

České vysoké učení technické v Praze

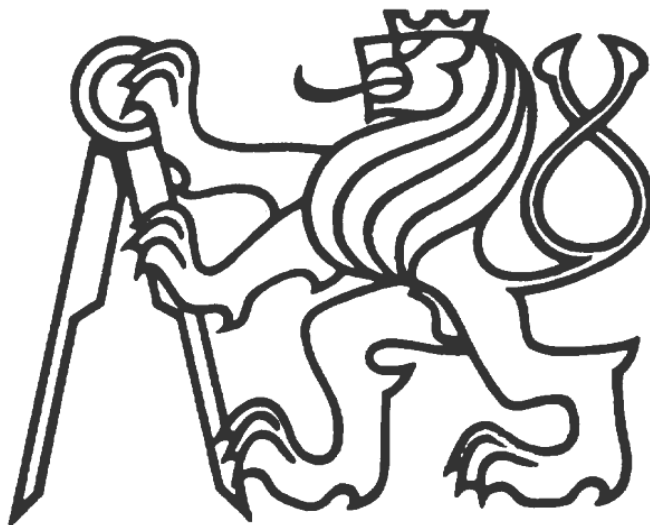
Fakulta dopravní

K618 – Ústav mechaniky a materiálů

## Úvod do numerické studie interakce vozidlo-vozovka

Introduction to numerical study of vehicle-road interaction

Diplomová práce



Vedoucí práce: Ing. Jan Vyčichl, Ph.D.

Obor: DS – Dopravní systémy a technika

2015

Jan Gargulák

## **Prohlášení**

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci zpracovanou na závěr navazujícího magisterského studia na ČVUT v Praze Fakultě dopravní.

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o etické přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu §60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne .....

.....

Jan Gargulák

## **Poděkování**

Rád bych zde na tomto místě poděkoval všem, bez jejichž pomoci by tato diplomová práce v tomto rozsahu a kvalitě nemohla nikdy vzniknout. Zejména pak vedoucím práce doc. Ing. Michalu Mickovi, CSc. a Ing. Janu Vyčichlovi, Ph.D. za iniciativní a přátelský přístup ke studentům. Díky jejich zájmům nad rámec jejich pracovních povinností mohla vzniknout právě tato studie. Stejně tak je pro mě velmi důležitá vstřícnost zaměstnanců společnosti RCKING za zpřístupnění RC modelu, který je využit v této práci. V neposlední řadě chci poděkovat mé rodině za vytvoření morálního a materiálního zázemí pro mé studium, stejně tak jako za vytvoření podmínek pro vznik této diplomové práce.

Název práce: Úvod do numerické studie interakce vozidlo-vozovka

Autor: Jan Gargulák

Obor: Dopravní systémy a technika

Druh práce: Diplomová práce

Vedoucí práce: Ing. Jan Vyčichl, Ph.D.

K618 – Ústav mechaniky a materiálů  
České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta dopravní

## **Abstrakt**

Cílem této studie je vytvoření numerického modelu vozidla, které je schopno se pohybovat po určitém podkladu, tedy vozovce. Účelem této simulace je tedy rozpočítání tohoto numerického modelu. Numerická analýza simulace jízdy vozidla se provádí za účelem získání různých informací z doby pohybu vozidla či samotného rozjezdu.

Z důvodu nedostupnosti geometrického modelu vozidla byl vytvořen geometrický model vlastní, který byl následně použit pro vytvoření numerického modelu.

Numerická analýza byla provedena v aplikaci ANSYS Inc., samotná definice interakce mezi vozidlem a vozovkou a definice zbylých vozidlových částí, byla vytvořena v řešiči LS-DYNA.

## **Klíčová slova**

Interakce vozidlo-vozovka, metoda konečných prvků, numerický model, aplikace ANSYS Inc., řešič LS-DYNA, CAD (počítačem podporované kreslení).



Title: Introduction to numerical study of vehicle-road interaction

Author: Jan Gargulák

Branch: Transportation System and Technology

Document type: Diploma thesis

Supervisors: Ing. Jan Vyčichl, Ph.D.

K618 – Department of Mechanics and Material  
Czech Technical University in Prague  
Faculty of Transportation Sciences

## **Abstract**

The aim of this work is to create a numerical model of a passenger car, which is able to move on the specified surface – a pavement. The purpose of this simulation is to start a motion of this numerical model. A numerical analysis of the motion of the vehicle is carried out in order to obtain various information during the time of motion or starting motion of the vehicle.

Due to unavailability a geometrical model of the vehicle was created a geometrical model on my own, which was used for a creation of the numerical model.

The numerical analysis was performed in the application ANSYS Inc. The definition of the interaction between the vehicle and the pavement and the definition of remaining vehicle parts were created in the solver LS-DYNA.

## **Keywords**

Vehicle-road interaction, finite element method, numerical model, interface ANSYS Inc., solver LS-Dyna, CAD (computer-aided drafting).

---

# Obsah

---

<b>Obsah</b>	<b>7</b>
<b>1 Úvod</b>	<b>9</b>
<b>2 Interakce vozidla a vozovky</b>	<b>10</b>
2.1 Podmínka vzniku interakce .....	10
<b>3 Vozovka</b>	<b>13</b>
3.1 Současně používané vozovky .....	13
3.2 Typy současně používaných vozovek .....	14
3.2.1 Netuhá vozovka .....	14
3.2.2 Nekonečná vozovka .....	14
3.2.3 Tuhá vozovka .....	15
<b>4 Vozidlo</b>	<b>16</b>
4.1 Zavěšení kola .....	16
4.1.1 Typy zavěšení kol .....	17
4.2 Odpružení .....	18
4.2.1 Pružiny .....	18
4.2.2 Tlumiče .....	19
4.3 Pneumatika .....	19
<b>5 Adheze</b>	<b>22</b>
5.1 Vliv vozovky na adhezi .....	22
5.2 Vliv pneumatiky na adhezi .....	22
<b>6 Geometrický model</b>	<b>23</b>
6.1 Tvorba geometrického modelu .....	23

<b>7</b>	<b>Numerický model</b>	<b>27</b>
7.1	Tvorba sítě	27
7.1.1	Volba sítě	27
7.1.2	Síť spodního ramene	28
7.2	Rozdělení sítě	29
7.3	Definice materiálů	30
7.3.1	Modifikace tělesa uložení zadní nápravy	32
7.4	Definice pneumatiky	33
7.5	Definice vazeb mezi jednotlivými prvky	34
7.6	Definice odpružení	38
7.7	Definice vozovky	39
7.8	Definice zatížení	39
7.9	Okrajové podmínky	40
7.9.1	Společné okrajové podmínky	40
7.9.2	Analýza I	41
7.9.3	Analýza II	42
7.9.4	Analýza III	43
7.9.5	Analýza IV	44
7.9.6	Analýza V	44
7.9.7	Analýza VI	46
<b>8</b>	<b>Výsledky</b>	<b>47</b>
8.1	Analýza I	47
8.2	Analýza II	50
8.3	Analýza III	50
8.4	Analýza IV	51
8.5	Analýza V	51
8.6	Analýza VI	54
<b>9</b>	<b>Závěr</b>	<b>57</b>
	<b>Literatura</b>	<b>X</b>



---

# 1 Úvod

---

V současné době nám vyspělá technika umožňuje částečný vývoj v různých oblastech vědy a techniky bez nutnosti fyzických modelů, prototypů či dokonce finálních výrobků. A tak se celý proces vývoje v průběhu posledních dvou dekád stále více rozděluje na vývoj virtuální, za pomoci různých prostředků počítačové techniky, resp. různých softwarových aplikací na současných hardwarových stanicích a pak na vývoj, jak jej známe dodnes, tedy vyžadující existenci různých fyzických modelů, prototypů či výrobků.

Virtuální vývoj od svého počátku prochází jistým zdokonalováním, které je samozřejmě závislé na mnoha faktorech. Pro potřeby úvodní myšlenky zde tyto faktory nebudeme rozvádět. S jistotou ale můžeme říci, že na současné technické úrovni jsme schopni predikovat potřebné jevy s poměrně vysokou přesností. Tato přesnost je dostačující na základní, až mnohdy velmi pokročilé zjištění výsledku daného problému, který řešíme. A vyhotovení patřičného závěru.

K tomu nám právě pomáhají různé softwarové aplikace využívající znalosti z různých odvětví vědních disciplín. Se zaměřením na tuto diplomovou práci se jedná především o fyziku, mechaniku a jejich nástrojem matematiku.

V této práci je především řešena samotná problematika interakce vozidla, resp. podvozkové části vozidla (nápravy) reprezentující chování celého vozidla, s povrchem vozovky v softwarové aplikaci ANSYS Inc. Tato softwarová aplikace obsahuje několik řešičů, kde se každý zabývá různými jevy. Tato diplomová práce využívá řešič LS-DYNA, který je určen pro komplexní výpočet různých fyzikálních problémů využívající metody konečných prvků, kde samotný výpočet probíhá po časově stanovených integračních krocích. Cílem této práce je tedy vytvoření numerického – konečněprvkového modelu, který zahrnuje specifické vlastnosti vozidla a vozovky a je využit pro analýzu interakce vozidlo-vozovka. Zaměřuje se na chování podvozkové části vozidla a sledování základních parametrů při několika zatěžovacích stavech. Výsledky provedených analýz jsou vyhodnoceny, podrobeny diskusi a na základě toho jsou odvozeny závěry. Jedná se úvodní studii týkající se této problematiky.

---

## 2 Interakce vozidla a vozovky

---

Interakce vozidla a vozovky se skládá z určité konstrukční geometrie vozidla a určité geometrie vozovky, po které se vozidlo pohybuje. Samotná interakce probíhá mezi dvěma členy – pneumatikou vozidla a souvislou vrstvou materiálu, která tvoří podklad pod pneumatikou. Pokud se vozidlo pohybuje, jedná se o dynamický děj, jelikož kolo, resp. pneumatika se vůči vozovce pohybuje. Přesněji, vnější povrch pneumatiky se po vnějším povrchu vozovky odvaluje. Hlavní role z těchto dvou členů se odehrává na pneumatice (díky její velké elasticitě).

Výsledný pohyb vozidla na daném podkladu, za předpokladu dynamického děje, je závislý na mnoha faktorech – jak ze strany vozidla, tak ze strany vozovky.

### 2.1 Podmínka vzniku interakce

Základním aspektem je gravitační zrychlení, bez kterého by nedocházelo k tomu, aby byla pneumatika přitlačována, resp. přitahována gravitačním zrychlením vůči vozovce. A bylo tak umožněno i její odvalování. Gravitační zrychlení nám vlastně umožňuje, díky vlastní hmotnosti jednotlivých vozidlových částí, vznik síly, která je pro potřebný přitlak nezbytná. Vznik síly lze popsat pomocí fyzikální rovnice, přesněji pomocí druhého Newtonova zákona.

Druhý Newtonův zákon zní:

$$\vec{F} = m\vec{a} ,$$

kde za předpokladu  $\vec{a} = \vec{g}$  , přesněji  $\vec{g} = [0; 0; -g]$  dostaneme výslednou rovnici vzniku síly potřebné pro přitlak:

$$\vec{F}_g = m\vec{g} .$$

Hodnota  $g$  se liší podle konkrétního místa určení na planetě Zemi, ale s jistotou lze konstatovat, že na libovolném místě zemského povrchu lze přibližně stanovit hodnotu  $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . [1]

Na základě znalosti síly potřebné pro vznik interakce nyní můžeme zavést známý pojem smykové tření.

Smykové tření se skládá ze dvou typů smykového tření. Jednak ze smykového tření statického a pak smykového tření dynamického, jinak také nazýváno klidové a kinematické smykové tření. Pro oba případy je charakteristickým vodítkem součinitel smykového tření, který se rovněž skládá ze součinitele smykového tření statického a dynamického. Statický součinitel smykového tření se používá tehdy, když se dvě dané tělesa vůči sobě nepohybují. Při vzájemném pohybu pak používáme dynamický součinitel smykového tření. Jelikož je velikost výsledného tření v poměrně velkém rozsahu rychlostí prakticky stejná, ve zjednodušeném případě nemusíme dynamický součinitel smykové tření v určitém intervalu rychlostí brát v potaz a za účely výpočtů můžeme používat pouze statický součinitel smykového tření. Poté pak můžeme definovat následující vztah:

$$F_t = f F_n ,$$

který je nazýván Coulombovým zákonem. Síla  $F_t$  je výsledná velikost třecí síly při smykovém tření,  $f$  je součinitel smykové tření (v klidu) a  $F_n$  je kolmá tlaková síla mezi danými tělesy. [2]

Vztaženo na interakci mezi pneumatikou a vozovkou, síla  $F_n$  je rovna síle  $F_g$ . Za předpokladu působení gravitační síly kolmo k vozovce.

Zde je ovšem nutné zdůraznit, že s výše uvedeným zjednodušením by se např. soudní znalec rozhodně neztotožnil. Jelikož pro styk pryže s vozovkou zcela neplatí tvrzení, které říká, že velikost smykové tření nezávisí na velikosti plochy styku a rychlosti smýkání pneumatiky po vozovce. [3] Tedy zjednodušený Coulombův zákon by buď musel být rozšířen o velikost plochy styku a rychlosti smýkání nebo by jej šlo využít ve zjednodušené formě, ale s uvedením (resp. znalostí) jeho nejistot.

Doplňujícím jevem pro interakci vozidla s vozovkou, při iniciaci pohybu vozidla v gravitačním poli Země, je vznik valivého odporu. Tedy po prvním kontaktu pneumatiky s vozovkou, za působení vnější síly, začne docházet k odvalování pneumatiky a tedy ke vzniku valivého odporu (známého také pod pojmem valivé tření).

Valivý odpor se definuje jako tření, které vzniká odvalováním tělesa kruhového průřezu po určité podložce. Experimenty ukazují (vztaženo všeobecně na problematiku interakce

kola s podložkou), že velikost síly valivého odporu je úměrná velikosti normálové složky zatížení působící na pneumatiku. [4] Můžeme zapsat:

$$F_r = f_r F_n ,$$

kde síla  $F_r$  je velikost třecí síly,  $f$  je koeficient valivého odporu a  $F_n$  je kolmá tlaková síla mezi pneumatikou a podložkou. [5]

---

## 3 Vozovka

---

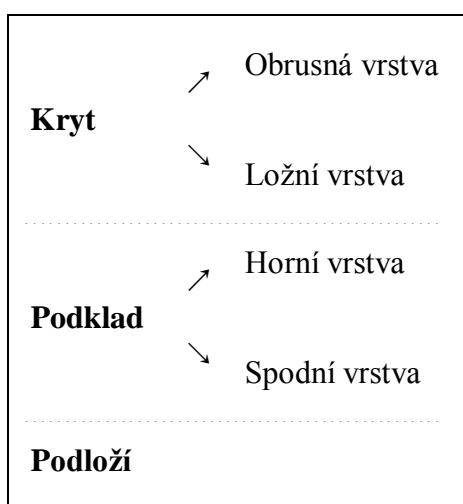
Vozovka je vrchní část pozemní komunikace, která slouží provozu silničních vozidel. Povrch vozovky může být buď zpevněný či nezpevněný. [6]

Vozovka s nezpevněným povrchem je všeobecně druh cesty, která vzniká pouhým pohybem silničních vozidel po daném povrchu. Tento povrch získává díky opakovanému přejíždění pozemních vozidel určité mechanické vlastnosti. Vozovka se tak stává např. pevnější, tužší a všeobecně odolnější vůči různým vlivům. Tento druh vozovky je tak zřejmě nestarším druhem silniční cesty, kterou známe. Postupem času začal člověk přidávat do tělesa vozovky různé materiály, aby tento druh cesty zlepšil takovým způsobem, že přidané materiály začaly zvyšovat jízdní komfort vozidel. Přidanými materiály byly např. kameny (tento způsob používali již Římané).

### 3.1 Současně používané vozovky

Současně používané vozovky samozřejmě spadají do kategorie vozovek se zpevněným povrchem. Lze je definovat jako strukturu neboli soustavu několika souvislých, spojených vrstev specifického materiálu. Tyto vrstvy jsou postupně pokládány – vrstveny na sebe. Její mechanické vlastnosti jsou dány určitým typem vozovky.

Obecné schéma současně používaných typů vozovek lze zobrazit následovně, viz. tab. 1.



Tabulka 1 – Schéma typů vozovek. [7]

Výše uvedené schéma vychází z technické normy ČSN 73 6100. Každá vrstva uvedeného schéma plní svou funkci. U obrusné vrstvy krytu vozovky dochází k přímému

kontaktu se silničními vozidly. Podklad vozovky slouží k roznášení tlaku od pneumatik, resp. náprav vozidel z krytu vozovky na podloží, které je současnou zeminou.

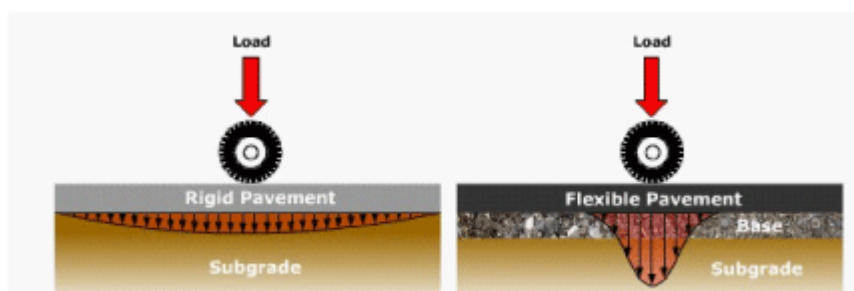
Norma ČSN 73 6100 dále rozděluje mj. vozovky do dvou základních kategorií: tuhé a netuhé vozovky. U Texaského Ministerstva dopravy se pak můžeme setkat ještě s tzv. nekonečnou vozovkou, viz. kap. 3.1.2.

## 3.2 Typy současně používaných vozovek

### 3.2.1 Netuhá vozovka

Netuhá vozovka je typicky složena z několika vrstev, kde svrchní vrstvy jsou složeny z kvalitnějšího materiálu než vrstvy nižší. Tento důsledek vychází ze znalosti šíření intenzity napětí – u horních vrstev dochází k většímu napětí a namáhání.

U netuhé vozovky je typickým představitelem krytu vozovky asfaltová vozovka, která je tvořena z různých typů asfaltových směsí, kde je vždy zastoupeno kamenivo specifické frakce a pojivo. [8]



Obrázek 3.1 – Typické rozložení napětí u tuhých (vlevo) a netuhých (vpravo) vozovek. [10]

### 3.2.2 Nekonečná vozovka

Nekonečné vozovky lze popsat jako vozovky s dlouhou životností. U těchto vozovek se používá kvalitnější asfaltová směs – ta obsahuje např. epoxy asfalty, které výrazně zlepšují mechanické vlastnosti klasické asfaltové směsi. Taková vozovka pak disponuje vyšší trvanlivostí, zvýšením adheze, apod. Nutno dodat, že tato vozovka vyžaduje správnou konstrukční techniku a tedy dobrý konstrukční návrh. Kladnou stránkou těchto vozovek je, za předpokladu správného provedení, vyšší životnost (okolo 30-ti let a výše). [8]

### **3.2.3 Tuhá vozovka**

Struktura tuhé vozovky je složena z cementobetonového krytu. Cementobetonový kryt je kompozitní materiál, který se skládá z cementového materiálu, kameniva specifické frakce, vody a případně ještě dalších chemických přídavných látek. Tyto vozovky vykazují podstatně vyšší tuhost oproti netuhým vozovkám. To je způsobeno vysokým modulem pružnosti, který vede k velmi malým výchylkám pod zatížením. Tuhé vozovky jsou obvykle vybaveny vyztužující ocelí. Ta je všeobecně využívána k lepšímu zvládnání tepelného napětí za účelem redukce či dokonce eliminace spojů a k dovození samovolnému vzniku mikrotrhlin. [9]

---

## 4 Vozidlo

---

Vozidlo je výsledný celek, který se skládá z několika funkčních celků. V případě interakce s vozovkou je především důležitá podvozková část – přední a zadní náprava. Nutno dodat, že pod samotným pojmem náprava se skrývá zavěšení, uložení a odpružení kola.

### 4.1 Zavěšení kola

Základní vlastností zavěšení kola je připojení samotného kola ke karoserii či rámu a umožnění kolu jeho svislý pohyb. [11]

Zavěšení kola je způsob uchycení kola (ráfku a pneumatiky) k základnímu prvku celého vozidla, tedy ke karoserii či rámu a zároveň umožnění jeho pohybu ve svislém směru z důvodu případných nerovností vozovky. Samotný pohyb kola vzhledem ke karoserii či rámu je určen jak zavěšením kola, tak geometrií nápravy. Výsledné pohyby kola mezi stanovenými konstrukčními mezemi lze zachytit pomocí tzv. kinematického mechanismu.

Na kinematický mechanismus, neboli také tzv. vedení kola [11], má vliv již zmíněná geometrie nápravy – u neřiditelné nápravy. V případě řídicí nápravy – geometrie řízení. Neřiditelná náprava, u většiny osobních vozidel se jedná o nápravu zadní, se skládá z:

- odklonu kola,
- sbíhavosti,
- diferenčního úhlu.

Na řiditelnou nápravu (u většiny osobních vozidel se jedná o nápravu přední) má dále vliv:

- příklon rejdové osy,
- záklon rejdové osy,
- poloměr rejdu.



#### 4.1.1 Typy zavěšení kol

Zavěšení kol se dělí na následující druhy:

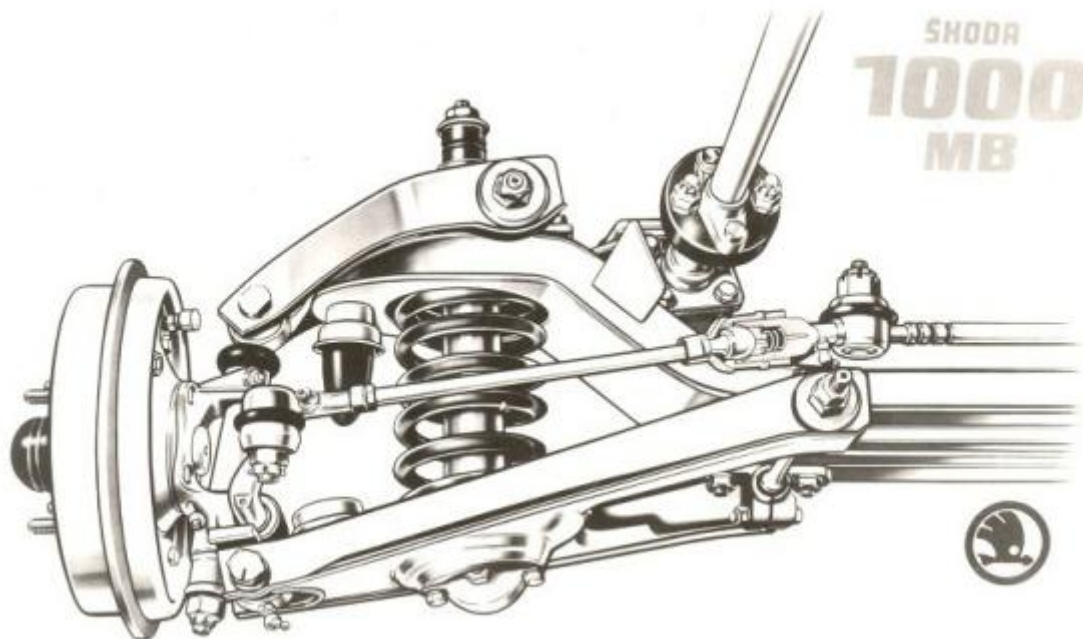
- závislé zavěšení – tuhá náprava,
- nezávislé zavěšení – všechny ostatní typy náprav.

Tuhá náprava se vyznačuje zavěšením protilehlých kol na společném nosníku. Při propružení jednoho kola tak vzniká na kole druhém nežádoucí pohyb. V případě propružení se jedná o pohyb svislý. [11]

U nezávislého zavěšení je tento pohyb značně eliminován, neboť každé kolo je ke karoserii či rámu připojeno samostatně. Pohyb je tedy vůči protilehlému kolu téměř nezávislý. Tento typ zavěšení je proto nazýván jako nezávislý.

Nezávislé zavěšení kol lze dělit na následující typy:

- lichoběžníková náprava,
- náprava McPherson,
- kyvadlová úhlová náprava,
- kliková náprava,
- víceprvková náprava. [11]



Obrázek 4.1 – Přední lichoběžníková náprava vozu Škoda 1000 MB. [12]

## 4.2 Odpružení

Odpružení vozidla je velmi důležitým celkem, který má značný vliv na výsledné dynamické chování vozidla. Základním důvodem implementace odpružení na libovolná vozidla je eliminace kmitavých pohybů vnikajících ze strany vozovky na jednotlivé prvky vozidla, skrze které tyto pohyby působí i na posádku. Kmitavé pohyby vytvářejí na lidský organismus nežádoucí otřesy. Tyto otřesy – kmity, definovány intenzitou a frekvencí, jsou pro člověka nezávadové jen v určitých mezích. [13] Dalším důvodem je umožnění nejlépe stálého styku pneumatiky s vozovkou pro zajištění vyšší bezpečnosti a říditelnosti. Odpružením vozidla také zajišťujeme vyšší životnost mnoha dílů vozidla. Samotné odpružení vozidla je složeno ze dvou základních prvků – pružící prvek a tlumící prvek.

### 4.2.1 Pružiny

Pružiny všeobecně charakterizujeme z matematického hlediska konstantou, která vyjadřuje tuhost pružiny. Tuhost pružiny je definována jako velikost síly potřebné k její deformaci. [1]

U osobních vozidel se nejčastěji používají pružiny vinuté. Vinuté pružiny nemají žádné vlastní tlumení (pokud zanedbáme velmi malou tlumící schopnost vlastním třením tělesa pružiny). Vinuté pružiny musí být proto osazovány na nápravě vozidla s dalším prvkem, který bude utlumovat kmitající pružinu – tlumičem. Velkou výhodou vinutých pružin je malá hmotnost, žádná údržba a jednoduché uložení.

K dosažení určité účinnosti (progresivitě) pružiny se používá proměnlivé stoupání závitů pružiny, proměnlivý průměr drátu pružiny nebo proměnlivý průměr drátu a zároveň proměnlivý průměr pružiny (kuželový nebo soudečkový). [11] Ukázka progresivních pružin je zobrazena na obr. 4.2.



Obrázek 4.2 – Progresivní pružiny Eibach. [15]

#### 4.2.2 Tlumiče

Účelem tlumiče je zajištění bezpečnosti jízdy a zvýšení jízdního pohodlí. [11] Dále pak účinné tlumení vlastních kmitů pružiny. [13]

Tlumení musí zajišťovat pokud možno neustálý styk kol s vozovkou pro výše zmíněnou jízdní bezpečnost. Dále pak tlumit nárazy vnikající nerovnostmi vozovky, aby se nárazy nepřenášely na karoserii či rám vozidla.

Úlohou tlumiče v pružící soustavě je přeměňovat mechanickou energii v jinou formu energie. Nejčastěji se používají teleskopické tlumiče, které pomocí ventilů přeměňují kinetickou energii kapaliny na jinou formu energie. V případě tlumiče se jedná o navýšení vnitřní energie kapaliny. Tento jev se všeobecně nazývá disipace (za předpokladu nevratné změny).

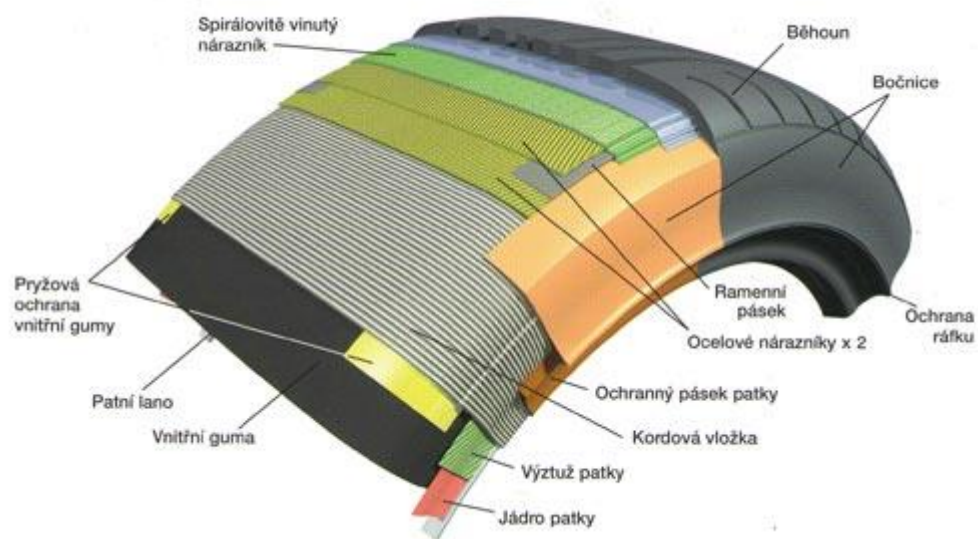
#### 4.3 Pneumatika

Pneumatika je spojovací článek, u kterého dochází k přímému kontaktu s vozovkou. Tento díl slouží přenosu momentů a sil z ráfků, resp. vozidla na vozovku a zároveň nese zátěž v podobě osob, nákladu a samotné hmotnosti vozidla.

Pneumatika je z konstrukčního hlediska tenký plášť, který je naplněn vzduchem. Tento typ pneumatiky se nazývá jako bezdušová pneumatika. Dříve se ještě používal typ pneumatiky s duší, kde se duše nacházela mezi pneumatikou a ráfkem. Teprve duše byla plněna vzduchem. [11]

Vzduch, který se používá na plnění pneumatik, je velmi vhodnou náplní, jelikož disponuje velmi dobrou elasticitou. Díky této elasticitě je pneumatika schopna sama o sobě tlumit rázy vznikajících z nerovností vozovky a zvyšovat tak životnost různých částí vozidla a komfort posádky. Při správném natlakování pneumatika zároveň zajišťuje dobré řídicí vlastnosti.

Dnešní pneumatika se všeobecně skládá z polymerů, černých sazí, olejů, různých chemických látek a patkových lan. Jedná se tedy o velmi sofistikovaný kompozit. [11]



Obrázek 4.3 – Schéma konstrukce pneumatiky. [14]

Na výsledné jízdní vlastnosti má z hlediska konstrukce pneumatiky hlavně vliv konstrukce nosné struktury, která se dělí na dva typy:

- radiální
- diagonální.

Na obr. 4.4 lze pozorovat rozdíl mezi radiální a diagonální konstrukcí nosné struktury pneumatiky.



Obrázek 4.4 – Grafické znázornění diagonální (vlevo) a radiální (vpravo) pneumatiky. [23]

---

## 5 Adheze

---

Pokud se bavíme o adhezních vlastnostech mezi pneumatikou a vozovkou, smýkání neboli smykové tření je v oboru pneumatik a vozidel označováno jako adheze. Pojmy smykové tření a adheze se tedy prolínají. [3] Existují však dva úhly pohledu, které definoval doc. Šachl (2008) takto:

- „pojem tření pro poměry při smýkání,
- pojem adheze pro poměry bez posunů anebo s nepatrnými posuny ve stykové ploše při odvalování kola.“ [3]

Problematiku adheze s posuny ve stykové ploše při odvalování kola řeší např. ve své publikaci H. B. Pacejka (2002).

### 5.1 Vlivy vozovky na adhezi

Velký vliv na adhezi má povrch vozovky, který lze dělit na mikrotexturu a makrotexturu. Mikrotextura charakterizuje povrch (výstupky na povrchu) jednotlivých zrn kameniva dané vozovky. Makrotextura pak charakterizuje povrch jako celek, tedy jak jednotlivá zrna kameniva vytvářejí povrch (výstupky). Z hlediska rychlosti mikrotextura ovlivňuje adhezi hlavně při nízkých rychlostech, zatímco makrotextura se projevuje při rychlostech vyšších. [3]

S ohledem na výše uvedené se pak na adhezi dále projevuje vliv stáří vozovky, který mění geometrii povrchu - mikro a makrotexturu.

Samotná vozovka v průběhu roku mění své vlastnosti. To je dáno tím, že se různé nečistoty a zbytky pneumatik usazují v „pórech“ vozovky. Ta se pak např. v létě za mokra stává nekluzčí. Naopak je tomu v zimě, kdy se drsnost vozovky opět obnoví (vozovka se tzv. vyčistí). [3]

### 5.2 Vlivy pneumatiky na adhezi

Nezanedbatelný vliv na adhezi ze strany pneumatiky má samotné složení pryže běhounu pneumatiky. Dále pak můžeme uvést konstrukce dezénu pneumatiky, samotné ojetí dezénu nebo také huštění pneumatiky. [3]

---

## 6 Geometrický model

---

Výsledný geometrický model je cenným know-how každého výrobce, jeho dostupnost pro studijní účely je tedy velmi omezena. A veřejně dostupné geometrické modely jsou často neúplné či nedostačující. Na základě tohoto faktu bylo přistoupeno k tvorbě vlastního geometrického modelu.

Tato práce slouží jako úvodní studie do dané problematiky. Předpokládá se, že provedené analýzy budou v dalších pracích validovány plánovanými experimenty. Proto bylo přistoupeno k tvorbě modelu na dálkové ovládání (RC modelu) než reálného vozidla.

### 6.1 Tvorba geometrického modelu

K tvorbě geometrického modelu byla použita metoda reverzního engineeringu, která se obecně využívá při modelování virtuálního CAD modelu při dostupnosti koncového výrobku.

Pro tvorbu geometrického modelu byl použit specializovaný CAD systém se zaměřením na strojírenství (CAE). [16] Geometrický model byl vytvořen v softwaru CATIA V6 R2012.

Pro úvod do numerické studie interakce vozidlo-vozovka byla vybrána pouze jedna vozidlová náprava. Celá diplomová práce se tak zabývá zadní nápravou. Tato náprava je symetrického charakteru. Pro vytvoření potřebného poznatku je ovšem dostačující pracovat pouze s jednou symetrickou polovinou, jelikož tento poznatek (postup) může být následně reprodukován pro tvorbu celého vozidla.

Jedná se tedy o elektricky poháněný model na dálkové ovládání (RC model) ve velikosti 1:10. Konkrétní typ vozidla na dálkové ovládání byl vybrán záměrně, neboť konstrukce jeho nápravy je velmi podobná reálným vozidlům (podoba s lichoběžníkovou nápravou). Model vozidla je v reálném měřítku specializované terénní vozidlo určené výhradně na uzavřené tratě.

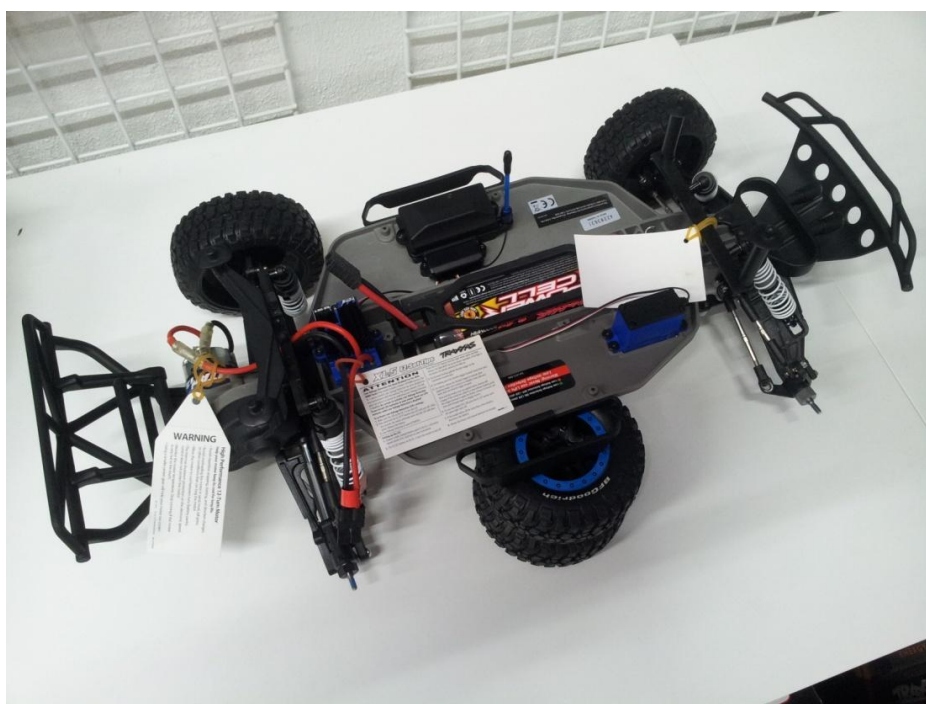


Obrázek 6.1 – Fotografie měřeného modelu. [17]



Obrázek 6.2 – Fotografie reálného vozidla. [24]

Měření vybraného RC modelu probíhalo v prostorách společnosti RCKING. K odměrování veškerých částí vozidla bylo použito posuvné měřidlo či jiné běžně dostupné měřicí prostředky. Nejistota měření se vždy nacházela v rozmezí  $\pm 0,5 \text{ mm}$ , což je pro potřeby numerického modelu dostačující.



Obrázek 6.3 – Fotografie měřeného modelu. [17]



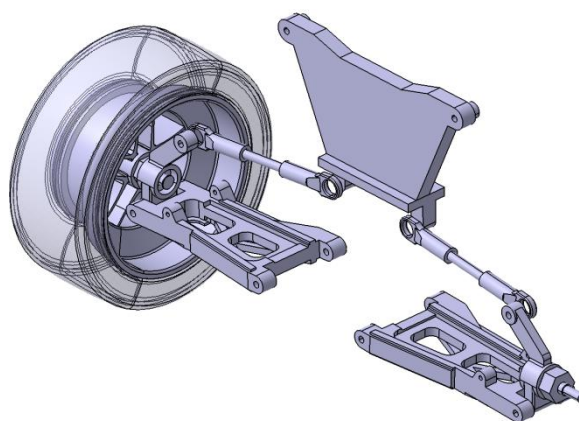
Odměřovány a modelovány byly vždy záměrně jen potřebné díly pro numerickou simulaci interakce vozidla a vozovky, ne celé vozidlo. Geometrický model tedy obsahuje následující prvky:

- těleso uložení zadní nápravy včetně uchycení pružící jednotky (pružiny a tlumiče),
- spodní rameno včetně uchycení pružící jednotky,
- těhlice,
- táhlo (nahrazují horní rameno),
- disk,
- pneumatika.

V případě pružiny a tlumiče se v numerickém modelu počítá pouze s využitím matematické vazby popisující tyto dva prvky. Nebyly proto modelovány, ale později zadávány podle charakteristických hodnot (koeficient tuhosti pružiny a koeficient útlumu tlumiče). Na obrázcích 6.4a 6.5 lze vidět porovnání fyzického a geometrického modelu.

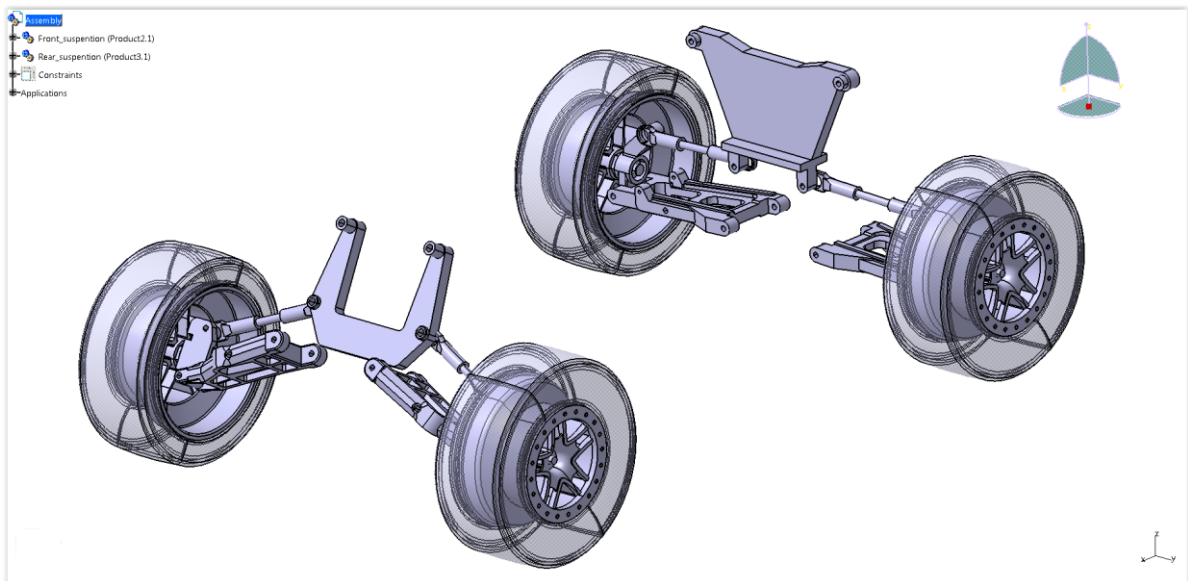


Obrázek 6.4 – Zadní náprava fyzického modelu.  
[17]

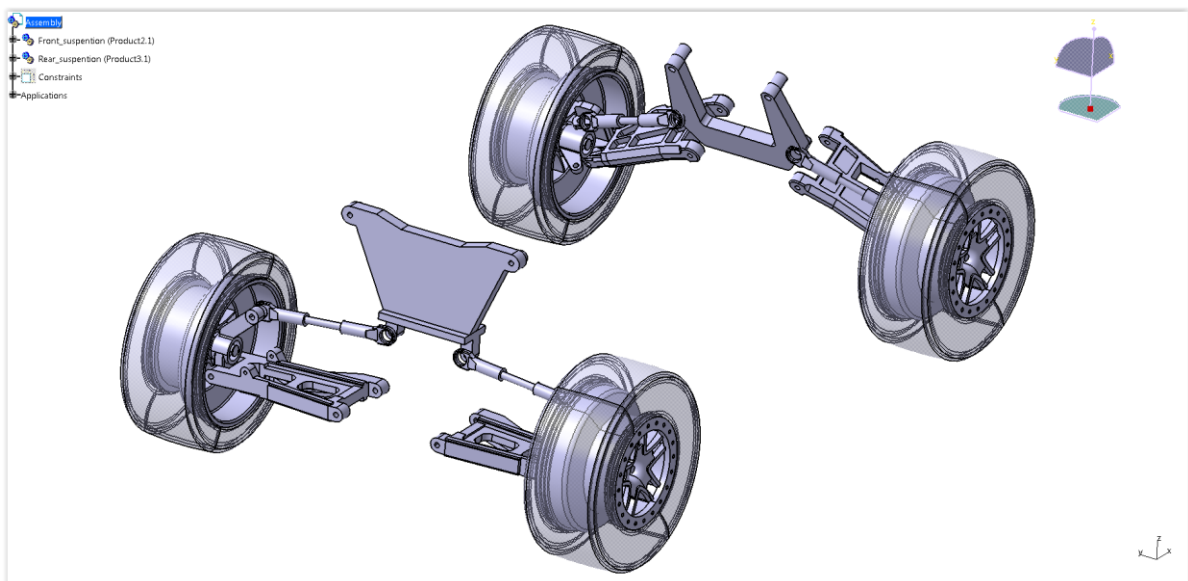


Obrázek 6.5 – Zadní náprava geometrického modelu.

Na obr. 6.6 je zobrazen výsledný geometrický model podvozku vozidla. Spojení mezi přední a zadní nápravou nebylo modelováno, jelikož v případě numerické analýzy by byla mezi uložení přední a zadní nápravy vytvořena matematická vazba reprezentující karoserii vozidla.



Obrázek 6.6 – Výsledný geometrický model: pohled zepředu.



Obrázek 6.7 – Výsledný geometrický model: pohled zezadu.

---

## 7 Numerický model

---

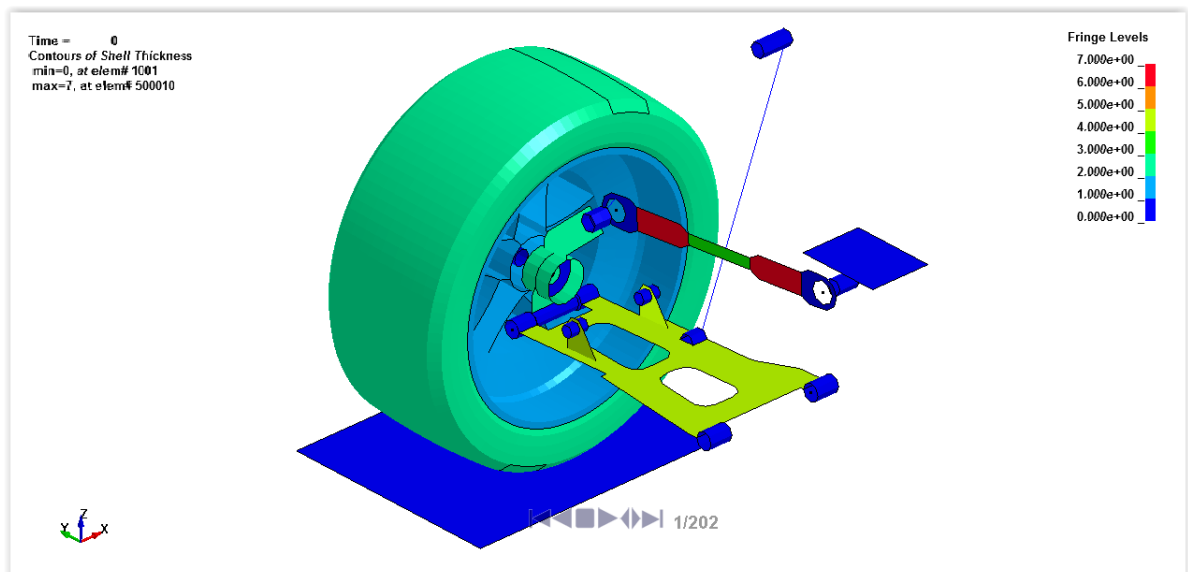
Simulace interakce vozidla s vozovkou byla provedena s využitím softwarové aplikace ANSYS, Inc. Tato aplikace byla vynalezena roku 1970 za účelem strukturální fyzikální analýzy a od svého počátku se postupně rozšiřuje o řešení dalších fyzikálních problémů. Všechny problémy jsou ale vždy řešeny pomocí metody konečných prvků, na které je princip řešení založen. Simulace různých jevů tedy probíhá na soustavě koncových bodů (koncových prvků), kde soustava bodů (sítě) reprezentuje dané objekty zkoumání. [18]

Jak již bylo zmíněno v úvodu, toto rozhraní obsahuje více řešičů zabývajících různými fyzikálními jevy. Pro účely této diplomové práce bylo nutné vybrat takový řešič, který se zabývá jevy dynamickými. Proto byl zvolen řešič LS-DYNA, který byl primárně určen pro rychlé dynamické nelineární jevy s velkými deformacemi.

### 7.1 Tvorba sítě

#### 7.1.1 Volba sítě

Výchozí geometrický model je složen z objemových těles, které jsou pro potřeby numerické analýzy všeobecně nevýhodné. Při tvorbě sítě objemového tělesa tak dochází k navýšení počtu koncových bodů a tvorbě 3D elementů, které přináší značné prodloužení výpočetního času, což je nežádoucí. Toto prodloužení ovšem nepřináší markantně kvalitnější výsledky. Proto bylo přistoupeno k tvorbě modelu, který je tvořen plochami, tzv. plošný model. Tyto plochy mají možnost vytvoření objemu díky definici tloušťky plochy, jsou tak schopny reprezentovat objemová tělesa. Sítě jednotlivých konstrukčních součástí byla tedy tvořena jako střednicová rovina o příslušné tloušťce. Tloušťky jednotlivých součástí jsou zobrazeny na obr. 7.1.

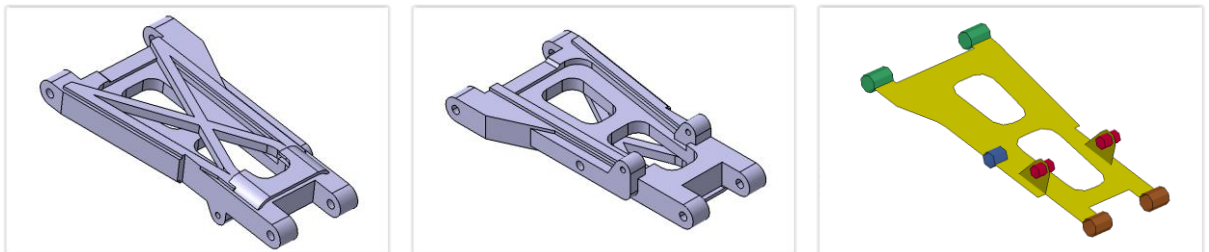


Obrázek 7.1 – Tloušťky jednotlivých součástí.

Geometrický model je primárně určen pro výrobu, a proto je z geometrického hlediska velmi komplexní. Při tvorbě střednicových rovin tak bylo přistoupeno k určitému zjednodušení. Výsledné střednicové plochy byly vybírány takovým způsobem, aby nejen geometricky reprezentovaly dané těleso, ale zároveň dostatečně charakterizovaly jeho setrvačné účinky.

### 7.1.2 Síť spodního ramene

Spodní rameno je geometricky velmi složitá součást, kde se nachází více výztuh, které bylo velmi složité reprezentovat tvorbu střednicových rovin. Proto na síť spodního ramene byla využita funkce MASS\_NODE\_SET, která umožňuje přidat vybranému setu bodů (nodů) libovolnou hmotnost. Pomocí této funkce byla síti spodního ramene přidána hmotnost 50 g, aby lépe charakterizovala setrvačné účinky tělesa.

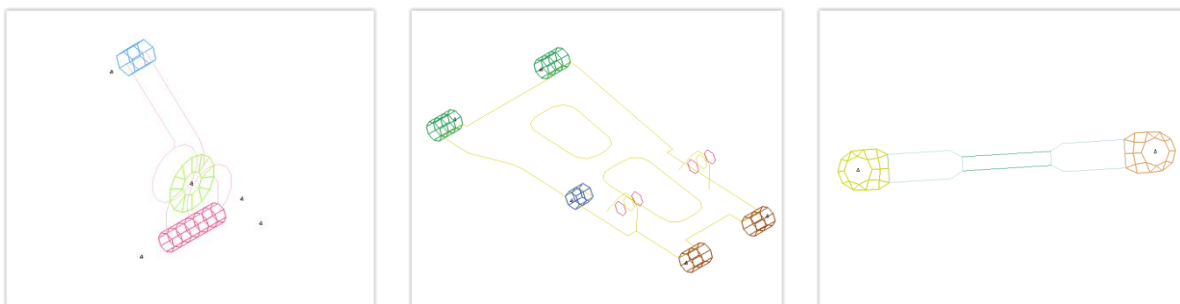


Obrázek 7.2 – Porovnání geometrického modelu a numerické sítě spodního ramene.

## 7.2 Rozdělení sítě

U většiny součástí je výsledná síť rozdělena na několik sekcí, to znamená, že jedné síti, která reprezentuje jedno těleso, můžeme přiřadit více materiálových charakteristik. Tím vznikne jedna spojená síť, která je tvořena několika prvky (party), ke kterým jsou přiřazovány konkrétní materiálové charakteristiky. Toto rozdělení sítě je vytvořeno jednak kvůli eliminaci kontaktu mezi party disku a pneumatiky, což by v opačném případě vedlo k rapidnímu nárůstu výpočetního času, ale také kvůli definici vazeb mezi jednotlivými prvky (party) nahrazující kloubová a šroubová spojení, viz. kap. 7.5. Rozdělení se týká následujících partů:

- těleso uložení zadní nápravy,
- spodní rameno,
- těhlice,
- kolo,
- táhlo (horní rameno).



Obrázek 7.3 – Ukázka rozdělení sítě některých dílů.

Na obr. 7.3 lze vidět ukázku rozdělení sítě některých dílů.

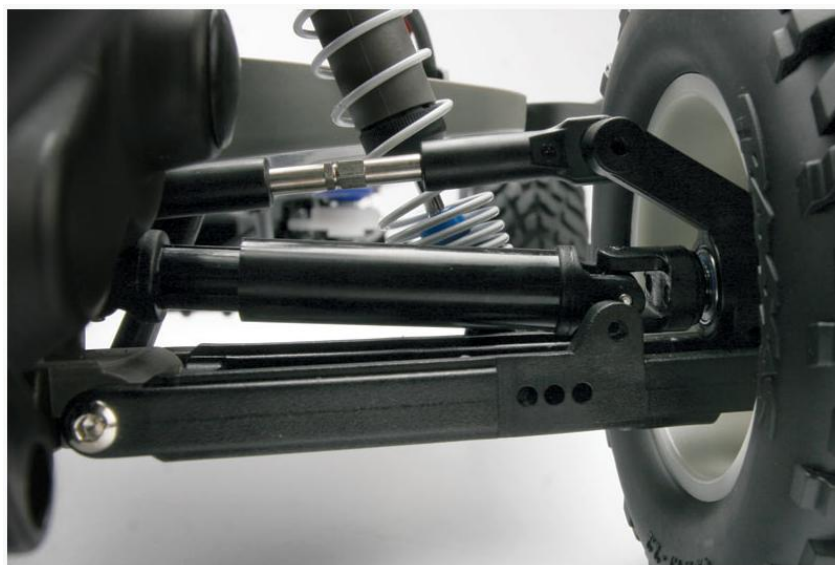
V případě pneumatiky není rozdělení sítě zdůvodněno možností přidání různých materiálových vlastností či definice vazeb, ale kvůli lepšímu grafickému znázornění rotace disku s pneumatikou ve výsledné animaci. Pneumatika tak má dvě graficky odlišné místa na běhounu pneumatiky, která jsou vůči sobě pootočena o 180°, viz. obr. 7.4. Materiálová charakteristika je ovšem u obou partů pneumatiky zachována jako ekvivalentní.



Obrázek 7.4 – Rozdělení sítě pneumatiky.

### 7.3 Definice materiálů

Celý model na dálkové ovládání je převážně tvořen z plastových částí. Co se týče podvozku vozidla, všechny části jsou z blíže nespecifikovaného plastu, vyjma části táhla (horního ramene) a kloubových a šroubových spojení, viz. obr. 7.5.



Obrázek 7.5 – Zobrazení zadní nápravy modelu na dálkové ovládání. [19]

Z důvodu absence materiálové charakteristiky použitého plastu, byla experimentálně použita charakteristika běžné konstrukční oceli. Tato záměna by neměla vést k velkým rozdílům, jelikož místo plastových částí lze přímo na stránkách výrobce dokoupit nadstandardní části z hliníku.

U celého numerického modelu bylo použito celkem pět materiálových charakteristik, z čehož dvě jsou speciální materiálové charakteristiky týkající se nastavení tlumiče a pružiny. Ty budou rozvedeny v samostatné kapitole.

Materiálová charakteristika použitá na daném partu vytváří těleso, které lze rozdělit do dvou základních skupin:

- rigidní těleso – nedeformovatelné (dokonale tuhé těleso),
- nerigidní těleso – deformovatelné (elastické, elasto-plastické, atd.).

Pro potřeby numerické analýzy byly použity dvě materiálové charakteristiky čistě lineární a jedna charakteristika rigidní. Použité materiálové charakteristiky jsou společně s materiálovými vlastnostmi zobrazeny v tab. 2.

	Hustota [ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ]	Youngův modul pružnosti v tahu [GPa]	Poissonovo číslo [-]
001-ELASTIC - typ I	3 100	2,461e-02	0,45
001-ELASTIC - typ II	7 830	207	0,3
020-RIGID	7 830	207	0,3

Tabulka 2 – Použité materiálové charakteristiky. [20, 21]

Použité materiálové charakteristiky byly následně přiřazeny jednotlivým partům. V následující tabulce, tab. 3, jsou vypsány všechny party použité v numerické analýze (vyjma speciálních partů pružiny a tlumiče) a jejich materiálové přiřazení.

<b>Díl:</b> <b>části sítě daného dílu v LS-DYNA</b>	<b>Materiál</b>
<b>Pneumatika:</b> 100001 Tire 100002 Tire	ELASTIC - typ I ELASTIC - typ I
<b>Disk:</b> 200001 Wheel 200002 Wheel-Bearings	ELASTIC - typ II RIGID
<b>Těhlice:</b> 300001 StubAxleCarrier 300002 StubAxleCarrier-Bearings 300003 StubAxleCarrier-Top 300004 StubAxleCarrier-Bottom	ELASTIC - typ II RIGID RIGID RIGID

<b>Spodní rameno:</b> 400001 SuspentionArmRear 400002 SuspentionArmRear-SAC 400003 SuspentionArmRear-Ears 400004 SuspentionArmRear-Damper 400005 SuspentionArmRear-STR	ELASTIC - typ II RIGID RIGID RIGID RIGID
<b>Táhlo (horní rameno):</b> 500001 TurnbucklesChamberLinkRear-Left 500002 TurnbucklesChamberLinkRear-Right 500003 TurnbucklesChamberLinkRear-SAC 500004 TurnbucklesChamberLinkRear-STR	ELASTIC - typ II ELASTIC - typ II RIGID RIGID
<b>Těleso uložení zadní nápravy:</b> 600001 ShockTowerRear 600001 ShockTowerRear-TCLR 600001 ShockTowerRear-Damper	RIGID RIGID RIGID

Tabulka 3 – Přiřazení materiálových charakteristik jednotlivým částem dílů.

### 7.3.1 Modifikace tělesa uložení zadní nápravy

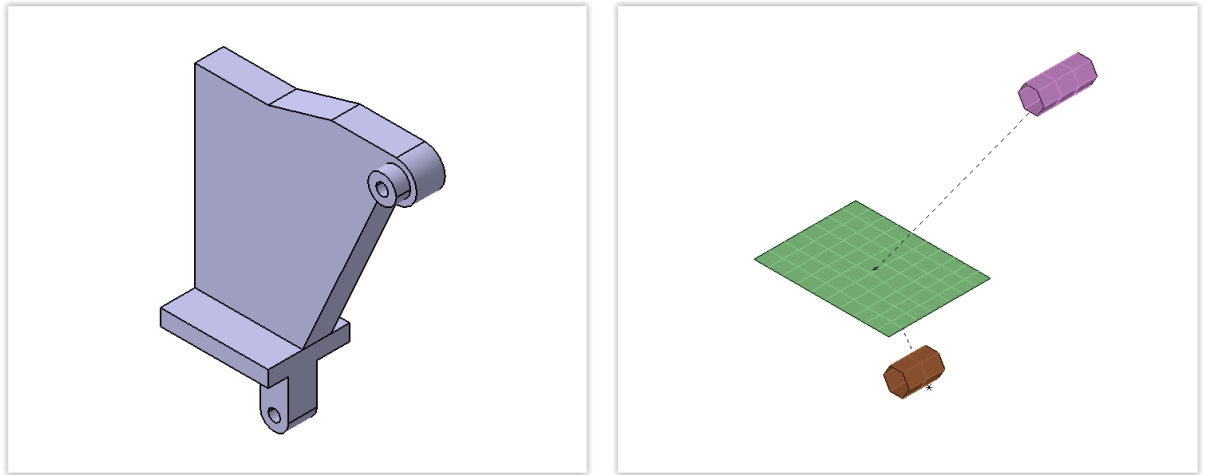
Všeobecně v softwaru LS-DYNA, v případě společné sítě daného tělesa, která je rozdělena do více partů, není možné přidělit všem partům rigidní charakteristiku. Tento poznatek musel být proto ve vztahu k tělesu uložení zadní nápravy dále řešen.

Síť byla rozdělena z důvodu definice okrajové podmínky, která bude řešena závěrem tvorby numerického modelu, viz. kap. 7.8.1.

Kvůli výše uvedenému problému musela být proto síť tělesa uložení zadní nápravy rozdělena nejen na tři party, ale rovnou na tři oddělené části. Jelikož je žádoucí, aby tyto tři samostatné prvky představovaly opět jedno těleso, bylo nutné rozdělenou síť na jednotlivé oddělené části spojit v jeden objekt, který bude opět reprezentovat danou geometrickou součást. Mezi jednotlivými rozdělenými částmi tak byla vytvořena matematická vazba, která byla vytvořena pomocí funkce RIGID\_BODIES. Tato vazba umožňuje vybrané rigidní části (partu) přiřadit další rigidní část (part), která bude v prostoru zachovávat stále stejné vzdálenosti mezi jednotlivými oddělenými částmi a zároveň zachovávat stejná posunutí a pootočení vůči ostatním součástem.

Rozdíl mezi geometrickým modelem a numerickou sítí spojenou pomocí matematické vazby je zobrazena na obr. 7.6.



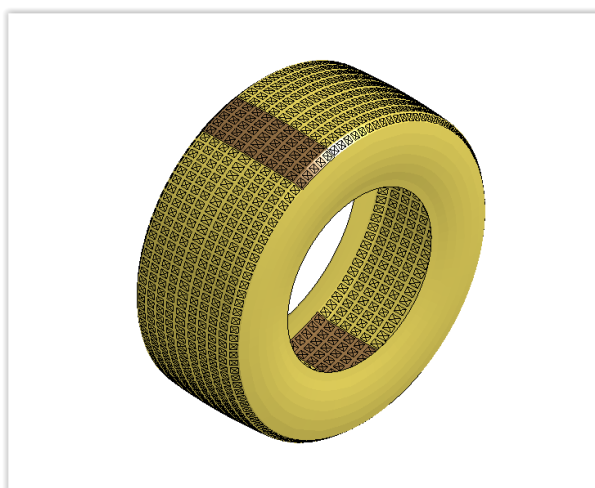


Obrázek 7.6 – Porovnání geometrického modelu a numerické sítě tělesa uložení zadní nápravy.

## 7.4 Definice pneumatiky

Pneumatika je definována jednak materiálovou charakteristikou pryže, ale zároveň tlakem vzduchu, který se nachází uvnitř pneumatiky a pneumatiku rozpíná. Pro účel simulace byl zvolen takový postup, kde je normálovým tlakem rozpínán pouze běhoun pneumatiky. U zkoumaného typu vozidla se totiž nacházejí nesymetrické pneumatiky – bočnice vnitřní strany pneumatiky má menší plochu než bočnice vnější strany pneumatiky. Tento postup byl použit proto, aby při výpočtu nedocházelo ke snaze pneumatiky táhnout pneumatiku směrem ven od vozidla. Tento problém je způsoben řešičem, který nebere v potaz, že nesymetrie pneu by měla pouze pneumatiku na jedné straně více deformovat. Běhoun pneumatiky je tak namáhán na normálový tlak od rozpínajícího se tlaku vzduchu a bočnice pneumatiky je namáhána pouze na tah od disku a rozpínajícího se běhounu.

Pro definici tlaku byla využita funkce `SIMPLE_PRESSURE_VOLUME`, která je řešičem LS-DYNA určena primárně na vozidlové pneumatiky. Pomocí funkce `SEGMENT` byla vybrána pouze ta síť pneumatiky, kde se nachází běhoun. Na této síti byl poté definován tlak 50 kPa. Vybraná část pneumatiky pro funkci definice tlaku je znázorněna na obr. 7.7 – vybraná síť je graficky odlišena obdélníky s překřížením.



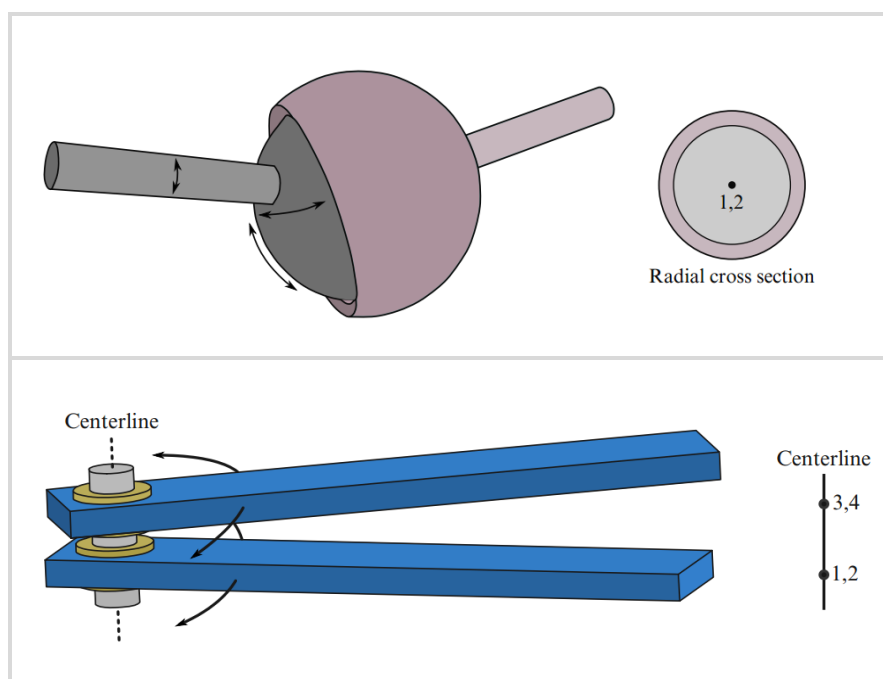
Obrázek 7.7 – Zobrazení sítě pro definici tlaku.

## 7.5 Definice vazeb mezi jednotlivými prvky

V geometrickém modelu nebyla modelována kloubová ani šroubová spojení, jelikož z hlediska numeriky se jedná opět o matematickou vazbu mezi dvěma party. Tyto vazby se tvoří následovně:

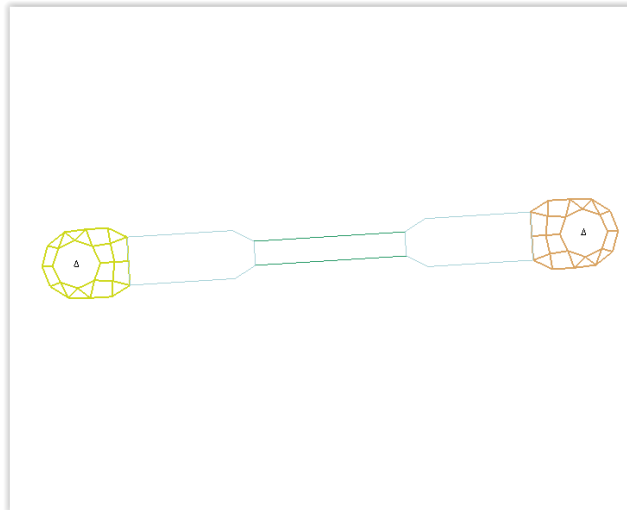
- šroubová spojení (hřídel) – funkce `JOINT_REVOLUTE`,
- kloubová spojení – funkce `JOINT_SPHERICAL`.

Obě spojení se vytváří pomocí externích bodů, které náležejí jednotlivým partům. Externí body se musí nacházet v případě šroubového spojení v ose rotace mezi jednotlivými party, v případě kloubového spojení v bodě rotace. Jednotlivé party (součásti) jsou pak přes tyto externí body spárovány a je tak vytvořena matematická vazba reprezentující daná fyzická spojení. Na obr. 7.8 lze pozorovat výše uvedené. Nutno podotknout, že v případě funkce `JOINT_REVOLUTE` je daným tělesům umožněn pouze rotační pohyb v rovině kolmé na vytvořenou osu danými externími body.



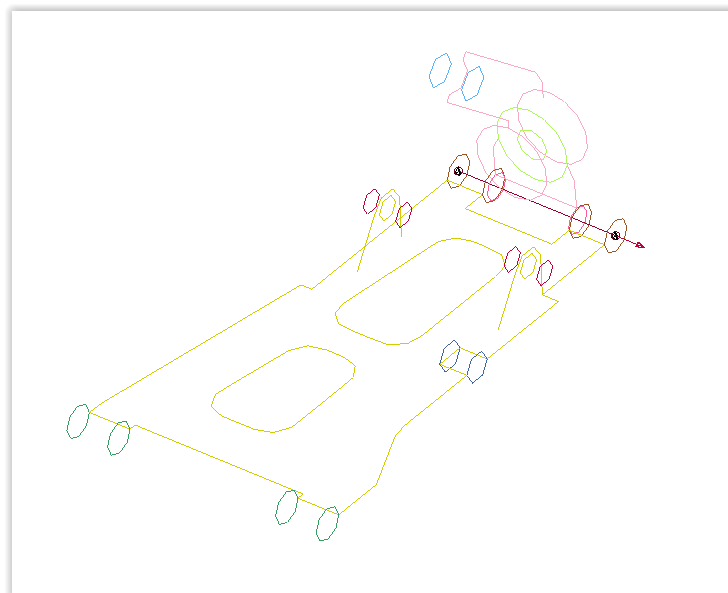
Obrázek 7.8 – Princip funkce JOINT. [22]

Aby obě funkce JOINT mohli fungovat, je nutné vytvořit již zmíněné externí body. Zde byla tedy pro potřebu definice externího bodu využita funkce EXTRA\_NODES\_SET, která zajistí potřebné spárování daného partu s daným bodem. Princip je takový, že příslušný part je pevně spojen s daným bodem a vykonává tak stejné rotace a posuny. Tato funkce je ovšem podmíněna faktem, že spárování probíhá mezi bodem a rigidním tělesem. Příklad vytvoření externího bodu je na obr. 7.9 – pro ilustraci je zobrazení provedeno na táhle (horním rameni). Tento postup byl pro všechny zbylé party reprodukován. Externí bod je na obrázcích zobrazen jako trojúhelník a rigidní tělesa jako zvýrazněná síť.

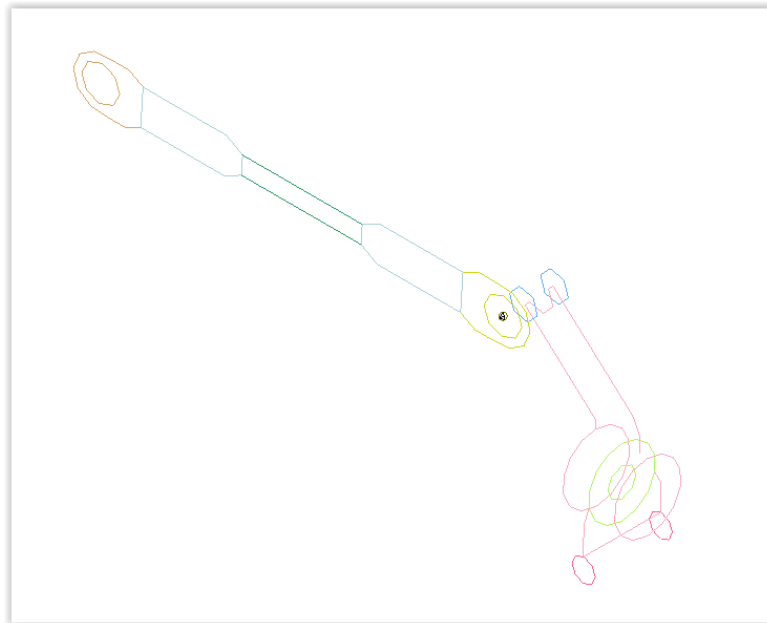


Obr. 7.9 – Vytvoření externích bodů pro táhlo (horní rameno).

Spárování jednotlivých částí je pak zobrazeno na obr. 7.10 a 7.11. Pro ilustraci použití funkce `JOINT_REVOLUTE` je použit příklad mezi spodním ramenem a těhlicí, viz. obr. 7.10. Pro ilustraci použití funkce `JOINT_SPHERICAL` je použit příklad mezi těhlicí a táhlem (horním ramenem), viz. obr. 7.11.



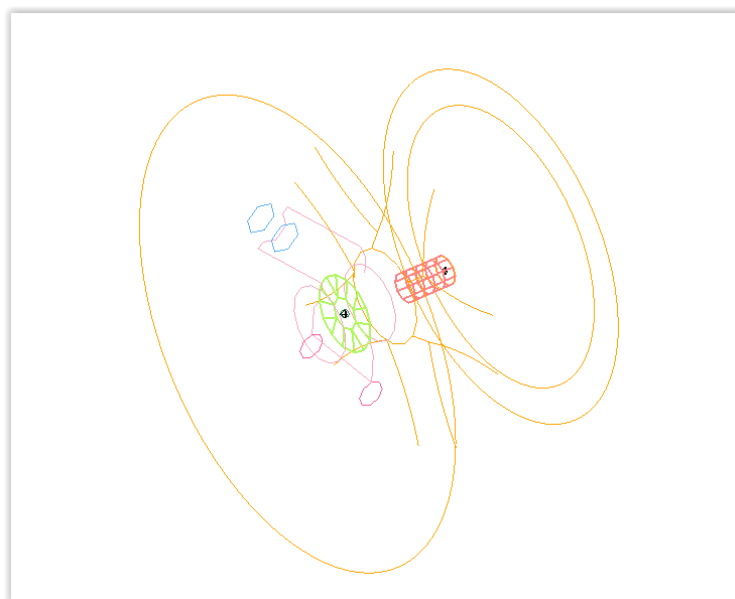
Obr. 7.10 - Použití funkce `JOINT_REVOLUTE` mezi spodním ramenem a těhlicí.



Obr. 7.11 - Použití funkce `JOINT_SPHERICAL` mezi táhlem (horním ramenem) a těhlicí.

Tento postup byl reprodukován pro všechny zbylá spojení – tedy rotační spojení tělesa zadního uložení se spodním ramenem, sférické spojení tělesa zadního uložení s táhlem (horním ramenem) a rotační spojení těhlice s diskem.

Poslední zmíněné spojení těhlice s diskem bylo ovšem vytvořeno nestandardně. Logická by se zdála vazba `JOINT_REVOLUTE`. Ta ovšem nebyla použita. Namísto této vazby byly využity dvě funkce `JOINT_SPHERICAL`. To je z důvodu umožnění rotace mezi diskem a těhlicí ve zbylých směrech než je pouze kolem osy rotace (hřídele), jak je tomu u funkce `JOINT_REVOLUTE`. Na obr. 7.12 je zobrazení využití funkce `JOINT_SPHERICAL` a zároveň definice `EXTRA_NODES_SET` pro příslušné party disku a těhlice.



Obrázek 7.12 – Použití funkce JOINT\_SPHERICAL a EXTRA\_NODES\_SET mezi těhlicí a diskem.

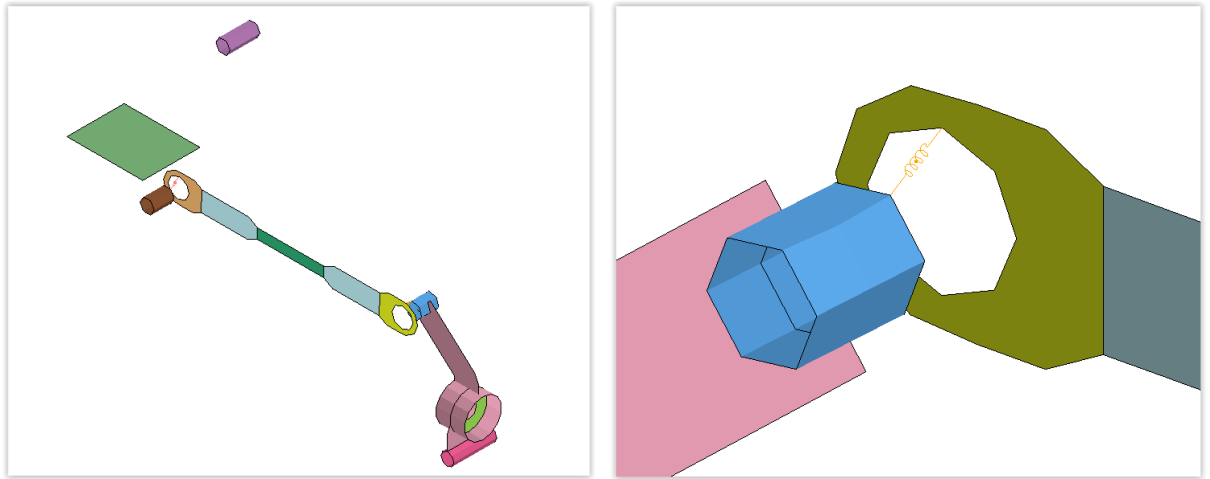
## 7.6 Definice odpružení

Definice odpružení se skládá z vytvoření nového partu, který obsahuje speciální materiálovou charakteristiku v podobě tuhosti pružiny a útlumu tlumiče a tvorby elementu, který definuje, kde se má daná materiálová charakteristika uplatnit, resp. vytvořit matematická vazba. Element se skládá ze dvou bodů, tyto body reprezentují místa spojení pružící jednotky (pružiny a tlumiče) se spodním ramenem a tělesem uložení zadní nápravy.

Nejprve je nutné vytvořit externí body reprezentující kloubové místo spojení mezi pružící jednotkou a zmiňovanými částmi. K tomu byla opět použita funkce EXTRA\_NODES\_SET.

Konkrétní hodnoty koeficientu tuhosti a koeficientu útlumu jsou předmětem analýzy I, a proto jsou uvedeny až v kap. 7.8.2.

Při vytvoření dvou sférických vazeb na táhle (horním rameni) došlo ke skutečnosti, že táhlu byla umožněna rotace okolo vlastní podélné osy. Tento jev je nežádoucí – neodpovídá realitě. Ve skutečnosti je tento jev eliminován díky specifické konstrukci spojovacího kloubu. Ten umožňuje rotaci ve všech směrech, ale pootočení jen do určité míry. Pro eliminaci otáčení a zároveň tak pro stabilizaci výpočtu bylo přistoupeno k vytvoření dvou pružin o malé tuhosti (koeficient tuhosti  $k = 100 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ ), které jsou umístěny mezi táhlem a těhlicí a dále pak mezi táhlem a tělesem uložení zadní nápravy.



Obrázek 7.13 – Stabilizující pružiny na táhle (horním rameni).

## 7.7 Definice vozovky

Pro numerickou analýzu interakce vozidla s vozovkou byla vybrána komunikace s asfaltovým krytem vozovky. Smykový součinitel tření v klidu je pro styk pryže se suchou asfaltovou vozovkou roven přibližně  $\mu = 0,55$ . [2]

Z hlediska mechanických vlastností se asfaltová vozovka chová vůči RC modelu jako rigidní těleso. Model vozidla na dálkové ovládání je velmi lehký a tuhost asfaltové vozovky je velmi vysoká. Proto bylo přistoupeno ke zjednodušení a pro tvorbu vozovky byla použita dokonale tuhá rovina.

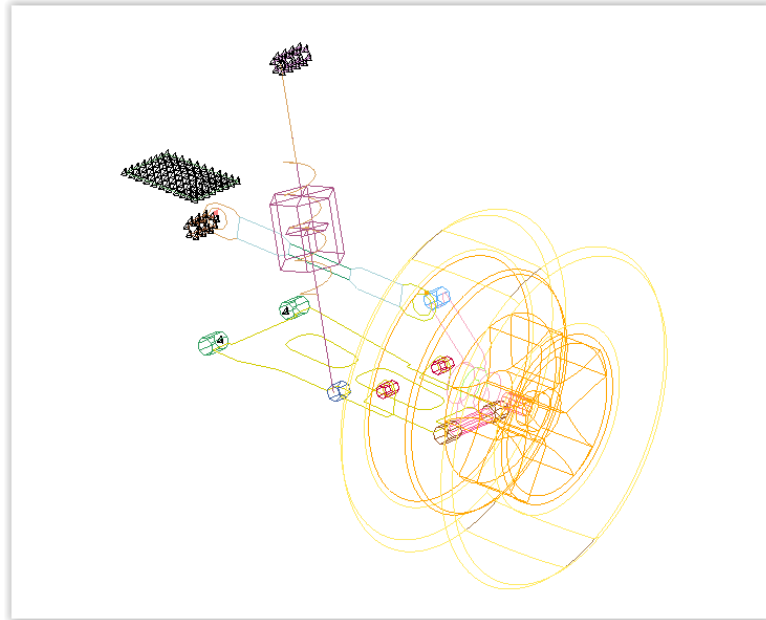
Tato rigidní rovina byla vytvořena pomocí funkce PLANAR\_FINITE a byla jí přiřazena hodnota součinitele smykové tření  $\mu = 0,55$ .

Princip rigidní roviny je takový, že jakýkoliv koncový bod určené sítě libovolného partu nesmí projít za hranici této rigidní desky.

## 7.8 Definice zatížení

Hmotnost vozidla je v základním vybavení 2,16 kg. Z důvodu nedostupnosti informací o rozložení hmotnosti mezi přední a zadní nápravou bylo toto rozložení stanoveno jednoduchou rozvahou. Nejtěžším dílem vozidla je baterie, ta se ovšem nachází přibližně ve středu vozidla, takže by měla vytvářet symetrické rozdělení hmotnosti mezi přední a zadní nápravou. Rozhodujícím vodítkem k určení rozložení hmotnosti byla tedy pozice elektrického motoru, který je sice poměrně lehký, ale zároveň je druhým nejtěžším dílem. Ten se nachází na zadní nápravě. Zatížená na zadní nápravě bylo proto stanoveno na hodnotu 1,2 kg.

Jelikož je předmětem studie jen symetrická polovina zadní nápravy, stanovené zatížení na této symetrické polovině nápravy činí 600 g. Tato hmotnost byla rovnoměrně rozložena na celou síť tělesa uložení zadní nápravy, viz. obr. 7.14 – graficky znázorněno trojúhelníky.



Obrázek 7.14 – Definice zatížení.

## 7.9 Okrajové podmínky

Výsledný numerický model obsahuje určité okrajové podmínky. Jednotlivé analýzy byly prováděny tak, že docházelo pouze ke změnám specifických okrajových podmínek. Okrajové podmínky tak lze rozdělit na společné okrajové podmínky pro všechny analýzy a specifické okrajové podmínky jednotlivých analýz.

### 7.9.1 Společné okrajové podmínky

Pro všechny analýzy je společným prvkem gravitační zrychlení. Toto gravitační zrychlení, které činí  $g = 9,806 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , je aplikováno na veškeré koncové body numerické sítě.

Jelikož se tato studie zabývá jen symetrickou polovinou zadní nápravy, je nutné tělesu uložení zadní nápravy definovat specifické podmínky pro reálné chování vozidla. Všechny analýzy se zabývají dosednutím vozidla na vozovku či pak následnou přímou jízdou vpřed. Pro reálné chování numerického modelu vozidla pro těleso uložení zadní nápravy vozidla plynou následující podmínky:



- tělesu uložení zadní nápravy byly zakázány všechny rotace,
- posuny byly povoleny pouze v rovině  $xz$  – posun ve směru osy  $y$  byl zakázán.

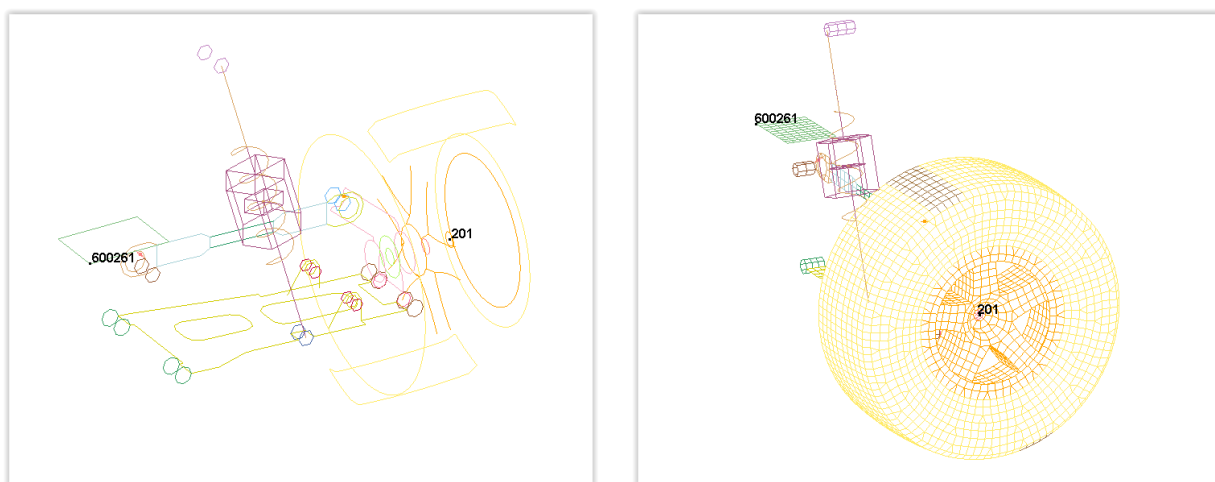
Pro informaci ještě uvedení všeobecně vnímaných směrů os u libovolných vozidel:

- osa  $x$  – přímý směr jízdy,
- osa  $y$  – kolmý směr vlevo vůči směru jízdy,
- osa  $z$  – kolmý směr vzhůru vůči směru jízdy.

### 7.9.2 Analýza I

Analýza I se zabývá samotnou aktivací celého konstrukčního celku. Tedy zjištění, zda se celá numerická soustava chová správně a realisticky. Úkolem analýzy I je „vypuštění“, resp. vystavení tíhovému zrychlení numerickou soustavu podvozkové části vozidla ve vyváženém stavu na rigidní rovinu a sledování správné interakce mezi touto podvozkovou částí a rovinou (vozovkou).

Dále se pak snaží zachytit posunutí dvou bodů sítě, které reprezentují posunutí dvou prvků – těleso uložení zadní nápravy a kolo. Toto sledování je tedy založeno na pozorování posunů ve směru osy  $z$ . Daný bod se nachází přímo na rigidním tělese (těleso uložení zadní nápravy) nebo se jedná o externí bod, který je pomocí funkce EXTRA\_NODES\_SET k rigidnímu tělesu přiřazen (kolo). Výše uvedené body jsou zobrazeny na obr. 7.15, kde tělesu uložení zadní nápravy náleží bod 600261 a kolu bod 201. Posunutí těchto konkrétních bodů je sledováno i ve zbylých analýzách.



Obrázek 7.15 – Umístění definovaných bodů.

Posunutí zmiňovaných bodů je závislé hlavně na speciálních materiálových charakteristikách pružiny a tlumiče. Z důvodu nedostupnosti těchto charakteristik u reálného

RC modelu byly tyto charakteristiky zadány experimentálně – koeficient tuhosti pružiny byl stanoven na hodnotu  $k = 1\,000\text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  a koeficient útlumu tlumiče  $b = 150\text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Následně, v návaznosti na předchozí odstavec, byly ještě z důvodu možného porovnání zadávány další materiálové charakteristiky, které byly vůči sobě zadávány v principu matice  $3 \times 3$ . Tedy tři materiálové charakteristiky tuhosti pružiny byly počítány vůči třem materiálovým charakteristikám útlumu tlumiče. Tento postup vede k devíti výsledkům. Zde už byly sledovány pouze posunutí tělesa uložení zadní nápravy ve vztahu k posádce vozidla a životnosti různých dílů vozidla. Vztah k posádce vozidla je myšlen tak, že tato studie má vyústit v metodiku, která je možná později aplikovat na reálná vozidla.

Jednotlivé hodnoty koeficientu tuhosti pružiny a koeficientu útlumu tlumiče jsou uvedeny v tab. 3.

		Koeficient útlumu tlumiče [kg·s <sup>-1</sup> ]		
		75	150	300
Koeficient tuhosti pružiny [N·m <sup>-1</sup> ]	500	9 typů nastavení		
	1 000			
	1 500			

Tabulka 4 – Jednotlivé hodnoty koeficientu tuhosti pružiny a koeficientu útlumu tlumiče.

Dalšími sledovanými faktory byly dále síly vznikající v pružině a tlumiči vozidla. Dále pak změnu posunutí pístitnice pružící jednotky (pružiny a tlumiče) – tedy změnu vzdálenosti mezi koncovými body uchycení pružící jednotky na vozidlové součásti.

### 7.9.3 Analýza II

Analýza II se zabývá definicí okrajové podmínky pohybu podvozkové části vozidla. Ta je v tomto přídně provedena pomocí funkce VELOCITY, která umožňuje vybrané síti udělit počáteční rychlost. To v praxi znamená, že daný zkoumaný objekt je „vhozen“ v požadovaném směru do prostředí. Rychlost byla experimentálně stanovena na hodnotu  $1\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Počáteční rychlost byla udána všem koncovým bodům numerické sítě. Tato definice se např. používá v případě numerické analýzy crash testů, kde je reálné vozidlo „vhozeno“ určitou rychlostí vůči specifické překážce.

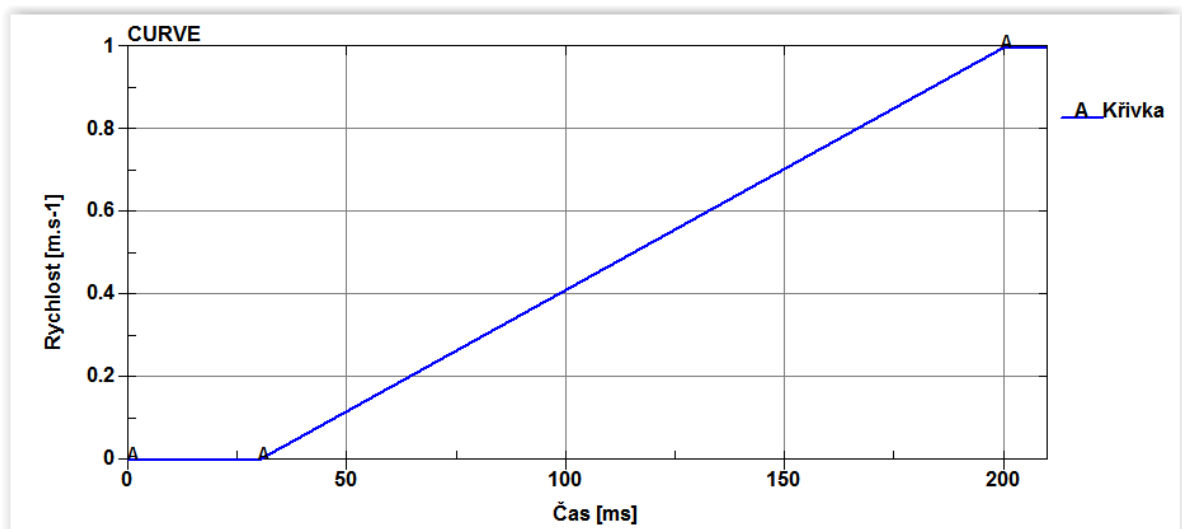
Materiálová charakteristika pružiny a tlumiče byla použita stejná jako první zvolená charakteristika z analýzy I, tedy koeficient tuhosti pružiny je  $k = 1\,000\text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  a koeficient útlumu tlumiče  $b = 150\text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ . Toto zvolení je vysvětleno ve výsledcích analýzy I, viz. kap. 8.1. Charakteristické hodnoty jsou použity i v následujících analýzách.

Sledované body posunutí ve sledovaném směru jsou totožné s analýzou I.

### 7.9.4 Analýza III

Analýza III se zabývá definicí rychlosti ve směru osy  $x$  pomocí lineární funkce. Tato definice byla provedena pomocí funkce PRESCRIBED\_MOTION\_RIGID a byla vytvořena na tělese zadního uložení nápravy. Toto těleso je tělesem rigidním a splňuje tak nutnou podmínku pro použití této funkce. Pohyb byl určen jako translační ve směru osy  $x$ . Tento pohyb odpovídá rozjezdu nepoháněné nápravy. Podvozek je tak tažen od karoserie či rámu vozidla.

Samotná definice rychlosti byla vytvořena pomocí funkční závislosti rychlosti na čase – ta byla vytvořena pomocí funkce CURVE. Na obr. 7.16 je zobrazeno, že velikost rychlosti je až do 30-té milisekundy nulová, teprve potom lineárně roste na velikost hodnoty rychlosti  $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Časová prodleva je k umožnění dosednutí vozidla na povrch vozovky. Teprve poté se vozidlo rozjíždí.



Obrázek 7.16 – Funkční závislost rychlosti translace na čase.

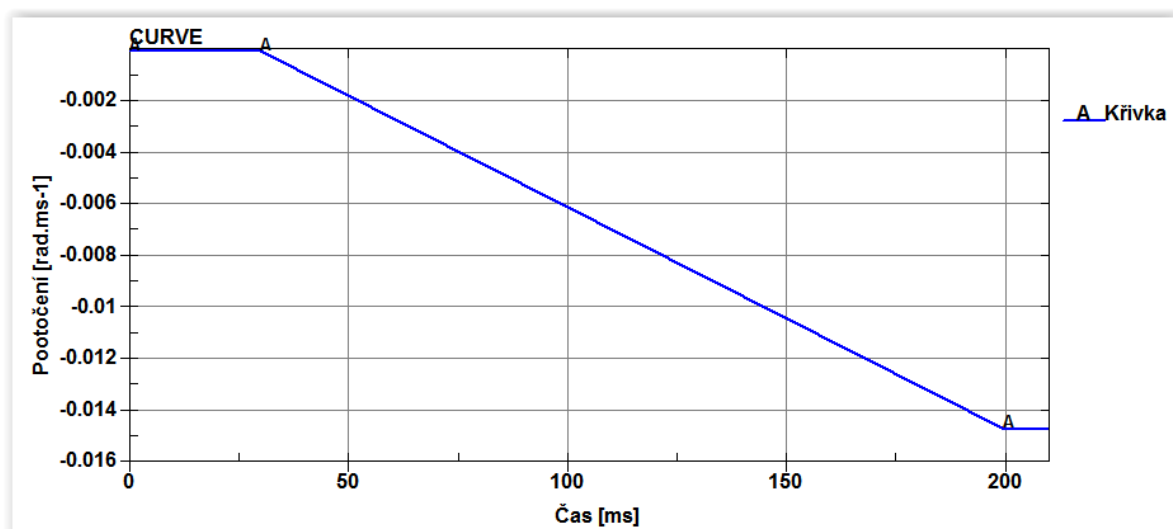
Charakteristické hodnoty tuhosti pružiny a útlumu tlumiče jsou shodné s analýzou II.

Sledované body posunutí ve sledovaném směru jsou totožné s analýzou I.

### 7.9.5 Analýza IV

Analýza IV se zabývá definicí pootočení kola v čase. Tato definice odpovídá poháněné nápravě vozidla, kde je kolo poháněno od dané poloosy.

Tato definice byla opět provedena pomocí funkce `PRESCRIBED_MOTION_RIGID` a byla vytvořena na rigidním tělese disku. Předepsaný pohyb rotace je prováděn okolo stanoveného vektoru. Vektor byl vytvořen pomocí funkce `VECTOR_NODES`. Ten se skládá ze dvou bodů, které byly opět vytvořeny pomocí funkce `EXTRA_NODES_SET` a spojeny tak pevně s daným rigidním tělesem. Předepsaná závislost pootočení rigidního tělesa okolo definovaného vektoru byla provedena pomocí funkce `CURVE`. Na obr. 7.17 je tato funkční závislost zobrazena. Opět je zde vytvořena časová prodleva v délce trvání 30-ti milisekund za účelem dosednutí vozidla. Záporné znaménko u popisu svislé osy vyjadřuje pouze směr otáčení – kladný směr rotace je definován směrem vektoru, okolo kterého je rotování vykonáváno.



Obrázek 7.17 – Funkční závislost rychlosti pootočení na čase.

Charakteristické hodnoty tuhosti pružiny a útlumu tlumiče jsou shodné s analýzou II.

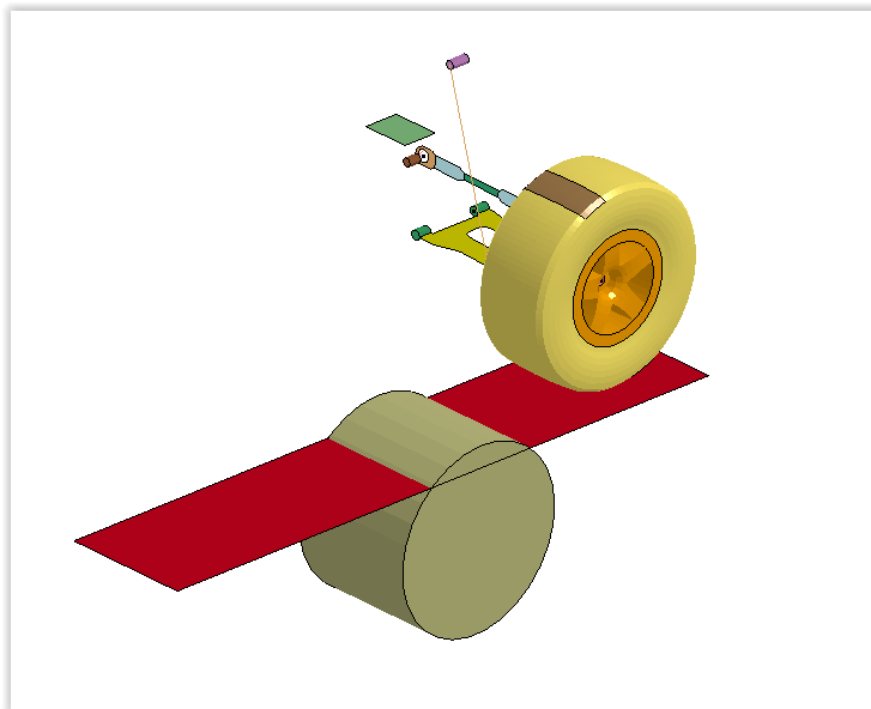
Sledované body posunutí ve sledovaném směru jsou totožné s analýzou I.

### 7.9.6 Analýza V

Analýza V se zabývá jízdou vozidla přes definovanou překážku. Charakter jízdy vozidla je později specifikován.

Tato překážka je přidána jako další dokonale tuhý objekt a platí pro něj stejná pravidla jako pro rigidní rovinu. Tato překážka spolu s rigidní rovinou tvoří výslednou asfaltovou vozovku.

Překážka je válcovitého tvaru, kde se část válce nachází nad rigidní rovinou. Ta potom společně s rigidní rovinou přichází do styku s pneumatikou. Tato překážka je nízkého a dlouhého charakteru. K definici překážky, resp. dokonale tuhého válce, byla použita funkce GEOMETRIC\_CYLINDER\_DISPLAY. Výsledný tvar komunikace je znázorněn na obr. 7.18.



Obrázek 7.18 – Výsledný tvar komunikace analýzy V.

Pro analýzu byly použity dva předpisy pohybu symetrické poloviny zadní nápravy vozidla přes uvedenou překážku:

1. definice translačního pohybu v souladu okrajovými podmínkami analýzy III,
  - použita funkční závislost rychlosti translace na čase,
2. definice translačního pohybu v souladu okrajovými podmínkami analýzy IV,
  - použita funkční závislost rychlosti pootočení na čase.

Výše uvedené předpisy tedy odpovídají rozjezdu poháněné a nepoháněné nápravy vozidla pře specifickou překážku.

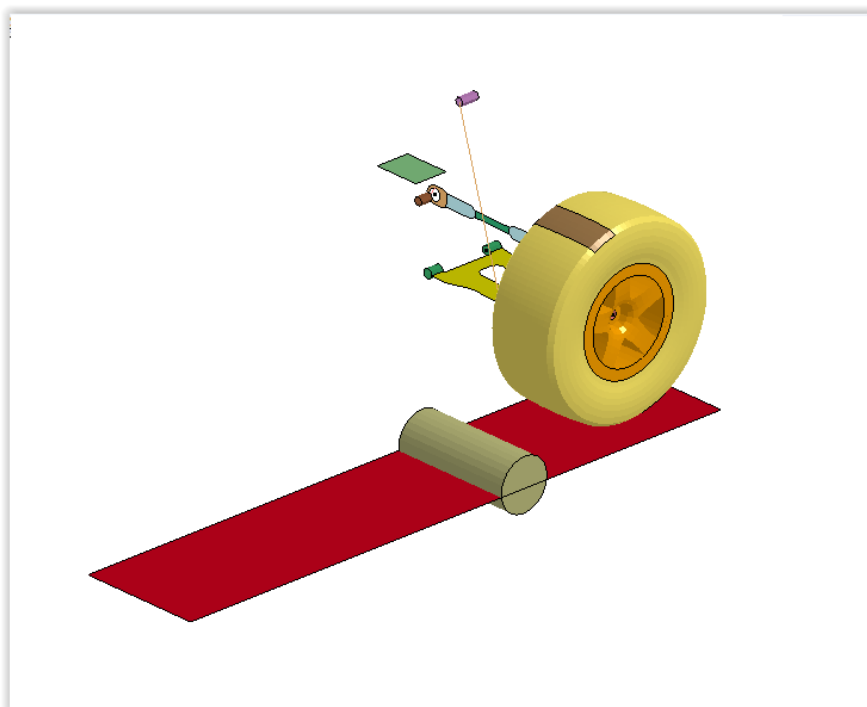
Charakteristické hodnoty tuhosti pružiny a útlumu tlumiče jsou shodné s analýzou II.

Sledované body posunutí ve sledovaném směru jsou totožné s analýzou I.

U této analýzy byla ještě navíc sledována interakce vozidla s vozovkou a dále průběhy napětí spodního ramene a těhlice vozidla.

### 7.9.7 Analýza VI

Analýza VI je shodná s analýzou V. Jediným rozdílem je charakter překážky. Ten je tomto případě vyšší a užší. Výsledný tvar komunikace je znázorněn na obr. 7.19.



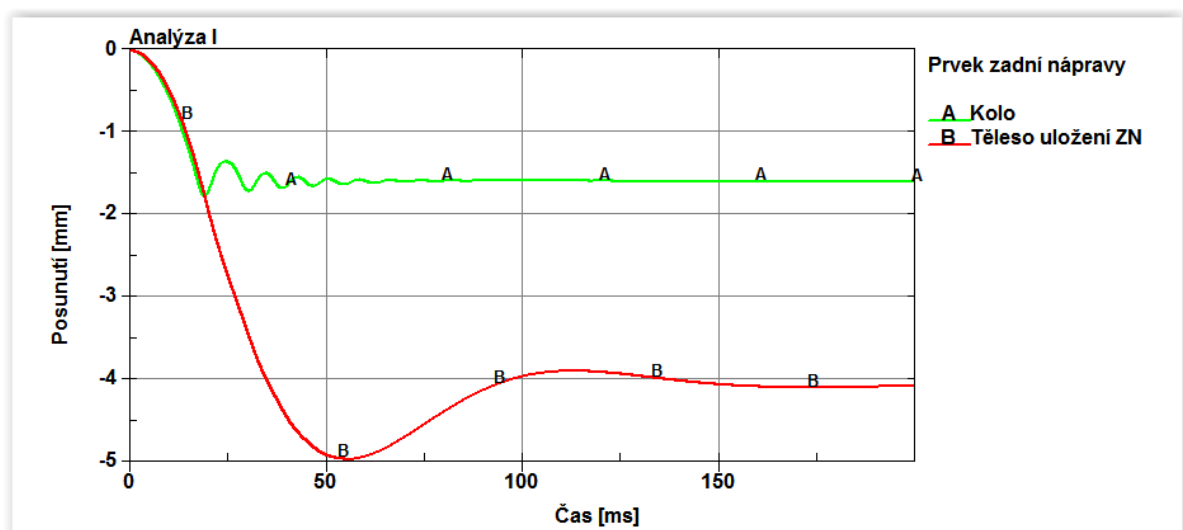
Obrázek 7.19 – Výsledný tvar komunikace analýzy VI.

## 8 Výsledky

Jednotlivé analýzy jsou podrobeny diskusi. Předpokládá se, že výsledky jednotlivých analýz budou dále experimentálně validovány. Výsledky jednotlivých analýz se zabývají rozbohem aktivace systému, jeho interakce s vozovkou a různými důsledky pro vozidlo. Je zde řešeno také mechanické namáhání vybraných částí podvozkové části vozidla.

### 8.1 Analýza I

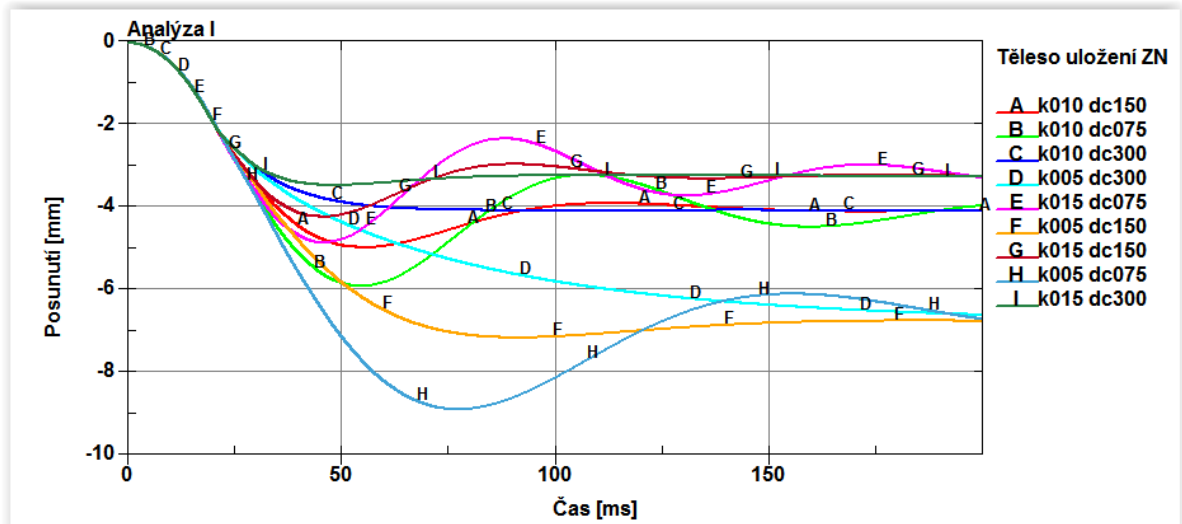
Prvním sledovaným faktorem je posunutí určených bodů ve směru osy  $z$  na numerické síti vozidla. Účelem odpružení je v ideálním případě zajištění kritického útlumu karoserie či rámu vozidla. Z grafu uvedeného na obr. 8.1 vyplývá, že v případě tělesa uložení zadní nápravy dochází k podkritickému útlumu. Tento útlum je přijatelný, jelikož těleso uložení zadní nápravy se po dvou kmitech téměř ustálí.



Obrázek 8.1 – Posunutí bodů v závislosti na čase reprezentující posunutí kola a tělesa zadní nápravy vozidla.

Dalšími sledovanými faktory byly změny hodnot jednotlivých nastavení speciálních materiálových charakteristik pružiny a tlumiče vozidla za účelem možného porovnání výsledných hodnot. Z grafu uvedeného na obr. 8.2 plyne, že jako nejvhodnější materiálová

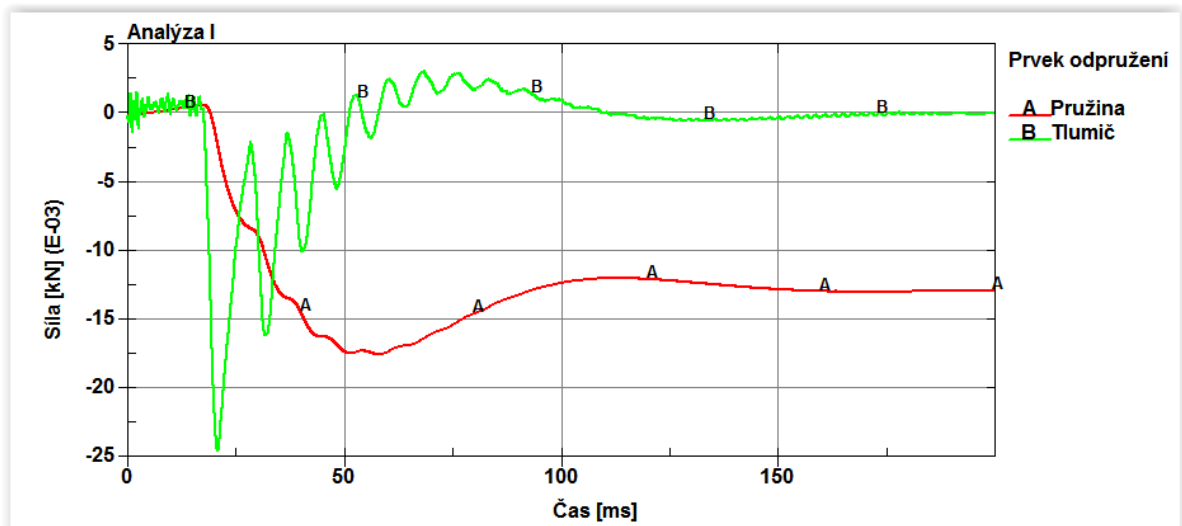
charakteristika se jeví již první experimentálně nastavená. Hodnota koeficientu tuhosti pružiny je tedy  $k = 1\,000\text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  a koeficient útlumu tlumiče  $b = 150\text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ .



Obrázek 8.2– Posunutí bodu v závislosti na čase reprezentující posunutí tělesa zadní nápravy vozidla pro různé materiálové charakteristiky.

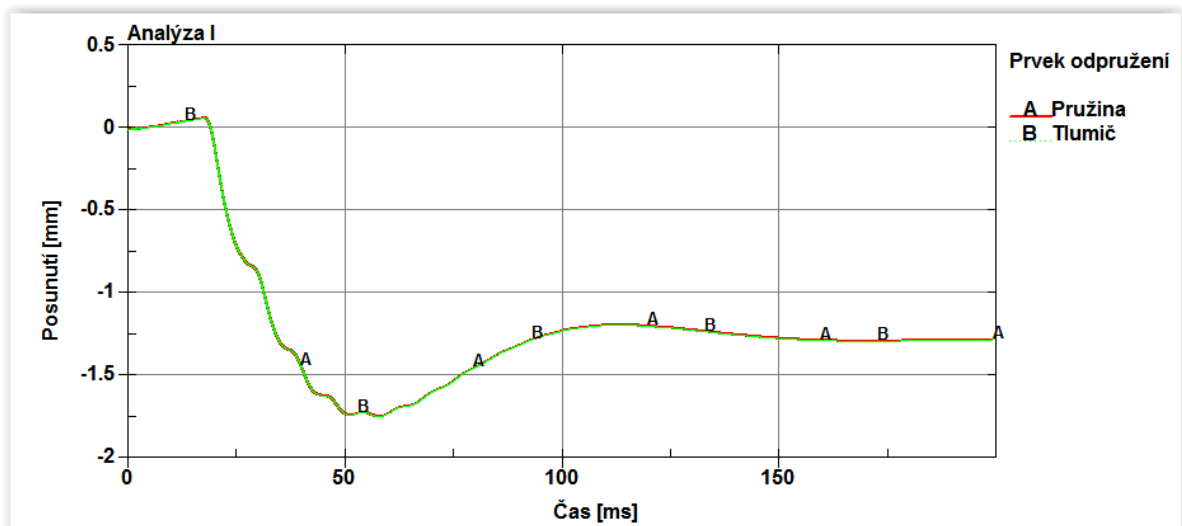
Na obr. 8.3 můžeme pozorovat změnu síly pružící jednotky (pružiny a tlumiče) při dopadajícím vozidle. Přibližně ve 20-té milisekundě dochází ke kontaktu pneumatiky s vozovkou – tlumič začíná okamžitě reagovat a utlumuje kmity vzniklé elastickým chováním dopadající pneumatiky. Hodnota síly útlumu se postupně vrací do rovnovážné polohy, pneumatika tedy přestává vibrovat a těleso uložení zadní nápravy se začíná stabilizovat do rovnovážné polohy.





Obrázek 8.3 – Změny síly pružící jednotky v závislosti na čase.

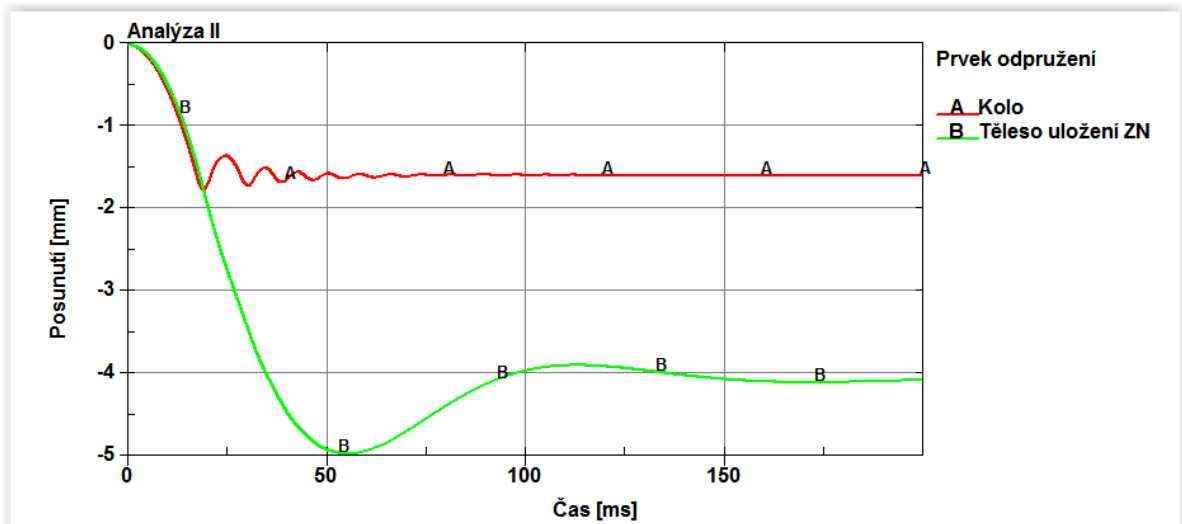
Z obr. 8.4 vyplývá, že posunutí koncových bodů pružiny a tlumiče jsou totožná a proto se překrývají. To je způsobeno tím, že oba prvky jsou uchyceny ve stejných místech. Výsledný tvar křivek je stejný jako tvar křivky síly pružiny z obr. 8.3. Tato skutečnost vychází z charakteristické rovnice pružiny. Posunutí vynásobené konstantou tuhosti pružiny vyjadřuje sílu, která v pružině vzniká.



Obrázek 8.4 – Změny posunutí koncových bodů uchycení pružící jednotky v závislosti na čase.

## 8.2 Analýza II

Při pohledu na obr. 8.5 je patrné, že počáteční okrajová podmínka rychlosti nemá na dosedání vozidla na vozovku velký význam. Posunutí jsou téměř shodná s posunutími z předchozí analýzy, viz. obr. 8.1.



Obrázek 8.5 – Posunutí bodů v závislosti na čase reprezentující posunutí kola a tělesa zadní nápravy vozidla.

Z výše uvedeného plyne, že definice okrajové podmínky počáteční rychlosti soustavy dobře reprezentuje skutečnost již pohybujícího se vozidla bez vedlejších efektů.

## 8.3 Analýza III

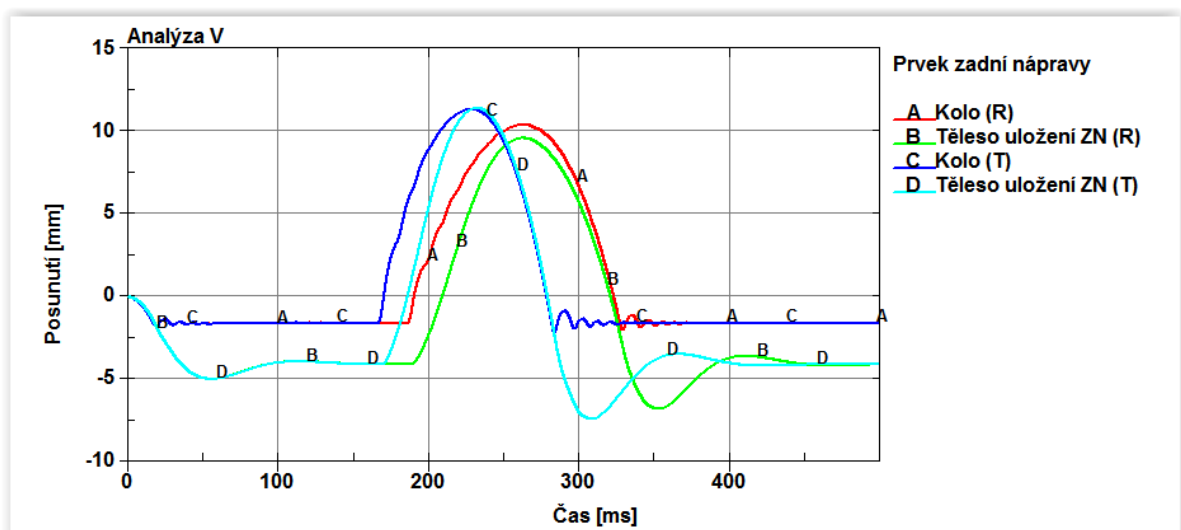
Již při generování dat bylo na první pohled patrné, že graf posunutí bodů v závislosti na čase reprezentující posunutí kola a tělesa zadní nápravy vozidla, za podmínky pohybu vytvořenou pomocí lineárního nárůstu rychlosti podvozkové části vozidla, se shoduje s grafem analýzy II a proto zde není ani ilustrován. Z čehož plyne, že lineární nárůst rychlosti vytvořený na tělese uložení zadní nápravy nemá na dosedání vozidla v průběhu rozjíždění nepoháněné nápravy velký význam.

## 8.4 Analýza IV

U analýzy IV je zadána jako zrychlující lineární prvek definice funkce pootočení na rigidní část disku, která reprezentuje rozjezd poháněné nápravy vozidla. Z výsledného grafu posunutí bodů v závislosti na čase reprezentující posunutí kola a tělesa zadní nápravy vozidla nemá opět funkce pootočení v čase velký vliv. Svislý pohyb karoserie či rámu vozidla je opět na rozjždění vozidla nezávislý. Výsledný graf zde není opět ilustrován, jelikož se shoduje s grafem na obr. 8.5.

## 8.5 Analýza V

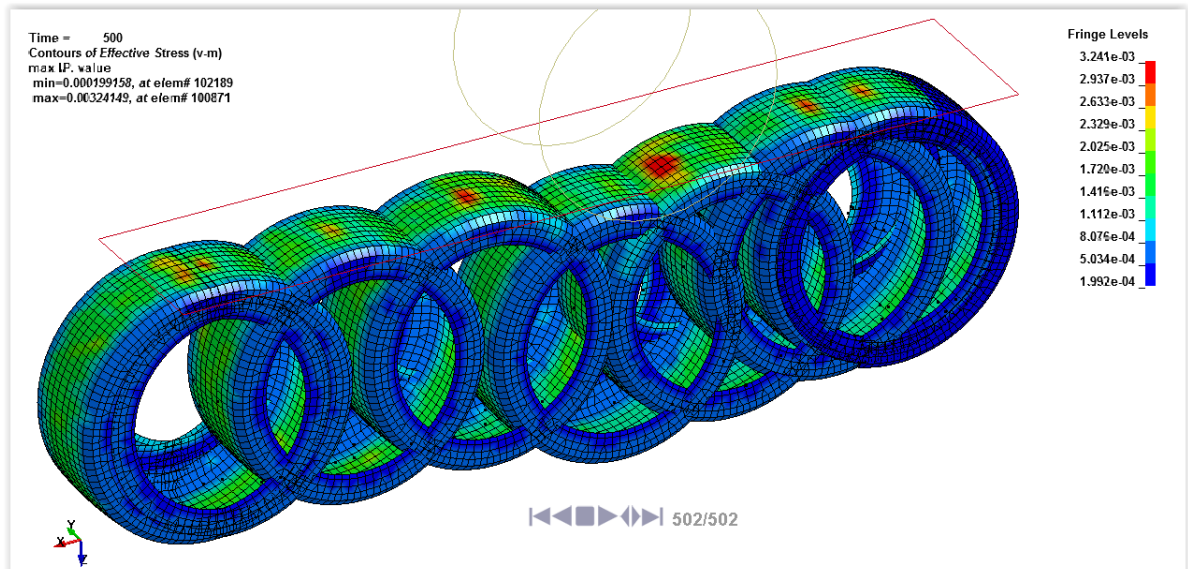
Z níže uvedeného grafu na obr. 8.6 lze vyčíst, že pohyb soustavy pomocí jednotlivých druhů pohonu je rozdílný. Při přejezdu válcovité překážky v případě rozjezdu vozidla na nepoháněné nápravě dochází k trochu většímu odskočení kola od překážky než v případě poháněné nápravy. Tvar výsledné křivky je proto strmější, výsledný kmit reprezentující posunutí vozidla směrem vzhůru při přejíždění překážky je užšího charakteru.



Obrázek 8.6 – Posunutí bodů v závislosti na čase reprezentující posunutí kola a tělesa uložení zadní nápravy vozidla.

Sledovaný průběh interakce pneumatiky s vozovkou ukazuje, že k největším deformacím a napětím na pneumatice dochází v normálovém směru vozovky a na pneumatice se tak

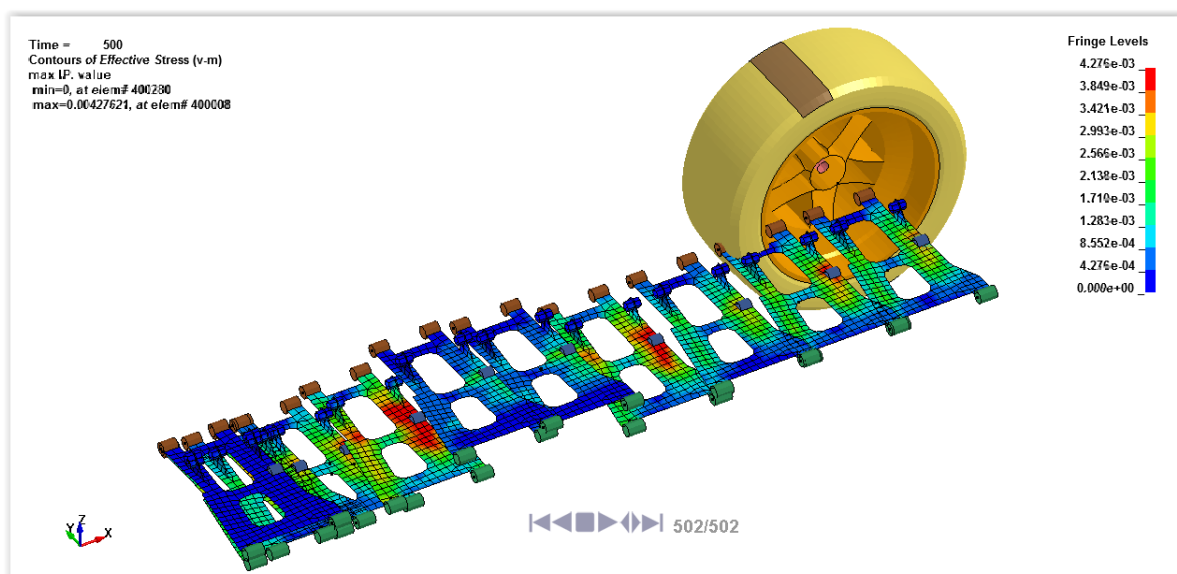
vytváří stykový pás s vyššími hodnotami napětí. Při přejezdu specifické překážky jsou dle očekávání dosaženy nejvyšší hodnoty napětí. Nejvyšší dosažená hodnota napětí na pneumatice z průběhu doby simulace vykazuje hodnotu 3,2 MPa.



Obrázek 8.7 – Průběh napětí na interagující pneumatice s vozovkou.

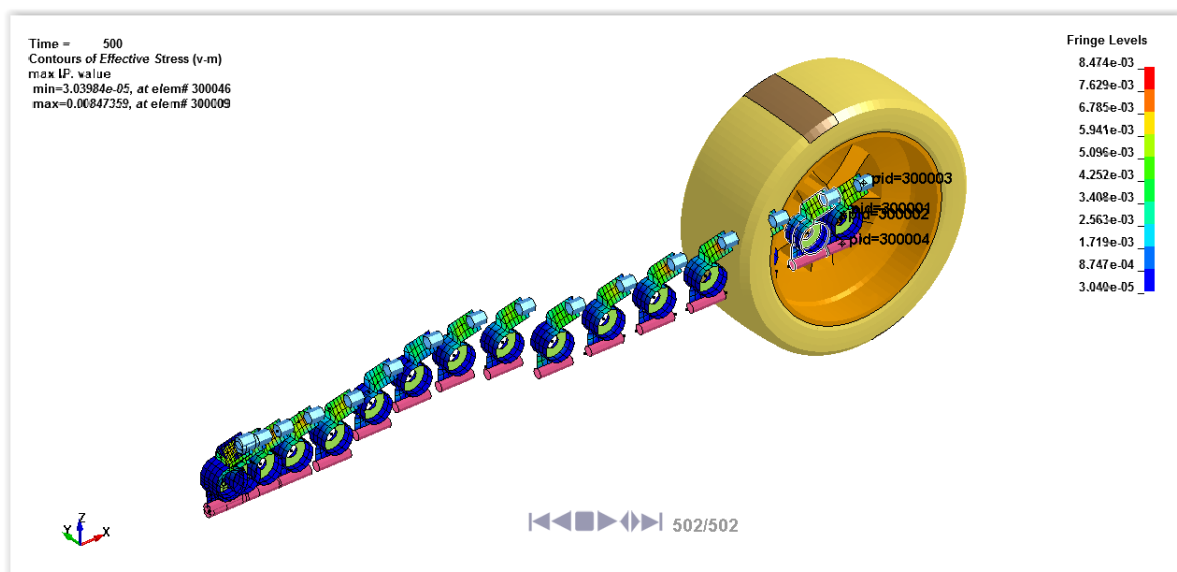
Na obr. 8.7 se ukazuje, že nejvyšší koncentrace napětí se nacházejí ve středu styku pneumatiky s vozovkou. Tento výsledek nemusí být zcela správný. Pro ověření tohoto výsledku by bylo vhodné použít jemnější síť a dané výsledky porovnat.

Průběh nejvyšších hodnot napětí na spodním rameni je opět dle očekávání při nájezdu kola na překážku. Vyšší napětí se ovšem vyskytují i při dopadu pneumatiky po přejetí sledované překážky. Nejvyšší napětí vykazuje hodnotu 4,3 Mpa. Toto napětí je z hlediska použité materiálové charakteristiky konstrukční oceli prakticky zanedbatelné.



Obrázek 8.8 – Průběh napětí na spodním rameni vozidla.

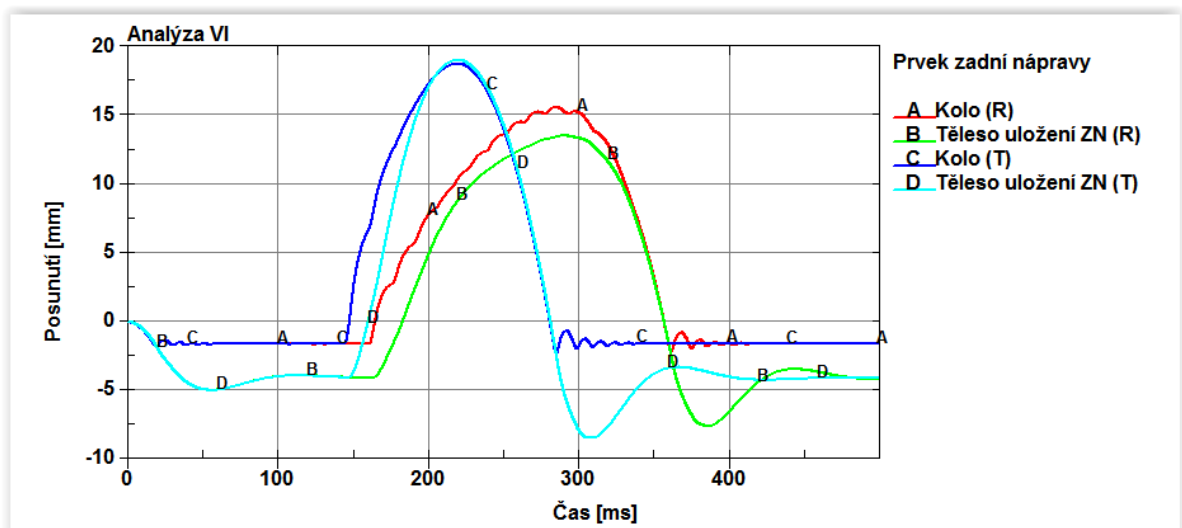
Na obr. 8.9 lze pozorovat, že průběh napětí na tělese těhlice je v její nejvyšší části. To je způsobeno namáháním této části ohybovým momentem, jelikož horní část uložení je oproti zbylé části tělesa vychýlena do strany. Nejvyšší špička napětí vykazuje hodnotu 8,5 MPa, což je v porovnání se spodním ramene téměř dvojnásobná hodnota. Ale ve srovnání s materiálovými charakteristikami konstrukční oceli se jedná stále o zanedbatelnou hodnotu.



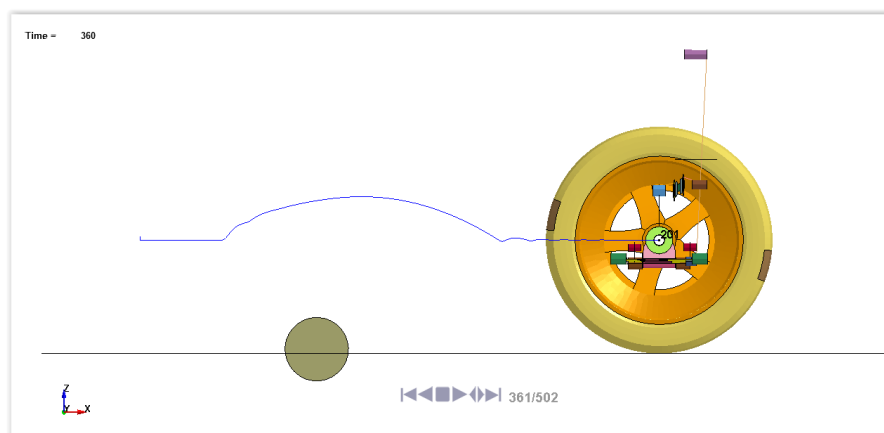
Obrázek 8.9 – Průběh napětí na těhlici vozidla.

## 8.6 Analýza VI

Posunutí bodů v závislosti na čase, viz. obr. 8.10, potvrzuje poznatek z předchozí analýzy. Zde dojde k úplnému odskočení kola od překážky. To je způsobeno nezávislostí rotace kola na interakci s vozovkou – předepsaná funkční závislost rychlosti na tělese uložení zadní nápravy posunuje celou nápravu vpřed bez ohledu interakce kola, resp. pneumatiky s vozovkou. Po prvotním odskočení podvozkové části vozidla předepsaná funkční závislost rychlosti zajistí doslovné odtažení nápravy přes překážku, viz. obr. 8.11, kde je znázorněn pohyb kola pomocí externího bodu náležící rigidní části kola.

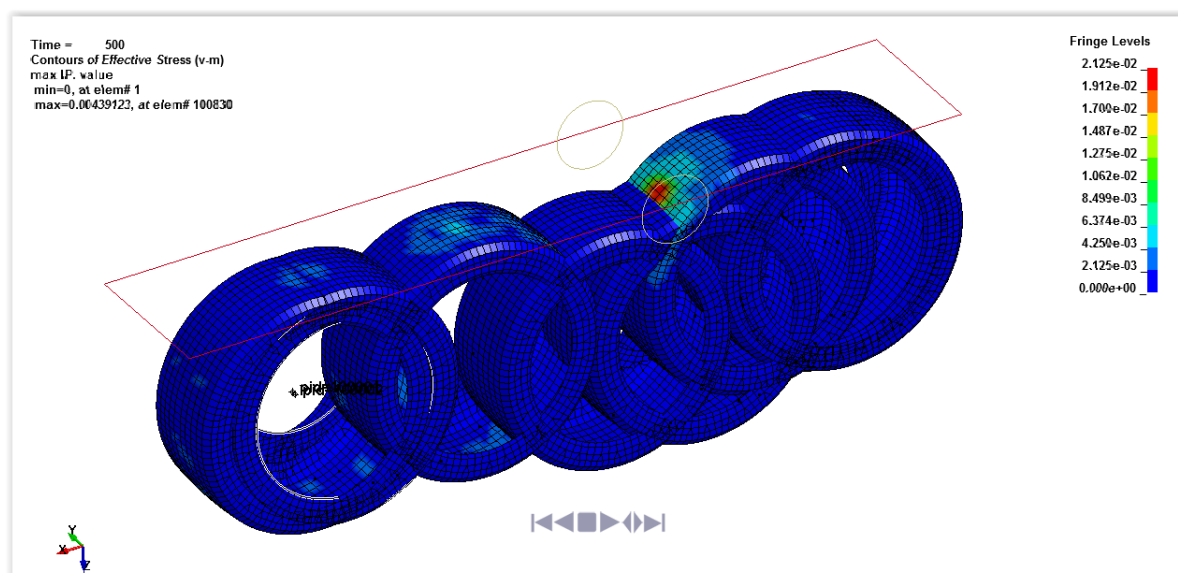


Obrázek 8.10 – Posunutí bodů v závislosti na čase reprezentující posunutí kola a tělesa uložení zadní nápravy vozidla.



Obrázek 8.11 – Sledování pohybu kola pomocí externího bodu.

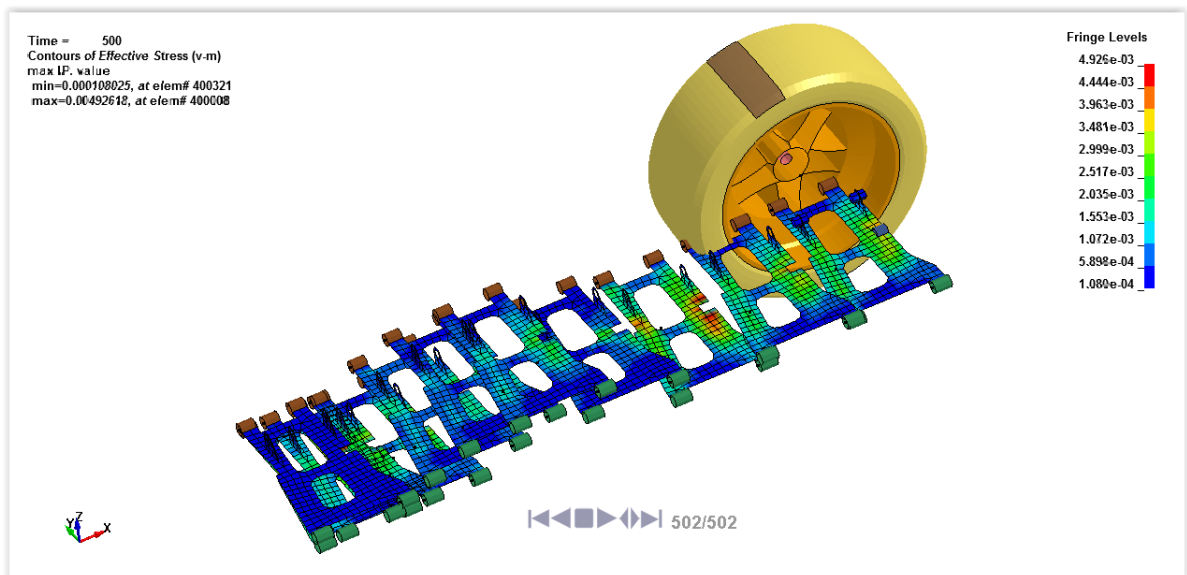
Sledovaná interakce pneumatiky vykazuje v případě vyšší překážky větší deformace pneumatiky. To se samozřejmě podepisuje na velikosti vznikajícího napětí, které činí 21,3 MPa. Tato hodnota je téměř 7x větší než hodnota napětí u přejezdu nižší překážky.



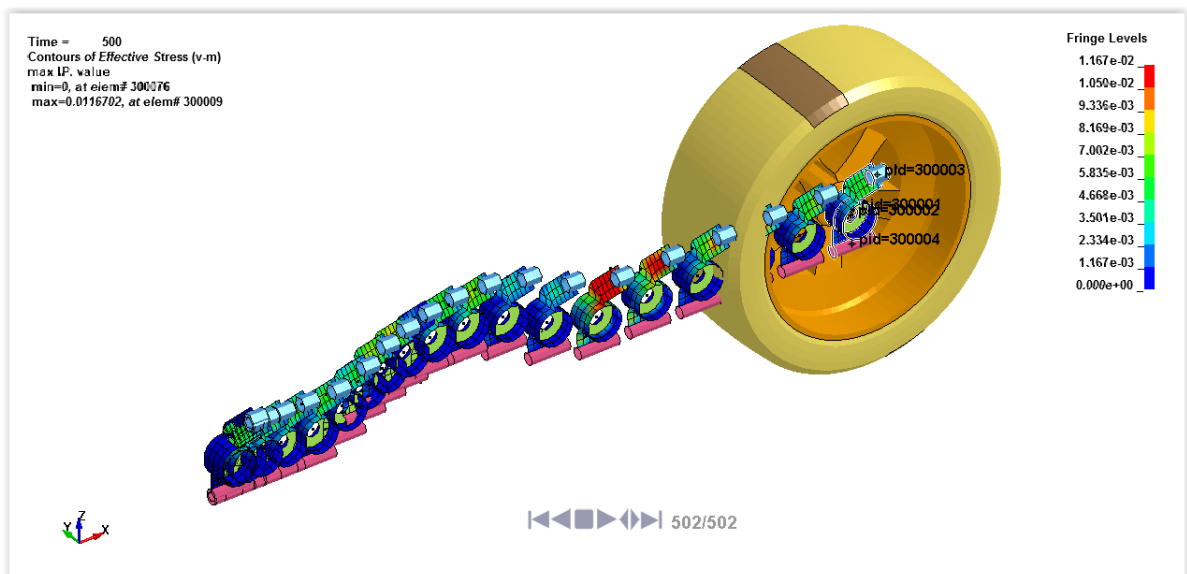
Obrázek 8.12 – Průběh napětí na interagující pneumatice s vozovkou.

Při pozorování napětí na spodním rameni je jasně ukázáno, že největší část nárazu „pohltní“ pneumatika, jelikož nejvyšší dosažená hodnota napětí na rameni činí 4,9 MPa. Tato hodnota je prakticky shodná s předchozí analýzou.

Výše uvedený fakt doprovází i napětí vznikající na těhlici. Zde je ovšem hodnota napětí 11,7 MPa, tedy přibližně o 50% vyšší než v předchozí analýze. To je zřejmě způsobeno dopadem kola z vyšší výšky po přejetí dané překážky.



Obrázek 8.13 – Průběh napětí na spodním rameni vozidla.



Obrázek 8.14 – Průběh napětí na těhlici vozidla.



---

## 9 Závěr

---

Definice numerického modelu interakce vozidla a vozovky byla úspěšná a splnila svá očekávání. Byly vytvořeny jednotlivá kloubová a šroubová spojení, vazby mezi těhlicí a diskem a matematické vazby nahrazující pružící a tlumící prvky. Dále se pak podařilo definovat pneumatiku disponující normálovým tlakem a nastavit jednotlivé okrajové podmínky pro specifické zatěžovací stavy.

Pomocí první analýzy byl úspěšně naladěn podvozek vozidla, který může být dále využit pro tvorbu vozidla celého. Byly zjištěny hodnoty posunutí v jednotlivých zatěžovacích stavech na tělese uložení zadní nápravy reprezentující karoserii vozidla a síly vznikající v pružící jednotce. Dále byly zjištěny průběhy napětí na spodním rameni a těhlici. Následně byla provedena analýza interakce pneumatiky s vozovkou při specifických okrajových podmínkách.

Vytvořený numerický model se chová realisticky a dobře reprezentuje skutečnost. Nyní je vhodné zpřesnit materiály u specifických částí vozidla a validovat zjištěné výsledky v dalších pracích pomocí experimentu.

## Literatura

- [1] MALÁ, Zuzana, Danuše NOVÁKOVÁ a Tomáš VÍTŮ. *Fyzika I.* 3., přeprac. vyd. V Praze: České vysoké učení technické, 2009, 188 s. ISBN 978-80-01-04220-5.
- [2] Tření. *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2015-05-27]. Dostupné z: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Tření>.
- [3] ŠACHL, Jindřich. *Adheze pneumatik v analýze silničních nehod*. ČVUT v Praze, Fakulta dopravní, Ústav soudního znaleství v dopravě, 2008.
- [4] Clark, S.K.. A brief history of tire rolling resistance. In: *Proceedings of the Rubber Division Symposia*, 1, Chicago, 1982.
- [5] PACEJKA, Hans B. *Tyre and vehicle dynamics*. 1st ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2002, 627 s. ISBN 0-7506-5141-5.
- [6] Vozovka. *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2015-05-27]. Dostupné z: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Vozovka>.
- [7] *Názvosloví silničních komunikací*. Samostatně tiskem. Český normalizační institut, 1984.
- [8] *Pavement design guide: Pavement Types* [online]. 2011 [cit. 2015-05-27]. Dostupné z: [http://onlinemanuals.dot.state.tx.us/txdotmanuals/pdm/pavement\\_types.htm](http://onlinemanuals.dot.state.tx.us/txdotmanuals/pdm/pavement_types.htm).
- [9] *Pavement design guide: Rigid Pavement Design* [online]. 2011 [cit. 2015-05-27]. Dostupné z: [http://onlinemanuals.dot.state.tx.us/txdotmanuals/pdm/rigid\\_pavement\\_design.htm](http://onlinemanuals.dot.state.tx.us/txdotmanuals/pdm/rigid_pavement_design.htm).
- [10] MUENCH, Steve. *SlideShare* [online]. [cit. 2015-05-27]. Dostupné z: <http://www.slideshare.net/gauravhtandon1/highway-materials-unitiii>.
- [11] VLK, František. *Podvozky motorových vozidel*. 3., přeprac., rozš. a aktualiz. vyd. Brno: František Vlk, 2006, vii, 464 s. ISBN 80-239-6464-x.
- [12] *Autolexikon* [online]. [cit. 2015-05-27]. Dostupné z: <http://cs.autolexicon.net/>.
- [13] JAN, Zdeněk. *Automobily 1: podvozky*. 4. vyd. Brno: Avid, 2006, 211 s.
- [14] *ČeskéPNEU* [online]. [cit. 2015-05-27]. Dostupné z: <http://www.ceskepneu.cz/index.php?page=technicke-informace>.
- [15] *Hot Hatch Shop* [online]. [cit. 2015-05-27]. Dostupné z: <http://www.hothatchshop.cz/vw/golf-6-09/podvozek/pruziny/sportovni-pruziny-eibach-sportline-25mm-vw-golf-6-gti-2-0tsi-1709.html>.

- [16] CAD. *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2015-05-27]. Dostupné z: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Computer\\_aided\\_design](http://cs.wikipedia.org/wiki/Computer_aided_design).
- [17] GARGULÁK, Jan. *Archiv autora*. [cit. 2015-04-16]
- [18] Ansys. *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2015-05-27]. Dostupné z: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Ansys>.
- [19] TRAXXAS [online]. [cit. 2015-05-27]. Dostupné z: <https://traxxas.com/products/models/electric/58034slash?t=gallery>.
- [20] The National Crash Analysis Center [online]. [cit. 2015-05-27]. Dostupné z: <http://www.ncac.gwu.edu/vml/models.html>.
- [21] Livermore Software Technology Corporation. *Consistent units* [online]. 2014 [cit. 2015-05-27]. Dostupné z: <http://dynasupport.com/honos/general/consistent-units>.
- [22] Livermore Software Technology Corporation. *LS-DYNA User's manual* [online]. 2014 [cit. 2015-04-16]. Dostupné z: <http://www.dynasupport.com/manuals/ls-dyna-manuals/ls-dyna-manual-r-7.1-vol-i>.
- [23] *Hankook* [online]. [cit. 2015-05-27]. Dostupné z: <http://www.hankookpneu.cz/technologie/historie/>.
- [24] HAAG, Mike. *mySA* [online]. 2011 [cit. 2015-05-27]. Dostupné z: <http://blog.mysanantonio.com/motorsports/2011/10/greaves-johnson-ready-for-epic-traxxas-torc-series-battle-at-cycle-ranch/>.