

# POSUDEK DIPLOMOVÉ PRÁCE

Autor: Jakub Černý  
Název práce: Korelované Stackelbergovo equilibrium  
v sekvenčních hrách s vícero následovníky  
Posudek vypracoval oponent práce: doc. Milan Hladík, Ph.D.

## Obsah práce

Práce se zabývá korelovaným Stackelbergovým ekvilibriem v hrách v extensivním tvaru. Úvodní kapitoly přináší vhled do problematiky a motivaci a zavádí základní pojmy. Nechybí analýza souvisejících výsledků.

Kapitola 4 obsahuje hlavní teoretické výsledky. Autor dokazuje, že ve hře se dvěma hráči a s náhodnými tahy je problém nalezení ekvilibria NP-těžký. Podobný výsledek je odvozen i pro hry s alespoň třemi hráči (bez náhodných tahů). Dále autor ukazuje, že ekvilibrium lze spočítat pomocí lineárního programu s polynomiálně mnoha omezeními, ale exponenciálně mnoha proměnnými.

Kapitola 5 se věnuje numerickým experimentům. Autor zejména porovnává různé algoritmy na řešení výše zmíněného lineárního programu. Ukazuje se, že simplexová metoda je nejefektivnější z hlediska časové složitosti.

V závěru autor také poukazuje na to, že ve výzkumu lze pokračovat a naznačuje slibné směry dalšího vývoje (mj., líné generování omezení). Zde bych podotknul, že vzhledem k charakteru důkazu NP-těžkosti výpočtu ekvilibria se zdá možné zesílit složitostní výsledky a ukázat silnou NP-těžkost.

V dodatku autor představuje některé reálné aplikace her. Tento dodatek velmi oceňuji, přesto by pro čtenáře bylo ještě zajímavější ukázat podrobněji, jak se na zmíněné situace použije model korelovaných Stackelbergových ekvilibrií.

## Hodnocení

Text je napsán profesionálním způsobem, k formální úpravě textu nemám téměř žádné připomínky. Typograficky je práce napsána pěkně a bez chyb. Jazyková úroveň (psáno anglicky) je velmi vysoká a s minimem chyb. Veškeré zdroje jsou výstižně citovány, stránkování a komentování obrázků a tabulek je rovněž v pořádku.

Text je srozumitelný a čitelný. Zejména v úvodních kapitolách a dodatku je vidět pečlivou přípravu a zpracování (což je v dnešní době velmi vzácné). 59 referencí (od klasických knih po aktuální výsledky) jen podtrhuje pečlivost přípravy. Teoretické výsledky se mi četly také velmi dobře.

Samotné definice a vyjádření lineárních programů jsou na několika místech méně čitelné. Je to dáno především vlastním oborem her v extensivní formě, kdy přemíra různých symbolů a značení zhoršuje čitelnost textu. Přesto by tato místa mohla být trochu lépe vyjádřena.

Teoretické výsledky o NP-těžkosti netriviálním způsobem rozšiřují dosavadní známé složitostní výsledky a samy o sobě tvoří stěžejní přínos práce. Spolu s provedenými numerickými testy pak práce tvoří ucelený soubor hodnotných výsledků.

### Konkrétní poznámky

- Některé symboly jsou definovány implicitně, jako například  $\Pi, \Delta$  (str. 7) nebo  $B_i$  (str. 8). V definici 2.2. není zřejmé, co přesně je „akce“ (funkce, množina, ...?). Z formálního hlediska také není šťastné definovat obor hodnot funkce  $\rho$  jednou jako  $N$  a jindy jako  $N \cup c$  (str. 8).
- V odstavci pod (4.6), k jaké proměnné se váže zmiňovaný exponenciální a polynomiální počet? Zde bych možná doporučoval podrobněji rozebrat počet proměnných a omezení.
- V sekci 5.1.1 bych ocenil ještě podrobnější specifikaci o generování her. Například s jakým rozdělením byla data generována? Jak byly generovány akce?

Další drobné poznámky:

- „gamepley“ (str. 11)
- Pro čtenáře by bylo názornější vysvětlit význam hry z příkladu dole na str. 12.
- Ve větě 3.5 není moc zřejmé, co přesně značí funkce  $v(\cdot)$  a jestli to je známá či proměnná hodnota.
- „constrain“ (str. 16)
- $\Pi^*$ , ne  $\Pi^*$
- V definici 3.9, k čemu se vztahuje „this“? K tomu, že leader maximalizuje výnos, nebo že followers hrají best response?
- Není moc zřejmé, co je  $s_{\sigma_f}$  (str. 20).
- Hodnotím pozitivně, že formální definice jsou i vysvětleny čtivějším neformálnějším způsobem. Na druhou stranu, lze třeba definice 4.1 být trochu více formalizována? (např. co znamená, že followerovi je „doporučena“ akce)
- Ve výrazu (4.6), co značí  $P$ ?

- Ve větě 4.6, nemělo by tam být uvedeno „alespoň 4 hráči“ namísto „více než 4 hráči“? (a analogicky ve větě 4.8)
- Nejsem si jist, jestli by v listech stromu z obrázku 4.3 neměly být prohozeny první dvě složky uvedených vektorů.
- „players has“ (str. 30)
- Reference mají zvláštním způsobem řazené jména autorů (Příjmení1, Jméno1 and Jméno2 Příjmení2), ale patrně je to dáno použitou šablonou.  
Zdá se, že článek [21] již byl publikován. Chybí detaily k [26] a [33] a naopak v [38] je dvakrát jméno časopisu.

## Shrnutí

Celkově hodnotím práci velmi pozitivně. Práce přináší nové teoretické poznatky stejně jako numerické porovnání různých metod. Text je psán srozumitelně a profesionálně. Těch několik poznámek, které jsem zmínil, jsou vesměs podružné a na kvalitu práce nemají zásadní vliv.

Zadání podle mého soudu bylo splněno a práce rovněž zcela splňuje standardy kladené na práce tohoto typu.

## Závěr

Předloženou diplomovou práci hodnotím známkou A-výborně.

V Praze, 6. června 2016

doc. Milan Hladík, Ph.D.

---

Charles University, Faculty of Mathematics and Physics,  
Department of Applied Mathematics,  
Malostranské nám. 25, 118 00 Prague, Czech Republic,  
e-mail: [hladik@kam.mff.cuni.cz](mailto:hladik@kam.mff.cuni.cz).