



**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE**

---

**Masarykův ústav vyšších studií  
Katedra inženýrské pedagogiky**

# **Tvorba úloh pro laboratorní cvičení Assignments for laboratory classes**

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

**Ing. Zdeněk Neusser, Ph.D.**

Studijní program: Specializace v pedagogice.  
Studijní obor: Učitelství odborných předmětů.

Vedoucí práce: doc. Ing. David Vaněček, Ph.D.

Praha 2016

## **Abstrakt**

Práce se zabývá návrhem laboratorních úloh pro výuku mechaniky na střední škole. Součástí práce je vytvoření didaktických materiálů pro žáky a didaktických listů pro učitele pro tato laboratorní cvičení.

## **Klíčová slova**

laboratorní cvičení, mechanika, didaktika

## **Abstract**

The work deals with the design of practical exercises for high schools. The practical exercises takes place in laboratories with mechanical equipment. Didactic materials are created for pupils and for teachers.

## **Keywords**

laboratory exercises, mechanics, didactics

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem zadanou bakalářskou práci vypracoval samostatně a s přispěním vedoucího bakalářské práce a konzultantů a používal jsem pouze literaturu v práci uvedenou.

Nemám závažný důvod proti zpřístupnění této závěrečné práce v souladu se zákonem č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) v platném znění.

V Praze 4. ledna 2016

.....

Zdeněk Neusser

## **Poděkování**

Chtěl bych poděkovat za podporu a trpělivost během celého mého studia své rodině a zejména své manželce a synovi. Děkuji doc. Vaněčkovi za udílení rad při zpracování bakalářské práce.

Zdeněk Neusser

## Obsah

1. Úvod .....	6
2. Cíle práce.....	8
3. Teoretická východiska .....	9
3.1. Rámcový vzdělávací program .....	11
3.2. Školní vzdělávací program.....	11
3.3. Typy úloh pro laboratorní práce.....	11
3.4. Zásady pro tvorbu učebního textu.....	12
4. Praktická část.....	15
4.1. Experimentální zařízení použité pro výuku.....	15
4.2. Školní vzdělávací program: IT systémy ve strojírenství.....	16
4.3. Výběr témat pro laboratorní výuku.....	21
4.3.1. Předmět Mechanika .....	21
4.3.2. Předmět Fyzika .....	24
4.3.3. Předmět Stavba a provoz strojů.....	25
4.3.4. Předmět Mechatronika.....	26
4.4. Vytvoření didaktických podkladů .....	28
4.4.1. Rovinný mechanismus trijoint: podklady pro učitele .....	29
4.4.2. Rovinný mechanismus trijoint: podklady pro žáky .....	33
4.4.1. Identifikace parametrů kyvadla: podklady pro učitele .....	37
4.4.1. Identifikace parametrů kyvadla: podklady pro žáky.....	39
5. Závěr .....	42
Literatura.....	43

## 1. Úvod

Výuku odborných předmětů na střední škole je užitečné podpořit názornými ukázkami předkládaných jevů a dějů. Fyzikální zákony a pravidla, jak je věda do této doby poznala a popsala, ovlivňují všechny pracovní procesy, strojírenství nevyjímaje. Základní principy lze žákům přiblížit jednoduchými experimenty, proveditelnými ve školním prostředí a s minimem pomůcek a zařízení, nicméně pro ověření výpočtových vztahů je nutno také začlenit různá měřidla, která nemusí být levná.

Mechanika popisuje chování předmětů okolo nás, snaží se najít a nachází zákonitosti pohybu těles, jejich vzájemné interakce a ovlivnění chování díky prostředí. Výuka mechaniky by měla mít vazbu na reálné děje, reflektovat je a vlastně z nich vychází. Žáci by měli pochopit a chápat, že to, co se učí, odrazuje jistou skutečnost, je to její model, zjednodušení. Ač se ve velké míře opravdu jedná o zjednodušení reálných dějů, odvozené zákony a predikce chování je dostatečně věrná pro její použití v technické praxi. Empirická data jsou častým vstupem těchto modelů.

Laboratorní cvičení s cílem získat představu o reálném chování mechanických soustav by měla být nedílnou součástí výuky na středních odborných školách (1). Slouží nejen k lepšímu pochopení látky, ale žák si osvojuje další rozměry a složitost modelů a míru jejich zjednodušení vůči realitě (2).

Na provedení pokusu ve vyučovací hodině lze pohlížet jako na proces výchovy zážitkem, o této problematice pojednává kniha (3). Pedagog vytváří vhodné zážitky a staví před žáky problémy, které často znají z každodenního života a které běžně neanalyzují. Žáci dostávají příležitost sami zkoumat, diskutovat a promýšlet problém formou experimentu, je to blízké poznávání v mladším věku dítěte, tedy hře. Prožitek hry odráží její zážitek a dává hráči jistou zkušenost, což přispívá k jeho rozvoji (4). Pedagog jako moderátor silně ovlivňuje atmosféru takovéto hry, vhodnými vstupy stimuluje žáky k samostatnosti a kreativitě.

Laboratorní nebo demonstrační úlohy se berou jako aktivizační metody, náročnost přípravy je sice vyšší než u klasické, frontální výuky, ale u žáků zvyšuje zájem o učivo, rozvíjí myšlení, kreativitu a dává studentům prostor. Výhodné je ale použít tuto aktivizační metodu v kombinaci s přehledným zápisem a systematizací pojmů a myšlenek, které patří ke klasickým metodám, viz (5). Aktivizační metody ovšem zabírají mnohem více času oproti klasickým, a také jsou mnohem náročnější na přípravu.

Tato práce má za cíl zvolit vhodné učivo mechaniky z osnov pro výuku odborných předmětů a vytvořit návod pro realizaci laboratorních úloh. Součástí jsou také pracovní listy pro žáky a učitele s ukázkami experimentálních zařízení.

## 2. Cíle práce

Cílem je návrh úloh pro laboratorní cvičení z mechaniky a vytvoření didaktických materiálů pro žáky a učitele. V oblasti výuky mechaniky na střední škole je nejprve nalezeno vhodné téma k praktické demonstraci při vyučování. Tato témata mohou být z různých částí a spolu souviset jen letmo. Dále je potřeba vypracovat postup teoretické části experimentu, sestavit potřebné rovnice a sepsat teorii potřebnou k realizaci simulace experimentu a experimentu samotného. Připraví se podklady pro jeho teoretickou část. Pro žáky je taktéž nutné sestavit didaktické listy, které je budou provázet experimentem a budou obsahovat potřebnou teoretickou bázi. Jednotlivé cíle jsou:

- návrh struktury výukového textu
- výběr tématu vhodného pro praktickou úlohu při vyučování
- sestavení didaktických materiálů pro žáky a učitele



### 3. Teoretická východiska

Studium na středních odborných školách se řídí rámcovým vzdělávacím programem, který vydává Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy. V tomto kurikulárním dokumentu jsou vymezeny závazné požadavky na vzdělávání, je vydáván také pro výuku odborného výcviku na středních odborných školách. Kurikulum, jak je chápáno podle (6), je teorie o obsahu vzdělávání, včetně cílů a výsledků vzdělávání. Kurikulární dokumenty se v České republice vyskytují na státní a školní úrovni. Státní rovina je tvořena Národním programem rozvoje vzdělávání v České republice, tzv. Bílou knihou, a Rámcovými vzdělávacími programy. Školní úroveň představují Školní vzdělávací programy zpracované každou školou individuálně podle Rámcových vzdělávacích programů. Veškerý vzdělávací obsah včetně aktivit a činností probíhajících ve škole má směřovat k utváření a rozvíjení klíčových kompetencí u žáka. Klíčové kompetence představují „*souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti*“, podle (7).

Pro základní vzdělávání Rámcový vzdělávací program stanovuje za klíčové kompetence k učení, kompetence k řešení problémů, kompetence komunikativní, kompetence sociální a personální, kompetence občanské a kompetence pracovní. Rámcový vzdělávací program základního vzdělávání dále vymezuje devět vzdělávacích oblastí (Jazyk a jazyková komunikace, Matematika a její aplikace, Informační a komunikační technologie, Člověk a jeho svět, Člověk a společnost, Člověk a příroda, Umění a kultura, Člověk a zdraví, Člověk a svět práce), které mohou zahrnovat i více vzdělávacích předmětů, a obsahuje průřezová témata jakožto „*okruhy aktuálních problémů současného světa*“, podle (7).

Rámcový vzdělávací program pro strojírenství (8) vychází a reflektuje Národní program rozvoje vzdělávání v České republice (9), který vznikl na základě usnesení vlády České republiky ze dne 7. dubna 1999, která v něm schválila hlavní cíle vzdělávání. Národní a rámcové vzdělávací programy prochází každoročními změnami, které v sobě nesou reakce na požadavky a potřeby společnosti ale také reflektují různá politická rozhodnutí.

Z rámcového vzdělávacího programu vychází školní vzdělávací programy, které jsou typické pro každou školu. Jsou svázány rámcovým vzdělávacím programem daného oboru, ale každé vzdělávací zařízení jej vytváří nezávisle na ostatních.

V rámci výuky strojírenských oborů se žáci věnují studiu mechaniky tuhých a poddajných těles. Pro tuto disciplínu lze vytvořit výukové hodiny, které studenty seznámí s určitou problematikou formou praktického úkolu a umožní jim vyšší stupeň porozumění danému problému. Pro potřeby takového vyučování se sestavují učební texty ve formě pracovního listu jak pro žáky, tak pro učitele a samozřejmě je nezbytné být vybaven příslušným experimentálním zařízením.

Zpracováním obsahů představujících různé oblasti kultury (vědy a techniky, umění, činností a hodnot) do školního vzdělávání vzniká učivo. Přenosu učiva do učebních plánů, osnov, učebnic, do vyučovacího procesu se říká didaktická transformace (10).

### **3.1. Rámcový vzdělávací program**

Je státem vydaný pedagogický (kurikulární) dokument, který vymezuje závazné požadavky na vzdělávání v jednotlivých stupních a oborech vzdělání, tzn. zejména výsledky vzdělávání, kterých má žák v závěru studia dosáhnout, obsah vzdělávání, základní podmínky realizace vzdělávání a pravidla pro tvorbu školních vzdělávacích programů. Je také závazným dokumentem pro všechny školy poskytující střední odborné vzdělávání, které jsou povinny jej respektovat a rozpracovat do svých školních vzdělávacích programů, dále je veřejně přístupným dokumentem pro pedagogickou i nepedagogickou veřejnost a také je otevřeným dokumentem, který bude po určitém období platnosti nebo podle potřeby inovován.

Rámcový vzdělávací program pro obor strojírenství slouží jako základ pro všechny školní vzdělávací programy jednotlivých středních odborných škol vyučujících obor strojírenství.

### **3.2. Školní vzdělávací program**

Školní vzdělávací program je stěžejním pedagogickým dokumentem školy, na jehož základě škola realizuje vzdělávání v daném oboru. Je povinnou součástí dokumentace školy. Tvorba školního vzdělávacího programu je plně v kompetenci ředitele školy, který je jednak odpovědný za jeho kvalitu a zároveň za jeho plnění. Školní vzdělávací program je schvalován radou školy, pokud ji škola má podle (11). Jednotlivé školy se profilují právě odlišnostmi ve svých školních vzdělávacích programech.

### **3.3. Typy úloh pro laboratorní práce**

Laboratorní práce a úlohy ve fyzice, což také platí pro její podoblast mechaniku, které provádí přímo žáci za asistence pedagoga lze rozdělit podle (12) do čtyř základních skupin:

- a) Práce, jimiž žáci získávají základní poznatky o nových fyzikálních jevech a jejich zákonitostech; pokus nahrazuje nebo obměňuje demonstrační pokus učitele.
- b) Práce, které slouží k objasnění (ilustraci) poznatků vyvozených jinými metodami; kvantitativní ověření funkčních závislostí fyzikálních veličin.
- c) Měření fyzikálních veličin; seznámení s měřicími metodami a s měřicími přístroji.
- d) Stanovení fyzikálních konstant; seznámení s metodami jejich měření.

Je vidět, že ráz těchto prací může být jak kvalitativní, tak kvantitativní. U kvalitativních úloh jde o reprodukci fyzikálních jevů a poznávání jejich hlavních znaků, u kvantitativních úloh se koná měření fyzikálních veličin a zpracováním naměřených dat se zjišťují jejich vzájemné vazby.

Podle zaměření a cíle úlohy mohou být laboratorní práce rozděleny jako pokusy vyvozovací, ověřovací nebo opakovací. Vyvozovací pokus je spojen zpravidla s výkladem nové látky a problém je řešen experimentálně za použití induktivní metody, často je použita problémová nebo heuristická metoda. Pokud žák reprodukuje již poznatý fyzikální jev, jedná se o metodu ověřovací, také se označuje jako ilustrativní. Při opakovacích pracích se vytváří a upevňují dovednosti a návyky. Pokusy také kvalifikujeme podle (13) na demonstrační pokusy prováděné učitelem a na žákovské pokusy.

### **3.4. Zásady pro tvorbu učebního textu**

Učební texty určené pro žáky středních odborných škol je potřeba psát s ohledem na vstupní znalosti žáků s těmito texty pracujícími, úroveň jejich schopnosti informace vstřebávat a přizpůsobit tomu cíle výukové hodiny.

Žáci jsou seznámeni s problémem, který je řešen, je položena jasná otázka. Následuje vysvětlení teorie a naznačena cesta k zodpovězení otázky, jež v našem případě povede přes

provedení experimentu. Žáky je potřeba seznámit s podmínkami platnosti experimentu (za jakých podmínek platí, použité zjednodušení, atd.) a způsobu ověření.

Demonstrační pokus je podle (13) rozdělen do několika fází, aby se stal skutečně efektivním prostředkem formování osobnosti žáka. Při přípravě, průběhu a vyhodnocení pokusu rozlišujeme tyto hlavní fáze: jasné stanovení cílů, myšlenková a technická příprava pokusu, vlastní provedení a zhodnocení výsledků pokusu.

Aby si žáci k řešenému problému našli vztah, je potřeba je motivovat. Motivace je jakýmsi motorem konání. Motiv nepůsobí vždy jenom jeden, ale je jich současně celá řada a vzájemně se ovlivňují, ovšem jeden z nich může být hlavní a ten nakonec vede k zaměření a výběru příslušného modelu chování a jednání (4).

Výukový text je strukturován následujícím způsobem:

- a) Pro vybrané téma z výuky mechaniky školního vzdělávacího programu je zformulován problém, k němuž se sice žáci dozvědí teoretické řešení, ale naše ambice je toto řešení ukázat nebo dokázat z měření. Tato část je označena piktogramem podle Obr. 1.



**Obr. 1: Piktogram formulace problému.**

- b) Teoretické pozadí problému obsahující rovnice se zvýrazněnými novými pojmy. Pro teoretickou část je použita značka podle Obr. 2.



**Obr. 2: Piktogram pro teorii.**

Nové pojmy a jejich definice jsou uvozeny Obr. 3.



**Obr. 3: Definice.**

- c) Provedení experimentu. Experiment je podrobně popsán včetně informace, jaké veličiny je potřeba zaznamenat. Pro tuto část je použit piktogram podle Obr. 4.



**Obr. 4: Experiment.**

- d) Vyhodnocení dat z experimentu. Na základě experimentu nebo porovnáním experimentu a teorie je vyřešen problém z bodu a). Text je uvozen piktogramem.



**Obr. 5: Vyhodnocení dat.**

- e) Závěr, shrnutí. Diskuse výsledků.



**Obr. 6: Závěr.**

## 4. Praktická část

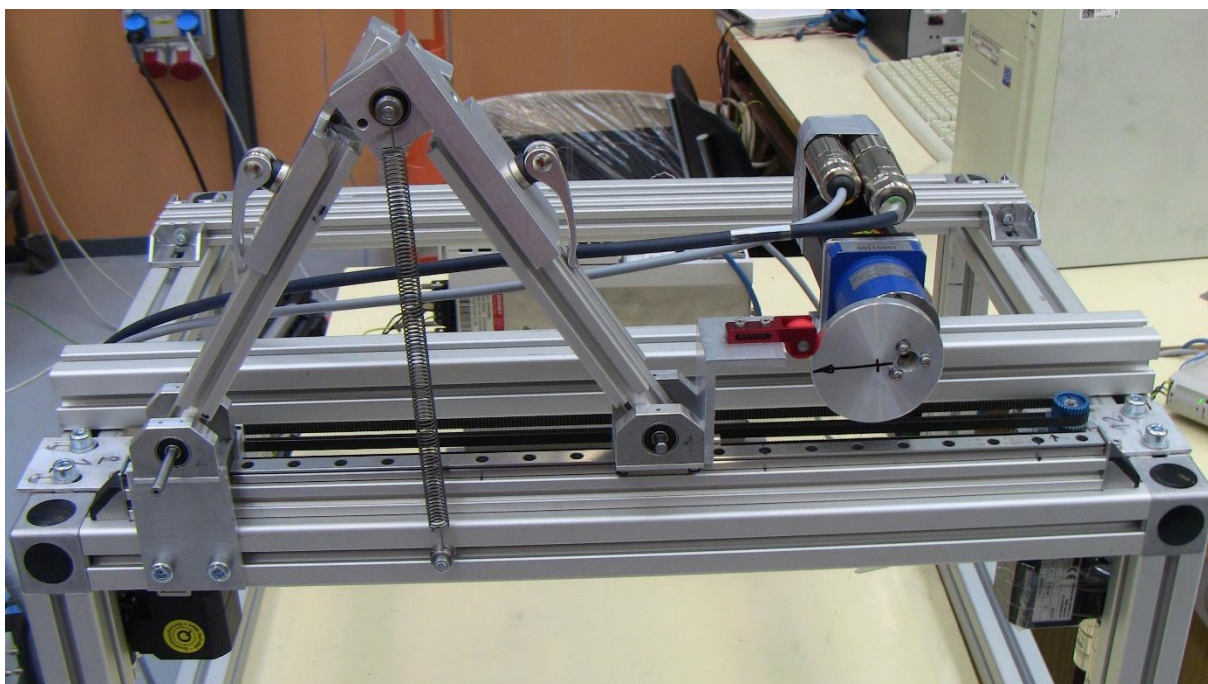
Základem praktické části je školní vzdělávací program konkrétní školy. Ve vzdělávacím programu jsou vybrány oblasti, pro které jsou navrženy praktické cvičení pro žáky. Ke každé laboratorní úloze je sestaven výukový text.

### 4.1. Experimentální zařízení použité pro výuku

V rámci řešení projektu *TA03011254 - Nová generace stavebnic a pomůcek pro technické vzdělávání*, podporovaného Grantovou agenturou České republiky, na jehož řešení se autor této práce podílí, je mimo jiné kladen důraz na tvorbu sestavy dílů, ze kterých lze poskládat více úloh. Tato sestava ve stávající podobě obsahuje nosníkové prvky, které jsou základem jak rámu, tak ramen mechanismů, dále spojovací elementy pevné, otočné a posuvné, rotační uložení hřídelí, úchyty pro motory, motory, převodovky, ozubená kola a další doplňující prvky včetně rychloupínacího systému. Ukázka sestavy experimentu je na Obr. 7.

Takto vytvořená stavebnice má za cíl umožnit praktické procvičení výuky co nejvíce předmětů a oblastí výuky. V prezentované formě (jak je vidět z výběru témat) lze pokrýt jak oblasti kinematiky (nauky o pohybu), statiky a dynamiky, tak také teorii řízení a základy strojů (které z dříve zmíněných oblastí vycházejí).

Výuku oborů, do kterých zasahují výše zmíněné oblasti lze tedy obohatit o praktické ukázky, které žáci samostatně provedou, nebo si mohou sestavit vlastní experiment. V rámci této bakalářské práce se budu věnovat pouze několika využitím, zařízení má ovšem širší pole možností.



Obr. 7: Ukázka použití univerzální stavebnice pro laboratorní úlohy.

#### 4.2. Školní vzdělávací program: IT systémy ve strojírenství

Pro tuto bakalářskou práci byl vybrán konkrétní školní vzdělávací program IT systémy ve strojírenství konkrétní střední průmyslové školy v Mladé Boleslavi (14), jehož aktuální verzi lze najít na stránkách školy (15). Pro vyučovací předměty Fyzika, Mechanika a Mechatronika jsou nalezeny oblasti vhodné pro praktické cvičení. Stávající vzdělávací program již praktická cvičení ve formě laboratorních výukových hodin obsahuje, ambice je stávající praktické hodiny doplnit a rozšířit.

Zaměření mého dokončeného magisterského studia je mechatronika, proto odborné zaměření praktických cvičení bude v této oblasti. Jsou vybrány témata týkající se mechaniky tuhých těles, tedy statiky, kinematiky a dynamiky a dále řízení mechanických a mechatronických systémů.



Školní vzdělávací program je v příloze na přiloženém datovém nosiči. Pro přehlednost jsou v Tab. 1 vybrány oblasti z učiva Fyziky, v Tab. 2 jsou oblasti učiva Mechaniky a předmět Mechatronika je zobrazen v Tab. 3. Poslední předmět, jehož obsah byl použit, je Stavba a provoz strojů, viz Tab. 4.

<b>Fyzika</b>	
Výsledky vzdělávání a kompetence	Tematické celky
Žák	
<b>Mechanika – kinematika</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- vysvětlí pojem jednotky fyzikální veličiny</li> <li>- převádí jednotky fyzikální veličiny</li> <li>- určí jednotku fyzikální veličiny v SI soustavě z libovolného veličinového vztahu</li> <li>- aplikuje definiční vztahy ke vzájemnému převodu jednotek soustavy SI</li> <li>- rozliší pohyby podle trajektorie a změny rychlosti</li> <li>- řeší úlohy o pohybech s využitím vztahů mezi kinematickými veličinami</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Základní pojmy z kinematiky</li> <li>- Pohyb rovnoměrně zrychlený, zpomalený, volný pád</li> <li>- Vektorové veličiny, skládání rychlostí</li> <li>- Výpočty úloh z kinematiky</li> <li>- Rovnoměrný pohyb po kružnici</li> </ul>
<b>Mechanika - dynamika</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- chápe sílu jako projev vzájemného působení dvou objektů</li> <li>- použije Newtonovy pohybové zákony v jednoduchých úlohách o pohybech</li> <li>- určí síly, které v přírodě a v technických zařízeních působí na tělesa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Newtonovy pohybové zákony</li> <li>- Síly při pohybu po kružnici</li> <li>- Hybnost, impuls síly, zákon změny hybnosti</li> <li>- Vztažné soustavy</li> <li>- Výpočty úloh</li> </ul>
<b>Mechanické kmitání</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- seznámí se základními veličinami provázející harmonické kmitání</li> <li>- vytvoří graf závislosti okamžité výchylky harmonického kmitavého pohybu v závislosti na čase</li> <li>- popíše matematické kyvadlo</li> <li>- vyjádří z rovnic okamžitou výchylku, frekvenci, periodu, amplitudu okamžité výchylky, rychlost a zrychlení harmonického kmitavého pohybu</li> <li>- vypočítají periodu, frekvenci, tuhost pružiny, délku závěsu kyvadla</li> <li>- prakticky proměří tíhové zrychlení v laboratorním cvičení</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- jednoduchý harmonický kmitavý pohyb a jeho veličiny</li> <li>- rovnice harmonického kmitavého pohybu</li> <li>- kmitání na pružině</li> <li>- kyvadla (matematické a fyzikální)</li> <li>- energie a kmitání (tlumené kmitání a kmitání netlumené)</li> <li>- laboratorní cvičení (matematické kyvadlo)</li> </ul>
<b>Mechanické vlnění</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- rozliší základní druhy mechanického vlnění a popíše princip šíření postupné mechanické vlny prostředím</li> <li>- pojmenuje základní veličiny popisující postupné mechanické vlnění</li> <li>- vypočte okamžitou výchylku, vlnovou délku, frekvenci a periodu postupného mechanického vlnění</li> <li>- objasní šíření vlnění pomocí Huygensova principu</li> <li>- popíše případ kdy nastávají jevy typu odraz, ohyb, lom vlnění</li> <li>- popíše princip interference vlnění</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- typy postupného mechanického vlnění</li> <li>- veličiny popisující postupné mechanické vlnění</li> <li>- rovnice postupné mechanické vlny</li> <li>- interference vlnění</li> <li>- Huygensův princip</li> <li>- lom, odraz, ohyb vlnění</li> </ul>

**Tab. 1: Vybrané okruhy z vyučovacího předmětu Fyzika.**

<b>Mechanika</b>	
Výsledky vzdělávání a kompetence	Tematické celky
Žák	
<b>Statika tuhých těles</b>	

<ul style="list-style-type: none"> <li>- seznámí se s úlohou a významem statiky a se základními zákony</li> <li>- rozumí pojmům statiky: vektor, skalár, síla a její určení, moment síly, sil. dvojice a silový účinek</li> <li>- aplikuje metody nahrazení sil a silových dvojic</li> </ul>	<p>Síla Momenty sil Dvojice sil</p>
<b>Rovinná soustava sil</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- řeší úlohy nahrazení a rovnováhy různých soustav sil</li> <li>- vytváří samostatně složkové a momentové rovnice rovnováhy, identifikuje neznámé v získaných rovnicích</li> </ul>	<p>Síly na jedné nositelce Síly se společným působištěm Rovnoběžné síly Obecná soustava sil</p>
<b>Vazby a vazbové síly</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- řeší samostatně úlohy rovnováhy těles v rovině na základě znalosti a aplikace uvolňování vazeb, znalosti stupňů volnosti a způsobů uložení</li> <li>- rozlišuje pojmy statická určitost a pohyblivost</li> <li>- řeší samostatně úlohy jednoduchých soustav rovinných těles</li> </ul>	<p>Charakteristika a druhy vazeb Statické podmínky rovnováhy Nosník na dvou podporách Vetknutý nosník</p>
<b>Těžiště</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- rozumí pojmu těžiště</li> <li>- řeší samostatně úlohy nalezení těžiště čar, ploch a těles</li> </ul>	<p>Charakteristika Těžiště základních geometrických tvarů</p>
<b>Tření a pasivní odpory</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- aplikuje na příkladech Coulombův zákon pro smykové tření</li> <li>- řeší rovnováhu tělesa na nakloněné rovině</li> <li>- rozumí pojmu samosvornost</li> <li>- řeší jednošalíkovou brzdu</li> <li>- řeší obyčejnou pásovou brzdu</li> <li>- řeší pohyb vozidla, umí určit trakční součinitel</li> <li>- vysvětlí pojem účinnost na jednoduchém mechanismu</li> </ul>	<p>Tření smykové Tření čepové Tření vláknové Odpor proti valení</p>
<b>Kinematika</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- zná a rozumí terminologii kinematiky: dráha, rychlost, zrychlení a jejich vzájemné závislosti</li> <li>- řeší úlohy přímočarých rovnoměrných a rovnoměrně zrychlených pohybů a znázorňuje vztahy veličin do grafů</li> <li>- řeší úlohy křivočarých rovnoměrných a rovnoměrně zrychlených pohybů</li> <li>- řeší úlohy: rovinného pohybu posuvného, obecného a rotačního, skládání a rozkládání pohybů, absolutních a relativních současných rovnoměrných pohybů v různých přímkách, rovnoměrných a nerovnoměrných pohybů (vodorovný vrh, šikmý vrh, svislý vrh vzhůru)</li> <li>- rozumí pojmu harmonický pohyb</li> <li>- řeší úlohy jednoduchých harmonických pohybů a jejich skládání</li> <li>- rozumí pojmům: mechanismus, stupně volnosti rovinných mechanismů, převod</li> <li>- vypočítává převodové poměry jednoduchých a složených převodů</li> </ul>	<p>Základní pojmy Kinematika bodu Kinematika tělesa Harmonický pohyb Kinematika soustavy těles</p>
<b>Dynamika</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- zná a rozumí terminologii dynamiky: pohybové zákony, setrvačná síla, impuls síly a hybnost, odstředivá a dostředivá síla, mechanická práce, výkon, účinnost, mechanická energie a zákon zachování energie</li> <li>- rozumí volnému a vázanému pohybu</li> <li>- řeší úlohy dynamiky posuvného a otáčivého pohybu těles</li> <li>- vypočítá pohybovou energii rotujícího tělesa</li> <li>- vypočítá celkovou pohybovou energii valícího se válce</li> <li>- rozumí statickému a dynamickému vyvažování otáčejících se hmot</li> <li>- rozumí přímému centrálnímu rázu</li> <li>- řeší jednoduché úlohy</li> </ul>	<p>Dynamika hmotného bodu Dynamika těles Rázy těles, vyvažování</p>

**Tab. 2: Vybrané okruhy z vyučovacího předmětu Mechanika.**

<b>Mechatronika</b>	
<b>Výsledky vzdělávání a kompetence</b>	<b>Tematické celky</b>
<b>Žák</b>	
<b>Akční členy mechatronické soustavy</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- porozumí principu zpětné vazby</li> <li>- zná funkci, činnost a použití elektromechanických akčních členů</li> <li>- zná funkci, činnost a použití pneumatických akčních členů</li> <li>- zná funkci, činnost a použití hydraulických akčních členů</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Začlenění akčního členu do regulované soustavy se zpětnými vazbami</li> <li>Elektromechanické akční členy</li> <li>Pneumatické akční členy</li> <li>Hydraulické akční členy</li> </ul>
<b>Řízení mechatronických soustav, automatizace a řídicí systémy</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- zná základní zákony Booleovy algebry</li> <li>- dokáže navrhnout logickou síť</li> <li>- vysvětlí činnost klopných obvodů</li> <li>- zná základní princip regulace</li> <li>- dokáže nakreslit schéma regulačního obvodu</li> <li>- zná metody vyšetřování vlastností členů automatického řízení</li> <li>- zná jednotlivé typy regulovaných soustav</li> <li>- seznámí se s řídicími systémy</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Booleva algebra</li> <li>Kombinační logické funkce</li> <li>Symbole a schémata obvodů pro kombinační logické funkce</li> <li>Zjednodušení logických výrazů</li> <li>Sekvenční logické funkce a obvody</li> <li>Automatická regulace</li> <li>Typy a algoritmy řízení</li> <li>Řídicí systémy</li> </ul>
<b>Inteligentní řízení mechatronických soustav</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- dokáže objasnit podstatu pojmů chytrost a inteligence</li> <li>- vysvětlí důvody zavedení fuzzy logiky</li> <li>- zná základní logické funkce a algoritmy</li> <li>- seznámí se s použitím neuronových sítí</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Chytrost a inteligence</li> <li>Fuzzy logika</li> <li>Neuronové sítě</li> </ul>
<b>Návrh mechatronické soustavy</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- seznámí se s tradičním a mechatronickým způsobem konstruování soustav (především strojních soustav)</li> <li>- seznámí se s mikro a makrocyklem</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Přístup k problému</li> <li>Metodika návrhu</li> <li>Návrh založený na modelu</li> </ul>
<b>Mechatronické systémy</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- seznámí se s uživateli mechatronických systémů</li> <li>- seznámí se s mechatronickými systémy ve výrobní a nevýrobní sféře a v dopravě</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Výrobní systémy</li> <li>Nevýrobní systémy</li> <li>Dopravní systémy</li> </ul>

**Tab. 3: Vybrané okruhy z vyučovacího předmětu Mechatronika.**

<b>Stavba a provoz strojů</b>	
<b>Výsledky vzdělávání a kompetence</b>	<b>Tematické celky</b>
<b>Žák</b>	
<b>Mechanické převody točivého pohybu</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- určí převodový poměr u jednoduchého a složeného převodu</li> <li>- vysvětlí princip, účel a použití třecích převodů</li> <li>- vysvětlí princip, účel a použití řemenových převodů</li> <li>- zná druhy, materiály a konstrukci řemenů</li> <li>- vysvětlí princip, účel a použití řetězových převodů</li> <li>- zná druhy, materiály a konstrukci řetězů</li> <li>- vysvětlí princip, účel a použití ozubených řemenů</li> <li>- vysvětlí princip a použití variátorů, rozumí pojmu regulační rozsah</li> <li>- nakreslí a vysvětlí činnost řemenového variátoru</li> <li>- nakreslí a vysvětlí činnost řetězového variátoru</li> <li>- provede rozdělení ozubených soukolí</li> <li>- zná základy teorie evolventního ozubení, chápe základní zákon ozubení</li> <li>- nakreslí základní profil ozubení, rozumí pojmu normalizace ozubení</li> <li>- počítá geometrii ozubení kola typu N</li> <li>- zná základy výroby ozubených kol, chápe korekce ozubení</li> <li>- umí zhodnotit kvalitu soukolí – určí součinitel trvání záběru</li> <li>- znázorní silové poměry u vnějšího soukolí s přímými zuby</li> <li>- vysvětlí princip čelního soukolí s šikmými zuby</li> <li>- orientuje se v geometrii šikmouzubého soukolí</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- třecí převody</li> <li>- řemenové převody</li> <li>- řetězové převody</li> <li>- převody ozubenými řemeny</li> <li>- variátory</li> <li>- převody ozubenými koly</li> </ul>

**Tab. 4: Vybrané okruhy z vyučovacího předmětu Stavba a Provoz Strojů**

### 4.3. Výběr témat pro laboratorní výuku

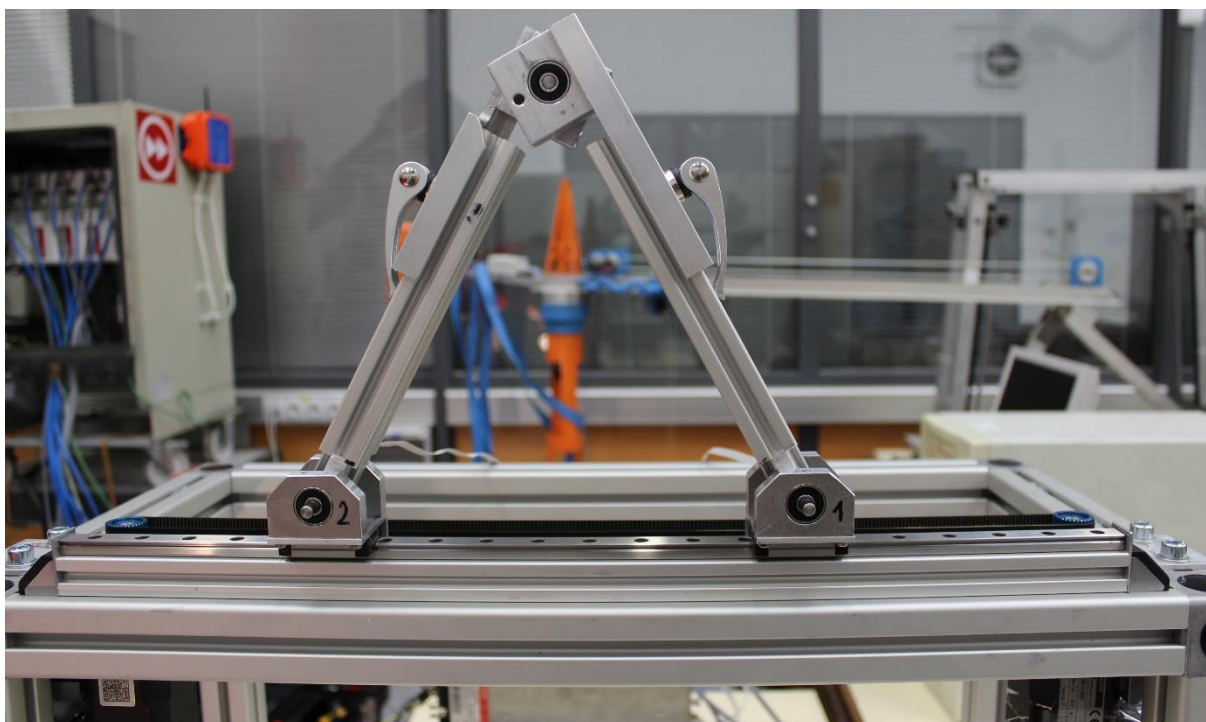
Byla vybraná témata vhodná k realizaci laboratorní úlohy, ve školním vzdělávacím programu lze jistě nalézt mnoho dalších. Protože je učivo mechaniky, hlavně kinematika a dynamika přímo svázána s pohybem těles a mechanismů, lze sestavit velké množství demonstrátorů a praktických úloh. Témata spojená s řízením systémů pak přímo využívají sestavené mechanismy. Na jednom mechanismu lze tedy ukázat jak jeho kinematiku, případně jevy z dynamiky, tak aplikaci řízení. Rozdělení úloh podle předmětů je dáno skladbou konkrétního školního vzdělávacího programu, do kterého by se dané úlohy zakomponovaly.

#### 4.3.1. Předmět Mechanika

Z předmětu Mechanika školního vzdělávacího programu (14) je v oblasti kinematiky vybráno téma o pohybu rovinného mechanismu, robota zvaného Trijoint. Na Obr. 8 je ukázka realizace tohoto mechanismu se třemi rotačními vazbami a dvěma nezávislými pohony. Tato úloha je postavena na řešení kinematiky tohoto mechanismu, jsou-li motory řízeny polohově. Žáci řeší inverzní kinematickou úlohu a vyzkouší si možnosti a úskalí plánování trajektorie koncového bodu robota.

Pro řešení kinematiky uzavřeného rovinného mechanismu se vychází z metod použitých v prostoru (16) a upravených pro rovinu. Zpravidla se používají tři základní metody, první lze nazvat trigonometrickou metodou, kdy se vztahy mezi souřadnicemi mechanismu odvodí analyticky, zejména použitím trigonometrie. Další dva přístupy záleží na zvolených souřadnicích, použijí-li se absolutní souřadnice, řešíme mechanismus vektorovou metodou (17), zavedeme-li relativní souřadnice mezi tělesy, soustava je řešena maticovou metodou. Vektorová metoda je založena na součtu vektorů v uzavřené smyčce mechanismu, maticová metoda porovnává prvky matice při průchodu smyčkou z různých stran.

Z hlediska počtu parametrů je nejnáročnější maticová metoda, vektorová metoda má o parametr na smyčku méně, trigonometrická metoda je v tomto ohledu nejefektivnější. Z hlediska náročnosti sestavení rovnic je právě trigonometrická metoda založena na intuici, kdežto vektorová a maticová metoda obsahuje pravidla pro vytvoření řešených rovnic.

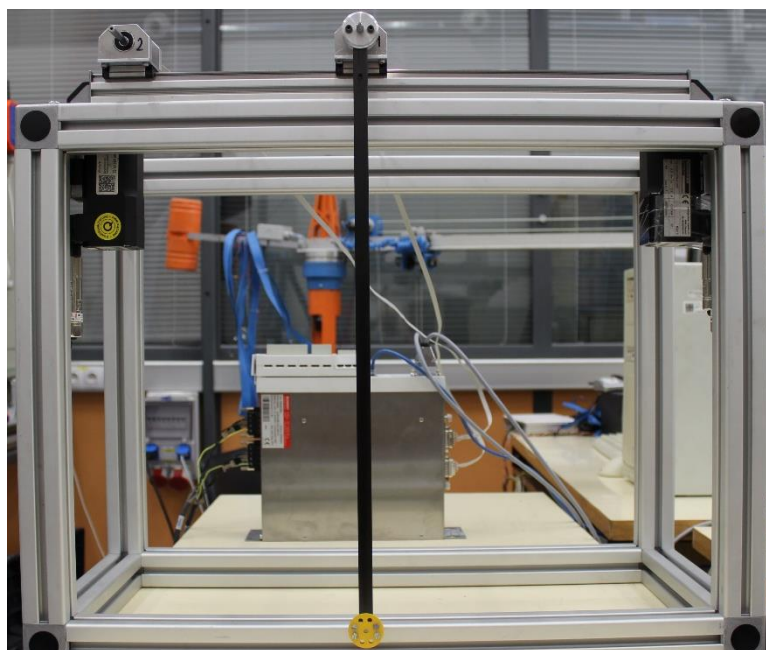


**Obr. 8: Model mechanismu zvaného Trijoint.**

Z oblasti dynamiky školního vzdělávacího programu je vybrán problém zabývající se zjišťováním hmotových charakteristik těles, zde konkrétně momentu setrvačnosti kyvadla, Obr. 9. Jedna z metod vedoucích k nalezení žádaných parametrů využívá záznamu pohybu kyvadla a získání momentu setrvačnosti a rotačního tlumení metodou nejmenších čtverců, neboli použitím pseudoinverze. Zjišťují se také další parametry, jako poloha těžiště a hmotnost.

Moment setrvačnosti, hmotnost a polohu těžiště těles lze určit také ze znalosti geometrie, rozložení hmoty a materiálových vlastností daného tělesa (18). Nemáme-li možnost tyto

parametry určit analyticky, musíme je změřit. Hmotnost a těžiště určíme měřením, z pohybové rovnice tělesa a změřených záznamů polohy, rychlosti a zrychlení určíme moment setrvačnosti tělesa. Protože dochází k disipaci energie, musíme do pohybové rovnice zahrnout také tlumení, abychom moment setrvačnosti určili co nejpřesněji. Zde se žákům představí metoda nejmenších čtverců pro nalezení nejlepší shody mezi měřenými daty a identifikovaným analytickým řešením.

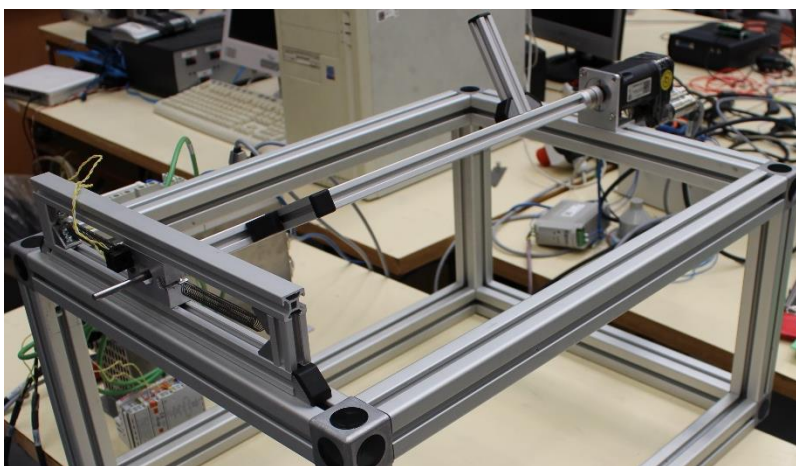


**Obr. 9: Sestavení experimentu pro určení momentu setrvačnosti.**

Další úlohou spadající pod dynamiku ve školním vzdělávacím programu je vyvažování rotujících součástí. S vyváženými rotujícími tělesy se denně setkáváme, typickým příkladem jsou kola vozidel v dopravě, která musí být vyvážena, aby nedocházelo k nadměrnému opotřebení ložisek, hřídelů a vlastně celého vozidla díky vibracím vybuzených nevyvážením. Žáci se seznámí s teorií vyvažování, změří síly působící od nevyváženosti do rámu a pokusí se o experimentální vyvážení, Obr. 10.

Vyvažování rotujících součástí je potřebné v celém spektru strojírenského průmyslu, od konstrukce obráběcích strojů a jejich rotujících součástí, přes rotory turbín po výroby

denní spotřeby. Vyvažování musí brát v potaz také poddajnost vyvažovaných součástí, v naší úloze poddajnost zanedbáme a budeme se věnovat pouze vyvažování tuhého nevyváženého rotoru, což vede na diagonalizaci matice setrvačnosti, (19). Žáci se pokusí výpočetně a experimentálně vyvážit rotor a změří síly jdoucí do rámu stroje (a zároveň zatěžující ložiska).



Obr. 10: Vyvažování nevyváženého rotoru.

#### 4.3.2. Předmět Fyzika

Ve fyzice jsou podle školního vzdělávacího programu (14) probrány základy mechaniky a jedním z probíraných zákonů je zákon zachování mechanické energie. Sestavení experimentu je stejné jako pro zjišťování parametrů kyvadla z Obr. 9, ale tentokrát se simulačně a experimentálně porovnává kinetická, potenciální a disipativní energie kyvadla. Ukáže se, jak kvalitně je určeno tlumení kyvadla a žáci mají za úkol navrhnout jeho korekci; tato pod-úloha je spojena s úlohou identifikace parametrů kyvadla.

V této úloze je žákům ukázáno simulačně a experimentálně, jak se potenciální energie mění v kinetickou a naopak, ukáže se vliv disipace energie. Moment setrvačnosti zařízení (kyvadla) a tlumení bude známo, nebo se určí výpočtem ze simulace podle úlohy z předchozí kapitoly. Žákům je předestřen problém tribologie s jejími důsledky pro praxi.

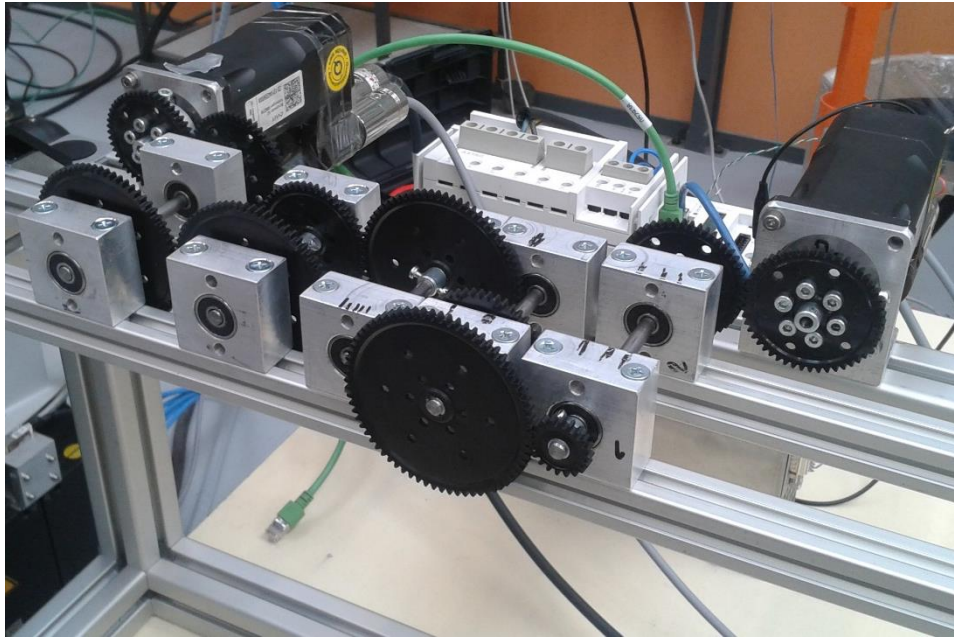


### 4.3.3. Předmět Stavba a provoz strojů

V tomto předmětu se žáci seznamují se stroji používanými ve strojírenství a jejich součástmi. Přenos točivého momentu a přesné polohování je zajištěno motory s převodovkami. Přesnost převodovek, charakteristiky chodu ozubení a určení převodového poměru jsou součástí experimentu s převodovkami podle Obr. 11.

Nutnost transformace točivého momentu a otáček je významné téma strojírenských zařízení. Žáci se seznamují s teorií evolventního ozubení, jeho výhodami a vlastnostmi, a v této laboratorní úloze si ukáží jeho reálné chování v aplikacích. Například pro přesné obrábění je potřeba zajistit přesný přísuv nástroje, který je posouván šroubem, který je přes převodovku poháněn motorem. Přesnost převodového ústrojí hraje významnou roli pro přesné polohování.

Měřením převodového poměru a jeho odchylky (tzv. Transmission Error podle (20)) bude žákům demonstrována kvalita reálného převodového ústrojí, budou diskutovány vlastnosti a východy prímých a šikmých ozubení, objasněny pojmy jako podřezání, modifikace zubů, úpravy povrchu evolventy (soudečkování, úpravy hlavové a patní části, úpravy krajů zubů, atd.). V neposlední řadě je potřeba také zmínit tření na zubech a odvod odpadního tepla mazáním.



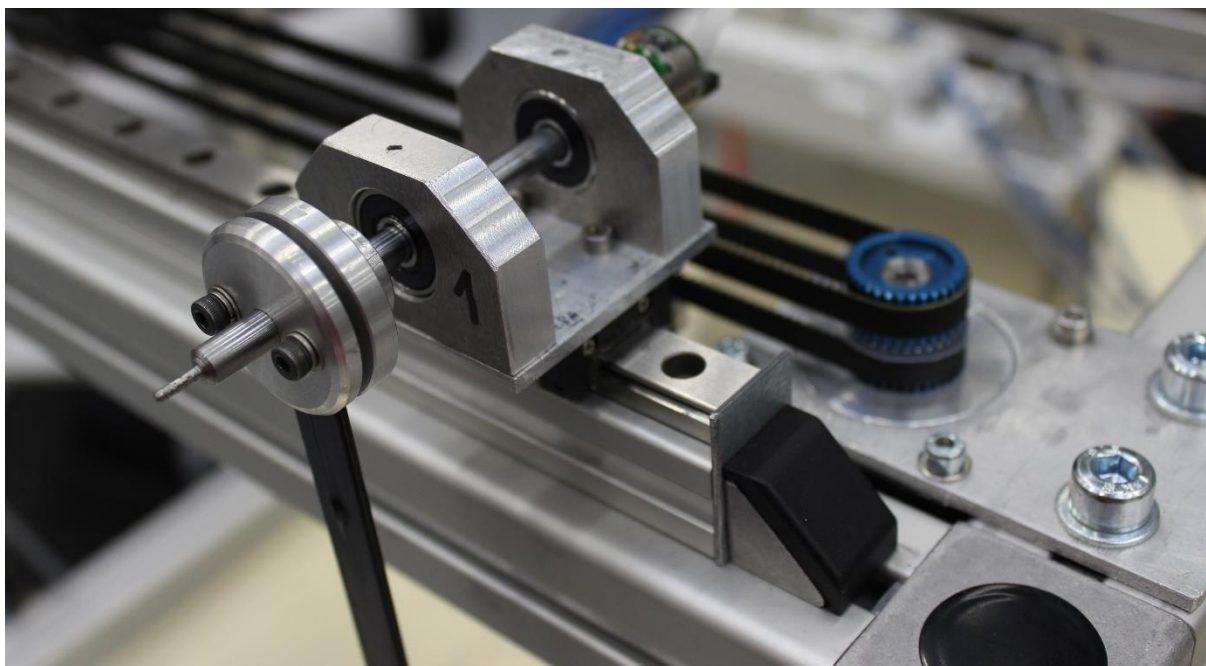
Obr. 11: Experiment s převody.

#### 4.3.4. Předmět Mechatronika

Předmět kombinující více oborů přidává k mechanické části také řízení. Do sekce řízení mechatronických soustav spadá také řízení matematického kyvadla, jehož experimentální sestava je podobná jako na Obr. 9, pohyb (poloha) vozíčku je řízen motorem, viz Obr. 12. Žáci mají možnost si zkusit řídit kyvadlo, zjistit rozdíl mezi matematickým a fyzikálním kyvadlem.

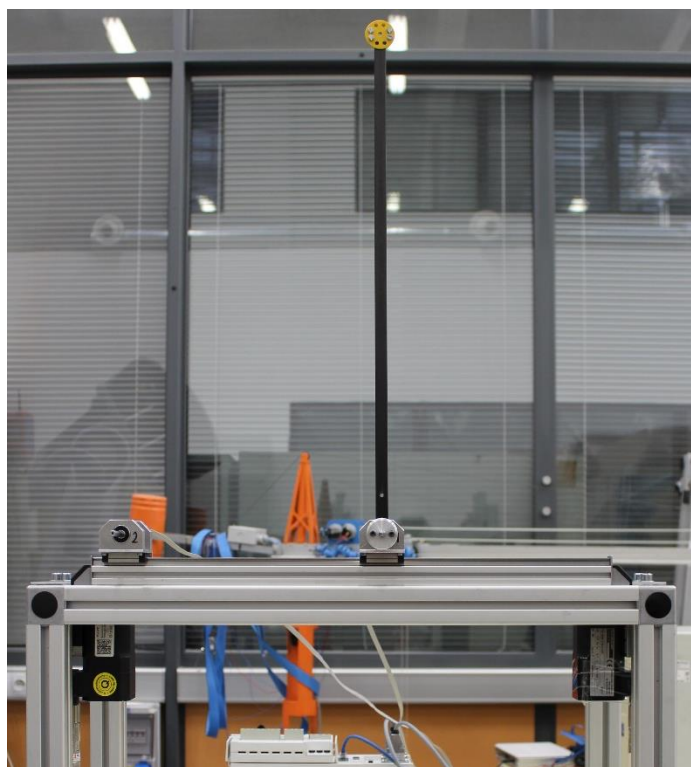
Řízení kyvadla na vozíčku, jak jej vidíme na Obr. 9, odpovídá řízení břemene zavěšeného na kočce jeřábu. Protože má břemeno mnohem větší hmotnost než lano jej nesoucí, lze tuto soustavu modelovat jako matematické kyvadlo. Matematické kyvadlo je ve své podstatě hmotný bod zavěšený na nehmotném rameni. V tomto modelu se zanedbává moment setrvačnosti tělesa a ramene. Řízení takovéto soustavy se liší od řízení plného modelu kyvadla. Matematickému kyvadlu jsou také podobná kyvadla hodin. Žáci jsou seznámeni s podmínky linearizace matematického popisu soustavy a vhodným řízením – PID regulátor se stavovou zpětnou vazbou, podle (21). Řízení je pak aplikováno na nelineární

system jak simulačně, tak experimentálně. Žáci se pokusí vytvořit a řídit tzv. nekývající jeřáb. Tím, že je tato úloha řešena kolem stabilní rovnovážné polohy, mohou žáci zkoušet různé varianty řízení i na reálném experimentálním zařízení.



Obr. 12: Detail uložení matematického kyvadla.

Inverzní kyvadlo je další úlohou řízení pro kyvadlo na vozíčku, řízení okolo vztyčené polohy, tedy kolem bodu labilní rovnováhy je úkol, kterým se žáci budou zabývat. Pro úspěšné vyřešení se musí odvodit dynamické rovnice kyvadla a aplikovat na takto získaný systém řízení. Nejprve se musí rovnice soustavy linearizovat kolem rovnovážného bodu a pak se tato lineární soustava použije pro další analýzu a návrh řízení. Žáci si procvičí pojem stabilita, říditelnost, ovladatelnost, vyzkouší si návrh výstupní a stavové zpětné vazby regulátoru, která systém stabilizuje. Koeficienty zpětné vazby se získají buď pomocí Ackermanova přístupu, nebo užitím optimálního řízení (22). Vzpřímená poloha kyvadla je na Obr. 13.



Obr. 13: Inverzní kyvadlo.

#### 4.4. Vytvoření didaktických podkladů

Didaktické materiály jsou vytvořeny pro první úlohu (pohyb rovinného mechanismu, Tri-joint) v seznamu témat vhodných pro praktické cvičení žáků středních odborných škol. Tyto podklady byly vytvořeny pro snadnou teoretickou přípravu k provedení experimentu.

Podklady pro učitele obsahují poznámky, komentáře a technické detaily k prováděnému experimentu, doplňují jej a dávají návod jak danou úlohu více rozšířit.

#### 4.4.1. Rovinný mechanismus trijoint: podklady pro učitele

##### Název úlohy:

Inverzní kinematika rovinné soustavy těles: Trijoint

##### Vstupní znalosti žáků:

Základy analytické geometrie. Pohyblivost soustavy těles.

##### Vybavení:

Stand číslo 1.

---

##### Formulace problému:

Výpočet souřadnic pohonů pro dosažení požadované polohy pracovního bodu.

K řešení je použita trigonometrická metoda.

---



##### Teoretická a simulační část:

Rovinný manipulátor na Obr. 14 tvoří čtyři tělesa a základní rám (ten obvykle označujeme číslem 1). Polohu pracovního bodu B ovládáme přes ramena 2 a 3 prostřednictvím pohybu vozíčků 4 a 5. Jejich poloha je označena body A a C. Naším cílem je pohybovat pracovním bodem B po požadované trajektorii. Musíme proto sestavit rovnice, které nám pro zadané souřadnice bodu  $B = [B_x, B_y]$  určí polohu bodů A a C, tedy souřadnice vozíčků. Když potom budeme nastavovat vozíčky do takto vypočtených poloh, bude se pracovní bod B pohybovat po žádané křivce.

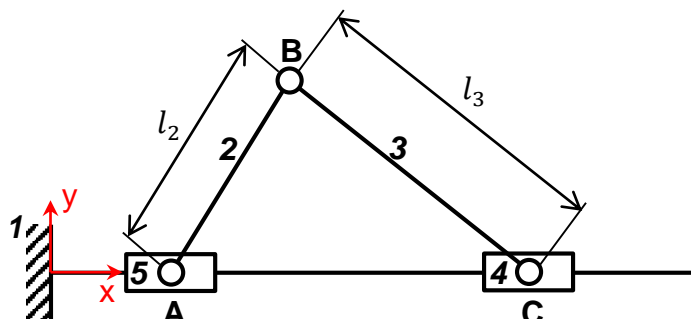


---

Jedná se o inverzní kinematickou úlohu, kdy pro zadanou polohu pracovního bodu hledáme potřebnou polohu pohonů. Opačná úloha, tedy výpočet polohy pracovního bodu ze zadaných souřadnic pohonů, se nazývá dopředná.

---





Obr. 14: Rovinný manipulátor se dvěma stupni volnosti.

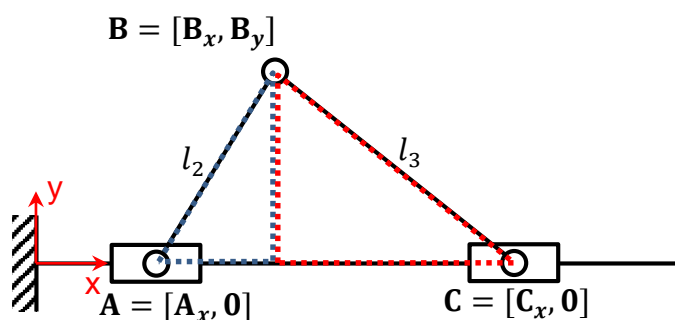
Nejprve ověříme, jestli je možné změnou polohy bodů A a C opravdu jednoznačně řídit polohu bodu B. Začneme počtem stupňů volnosti manipulátoru:



$$n = 3(\text{počet těles} - \text{rám}) - 2(\text{rotační v.} + \text{posuvné v.} + \text{valivé v.})$$

$$n = 3(5 - 1) - 2(3 + 2 + 0) = 12 - 10 = 2^{\circ} \text{ volnosti.}$$

Manipulátor má dva stupně volnosti. To znamená, že je možné řídit dvě souřadnice bodu  $B = [B_x, B_y]$ . K tomu máme k dispozici dva pohony – vozíčky 4, 5, kterými ovládáme polohu bodů  $A = [A_x, 0]$  a  $C = [C_x, 0]$ . Vše je tedy v pořádku, nastavením souřadnic  $A_x, C_x$  můžeme jednoznačně ovládat polohu pracovního bodu B.



Obr. 15: Trigonometrická metoda.

Nyní sestavíme rovnice pro inverzní kinematiku. Známe souřadnice pracovního bodu  $B=[B_x, B_y]$  a délky ramen  $l_2, l_3$ . Hledáme souřadnice  $A_x, C_x$ . K výpočtu použijeme trigonometrickou metodu na

Z modrého trojúhelníku plyne

$$A_x = B_x - \sqrt{l_2^2 - B_y^2}$$

a z červeného

$$C_x = B_x + \sqrt{l_3^2 - B_y^2}.$$

Tím je úloha inverzní kinematiky vyřešena, můžeme začít experimentovat s modelem.

### Další úkoly

---

Vypočítejte potřebnou sekvenci souřadnic pohonů tak, aby pracovní bod B opsal kružnici o poloměru  $r$  se středem v definovaném bodě S.

---



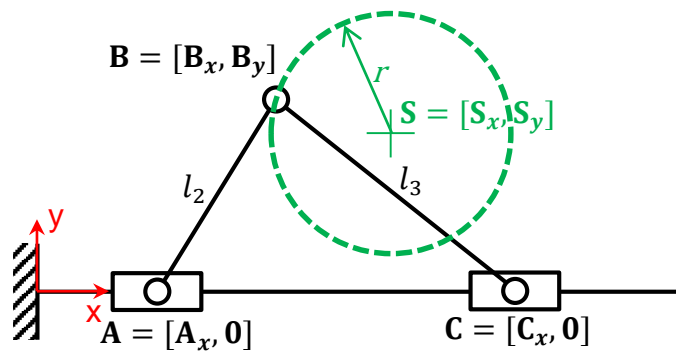
Podle Obr. 15 odvodíme souřadnice bodů na zadané kružnici jako



$$B_x = S_x + r \cdot \cos(\varphi),$$

$$B_y = S_y + r \cdot \sin(\varphi),$$

kde  $\varphi \in \langle 0, 360^\circ \rangle$ .



Obr. 16: Přeepsaná trajektorie koncového bodu.

Opište s koncovým bodem modelu kružnici. Tento úkol lze modifikovat tak, aby žáci připravovali různé trajektorie robota.



Upravíme výpočet inverzní kinematiky dosažením požadované trajektorie:



$$A_x = S_x + r \cdot \cos(\varphi) - \sqrt{l_2^2 - B_y^2}$$

$$C_x = S_x + r \cdot \sin(\varphi) + \sqrt{l_3^2 - B_y^2}$$

Parametry  $A_x$  a  $C_x$  použijeme jako vstupy do řízení rovinného mechanismu Trijoint.

Žáci byli seznámeni s modelem rovinného mechanismu Trijoint a experimentálně použili odvozenou inverzní kinematiku.

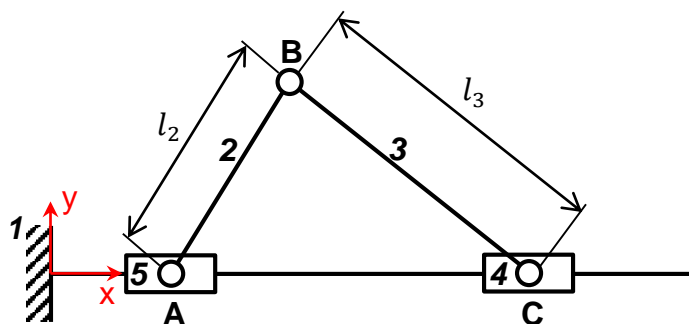




#### 4.4.2. Rovinný mechanismus trijoint: podklady pro žáky

Inverzní kinematika rovinné soustavy těles: Trijoint

Vypočtete souřadnice pohonů pro dosažení požadované polohy pracovního bodu B mechanismu.



Rovinný manipulátor na obrázku tvoří čtyři tělesa. Polohu pracovního bodu B ovládáme přes ramena 2 a 3 prostřednictvím pohybu vozíčků 4 a 5. Jejich poloha je označena body A a C. Naším cílem je pohybovat pracovním bodem B po požadované trajektorii. Musíme proto sestavit rovnice, které nám pro zadané souřadnice bodu  $B = [B_x, B_y]$  určí polohu bodů A a C, tedy souřadnice vozíčků.



Jedná se o inverzní kinematickou úlohu, kdy pro zadanou polohu pracovního bodu hledáme potřebnou polohu pohonů.



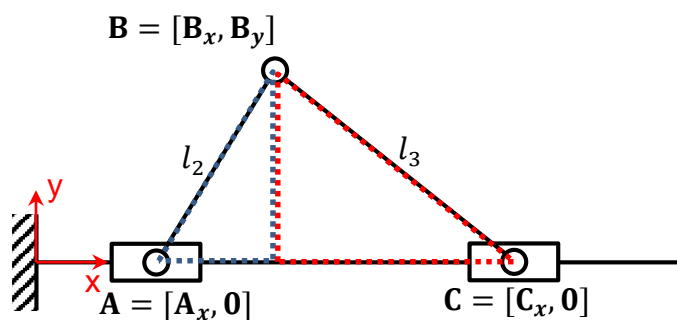
Nejprve ověříme, jestli je možné změnou polohy bodů A a C opravdu jednoznačně řídit polohu bodu B. Začneme počtem stupňů volnosti manipulátoru:



$$n = 3(\text{počet těles} - \text{rám}) - 2(\text{rotační } v. + \text{posuvné } v. + \text{valivé } v.)$$

$$n = 3(5 - 1) - 2(3 + 2 + 0) = 12 - 10 = 2^0 \text{ volnosti.}$$

Manipulátor má dva stupně volnosti. To znamená, že je možné řídit dvě souřadnice bodu  $B=[B_x, B_y]$ . K tomu máme k dispozici dva pohony – vozíčky 4, 5, kterými ovládáme polohu bodů  $A=[A_x, 0]$  a  $C=[C_x, 0]$ . Vše je tedy v pořádku, nastavením souřadnic  $A_x, C_x$  můžeme jednoznačně ovládat polohu pracovního bodu  $B$ .



Nyní sestavíme rovnice pro inverzní kinematiku. Známe souřadnice pracovního bodu  $B=[B_x, B_y]$  a délky ramen  $l_2, l_3$ . Hledáme souřadnice  $A_x, C_x$ . K výpočtu použijeme trigonometrickou metodu podle obrázku.

Z modrého trojúhelníku plyne

$$A_x = B_x - \sqrt{l_2^2 - B_y^2}$$

a z červeného

$$C_x = B_x + \sqrt{l_3^2 - B_y^2}.$$

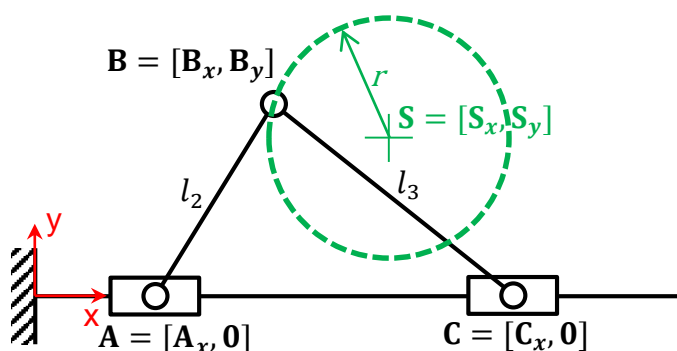
---

Tím je úloha inverzní kinematiky vyřešena, můžeme začít experimentovat s modelem.



---

Vypočítejte potřebnou sekvenci souřadnic pohonů tak, aby pracovní bod B opsal kružnici o poloměru  $r$  se středem v daném bodě S.



Podle obrázku odvodíme souřadnice bodů na zadané kružnici jako

$$B_x = S_x + r \cdot \cos(\varphi),$$

$$B_y = S_y + r \cdot \sin(\varphi),$$

kde  $\varphi \in \langle 0, 360^\circ \rangle$ .

---

V tuhle chvíli máme vztahy pro koncový bod mechanismu.



---

Opište koncovým bodem modelu kružnici.



Upravíme výpočet inverzní kinematiky dosažením požadované trajektorie:



$$A_x = S_x + r \cdot \cos(\varphi) - \sqrt{l_2^2 - B_y^2}$$

$$C_x = S_y + r \cdot \sin(\varphi) + \sqrt{l_3^2 - B_y^2}$$

Parametry  $A_x$  a  $C_x$  použijeme jako vstupy do řízení rovinného mechanismu Trijoint.

---

Vidíme, že koncový bod mechanismu opisuje kružnici.

---



#### 4.4.1. Identifikace parametrů kyvadla: podklady pro učitele

##### Název úlohy:

Určení hmotových charakteristik tělesa měřením.

##### Vstupní znalosti žáků:

Schopnost sestavit vlastní pohybové rovnice tělesa. Schopnost práce v prostředí matlab a matlab-simulink.

##### Vybavení:

Stand číslo 1.

---

##### Formulace problému:

Seznámit se s postupem identifikace parametrů kyvadla.



---

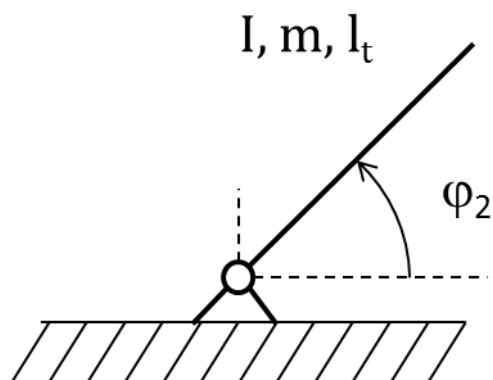
##### Teoretická a simulační část:

Pro kyvadlo (na Obr. 17) s žáky sestavíme vlastní pohybovou rovnici.



$$I\ddot{\varphi} + b\dot{\varphi} + mgl_t \cos(\varphi) = 0$$

Parametr  $m$  je hmotnost kyvadla,  $I$  je jeho moment setrvačnosti,  $l_t$  je vzdálenost těžiště od rotační vazby,  $g$  je tíhové zrychlení a  $b$  odpovídá tlumení v rotační vazbě. Mechanismus je popsán souřadnicí  $\varphi$ , což je natočení kyvadla.



Obr. 17: Kyvadlo se souřadnicí a parametry.

Ve vlastní pohybové rovnici potřebujeme určit moment setrvačnosti  $I$ , tlumení systému  $b$ , hmotnost  $m$  a polohu těžiště  $l_t$ .

#### Postup měření:

Nejprve zvážíme kyvadlo samotné, získáme hmotnost  $m$ . Polohu těžiště  $l_t$  získáme experimentálně (hledáním rovnováhy na hraně (například ruky), přibližováním dvou úzkých podpor, na kterých je kyvadlo položeno, až se ztotožní či změřením středu, je-li kyvadlo pouze homogenní tyč).



Nyní provedeme experiment s celým zařízením, kdy kyvadlo vychýlíme z rovnovážné polohy a necháme volně kmitat s tím, že zaznamenáme vychýlení úhlu kyvadla  $\varphi$ .

Provedením numerické derivace a získáme rychlost a zrychlení měřené veličiny. Takto získáme v každém časovém okamžiku  $i$  rovnici:

$$I\ddot{\varphi}(i) + b\dot{\varphi}(i) + mgl_t \cos(\varphi(i)) = 0$$

ve které jsou jedinými neznámými konstanty  $I$  a  $b$ . Sestavením těchto rovnic do maticového tvaru získáme:

$$I\ddot{\Phi} + b\dot{\Phi} + mgl_t \cos(\Phi) = 0$$



Neznámé parametry lze dát do jednoho vektoru:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\Phi} & \dot{\Phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ b \end{bmatrix} = -mgl_t \cos(\Phi)$$

Pomocí maticových operací (tzv. pseudoinverze, odpovídající metodě nejmenších čtverců) lze získat počítané parametry:

$$\begin{bmatrix} I \\ b \end{bmatrix} = -mgl_t ([\ddot{\Phi} \quad \dot{\Phi}]^T [\ddot{\Phi} \quad \dot{\Phi}])^{-1} [\ddot{\Phi} \quad \dot{\Phi}]^T \cos(\Phi)$$

Tímto postupem jsme identifikovali parametry kyvadla, žáci jsou seznámeni se základními postupy identifikace hmotových parametrů ze změřených dat.



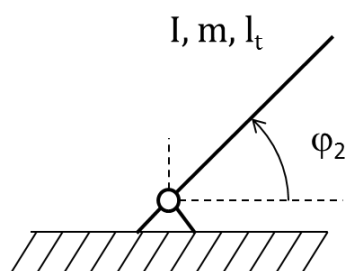
#### 4.4.1. Identifikace parametrů kyvadla: podklady pro žáky

Určení hmotových charakteristik (hmotnost, poloha těžiště, moment setrvačnosti) tělesa měřením.

Určete s hmotnost, moment setrvačnosti a polohu těžiště kyvadla.




Pro kyvadlo sestavíme vlastní pohybovou rovnici.



$$I\ddot{\varphi} + b\dot{\varphi} + mgl_t \cos(\varphi) = 0$$

Kde parametr  $m$  je hmotnost kyvadla,  $I$  je jeho moment setrvačnosti,  $l_t$  je vzdálenost těžiště od rotační vazby,  $g$  je tíhové zrychlení a  $b$  odpovídá tlumení v rotační vazbě, které nemůžeme zanedbat. Mechanismus popíšeme souřadnicí  $\varphi$ , což je natočení kyvadla.

V pohybové rovnici potřebujeme určit všechny parametry kyvadla včetně tlumení. Nejprve zvážíme kyvadlo samotné, získáme hmotnost  $m$ . Polohu těžiště  $l_t$  získáme experimentálně (hledáním rovnováhy na hraně (například ruky), ) přibližováním dvou úzkých podpor, na kterých je kyvadlo položeno, až se ztotožní či změření středu, je-li kyvadlo pouze homogenní tyč). Kromě úhlu  $\varphi$  už známe všechny parametry třetího členu ve vlastní pohybové rovnici.

Nyní provedeme experiment s celým zařízením, kdy kyvadlo vychýlíme z rovnovážné polohy a necháme volně kmitat s tím, že zaznamenáme průběh vychýlení úhlu kyvadla  $\varphi$ .

Provedením numerické derivace a získáme rychlost a zrychlení měřené veličiny  $\varphi$ . Takto získáme v každém časovém okamžiku  $i$  rovnici:

$$I\ddot{\varphi}(i) + b\dot{\varphi}(i) + mgl_t \cos(\varphi(i)) = 0$$

ve které jsou jedinými neznámými konstanty  $I$  a  $b$ . Sestavením těchto rovnic do maticového tvaru získáme:

$$I\ddot{\Phi} + b\dot{\Phi} + mgl_t \cos(\Phi) = 0$$

Kde vektor  $\Phi$  a jeho derivace obsahuje data měřené veličiny  $\varphi$ . Neznámé parametry lze dát do jednoho vektoru:

$$[\ddot{\Phi} \quad \dot{\Phi}] \begin{bmatrix} I \\ b \end{bmatrix} = -mgl_t \cos(\Phi)$$





Pomocí maticových operací (tzv. pseudoinverze, odpovídající metodě nejmenších čtverců) lze získat počítané parametry:

$$\begin{bmatrix} I \\ b \end{bmatrix} = -mgl_t([\ddot{\Phi} \quad \dot{\Phi}]^T[\ddot{\Phi} \quad \dot{\Phi}])^{-1}[\ddot{\Phi} \quad \dot{\Phi}]^T \cos(\Phi)$$

---

Tímto postupem jsme identifikovali parametry kyvadla, můžeme je tedy použít pro simulace nebo návrh řízení.



## 5. Závěr

Byla provedena teoretická příprava pro vytvoření praktických cvičení pro žáky odborných středních škol. V konkrétním školním vzdělávacím programu byly nalezeny oblasti, které jsou vhodné pro vytvoření praktické práce pro výuku žáků. Na prototypu výukového experimentálního zařízení jsou ukázány jednotlivé úlohy praktického vyučování s možnými úkoly.

Všechny stanovené cíle bakalářské práce byly splněny, byla navržena struktura výukového textu s doprovodnou vizualizací, byla vybrána vhodná témata pro praktické úlohy při vyučování na střední odborné škole a pro úlohy byly sestaveny didaktické podklady pro učitele a žáky.

## Literatura

1. **Švec, V.** *Klíčové dovednosti ve vyučování a výcviku*. Brno : UJEP, 1998.
2. **Průcha, J.** *Moderní pedagogika*. Praha : Portál, 1997.
3. **Franc, Daniel, Zounková, Daniela a Martin, Andy.** *Učení zážitkem a hrou*. Brno : Computer Press, 2007. 978-80-251-1701-9.
4. **Hanuš, Radek a Chytilová, Lenka.** *Zážitkově pedagogické učení*. Praha : Grada Publishing, 2009. ISBN 978-80-247-2816-2.
5. **Kotrba, Tomáš a Lacina, Lubor.** *Praktické využití aktivizačních metod ve výuce*. Brno : Společnost pro odbornou literaturu - Barrister & Principal, 2007. ISBN 978-80-87029-12-1.
6. **Průcha, Jan.** *Přehled pedagogiky: úvod do studia oboru*. Praha : Portál, 2000. ISBN 80-7178-399-4.
7. **Hammerová, Tereza.** Didaktická vybavenost učebnic matematiky pro 6. ročník ZŠ a příslušný ročník víceletého gymnázia. *diplomová práce*. Brno : Masarykova univerzita, 2015.
8. **Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy.** *Rámcový vzdělávací program pro obor vzdělání 23-41-M/01 Strojírenství*. Praha : Národní ústav odborného vzdělávání, 2007.
9. **Kotásek, Jiří a kol.** *Národní program rozvoje vzdělávání v České republice*. Praha : Ústav pro informace ve vzdělávání - nakladatelství Tauris, 2001. ISBN 80-211-0372-8.
10. **Skalková, Jarmila.** *Obecná didaktika*. Praha : Grada, 2007. ISBN 978-80-247-1823-7.
11. **Parlament České republiky.** *Zákon 561/2004 Sb. ze dne 24. září 2004 o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon)*. Praha : Wolters Kluwer ČR, 2004.
12. **Kašpar, Emil, a další.** *Didaktika fyziky*. Praha : Státní pedagogické nakladatelství, 1978.
13. **Svoboda, Emanuel a Kolářová, Růžena.** *Didaktika fyziky základní a střední školy*. Praha : Univerzita Karlova v Praze - nakladatelství Karolinum, 2006. ISBN 80-246-1183-3.
14. **Kubát, Martin.** IT systémy ve strojírenství. *Školní vzdělávací program*. [Online] 2012. [Citace: 12. Prosinec 2015.] [https://www.spsmb.cz/pdf/SVP\\_ISTR\\_192013.pdf](https://www.spsmb.cz/pdf/SVP_ISTR_192013.pdf).
15. **SPŠ Mladá Boleslav.** IT systémy ve strojírenství. *SPŠ Mladá Boleslav*. [Online] 2012. [Citace: 12. Prosinec 2015.] <https://www.spsmb.cz/obory/455-it-systemy-ve-strojirenstvi>.
16. **Stejskal, Vladimír a Valášek, Michael.** *Kinematics and dynamics of machinery*. New York : Marcel Dekker, 1996. ISBN 0-8247-9731-0.
17. **Valášek, Michael, Bauma, Václav a Šika, Zbyněk.** *Mechanika B*. Praha : Nakladatelství ČVUT, 2006. ISBN 80-01-02919-0.
18. **Valášek, Michael, Stejskal, Vladimír a Březina, Jiří.** *Mechanika A*. Praha : Nakladatelství ČVUT, 2007. ISBN 978-80-01-02890-2.
19. **Stejskal, Vladimír, Brousil, Jaromír a Stejskal, Stanislav.** *Mechanika III*. Praha : Vydavatelství ČVUT, 1993. ISBN 80-01-00918-1.
20. **Smith, James Derek.** *Gear Noise and Vibration*. New York : Marcel Dekker, 2003. ISBN 0-8247-4129-3.
21. **Zítek, Pavel, Hofreiter, Pavel a Hlava, Jaroslav.** *Automatické řízení*. Praha : Vydavatelství ČVUT, 1999.
22. **Valášek, Michael a kol.** *Mechatronika*. Praha : Vydavatelství ČVUT, 1996.