



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

**Fakulta elektrotechnická
Katedra elektromagnetického pole**

Přesnost určení polohy v multilateračních systémech

Precision of position determination in multilateration systems

Bakalářská práce

Studijní program: Komunikace, multimédia a elektronika
Studijní obor: Komunikační technika

Vedoucí práce: Ing. Pavel Puričer

Jan Zázvorka

Praha 2016

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne 26. 5. 2016

.....
Jan Zázvorka

Poděkování

Chtěl bych poděkovat své rodině za podporu během celého studia. Děkuji také vedoucímu práce Ing. Pavlu Puričerovi za jeho cenné rady a připomínky.

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

katedra elektromagnetického pole

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: **Jan Zázvorka**

Studijní program: Komunikace, multimédia a elektronika
Obor: Komunikační technika

Název tématu: **Přesnost určení polohy v multilateračních systémech**

Pokyny pro vypracování:

Seznamte se s metodami určení polohy v multilateračních systémech (MLAT), využívající metody TDOA. Zaměřte se na aplikace související s určením polohy letadel a pohyblivých objektů na ploše letiště. Na základě studia MLAT systémů proveďte analýzu vlivu přesnosti času příchodu signálu a konstelace přijímačů MLAT na polohu uživatele. Modelujte tento vliv v prostředí systému Matlab.


Seznam odborné literatury:

[1] International Civil Aviation Organization. Manual on the Secondary Surveillance Radar (SSR) Systems. Doc 9684. 3rd edition. 2004. ICAO Secretary General. Montreal, Quebec, Canada.

[2] M. I. Skolnik, Radar Handbook, 3rd edition, McGraw Hill 2008. ISBN 978-0-07-148547-0.

Vedoucí: Ing. Pavel Puričer

Platnost zadání: LS 2016/2017


prof. Ing. Pavel Pechač, Ph.D.
vedoucí katedry




prof. Ing. Pavel Ripka, CSc.
děkan

V Praze dne 18. 2. 2016

Abstrakt

Tato bakalářská práce je věnovaná studiu přesnosti určení polohy pohyblivých objektů na ploše letiště pomocí metody TDOA. V rámci práce byl navržen a realizován algoritmus v prostředí MATLAB, jenž přesnost této metody pro jednotlivé body na ploše měří. Dále práce obsahuje výslednou mapu přesnosti určení pro jednu konstelaci přijímačů MLAT a následné vyhodnocení naměřených výsledků.

Klíčová slova: multilaterace, TDOA, přesnost lokalizace

Abstract

This bachelor thesis is dedicated to the issue of precision of position determination of moving objects using TDOA method. A algorithm in application MATLAB for measurement of this precision was designed and implemented. A final map of precision for one constalation of MLAT recievers and achieved results evaluation are included.

Keywords: multilateration, TDOA, precision of localizatio

Obsah

1. Úvod.....	10
1.1 Cíl práce	10
2. Teoretická část.....	11
2.1 Historie radiolokace.....	11
2.2 Sekundární přehledové radary (SSR).....	11
2.3 Time difference of arrival (TDOA)	12
2.4 Multilaterace (MLAT).....	12
2.5 Signály používané pro multilateraci	12
2.5.1 Mode A/C reply	12
2.5.2 Mode S	13
2.5.3 Mode S Squitter	13
2.5.4 Mode S ES	13
2.6 Automatic Dependent Surveillance – Broadcast	13
3. Návrh a vytvoření algoritmu	14
3.1 Popis problému	14
3.2 Postupy pro výpočet hyperboly	14
3.3 Výpočet hyperboly.....	15
3.3.1 Výpočet výstřednosti e	15
3.3.2 Výpočet vzdálenosti vrcholu hyperboly od středu a	15
3.3.3 Výpočet koeficientu b	15
3.3.4 Výpočet úhlu ϕ	16
3.3.5 Výpočet středového bodu mezi stanicemi $S(m,n)$	16
3.3.6 Rovnice hyperboly	16
3.4 Časové odchylky	17
3.5 Hledání průsečíků hyperbol	19
3.5.1 Řešení pomocí soustavy rovnic	19
3.5.2 Řešení pomocí porovnávání vzdálenosti bodů	19
3.5.3 Vyhodnocování hledaných průsečíků	20
3.6 Vyřazování bodů	20
3.7 Výpočet plochy	21
3.8 Nedostatky algoritmu	22

4. Výsledky měření	24
5. Závěr	27
6. Literatura	28
Příloha A	29
Příloha B	30

Seznam grafů

Graf č. 1: Vykreslení hyperboly pomocí programu MATLAB.....	17
Graf č. 2: Vykreslení hyperboly včetně časové odchylky.....	18
Graf č. 3: Vykreslení hyperbol včetně časových odchylek.....	18
Graf č. 4: Zobrazení dvanácti průsečíků.....	20
Graf č. 5: Zobrazení výsledné plochy.....	22
Graf č. 6: Přehled rozmístění změřených bodů.....	24
Graf č. 7: Mapa přesnosti určení polohy.....	25
Graf č. 8: Model přesnosti určení polohy ve 3D.....	26

1. Úvod

Využití multilaterace při určování polohy letounu je jednou z možností, jak se vyrovnat se stále se zhušťujícím letovým provozem. Hlavní výhodou této technologie je vysoká přesnost. To přináší vyšší bezpečnost a možnost zmenšovat bezpečné rozestupy mezi letouny. Další výhodou je možnost velmi efektivního monitorování povrchu letiště. Bez použití multilaterace tuto funkci monitorování zajišťuje sekundární radar, většinou umístěný na řídicí věži letiště. Ovšem přítomností hangárů, terminálů a jiných velkých objektů vznikají na letišti „slepá“ místa. Jedním z řešení je strategické rozmístění multilateračních přijímačů, které tato místa pokryjí.

Právě přesnosti určení polohy letounu na povrchu letiště pomocí multilaterace je věnována tato bakalářská práce. Teoretická část se zabývá úvodem do problematiky radiolokace, jednotlivým přístupům a používaným signálům. Detailněji je zde vysvětlen princip multilaterace.

1.1 Cíl práce

Polohu letounu v reálném prostředí nelze určit zcela přesně. Je vždy nutno počítat s nějakou odchylkou. Lze však určit velikost plochy, na které se letadlo s velkou pravděpodobností nachází. Cílem mé práce je vytvořit algoritmus v prostředí MATLAB, který dokáže vyhodnocovat velikost této plochy v různých bodech letiště, a následně sestavit graf, na jehož základě bude možné vyhodnotit vliv polohy vysílače vůči polohám přijímačů na přesnosti určení.

2. Teoretická část

2.1 Historie radiolokace

Jako počátek radiolokace můžeme považovat rok 1904, kdy si německý technik Christian Hülsmeyer nechal patentovat svůj „telemobiloskop“. Jednalo se o jednoduché zařízení, které využívalo odrazu elektromagnetických vln ke zjištění velkých vodivých předmětů před vysílací anténou, jako například lodí. ^[1]

Až v roce 1930 se díky zlepšení citlivosti přijímačů zjistilo, že je možné detekovat odrazy i od menších cílů, jako je právě osamocené letadlo. O tento objev projevil zájem především armádní sektor. Anglie již na jaře 1938 disponovala aktivní soustavou primárních radarů na ochranu Londýna a ústí Temže před německým letectvem. ^[2]

Po druhé světové válce zaznamenal civilní letecký provoz vysoký nárůst hustoty, jenž bylo potřeba kontrolovat a jednotlivé letouny identifikovat. K tomuto účelu primární radary již nebyly vhodné a v civilním sektoru byly nahrazeny systémem sekundárního přehledového radaru. ^[1]

Sekundární radary se používají dodnes, ale s rostoucím provozem již není efektivní tuto technologii dále rozvíjet a začíná se plynule přecházet na jiné, pokročilejší a daleko přesnější metody určování polohy.

2.2 Sekundární přehledové radary (SSR)

Tyto radary namísto primárních nevyužívají odražený signál od cíle, ale signálu nového, vygenerovaného cílem jako odpověď. K tomuto účelu je potřeba odpovídač (transpondér) umístěný na palubě dopravního nebo vojenského letounu a dotazovač (interrogator) v radarové stanici. Díky těmto zařízením je možné přenášet kromě informace o aktuální poloze například i identifikační údaje a zprávy o nadmořské výšce, rychlosti, stavu paliva a případném stavu nouze. Mezi další výhody patří příznivější výkonová bilance a větší dosah (až 500 km).

Tyto radary ovšem nelze použít ve vojenském sektoru při určování polohy nepřítele, neboť ten na dotazy nepřátelského interogatoru odpovídat nebude.

2.3 Time difference of arrival (TDOA)

Jedná se o časoměrný systém, který dokáže určit polohu objektu na základě rozdílu času, za který vyslaný signál z objektu urazí k jednotlivým stanicím. Je to jeden ze systémů, které využívají pasivní radary. V tomto případě není potřeba k letounu vysílat z radarové stanice žádný signál a přesnost metody je dána synchronizací hodin přijímačů a schopností co nejlépe stanovit čas příchodu signálu k přijímači. Když známe časový rozdíl příchodu signálu ke dvěma stanicím o známé poloze, jednoduchým výpočtem (1.1) jsme schopni určit vzdálenost, kterou signál urazil za tento čas. Nyní jsme schopni určit množinu bodů, jejichž rozdíl vzdáleností od obou stanic bude konstantní a zároveň rovný vypočítané vzdálenosti z (1.1).

$$s = v \cdot t \quad (1.1)$$

V rovině se bude jednat o hyperbolu, v prostoru pak o hyperboloid. Množinu bodů jsme schopni omezit pouze na tu část hyperboly, která je blíže přijímači, který zachytil signál jako první. K jednoznačnému určení polohy je nutné mít alespoň tři stanice, jedná-li se o rovinu, čtyři v případě prostoru.

2.4 Multilaterace (MLAT)

Multilaterace je kooperativní, nezávislý systém k určování polohy. To znamená, že využívá signál z odpovídače na palubě letounu, nejčastěji se jedná o signál Mode S. Ovšem informace o poloze se tímto signálem nevysílá, ale díky zpoždění příchodu signálu na jednotlivé stanice se poloha dopočítá. Systém se skládá z několika radarových stanic umístěných na zemi, které tento signál snímají a zasílají do vyhodnocovacího centra. K vyhodnocení pozice cíle používá standardně výše popsanou metodu TDOA.

Lze také použít jiné metody, například Round-Trip Delay (RTD) nebo Angle of Arrival (AOA). Pokud ovšem použijeme jinou metodu než TDOA, nejedná se o multilateraci v pravém slova smyslu.

2.5 Signály používané pro multilateraci

2.5.1 Mode A/C reply

Jedná se o signál využívaný sekundárními radary. Dotazovač jej vysílá na frekvenci 1030 MHz a odpovídač na 1090 MHz. Nazývá se takto kvůli informaci, kterou nese: identifikaci kódovanou v kódu A a barometrickou výšku v kódu C. Jelikož je většina letadel vybavena A/C odpovídačem, lze tento signál použít pro multilateraci. ^{[3] [4]}

Tento mód ovšem není pro multilateraci příliš vhodný, neboť TDOA stojí a padá na kvalitě přijímaného signálu a ten může být ovlivněn negativními vlivy, jako jsou vícecestné šíření, refrakce a rozptylování signálu. Další problém přináší kód A, který není unikátní a může způsobit záměnu letadel. Dalším omezením tohoto signálu je nízká „četnost aktualizací“ (update rate). Ta je snížena jako ochrana proti odpovídáním pro jiné dotazovače.^[3]

2.5.2 Mode S

Mód S byl vytvořen jako doplněk systému SSR, který řeší slabá místa módu A/C reply. Využívá kromě všeobecného dotazu také selektivní dotazování. To je možné díky ICAO adrese, kterou signál nese a je schopný komunikovat konkrétním odpovídačem. Díky tomu se sdílený komunikační kanál nepřetěžuje.

Tento signál je zvolený jako standartní pro multilateraci. Další výhodou je větší rozlišovací schopnost výšky letadla a díky selektivitě možnost navýšit update rate.^{[3][4]}

2.5.3 Mode S Squitter

Jedná se o signál Mode S vysílaný každou sekundu nesoucí pouze ICAO adresu. To výrazně usnadňuje multilateraci.^{[3][4]}

2.5.4 Mode S ES

Jedná se o rozšíření signálu Mode S squitter o delší pole nesoucí informace. Může například nést GPS souřadnice a údaje o rychlosti. Tento signál bude využíván v ADS-B.^{[3][4]}

2.6 Automatic Dependent Surveillance – Broadcast

ADS-B je technologie, pomocí které se v nedaleké budoucnosti bude určovat poloha letadel. Postupně bude nahrazovat klasický systém sekundárních radarů. Ve stručnosti bude letoun získávat svou GPS polohu od družic a pravidelně ji bude vysílat do svého okolí. Pozemní stanice tuto informaci zachytí a předají ke zpracování.^[4]

3. Návrh a vytvoření algoritmu

3.1 Popis problému

Po prostudování problému bylo zjištěno, že je nutno vytvořit algoritmus, jehož vstupními hodnotami budou pouze polohy tří stanic a tři časové polohy, ve kterých na jednotlivé stanice dorazil signál z vysílače letadla. Na základě těchto údajů lze vykreslit tři hyperboly, na jejichž průsečíku by se v ideálním případě vysílač nacházel. Dále je nutné zahrnout časovou odchylku, která vzniká nepřesným určením příchodu signálu. Následkem toho vzniknou ke každé z původních tří hyperbol další dvě, které tvoří pásmo, v němž se nachází letadlo. Průnik těchto tří pásem tvoří plochu, na které se nachází letadlo. Výstupem tohoto algoritmu by měla být velikost této plochy.

3.2 Postupy pro výpočet hyperboly

Pro výpočet vycházíme z charakteristické rovnice hyperboly (3.1), jejíž hlavní osa je rovnoběžná s osou x a střed hyperboly je v počátku soustavy souřadnic.

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (3.1)$$

Pro posunutí středu hyperboly do libovolného bodu $A(m,n)$ upravíme charakteristickou rovnici do tvaru (3.2).^[5]

$$\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1 \quad (3.2)$$

Pro otočení hyperboly o úhel ϕ nahradíme členy x a y z charakteristické rovnice (3.1) členy \dot{x} a \dot{y} podle rovnic (3.3).^[5]

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x * \cos\phi + y * \sin\phi \\ \dot{y} &= y * \cos\phi - x * \sin\phi \end{aligned} \quad (3.3)$$

3.3 Výpočet hyperboly

Uvažujme, že letadlo vysílá signál, který dorazí na první stanici $S_1(x_1, y_1)$ v čase t_1 a na druhou stanici $S_2(x_2, y_2)$ v čase t_2 . Z těchto dvou časů a známé polohy stanic lze určit rovnici hyperboly, na které se letadlo nachází.

3.3.1 Výpočet výstřednosti e

Stanice můžeme považovat za ohniska hyperboly. Poté lze vypočítat výstřednost jako polovinu vzdálenosti mezi stanicemi.

$$e = \frac{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}{2} \quad (3.4)$$

3.3.2 Výpočet vzdálenosti vrcholu hyperboly od středu a

K výpočtu vzdálenosti vrcholu hyperboly od středu a potřebujeme znát časový rozdíl příchodu signálu na jednotlivé stanice. Když tento čas vynásobíme rychlostí šíření, získáme vzdálenost, jež odpovídá vzdálenosti letadla od vzdálenější stanice bez vzdálenosti od bližší stanice. Tudíž když tuto vzdálenost odečteme od celkové vzdálenosti mezi dvěma stanicemi, získáme dvojnásobek vzdálenosti letadla od bližší stanice, kdyby leželo na spojnici těchto stanic. Nyní stačí tuto vzdálenost vydělit dvěma a odečíst od poloviny vzdálenosti stanic (výstřednost).

$$a = e - \frac{2 * e - |t_1 - t_2| * v}{2} \quad (3.5)$$

3.3.3 Výpočet koeficientu b

Tento koeficient je odvěsna pravoúhlého trojúhelníka s přeponou e a odvěsnou a . Koeficient lze tedy dopočítat z Pythagorovy věty.

$$b = \sqrt{e^2 - a^2} \quad (3.6)$$

3.3.4 Výpočet úhlu ϕ

Nyní je potřeba spočítat úhel, který svírá spojnice obou bodů a osa $x=0$. To lze provést tím způsobem, že oba body posuneme o stejnou vzdálenost tak, aby jeden z bodů ležel ve středu soustavy souřadnic na souřadnicích (0,0). Vzdálenost mezi body, uvažujeme pro další výpočet jako přeponu trojúhelníka a jelikož je jeden z těchto bodů posunutý do bodu (0,0), odvěsna tohoto trojúhelníka je vzdálenost na ose x druhého bodu. Pomocí goniometrické funkce určíme požadovaný úhel, který svírají tyto dvě strany pomyslného trojúhelníka.

3.3.5 Výpočet středového bodu mezi stanicemi $S(m,n)$

Tento bod určíme pomocí rovnic (3.7).

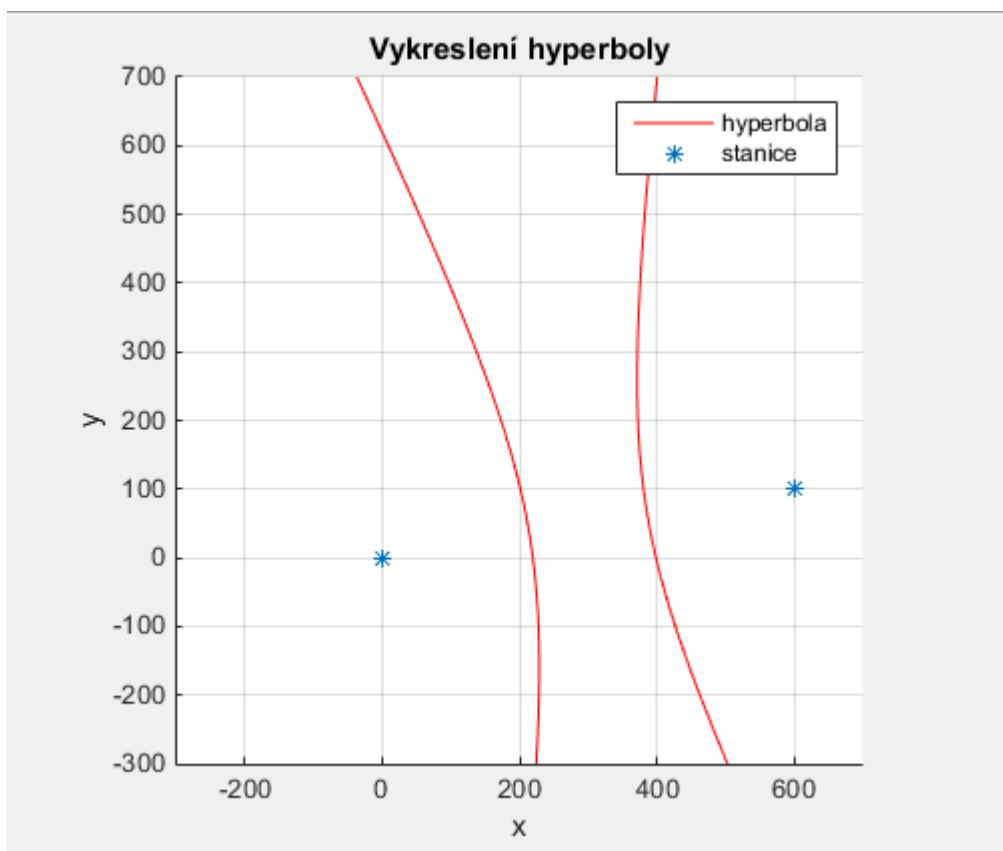
$$\begin{aligned} m &= \frac{x_1 + x_2}{2} \\ n &= \frac{y_1 + y_2}{2} \end{aligned} \tag{3.7}$$

3.3.6 Rovnice hyperboly

Nyní lze stanovit rovnici hyperboly (3.8), jež je množina bodů, na které se nachází letadlo. Pomocí více stanic a dalších hyperbol lze jednoznačně stanovit polohu letounu.

$$\frac{((x-m)*\cos\phi+(y-n)*\sin\phi)^2}{a^2} - \frac{((y-n)*\cos\phi-(x-m)*\sin\phi)^2}{b^2} = 1 \tag{3.8}$$

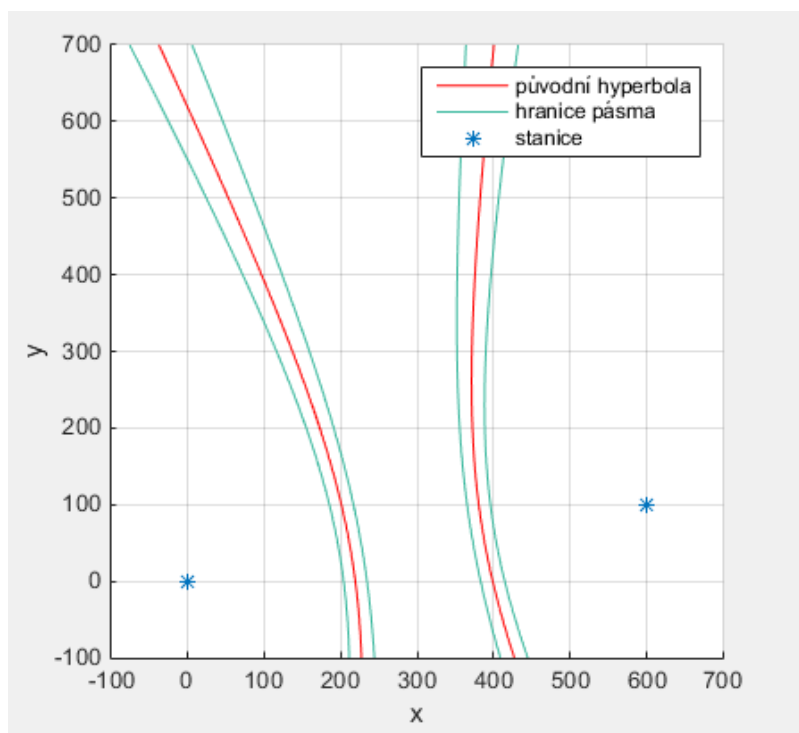
Interpretaci konkrétní hyperboly pomocí rovnice (3.8) v programu MATLAB lze vidět na grafu č. 1.



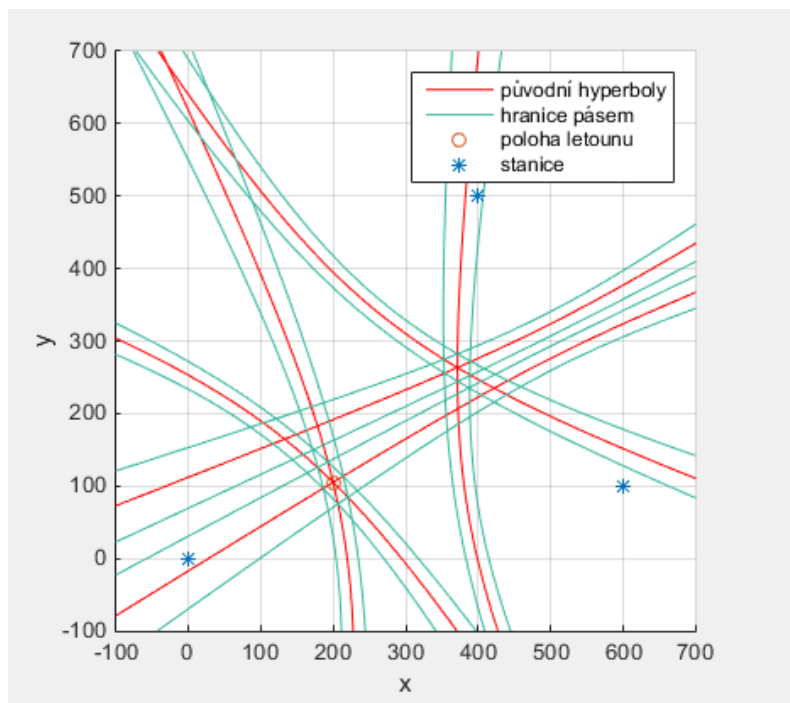
Graf č. 1: Vykreslení hyperboly pomocí programu MATLAB

3.4 Časové odchylky

Z důvodů vícecestného šíření, nepřesného zachycení začátku signálu, nepřesné vzájemné synchronizace časové základny stanic a také výkyvů v samotné časové základně každého přijímače dochází k časové odchylce zpracovávaného času příchodu signálu a skutečného času, kdy signál dorazil k přijímači. Z těchto jednotlivých příčin je nutné vytvořit směrodatnou odchylku a tu zahrnout do dalších výpočtů. Graficky se jedná o to, že místo hyperboly, na které se nachází vysílač, vznikají 2 plochy neboli pásma, ve kterých se letoun nachází. Tento jev je vidět na grafu č. 2 a znázornění při použití všech tří hyperbol na grafu č. 3. V této práci počítáme s odchylkou 50 ns.



Graf č. 2: Vykreslení hyperboly včetně časové odchylky



Graf č. 3: Vykreslení hyperbol včetně časových odchylek

3.5 Hledání průsečíků hyperbol

Aby bylo možné spočítat plochu, na které se nachází letoun, je potřeba znát průsečíky hyperbol, které tuto plochu ohraničují. Program MATLAB bohužel nenabízí funkci, která by přímo průsečíky našla. K řešení tohoto problému lze přistupovat následujícími dvěma způsoby.

3.5.1 Řešení pomocí soustavy rovnic

Prvním způsobem je řešení soustavy rovnic. Zde chápeme dvě hyperboly jako rovnice a hledáme takové body, které jsou společné pro obě dvě. V programu MATLAB se využívá funkce `solve()`, jejíž vstupy jsou dvě rovnice a výstupem množina společných bodů. Tato metoda je velmi rychlá a výsledné body určí s velikou přesností.

Často se ovšem stává, že průsečíky určí zcela chybně. Je to způsobené tím, že MATLAB chápe hyperbolu jako množinu bodů, které mají na určitém intervalu omezený počet bodů, na rozdíl od skutečné hyperboly, která má těchto bodů na stejném intervalu nekonečně mnoho. Když tedy porovnává tyto množiny bodů a hledá body pro obě společné, může se stát, že zrovna ten bod, kde je průsečík, některá z množin neobsahuje.

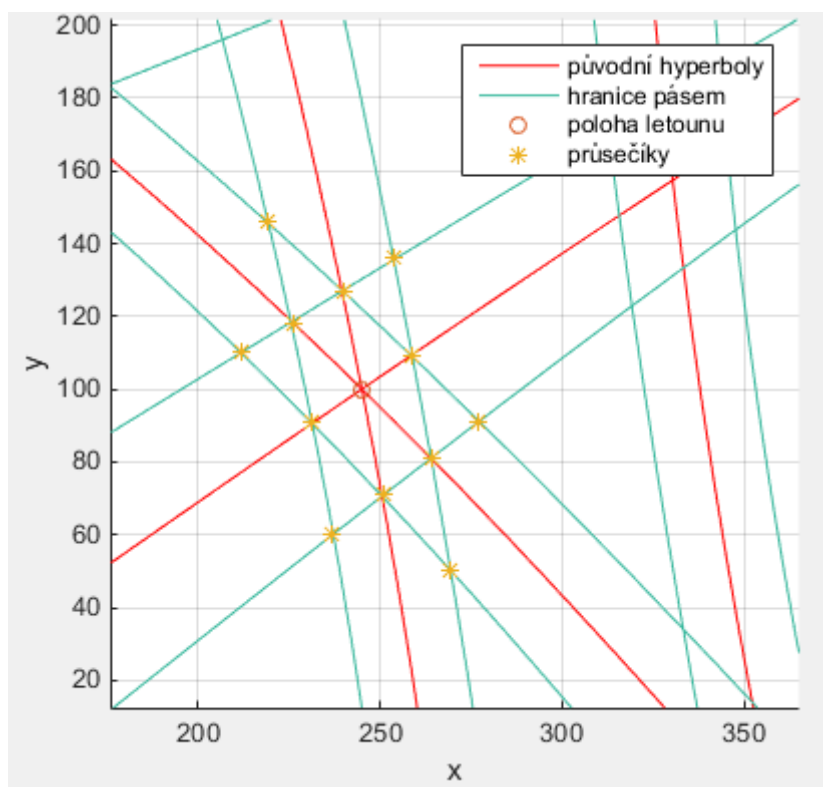
3.5.2 Řešení pomocí porovnávání vzdálenosti bodů

Druhým způsobem je porovnávání vzdáleností bodů dvou hyperbol, které mají jednu stejnou souřadnici. Zvolí se interval, ve kterém hledáme průsečíky, a se zvoleným rozestupem hledáme, jak moc jsou od sebe jednotlivé body hyperboly vzdálené. V ideálním případě by průsečík byl v tom bodě, kdy je tato vzdálenost nulová. V takovém případě by bylo nutné na zvoleném intervalu použít nekonečně malé rozestupy a takový výpočet by trval nekonečně dlouho. Proto je nutné zvolit rozumný rozestup v závislosti na výpočetní kapacitě zařízení, na kterém výpočet probíhá.

To ovšem přináší řadu problému. Vzdálenost mezi body v okolí průsečíku není nulová, a proto je zapotřebí zvolit hranici ve vzdálenosti, pod kterou můžeme bod prohlásit jako průsečík. Tuto hranici je rovněž nutné zvolit rozumně, protože když budeme hledat průsečíky dvou hyperbol, které mají své hlavní osy na sebe kolmé, a zvolíme příliš malou vzdálenost jako hranici, ani jeden bod nemusí splňovat tuto podmínku a průsečík nenalezneme. Když budeme mít v opačném případě dvě hyperboly, které jsou blízko u sebe, tak příliš mnoho bodů bude od sebe vzdáleno méně, než je zvolená hranice. Z těchto množin je pak nutné pracně vybírat bod, který nejvíce odpovídá průsečíku.

3.5.3 Vyhodnocování hledaných průsečíků

Dvě hyperboly mohou mít až čtyři průsečíky, ale nás zajímá pouze ten, který je nejbližší letounu. Pro tento výpočet uvažujeme polohu letadla jako průsečík tří hyperbol bez časové odchylky. Máme tři dvojice hyperbol, kdy každá dvojice reprezentuje pásmo, ve kterém se nachází letadlo, a hyperboly v této dvojici se neprotínají. Zajímá nás však, jak se tyto 3 dvojice navzájem protínají. Vychází tedy dvanáct průsečíků připomínající Davidovu hvězdu.



Graf č. 4: Zobrazení dvanácti průsečíků

3.6 Vyřazování bodů

Dalším úkolem je vybrat z dvanácti bodů šest, které ohraničují oblast, která je průnikem všech tří pásem. Uvažujeme-li, že tři stanice tvoří trojúhelník, tak čím blíže je letoun k těžišti tohoto trojúhelníka, tím více tato plocha připomíná pravidelný šestiúhelník. Stačilo by tedy z dvanácti bodů vzít šest, které jsou nejbližší průsečíku hyperbol bez časové odchylky, a získala by se hledaná

šestice. Ovšem čím dále se letoun nachází od těžiště, tím se plocha začíná protahovat a všech šest hledaných bodů již není nejbližší ke zmiňovanému průsečíku.

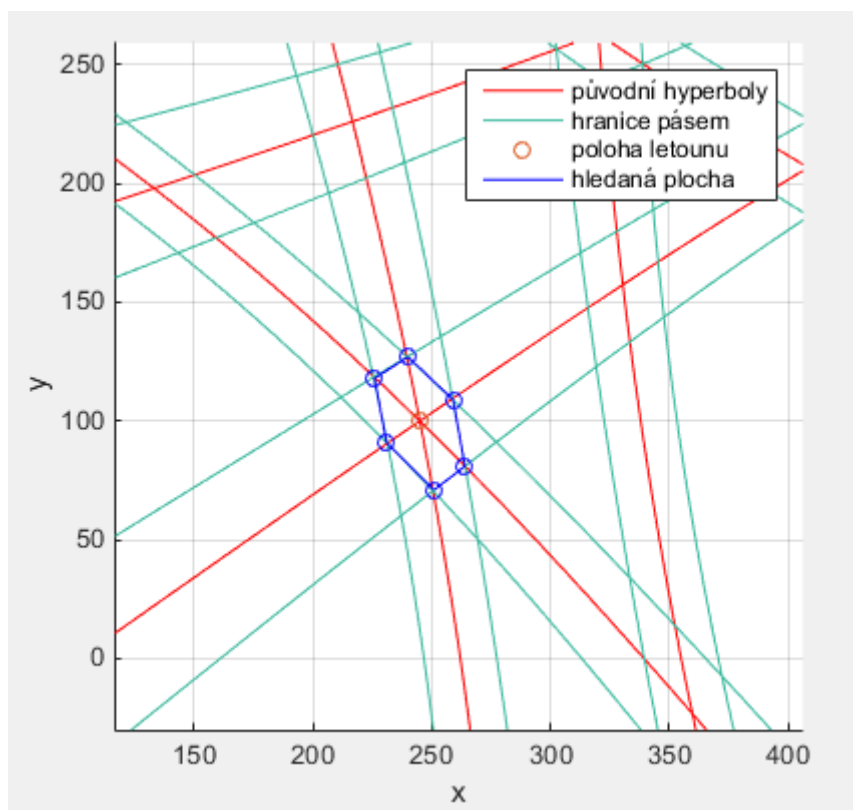
Po prostudování problému bylo zjištěno několik zákonitostí, které lze využít k jeho vyřešení. První je, že ať se nachází letoun kdekoliv v trojúhelníku, čtyři body z dvanácti, které jsou nejvzdálenější od zmiňovaného průsečíku, nikdy nepatří do hledané šestice.

Dále bylo zjištěno, že když z této čtveřice vytvoříte dvě dvojice tak, že přiřadíte body k sobě nejbližší a ke každé této dvojici najdete nejbližší bod ze zbylé osmice, naleznete dva body, které určitě budou ve hledané šestici. Ke každému z těchto bodů nalezneme nejbližší 3 body z osmice. Prvním nejbližším bodem je bod sám. Druhým bodem je bod, který také náleží do výsledné šestice. Třetí nejbližší bod může být také součástí výsledné šestice, pokud ovšem splňuje dvě následující podmínky.

První podmínkou je, že neleží na stejné hyperbole jako předešlé dva, což lze také zjistit tak, že z těchto tří bodů vytvoříte trojúhelník a vypočítáte libovolný vnitřní úhel. Když tento úhel bude menší než 5° nebo větší než 175° , tak s největší pravděpodobností leží všechny tři body na stejné hyperbole. V tomto případě se bere bod další. Druhou podmínkou je, aby tyto třetí nejvzdálenější body od obou bodů nebyly stejné. Získali bychom sice správné body, ale jeden bod bychom z výsledné šestice měli dvakrát a jeden vůbec, proto se volí ten pátý bod. Čtvrtý bod je většinou ten, který nespĺňuje první podmínku.

3.7 Výpočet plochy

K aproximaci plochy, která je průnikem pásem, které tvoří tři hyperboly, uvažovaných včetně jejich časové odchylky, lze použít v programu MATLAB funkci *convhull()*. Jejimi vstupními veličinami je šest průsečíků hyperbol, které jsou vypočítané způsobem uvedeným v podkapitole 3.6. Výstupem této funkce je plocha šestiúhelníku vytvořená z těchto šesti průsečíků. Jedná se pouze o aproximaci. To je z toho důvodu, že skutečná plocha není mnohoúhelník, ohraničený šesti úsečkami mezi průsečíky, ale objekt ohraničený šesti hyperbolami.



Graf č. 5: Zobrazení výsledné plochy

3.8 Nedostatky algoritmu

Algoritmus je sestaven tak, aby co možná nejlépe vyhodnocoval body, které jsou uvnitř trojúhelníku tvořeném třemi stanicemi. Vychází se z myšlenky, že se stanice nachází na okraji letiště tak, aby nejdůležitější místa, která chceme pokrýt, ležela kolem těžiště tohoto trojúhelníka. V místech vzdálených od těžiště, například mimo trojúhelník nebo v blízkosti stanic, může algoritmus selhávat.

Uvažujeme-li, že ve středu spojnice dvou stanic vytvoříme kolmici, poté si vytvořený algoritmus nedokáže poradit se situací, kdy se vysílač nachází příliš blízko této kolmici nebo přímo na ní. Je to způsobeno tím, že v těchto místech výsledná hyperbola připomíná dvě velmi blízké rovnoběžné přímky. Jak jsem uvedl v podkapitole 3.5, u druhého způsobu zjišťování průsečíků dochází k jedné ze dvou nežádoucích situací. V prvním, častějším případě bod z druhé části hyperboly (druhé větve) je vyhodnocen také jako bod, který je dostatečně blízko, aby se vešel pod zmiňovanou hranici. V druhém případě dochází k záměně správného průsečíku za ten z druhé větve, jelikož je blíže k průsečíku tří hyperbol bez časové odchylky.

Četnost chyb vyvolaných první nežádoucí situací by šlo snížit zmenšením odstavu bodů, ve kterých by se porovnávaly vzdálenosti, a zároveň snížením hranice vzdáleností, pod kterou by se bod

považoval jako průsečík. Tím by se zúžilo pásmo, ve kterém by docházelo k chybám. To by ovšem vyžadovalo vyšší výpočetní kapacitu.

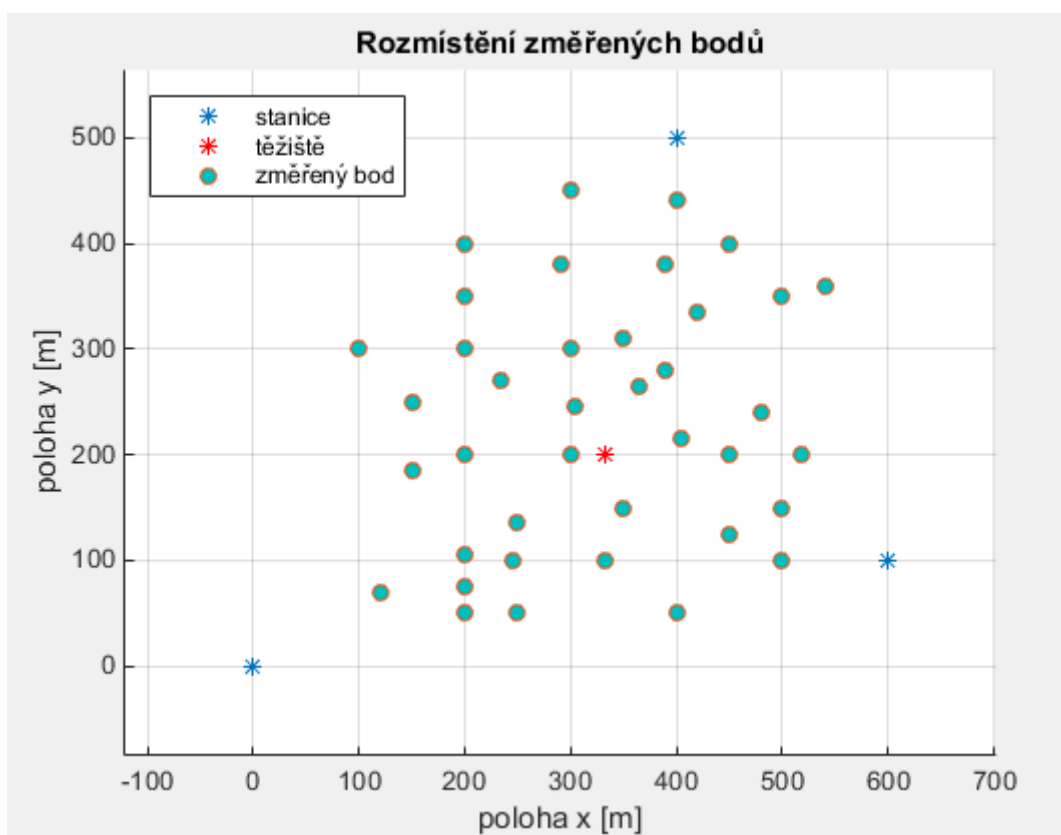
Četnost chyb vyvolaných druhou nežádoucí situací lze snížit zúžením časové odchylky. Druhou možností je vyhodnocovat správné průsečíky nějakou komplexnější metodou, která nebude pouze porovnávat vzdálenosti průsečíků dvou hyperbol od průsečíku tří hyperbol bez časové odchylky.

V těchto místech, kde algoritmus selhává, lze správné průsečíky odečíst graficky a následně z nich vypočítat plochu pomocí funkce *convhull()*, která je diskutována v podkapitole 3.7.

Posledním zdrojem chyb může být funkce *solve()* využívaná při hledání průsečíků. Tato chyba je nejméně častá, ale také nejhůře odhalitelná v průběhu výpočtu. Může se totiž stát, že výstupem této funkce jsou úplně nesprávné polohy průsečíků, ovšem některé z nich se nachází uvnitř trojúhelníku. Zároveň jsou v dostatečné blízkosti od správného průsečíku, aby nespustily ochranné mechanismy, které by je vyřadily, a v dostatečné vzdálenosti, aby se další metody pro výpočet plochy, které na něm závisí, zhroutily. Tato chyba se však snadno detekuje graficky a dle mých zkušeností stačí, aby se místo, ve kterém se počítá nepřesnost, posunulo o bod kterýmkoliv směrem. Poté se algoritmus spustí znovu a dosáhne se správného výsledku. Druhým řešením je nevyužívat metodu zjišťování průsečíků pomocí funkce *solve()*, ale použít druhou, popsanou v podkapitole 3.5.2.

4. Výsledky měření

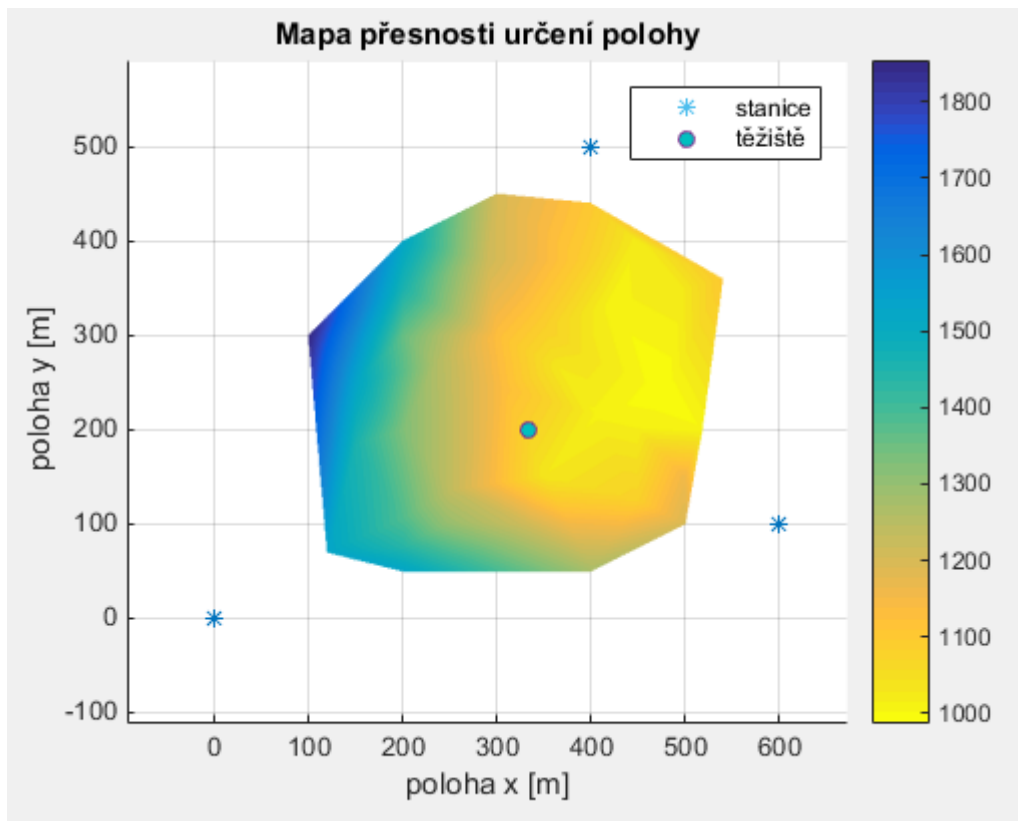
Měření jsme provedli pro body, které jsou vidět na grafu č. 6. Volba těchto bodů vychází z myšlenky, že tři stanice, tvořící pomyslný trojúhelník, jsou rozmístěny na okrajích letiště tak, aby místa, kde vyžadujeme nejvyšší přesnost, ležela v okolí těžiště tohoto trojúhelníka.



Graf č. 6: Přehled rozmístění změřených bodů

Změřena byla i místa vzdálenější od pomyslného těžiště, ale jak ukazují tendence z grafu č. 7, v těchto místech se již plocha zvětšuje velmi rychle a zanesení těchto bodů do dalších grafů by je jen znepráhlednilo. Například v grafu č. 7 by skoro nebyly vidět rozdíly mezi hodnotami 1000 a 1200, které takto tvoří v podstatě pravou polovinu výsledné plochy. Podobně je tomu u grafu č. 8.

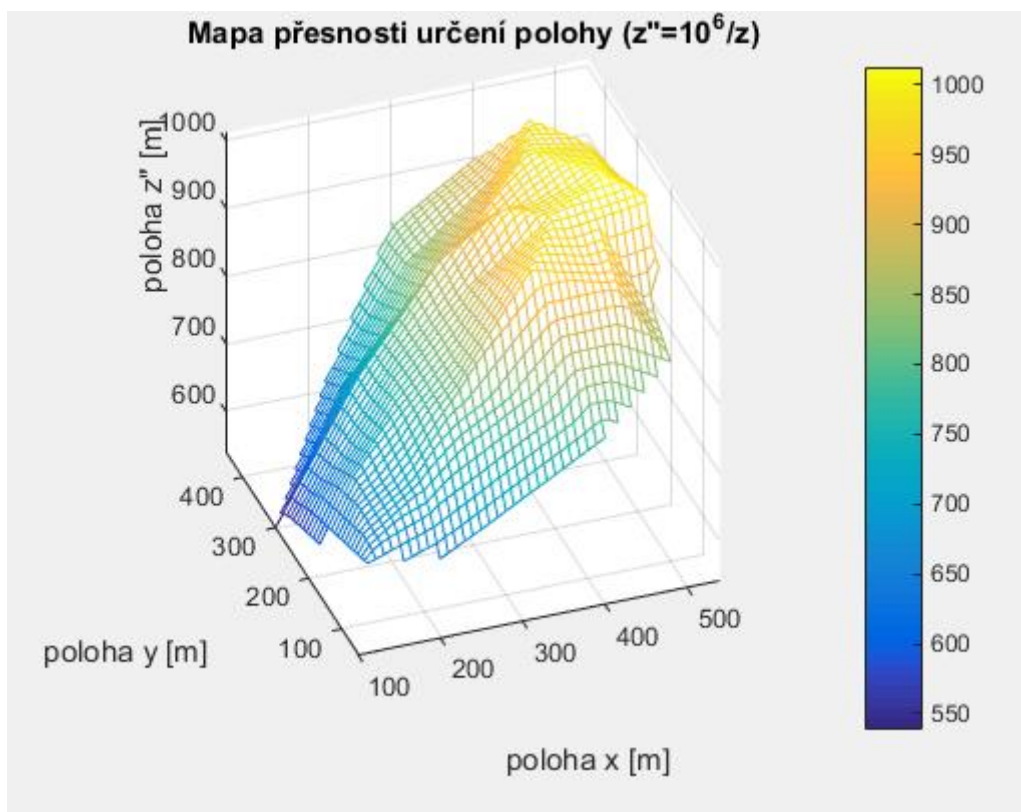
Interpolací hodnot z bodů znázorněných na grafu č.6 získáváme mapu přesnosti určení polohy pomocí metody TDOA. Tato mapa je jedním z cílů této práce a je znázorněna v grafu č.7.



Graf č. 7: Mapa přesnosti určení polohy

Barvy v této mapě znázorňují plochu v metrech čtverečních, na které se vysílač vyskytuje. Například v bodě pomyslného těžiště jsme schopni říci, že vysílač se nachází někde na ploše přibližně 1100 m^2 . Tato mapa je sestaven pro časovou odchylku 50 ns .

Z této mapy lze vyvodit dva nejvýraznější aspekty ovlivňující přesnost určení polohy pomocí metody TDOA. Prvním je vzdálenost vysílače od pomyslného těžiště. V konstelaci, kdy by přijímače tvořili rovnostranný trojúhelník, by nejpřesnější místo bylo právě v jeho těžišti, a čím vzdálenější by byla poloha vysílače od těžiště, tím by nepřesnost rostla. Druhým aspektem je vzájemná vzdálenost přijímačů. Na mapě je vidět, že kolem středu spojnice stanic v polohách $(400, 500)$ a $(600, 100)$ se hodnoty pohybují mezi 1000 m^2 a 1100 m^2 , na rozdíl od středu spojnice stanic v polohách $(400, 500)$ a $(0, 0)$, kde se hodnoty pohybují kolem 1500 m^2 , což je až o 50 % horší přesnost. Důvodem je, že stanice v prvním případě jsou o 200 m blíže k sobě než v druhém. Právě ke kombinaci těchto dvou aspektů dochází v žluté oblasti a přesnost je zde tedy nejvyšší.



Graf č. 8: Model přesnosti určení polohy ve 3D

Na grafu č. 8 je vytvořen model mapy přesnosti ve 3D, kdy velikost plochy, na které se nachází vysílač, je použita jako třetí souřadnice tohoto bodu. Lze vidět, že žlutá a světle oranžová část tvoří víceméně rovinu a v okolí této roviny přesnost strmě klesá. Lze tedy doporučit, aby právě tato rovina, v níž je přesnost nejvyšší, byla použita do toho kritičtějšího místa letiště, kde je vyžadována nejvyšší přesnost.

Nutné je říci, že model v grafu č. 8 není korektní. Souřadnice z'' uvedená v modelu odpovídá převrácené hodnotě správné hodnoty z vynásobené milionem.

$$z'' = \frac{10^6}{z} \quad (4.1)$$

Důvodem je přehlednost modelu, kdy místa s nižší plochou jsou výše než místa s nižší.

5. Závěr

V rámci této bakalářské práce byl vytvořen algoritmus v prostředí MATLAB, za jehož pomoci lze určit přesnost měření polohy vysílače metodou TDOA. Změřeny byly body v okolí těžiště tří přijímacích stanic v jedné konstelaci a časovou odchylkou 50 ns. Algoritmus lze použít i pro jiné konstelace. Výpočet jednoho bodu trval na průměrně výkonném osobním počítači okolo 30–50 minut a proměřeno bylo přibližně 40 bodů. Z důvodu této časové náročnosti byla proměřena pouze jedna konstelace s jednou časovou odchylkou. Ovšem závěry vyvozené z tohoto měření platí stejně tak pro jiné konstelace a časové odchylky.

Bylo zjištěno, že jestli chceme co nejpřesněji pokrýt nějakou oblast letiště, je výhodné, abychom vytvořili takovou konstelaci přijímačů tak, aby tato oblast ležela co možná nejbližší těžišti tohoto trojúhelníka tvořeného přijímači. Dále je výhodné, aby stanice byly co možná nejbližší této oblasti, pokud je to možné. Je zde nutno dodat, že přesnost určení polohy závisí nejvíce na velikosti časové odchylky a čím více jsme ji schopni zredukovat, tím přesnější určení polohy je.

Tento algoritmus by našel uplatnění při budování sítě přijímačů letiště. Zadavatel by stanovil místa (příjezdové cesty k přistávací dráze, okolí terminálů a jiná frekventovaná místa), kde by vyžadoval určitou přesnost určení polohy. Za pomocí tohoto algoritmu by šlo určit konstelace, při kterých by jeho požadavky byly splněny a poté dle možností vybrat vhodnou.

Muselo by se však zatím jednat o nějaké menší letiště, jelikož algoritmus počítá pouze se třemi přijímacími stanicemi. Větší letiště využívají stanic více, čímž se dosáhne ještě větších přesností. V takovém případě by bylo nutné program rozšířit, nebo vytvořit mapy přesnosti určení polohy pro každou trojici a výsledné mapy nějakým způsobem interpolovat. To je již však nad rámec této práce a zajímavým tématem pro práci diplomovou.

6. Literatura

[1] BEZOUŠEK, Pavel a ŠEDIVÝ, Pavel. *Radarová technika*. Vyd. 1. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004, vi, 217 s. ISBN 80-01-03036-9.

[2] ŠEBESTA, Jiří. *Radiolokace a radionavigace: přednášky*. Vyd. 1. V Brně: Vysoké učení technické, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav radioelektroniky, 2004, 133 s. ISBN 80-214-2482-6.

[3] GAVIRIA, Iván Antonio Mantilla. *New Strategies to Improve Multilateration Systems in the Air Traffic Control. First Edition*. Valencia, Spain: Editorial Universitat Politècnica de València, 2013. ISBN 978-84-9048-089-2.

[4] International Civil Aviation Organization. *Manual on the Secondary Surveillance Radar (SSR) Systems. Doc 9684. 3rd edition. 2004. ICAO Secretary General. Montreal, Quebec, Canada*

[5] KUBÁT, Václav a Dana TRKOVSKÁ. *Analytická geometrie v afinních a eukleidovských prostorech*. Praha: Matfyzpress, 2011. ISBN 978-80-7378-144-6.

Příloha A

č. měření	Poloha x [m]	Poloha y [m]	Výsledná plocha [m ²]
1	200	200	1327,5
2	300	300	1129,5
3	150	185	1455,0
4	200	50	1524,0
5	250	50	1455,0
6	500	350	1029,5
7	200	75	1437,5
8	200	105	1381,0
9	332	100	1209,0
10	245	100	1301,5
11	120	70	1528,5
12	150	250	1527,5
13	200	350	1456,5
14	235	270	1261,0
15	390	380	1091,0
16	390	280	1041,0
17	450	200	1016,5
18	518	200	1004,0
19	400	440	1102,5
20	400	50	1273,5
21	499	150	1156,0
22	100	300	1852,0
23	200	300	1356,5
24	350	310	1084,5
25	290	380	1215,0
26	540	360	1102,0
27	420	335	1010,0
28	200	400	1523,0
29	300	450	1204,0
30	500	100	1196,5
31	250	135	1236,5
32	305	245	1135,5
33	450	125	1079,0
34	365	265	1029,0
35	480	240	989,0
36	450	400	1018,5
37	405	215	1012,0
38	300	200	1134,5

Tabulka A.1: Naměřené hodnoty

Příloha B

Obsah přiloženého CD:

- Elektronická verze bakalářské práce ve formátu PDF
- Algoritmus pro výpočet přesnosti určení polohy
- Algoritmus pro řešení grafickou metodou
- Algoritmus pro vygenerování výsledné mapy a 3D modelu
- Vygenerované obrázky, které obsahují: mapu přesnosti určení polohy a 3D model této mapy