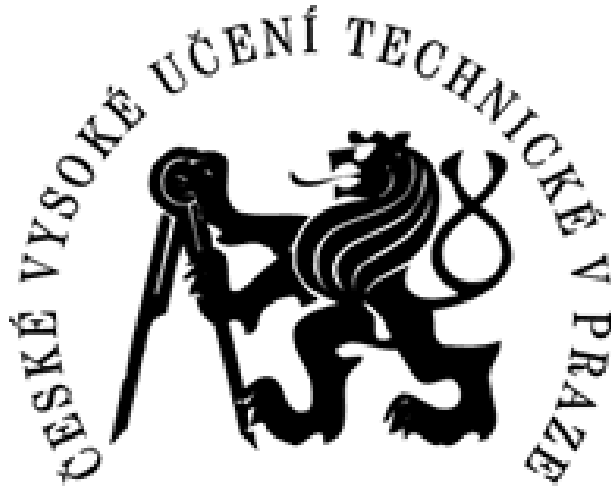


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V  
PRAZE  
FAKULTA STROJNÍ  
ÚSTAV MECHANIKY, BIOMECHANIKY A  
MECHATRONIKY



FAKULTA STROJNÍ

**INVERZNÍ DYNAMICKÁ ÚLOHA  
ROBOTICKÉHO RAMENA PRO ÚČELY  
JEHO ŘÍZENÍ METODOU „COMPUTED  
TORQUES“**

Tomáš Volf

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE  
2015**

**Vedoucí práce:** prof. Ing. Zbyněk Šika, Ph.D.

**Konzultant:** Ing. Jiří Volech

# Anotační záznam

<b>Název:</b>	Inverzní dynamická úloha robotického ramena pro účely jeho řízení metodou „computed torques“
<b>Anglický název:</b>	Inverse dynamic problem of a robotic arm for „Computed torques“ control method
<b>Autor:</b>	Tomáš Volf
<b>Vedoucí DP:</b>	prof. Ing. Zbyněk Šika, Ph.D.
<b>Konzultant:</b>	Ing. Jiří Volech
<b>Obor:</b>	Mechaniky a mechatroniky
<b>Ústav:</b>	Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky
<b>Bibl. údaje:</b>	37 stran, 17 obrázků
<b>Rok:</b>	2015
<b>Klíčová slova:</b>	automatický robot, řízení robotické paže, dopředná kinematika, inverzní kinematika, dynamická analýza, matice setrvačnosti
<b>Keywords:</b>	automatic robot, controlling of a robot arm, forward kinematics, inverse kinematics, dynamic analysis, matrix of inertia

## **Abstrakt:**

Cílem bakalářské práce je kinematická a dynamická analýza robotické paže. Pro zjištění polohy, rychlosti a zrychlení jsem použil program K-řešič, který využívá Newtonovy metody. Pro stanovení pohybových rovnic robotické paže a určení kroutících momentů v motorech robota je použita metoda Computed Rigid Body.

## **Abstract:**

The aim of the bachelor thesis is a kinematical and dynamic analysis of a robotic arm. The K-resic program using the Newton method is used for the position, velocity and acceleration kinematical solution. The Computed Rigid Body method is used for the set up of equations of motion of the arm and evaluation of the requested torques from the robot's drives.

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

Tomáš Volf

V Praze dne 20. 7. 2015

.....

Podpis

## **Poděkování**

Na tomto místě bych chtěl poděkovat především vedoucímu mé práce prof. Ing. Zbyňku Šikovi, Ph.D., a konzultantům Ing. Ladislavovi Mrázovi a také Ing. Jiřímu Volechovi, jejichž věcné rady a pomoc mě vždy posunuly o krok dále v mé práci a rozšířily mé poznání dané problematiky.

## Seznam použitých symbolů

$A$	- matice
$A^T$	- transponovaná matice
$a$	- vektor
$\dot{a}, \ddot{a}$	- první a druhá časová derivace vektoru $a$
$r_{i0j}$	- radiusvektor definovaný na tělese $i$ s koncovým bodem souřadného systému
$T_i(\tau)$	- transformační matice závislá na hodnotě $\tau$
$\mathbf{z}$	- vektor závislých proměnných systému
$O_i$	- bod příslušný tělesu $i$
$\alpha$	- natočení posledního ramene
$\mathbf{q}$	- vektor nezávislých proměnných systému
$J_z$	- Jacobiho matice soustavy
$d$	- symbol parciální derivace
$\rho_i$	- hustota tělesa $i$
$\Delta \mathbf{z}$	- korekce vektoru souřadnic
$\varepsilon$	- maximální povolená odchylka
$x_{ij}$	- $i$ tá $x$ -ová souřadnice bodu $j$
$l_i$	- délka ramene tělesa $i$
$t$	- časová charakteristika
$\mathbf{n}$	- vektor momentů na motorech robota
$M$	- matice hmotnosti
$Q$	- vektor zobecněných sil
$dV, dS$	- diferenciál objemu a povrchu tělesa
$I_{xy}$	- moment setrvačnosti tělesa ve vztahu osy $x$ a $y$

Všechny souřadnicové systémy uvažujeme pravotočivé a pravouhlé. Všechny jednotky fyzikálních veličin jsou vyjádřeny v soustavě SI.

# Obsah

<b>1. ÚVOD .....</b>	<b>2</b>
<b>2. ROBOTI A JEJICH ŘÍZENÍ .....</b>	<b>3</b>
2.1 ROBOT .....	3
2.2. ZÁKLADNÍ ČÁSTI ROBOTA A JEJICH FUNKCE .....	3
2.3. ROZDĚLENÍ ROBOTŮ .....	4
2.4. ŘÍZENÍ ROBOTŮ .....	6
2.5. ZÁKLADY PROGRAMOVÁNÍ .....	9
2.6. SOFTWARE FUNKCE ROBOTŮ .....	10
2.7. UŽITÍ ROBOTŮ .....	10
2.8. SHRNUTÍ .....	12
<b>3. POPIS MECHANISMU ROBOTICKÉ RUKY .....</b>	<b>12</b>
3.1. ZAVEDENÍ OZNAČENÍ NA ROBOTICKÉ PAŽI .....	16
<b>4. KINEMATICKÉ ŘEŠENÍ ROBOTICKÉHO RAMENE .....</b>	<b>16</b>
4.1. DOPŘEDNÁ KINEMATIKA .....	16
4.2. INVERZNÍ KINEMATIKA .....	19
4.3. K-ŘEŠIČ .....	20
4.4. VAZBOVÉ ROVNICE .....	21
4.5. RYCHLOST .....	24
4.6. ZRYCHLENÍ .....	25
<b>5. INVERZNÍ DYNAMICKÁ ÚLOHA ROBOTICKÉHO RAMENE .....</b>	<b>26</b>
5.1. SCHEMATICKÝ MODEL DYNAMIKY .....	26
5.2. INVERZNÍ DYNAMIKA .....	27
5.3. POPIS VSTUPŮ GENERÁTORU .....	29
5.4. PŘÍMÁ DYNAMICKÁ ÚLOHA .....	33
<b>6. URČENÍ ROZMĚROVÝCH A HMOTOVÝCH PARAMETRŮ .....</b>	<b>33</b>
<b>7. ZÁVĚR .....</b>	<b>38</b>
<b>8. POUŽITÁ LITERATURA A ZDROJE INFORMACÍ .....</b>	<b>39</b>

# 1. Úvod

Užití průmyslových robotů a manipulátorů se dnes rozšiřuje do mnoha oborů a oblastí jejich možného využití je stále více. I díky snižující se ceně robotů, snižování celkových nákladů a zvyšování kvality se dnes automatictí roboti prosazují v běžné výrobě. Roboti mají velkou budoucnost při dnešním technologickém pokroku a na světě jich bude přibývat, proto mne toto téma velice zaujalo. Rozbor takového robota řeší zčásti i má bakalářská práce.

Konkrétním cílem této práce je provedení dynamické analýzy, jejímž výsledkem je sestavení funkčního programu pro výpočet momentů pohonů potřebných k ovládní robotu. Téma bakalářské práce navazuje na téma projektu „GA13-39057S Zvyšování tuhosti robotů pomocí polohové zpětné vazby a redundantního měření“ řešeného na školicím pracovišti.

Tato práce se tedy zabývá převážně kinematickou a dynamickou analýzou robotické paže. V první kapitole se věnuji rešerši řízení robotů, jejich rozdělení a následnému užití v praxi. Součástí je i popis funkce a konstrukce robotické paže. Dále práce popisuje experimentální stand tvořený na Strojní fakultě ČVUT na Ústavu mechaniky, biomechaniky a mechatroniky. Jako stěžejní je v mé práci kinematická a dynamická analýza robota. Tyto analýzy provádím pomocí modelů v programu MATLAB za použití Newtonovy metody a základních dynamických rovnic. Analýzy vytvoří podklad pro použití metody „Computed Torques“ pro řízení robotického ramene. V poslední kapitole se věnuji určení rozměrových a hmotnostních charakteristik robota.

Cíle bakalářské práce:

- 1 Seznámení s různými způsoby použití a řízení robotů
- 2 Seznámení s metodou řízení robotů „Computed torques“
- 3 Sestavení dynamického modelu vybraných sériových robotických řetězců
- 4 Určení rozměrových a hmotových parametrů experimentálního robotického ramena
- 5 Sestavení výpočtových algoritmů pro výpočet potřebných momentů pohonů pro požadovaný pohyb ramena
- 6 Implementace algoritmů do podoby programu pro použití v regulátoru metody „Computed torques“

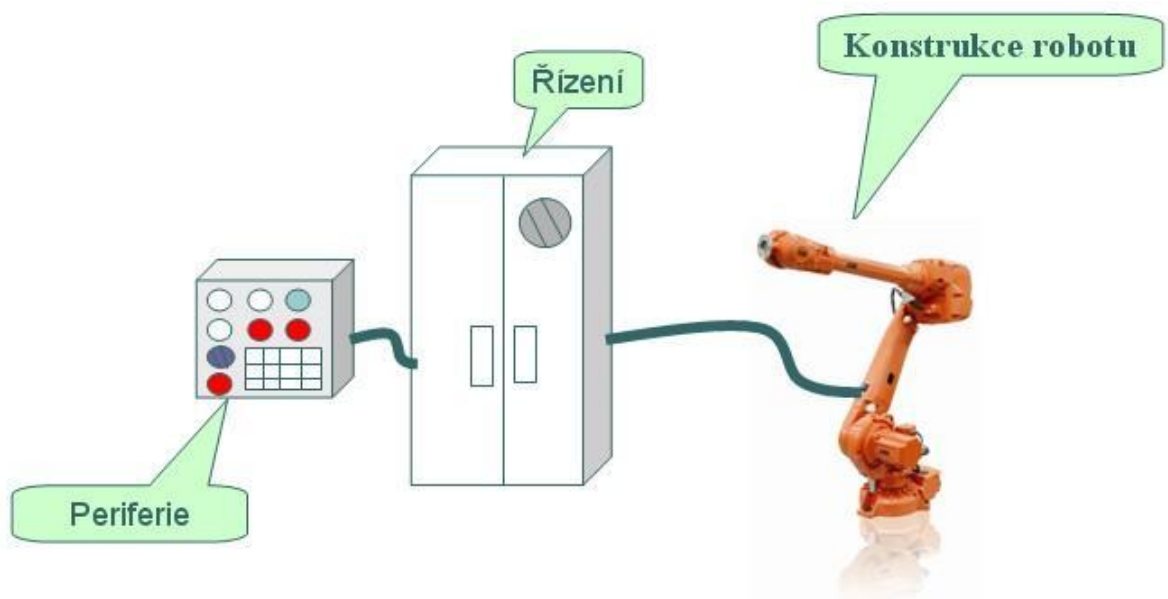
## 2. Roboti a jejich řízení

### 2.1 Robot

Slovo robot poprvé použil Karel Čapek při snaze pojmenovat umělé bytosti. Robot v dnešním slova smyslu je stroj pracující s určitou mírou samostatnosti a vykonává úkoly určené jistým předepsaným způsobem. Průmyslový robot je automatický stroj, jehož součástí je manipulátor, který může měnit pozici a natočení svých os a má programovatelný řídicí systém. Tyto součásti pomáhají provést pohybové a řídicí funkce ve výrobě, které mohou nahradit mechanickou práci člověka. Pomocí senzorů je robot schopen vnímat své okolí a reagovat na něj. Roboti se dnes uplatňují v provozech s velkou sériovostí, v prostorách, kde jsou podmínky pro člověka nepříznivé, nebo při použití technologií, pro které je člověk příliš nedokonalý. [1]

### 2.2. Základní části robota a jejich funkce

Robot jako samostatná jednotka není pouze samotná pohyblivá část. Robot se skládá z několika částí, z nichž některé nemusí být pevně konstrukčně spojeny. Základní části robota jsou periferie, řízení a konstrukce.



Obr. 1: Schéma základních částí robota [2]

#### Periferie

Periferie je vstupní zařízení, které umožňuje komunikaci s robotem a usnadňuje obsluhu a programování. Příkladem takových periférií mohou být osobní počítač, terminál nebo panel pro ovládání. Podle možností a složitosti robota musí být i periferní medium přizpůsobeno k obsáhnutí všech funkcí robota a jejímu jednoduchému ovládání.

#### Řízení



Řídicí systém robota používá program k řízení pohybů robota a jimi řídí pohony a mechanismy. Dále pak zajišťuje komunikaci s řídicím systémem průmyslového stroje. Tento blok je klíčový pro řízení a korigování celkového pohybu.

### Konstrukce robota

Samotná konstrukce robota se skládá z několika částí, jež mají v jeho struktuře nenahraditelnou funkci a vykonávají nebo napomáhají k pohybům konstrukční části robota. Jsou jimi pohony, kinematika, odměřovací zařízení a senzory. Pohony převádí dodanou energii na pohyb a pohybují osami průmyslového robota do určené polohy zadanou v části řízení. Kinematika robota je mechanická konstrukce, která může obsahovat klouby a ramena. Odměřovací zařízení slouží ke snímání okamžité polohy v každé ze souřadných os. Senzory jsou měřidla, která snímají jiné vlastnosti robota, např. polohu součástí, úchylny rozměrů. [3]

### 2.3. Rozdělení robotů

Současný počet robotů na trhu nebo robotů užívaných pro práci je velmi mnoho a lze je třídit dle velkého množství hledisek. Roboty lze třídit dle generace, schopnosti přemísťování objektů, pohybových možností, autonomie, účelu, způsobu programování a spousty dalších kritérií. Nejčastěji však rozdělujeme roboty do těchto tříd:

1. Manipulační zařízení
2. Robot s pevnou sekvencí
3. Robot s proměnlivou frekvencí

### Manipulační zařízení

Zařízení, někdy nazývaná teleoperátory, jsou uváděna do chodu operátorem. Manipulátory neobsahují řídicí systém, a proto veškeré řízení obstarává obsluha ručně. Jejich úkolem je násobit sílu, moment, případně pohybové možnosti na hodnoty, jichž by běžný pracovník nemohl dosáhnout. Jednoúčelová zařízení jsou omezena možnostmi užití. Příkladem takového zařízení je balancér. Víceúčelové stroje jsou univerzálnější, komplexnější a podstatně složitější. Někdy jsou tato zařízení nazývána „Master- slave“ (pán – otrok). Manipulátor společně s obsluhou tvoří uzavřenou smyčku. Současné využití těchto strojů se uplatňuje v situaci, kde není potřeba tak veliké automatizace díky vysokým nákladům a náročnosti zavedení do procesu. Teleoperátory se dnes využívají hojně při manipulaci s polotovary, v medicíně, stavařství či v rizikovém prostředí. [2]



*Obr. 2: Teleoperátor [2]*

### Robot s pevnou sekvencí

Jedná se o zařízení, která mají automatický řídicí systém. Ke své práci nevyžadují přímou účast člověka. Robot je seřízen k opakování jednoduchého procesu cyklicky dokola. Tyto cykly jsou rozčleněny na dílčí pohyby, jejichž vlastnosti je možno seřídit. Pracovní cyklus lze upravovat, ovšem to vyžaduje podstatný zásah do řízení.



*Obr. 3: Robot s pevnou sekvencí [2]*

### Robot s proměnlivou frekvencí

Robot s proměnlivou frekvencí je zařízení, které má automatický řídicí systém. Tento systém lze jednoduše pozměnit díky možnosti pružného přenastavení základních vložených pokynů. Tato zařízení se dělí na tři skupiny:

1. Průmysloví roboti – manipulátory, které lze volně programovat a řídit na základě změny programu.
2. Adaptivní roboti – jsou schopni přizpůsobovat se na základě dat získaných z čidel umístěných v pracovním prostoru a tím i upravovat svůj řídicí program.
3. Kognitivní roboti – manipulační zařízení využívající prvky umělé inteligence, dle níž se generuje program činností. Takový robot disponuje velkým množstvím funkcí, jako jsou nalezení optimální varianty, schopnost učit se ze zkušeností, schopnost zařídit paralelní procesy nebo přizpůsobit se. [1]

Podrobněji je řízení probráno v další podkapitole.



*Obr. 4: Robot s proměnlivou frekvencí [2]*

#### 2.4. Řízení robotů

Řídicí systém manipulátoru nebo robota dostává informace od programu činnosti a jeho úkolem je transformovat tento signál na odpovídající pohyb výstupu kinematické struktury doplněný o další doprovodné funkce. Celkový pohyb by se dal rozdělit na jistý soubor elementárních úkonů, které na sebe navazují. Tento soubor funkcí bychom mohli rozdělit na dvě skupiny:

1. Řízení souslednosti úkonů
2. Řízení průběhu jednotlivých úkonů

Řízení souslednosti úkonů hlídá návaznost jednotlivých úkonů na sebe. Úkony musí jít ve správném pořadí za sebou a volně na sebe navazovat. Řízení průběhu jednotlivých úkonů hlídá průběh a správnost provedení jednotlivých úkonů. Velmi často je úspěšné provedení úkonu nutnou podmínkou pro přechod k dalšímu úkonu.

Klíčovou vlastností řízení robotů je možnost uložení informací o určitém cyklu. Souhrn těchto informací se nazývá program. Roboti se rozdělují podle způsobu zadání činností:

1. Řízení s pevným programem
2. Řízení s pružným programem
3. Řízení s adaptivním programem

#### Řízení s pevným programem

Řízení s pevným programem je řízení, které v průběhu své práce nebude měněno a po celou dobu využívání bude obsahovat pouze základní přednastavené úkony. Toto řízení se nejčastěji vyskytuje u jednodušších manipulátorů. U těchto strojů není předpokládána změna jejich účelu a činnosti.

#### Řízení s pružným programem

U tohoto typu řízení je k dispozici možnost změny programu, která zajistí změny podmínek pohybu, a proto je toto řízení více univerzální a adaptivní. Změna programu se může provést změnou zdroje programu, případně aktivací jiného programu uloženého v paměti systému.

#### Řízení s adaptivním programem

V tomto řízení je určena obecnější struktura pohybu. Tato obecná struktura je později zpřesněna informacemi z interních a externích čidel, kterými jsou snímány podmínky probíhajících procesů v pracovním prostoru.

Podle způsobu posílání informací z paměti lze rozdělit roboty na:

1. Synchronní
2. Asynchronní
3. Kombinované

U synchronních robotů probíhá sled pohybů bez zpětné vazby jejich provedení. Signály přicházejí v předepsaných intervalech a jsou bezpodmínečně plněny. Takovéto systémy nejsou schopny zaregistrovat chybu či nesplnění úkonu.

Asynchronní ovládání má možnost sledovat dokončení jednotlivých pohybů, které navazují na následující pohyby a na které bez splnění předchozích pohybů není možné navázat. V systému je oproti synchronnímu řízení přidán logický obvod, který ověří podmínky pro návazný cyklus.

U kombinovaných řídicích systémů jde o spojení asynchronního a synchronního řízení. Některé zvolené operace jsou řízeny synchronně a některé zase asynchronně. [2], [3]

## Řídicí blok

Řídicí blok je jednou ze základních částí robota spolu s periferií a konstrukcí robota, jež jsou přibliženy v podkapitole 2.2. Hlavní části řídicího bloku jsou:

1. Ovládací blok
2. Blok řízení pohybu
3. Programovací blok

## Ovládací blok

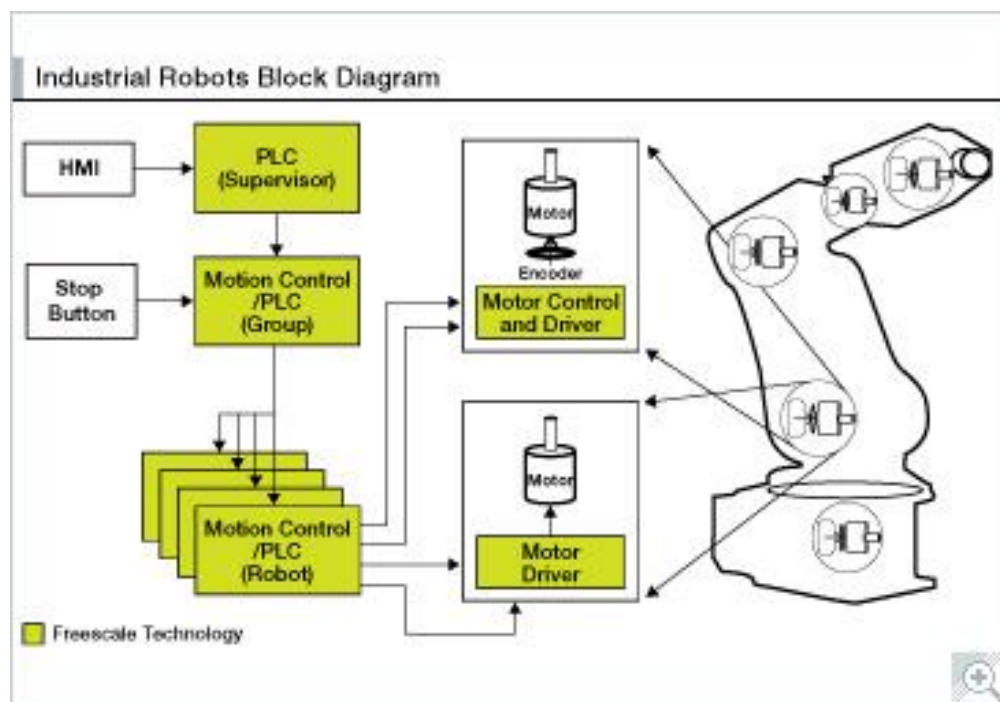
Ovládací blok umožňuje komunikaci řídicího systému s uživatelem. Mezi jeho funkce patří například vypínání a zapínání řízení. Dále je mu umožněno spustit nebo přerušit program. Komunikace může probíhat pomocí tlačítek, pák, displejů nebo kontroltek.

## Blok řízení pohybu

V jeho kompetenci je přímá realizace řízení pohybů. Dále také pomocné funkce, jimiž je tvorba pohybových křivek a jejich interpolace. Při pohybu zařízení má na starosti nastavení polohy v jednotlivých pohybových kloubech a také transformaci souřadnic.

## Programovací blok

Programovací blok obstarává nastavení režimu provozu. Účel tohoto bloku je mimo jiné automatický provoz společně s testováním a uložením programu. [3]



Obr. 5: Schéma řízení motorů [4]

## 2.5. Základy programování

Existují tři způsoby programování robotů:

1. Přímě programování – učení
2. Nepřímé programování
3. Přímé programování

### Přímé programování – učení

Při tomto programování, někdy nazývaném teach-in, je program tvořen ručně za pomoci navádění hlavice robota. To může být prováděno dvěma způsoby:

1. Obsluha navádí hlavici a tělo robota po určité dráze. Tato činnost může probíhat způsobem, že pracovník drží pracovní nástroj za madlo a vykonává s ním daný pohyb. Robot má možnost naskenovat si a zapamatovat si vykonaný pohyb ve formě uložených informací programu a poté může tento pohyb konat cyklicky bez nutnosti navádění obsluhou. Takto mohou být programovány přístroje pro stříkání barvy nebo pro bodové svařování. Určitým úskalím této metody je, že pracovník musí provádět pohyb dostatečně přesně. Pokud tak neučiní, robot si zapamatuje všechny chyby pracovníka, např. cukání rukou, a opakuje je dokola.
2. Pracovník nastaví zařízení do určité polohy v prostoru, ať už ručně, nebo pomocí řídicího systému. V cílové pozici, kterou nastavil pracovník, obsluha stiskne tlačítko a do programu se nahrají data o současné pozici robota. Oproti prvním způsobu má pracovník podstatně více času nastavit si zařízení do potřebné polohy s větší přesností. Nevýhodou je, že nelze do programu zaznamenat přechody mezi jednotlivými pozicemi.

### Nepřímé programování robota

Toto programování je založeno na naprogramování trajektorie do systému. Trajektorie je složená z křivek v prostoru dle již známého plánu. Pozice, orientace i čas jsou klíčové charakteristiky a vyplývají z technologického postupu vypracovaného pro danou operaci. Tato metoda se může někdy nazývat i off-line metoda, protože lze program vytvářet i bez fyzické přítomnosti stroje a poté ho přenést do přístroje.

### Přímé programování robota – on-line

Přímé programování je ve své podstatě velmi podobné nepřímému programování. Rozdíl je v tom, že úkony se zadávají v reálném čase. Přístroj podává přímou odezvu zjištěnou pomocí senzorů a v závislosti na ní může programátor měnit a upravovat programovací příkazy.

Všechny zmíněné způsoby programování kromě druhého způsobu přímého programování patří do skupiny CP (continuous path). Druhý způsob přímého programování se nazývá PTP (point to point). V praxi se setkáváme spíše s programováním v off-line režimu. Některé programy umožňují i programování nových příkazů při plnění starých. Všechny zmíněné způsoby mají své výhody a nevýhody a při volbě správného stroje se vyplatí zvážit všechny výhody i rizika. [1]

## 2.6. Softwarové funkce robotů

Pojmem softwarové funkce robotů se myslí funkce, které napomáhají k plynulému a bezchybnému chodu zařízení. Ke svému provozu mohou používat data z robota o poloze a orientaci nebo data z detekovacích zařízení a senzorů. Příklady softwarových funkcí robotů:

### Collision detection (detekce kolize)

- Funkce, která detekuje kolizi robota s překážkou.
- Po nárazu se robot mírně vychýlí od své původní trajektorie a tím zabrání kolizi.

### Soft move (plynulý pohyb)

- Ramena robota fungují jako pružina.
- Umožňuje kompenzovat vliv vibrací a gravitace.
- Vhodné pro ohraňovací lisy, broušení, leštění atp.

### World zones

- Funkce zařízení sloužící k vymezení pracovního prostoru. Při přiblížení ke konci pracovního prostoru se robot sám zastaví.
- Vhodné pro roboty s omezeným pracovním prostorem.

### Conveyor tracking (Snímání přepravy)

- Funkce, která umožňuje robota snímat a pohybovat se s objektem, pohybujícím se na dopravníku
- Rychlost stroje se přizpůsobí rychlosti přepravy. [2]

## 2.7. Užití robotů

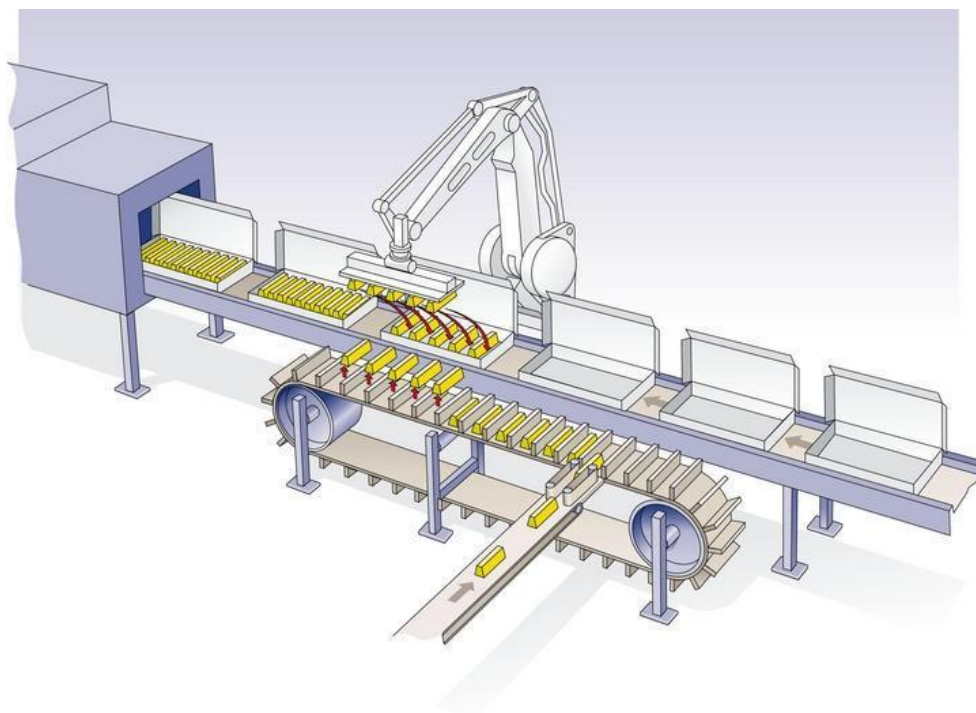
Člověk je tvor nedokonalý a pro některé činnosti vyžadující rychlost, spolehlivost nebo odolnost zkrátka není stvořen. Pro některé z těchto činností je vhodné využít vlastností automatizovaného robota. Lidská práce podléhá faktorům únavy, ztráty koncentrace nebo omezené rychlosti. Roboti se snaží tyto faktory do jisté míry eliminovat. Roboty je možno rozdělit do dvou skupin podle práce, kterou vykonávají.

1. Práce, které umí robot dělat lépe než člověk.
2. Práce, které by člověk mohl udělat lépe, ale z určitého důvodu je to nežádoucí.

V současné době jsou v továrnách pracující roboti více než 50 let, a to od doby, kdy byl nainstalován první robot Unimate pro odebírání horkého kovu z tlakové slévárny. Následně se automatizace a robotizace výroby stala velkým trendem a toto odvětví je největším odběratelem robotů na světě. K dnešnímu datu je v provozu více než jeden milion robotů po celém světě. 50 % robotů je v Asii, třetina v Evropě a 16 % v Severní Americe. Automatizovaná zařízení se také uplatnila v procesu mnoha technologických profesí. Následující tabulka vystihuje množství robotů v jednotlivých odvětvích.

Manipulace na obráběcích strojích, paletizace	52 %
Bodové odporové svařování karosérií a podvozku	15 %
Povrchové úpravy	12 %
Tlakové lití kovů a plastických hmot	8 %
Manipulace u tvářecích strojů	7 %
Obloukové svařování pod ochrannými plyny	2 %
Montážní a měřicí práce	2 %
V hutích (odpichové roboty, těžké manipulační roboty)	1 %
Jiné práce (hlubinné dobývání, apod.)	1 %

Tab. 1: užití robotů v průmyslu [2]

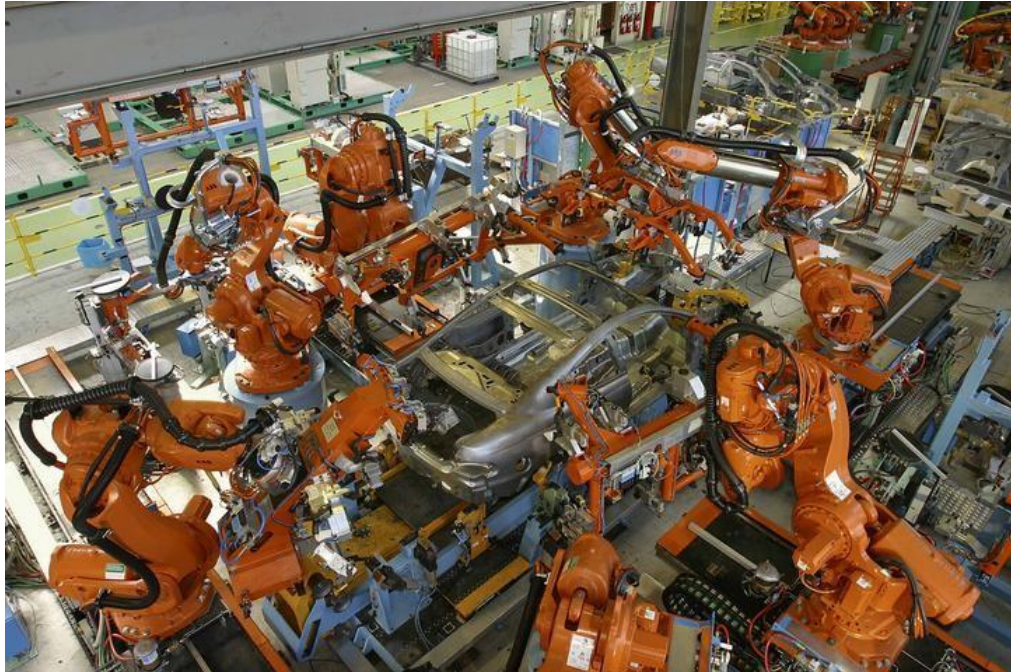


Obr. 6: Přenášečí robot na pásovém posuvníku [2]

### Oblasti nasazení továrních robotů

Jedněmi z nejvýznamnějších uživatelů robotů jsou na dnešním trhu automobilový a elektronický průmysl. Ve výrobě automobilů dnes převládá využití robotů na přepravních linkách. Jedna továrna může být vybavena stovkami takových zařízení. V elektronickém odvětví se často používá výroba tištěných obvodů a tam je použití robotů více než žádoucí. V možnostech robota je přemístit několik součástek za vteřinu, což je výrazné zlepšení oproti práci člověka. Jako příklad z druhé skupiny jsou vysavače prachu v domácnosti nebo roboti provádějící výzkum pod hladinou moře.





*Obr. 7: Užití robotických přístrojů v automobilovém průmyslu [2]*

Cena robotů za poslední roky výrazně klesla a kompatibilita s počítačem se zvyšuje. Roboti jsou čím dál tím více dostupnější a mohli být použiti i v domácnosti na jednoduché práce jako čištění podlah, sekání trávníku atp. Díky využití rozsáhlé internetové sítě a přijímači v každém pokročilejším zařízení lze robota ovládat i na dálku člověkem. [1,2]

## 2.8. Shrnutí

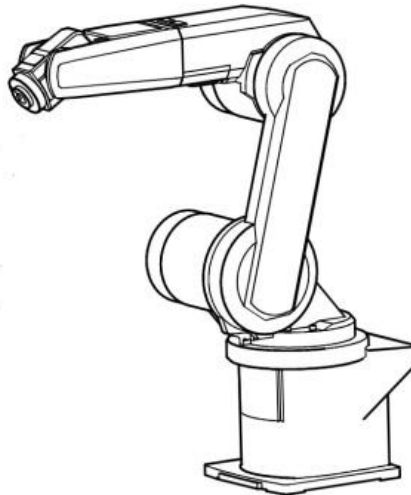
Novodobí vyspělí roboti přinášejí do procesů spoustu dalších výhod:

- Snížení rizika
- Rychlejší výroba
- Rychlejší změny nastavení
- Zvýšená produktivita

Programovatelní roboti a automatizace výroby výrazně ulehčili vývoj a výrobu produktů po celém světě. V každé větší továrně se dnes vyskytují programovatelní i neprogramovatelní roboti. Tlak na snižování nákladů, bezpečnost na pracovišti a zvýšení produktivity je dnes stále větší. Automatictí roboti umožňují překročení a posunutí hranic stále výše a výše.

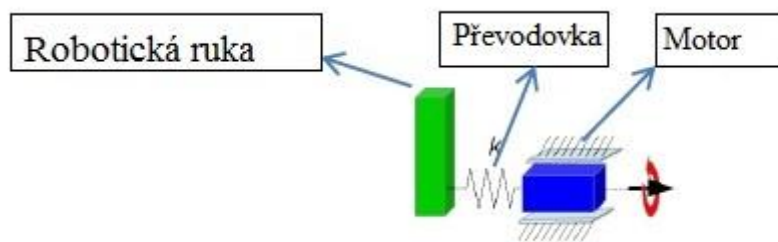
## 3. Popis mechanismu robotické ruky

Mechanismus robotické ruky je prostorové zařízení umožňující pohyb pracovní hlavičky. Mechanismus se skládá z podstavy, rotačních motorů, laserových emitorů, laserových detektorů a čtyř ramen, na jejichž koncích jsou motory umožňující pohyb ramen. Ramena konají vůči sobě rotační a posuvný pohyb a kombinací natočení těchto motorů vzniká pracovní prostor hlavičky. Zařízení má čtyři stupně volnosti.



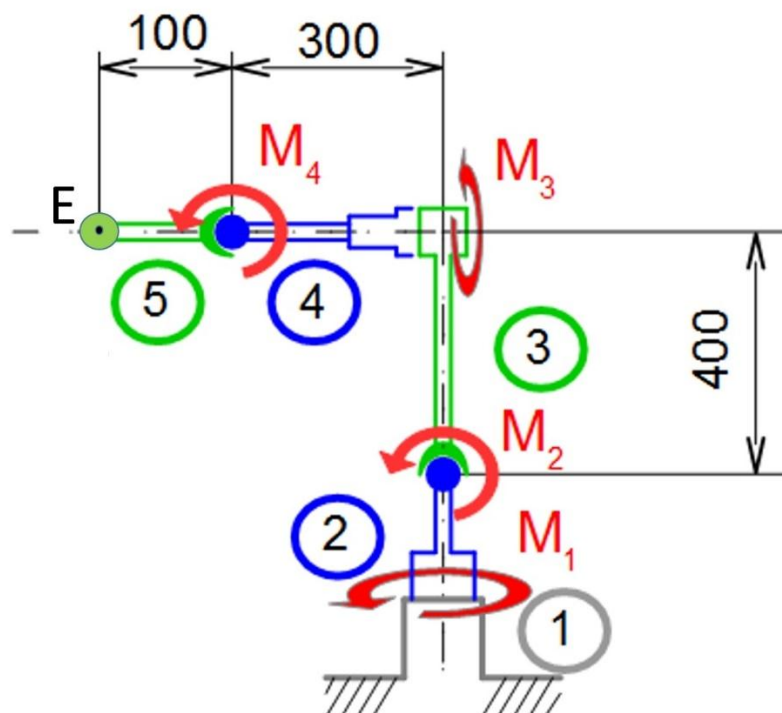
*Obr. 8: Schéma sériového robota Mistubishi [6]*

Robotická ruka bude součástí celé soustavy zařízení. Mechanismus bude napojen na převodovku, na jejímž konci bude motor, který bude dodávat energii do robotické ruky. Situaci vystihuje obr. 9.



*Obr. 9: Zjednodušený mechanický model pohonového řetězce [6]*

Na zjednodušeném modelu (obr. 10) jsou zakreslena čtyři ramena, spolu s otočnými klouby. V každém kloubu lze konat rotaci pouze okolo jedné osy.



Obr. 10: Schéma experimentálního robotického ramene [5]

Zařízení má pět těles společně s podstavou a označení  $M_i$  nesou motory umístěné na mechanismu. Jelikož má mechanismus čtyři stupně volnosti, musí být vybaven čtyřmi motory. Na základě předchozích zkušeností byly vybrány Schneiderovy servomotory (obr. 11), jejichž charakteristiky jsou vypsány v tabulce 2.

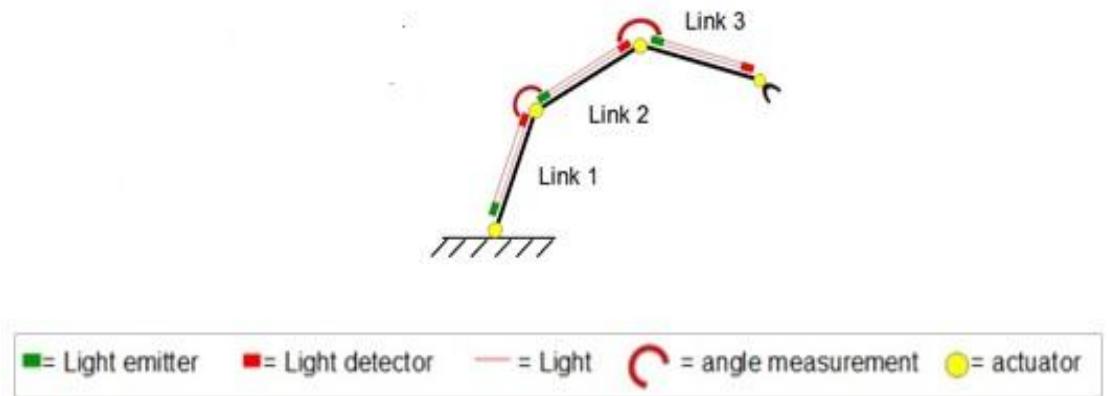
Osy	Motory	Nominální kroučící moment [Nm]	Výkon [W]	Otáčky [ $\text{min}^{-1}$ ]	Nominální proud [A]	Hmotnost [kg]	Konstantní kroučící moment [Nm/A]
M3, M4	BMH0 702T	2,5	700	5000	4,63	3,3	0,46
M1, M2	BMH0 703T	3,4	900	4000	4,55	4,0	0,61

Tab. 2: Charakteristiky servomotorů [6]



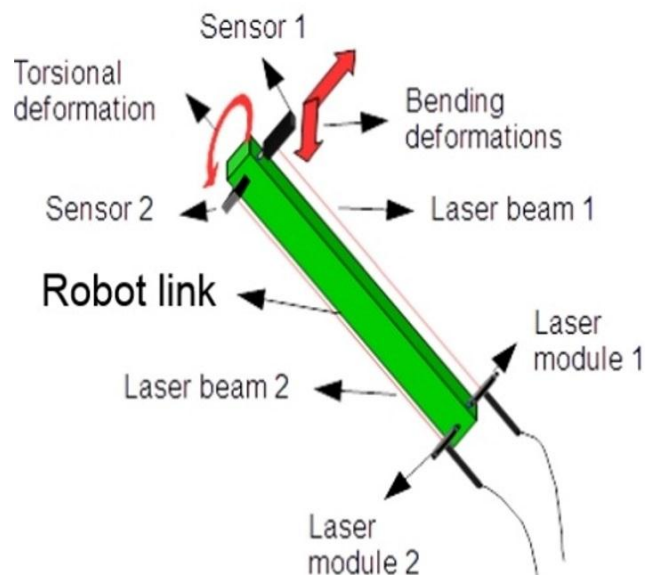
Obr. 11: Použité servomotory [6]

Součástí celého projektu je i zpřesnění pohybu koncové hlavičky pomocí laserových emitorů, které detekují deformaci ramen. Tato deformace bude kompenzována upravením momentů v servomotorech a tím se výrazně vylepší přesnost mechanismu. Koncept přídatných laserových měřicích zařízení je zobrazen na obrázku 12.



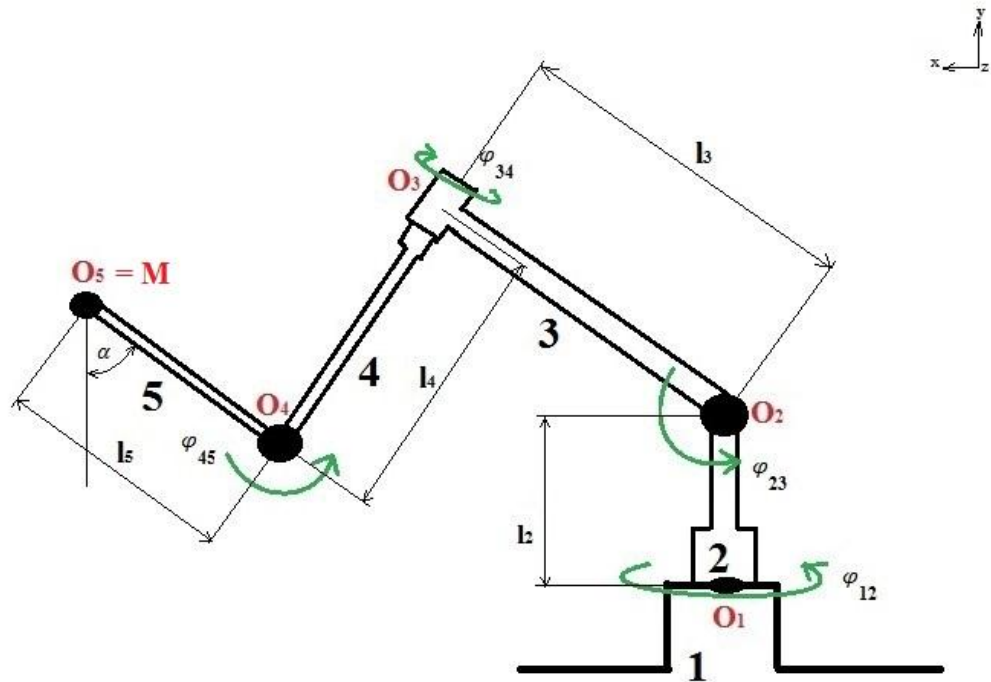
Obr. 12: Koncept laserových zařízení [7]

Laserové emitory budou přidělaný na začátek každého ramene a budou vysílat laserový paprsek podél ramene až do laserového senzoru. Laserové senzory budou přidělaný na koncích ramen. Každý senzor bude zaznamenávat laserový paprsek na sensorovém poli. Podle místa dopadu paprsku bude vyhodnocena velikost deformace ramene a do servomotorů přidán kompenzační silový moment. Detailněji popsany princip je na obr. 13.



Obr. 13: Detail přídatného laserového měření [5]

### 3.1. Zavedení označení na robotické paži



Obr. 14: Zavedení parametrů na robotickém rameni

Pro provedení výpočtů na robotické paži je nutné si zavést některé proměnné.

Pro označení úhlů na jednotlivých motorech jsou zavedena  $\varphi_{12}$  až  $\varphi_{45}$ . Pro určení délkových parametrů jsem zvolil označení  $l_2$  až  $l_5$ . A pro označení bodů na koncích ramen se používá  $O_1$  až  $O_5$ . V obrázku jsou naznačeny také směry rotace kloubů.

## 4. Kinematické řešení robotického ramene

### 4.1. Dopředná kinematika

#### Poloha bodu

Pro určení polohy bodu při zadaných natočení motorů použijeme Maticovou metodu. Pro její použití si zavedeme rozšířený radius vektor:

$$\mathbf{r}_{505} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Pro popis rotačního pohybu použijeme transformační matice ve tvaru:

$$\mathbf{T}_{\varphi_x}(\varphi_x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_x & -\sin \varphi_x & 0 \\ 0 & \sin \varphi_x & \cos \varphi_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{T}_{\varphi_y}(\varphi_y) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_y & 0 & \sin \varphi_y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_y & 0 & \cos \varphi_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{T}_{\varphi_z}(\varphi_z) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_z & -\sin \varphi_z & 0 & 0 \\ \sin \varphi_z & \cos \varphi_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

kde  $\varphi_i$  je známý úhel natočení v klobu. A pro popis posuvného pohybu použijeme transformační matice ve tvaru:

$$\mathbf{T}_x(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{T}_y(y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{T}_z(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

kde  $x, y, z$  jsou délky ramen, podél kterých se bude souřadná soustava posouvat. [9]

Jelikož má mechanismus čtyři ramena a čtyři klouby, ve kterých je mechanismu pohybu umožněn, musíme použít osm matic k transformaci souřadné soustavy. Čtyři rotační matice představují rotaci ve čtyřech kloubech a čtyři posuvné matice reprezentují posunutí podél čtyř ramen. Výsledná transformace bude mít následující tvar:

$$\mathbf{T}_{15}(t) = \mathbf{T}_{12}\mathbf{T}_{23}\mathbf{T}_{34}\mathbf{T}_{45} \quad (8)$$

$$\mathbf{T}_{12} = \mathbf{T}_{\varphi_y}(\varphi_{12})\mathbf{T}_y(l_2) \quad (9)$$

$$\mathbf{T}_{23} = \mathbf{T}_{\varphi_z}(\varphi_{23})\mathbf{T}_y(l_3) \quad (10)$$

$$\mathbf{T}_{34} = \mathbf{T}_{\varphi_x}(\varphi_{34})\mathbf{T}_x(l_4) \quad (11)$$

$$\mathbf{T}_{45} = \mathbf{T}_{\varphi_z}(\varphi_{45})\mathbf{T}_x(l_5) \quad (12)$$

$$\mathbf{T}_{15} = \mathbf{T}_{\varphi_y}(\varphi_{12})\mathbf{T}_y(l_2)\mathbf{T}_{\varphi_z}(\varphi_{23})\mathbf{T}_y(l_3)\mathbf{T}_{\varphi_x}(\varphi_{34})\mathbf{T}_x(l_4)\mathbf{T}_{\varphi_z}(\varphi_{45})\mathbf{T}_x(l_5) \quad (13)$$

Nyní vynásobíme rovnici transformace s rozšířeným radius vektorem a vyjde nám výsledná rovnice určující polohu koncového bodu mechanismu:

$$\mathbf{r}_{105} = \mathbf{T}_{15} \mathbf{r}_{505} \quad (14)$$

$$\mathbf{r}_{105} = \mathbf{T}_{\varphi_y}(\varphi_{12})\mathbf{T}_y(l_2)\mathbf{T}_{\varphi_z}(\varphi_{23})\mathbf{T}_y(l_3)\mathbf{T}_{\varphi_x}(\varphi_{34})\mathbf{T}_x(l_4)\mathbf{T}_{\varphi_z}(\varphi_{45})\mathbf{T}_x(l_5)\mathbf{r}_{505} \quad (15)$$

Výsledná poloha bodu je určující pro analýzu pohybu a dynamiky mechanismu.

#### 4.2. Inverzní kinematika

Při řešení inverzní kinematiky jsme zvolili variantu řešení pomocí K-řešiče. Pro použití K-řešiče musíme zavést odhady úhlů. To jsou odhady, podle kterých se aproximuje první výpočet úhlů a slouží jako základní rovnice. Pro náš případ jsem zvolil nulové odhady úhlů  $\mathbf{z}^{(0)}$ :

$$\mathbf{z}^{(0)} = \begin{bmatrix} \varphi_{12}^{(0)} \\ \varphi_{23}^{(0)} \\ \varphi_{34}^{(0)} \\ \varphi_{45}^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Do K-řešiče musí vstupovat body postupně a K-řešič je řeší pomocí Newtonovy iterační metody. Zadaná trajektorie pohybu se musí rozčlenit na jednotlivé body, pro které bude řešena poloha, rychlost a zrychlení.

Rozčlenění proběhne následovně:

$$\mathbf{O}_{5_1} = \begin{bmatrix} x_{105} \\ y_{105} \\ z_{105} \end{bmatrix}, \mathbf{O}_{5_2} = \begin{bmatrix} x_{205} \\ y_{205} \\ z_{205} \end{bmatrix}, \mathbf{O}_{5_3} = \begin{bmatrix} x_{305} \\ y_{305} \\ z_{305} \end{bmatrix}, \dots \quad (17)$$

Pro naše účely si zavedeme obecný bod, jehož poloha se bude měnit v čase a sklon posledního ramene. Prvním cílem mé výpočtové části bude z tohoto obecného bodu a sklonu vypočítat natočení, rychlost a zrychlení úhlů tak, aby se koncový bod pohyboval po určené trajektorii s určeným sklonem posledního ramene. Všechny polohy koncového bodu se musí nacházet v pracovním prostoru robota, aby bylo možné polohy fyzicky dosáhnout.

Obecný bod si zavedeme jako:

$$\mathbf{O}_5 = \begin{bmatrix} x_{05}(t) \\ y_{05}(t) \\ z_{05}(t) \end{bmatrix} \quad (18)$$

A sklon posledního ramene jako:

$$\alpha = \alpha(t) \quad (19)$$

Z těchto parametrů se spočítají závislé neznámé, neboli výsledné natočení úhlů motorů:



$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \varphi_{12} \\ \varphi_{23} \\ \varphi_{34} \\ \varphi_{45} \end{bmatrix} \quad (20)$$

a to i díky znalosti nezávislých proměnných, které vyjadřují požadovanou pozici posledního bodu  $\mathbf{O}_5$  v podobě tří osových vektorů:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x_{O_5}(t) \\ y_{O_5}(t) \\ z_{O_5}(t) \end{bmatrix} \quad (21)$$

### 4.3. K-řešič

K-řešič [10] je Matlabový program vytvořený na Fakultně strojní ČVUT pro soukromé účely. Jedná se o program řešící inverzní kinematické úlohy pomocí Newtonovy metody. Vstupem do K-řešiče jsou výsledné polohy koncových bodů soustav (bodů M) a výstupem jsou polohy a natočení kloubů ramen soustavy. My jsme použili program K-řešič pro řešení inverzní kinematické soustavy robotické paže. Newtonova metoda je založená na nerovnosti vazbových podmínek při použití odhadů natočení kloubů. Dále se využije Taylorova rozvoje pro aproximaci vazbových podmínek.

Původní vazbové podmínky mají tvar:

$$\mathbf{f}(\mathbf{z}, \mathbf{q}) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{z}, \mathbf{q}) \\ f_2(\mathbf{z}, \mathbf{q}) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (22)$$

Kde  $\mathbf{z}$  jsou závislé neznámé a  $\mathbf{q}$  jsou nezávislé neznámé.

A pro ně také platí:

$$\mathbf{f}(\mathbf{z}, \mathbf{q}) = 0 \quad (23)$$

Ovšem při dosazení odhadů závislých souřadnic nejsou vazbové podmínky splněny:

$$\mathbf{f}(\mathbf{z}^{(0)}, \mathbf{q}) \neq 0 \quad (24)$$

Nyní rozvineme funkci  $f$  podle Taylorova polynomu v okolí bodu  $\mathbf{z}^{(0)}$  a zanedbáme členy vyššího řádu:

$$f(\mathbf{z}, \mathbf{q}) \doteq f(\mathbf{z}^{(0)}, \mathbf{q}) + \left(\frac{df}{dz} \Big|_{\mathbf{z} = \mathbf{z}^{(0)}}\right) \Delta \mathbf{z}^{(0)} \doteq 0 \quad (25)$$

Odtud můžeme vyjádřit korekci vektorů souřadnic  $\Delta \mathbf{z}^{(0)}$ :

$$\Delta \mathbf{z}^{(0)} = -f(\mathbf{z}^{(0)}, \mathbf{q}) \left(\frac{df}{dz} \Big|_{\mathbf{z} = \mathbf{z}^{(0)}}\right)^{-1} \quad (26)$$

Přeoznačíme-li rovnici (26) za použití Jakobiho matice  $J_{\mathbf{z}}$ , tak dostaneme:

$$\Delta \mathbf{z}^{(0)} = -f(\mathbf{z}^{(0)}, \mathbf{q}) (J_{\mathbf{z}})^{-1} \quad (27)$$

Takovýto postup hledání odchylky mezi odhadem a skutečným řešením je nutno opakovat, dokud odchylka neklesne pod povolenou hodnotu  $\varepsilon$ . Tedy:

$$|f(\mathbf{z}^{(i+1)}, \mathbf{q})| \leq \varepsilon \quad (28)$$

$$\mathbf{z}^{(i+1)} = \mathbf{z}^{(i)} + \Delta \mathbf{z}^{(i)} \quad (29)$$

[10]

Z programu K-řešič tedy obdržíme reálná natočení ramen  $\mathbf{z}$  :

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \varphi_{12} \\ \varphi_{23} \\ \varphi_{34} \\ \varphi_{45} \end{bmatrix} \quad (30)$$

#### 4.4. Vazbové rovnice

Pro celkový výpočet poloh, rychlostí a zrychlení hlavice je potřeba vytvořit vazbové rovnice. Vazbové rovnice určují vztah mezi vyšetřovaným bodem a polohou přístroje. První vazbová rovnice bude založena na rozdílu souřadnic koncového bodu přístroje a vyšetřovaném bodu zadaného trajektorií a časem. Abychom zjistili

souřadnice koncového bodu přístroje, musíme použít dopřednou kinematiku. Rovnici  $T_{15}$  (rov. 8) vynásobíme vektorem efektoru v posledním souřadnicovém systému posledního ramene. Vektor efektoru bodu má v posledním souřadnicovém systému tvar:

$$\mathbf{r}_{50_5} = [0,0,0,1] \quad (31)$$

Rovnice bude pak mít tvar:

$$\mathbf{r}_{10_5} = \mathbf{T}_{15} \mathbf{r}_{50_5} \quad (32)$$

Po dosazení bude mít rovnice tvar:

$$\mathbf{r}_{10_5} = \mathbf{T}_{\varphi_y}(\varphi_{12})\mathbf{T}_y(l_2)\mathbf{T}_{\varphi_z}(\varphi_{23})\mathbf{T}_y(l_3)\mathbf{T}_{\varphi_x}(\varphi_{34})\mathbf{T}_x(l_4)\mathbf{T}_{\varphi_z}(\varphi_{45})\mathbf{T}_x(l_5) \mathbf{r}_{50_5} \quad (33)$$

Výsledkem z rovnice (33) je vektor  $\mathbf{r}_{10_5}$ , který bude mít rozměr 4x1.

$$\mathbf{r}_{10_5} = \begin{bmatrix} x_{10_5} \\ y_{10_5} \\ z_{10_5} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Bod, po kterém by se konec hlavice měl pohybovat, zavedeme jako bod  $\mathbf{M}$ . Rozdíl pozice koncového bodu  $\mathbf{r}_{10_5}$  a bodu  $\mathbf{M}$ , zadaného trajektorií by v ideálním případě měl vyjít nula, jelikož naším cílem je, aby přístroj dosahoval co možná nejpřesnější polohy. Bod  $\mathbf{M}$  zadaný trajektorií má souřadnice  $\mathbf{M} [x_{1M}(t) \ y_{1M}(t) \ z_{1M}(t)]$  Pokud vyjdeme z tohoto předpokladu, tak naše vazbové rovnice jsou  $f_1, f_2$  a  $f_3$  a mají tvar:

$$f_1: x_{1M}(t) - x_{10_5} = 0 \quad (35)$$

$$f_2: y_{1M}(t) - y_{10_5} = 0 \quad (36)$$

$$f_3: z_{1M}(t) - z_{10_5} = 0 \quad (37)$$

Čtvrtá vazbová rovnice bude v našem případě vztah mezi hledanými polohami bodů a zadanou základní pozicí robota, které explicitně udává polohu všech kloubů a jejich natočení. Jelikož je zadán poslední bod a úhel, pod kterým hlavice pracuje, lze vytvořit vztah výškového rozdílu koncového bodu  $O_5$  a předposledního bodu  $O_4$ . Rozdíl jejich z-ových souřadnic  $z_{104}$  a  $z_{105}$  bude naznačovat výškový rozdíl mezi těmito body. Rozdíl výšky by šel ale vyjádřit také pomocí sklopení posledního ramene, které pracuje pod úhlem  $\alpha$ . Výsledná rovnice je  $f_4$  a bude mít tvar:

$$f_4: z_{104} = z_{105} - l_5 \cos(\alpha) \quad (38)$$

### Jacobiho matice $J_z$

Pro výpočet souřadnic kloubů ramene je nutné znát Jakobián  $J_z$ . Ten se vytvoří postupnou derivací vazbových rovnic  $f_{1,2,3,4}$  podle úhlů natočení kloubů  $\varphi_{12}, \varphi_{23}, \varphi_{34}, \varphi_{45}$ .

$$J_z = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{d\varphi_{12}} & \frac{df_1}{d\varphi_{23}} & \frac{df_1}{d\varphi_{34}} & \frac{df_1}{d\varphi_{45}} \\ \frac{df_2}{d\varphi_{12}} & \frac{df_2}{d\varphi_{23}} & \frac{df_2}{d\varphi_{34}} & \frac{df_2}{d\varphi_{45}} \\ \frac{df_3}{d\varphi_{12}} & \frac{df_3}{d\varphi_{23}} & \frac{df_3}{d\varphi_{34}} & \frac{df_3}{d\varphi_{45}} \\ \frac{df_4}{d\varphi_{12}} & \frac{df_4}{d\varphi_{23}} & \frac{df_4}{d\varphi_{34}} & \frac{df_4}{d\varphi_{45}} \end{bmatrix} \quad (39)$$

### Jacobiho matice $J_q$

Jacobiho matice  $J_q$  je stejně jako matice  $J_z$  nutná pro výpočet konečných poloh, rychlostí a zrychlení kloubů. Její tvar je ale poněkud odlišný od matice  $J_z$ . Jacobiho matice  $J_q$  se vytvoří derivací vazbových rovnic  $f_{1,2,3,4}$  podle souřadnic polohy vyšetřovaného zadaného bodu na trajektorii bodu  $O_5$  [ $x_{05}, y_{05}, z_{05}$ ].

$$J_q = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{dx_{05}} & \frac{df_1}{dy_{05}} & \frac{df_1}{dz_{05}} \\ \frac{df_2}{dx_{05}} & \frac{df_2}{dy_{05}} & \frac{df_2}{dz_{05}} \\ \frac{df_3}{dx_{05}} & \frac{df_3}{dy_{05}} & \frac{df_3}{dz_{05}} \\ \frac{df_4}{dx_{05}} & \frac{df_4}{dy_{05}} & \frac{df_4}{dz_{05}} \end{bmatrix} \quad (40)$$

Výsledný tvar Jacobiho matice  $J_q$  pro případ našeho zařízení bude velmi jednoduchý díky absenci neznámých ve vazbových rovnicích. Matice  $J_q$  má tvar:

$$J_q = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

#### Vektor $j_{qz}$

Vektor  $j_{qz}$  je vektor používaný při výpočtu zrychlení v kloubech soustavy. Můžeme ho vyjádřit ve tvaru:

$$j_{qz} = J_z(\mathbf{z}) \dot{\mathbf{z}} + J_q(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (42)$$

Jak je již popsáno v podkapitole „Jacobiho matice  $J_q$ “, vyjde výsledná matice  $J_q$  jako matice obsahující pouze konstantní členy. Při derivaci jakobiánu bude výsledek nulový, a proto můžeme psát:

$$J_q = 0 \quad (43)$$

A tedy:

$$j_{qz} = J_z(\mathbf{z}) \dot{\mathbf{z}} \quad (44)$$

[8]

#### 4.5. Rychlost

Pro výpočet rychlosti budeme vycházet ze základních vazbových podmínek:

$$f(\mathbf{z}, \mathbf{q}) = 0 \quad (45)$$

Vyjádření rychlosti dosáhneme pomocí derivace základních vazbových podmínek:

$$\frac{df(\mathbf{z}, \mathbf{q})}{dt} = 0 \quad (46)$$

Nyní provedeme derivaci funkce  $f$  podle času, a jelikož je funkce  $f$  závislá na  $\mathbf{z}$  i  $\mathbf{q}$ , tak bude mít derivace funkce  $f$  následující tvar:

$$\frac{df(\mathbf{z}, \mathbf{q})}{dz} \dot{\mathbf{z}} + \frac{df(\mathbf{z}, \mathbf{q})}{dq} \dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (47)$$

Kde  $\dot{\mathbf{q}}$  je požadovaná rychlost a při použití zavedeného označení pro Jacobiho matice  $J_z$  a  $J_q$  můžeme psát:

$$J_z(\mathbf{z}) \dot{\mathbf{z}} + J_q(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (48)$$

Nyní si již z rovnice vyjádříme hledanou rychlost  $\dot{\mathbf{z}}$ . Výsledná rovnice použitá pro výpočet rychlosti bude mít tvar:

$$\dot{\mathbf{z}} = -(J_z(\mathbf{z}))^{-1} (J_q(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}) \quad (49)$$

#### 4.6. Zrychlení

Při hledání zrychlení je třeba druhé derivace vazbových podmínek a vyjádření zrychlení z rovnice. Ovšem rovnice se nám druhou derivací poněkud zkomplikuje.

$$\frac{d^2f(\mathbf{z}, \mathbf{q})}{dt^2} = 0 \quad (50)$$

Při derivaci se musíme řídit pravidly derivace součtu a derivace součinu, které nám vzorec značně zkomplikují:

$$\dot{J}_z(\mathbf{z}) \dot{\mathbf{z}} + J_z(\mathbf{z}) \ddot{\mathbf{z}} + \dot{J}_q(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + J_q(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} = 0 \quad (51)$$

Zde je  $\ddot{\mathbf{z}}$  naše hledané zrychlení,  $\ddot{\mathbf{q}}$  je požadované zrychlení,  $J_z$  a  $J_q$  jsou Jacobiho matice, a jelikož je  $J_q$  matice s konstantními členy, tak její derivace se bude rovnat nule.

$$\frac{dJ_q}{dt} = 0 \quad (52)$$

Tedy i všechny členy násobené derivací matice  $J_q$  budou nulové. Použijeme tedy vzorec pro vektor  $\mathbf{j}_{qz}$  a dosadíme ho do rovnice následujícím způsobem:

$$\mathbf{j}_{qz} = \dot{J}_z(\mathbf{z}) \dot{\mathbf{z}} \quad (53)$$

A tedy:

$$\mathbf{j}_{qz} + J_z(\mathbf{z}) \ddot{\mathbf{z}} + J_q(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} = 0 \quad (54)$$

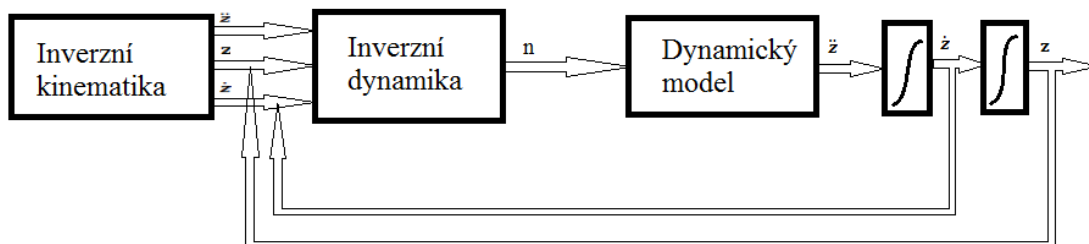
Zde nám nic nebrání k vyjádření a vypočtení celkového zrychlení:

$$\ddot{\mathbf{z}} = -(J_z(\mathbf{z}))^{-1} (\mathbf{j}_{qz} + J_q(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}}) \quad (55)$$

## 5. Inverzní dynamická úloha robotického ramene

### 5.1. Schematický model dynamiky

Schematický model znázorňuje postup výpočtů, které se využívají pro zjištění momentů a reálné rychlosti a zrychlení robota. Schéma vypadá následovně:



Obr. 15: Schéma postupu kontroly programu pro inverzní dynamickou úlohu

Z inverzní kinematiky dostaneme zrychlení  $\ddot{\mathbf{z}}$  rychlost  $\dot{\mathbf{z}}$  a pozici  $\mathbf{z}$ . Ty se používají pro výpočet inverzní dynamiky, jehož výstupem jsou momenty v kloubech  $\mathbf{n}$ . Z momentů  $\mathbf{n}$  můžeme zpětně zjistit reálné zrychlení  $\ddot{\mathbf{z}}_r$ , rychlost  $\dot{\mathbf{z}}_r$  a pozici  $\mathbf{z}_r$ . Dále se tato vypočítaná data použijí pro zpětné doplnění do inverzní dynamiky.

## 5.2. Inverzní dynamika

V inverzní dynamice zjišťujeme momenty, které jsou potřebné pro zařízení, aby se dostalo do určené polohy. Výchozí informace nám poskytne inverzní kinematika:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \varphi_{12} \\ \varphi_{23} \\ \varphi_{34} \\ \varphi_{45} \end{bmatrix} \quad (56)$$

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{23} \\ v_{34} \\ v_{45} \end{bmatrix} \quad (57)$$

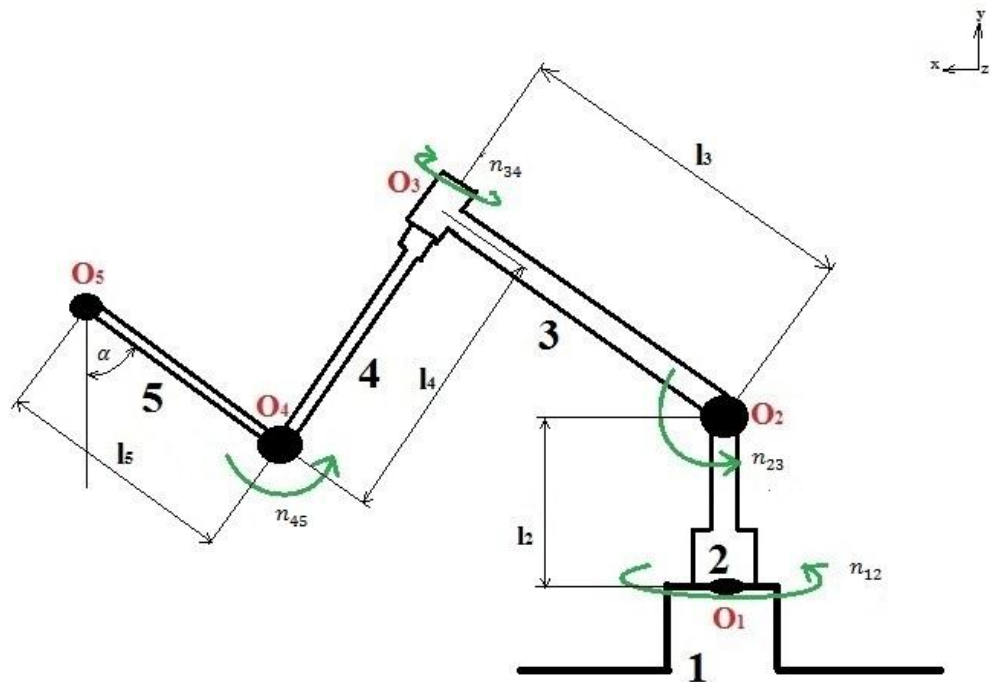
$$\ddot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{23} \\ a_{34} \\ a_{45} \end{bmatrix} \quad (58)$$

Kde  $\varphi_{ij}$  je natočení kloubu,  $v_{ij}$  je rychlost kloubu a  $a_{ij}$  je zrychlení kloubu v určité pozici. A díky nim vypočítáme momenty v kloubech  $\mathbf{n}$ :

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} n_{12} \\ n_{23} \\ n_{34} \\ n_{45} \end{bmatrix} \quad (59)$$



Pro přehlednost uvádím obrázek:



Obr. 16: Označení na robotické paži

Pro výpočet si zavedeme základní rovnici dynamiky. Tato rovnice vychází z principu, že na hmotu, která mění své zrychlení, nutně musí působit nějaké vnější síly. Rovnice má tvar:

$$\mathbf{M}(\mathbf{z}) \ddot{\mathbf{z}} = \mathbf{Q}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, \mathbf{n}) \quad (60)$$

Kde  $\mathbf{M}$  je matice hmotnosti robota a má tvar čtyři krát čtyři díky čtyřem ramenům.

[11]

$\mathbf{Q}$  je vektor zobecněných sil, který je závislý na vektoru souřadnic, rychlosti a momentech a má tvar:

$$\mathbf{Q}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, \mathbf{n}) = \begin{bmatrix} Q_1(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, \mathbf{n}) \\ Q_2(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, \mathbf{n}) \\ Q_3(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, \mathbf{n}) \\ Q_4(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, \mathbf{n}) \end{bmatrix} \quad (61)$$

Při tvorbě matic  $\mathbf{M}$  a  $\mathbf{Q}$  jsme použili metodu Composite Rigid Body. Obě matice se tvoří pomocí automatického generátoru [12] a obě rovnice jsou s časem proměnné. Pro tuto metodu je potřeba definovat bod  $\mathbf{H}$ , což je tzv. Hinch point. Tento

bod se definuje jako místo spojení mezi dvěma tělesy. Při tvorbě vektoru  $\mathbf{Q}$  jsme opět použili automatický generátor.

### 5.3. Popis vstupů generátoru

Generátor nám definuje výsledné matice  $\mathbf{M}$  a  $\mathbf{Q}$ , jež jsou později potřeba pro výpočty momentů v kloubech. Generátor byl vytvořen na Ústavu mechaniky ČVUT a je to program na sestavování pohybových rovnic. Samotné vstupy se rozdělují do dvou úrovní. Jsou to úrovně symbolické a numerické.

V symbolické úrovni je hlavní nejdříve definovat soubor VstupSym.m. Tento skript musí obsahovat:

- ***nteles*** – Udává počet mechanismů základního rámu a má tvar:

$$\mathbf{nteles} = 4 \quad (62)$$

- ***nbodu*** – Určuje kolika body je určené těleso diskretizováno. Jelikož máme v tomto případě čtyři tělesa, tak i matice ***nbodu*** bude mít rozměr 4x1.

$$\mathbf{nbodu}^T = [10 \ 46 \ 46 \ 46] \quad (63)$$

- ***ntvaru*** -Vyjadřuje počet deformačních tvarů pro popis deformace těles. V našem případě bude mít každé těleso pouze jeden deformační tvar:

$$\mathbf{ntvaru}^T = [1 \ 1 \ 1 \ 1] \quad (64)$$

- ***posith*** – reprezentuje pozici závěsných bodů  $\mathbf{H}_i$

$$\mathbf{posith}^T = [9 \ 45 \ 45 \ 45] \quad (65)$$

Skript dále musí obsahovat matici struktury  $\mathbf{S}$ . Tato matice udává pozici, ve které jsou tělesa vázána na sebe. Matice  $\mathbf{S}$  je matice 5 x 5, jelikož je společně s rámem robota celkem 5 těles.

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 46 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 46 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (66)$$

Sloupce reprezentují tělesa, která se navazují na další tělesa, a řádky reprezentují tělesa, na které se vážou předchozí tělesa. Matice  $\mathbf{S}$  tedy v podstatě představuje jakési strukturní návazné schéma. Číselná hodnota v matici vyjadřuje, ve kterém bodě se dvě tělesa navzájem navazují.

Další částí je matice VazTyp –  $V$ . Tato matice nám říká, jaký typ vazby je mezi jednotlivými tělesy. Písmeno  $r$  reprezentuje rotační vazbu a  $t$  vyjadřuje translační vazbu. Tato matice má tvar:

$$V = \begin{bmatrix} 0 & r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (67)$$

Poslední částí symbolické úrovně je vektor  $xsifr$ , jenž definuje bod, ve kterém se zařízení váže k základnímu rámu. V našem případě je tento bod v počátku souřadného systému.

$$xsifr = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (68)$$

Druhá úroveň je úroveň numerická. Pro výpočet je potřeba vytvořit skript VstupNum.m. Tento skript obsahuje:

Matice diskretizovaných bodů  $L_2, L_3, L_4, L_5$ . To jsou matice, které obsahují souřadnice diskretizovaných bodů  $D$  postupně za sebou. Počet sloupců odpovídá počtu bodů v tělese a tři řádky reprezentují tři souřadnice v souřadnicovém systému. Matice mají tvar:

$$L_i = \begin{bmatrix} x_{1D} & x_{2D} & x_{3D} & \dots \\ y_{1D} & y_{2D} & y_{3D} & \dots \\ z_{1D} & z_{2D} & z_{3D} & \dots \end{bmatrix} \quad (69)$$

Hmotnostní matice diskretizovaných bodů jsou matice  $P_2, P_3, P_4, P_5$ . Tyto matice mají pouze jeden sloupec a každý člen vyjadřuje hmotnost, jež byla brána v potaz po diskretizaci pro jeden bod. Mají také stejný počet členů, jako je počet diskretizovaných bodů v tělese. V našem případě je hmotnost mezi body rozdělena rovnoměrně a v každém bodě je stejná hmotnost jako v ostatních bodech stejného tělesa. Matice  $P_2$  má 10 členů a ostatní matice mají 46 členů dle vektoru  $nbodu$ . Matice mají tvar:

$$P_2^T = [0,0083 \quad 0,0083 \quad \dots \quad 0,0083] \quad (70)$$

$$\mathbf{P}_3^T = [0,0616 \quad 0,0616 \quad \dots \quad 0,0616] \quad (71)$$

$$\mathbf{P}_4^T = [0,0291 \quad 0,0293 \quad \dots \quad 0,0293] \quad (72)$$

$$\mathbf{P}_5^T = [0,0291 \quad 0,0293 \quad \dots \quad 0,0293] \quad (73)$$

Ve skriptu musí být také tuhostní matice  $\mathbf{F}_{tuh}$ . Tato matice vyjadřuje součin:

$$\mathbf{F}_{tuh} = \mathbf{v}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{v}_i \quad (74)$$

Kde  $\mathbf{v}_i$  jsou vlastní matice tuhosti. Jelikož v našem případě uvažujeme tuhé těleso, tak budou vlastní tvary rovny nule.

$$\mathbf{F}_{tuh} = \mathbf{0} \quad (75)$$

Dále musíme počítat s vlastními tvary průhybu těles. To konkretizuje matice **VTP1b5**. Matice zadáváme jako seznam vektorů vlastních tvarů v jednotlivých bodech diskretizace daného tělesa, kde sloupce odpovídají počtu řešených bodů a tři řádky představují tři souřadnice.

$$\mathbf{VTP1b5} = \begin{bmatrix} x_{D1} & x_{D2} & x_{D3} & \dots \\ y_{D1} & y_{D2} & y_{D3} & \dots \\ z_{D1} & z_{D2} & z_{D3} & \dots \end{bmatrix} \quad (76)$$

Označení vektoru **VTP1b5** zde znamená: Vlastní tvar průhybu číslo 1 tělesa 5 má složky dané maticí.

Poslední součástí je Matice Gama X a Gama Y. Tyto matice vyjadřují natočení základních lokálních systémů tak, aby bylo možné správně provést rotaci tělesa. Jelikož jsou v našem případě posunuty souřadnicové systémy o 90 stupňů okolo osy x, je nutné pootočit souřadnicový systém dle matic:

$$\mathbf{Gama X} = \begin{bmatrix} 0 & -1,5708 & 0 & 0 & 0 \\ -1,5708 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (77)$$

$$\mathbf{Gama Y} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,578 & 0 & 0 \\ 0 & 1,578 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,578 \\ 0 & 0 & 0 & 1,578 & 0 \end{bmatrix} \quad (78)$$

Nyní pošleme tato data do automatického generátoru a z něho obdržíme pohybové rovnice. Když máme pohybové rovnice, můžeme dále pracovat s rovnicí (60).

Zde mohu využít rozdělení matice  $\mathbf{Q}$  na součet členů  $\mathbf{G}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}})$  a  $\mathbf{T}(\mathbf{q}) \mathbf{n}$ . Po rozdělení mohu rovnici zapsat ve tvaru:

$$\mathbf{M}(\mathbf{z})\ddot{\mathbf{z}} = \mathbf{G}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) + \mathbf{T}(\mathbf{z}) \mathbf{n} \quad (79)$$

kde  $\mathbf{G}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}})$  je tuhá část vektoru zobecněných sil a obsahuje přídavné síly jako gravitační, coriolisovy nebo odstředivé síly.  $\mathbf{T}$  je tzv. poddajná část vektoru zobecněných sil a je závislá na souřadnicích polohy  $\mathbf{q}$ .

Matici  $\mathbf{G}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}})$  získáme z obecného tvaru matice  $\mathbf{Q}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, \mathbf{n})$  a to tak, že si do matice  $\mathbf{Q}$  dosadíme nulové hodnoty za momentové charakteristiky  $\mathbf{n}$ . Můžeme tedy psát:

$$\mathbf{G}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) = \mathbf{Q}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, \mathbf{0}) \quad (80)$$

Matice  $\mathbf{T}$  je poněkud složitější k vyjádření. Pro získání matice  $\mathbf{T}$  si nejdříve musíme zjistit jednotlivé členy vektoru  $\mathbf{Q}$ . Ty získáme postupným dosazováním jednotkových momentů do  $\mathbf{Q}$  dle:

$$\mathbf{Q}_i = \mathbf{Q}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, \mathbf{k}_i) \quad (81)$$

Kde jednotkové vektory  $\mathbf{k}_i$  mají tvary:

$$\mathbf{k}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{k}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{k}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{k}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (82)$$

Analogicky vypočítáme i členy  $\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \mathbf{Q}_3$  a  $\mathbf{Q}_4$ . Jednotlivé členy matice  $\mathbf{T}$  jsou:

$$(83)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix}$$

A ty vyjádříme jako:

$$\mathbf{T}_i = \mathbf{Q}_i - \mathbf{G} \quad (84)$$

Nyní když máme vyjádřeny všechny členy rovnice (79), můžeme vyjádřit výsledné momenty  $\mathbf{n}$ :

$$\mathbf{n} = \mathbf{T}^{-1}(\mathbf{M}(\mathbf{z})\ddot{\mathbf{z}} - \mathbf{G}) \quad (85)$$

a mají tvar:

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} n_{12} \\ n_{23} \\ n_{34} \\ n_{45} \end{bmatrix} \quad (86)$$

#### 5.4. Přímá dynamická úloha

V dynamickém modelu opět počítáme výsledné zrychlení  $\ddot{\mathbf{z}}$ , rychlost  $\dot{\mathbf{z}}$  a pozici natočení  $\mathbf{z}$  pro účely kontroly dosažených výsledků. Vytvoříme si tak data pro zpětnou vazbu a lze pomocí nich zpřesňovat práci robota. Opět budeme používat základní rovnici dynamiky:

$$\mathbf{M}(\mathbf{z})\ddot{\mathbf{z}} = \mathbf{Q}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, \mathbf{n}) \quad (87)$$

Jelikož máme všechny členy rovnice, můžeme si jednoduše vyjádřit hledané zrychlení:

$$\ddot{\mathbf{z}} = (\mathbf{M}(\mathbf{z}))^{-1}\mathbf{Q}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, \mathbf{n}) \quad (88)$$

## 6. Určení rozměrových a hmotových parametrů

Pro provedení výpočtů momentů setrvačnosti je zapotřebí znát určité rozměrové a hmotové parametry. Do nich patří matice setrvačnosti, hmotnosti jednotlivých částí a jejich rozměry. Z tohoto výčtu stojí za větší zmínku matice setrvačnosti. Ta je jedním ze základních klíčů dynamické analýzy a pro náš případ je

užita ve výpočtech automatického generátoru pohybových rovnic, avšak její uplatnění je mnohem větší.

Standardní matice setrvačnosti má tvar:

$$\mathbf{I}_p = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (89)$$

Kde  $I_{ii}$  je standardní moment setrvačnosti vztážený k hlavní ose a  $I_{ij}$  je tzv. deviační moment. Matice je souměrná podle hlavní osy. Obecné vztahy k vyjádření jednotlivých členů jsou:

$$I_{xx} = \int (y^2 + z^2) dm \quad (90)$$

$$I_{yy} = \int (x^2 + z^2) dm \quad (91)$$

$$I_{zz} = \int (x^2 + y^2) dm \quad (92)$$

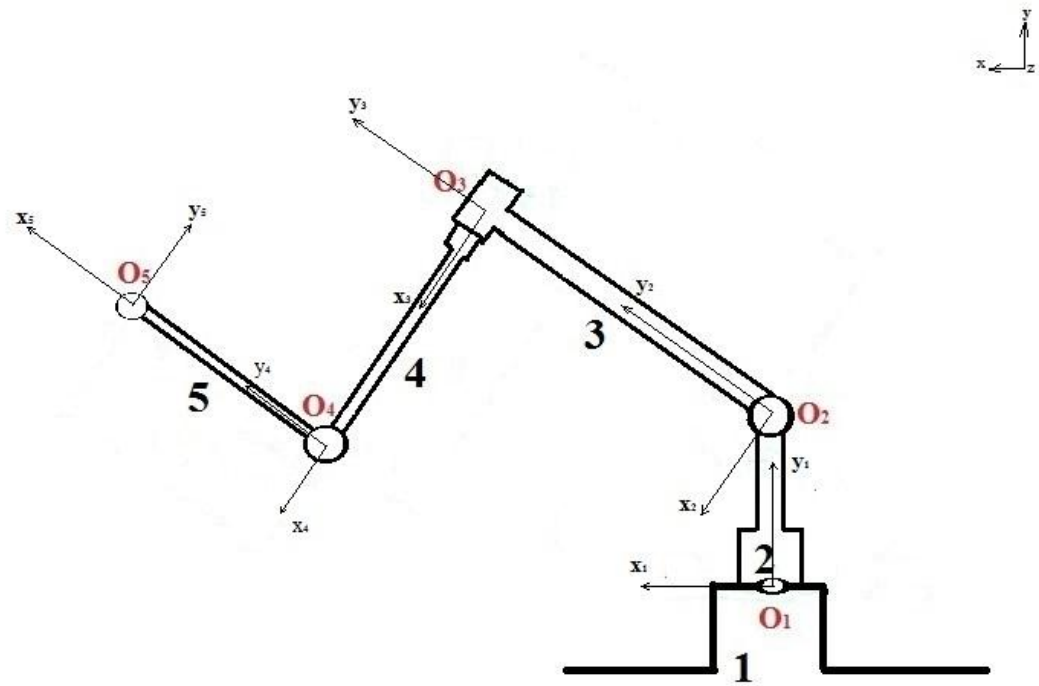
$$I_{xy} = \int xy dm \quad (93)$$

$$I_{yz} = \int yz dm \quad (94)$$

$$I_{xz} = \int xz dm \quad (95)$$

Na rozdíl od momentů setrvačnosti mohou deviační momenty nabývat kladných i záporných hodnot.

Pro naše účely budeme určovat čtyři matice setrvačnosti pro jednotlivé bloky robota. Proto je nutné si zavést lokální souřadnicové systémy dle obr.:



Obr. 17: Zavedení lokálních souřadnicových os

Těleso bude rozděleno na 4 části a pro každou z nich budou vypsány hmotnostní a rozměrové charakteristiky společně s maticí setrvačnosti. Příslušný souřadnicový systém bude mít počátek vždy v bodě rotace. Rozdělení probíhá následovně:

1. Část: Těleso 2 a motor v bodě  $O_2$
2. Část: Těleso 3 a motor v bodě  $O_3$
3. Část: Těleso 4 a motor v bodě  $O_4$
4. Část: Těleso 5

Nyní zde vypiš zmiňované charakteristiky a matice setrvačnosti. Momenty setrvačnosti mají jednotky  $kg\ mm^2$  a pozice těžiště jsou udávány v  $mm$  v souřadnicovém systému, který má počátek v kloubu toho daného tělesa.

### 1. Část

Pozice těžiště  $S_1$ :

$$\begin{bmatrix} x_{1S1} \\ y_{1S1} \\ z_{1S1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -8 \\ -5 \end{bmatrix} \quad (96)$$

Hmotnost:  $m_1 = 7\ kg$

Matice setrvačnosti:



$$\mathbf{I}_1 = \begin{bmatrix} 61\,727 & 0 & 0 \\ 0 & 60\,638 & 226 \\ 0 & 226 & 7940 \end{bmatrix} \quad (97)$$

## 2. Část

Pozice těžiště  $\mathbf{S}_2$ :

$$\begin{bmatrix} x_{2S2} \\ y_{2S2} \\ z_{2S2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -159 \\ -45 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (98)$$

Hmotnost:  $m_2 = 5,4 \text{ kg}$

Matice setrvačnosti:

$$\mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} 18\,632 & 12\,372 & 0 \\ 12\,372 & 26\,942 & 0 \\ 0 & 0 & 44\,152 \end{bmatrix} \quad (99)$$

## 3. Část

Pozice těžiště  $\mathbf{S}_3$ :

$$\begin{bmatrix} x_{3S3} \\ y_{3S3} \\ z_{3S3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -25 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix} \quad (100)$$

Hmotnost:  $m_3 = 8 \text{ kg}$

Matice setrvačnosti:

$$\mathbf{I}_3 = \begin{bmatrix} 57\,859 & 0 & 0 \\ 0 & 37\,157 & 439 \\ 0 & 439 & 24\,287 \end{bmatrix} \quad (101)$$

#### 4. Část

Pozice těžiště  $S_4$ :

$$\begin{bmatrix} x_{4S4} \\ y_{4S4} \\ z_{4S4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -94 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (102)$$

Hmotnost:  $m_4 = 3 \text{ kg}$

Matice setrvačnosti:

$$\mathbf{I}_4 = \begin{bmatrix} 60\ 025 & 0 & 0 \\ 0 & 20\ 105 & 0 \\ 0 & 0 & 43\ 305 \end{bmatrix} \quad (103)$$

Tímto jsou určeny rozměrové a hmotové charakteristiky robota.

## 7. Závěr

Výsledkem této bakalářské práce je provedená podrobná dynamická analýza a vytvořený dynamický model robotického ramene. Má práce o robotickém ramenu navazuje na projekt „GA13-39057S Zvyšování tuhosti robotů pomocí polohové zpětné vazby a redundantního měření“ řešený na školicím pracovišti.

V druhé kapitole mé bakalářské práce jsem provedl rešerši řízení robotů a popsal jsem použití robotů v praxi. Roboty lze rozdělit dle nejrůznějších kritérií a spektrum jejich užití je velmi široké. Tím jsem splnil hlavní cíl číslo 1. Třetí kapitola se věnuje samotnému zařízení robota a popisuje jeho součásti. Dále přibližuje princip zpřesnění práce robota pomocí laserových zařízení. Ve čtvrté kapitole jsem se věnoval kinematické analýze robota. Tato analýza vytvořila základ pro provedení dynamické analýzy. Výsledkem kinematické analýzy jsou poloha, rychlost a zrychlení bodů na robotické paži. Pro provedení analýzy jsem použil program K-řešič, který je důležitou integrální součástí modulu kinematické analýzy. Pátá kapitola tvoří jádro celé bakalářské práce a provádí dynamickou analýzu robota za pomoci základních dynamických rovnic. Po provedení dynamické analýzy jsou spočteny krouticí momenty v motorech, potřebné k pohybu robota. Momenty jsou společně s dalšími vstupy implementovány do regulátoru. V této kapitole je také sestaven dynamický model robotických řetězců. Touto kapitolou jsem splnil hlavní cíle číslo 2, 3, 5 a 6. V poslední kapitole jsou stanoveny základní rozměrové a hmotové parametry experimentálního robotického ramena. Ty jsou stanoveny ve formě matic setrvačnosti a výpisu rozměrů a hmotnosti. Touto kapitolou jsem splnil poslední hlavní cíl stanovený v úvodu.

V rámci seznámení se s tvorbou modelů jsem blíže poznal a pochopil význam kinematické a dynamické analýzy v praxi. Práce byla také přínosem v tom, že jsem poznal strukturu a možnosti použití počítačového programu Matlab a tyto poznatky mohu nadále rozvíjet ve své profesní kariéře.

## 8. Použitá literatura a zdroje informací

- [1] Skařupa J.: Průmyslové roboty a manipulátory, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Ostrava, 2007, 260 s.
- [2] SPŠS: Automatizace a robotizace I., Střední průmyslová škola strojírenská, Kolín, 2001, online: [http://www.sps-ko.cz/documents/ARO\\_prorok/Pr%C5%AFmyslov%C3%A9%20roboty.pdf](http://www.sps-ko.cz/documents/ARO_prorok/Pr%C5%AFmyslov%C3%A9%20roboty.pdf).
- [3] Dohnal J.: Návrh a realizace řízení robota teachbot, Vysoké učení technické v Brně, Brno, 2013, 44 s.
- [4] FS:Industrial Robot, Freescale Semiconductor, Austin, 2004, online: <http://www.freescale.com/webapp/sps/site/application.jsp?code=APLINDROBOT>.
- [5] Skopec T., Šika Z., Valášek M.: Calibration using adaptive model complexity for parallel and fiber driven mechanisms. Robotica (2015) volume 00, pp. 1–20. (in print).
- [6] Mráz L.; Volech J.; Beneš P.; Šika Z.; Valášek M.: Control of Serial Robot Concerning Arm Flexibilities. Bulletin of Applied Mechanics, 2014, Vol. 10, No. 36, pp. 1-4.
- [7] Volech J., Mráz L., Šika Z., Valášek M.: Concepts of Robot Accuracy Enhancement by Integrated Redundant Measurements. Bulletin of Applied Mechanics. 2013, vol. 9, no. 33, p. 12-17.
- [8] ŠIKA Z., 2013: Project Description - Czech Science Foundation.
- [9] Stejskal V., Valášek M.: Kinematics and Dynamics of machinery, Marcel Dekker, Inc., New York, 1996, 494 s.
- [10] Valášek M., Bauma V., Šika Z.: Mechanika B, Vydavatelství ČVUT, Praha, 2006, 121 s.
- [11] Mráz L.: Symbolické generování pohybových rovnic pro soustavy poddajných těles, Ústav technické matematiky, 2009, Praha, 81 s.
- [12] Mráz L., Valášek M., Vampola T.: Symbolický generátor pohybových rovnic - SymEOM. ČVUT v Praze, Fakulta strojní, 2010.