

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická
Katedra teorie obvodů

Václav Turoň

**Popis spektrálních metod založených na Zolotarevových
polynomech**

Doktorský studijní program: Elektrotechnika a informatika

Studijní obor: Teoretická elektrotechnika

Teze disertace k získání akademického titulu "Doktor", ve zkratce "Ph.D."

Praha, Srpen 2016

Disertační práce byla vypracována v kombinované formě doktorského studia na katedře Teorie obvodů Fakulty elektrotechnické ČVUT v Praze.

Uchazeč: Václav Turoň
Katedra teorie obvodů
Fakulta elektrotechnická ČVUT
Thákurova 9, 160 00 Praha 6, Česká republika
turonvac@fel.cvut.cz

Školitel: prof. Ing. Pavel Sovka, CSc.
Katedra teorie obvodů
Fakulta elektrotechnická ČVUT
Thákurova 9, 160 00 Praha 6, Česká republika
sovka@fel.cvut.cz

Školitel-specialista: prof. RNDr. Miroslav Vlček, DrSc.
Ústav aplikované matematiky
Fakulta dopravní ČVUT
Na Florenci 25, 110 00 Praha 1, Česká republika

Oponenti: _____

Teze byly rozeslány dne:

Obhajoba disertace se koná dne v hod. před komisí pro obhajobu disertační práce ve studijním oboru Teoretická elektrotechnika v zasedací místnosti č Fakulty elektrotechnické ČVUT v Praze.

S disertací je možno se seznámit na děkanátu Fakulty elektrotechnické ČVUT v Praze, na oddělení pro vědu, výzkum a zahraniční styky, Technická 2, Praha 6.

.....
předseda komise pro obhajobu disertační práce
ve studijním oboru Teoretická elektrotechnika
Fakulta elektrotechnická ČVUT, Thákurova 9, 160 00 Praha 6, Česká republika

Obsah

1	SOUČASNÝ STAV PROBLEMATIKY	1
2	CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE	4
3	METODY ZPRACOVÁNÍ	5
3.1	Výběr signálů	5
3.2	Kvalitativní kritérium	7
3.3	Kvantitativní kritérium	7
4	VÝSLEDKY	9
4.1	Popis chování ADZT	9
4.2	Optimalizace parametrů ADZT	10
4.3	Modifikace ADZT	13
4.4	Porovnání spektrálních metod	14
4.5	Ověření výpočtu DZT v čase	15
5	ZÁVĚR	19
5.1	Splnění cílů práce	19
5.2	Vlastní přínos práce	20
	Seznam v tezích použité literatury	23
	Seznam prací disertanta vztahujících se k disertaci	25
	SUMMARY	27
	RESUMÉ	28

1 SOUČASNÝ STAV PROBLEMATIKY

Spektrální analýza je jeden z oborů zpracování signálu, který se převážně zabývá transformací signálů mezi časovou a frekvenční doménou. Jedním z hlavních cílů této analýzy je detekovat, pozorovat a případně i extrahovat informace o signálu, které nelze analyzovat v časové doméně. V posledních 70ti letech bylo za tímto účelem navrženo mnoho spektrálních metod, které se v praxi běžně používají. Mezi velmi rozšířené metody patří diskretní Fourierova transformace (DFT) [2] a její krátkodobá varianta (STDFT), Vlnková transformace (WT) [7] a její diskretní podoba (DWT), Hilbert-Huangova transformace (HHT) [9], Wigner-Villova distribuce (WVD) [8] a v neposlední řadě Aproximovaná diskretní Zolotarevova transformace (ADZT) [1] a její krátkodobá varianta (STADZT). Rešerše stavu spektrálních metod této práce si klade za cíl zmapovat převážně metody spektrální analýzy, které jsou fourierovského typu. Důvodem pro toto omezení je to, že téma této práce se zabývá systematickým popisem ADZT, která vychází právě z principu DFT. Pro ucelený přehled nejvíce používaných spektrálních metod jsou ostatní metody v této rešerši pouze velmi stručně popsány a jejich detailnější popis lze najít v příslušné literatuře, která je uvedena v jednotlivých kapitolách.

Obecně řečeno je DFT a její krátkodobá varianta STDFT, velmi rozšířená pro její jednoduchou definici, interpretaci, reversibilitu a linearitu. Dalším důvodem pro rozšířenost STDFT je skutečnost, že výpočet může být velmi efektivně implementován pomocí rychlé Fourierovy transformace (FFT). Existuje mnoho modifikací Fourierovy transformace, které tuto metodu zobecňují jako například tzv. Fractional Fourier transform (FRFT) [3] nebo modifikace využívající adaptivní nastavování délky okna segmentace podle zvoleného typu kritéria [4] [5] [6] a tím vedou ke zlepšení časového a frekvenčního rozlišení STDFT. Existuje též řada robustních metod, využívajících parametrické modelování, metodu nejmenších čtverců nebo dekompozici korelační matice na signálový a šumový podprostor. Existují rovněž metody využívající statistik vyšších řádů. Většinu z těchto metod lze nalézt například v [10], [11], [12] nebo [13]. Nicméně vzhledem k rozsahu a zaměření této práce se těmito metodami práce nezabývá, i když některé navržené postupy analýzy byly těmito zdroji inspirovány.

V rešeršní části práce jsou popsány následující spektrální metody fourierovského typu:

- Diskrétní Fourierova transformace
- Krátkodobá diskrétní Fourierova transformace
- Krátkodobá diskrétní Fourierova transformace s adaptivním nastavením délky okna segmentace podle zvoleného kritéria:
 - Minimální energie spektrálního prosakování
 - Katkovníková metoda odhadu okamžité frekvence
- Aproximovaná diskrétní Zolotarevova transformace
- Krátkodobá aproximovaná diskrétní Zolotarevova transformace

Práce rovněž obsahuje stručný popis vybraných spektrálních metod nefourierovského typu mezi které patří:

- Wigner-Villova distribuce
- Vlnková transformace
- Hilbert-Huangova transformace

V současné době neexistuje systematický popis vlastností ADZT ani vysvětlení jejího chování. Rovněž chybí informace pro jaké aplikace je ADZT vhodná. Předložená práce má za cíl zmapování typických vlastností zmapování ADZT. Předběžnou analýzou ADZT byly stanoveny následující hypotézy:

Hypotéza 1 (H1): *Pro signál obsahující náhlou změnu ve vybraném segmentu se chování ADZT diametrálně liší od chování DFT. Shodnost chování nastává pouze v případě, kdy je náhlá změna umístěna přesně ve středu segmentu.*

Hypotéza 2 (H2): *Pro signál tvořený směsí neharmonických signálů je v Zologramu (spektrogram získaný pomocí STADZT) kromě informace o globálních vlastnostech signálu (tedy frekvencí dílčích harmonických signálů) obsažena též lokální informace o okamžité obálce analyzovaného signálu. Tato vlastnost implikuje "mizení čar" v zologramu a je důsledkem schopností ADZT účinně potlačovat spektrální prosakování.*

Hypotéza 3 (H3): *Důsledným využitím cyklických vlastností DFT je možné zlepšit časové rozlišení zologramu pro nízké frekvence.*

Hypotéza 4 (H4): *Parametry ADZT/STADZT*

a: *Použití jiného než obdélníkového okna povede na zhoršení kvality zologramu.*

b: *V rozporu s běžně známou skutečností, že rostoucí délka segmentu zhoršuje časové rozlišení STDFT, je tomu u STADZT naopak.*

c: *Posun segmentu má být 1 vzorek, pokud se má využít schopnosti ADZT přesně lokalizovat náhlé změny. Při větším kroku nemusí změna padnout přesně do středu segmentu a tím být nezcela detekována.*

Hypotéza 5 (H5): *ADZT je vhodná pro ztrátovou kompresi dat.*

Hypotéza 6 (H6): *DZT lze realizovat skalárním součinem signálu se Zolotarevovými polynomy.*

Hypotézy byly formulovány s cílem navrhnout systematický postup analýzy vlastností ADZT a vhodných typů signálů.

2 CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE

Cíle práce vyplývají z analýzy současného stavu poznání. Radim Špetík ve své práci [1] odvodil Zolotarevovy řady a teoreticky popsal DZT, nicméně její implementace nebyla provedena. Navrhl výpočet Zolotarevova spektra pomocí ADZT ve spektrální oblasti. V této práci byly rovněž uvedeny příklady základních vlastností ADZT jako například potlačení spektrálního prosakování, nulování spektrálních složek signálu nebo časovou a frekvenční selektivitu. Nicméně podrobný popis ADZT a systematická analýza jejího chování v práci uvedena není a nebylo to ani jejím cílem.

Tato disertační práce navazuje na práci [1] a měla by jí doplnit o chybějící popis ADZT, o analýzu jejího chování a o ověření výpočtu Zolotarevova spektra pomocí konvoluce signálu se Zolotarevými polynomy. Důraz bude kladen na systematický popis chování ADZT a nastavení optimálních parametrů ADZT pro spektrální analýzu signálů, který není v [1] rovněž diskutován. Existují metody založené na DFT, které redukuje spektrální prosakování, a proto nabízejí zlepšení časového rozlišení oproti běžně užívané STDFT. Tato práce by rovněž měla porovnat výsledky těchto metod s výsledky, které lze dosáhnout pomocí STADZT, a analyzovat možnosti jak vylepšit některé její vlastnosti pomocí vhodně zvolených modifikací. Tyto cíle budou realizovány řadou dílčích kroků, které lze shrnout do následujících bodů:

1. Systematický popis vlastností ADZT a STADZT pomocí vhodně navržených postupů, kritérií a příkladů zevrubně analyzovat vlastnosti ADZT a tím ověřit hypotézy **H1** a **H2**.
2. Na základě výsledků analýzy a stanovené hypotézy **H3** navrhnout modifikace ADZT vedoucí ke:
 - snížení počtu operací ADZT algoritmu a tím i výpočetních nároků
 - zvýšení časového rozlišení na nízkých frekvencích
3. Ověřit hypotézu **H4** a provést optimalizaci parametrů ADZT a STADZT.
4. Na základě výsledků stručně diskutovat vhodné a nevhodné aplikace ADZT (viz hypotéza **H5**).
5. Experimentálně ověřit hypotézu **H6**, že pro výpočet Zolotarevova spektra S_Z lze používat skalární součin mezi Zolotarevovy polynomy a signálem.

3 METODY ZPRACOVÁNÍ

Jelikož se tato práce převážně zabývá popisem vlastností ADZT a jejího chování během spektrální analýzy je velmi obtížné definovat jednoznačnou metodu vedoucí ke splnění stanovených cílů práce. Proto byly k tomuto účelu navrženy vhodné postupy, které byly využity k popisu vybraných vlastností a chování ADZT během spektrální analýzy signálů. Byly rovněž vybrány vhodné signály ilustrující vlastnosti a chování ADZT a zároveň i signály použité k volbě optimálních parametrů ADZT. Dále pak byla zvolena dvě kritéria hodnocení výsledků spektrální analýzy a výsledky dosažených pomocí ADZT byly porovnány s výsledky vybraných spektrálních metod.

Při vzorkování spektra signálu $S(f)$ vzniká diskrétní spektrum $S[l]$, kde hraje roli frekvenční interval mezi jednotlivými spektrálními složkami $\Delta f = \beta \frac{f_s}{N}$, kde f_s je vzorkovací kmitočet, N je počet vzorků signálu a β ekvivalentní šířka pásma. Při hodnocení vlastností je předpokládáno, že frekvenční rozlišení dané délkou záznamu T_0 je dostatečné, a proto je diskutován pouze vliv velikosti frekvenčního kroku Δf na výsledky popisovaných transformací.

3.1 Výběr signálů

Protože ADZT využívá výstup DFT bez jakékoliv úprav obvyklých pro analýzu náhodných signálů, jsou pro analýzu chování ADZT použity v této práci pouze deterministické signály. Chování ADZT pro analýzu stochastických signálů, až na jedinou výjimku, provedeno není. Každá spektrální metoda předpokládá jistý model signálu generující třídu signálů s danými vlastnostmi. Pro danou třídu signálů pak příslušná metoda poskytuje optimální výsledky. Pro účely této práce byly vybrány následující modely signálů.

A. Stacionární signály.

Model 1 (M1): *Směs sinusovek s celočíselným násobkem frekvence základní harmonické složky, která je dána převrácenou hodnotou periody signálu. Tento model poskytuje periodický signál. Tento model je typický pro Fourierovy řady. Typicky jsou použity jedna, dvě nebo tři složky.*

Model 2 (M2): *Směs sinusovek s neceločíselným poměrem frekvencí poskytující neperiodický signál. Tento model je typický pro Fourierovu transformaci. Typicky jsou použity jedna, dvě nebo tři složky.*

Model 3 (M3): *Deterministická sinusovka v šumu. V tomto případě nejsou použity postupy pro analýzu stochastických signálů, pouze je deterministickou*

analýzou testována odolnost ADZT na výskyt šumu v signálu.

Oba první modely v případě numerického výpočtu spektra vyžadují zkrátit délku signálu, což způsobí prosakování ve spektru. Prosakování lze ovšem vysvětlit též pomocí neortogonalita složek signálu k vektorům báze. Tento přístup je v práci systematicky používán. Případ jediné sinusovky lze považovat za zástupce (stacionárního) signálu maximálně lokalizovaného ve frekvenci a nelokalizovaného v čase (jediná nenulová složka ve spektru). První dva modely též poskytují podle počtu složek (ne)periodický signál libovolného tvaru (obdélníkový průběh, apod.), což je v práci použito.

B. Nestacionární signály.

Modely použité ve skupině A lze snadno použít pro realizaci nestacionárních signálů. Kromě toho jsou použity i speciální modely pro nestacionární signály.

Model 4 (M4): *Jednotkový impuls představuje mezní případ nestacionárního signálu maximálně lokalizovaného v čase a nelokalizovaného ve frekvenci (spektrum je konstantní).*

Model 5 (M5): *Signál se sinusovým průběhem a lineárně rostoucí frekvencí jako zástupce chirp signálů s pomalu proměnnou změnou parametru. Jako zástupce úzkopásmových deterministických signálů s náhlou změnou parametrů je použit sinus s náhlou změnou amplitudy, frekvence nebo fáze.*

Model 6 (M6): *Gaussův impuls. Tento signál je nestacionární jak v časové, tak i ve frekvenční oblasti a je vhodným testovacím signálem vlastností transformací.*

Model 7 (M7): *Signál se sinusovým průběhem s exponenciálně tlumenou amplitudou jako zástupce komplexní exponenciály a též deterministického autoregresního modelu poskytující širokopásmový signál. Pro deterministický případ (nenáhodné parametry) je používána Pronyho metoda¹. Pokud použijeme pro analýzu těchto signálů DFT, tak v tomto případě získáme odhad parametrů (amplitud, frekvencí a fází) jednotlivých složek. ADZT, jak ukážeme později, se ovšem chová zcela jinak.*

V dalším textu jsou použité signály popsány podrobněji včetně konkrétních použitých parametrů.

¹Typicky se pro směs komplexních exponenciál s náhodnými parametry (amplituda a fáze) používají metody založené na rozkladu autokorelační matice do signálového a šumového podprostoru (Pisarenkova, MUSIC, ...).

Signály byly vybrány s ohledem na to, aby bylo možné z jejich spekter snadno ověřit a porovnat časové a frekvenční vlastnosti ADZT a jejich modifikací. Pro volbu optimálních parametrů ADZT byl vybrán signál obsahující dvě části. První část je tvořena součtem dvou harmonických signálů představující stacionární část signálu $s_1 = \cos(2\pi n \frac{k_1}{N})$, $s_2 = \cos(2\pi n \frac{k_2}{N})$, kde parametr $n \in (1, N)$, $N = 1024$, $k_1 = 16$ and $k_2 = 24$. Druhá oblast signálu obsahuje jednotkový puls, který reprezentuje silnou nestacionaritu v časové oblasti je situován na střed tohoto signálu $s(N/2) = 10$. Testovací signál je sestaven ze tří částí, které jsou tvořené součtem harmonických signálů, jednotkový a Gaussovým pulsem. Tyto části jsou od sebe odděleny tak, aby bylo možné porovnávat vlastnosti ADZT na každé části zvlášť a lépe tak zkoumat jednotlivé vlastnosti transformace. První část tohoto signálu je složena, stejně jako u předchozího signálu, ze dvou harmonických složek, které reprezentují stacionární signál. Lze na ni analyzovat frekvenční rozlišení jednotlivých transformací. V druhé oblasti signálu je pouze jednotkový puls, který představuje silnou nestacionaritu v časové oblasti, kterou se testuje časové rozlišení. Poslední část testovacího signálu je tvořena Gaussovým pulsem a slouží pro testování nestacionarity ve frekvenční oblasti.

3.2 Kvalitativní kritérium

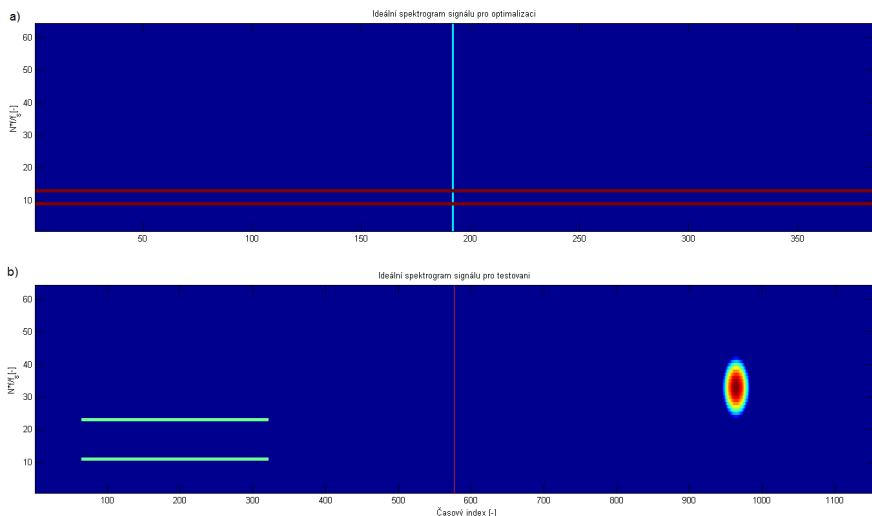
Jako vizuální kvalitativní kritérium pro analyzování výstupů jednotlivých transformací je použit spektrogram a zologram zobrazující jednotlivé spektrální složky DFT, respektive ADZT v časové a frekvenční oblasti. Toto zobrazení je zvoleno kvůli jeho rozšířenosti při spektrální analýze signálů a pro svou názornost. Všechny uvedené spektrogramy a zologramy zobrazují pouze jednu polovinu spektra, protože jsou vytvořeny analýzou reálných signálů, jejichž spektra jsou symetrická.

3.3 Kvantitativní kritérium

Jako kvantitativní kritérium pro porovnávání výstupů jednotlivých transformací byla použita spektrální vzdálenost, která kvantifikuje odlišnost dvou spekter a je počítána podle vztahu

$$D_{LS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} \left(10 \log_{10} \frac{S(l)}{S_I(l)} \right)^2}, \quad (1)$$

kde $S(l)$ je spektrum signálu vypočítané analyzovanou (testovanou) transformací a $S_I(l)$ představuje ideální spektrum, které je odvozeno pro signály uvedené v kapitole 3.1. Jednotlivá ideální spektra jsou zobrazena na Obr.1. Tato spektra jsou ideální pouze z pohledu DFT spektra, protože obsahují jen informace o globálních vlastnostech signálu. Ve skutečnosti by ideální spektra z pohledu ADZT měla obsahovat kromě informace o globálních vlastnostech i informaci o lokálních vlastnostech téhož signálu. Tato úprava nebyla provedena, i když ovlivňuje výslednou hodnotu D_{LS} . Důvodem je, že za ideální spektrum je považováno spektrum získané Fourierovou transformací.



Obrázek 1: Ideální spektra signálu pro výběr optimálních parametrů ADZT (a) a testování jejich vlastností (b).

4 VÝSLEDKY

4.1 Popis chování ADZT

Byly navrženy postupy, kritéria a příklady pro systematickou analýzu chování ADZT, které jsou shrnuty v následujícím výčtu. Body tohoto výčtu odpovídají jednotlivým podkapitolám uvedených v kapitole popisující chování ADZT v disertační práci.

- Popis chování algoritmu na dvou spektrálních složkách.
- Potlačení spektrálního prosakování.
- Detekce okamžité obálky.
- Vliv velikosti šířky pásma.
- Poloha pulsu v segmentu.
- Mapování průchodů algoritmem ADZT.
- Analýza signálů se změnou frekvence a fáze.
- Analýza signálu se změnou amplitudy.
- Analýza signálu se šumem.
- Citlivost ADZT na úpravy \mathbf{Z} matice.
- Ilustrace výpočetní náročnosti algoritmu.

Výsledky ukazují, že chování ADZT odpovídá chování DFT pouze v případě, že nestacionarita signálu je umístěna přesně ve středu segmentu. V ostatních pozicích se spektrum ADZT liší od spektra DFT, neboť dochází k potlačení spektrálního prosakování. Tato vlastnost vede ke schopnosti ADZT poskytovat současně informaci o globálních vlastnostech signálu i jeho lokálních vlastnostech. Například součet dvou harmonických funkcí se v STDFT spektrogramu projeví jako dvě "čáry" bez jakékoliv informace o vzniklých záznejích v časovém průběhu signálu. STADZT svou schopností mazat spektrální složky umožňuje přibližně lokalizovat uzly a těchto záznejů, čímž poskytuje přibližnou představu o průběhu okamžité obálky signálu.

Dále lze z výsledků jednotlivých kapitol říci, že ADZT je vhodná k analýze nestacionárních signálů, signálů se změnou amplitudy, frekvence a fáze. Za

určitých podmínek je vhodná i k analýze signálů v šumu, kdy tyto analyzované signály nesmí být ortogonální k bázi ADZT. Na druhou stranu ADZT není příliš vhodná k analýze širokopásmových signálů a to z důvodu, že ADZT se k těmto signálům chová, jako by se jednalo o signály obsahující spektrální prosakování, a proto ADZT spektrum tohoto typu signálu "promazává".

Byl též navržen nástroj pro určování počtu průchodů algoritmem ADZT umožňující vyhodnocení závislosti četnosti průchodu větvemi algoritmu na charakteru signálu, což může být využito jako další nástroj pro analýzu signálů.

Ilustrace vybraných výsledků popisu chování ADZT je uvedena na Obr.2 a Obr.3.

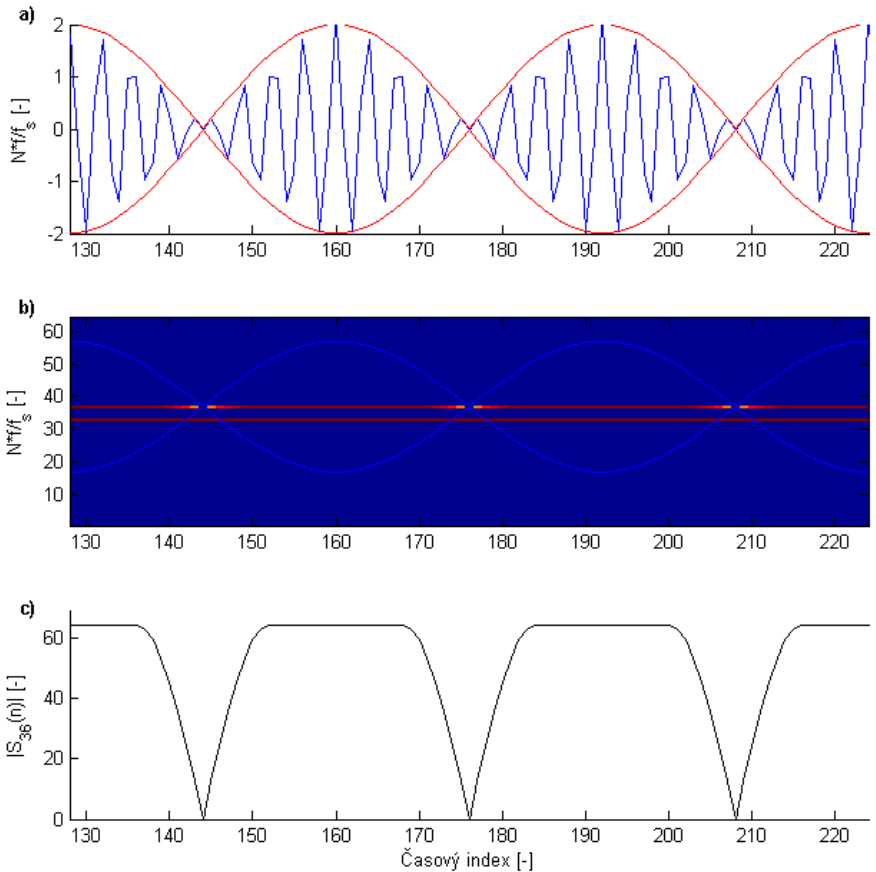
4.2 Optimalizace parametrů ADZT

Správná volba parametrů má velký vliv na časově-frekvenční rozlišení transformace a to jak krátkodobé DFT, tak i krátkodobé ADZT. Mezi tyto parametry se především řadí tvar okna použitého pro segmentaci signálu, délka tohoto okna, krok segmentace a v neposlední řadě i interpolace spektra pomocí doplnění nul. Volba vlivu těchto parametrů byla diskutována v této části práce, kde je ukázán jejich vliv na výsledný zologram analyzovaného signálu v porovnání se spektrogramem. Jako hlavní kritérium hodnocení vlivu parametrů na výsledné spektrum analyzovaného signálu bylo použito kritérium využívající velikost spektrální vzdálenosti LSD od ideálního spektra analyzovaného signálu, které je počítáno přes všechny segmenty analyzovaného signálu podle následujícího vztahu.

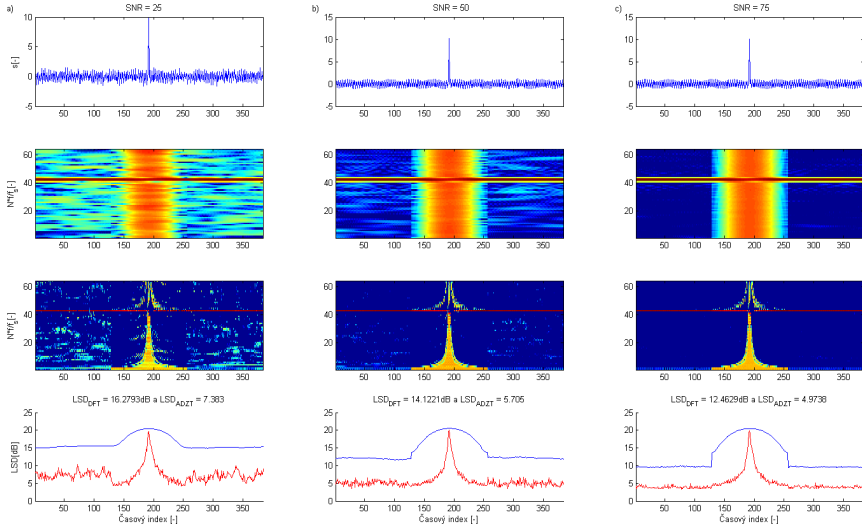
$$LSD = \frac{1}{C} \sum_{c=1}^C D_{LS}(S_c, I_c), \quad (2)$$

kde C je počet segmentů tvořící analyzovaný zologram nebo spektrogram, S_c (případně též S_{Z_c}) je aktuální spektrum segmentu c a I_c je spektrum ideálního spektrogramu signálu. Jako orientační kritérium pro výběr optimálních parametrů bylo zvoleno vizuální kritérium pomocí výše zmíněného zologramu v porovnání se spektrogramem stejného signálu. Analyzovaný signál je použit signál popsany v kapitole 3.

Diskutovanými parametry byly tvar a délka okna, velikost překrytí jednotlivých oken segmentace a interpolace signálu ve spektru doplněním nul do analyzovaného signálu (segmentu). Výsledky STADZT byly porovnávány s STDFT, protože ADZT pro určení optimálních parametrů využívá DFT



Obrázek 2: Detekce okamžité obálky signálu. a) Průběh signálu složeného ze dvou harmonických složek s jednotkovou amplitudou a frekvencí $f_1 = 32f_s/N$ a $f_2 = 36f_s/N$ s vyznačenou okamžitou obálkou, b) Zolotarevův spektrogram (zologram) vytvořený pomocí STADZT obdélníkovým oknem délky 128 vzorků s krokem segmentace jeden vzorek, (c) Průběh jedné spektrální složky zologramu odpovídající frekvenci f_2 . Jak je ze zologramu a průběhu spektrální složky patrné, tak ADZT je schopna částečně poskytovat informace o okamžité obálce analyzovaného signálu a to pomocí periodické změny velikosti spektrální složky odpovídající nejvyšší frekvenci harmonické složky signálu. Přesněji řečeno z tohoto průběhu je možné určit polohu uzlů a částečně i kmiten analyzovaného signálu.



Obrázek 3: Detekce signálu v šumu. První řádek zobrazuje časový průběh analyzovaného signálu složeného z jedné harmonické složky s jednotkovou amplitudou a frekvencí $f_1 = 41.5f_s/N$, jednotkového impulsu o velikosti 10 a bílého šumu s různým poměrem $\text{SNR} = 25\text{dB}$, 50dB a 75dB . Spektrální analýza byla provedena pro každý poměr signálu a šumu zvlášť (viz jednotlivé sloupce obrázku). Uvedené spektrogramy (druhý řádek obrázku) byly vytvořeny pomocí Hammingova okna délky 128 vzorků s krokem segmentace 1 vzorek a zologramy (třetí řádek obrázku) byly vytvořeny se stejnými parametry jen s tím rozdílem, že bylo použito obdélníkové okno. Na posledním řádku je zobrazena logaritmická spektrální vzdálenost (LSD) výsledných spekter od ideálního spektra analyzovaného signálu bez šumu. Z těchto výsledků je patrné, že ADZT je schopna díky své adaptivní bázi účinně potlačovat krom spektrálního prosakování i šum s rovnoměrným rozložením energie ve spektru.

spektrum signálu. Vhodné nastavení těchto parametrů je pro STDFT velmi důležité, a proto musí být zvolen přijatelný kompromis mezi frekvenčním a časovým rozlišením transformace. Výsledky této části práce postupně potvrdily všechny stanovené hypotézy **H4a**, **H4b** a **H4c** a je z nich zřejmé, že u STADZT není nastavení některých parametrů až tak kritické, protože ADZT je signálově závislá transformace. To znamená, že ADZT se snaží najít vhodné parametry báze podle aktuálně analyzovaného signálu.

Nejlepší frekvenčně-časové rozlišení STADZT lze získat pro obdélníkové okno délky 1024 vzorků segmentující signál s krokem 1 vzorkem a doplněným nulami na jeden a půl násobek své délky. Při tomto nastavení je STADZT schopna efektivně potlačovat spektrální prosakování, určit frekvenční složky signálu a zároveň určit náhlé změny signálu v časové oblasti představující nestacionaritu signálu. Volba délky okna vznikla jako kompromis mezi rostoucí kvalitou zologramu pro jeho rostoucí délku a exponenciálním růstem výpočetní náročnosti ADZT.

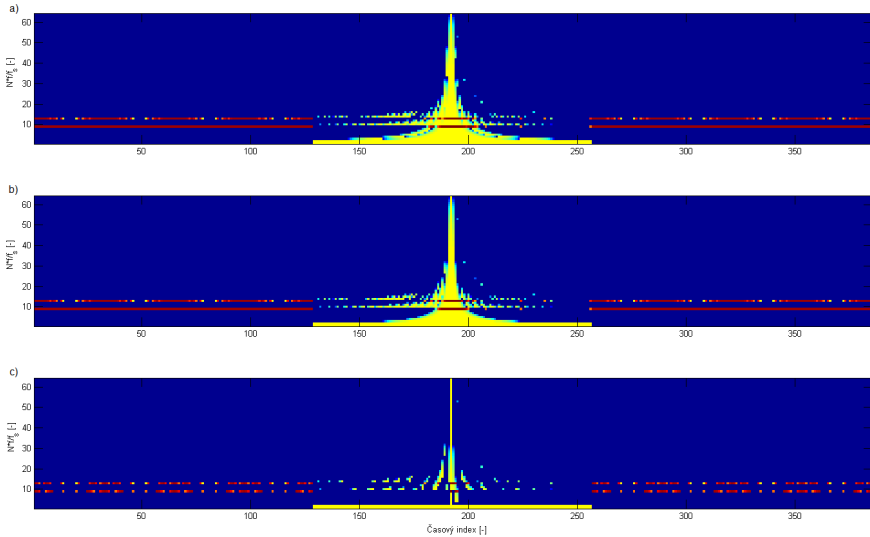
4.3 Modifikace ADZT

Důvodem pro hledání ADZT modifikací je na prvním místě snaha najít algoritmus, který bude méně výpočetně náročný než je navržený algoritmus i přesto, že bude poskytovat horší výsledky. Jedním z dalších důvodů úpravy algoritmu je získání takové úpravy algoritmu, aby bylo dosaženo konstantního časového rozlišení pro všechny spektrální složky a tím zlepšení výsledků detekce nestacionarity v zologramu.

Ke snížení počtu operací a tím i ke snížení výpočetní náročnosti výpočtu Zolotarevova spektra pomocí ADZT bylo dosaženo fixací šířky pásma bázevých funkcí. Tímto omezením však dochází i ke zhoršení časově-frekvenčního rozlišení, jenž se projeví na zhoršené schopnosti ADZT lokalizovat časové změny signálu a rovněž tak i na postupné ztrátě informace o okamžité obálce analyzovaného signálu.

Modifikace vedoucí ke zlepšení časového rozlišení ADZT pro nižší spektrální složky využívají symetričnosti a periodičnosti fourierovského spektra reálných signálů. Díky tomu lze prodloužit interval pro stanovení šířky pásma bázevých polynomů m a to z intervalu $\langle 0, l \rangle$ na interval $\langle 0, l - 1 \rangle$ pro symetrickou modifikaci ADZT a v případě periodické modifikace ADZT na interval $m \in \langle 0, N - 1 \rangle$, kde l je index aktuálně analyzované spektrální složky a N je počet vzorků ADZT. Touto modifikací je dosaženo zlepšení časové lokalizace nestacionarity, jak patrné z odpovídajících zologramů na Obr.4. Na druhou stranu prodloužením intervalu hledání optimální šířky pásma m se

zvyšuje výpočetní náročnost algoritmu.



Obrázek 4: Porovnání zologramů vytvořených pomocí obdélníkového okna délky 128 a krokem segmentace o 1 vzorek a využitím: a) Původní ADZT, b) navržené modifikace ADZT založené na symetričnosti spektra (ADZTS) a c) navržené modifikace ADZT vycházející z periodičnosti spektra (ADZTP).

4.4 Porovnání spektrálních metod

Následující část práce se zabývá porovnáním vybraných spektrálních metod, mezi které patří DFT a spektrální metody založené na DFT jako je MESP a ADZT společně s její modifikovanou verzí ADZTP. Srovnání jednotlivých metod je provedeno na spektrech signálu, kde je ukázána základní vlastnost ADZT, což je potlačení prosakování. Dále jsou porovnány spektrogramy generované jednotlivými transformacemi, na kterých je ukázána možnost časové lokalizace nestacionarity signálu a detekce jednotlivých harmonických složek. Jako kritérium pro porovnání spektrálních metod je zvolena průměrná hodnota logaritmické spektrální vzdálenosti, která je spočítána ze spektrogramů a zologramů analyzovaného signálu. Pro bližší pochopení některých hodnot je spektrální vzdálenost vynesena do grafu, kde je zobrazen její časový vývoj. Vzhledem k tomu, že jsou spektra signálu symetrická, obsahují všechny prezentované spektrogramy jen jednu polovinu jejich spektra.

Z podrobného porovnání STADZT, STDFT a MESP je zřejmé, že ADZT dosahuje přesnějších výsledků, jenž je doloženo průběhy logaritmické spektrální vzdálenosti. Z porovnání modifikovaných metod STDFT nejlépe vychází modifikace využívající periodicity spektra STADZTP, jak je možné pozorovat na uvedených zologramech a průbězích logaritmické spektrální vzdálenosti. Pro ilustraci vlastností a schopností spektrálních metod uvedených v rešerši této práce jsou tyto vybrané metody použity k analýze testovacího signálu a dvou reálných signálů. Na Obr.5 jsou zobrazeny výsledky spektrální analýzy řečového signálu.

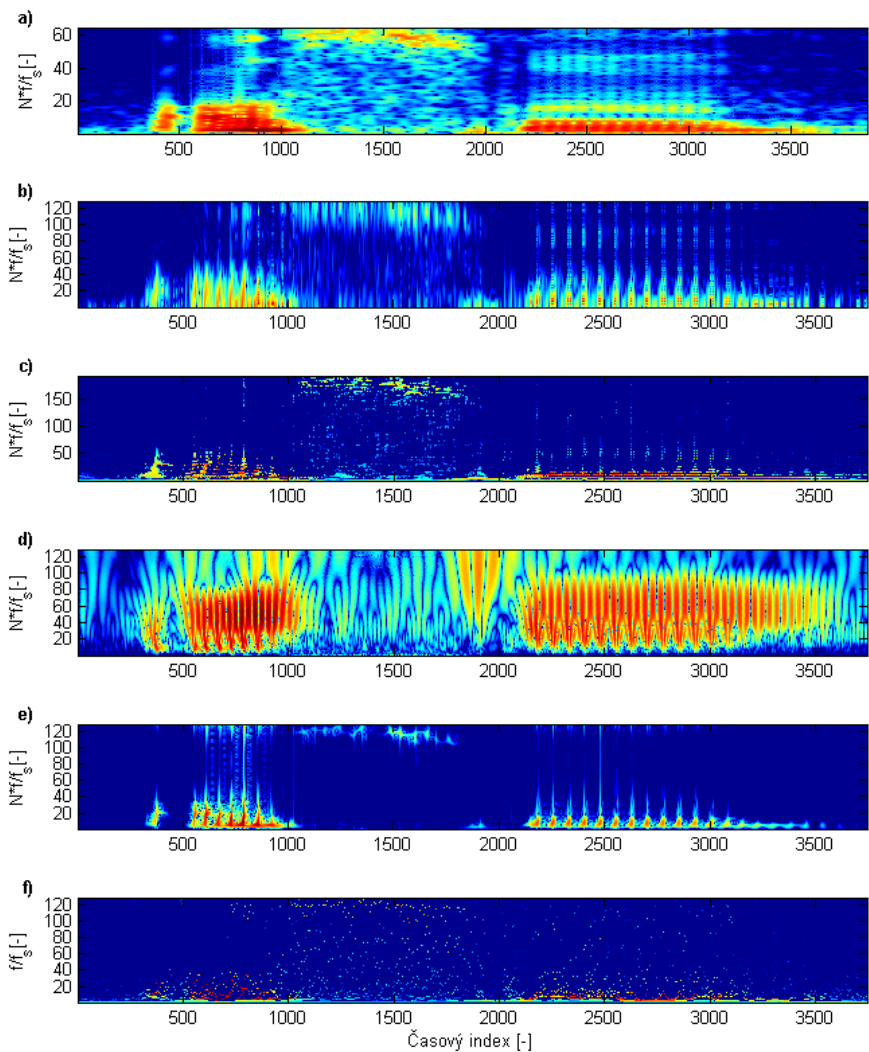
4.5 Ověření výpočtu DZT v čase

Účelem této kapitoly týkající se ověření výpočtu DZT spektra je prokázat, že DZT spektrum se dá počítat stejně jako DFT spektrum a to pomocí skalárního součinu bázových polynomů s analyzovaným signálem, což nebylo prozatím nikde provedeno, podle vztahu

$$S_Z[\ell] = \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} x[n] \text{zexp}(-i2\pi\ell nT_s), \quad \ell = \frac{-N}{2}, \dots, -1, 0, 1, \dots, \frac{N}{2}, \quad (3)$$

kde S_Z označuje Zolotarevovo spektrum, $\text{zexp}(-i2\pi\ell nT_s)$ představuje bázový polynom DZT tvořený Zolotarevovými polynomy (ZP) ℓ -tého řádu. Vzhledem k tomu, že výpočet ZP prvního a druhého druhu s optimálními parametry tvořící tuto bázi není možné pro neexistenci stěžejních vlastností Zolotarevových řad realizovat (např. problém s ortogonalitou ZP v celém rozsahu definičních hodnot $\langle -1, 1 \rangle$). Bylo proto nutné navrhnout vhodný postup jak stanovit tyto optimální parametry DZT báze (potažmo parametry ZP jeho řád ℓ a šířku pásma w_p).

Navržený postup využívá k tomuto účelu ADZT algoritmus určující optimální šířku pásma m a normovaný index nestacionarity k_0 analyzující báze ADZT tvořenou neaproximovanými ZP. Postupnou analýzou bylo zjištěno, že šířka pásma m získaná během výpočtu ADZT spektra přímo odpovídá řádu ZP ℓ hledané analyzující DZT báze a její hodnota je ADZT algoritmem určena optimálně pro dosažení nejlepší časové lokalizace. Na základě provedených analýz a experimentů bylo možné předpokládat vztah mezi normovaným indexem nestacionarity ADZT k_0 a šířkou středového laloku ZP w_p tvořící DZT analyzující bázi, který nebyl prozatím matematicky odvozen. Důvodem je to, že nejsou úplně odvozeny vztahy, které popisují, jak se chovají ZP v celém intervalu $\langle -1, 1 \rangle$. Proto bylo nutné parametry ZP empiricky

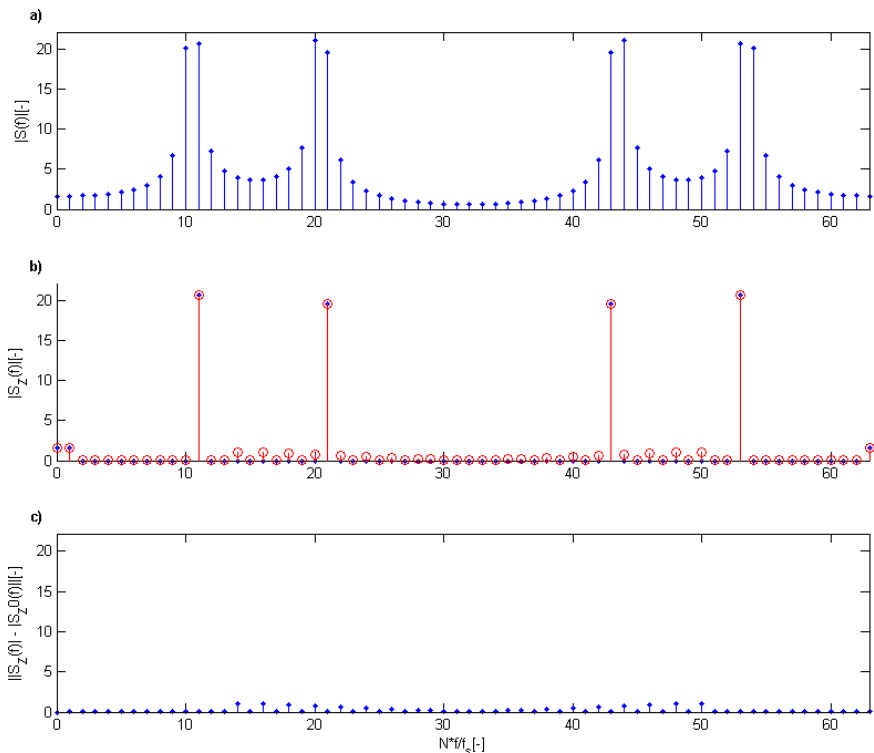


Obrázek 5: Porovnání výsledků spektrální analýzy testovacího signálu: a) STDFT - Hammingovo okno délky 128 s krokem segmentace 1 vzorek; b) MESP - Hammingovým okno s adaptivní délkou okna v rozmezí 16 - 256 vzorků s krokem segmentace 1 vzorek; c) STADZT obdélkové okno délky 256 a symetricky doplněném o 64 vzorků s krokem segmentace 1 vzorek; d) CWT - Coifletovo okno délky 128 vzorků; e) CWD - obdélkové okno délky 128 vzorků; f) HHT.

určit pomocí korelace mezi bázovými funkcemi ADZT tvořenými aproximovanými ZP, které byly optimálně nastaveny během výpočtu ADZT spektra a hledanými ZP.

Z korelační analýzy, během které je určena analyzující báze DZT, a porovnáním normovaného indexů nestacionarity k_0 a šířky středového laloku w_p lze konstatovat, že nalezené hodnoty w_p kopírují trend hodnot k_0 , respektive že hodnota normovaného indexu nestacionarity ADZT k_0 je rovna hodnotě w_p pro ZP prvního druhu. Analogický vztah pro ZP druhého druhu, není tak "přímočarý" a to z důvodu použití Jacobiho eliptických integrálů při určování w_p , w_s a w_m , a proto i jejich dynamika/chování není lineární.

Z porovnání Zolotarevova spektra vypočteného pomocí ADZT a DZT v časové oblasti, které je ilustrováno na Obr.6b, lze konstatovat, že DZT (červený průběh) vykazuje velmi podobné vlastnosti a chování jako ADZT (modrý průběh). Při optimálním nastavení analyzující báze se budou výsledky DZT stále více přibližovat k výsledkům ADZT. Toto potvrzení výpočtu DZT v časové oblasti bude využito v navazující disertační práci zabývající se návrhem optimálního nastavení parametrů ZP polynomů v časové oblasti.



Obrázek 6: Ověření výpočtu DZT spektra pomocí skalárního součinu analyzovaného signálu s bázovými polynomy DZT. Analyzovaný signál je složen ze dvou sinusových signálů délky $N = 32$ s frekvencí $f_1 = 10.5f_s/N$ a $f_2 = 20.5f_s/N$: Jednotlivé obrázky zobrazují DFT spektrum analyzovaného signálu (a), Zolotarevovo spektrum vypočtené pomocí ADZT (b - modrý průběh), Zolotarevovo spektrum vypočtené pomocí skalárního součinu signálu a neaproximovaných ZP tvořící bázi DZT (b - červený) a rozdíl absolutních hodnot Zolotarevových spekter.

5 ZÁVĚR

Hlavním cílem této práce byl systematický popis vlastností nové časově-frekvenční transformace založené na symetrických Zolotarevových polynomech prvního a druhého druhu, kterou je ADZT. Tato transformace byla navržena během doktorského studia Radimem Špetíkem a uvedena v jeho disertační práci, na kterou tato práce navazuje a doplňuje ji o doposud nikde nepublikovaný komplexní popis této transformace, jejího výpočtu a chování na vybraných typech signálů obsahující stacionární i nestacionární části. V práci je dále diskutováno optimální nastavení parametrů STADZT za pomoci logaritmické spektrální vzdálenosti Zolotarevova spektra od ideálního spektra analyzovaného signálu. Během práce byla rovněž ADZT a její krátkodobá verze STADZT porovnávána s vybranými spektrální metodami a na základě těchto výsledků byly navrženy modifikace ADZT algoritmu vedoucí ke snížení počtu operací nebo k dosažení konstantního časového rozlišení. K analýze chování ADZT byly využity nově navržené nástroje kterými jsou mapa průchodů algoritmem a sledování euklidovské normy matice \mathbf{Z} . V neposlední řadě je v práci ověřen princip výpočtu DZT, který využívá skalárního součinu signálu s bázovými funkcemi tvořenými neaproximovanými Zolotarevovými polynomy prvního a druhého druhu.

5.1 Splnění cílů práce

Jednotlivé cíle práce stanovené v kapitole 2 byly postupně splněny. Pomocí vhodně navržených postupů, kritérií a příkladů byly zevrubně analyzovány vlastnosti ADZT a popsáno její chování na typických příkladech. Byl též diskutován vliv nastavení parametrů ADZT a STADZT a byly rovněž navrženy optimální hodnoty těchto parametrů. Na základě porovnání výsledků STADZT s vybranými spektrálními metodami byly navrženy modifikace ADZT s ohledem na zlepšení jejích vlastností a výpočetní náročnost. Dále byl ověřen výpočet DZT v časové oblasti pomocí skalárního součinu bázových polynomů a signálu. Stále otevřenou otázkou nicméně zůstává stanovení optimálních parametrů ZP bez použití ADZT.

Všechny hypotézy stanovené na počátku výzkumu byly buď verifikovány nebo upřesněny, jak je uvedeno v následující tabulce Tab.1.

Z provedené analýzy chování ADZT byly určeny typy signálů, které mohou být analyzovány pomocí ADZT a její krátkodobou verzí a zároveň i typy signálů, které nejsou příliš vhodné. Mezi vhodné signály patří:

Tabulka 1: Přehled ověření, zpřesnění a vyvrácení stanovených hypotéz.

Hypotéza	Ověřeno	Upřesněno	Vyvráceno
H1	✓		
H2		✓	
H3	✓		
H4a:	✓		
H4b:	✓		
H4c:	✓		
H5			✓
H6	✓		

- směs harmonických signálů, která je ortogonální na bázi ADZT (neobsahuje spektrální prosakování)
- směs harmonických signálů, která není ortogonální na bázi ADZT (obsahuje spektrální prosakování)
- signály obsahující sinusové nestacionární signály s postupně i náhle měnícími parametry (amplituda, frekvence a fáze)
- směs stacionárních a nestacionárních signálů (Model **M1**, **M2**, **M4** a **M5**)
- signály (sinusový signál, jednotkový impuls) obsahující bílý šum (Model **M3**)

Mezi nevhodné signály patří:

- komplexní exponenciála (Model **M1**), popř. širokopásmové signály

5.2 Vlastní přínos práce

Vlastní přínos této práce lze spatřovat v systematické analýze ADZT vedoucí jednak k vymezení jejího použití a jednak k modifikacím. Dalšími částečnými přínosy je ověření, že "mazání" složek ve spektru není důsledkem navrženého algoritmu pro výpočet ADZT, ale vlastností DZT a ověření výpočtu DZT pomocí konvoluce signálu s bázovými vektory určenými ZP.

Jednotlivé položky formující přínos této práce na poli spektrální analýzy využívající symetrické Zolotarevovy polynomy prvního a druhého druhu jsou sepsány v následujících bodech:

- v úvodní části bylo uvedeno alternativní odvození ADZT pomocí minimalizace chyby aproximace signálu
- práce obsahuje poprvé úplný popis výpočtu optimální parametrů báзовých funkcí ADZT potřebných k sestavení báze a výpočtu ADZT spektra
- s pomocí popisu sestavení \mathbf{Z} matice je odůvodněna nevhodnost ADZT ke ztrátové kompresi dat
- v rámci popisu báзовých polynomů ADZT byl popsán přechod od neaproximovaných Zolotarevových polynomů k jejich aproximovaným verzím
- k analýze chování ADZT byla navržen nový nástroj zobrazující způsob výpočtu do map. Byl navržen numericky vhodný postup vytváření map průchodů.
- jako dalším novým nástrojem pro spektrální analýzu signálu se ukazuje vhodná euklidovská norma matice \mathbf{Z} , která zároveň slouží k porovnávání podobnosti ADZT a DFT
- bylo popsáno chování ADZT na modelových případech spektra obsahující pouze dvě spektrální složky bez prosakování a spektrální složky odpovídající prosakování. Popis chování na modelových případech spektra lze využít při analýze chování signálů se složitějším spektrálním obrazem.
- analýzou pulsování energie jednotlivých spektrálních složek Zolotarevova spektra bylo zjištěno, že toto pulsování přibližně reflektuje okamžitou obálku analyzovaného signálu, respektive její uzly a kmitny
- byl podrobně popsán postup, který umožní vysvětlit chování ADZT i bez teorie Zolotarevových polynomů, mezi šířkou pásma a časovou/frekvenční selektivitou ADZT
- bylo popsáno chování ADZT při spektrální analýze signálu s postupnou či náhlou změnou parametrů jako je frekvence, fáze nebo amplituda
- byla diskutována vhodnost a nevhodnost použití ADZT pro detekci signálů v šumu a její použití pro odstranění šumu ze signálu
- byla porovnána výpočetní náročnosti ADZT a DFT

- pro určení optimálního nastavení parametrů STADZT bylo použito kritérium hodnotící logaritmickou spektrální vzdálenost Zolotarevova spektra od ideálního spektra analyzovaného signálu
- bylo navrženo optimálních parametrů STADZT po spektrální analýzu signálu
- ke snížení počtu operací a tím ke snížení celkové výpočetní náročnosti ADZT byla navržena modifikace výpočtu ADZT využívající fixaci šířky pásma bázových polynomů
- pro získání konstantního časového rozlišení ADZT byla navržena postupně modifikace ADZT algoritmu využívající symetričnosti a periodicity spektra reálných signálů
- bylo provedeno porovnání STADZT s vybranými spektrálními metodami a to jak na umělých signálech obsahující stacionární a nestacionární části, tak i byla provedena ilustrace chování na reálných signálech reprezentovaných ekg a rečí
- ověřením principu výpočtu DZT byla připravena půda pro navazující disertační práci zabývající se návrhem optimálních parametrů DZT. Byl navržen postup sestavení báze DZT využívající neaproximované Zolotarevovy polynomy a parametry šířky pásma m a normovaného indexu nestacionarity k_0 získanými ADZT.
- též byl diskutován doposud neznámý vztah mezi bázovými polynomy DZT a ADZT

Seznam v tezíh použité literatury

- [1] R. ŠPETÍK, The Discrete Zolotarev Transform Czech Technical University in Prague, Faculty of Electrical Engineering, Prague, February 2009.
- [2] V. ČÍŽEK, *Diskrétní Fourierova transformace a její použití*, SNTL - Nakladatelství technické literatury, Praha, 1981.
- [3] S. C. PEI, M. H. YEH, AND C. C. TSENG, *Discrete Fractional Fourier Transform Based on Orthogonal Projections*, IEEE Transactions On Signal Processing, Vol. 47, No. 5, May 1999
- [4] A. LUKIN, AND J. TODD, *Adaptive Time-Frequency Resolution for Analysis and Processing of Audio*, Audio Engineering Society 120th Convention, Paris, May 2006.
- [5] D. RUDOY, P. BASU, T. F. QUATIERI, B. DUNN, AND P. J. WOLFE, *Adaptive short-time analysis-synthesis for speech enhancement*, IEEE International Conference ICASPP, Las Vegas, 2008, pp. 4905 - 4908, ISBN: 978-1-4244-1483-3.
- [6] V. KATKOVNIK, AND L. STANKOVIC, *Instantaneous Frequency Estimation Using the Wigner Distribution with Varying and Data-Driven Window Length*, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 46, no. 9, September 1998, pp. 2315-2325
- [7] R. J. E. MERRY, *Wavelet Theory and Applications - A literature study*, Eindhoven University of Technology, Department of Mechanical Engineering, Eindhoven, June, 2005.
- [8] L. DEBNATH, *Recent development in the Wigner-Ville distribution and time-frequency signal analysis*, PINSA, 68, A, No. 1, pp. 35-56, January 2002.
- [9] N. E. HUANG, AND Z. SHEN, *Hilbert-Huang Transform and Its Applications*, World Scientific Publishing Co., Londo, 2005, ISSB: 981-256-376-8.
- [10] P. STOICA, AND R. L. MOSES, *Introduction to Spectral Analysis*, Prentice Hall, New Jersey, 1997, ISSB: 978-0-132-58419-7.
- [11] B. G. QUINN AND E. J. HANNAN, *The Estimation and Tracking of Frequency*, Cambridge University Press, New York, 2001, ISSB: 978-1-107-41285-9.
- [12] S. HAYKIN, *Nonlinear Methods of Spectral Analysis*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 1979, ISSB: 978-3-540-12386-6.
- [13] C. L. NIKIAS AND A. P. PETROPULU, *Nonlinear Methods of Spectral Analysis*, PTR Prentice Hall, New Jersey, 1993, ISSB: 978-0-136-78210-0.

Seznam prací disertanta vztahujících se k disertaci

Není-li uvedeno jinak, jsou podíly spoluautorů považovány za shodné.

Publikace v recenzovaných časopisech

- [A1] V. TUROŇ, *A study of parameters setting of the STADZT*, Acta Polytechnica. 2012, vol.52, no.5, p.106-111. ISSN: 1210-2709
- [A2] V. TUROŇ, J. JANÍK, R. ŠPETÍK, P. SOVKA, AND M. VLČEK, *Porovnání dvou spektrálních metod pro analýzu akustických signálů*, Akustické listy. 2011, roč.17, č.4, s.26-30. ISSN: 1212-4702

Ostatní publikace

- [A3] V. TUROŇ, P. SOVKA, AND M. VLČEK, *Comparison of selected methods for spectral analysis of non-stationary signals.*, In 2012 International Conference on Applied Electronics. Pilsen: University of West Bohemia, 2012, p. 317-321. ISSN: 1803-7232. ISBN: 978-80-234-0038-6.
- [A4] V. TUROŇ, J. JANÍK, R. ŠPETÍK, P. SOVKA, AND M. VLČEK, *Study of ADZT properties for spectral analysis*, WSEAS - ISCGAV '11, Florence, August 2011
- [A5] J. JANÍK, V. TUROŇ, R. ŠPETÍK, P. SOVKA, AND M. VLČEK, *A way to a new multi-spectral transform*, WSEAS - ISCGAV '11, Florence, August 2011
- [A6] V. TUROŇ, *A study of parameters setting of the STAZT*, In POSTER 2012 - 16th International Student Conference on Electrical Engineering, Praha: Czech Technical University in Prague, 2012, p. 1-6, ISBN: 978-80-01-05043-9.
- [A7] V. TUROŇ, R. ŠPETÍK, P. SOVKA, AND M. VLČEK, *The Zolotarev transform*, Digital Technologies 2010, Zilina, November 2010, ISBN: 978-80-554-0304-5
- [A8] V. TUROŇ, R. ŠPETÍK, P. SOVKA, AND M. VLČEK, *The Zolotarev transform and selected application*, Technical Computing Bratislava 2010, Bratislava, October 2010, ISBN: 978-80-970519-0-7
- [A9] V. TUROŇ, P. SOVKA, AND M. VLČEK, *Vybrané adaptivní metody pro spektrální analýzu signálů*, In LETNÍ DOKTORANDSKÉ DNY 2012. Praha, 2012, s.20-23. ISBN: 978-80-01-05050-7.

- [A10] V. TUROŇ, R. ŠPETÍK, P. SOVKA, AND M. VLČEK, *Zolotarevova transformace a spektrální analýza*, Analýza a zpracování řečových a biologických signálů - sborník prací 2010, Praha, December 2010, ISBN: 978-80-01-04680-7
- [A11] V. TUROŇ, *Proposal thesis*, Czech Technical University in Prague, Prague, 2011.
- [A12] V. TUROŇ, R. ŠPETÍK, P. SOVKA, AND M. VLČEK, *Aproximovaná diskrétní Zolotarevova transformace*, Interní vědecká zpráva Z-1/2011, České vysoké učení technické v Praze, Praha, Srpen 2011

Výzkumné projekty a granty

- [A13] Řešitel interního grantu ČVUT SGS10/181/OHK3/2T/13, *Spektrální vlastnosti Zolotarevovy transformace*, 2010-2011
- [A14] Člen řešitelského týmu grantu GAČR P102/11/1795, *Nové selektivní transformace pro číslicové zpracování nestacionárních signálů*, 2011-2013

K uvedeným pracím dosud nejsou zaznamenány žádné ohlasy uvedené v databázích. Byly zaznamenány pouze neformální žádosti o zaslání transformace.

Příspěvek [A6] byl na *Mezinárodní studentské konferenci POSTER 2012* vybrán porotou jako kvalitní a byl jsem vyzván k jeho publikaci v článku.

SUMMARY

The doctoral thesis deals with a new time-frequency transformation based on approximated discrete Zolotarev polynomials (ADZT). Its basis consists of approximated symmetrical Zolotarev polynomials of the first and the second order. Due the characteristics of these polynomials ADZT achieves a good time and frequency selectivity and it results into the good time localization of non-stationarity parts of the analysed signal without any changes in a frequency resolution. This transform was designed for the purpose of Zolotarev spectra calculation in a doctoral thesis written by Radim Špetík. In that thesis the Zolotarev series was also derived and discrete Zolotarev transform (DZT) was introduced but it has not been implemented yet.

The proposed doctoral thesis goes on Radim Špetík's thesis and it adds a missing description of ADZT, systematical analysis of its properties by using the selected types of signals and verifies the calculation of Zolotarev spectra by the inner product of signal and functions of analysing DZT basis which is composed of symmetrical Zolotarev polynomials. The new relation between approximated and non approximated symmetrical Zolotarev polynomials is found by this verification and it is used for the method of DZT basis creation.

The main part of this thesis is focused on description of ADZZ behaviour. The several conveniently methods are designed. By using of selected signals the typical properties of ADZT behaviour are described such as the capability of ADZT to efficiently suppress spectral leakage or pulsing of spectral component energy. The thesis also discuss the optimal choice of ADZT parameters including the type and the length of segmentation window, the step of segmentation and the number of leading and trailing zeros added into the signal segment. Based on the proceed analysis the modifications of ADZT are proposed. The first modification decreases the number of operation of Zolotarev spectra calculation which leads to the lower complexity. The second modification improves the time localization of non-stationary parts of analysed signal.

The last but not least the comparison of spectral analysis by short-time ADZT to common used spectral methods is done. For this purpose the synthetic signal including the stationary and non-stationary parts is used. The comparison is also illustrated for the real signal such as speech or EKG.

RESUMÉ

Hlavním tématem této práce je nová časově-frekvenční transformace, kterou je aproximovaná diskrétní Zolotarevova transformace (ADZT), jejíž báze je tvořena aproximovanými symetrickými Zolotarevovy polynomy prvního a druhého druhu. Díky těmto polynomům dosahuje ADZT vysoké časové a frekvenční selektivity, jenž vede na velmi dobrou časovou lokalizaci nestacionarity analyzovaného signálu při zachování dobrého frekvenčního rozlišení. Tato transformace byla odvozena pro výpočet Zolotarevova spektra v rámci disertační práce Radima Špetíka, ve které byly rovněž odvozeny Zolotarevovy řady a teoreticky popsána diskrétní Zolotarevova transformace (DZT), nicméně její implementace nebyla provedena.

Tato práce navazuje na disertační práci Radima Špetíka a doplňuje jí jednak o chybějící popis ADZT, systematickou analýzu vlastností ADZT pomocí vybraných tříd signálů a ověření výpočtu Zolotarevova spektra pomocí skalárního součinu analyzovaného signálu a analyzujících bazových funkcí DZT tvořenou neaproximovanými symetrickými Zolotarevovými polynomy. Tímto ověřením je nalezen vztah mezi aproximovanými a neaproximovanými symetrickými Zolotarevovými polynomy, jenž je využit pro navržení postupu sestavení báze DZT.

Důraz je rovněž kladen na systematický popis chování ADZT. K tomuto účelu jsou použity vhodně zvolené postupy a signály umožňující názorné ilustrování typických vlastností popisovaného chování ADZT, jako je například potlačování spektrálního prosakování nebo popis pulsování energie spektrálních složek. V práci je rovněž diskutována optimální volba parametrů ADZT zahrnující volbu typu a délky okna segmentace, krok segmentace a počtu nul doplněných do segmentu vybraného signálu. Na základě provedených analýz jsou navrženy v práci modifikace ADZT vedoucí ke snížení počtu operací a tím ke snížení celkové výpočetní náročnosti ADZT, tak i modifikace, jenž vedou ke zlepšení časové přesnosti nižších spektrálních složkách analyzovaného signálu.

V neposlední řadě je provedeno porovnání výsledků spektrální analýzy pomocí krátkodobé ADZT s běžně používanými spektrálními metodami a to jak na syntetickém signálu obsahující stacionární a tak i nestacionární části. Porovnání je rovněž ilustrováno na reálném signálu řeči a EKG.