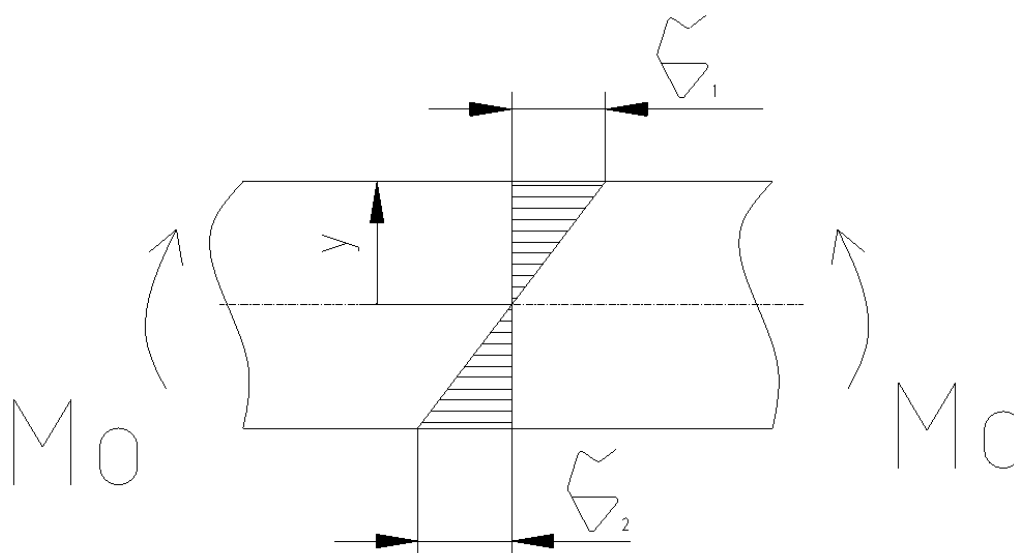
$$\tau = -\frac{M_k}{J_p} \rho \quad (18)$$

Průběh napětí od ohybu je lineární funkcí vzdálenosti od neutrální osy, v případě krutu od středu průřezu. Neutrální osa leží v příčném řezu v místě, ve kterém je napětí nulové. Pro jednoduché typy průřezu (např. kruhový, mezikruhový a průřezy středově symetrické) lze zavést hodnotu W_o , resp. W_k , což jsou průřezové moduly.

$$W_k = \frac{J_p}{\frac{d}{2}} \quad (19)$$

$$W_o = \frac{J_z}{\frac{d}{2}} \quad (20)$$

Vztahy (19) a (20) jsou platné pro kruhové průřezy.

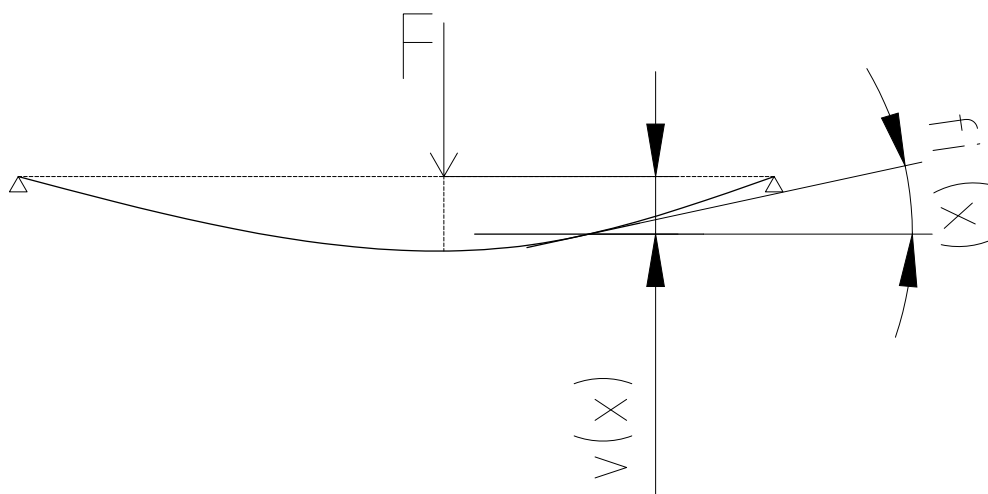


Obr. 14. Průběh napětí při ohybu a poloha neutrální osy

3.5 Deformace nosníku

V případě staticky neurčitých úloh nelze zjistit velikosti reakčních sil z rovnic silové a momentové rovnováhy. Proto se využívá znalosti chování nosníku při zatížení. Výpočet se však provede opačně. Z velikosti deformace v určitém místě jsou určeny vnější zatěžující účinky. Předpokládá se například, že v místě podpěry je průhyb nosníku nulový. Těmto předpokladům se v praxi říká deformační podmínka, na jejímž základě lze staticky neurčité úlohy řešit.

Deformace znamená změnu tvaru střednice nosníku. Je popsána dvěma složkami: průhybem $v(x)$ a úhlem natočení $\varphi(x)$



Obr. 15. Deformace nosníku

Zobrazení deformace na (4) je velmi zvětšené. Ve skutečnosti nebývají deformace okem viditelné. Pro malé úhly platí, že

$$\operatorname{tg} \varphi \approx \varphi \quad (21)$$

Tangenta úhlu natočení je navíc derivací průhybové čáry.

$$v'(x) = \operatorname{tg} \varphi \approx \varphi \quad (22)$$

3.5.1 Castiglianova věta a Mohrův integrál

Deformační energie bude vyjádřena jako funkce vnějších silových účinků [2]

$$U = U(F_1, \dots, F_m; M_1, \dots, M_n) \quad (23)$$

Průhyb, resp. natočení je derivací deformační energie podle síly resp. momentu

$$v(x) = \frac{dU}{dF}, \operatorname{resp.} \varphi = \frac{dU}{dM} \quad (24)$$

Při namáhání ohybem dochází v nosníku k jednoosé napjatosti. Deformační energie se spočítá

$$U = \frac{1}{2} \int_{(v)} \frac{\sigma_x^2}{E} dV \quad (25)$$

Normálové napětí v libovolném místě průřezu se vypočítá.

$$\sigma_x(y) = \frac{M_o(x)}{J_z(x)} y \quad (26)$$

Vzorec (26) je dodatečným vyjádřením kapitoly 3.5.

Postupnou úpravou a dosazováním vztahů (21) až (26) vyplyne rovnice

$$v(x) = \frac{dU}{dF} = \frac{1}{E} \int_l \frac{M_o(x)}{J_z(x)} \cdot \frac{dM_o(x)}{dF_i} dx \quad (27)$$

kde

$$\frac{dM_o(x)}{dF_i} = m_o(x) \quad (28)$$

Člen $m_o(x)$ je ohybový moment od síly působící v místě a směru předpokládané deformace. Její velikost je rovna „1“. Dosazením $m_o(x)$ vznikne *Mohrův integrál*

$$v = \frac{1}{E} \int_l \frac{M_o(x) \cdot m_o(x)}{J_z(x)} dx \quad (29)$$

Použití Mohrova integrálu je znázorněno v kapitole 5.3.

3.6 Závěrem k nosníkové teorii

Tato kapitola ukázala základní náhled do teorie nosníků. Je rozebrána problematika analýzy průběhu posouvajících sil a ohybových momentů a následné určení výsledného napětí. Významným zjednodušením práce při analyzování namáhání

nosníků je znalost Schwedlerovy věty. Hlavním cílem kapitoly bylo rozebrat závislosti použité v úloze namáhaného hřídele v kapitole 4

4. Popis úlohy zatěžovaného hřídele

Práce se doposud zabývala poznatky týkajícími se únavy materiálu a namáhání nosníků. Z přechozích kapitol je zřejmé jak postupovat při určování namáhání součásti, kterou je v našem případě hřídel. Nyní budou tyto teoretické poznatky aplikovány na konkrétní úlohu.

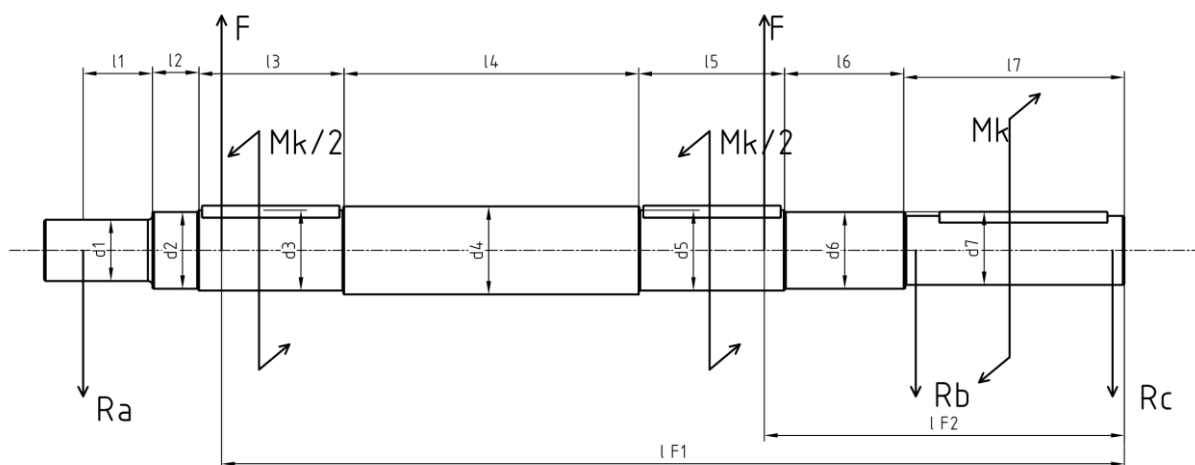
Analyzovaná součást je hnací hřídel dopravníku sypkých materiálů. Na hřídeli jsou nasazena dvě řetězová kola zajišťující pohyb řetězu. Na řetěz jsou namontovány lopatky, které sunou materiál dopravníkem.



Obr. 16. Dopravník z příjmové stanice do sila [6]



Obr. 17. Pohled na poháněcí stanici dopravníku [6]



Obr. 18. Hnací hřídel dopravníku s naznačeným silovým zatížením

4.1 Určení vnějších silových účinků

Hnací hřídel je roztáčen působením kroutícího momentu od převodového elektromotoru. Výstup z tohoto zařízení je trubka, do které je hnací hřídel vložen

a pomocí pera je realizován přenos kroutícího momentu. Trubka je uložena ve dvou kuželíkových ložiskách. Na opačném konci je hřídel uložen do radiálního kuličkového ložiska. Tři ložiska znamenají tři neznámé síly v reakcích. Pro dvě rovnice rovnováhy (silovou a momentovou) to znamená jeden stupeň statické neurčitosti.

4.2 Řešení úlohy

4.2.1 Předpoklady řešení

Na začátku výpočtu je nutné stanovit cíle výpočtu, kterým je zde bezpečnost vůči porušení při cyklickém zatěžování. Abychom správně určili míru bezpečnosti vůči mezi únavy, je třeba znát mechanické napětí v součásti. V teorii nosníků bylo napsáno, že toto namáhání závisí na průřezu a ohybovém nebo kroutícím momentu. Průřezy jsou po délce hřídele známy. O kroutícím momentu lze říci, že se rozloží rovnoměrně na řetězových kolech, kdy každé kolo bude přenášet polovinu momentu z elektromotoru. To neplatí přesně. Vlivem zkroucení hřídele totiž nebude síla v řetězech stejná. V tomto případě ale bude rozdíl v řešení zanedbatelný díky tuhosti hřídele vzhledem k řetězům. Obtížnější bude určení ohybového momentu, na které je nezbytné správně určit reakce v podporách.

Vliv posouvající síly bude zanedbán, protože délka hřídele je daleko větší, než jednotlivé průměry.

4.2.2 Uvolnění

Součást je třeba uvolnit, tedy odstranit vazby a nahradit je silami. Při nahrazování kuželíkových ložisek je korektní vzít v úvahu posunutí působišť. Jak již bylo uvedeno, tento hřídel je jednou staticky neurčitý, což dokazuje sestavení rovnovážných rovnic.

$$y: -R_a + 2F - R_b - R_c + F_o = 0 \quad (30)$$

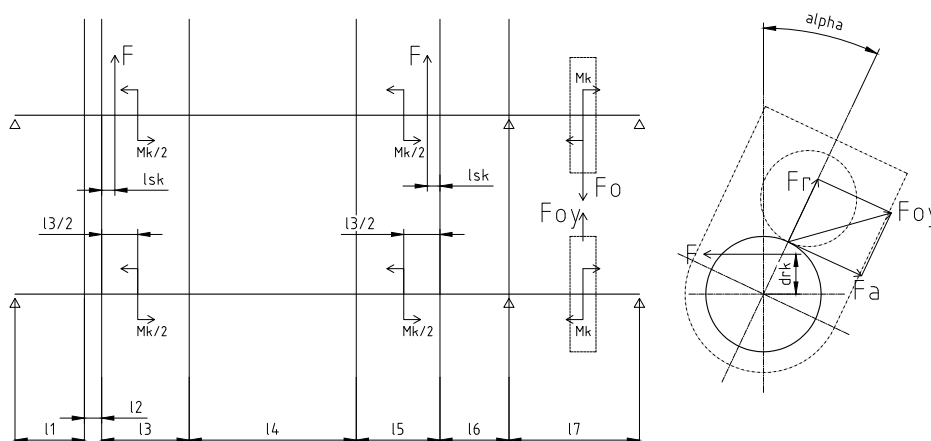
$$M_c: R_a l - F(l_{F1} + l_{F2}) + R_b (l_7 - 2 d_7 \sin(\alpha)) - F_o \frac{l_7}{2} = 0 \quad (31)$$

Poznámka: výraz $(2 d_7 \sin(\alpha))$ upravuje posunutí působíště reakční síly v ložisku. Úhel α je sklon osy valivého tělesa – kuželíku vůči ose hřídele.

Síla F_o reprezentuje tečnou a radiální sílu z ozubení. Jejich působení v závislosti na poloze motoru ještě bude rozebráno.

Neznámé hledané reakce jsou R_a , R_b a R_c . Třetí rovnice vznikne z deformační podmínky nulového posunutí v místě reakce R_c . Vzhledem k tomu, že je tento postup rozebrán v následující kapitole, nebude zde uveden.

Při šetření vnějších účinků vyjdeme ze způsobu provozu. Kroutící moment je vyvozován přenosem přes ozubená kola. Tečná síla v ozubení tak způsobuje na hřídeli namáhání krutem a ohybem, viz vztah (15). Stejně tak je tomu i v místě řetězových kol. Hřídel je zde od síly v řetězu namáhána ohybem. Působením síly na rameni o délce roztečného průměru řetězového kola ale vzniká i kroutící moment.



Obr. 19. Zjednodušené zobrazení zadání

Ze zástavbových důvodů nelze přesně stanovit polohu, ve které se bude nacházet motor vůči hřídeli. Ta bude proměnlivá. V závislosti na tom se budou různě projevat účinky tečné a radiální síly ozubení v rovinách zvolených pro řešení úlohy.

4.2.3 Zohlednění vrubových součinitelů

V předchozích odstavcích bylo využito vztahů z nosníkové teorie. Nyní je třeba zahrnout poznatků o únavě. V tomto případě je nejmarkantnější vliv vrubů. Do výpočtu budou promlouvat:

- Součinitel tvaru α
- Součinitel vrubové citlivosti q
- Součinitel velikost tělesa ε
- Součinitel jakosti povrchu η

Tyto součinitele a jejich hodnoty jsou zjišťovány na základě geometrie a kvality zpracování povrchu viz kapitola 2.6. Zjištěné součinitele jsou dosazovány do vztahu (6) pro sníženou mez únavy

4.2.4 Superpozice zatížení krutem a ohybem

Je zřejmé, že hřídel je zatěžován kombinací krutu a ohybu. Při únavových výpočtech se neprovádí převod na redukované napětí tak, jako při statickém řešení. Z vlastností součásti se pomocí únavových a vrubových součinitelů určí bezpečnosti vůči mezi únavy a to jak pro krut, tak i ohyb. Výsledná bezpečnost je pak určena ze vztahu

$$\frac{1}{k^2} = \frac{1}{k_\sigma^2} + \frac{1}{k_\tau^2} \quad (32)$$

Bezpečnosti pro ohyb a krut lze určit pomocí Haighova diagramu (2.4.2.). Střední hodnota ohybového namáhání je nulová, protože ohybové zatížení je střídavé. Maximální hodnota zatížení je tak snížená mez únavy. Bezpečnost vůči mezi únavy je

$$k_\sigma = \frac{\sigma_c^*}{\sigma_a} \quad (33)$$

, kde σ_a je hodnota zatížení od ohybu.

Kroutící moment není cyklicky proměnlivý. Jeho amplituda je tedy nulová. Střední hodnota odpovídá nominálnímu zatížení. Dle Haighova diagramu se tedy posuzuje míra bezpečnosti vůči mezi pevnosti ve smyku

$$k_\tau = \frac{\tau_k}{\tau_m} \quad (34)$$

4.3 Shrnutí řešení úlohy

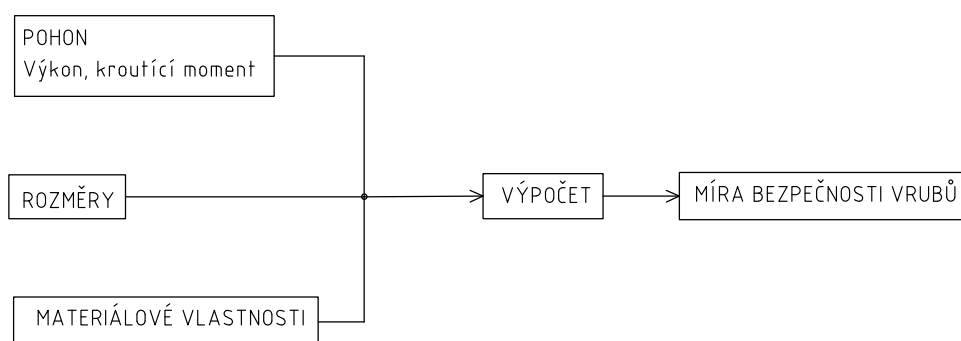
Úloha se řeší nejprve jako staticky neurčitý nosník s proměnným průřezem. (Obdobná úloha je řešena v kapitole 5.3. Proto bude postup řešení popsán v ní). Z geometrie a kvality zpracování povrchu je následně určena snížená mez únavy dle vztahu (3) a bezpečnost (pro ohybové namáhání).

5. Výpočtový program

5.1 Topologie programu

Vzhledem k obsáhlosti výpočtu je třeba rozdělit strukturu programu tak, aby byla co nejpřehlednější pro případ reeditace. Toho se snadno dosáhne tak, že výpočet komunikuje s řadou podprogramů, kdy má každý svůj vlastní soubor s kódem. V našem případě má každý tento podprogram do sta řádků. To je z hlediska úpravy a přehlednosti výhodnější než jeden dlouhý kód, který by obsahoval vše.

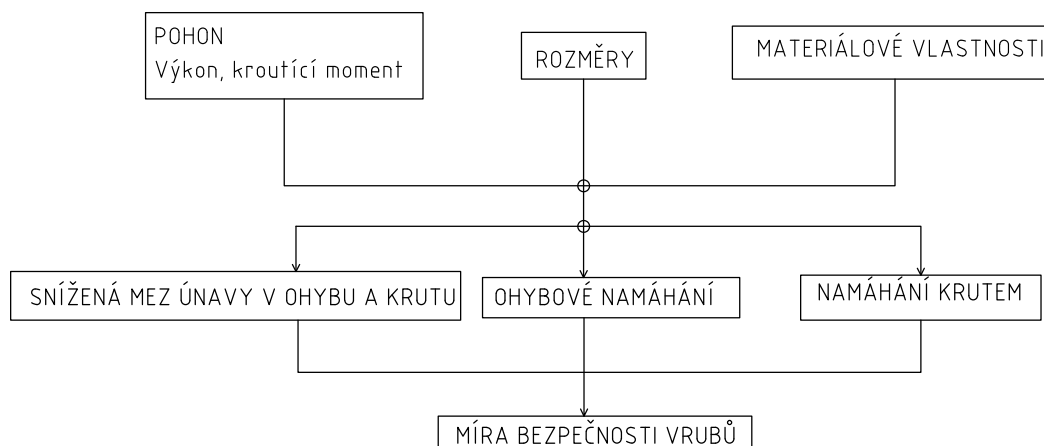
Pro správnou návaznost dílčích programů je potřeba si na začátku jejího plánování vymežit vstupní a výstupní data. V oboru navrhování řetězových dopravníků, k jejichž pohonu slouží analyzovaný poháněcí hřídel, jsou vstupní data pouze výkon a kroutící moment pohonu. Výstupní (požadovaná) data jsou jednotlivé součinitele bezpečnosti v místech vrubů (osazení) na hřídeli.



Obr. 20. Blokové schéma výpočtu

Nyní bude blok po bloku procházeno výpočtové schéma, do kterého budou doplňovány a hledány potřebné výpočty a veličiny. Tímto postupem se dostaneme na začátek programu. Budeme tak vlastně postupovat proti směru výpočtu.

Celková míra bezpečnosti vrubů se zjistí ze vztahu(32) v kapitole 4.2.4. Aby bylo možné do vztahu dosadit, musí se program rozvětvit. Jedna větev postupuje po teorii nosníků a druhá po poznacích únavy materiálu. Snížená mez únavy je závislá pouze na rozměrech a geometrii hřídele. Namáhání krutem a ohybem je navíc funkcí i pohonu.



Obr. 21. Rozšířené blokové schéma programu

Každý blok tohoto schématu představuje jeden podprogram, ze kterého je vždy požadovaná výstupní hodnota importována do bloku následujícího. V hlavičce následných souborů je tedy vždy příkaz:

```
from „daný soubor“ import „veličina 1, veličina 2,..., veličina n“
```

5.2 Použité nástroje prostředí Python a řešení ohybového namáhání

Kromě veličin je třeba na začátku kódu importovat i knihovny obsahující balíčky matematických operací, se kterými se pracuje během výpočtu. Hlavní knihovny jsou Math, Numpy a Sympy.

```
import math
import numpy as np
import sympy
```

Math a Numpy obsahují matematické operace, goniometrické a další funkce.

```
lrl=d7*np.sin(15*math.pi/180)
#posunutí působišť sil v kuželíkových ložiskách
```

Knihovna Sympy umožňuje zavádění symbolických proměnných, symbolickou integraci a derivaci atd.

```
x=sympy.Symbol('x')#zavedení proměnné x
I=Ra*x#Průběh ohybového momentu v poli I
i=ra*x#Průběh „malého“ ohybového momentu v poli I
```

```
MI=(sympy.integrate(I*i,(x,0,l1)))/(d1**4)#Symbolická integrace
(funkce,("proměnná","dolní mez","horní mez"))
```

Tímto způsobem lze sestavit všechny dílčí integrály. Z deformační podmínky je známo, že jejich součet musí být roven nule.

Řešení soustavy rovnovážných rovnic a deformační podmínky se provede vytvořením pole rovnic.

```
eqvals=[MI+MII+MIIIa+MIIIb+MIV+MVa+MVb+MVI+MVIIa+MVIIb+MVIIc,
-Ra-Rb-Rc+2*Fret-Ft,
Fret*lskIII+Fret*lskV-Rb*lVII-Ft*lF-Rc*lH]
```

Neznámé veličiny, kterými jsou v tomto poli (soustavě rovnic) reakční síly, jsou v kódu zavedeny jako symbolické proměnné (stejně jako proměnná x).

Je tedy vytvořeno pole rovnic. Nyní je třeba získat pole výsledků. Nazvěme ho například *result*. Na jeho vytvoření je použit nástroj z knihovny Sympy – *solve*

```
result=solve(eqvals, Ra, Rb, Rc)#("řešené pole","hledané veličiny")
```

Aby bylo možné s výsledky pracovat jako s číselnými hodnotami, je třeba nyní předefinovat proměnné R_a , R_b a R_c , které by stále vystupovaly jako symbolické hodnoty.

```
Ra=result[Ra]
```

```
Rb=result[Rb]
```

```
Rc=result[Rc]
```

Zjištění hodnoty ohybových napětí v místech vrubů je již z programátorského hlediska snadnou záležitostí.

```
WoI=math.pi*(d1**3)/32
```

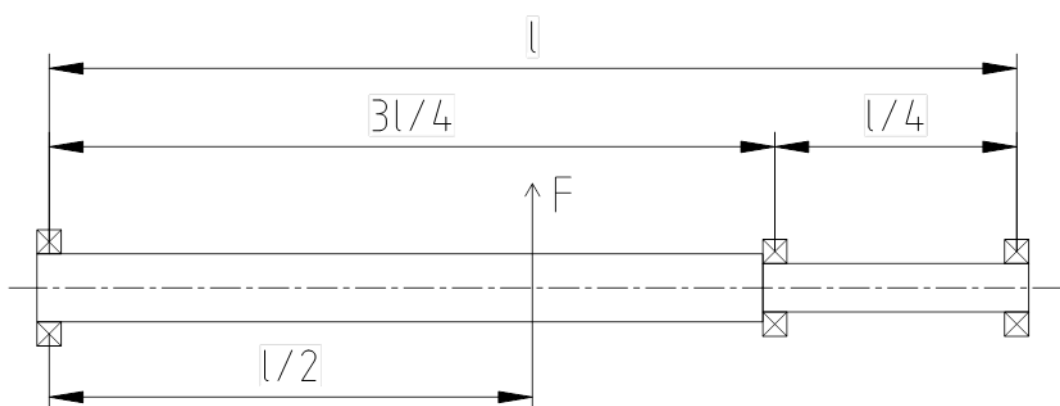
```
SigmaoI=(Ra*l1)/WoI
```

5.3 Referenční výpočet

Výše uvedené použití nástrojů programovacího jazyka Python bylo předvedeno na ukázkách z podprogramu zjišťujícího namáhání od ohybu. V celém kontextu kódu zde vystupuje mnoho možností nesprávně zvoleného postupu. Aby byla ověřena správnost výpočtu, je vedle hlavní práce vytvořen ještě program referenční. Je

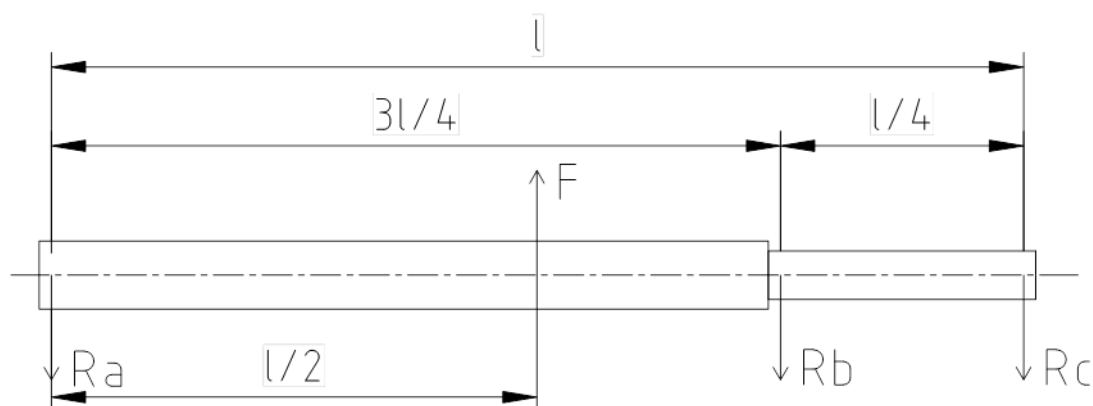
vytvořen pro velmi zjednodušenou variantu původní úlohy tak, aby ho bylo možné přehledně vypočítat analyticky. Pokud se shodnou výsledky analytického a naprogramovaného výpočtu, lze tento program považovat za referenční a jeho stavbu pouze rozšiřovat o parametry skutečně řešeného hřídele (tzn. zbylá osazení, ohybové síly a kroutící momenty).

Zkušební příklad je na obrázku. Nosník (hřídel) je uložen ve třech ložiskách a zatížen silou F ve středu své celkové délky. Síla F reprezentuje namáhání od řetězu dopravníku.



Obr. 22. Nosník pro referenční výpočet

5.3.1 Uvolnění a sestavení rovnovážných rovnic



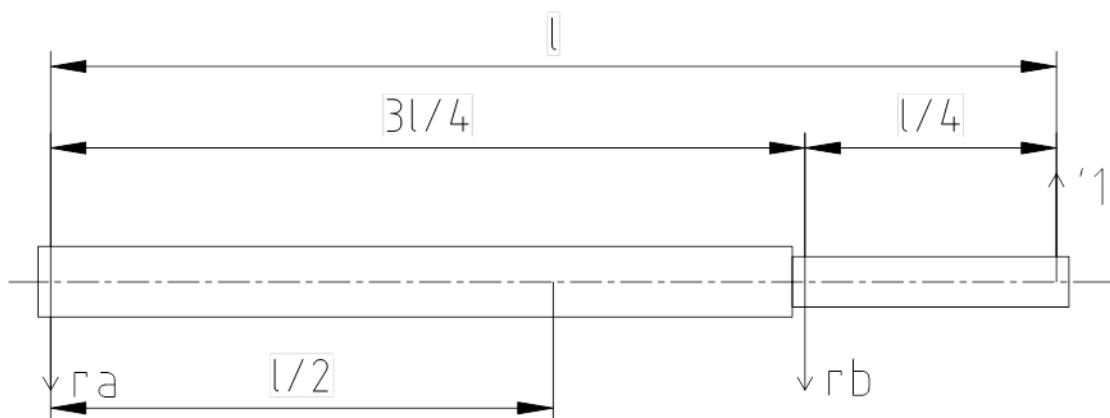
Obr. 23. Uvolnění nosníku

$$y: F - R_a - R_b - R_c = 0 \tag{35}$$

$$M_a: F \frac{l}{2} - R_b \cdot l \frac{3}{4} - R_c \cdot l = \frac{F}{2} - R_b \frac{3}{4} - R_c = 0 \tag{36}$$

Neznámé jsou v tomto případě reakční síly R_a , R_b , R_c . Rovnice rovnováhy existují dvě. Potvrzuje se tak, že jde o jednu staticky neurčitou úlohu. Je proto třeba zavést deformační podmínku. V tomto případě lze použít například vertikální posuv v místě reakce R_c , který bude roven nule. (Je uvažována absolutní tuhost ložiska). Použitím Mohrova integrálu vznikne třetí rovnice:

$$u_c = \int_l \frac{M_o m_o}{EJ} dx = 0 \tag{37}$$



Obr. 24. Nosník zatížený jednotkovou silou v místě a směru předp. deformace

Za M_o budou dosazeny průběhy ohybového momentu od síly F v jednotlivých částech nosníku, za m_o průběh ohybového momentu od jednotkové síly v působišti R_c . Průběhy zobrazí následující tabulka.

Tab. 1. Tabulka průběhu M_o a m_o v jednotlivých polích

	M_o	m_o
I	$-R_a \cdot X$	$r_a \cdot X$
II	$-R_a \cdot X + F \cdot (X - l/2)$	$r_a \cdot X$
III	$-R_a \cdot X + F \cdot (X - l/2) - R_b(X - 3l/4)$	$-r_a \cdot X - r_b \cdot (X - 3l/4)$

Velikosti reakčních sil od jednotkové síly vyjdou opět z rovnovážných rovnic

$$y: 1 - r_A - r_B = 0 \tag{38}$$

$$m_A: 1 - \frac{3}{4}r_B = 0 \tag{39}$$

Řešením soustavy vyjdou hodnoty

$$r_A = -\frac{1}{3} \tag{40}$$

$$r_B = \frac{4}{3} \tag{41}$$

Tyto výsledky se shodují s dílčím výsledkem programu: { rb : 4/3 , ra : - 1/3 }

Rovnice posuvu (37) tak bude mít po dosazení tvar

$$\int_0^{l/2} \frac{(-R_a \cdot x) \left(-\frac{x}{3}\right)}{EJ_1} dx + \int_{\frac{l}{2}}^{\frac{3l}{4}} \frac{\left(-R_a \cdot x + F \left(x - \frac{l}{2}\right)\right) \left(-\frac{x}{3}\right)}{EJ_2} dx + \int_{\frac{3l}{4}}^l \frac{\left(-R_a \cdot x + F \left(x - \frac{l}{2}\right) - R_b \left(x - \frac{3l}{4}\right)\right) \left(\frac{x}{3}x - \frac{4}{3}\left(x - \frac{3l}{4}\right)\right)}{EJ_3} dx = 0 \tag{42}$$

Youngův modul pružnosti je konstantní po celé délce hřídele – $E=2 \times 10^5 \text{ N mm}^{-2}$. Lze ho tedy vykrátit proti nule na pravé straně rovnice. Dále platí, že $J_1=J_2$, protože síly R_a a F působí na stejném průměr d_1 . Kvůli změně průřezu ve třetím poli uvažovaného nosníku ale polární kvadratické momenty vykrátit jednoduše nelze. Pokud se rozepíše vztah

$$J = \frac{\pi d^4}{64} \tag{43}$$

, zjistíme, že integrál pro každé pole stačí vydělit čtvrtou mocninou daného průřezu

$$\frac{1}{d_1^4} \int_0^{l/2} M_o^I m_o^I dx + \frac{1}{d_1^4} \int_{l/2}^{3l/4} M_o^{II} m_o^{II} dx + \frac{1}{d_2^4} \int_{3l/4}^l M_o^{III} m_o^{III} dx = 0 \quad (44)$$

Postupným řešením každého dílčího integrálu a porovnáváním zjištěné hodnoty s výsledkem z vytvořeného skriptu lze program verifikovat a případně odhalit chybu v postupu.

a) Pole I

$$\frac{1}{d_1^4} \int_0^{l/2} (-R_a \cdot x) \left(-\frac{x}{3}\right) dx = \frac{R_a \cdot x^3}{9 \cdot d_1^4} \Big|_0^{l/2} = R_a \frac{l^3}{72 d_1^4} = R_a \frac{1000^3}{72 \cdot 70^4} \approx R_a \cdot 0.578 \quad (45)$$

Výsledek programu: $12500 \cdot Ra / 21609 \approx R_a \cdot 0.578$

b) Pole II

$$\begin{aligned} \int_{l/2}^{3l/4} \left[-R_a x + F \left(x - \frac{l}{2} \right) \right] \left[\frac{x}{3} \right] dx &= \int_{l/2}^{3l/4} \left[-\frac{R_a x^2}{3} + \frac{F x^2}{3} - \frac{F x l}{6} \right] dx = \\ &= -\frac{R_a}{9} \frac{27}{64} l^3 + \frac{F}{9} \frac{27}{64} l^3 - \frac{F}{12} \frac{9}{16} l^3 = +\frac{R_a l^3}{9} \frac{1}{8} - \frac{F l^3}{9} \frac{1}{8} + \frac{F l^3}{12 \cdot 4} = \\ &= R_a l^3 \left(-\frac{19}{576} \right) + F l^3 \left(\frac{1}{144} \right) = R_a (-1,374) + F(0,289) \end{aligned} \quad (46)$$

Výstup z programu: MII: $6250 \cdot F / 21609 - 59375 \cdot Ra / 43218 \approx$

$$\approx R_a (-1,374) + F(0,289)$$

c) Pole III

$$\begin{aligned} \int_{3l/4}^l \left[-R_a x + F \left(x - \frac{l}{2} \right) - R_b \left(x - \frac{3l}{4} \right) \right] \left[\frac{x}{3} - \frac{4}{3} \left(x - \frac{3l}{4} \right) \right] dx = \\ = \int_{3l/4}^l \left[-R_a x + F x - F \frac{l}{2} - R_b x + R_b \frac{3l}{4} \right] \left[\frac{x}{3} - \frac{4}{3} x + l \right] dx = \end{aligned} \quad (47)$$

$$\int_{3l/4}^l \left(-\frac{R_a}{3}x^2 + \frac{F}{3}x^2 - \frac{F}{2} \frac{lx}{6} + \frac{R_b}{3}x^2 + \frac{4R_a}{3}x^2 - \frac{4}{3}Fx^2 + \frac{4}{6}Fxl - \frac{4}{3}R_b x^2 - R_b xl - R_a x + Fxl - F \frac{l^2}{2} - R_b xl + R_b \frac{3}{4}l^2 \right) dx =$$

$$= 4,167 R_a + 0,4167 R_b - 1,67F$$

Výsledek z programu: MIII $-5*F/3 + 25*Ra/6 + 5*Rb/12$

$$\approx 4,167R_a + 0,416R_b - 1,67 F$$

5.3.2 Zhodnocení funkčnosti referenčního programu

Byl proveden analytický výpočet a jeho výsledky byly porovnány s výsledky programu. Na výpočtu reakčních sil od zatížení jednotkovou silou byl ověřen způsob vyhodnocení soustavy rovnic. Výsledky dílčích integrálů se shodují v koeficientech vystupujících u jednotlivých sil. Tím je ověřena platnost integrace pomocí programu. Program je tedy funkční. Nyní lze toto základní torzo pouze rozšiřovat o další atributy vedoucí k výpočtu kompletního zadání.

5.4 Řešení namáhání krutem

Oproti namáhání od ohybu se řešení krutu zásadně zjednodušuje, protože kroutící moment má po částech konstantní průběh (viz kapitola 4.2.1). Po importu všech nutných veličin a rozměrů je tak vytvoření kódu snadné.

$$WkIII = \text{math.pi} * (d3^{*3}) / 16$$

$$MkIII = Mk / 2$$

$$TauIIIa = MkIII / WkIII$$

Hodnota TauIIIa je smykové napětí v místě vrubu označeného jako IIIa

5.5 Parametrizace únavových součinitelů

Program musí fungovat tak, aby byl naprosto soběstačný a aby ho mohl ovládat i uživatel, který zná pouze vstupní data, případně aby byl po následném upgradu schopen samostatně optimalizovat návrh. Nelze proto připustit odečítání z empiricky získaných grafů během návrhu. Stojíme tedy před problémem jak zařídit, aby

program dokázal určit tyto hodnoty sám. Způsob převedení empirie do kódu je závislý na typu grafu, tedy i na vrubovém součiniteli.

5.5.1 Součinitel tvaru α

Z grafu na Obr. 6 bylo odečteno 156 hodnot. Tyto hodnoty jsou zaneseny do matice M. Podmínkou

$$\text{if } m \leq \frac{\rho}{d} < n$$

$$A = i$$

a zároveň

$$\text{if } o \leq \frac{\rho}{D-d} < p$$

$$B = j$$

je docíleno toho, že program zná souřadnice, ze kterých má odečíst hodnotu součinitele $\alpha = M[A, B]$. Diference mezi jednotlivými hodnotami je poměrně malá, proto nehrozí, že dojde vlivem zaokrouhlení k velké chybě.

5.5.2 Součinitel vrubové citlivosti q

Je odečítán z grafu víceméně ekvidistantních křivek dle Obr. 7. Tyto křivky jsou na základě odečtených hodnot pomocí funkce *curve fitting* parametrizovány polynomy IV. stupně. Pokud hledaná „souřadnice“ grafu neleží na zadané křivce, lineární interpolací ze dvou sousedních křivek je dosaženo zavedení správné hodnoty součinitele q (diagram q na Obr. 7). Funkce *curve fitting* byla provedena za použití programu MATLAB.

Na vstupu programu je zadána hodnota meze pevnosti a meze kluzu. Pro zjištění hodnoty q je nyní definováno pole:

```
SigmaPtr=[400, 600, 800 , 1000, 1200, 1300]
```

Každá hodnota pole představuje jednotlivě křivky v grafu na Obr. 7. Jak bylo uvedeno, křivky jsou parametrizovány polynomem IV stupně, tzn. polynom každé

křivky má pět koeficientů. Každý tento koeficient nabývá šesti hodnot v závislosti na tom, po které křivce se pohybujeme.

```
C=[-3.727e-5,-7.729e-5 , -5.019e-5,-0.0001032,-0.0001241,-7.973e-5]
```

```
D=[0.001418 , 0.002393 , 0.001871, 0.003238 , 0.004106 , 0.002493]
```

```
E=[-0.0206 , -0.02764 , -0.02479 , -0.03627 , -0.04898 , -0.02787 ]
```

```
F=[0.1377 , 0.1521 , 0.149 , 0.1757 , 0.249 , 0.1319 ]
```

```
G=[0.3242 , 0.4248 , 0.5102 , 0.5918 , 0.5135 , 0.7631 ]
```

Nyní je zařazen rozhodovací cyklus, který určí, kolikáté hodnoty z polí budou použity pro další postup.

```
if SigmaPt<400:  
    print "Zvolen nevhodny material"  
elif SigmaPt>400 and SigmaPt<=600:  
    index=0  
elif SigmaPt>600 and SigmaPt<=800:  
    index=1  
....
```

Program již ví, z kolikátého místa v poli má použít hodnoty. Tyto hodnoty je potřeba načíst do proměnných, pomocí nichž je sestaven polynom.

```
c=C[index]  
d=D[index]  
...  
q1a=c*rho**4+d*rho**3+e*rho**2+f*rho+g
```

Program „přečetl“ hodnotu z křivky pro určitou mez pevnosti. Nelze ale objednávat ocel podle toho, jestli lze její únavové součinitele snadno odečítat z grafů. Hledaná hodnota bude tedy ležet někde mezi dvěma sousedními křivkami. Obdobným způsobem tedy bude „odečtena“ hodnota na vedlejší křivce.

```
q1b=c1*rho**4+d1*rho**3+e1*rho**2+f1*rho+g1
```

příčemž hodnoty c1, d1 atd. jsou zapsány

```
c1=C[index+1]
```

$d1=D[index+1]$

...

Známe tedy hodnotu součinitele $q1$ na dvou sousedních křivkách. Vhodným rozdělením intervalu lze přesně zjistit hledanou hodnotu.

$SigmaPta=SigmaPtr[index]$

$SigmaPtb=SigmaPtr[index+1]$

$q1=q1a+((q1b-q1a)*(SigmaPt-SigmaPta))/(SigmaPtb-SigmaPta)$

Stejný postup je opakován pro zjištění hodnoty $q2$. Pouze je místo meze pevnosti použit poměr meze kluzu a meze pevnosti.

5.5.3 Součinitel jakosti povrchu η

Při odečítání z tohoto diagramu je potřeba znát dva parametry – jakost povrchu a mez pevnosti. Situace je obdobná jako při zavádění hodnot α . Tentokrát je ale pomocí nástroje curve fitting sestavena dvourozměrná funkce. Hodnoty jsou proloženy plochou IV stupně. Hodnotu η zjišťuje program ze vztahu

$etap=p00 + p10*x + p01*y + p20*x**2 + p11*x*y + p02*y**2 + p30*x**3 + p21*x**2*y + p12*x*y**2 + p03*y**3$

Koeficienty p jsou proměnné s definovanou hodnotou. Například $p00 = 1.077$ atd.

5.5.4 Součinitel velikosti součásti ϵ

Zde už se jedná o funkci s jediným proměnným parametrem. Tím je větší průměr osazení.

$epsilonVo=(1.655e-5)*D**2-0.004648*D+1.005$

5.6 Shrnutí výpočtového programu

Tento program byl vytvořen tak, aby využíval vztahů pružnosti a pevnosti a nauky o únavě materiálu. Jejich pomocí je následně provedena analýza namáhání hnacího hřídele. Program je ve své podobě během dokončení práce schopen vyhodnotit bezpečnost v místech konstrukčních vrubů. Zároveň je možné použít ho jako nástroj

pouze pro tvar hřídele přesně podle zadání z kapitoly 4 (Obr. 18). Pro jiné geometrické uspořádání by bylo třeba přepsat část těla programu.

5.7 Aplikace programu na konkrétní zadání

Po sestavení kódu lze zadání aplikovat na konkrétní úlohu. Výpočet bude nejprve proveden pro zadané rozměry. V dalších výpočtech budou měněny různé parametry. V závislosti na nich budou sledovány rozdíly v dosažených výsledcích. První výpočet skutečného hřídele popisuje Tab. 2

Tab. 2. Tabulka vstupních rozměrů v mm dle Obr. 18 – první návrh.

Zadávané rozměry						
l1	l2	l3	l4	l5	l6	l7
90	60	150	317	150	156	285
d1	d2	d3	d4	d5	d6	d7
80	105	110	100	110	105	90
Dosažené výsledky bezpečnosti						
	kl	kIIa	kIIIa	kIIIb	kIIb	kIV
	8,40	8,26	5,23	5,46	4,26	2,97

Označení bezpečností vrubů je znázorněné na Obr. 25. Svázány jsou spolu dvojice průměrů $d_3 - d_5$ a $d_2 - d_6$.



Obr. 25. Označení bezpečností vůči mezi únavy pro jednotlivé vruby

Dále budou hodnoty některých průměrů měněny, přičemž budeme sledovat změny dosažených bezpečností. Komentář výsledků bude proveden v kapitole 6.

Tab. 3. Tabulka vstupních rozměrů – druhý návrh

Zadané rozměry průměrů (délkové rozměry jsou stejné)						
d1	d2	d3	d4	d5	d6	d7
80	110	115	100	115	110	90
Dosažené výsledky bezpečnosti						
	kl	kIIa	kIIIa	kIIIb	kIIb	kIV
	8,40	8,26	5,23	5,46	4,26	2,97

Tab. 4. Tabulka vstupních rozměrů – třetí návrh

Zadané rozměry průměrů						
d1	d2	d3	d4	d5	d6	d7
80	95	115	100	115	95	90
Dosažené výsledky bezpečnosti						
	kI	kIIa	kIIIa	kIIIb	kIIb	kIV
	7,65	7,73	5,29	5,53	3,27	2,27

6. Závěr a komentář k dosaženým výsledkům

Jak lze postupně vyčíst z Tab. 2 - 0, výrazně nejnižší bezpečnosti je vždy dosaženo na vrubu IV, tedy na přechodu z průměrů d6 a d7. Tato část hřídele podléhá největšímu namáhání od kroutícího momentu.

Pro správné chápání výsledků je třeba vědět, že přechodový radius je vždy takové hodnoty, aby se napojoval tečně k povrchům hřídele. Jeho hodnota je určována vztahem

$$\rho = \frac{D - d}{2} \quad (48)$$

Tzn. čím větší rozdíl průměrů, tím pozvolnější změna, menší koncentrované napětí a vyšší hodnoty součinitele k .

V kapitole 2.8 je uvedeno, že v únavových návrzích je potřeba volit bezpečnost vzhledem k životnosti zhruba $k=4-6$. Tato podmínka není na vrubu IV splněna. Je to způsobeno výstupem elektromotoru. Jeho rozměr je určen normou pro návrh pera, která nedává možnost hřídel v tomto místě více předimenzovat. Zároveň je ale třeba vzít v úvahu i fakt, že pohon neběží s maximálním kroutícím momentem po celou dobu provozu, ale zhruba na 80%. štitkové hodnoty výkonu. V případě prvního výpočtu (dle Tab. 2) by tak byl součinitel $k=3,69$.

Cílem práce bylo analyzovat namáhání hnacího hřídele dopravníku sypkých materiálů. Stručné základy problematiky únavy materiálu a teorie nosníků byly aplikovány na výpočet a jejich pomocí bylo dosaženo stanoveného cíle.

Program vytvořený a přiložený k této práci může sloužit konstruktérovi v případě návrhu poháněcího hřídele jako kontrolní nástroj. S jeho pomocí může uživatel zjistit, zda jeho návrh vyhovuje požadavku nekonečné životnosti provozu.

Tato práce dala autorovi jasnější přehled o obou použitých teoretických oborech. Zároveň přinesla náhled do základů programování, kde pravděpodobně největším přínosem je zkušenost s implementací ryze empirických záležitostí, což jsou zejména diagramy únavových součinitelů, do programu.

Závěr bakalářské práce je otevřen tak, aby bylo možné pokračovat na základech, které stanovila. V případném pokračování by měl být program dotažen k plné variabilitě ve vztahu k parametrům hřídele a případně i počtu podpěr. Dalším možným rozšířením je optimalizační cyklus. Pakliže by součást nevyhovovala požadované bezpečnosti, vrátil by se program na start. Zde by sám změnil hodnoty průměrů a osazení (délkové rozměry jsou dané zástavbou) a provedl by nový výpočet. Při vhodně navržené cílové funkci tak je možno dosáhnout optimálního tvaru hřídele

Seznam použité literatury

- [1] RŮŽIČKA, Milan, Milan HANKE, Milan ROST. Dynamická pevnost a životnost, Praha: ČVUT, 1989.
- [2] MICHALEC, Jan a kolektiv. Pružnost a pevnost I [online]. ČVUT v Praze [cit. 2016-07-21]. Dostupné z:
https://studium.fs.cvut.cz/studium/u12105/PP1/skriptaPP1_Free.pdf
- [3] MICHALEC, Jiří. *Pružnost a pevnost II*. Vyd. 2. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2001. ISBN 80-01-02375-3.
- [4] HÖSCHL, Cyril. *Únava materiálu při periodickém zatěžování* [online]. 1. Praha: Dům techniky ČSTVS Praha, 1981 [cit. 2016-05-21]. Dostupné z:
[http://www.it.cas.cz/files/skripta/12_UNAVA% 20MATERIALU PRI PERIOD_ZATEZOVANI_ocr.pdf](http://www.it.cas.cz/files/skripta/12_UNAVA%20MATERIALU_PRI_PERIOD_ZATEZOVANI_ocr.pdf)
- [5] ŠVEC, Jan. *Létající cirkus* [online],[cit. 2016-03.24]. Dostupné z:
http://ii.iinfo.cz/r/old/data/letajici_cirkus.pdf
- [6] Schenck Process s.r.o. [online] . [cit. 2016-07.23]. Dostupné z:
<http://www.schenckprocess.cz/>

Seznam příloh

- Příloha 1. Podprogram vstupů
- Příloha 2. Podprogram výpočtu ohybové síly
- Příloha 3. Podprogram výpočtu namáhání krutem
- Příloha 4. Podprogram součinitelů
- Příloha 5. Podprogram výpočtu bezpečností
- Příloha 6. Podprogram spouštění

Seznam obrázků

Obr. 1. Cyklické zatěžování.....	6
Obr. 2. Wöhlerova křivka.....	8
Obr. 3. Smithův diagram	9
Obr. 4. Haighův diagram	10
Obr. 5. Možnosti konstrukčních uspořádání [1].....	12
Obr. 6. Diagram součinitele tvaru vrubu α	14
Obr. 7. Diagram součinitel vrubové citlivosti q	15
Obr. 8. Diagram součinitele velikosti	16
Obr. 9. Diagram součinitele jakosti povrchu	17
Obr. 10. Příklad zlepšení přechodu mezi průměry [1]	18
Obr. 11. Metoda řezu	21
Obr. 12. Silové účinky na elementu nosníku	22
Obr. 13. Průběh posouvající síly a ohybového momentu od spojitého zatížení	23
Obr. 14. Průběh napětí při ohybu a poloha neutrální osy.....	25
Obr. 15. Deformace nosníku	26
Obr. 16. Dopravník z příjmové stanice do sila [6].....	29
Obr. 17. Pohled na poháněcí stanici dopravníku [6].....	30
Obr. 18. Hnací hřídel dopravníku s naznačeným silovým zatížením.....	30
Obr. 19. Zjednodušené zobrazení zadání	32
Obr. 20. Blokované schéma výpočtu.....	35
Obr. 21. Rozšířené blokované schéma programu.....	36
Obr. 22. Nosník pro referenční výpočet	38
Obr. 23. Uvolnění nosníku.....	38
Obr. 24. Nosník zatížený jednotkovou silou v místě a směru předp. deformace.....	39
Obr. 25. Označení bezpečností vůči mezi únavy pro jednotlivé vruby	46

Seznam tabulek

Tab. 1. Tabulka průběhu M_o a m_o v jednotlivých polích.....	39
Tab. 2. Tabulka vstupních rozměrů v mm dle Obr. 18 – první návrh.....	46
Tab. 3. Tabulka vstupních rozměrů – druhý návrh	46
Tab. 4. Tabulka vstupních rozměrů – třetí návrh	47

Příloha 1. Podprogram vstupů

```
# -*- coding: utf-8 -*-  
"""  
Created on Mon Apr 25 11:19:25 2016  
  
@author: vilem.klepac  
"""  
  
import math  
import numpy as np #Import potřebných knihoven  
  
Material=float(raw_input("Material 11 600 - 1/0: "))#Určení  
materiálu. Pokud je zadána hodnota 1 je zpracováván materiál 11 600.  
Pokud je zadána hodnota 0, je třeba zavést vlastnosti jiného  
požadovaného materiálu  
  
if Material==1:  
    SigmaPt=float (550)  
    SigmaK=float (280)  
else:  
    SigmaPt=float(raw_input("Zadej mez pevnosti v tahu/tlaku: "))  
    SigmaK=float(raw_input("Zadej mez kluzu v tahu/tlaku: "))  
  
#Následuje předběžný návrh pera. Ten je ale rovněž dán výrobcem  
pohonu.  
Taukd=40  
pD=80  
  
Mk=raw_input("Zadej krouticí moment pohonu v N.mm: ")#Zadání  
potřebného kroutícího momentu  
Mk=float (Mk)  
  
alpha=20#[uhel zaberu kol]
```

```
Beta=raw_input("Zadej sklon motoru oproti dopravniku")#korekce
sklonu motoru

Beta=Beta*(math.pi)/180

dok=150
drk=480
ld=800#raw_input ("zadej sirku dopravniku: ")
ld=float (ld)

Ft=(Mk/dok)
Fr=(Mk/dok)*np.tan(alpha)
Mkret=6750000
Fret=Mk/(2*drk)

#print ("stanoveni pruměru hridele")

p=0
while not (p>0 and p<pD):

    dHc = round(math.pow((((16*Mk)/ (math.pi * Taukd))*k),
1.0/3.0),2)
    dHc=int(dHc)
    dH=dHc+2

    print "kontrola na otlaceni - pero zatim nevyhovuje"

    if dH>6 and dH<=8:
        b=2
        h=2
    elif dH>8 and dH<=10:
        b=3
        h=3
```

```
...
elif dH>110:
    b=32
    h=18
else:
    b=raw_input("Zadej sirku pera: ")
    h=raw_input("Zadej vysku pera: ")
    dH=raw_input("Zadej prumer pod perem: ")

    b=int(b)
    h=int(h)
    dH=float(dH)
    print "dH"
    lac=(4*Mk)/(dH*h*pD)
    print "lac"
    lc=lac+b

    print "lc", lc

    lcsn=raw_input("zvol vyssi hodnotu l(csn):")
    lcsn=int(lcsn)
    la=lcsn-b

    p=(4*Mk)/(dH*h*la)
    print "p",p

else:
    print "pero vyhovuje"

print "dH", dH
```

```
o=10#Velikost osazeni. Ta je dána pevně, lze ale v případě potřeby
změnit

#Zadání délkových rozměrů a jednotlivých průměrů
l1=raw_input("zadej l1: ")
l1=float (l1)
l2=raw_input("zadej l2: ")
l2=float (l2)
...
l7=raw_input("zadej l7 - dano typem pohonu: ")
l7=float (l7)

d1=raw_input("zadej d1: ")
d1=float (d1)
d2=raw_input("zadej d2: ")
d2=float (d2)
...
d7=raw_input("zadej d7 - dano typem pohonu: ")
d7=float (d7)
```

Příloha 2. Podprogram výpočtu ohybové síly

```
import math
import sympy
import numpy as np
#import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from sympy import solve

from vstupy import Mk, Ft, Fret, d1, d2, d3, d4, d5, d6, d7, l1, l2,
l3, l4, l5, l6, l7, Fr, Beta #import důležitých veličin zadaných
v předchozím kroku

d1=float (d1)
```

d2=float (d2)

...

d7=float (d7)

dok=480

WoI=math.pi(d1**3)/32*

WoII=math.pi(d2**3)/32*

...

WoVII=math.pi(d7**3)/32*

#Korekce všech délkových rozměrů k působitím vnějších silových účinků

*lrl=d7*np.sin(15*math.pi/180)#posunutí působišť sil v kuželíkových ložiskách*

*l7=l7-2*lrl*

lskIII=l1+l2+30

lskV=l1+l2+l3+l4+l5-30

lVI=l1+l2+l3+l4+l5+l6

lVII=l1+l2+l3+l4+l5+l6+lrl

lF=lVII+l7/2

lH=l1+l2+l3+l4+l5+l6+l7

#Zavedení symbolických proměnných

x=sympy.Symbol('x')

Ra=sympy.Symbol('Ra')

Rb=sympy.Symbol('Rb')

Rc=sympy.Symbol('Rc')

Ray=sympy.Symbol('Ray')

Rby=sympy.Symbol('Rby')

```
Rcy=sympy.Symbol('Rcy')

ra=sympy.Symbol('ra')
rb=sympy.Symbol('rb')

rovnice=[ra+rb-1,rb*LVII-1*1H]
vysledek=solve(rovnice, ra, rb)

ra=vysledek [ra]
rb=vysledek [rb]

#Průběh „velkých“ ohybových momentů v jednotlivých polích
I=Ra*x
II=Ra*x
...
VIIC=Ra*x-Fret*(x-lskIII)-Fret*(x-lskV)+Rb*(x-lVII)-
Ft*np.sin(Beta)*(x-lF)-Fr*np.cos(Beta)

#Průběh „malých“ ohybových momentů v jednotlivých polích
i=ra*x
ii=ra*x
...
viic=ra*x+rb*(x-lVII)

#Integrace na dílčích polích
MI=sympy.integrate(I*i,(x,0,l1))
MI=MI/(d1**4)
MII=sympy.integrate(II*ii,(x,l1,l1+l2))
MII=MII/(d2**4)
...
MVIIC=sympy.integrate(VIIC*viic,(x,lF,lH))
MVIIC=MVIIC/(d7**4)

#Řešení soustavy rovnovážných rovnic a deformační podmínky
eqvals=[MI+MII+MIIIa+MIIIb+MIV+MVa+MVb+MVI+MVIIa+MVIIb+MVIIC, -Ra-
Rb-Rc+2*Fret-Ft, Fret*lskIII+Fret*lskV-Rb*LVII-Ft*lF-Rc*1H]
```

```

result=solve(equals, Ra, Rb, Rc)
Načtení číselných výsledků do proměnných Ra, Rb, Rc
Ra=result[Ra]
Rb=result[Rb]
Rc=result[Rc]
#Informativní vypsání výsledků
print "Ra", Ra, "Rb", Rb, "Rc", Rc
#-----
#Opakování postupu pro řešení ve druhé rovině
Iy=Ray*x
IIy=Ray*x
...
VIIcy=Ray*x+Rby*(x-lVII)-Ft*np.cos(Beta)*(x-lF)-Fr*np.sin(Beta)

MIy=sympy.integrate(Iy*i,(x,0,l1))
MIy=MIy/(d1**4)
MIIy=sympy.integrate(IIy*ii,(x,l1,l1+l2))
MIIy=MIIy/(d2**4)
...
MVIIcy=sympy.integrate(VIIcy*viic,(x,lF,lH))
MVIIcy=MVIIcy/(d7**4)

eqvalsy=[MIy+MIIy+MIIIay+MIIIby+MIVy+MVay+MVby+MVIIy+MVIIay+MVIIby+MV
IIcy,-Ray-Rby-Rcy+Ft*np.cos(Beta)+Fr*np.sin(Beta),
Ray*(l1+l2+l3+l4+l5+l6+l7)+Rby*(l7)-Ft*np.cos(Beta)*l7/2-
Fr*np.sin(Beta)]

resulty=solve(eqvalsy, Ray, Rby, Rcy)

Ray=resulty[Ray]
Rby=resulty[Rby]
Rcy=resulty[Rcy]

```

```
print "Ray", Ray, "Rby", Rby, "Rcy",Rcy
#Určení výsledných velikostí reakcí
Ra=math.pow(Ra**2+Ray**2,0.5)
Rb=math.pow(Rb**2+Rby**2,0.5)
Rc=math.pow(Rc**2+Rcy**2,0.5)
#Výpočet velikosti ohybových napětí v místech vrubů
SigmaoI=(Ra*l1)/WoI
SigmaoIIa=(Ra*(l1+l2))/WoII
...
SigmaoIV=((Ra*(l1+l2+l3+l4+l5+l6)-Fret*(l1+l2+l3+l4+l5+l6-lskIII)-
Fret*(l1+l2+l3+l4+l5+l6-lskV))/WoVII)
print "Vypocet ohybove sily OK"#Pokud výpočet ohybové síly proběhne
v pořádku, vypíše se OK. To slouží pro snazší hledání chyby v celé
soustavě programu.
```

Příloha 3. Podprogram výpočtu namáhání krutem

```
WkI=math.pi*(d1**3)/16
WkII=math.pi*(d2**3)/16
...
WkVII=math.pi*(d7**3)/16

lrl=d7*np.sin(15*math.pi/180)#posunutí působišť sil v ložiskách
l7=l7-2*lrl

lskIII=l1+l2+30
lskV=l1+l2+l3+l4+l5-30
lVI=l1+l2+l3+l4+l5+l6
lVII=l1+l2+l3+l4+l5+l6+lrl
lF=lVII+l7/2
lH=l1+l2+l3+l4+l5+l6+l7

x=sympy.Symbol('x')
```

$$M_{kI}=0$$

$$M_{kII}=0$$

$$M_{kIII}=M_k/2$$

$$M_{kIV}=M_k/2$$

$$M_{kV}=M_k$$

$$M_{kVI}=M_k$$

$$M_{kVII}=M_k$$

$$M_{kVIIa}=0$$

$$\tau_{kIIIa}=M_{kIV}/W_{kIV}$$

$$\tau_{kIIIb}=\tau_{kIIIa}$$

$$\tau_{kIib}=M_{kVI}/W_{kVI}$$

$$\tau_{kIV}=M_{kVII}/W_{kVII}$$

Příloha 4. Podprogram součinitelů

#Pro každý vrub je sestaven program zvlášť. Zobrazen bude pouze jeden. Ostatní jsou analogické

```
from vstupy import SigmaPt, SigmaK, d1, d2
```

```
Ra=1.6
```

```
SigmaKPt=SigmaK/SigmaPt
```

```
D=float (d2)
```

```
d=float (d1)
```

```
zkos=1.6#Lze případně zavést jinou hodnotu zkosu hřídele
```

```
rho=float ((D-d)/2-zkos)#Určení přechodového radiusu
```

```
epsilonVo=(1.655e-5)*D**2-0.004648*D+1.005 #Součinitel velikosti
```

```
#Určení součinitele alpha
```

```
A=float (rho/(D-d))#pomer radiusu a rozdílu pomolomeru
```

```
B=float (rho/d)#pomer radiusu a maleho polomeru
```

```
if A>0 and A<=0.001:
```

```
a=13
elif A <= 0.1 and A>0.001:
    a=12
...
a=0
else:
    a=14

if B>0 and B<=0.01:
    b=9
elif B>0.01 and B<=0.02:
    b=8
...
else:
    b=9

print "a", a, "b",b

#Matice M
M=np.matrix('1.35, 1.37, 1.39, 1.42, 1.44, 1.44, 1.44, 1.44, 1.45,
1.47, 1.48, 1.49, 1.49, 1.49; 1.39, 1.41, 1.42, 1.49, 1.51, 1.54,
1.54, 1.56, 1.58, 1.58, 1.6, 1.6, 1.6, 1.62; 1.42, 1.48, 1.51, 1.57,
1.62, 1.64, 1.69, 1.7, 1.74, 1.74, 1.76, 1.78, 1.8, 1.82; 1.46, 1.5,
1.54, 1.62, 1.66, 1.72, 1.76, 1.8, 1.82, 1.85, 1.86, 1.9, 1.92,
1.94; 1.48, 1.52, 1.54, 1.61, 1.72, 1.82, 1.87, 1.92, 1.95, 2, 2.04,
2.08, 2.12, 2.2; 1.48, 1.54, 1.6, 1.68, 1.76, 1.86, 1.92, 1.98,
2.02, 2.06, 2.08, 2.14, 2.24, 2.3; 1.5, 1.54, 1.61, 1.7, 1.8, 1.92,
1.98, 2.06, 2.1, 2.16, 2.23, 2.28, 2.42, 2.52; 1.48, 1.56 1.6, 1.72,
1.84, 1.96, 2.06, 2.15, 2.22, 2.28, 2.36, 2.49, 2.62, 2.8; 1.5,
1.56, 1.64, 1.76, 1.86, 2.04, 2.12, 2.24, 2.32, 2.42, 2.54, 2.7,
2.94, 3.2; 1.51, 1.56, 1.64, 1.78, 1.9, 2.08, 2.18, 2.34, 2.46,
2.58, 2.76, 3, 3.5, 4.5; 1.5, 1.58, 1.66, 1.8, 1.94, 2.14, 2.26,
2.46, 2.6, 2.8, 3.1, 3.5, 4.4, 10000000000000000000')

alpha=M[b,a] #Načtení hodnoty z určené souřadnice do proměnné alpha

#Definování polí reprezentující vybranou křivku z grafu
```

```
SigmaKPtr=[0.5      , 0.6      , 0.7      , 0.8      , 0.9      ,0.95]
SigmaPtr=[400      , 600      , 800      , 1000     , 1200     ,1300]
C= [-3.727e-5,-7.729e-5 , -5.019e-5,-0.0001032,-0.0001241,-7.973e-5]
D= [0.001418 , 0.002393 , 0.001871, 0.003238 , 0.004106 , 0.002493]
E= [-0.0206  , -0.02764  , -0.02479  , -0.03627  , -0.04898  , -0.02787  ]
F= [0.1377   , 0.1521   , 0.149    , 0.1757   , 0.249    , 0.1319   ]
G= [0.3242   , 0.4248   , 0.5102   , 0.5918   , 0.5135   , 0.7631   ]

#Výběr křivky
if SigmaPt<400:
    print "Zvolen nevhodny material"
elif SigmaPt>400 and SigmaPt<=600:
    index=0
elif SigmaPt>600 and SigmaPt<=800:
    ...
elif SigmaPt>1200 and SigmaPt<=1300:
    index=5
else:
    index=6

#Načtení hodnot do koeficientů polynomu popisující křivku
c=C[index]
d=D[index]
e=E[index]
f=F[index]
g=G[index]

#Načtení hodnot do koeficientů polynomu popisující sousední křivku
c1=C[index+1]
d1=D[index+1]
e1=E[index+1]
f1=F[index+1]
g1=G[index+1]

#Určení hodnot ze dvou sousedních křivek diagramu
```

```
q1a=c*rho**4+d*rho**3+e*rho**2+f*rho+g
q1b=c1*rho**4+d1*rho**3+e1*rho**2+f1*rho+g1
#Interpolace mezi dvěma zjištěnými hodnotami
SigmaPta=SigmaPtr[index]
SigmaPtb=SigmaPtr[index+1]
q1=q1a+((q1b-q1a)*(SigmaPt-SigmaPta))/(SigmaPtb-SigmaPta)
#print "q1", q1
#-----
#Opakování postupu pro zjištění hodnoty q2
#print "SigmaKPt", SigmaKPt
if SigmaKPt<0.5:
    print "Zvolen nevhodny material"
elif SigmaKPt>=0.5 and SigmaKPt<0.6:
    index=0
...
elif SigmaKPt>=0.9 and SigmaKPt<0.95:
    index=5
else:
    index=6

#print "index", index

c=C[index]
d=D[index]
e=E[index]
f=F[index]
g=G[index]

#print "c",c

c1=C[index+1]
```

```
d1=D[index+1]
```

```
e1=E[index+1]
```

```
f1=F[index+1]
```

```
g1=G[index+1]
```

```
q2a=c*rho**4+d*rho**3+e*rho**2+f*rho+g
```

```
q2b=c1*rho**4+d1*rho**3+e1*rho**2+f1*rho+g1
```

```
#print "q2a", q2a
```

```
SigmaKPta=SigmaKPtr[index]
```

```
SigmaKPtb=SigmaKPtr[index+1]
```

```
#print "SigmaKPta",SigmaKPta
```

```
#print "SigmaKPtb",SigmaKPtb
```

```
q2=q2a+((q2b-q2a)*(SigmaKPt-SigmaKPta))/(SigmaKPtb-SigmaKPta)
```

```
#print "q2",q2
```

```
qo=0.5*(q1+q2)
```

```
#print "qo", qo
```

```
Beta=1+qo*(alpha-1)
```

```
#print "Beta", Beta
```

```
SigmaCo=0.43*SigmaPt
```

```
#-----
```

```
x=SigmaPt
y=Ra

p00 = 1.077
p10 =-0.0001249
...
p03 =-0.005221

etap=p00 + p10*x + p01*y + p20*x**2 + p11*x*y + p02*y**2 + p30*x**3
+ p21*x**2*y + p12*x*y**2 + p03*y**3

#print "etap", etap
#print "epsilonVo", epsilonVo

SigmaCsI=(SigmaCo*epsilonVo*etap)/(Beta)
#print "SigmaCo", SigmaCo
#print "SigmaCsI",SigmaCsI

TauCsI=SigmaCsI/ALPHA

#print "TauCsI", TauCsI
```

Příloha 5. Podprogram výpočtu bezpečností

```
#Import zjištěných napětí
from ohybovasila import SigmaoI, SigmaoIIa, SigmaoIIb, SigmaoIIIa,
SigmaoIIIb, SigmaoIV
from krut import TauIIIa, TauIIIb, TauIIb, TauIV
from souciniteleI import SigmaCsI
from souciniteleII import SigmaCsII, TauCsII
from souciniteleIII import SigmaCsIII, TauCsIII
from souciniteleIV import SigmaCsIV, TauCsIV
#Určení míry bezpečností v tahu a krutu
```

```
ksI=SigmaCsI/SigmaoI
ksIIa=SigmaCsII/SigmaoIIa
...
ksIV=SigmaCsIV /SigmaoIV

ktIIIa = TauD /TauIIIa
ktIIIb = TauD /TauIIIb
ktIib  = TauD /TauIib
ktIV   = TauD /TauIV

#Výpočet celkových bezpečností
kI    =round(ksI,2)
kIIa  =round(ksIIa,2)
kIIIa=round(math.pow((ksIIIa**2) * (ktIIIa**2) / (ksIIIa**2+ktIIIa**2) ,1
.0/2.0) ,2)
kIIIb=round(math.pow((ksIIIb**2) * (ktIIIb**2) / (ksIIIb**2+ktIIIb**2) ,1
.0/2.0) ,2)
kIib  =round(math.pow((ksIib**2) * (ktIib**2) / (ksIib**2+ktIib**2) ,1.0/2.0) ,2
)
kIV   =round(math.pow((ksIV**2) * (ktIV**2) / (ksIV**2+ktIV**2) ,1.0/2.0) ,2)

print "kI", kI, "kIIa", kIIa, "kIIIa", kIIIa, "kIIIb", kIIIb,
"kIib", kIib, "kIV", kIV

#Rozhodovací mechanismus zda je, nebo není dosaženo požadované
bezpečnosti
if kI<4:
    print "Na vrubu I zjistena nizka bezpecnost"
else:
    print "Bezpecnost OK"
if kIIa<4:
    print "Na vrubu II zjistena nizka bezpecnost"
else:
    print "Bezpecnost OK"
```

...

```
if kIV<4:
```

```
    print "Na vrubu IV zjistena nizka bezpecnost"
```

```
else:
```

```
    print "Bezpecnost OK"
```

Příloha 6. Podprogram spouštění

#Spuštěním tohoto programu dojde ke spuštění všech předchozích.

```
import vstupy, ohybovasila, krut, souciniteleI, souciniteleII,  
souciniteleIII, souciniteleIV, bezpecnosti
```