

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

ÚSTAV MECHANIKY, BIOMECHANIKY A MECHATRONIKY

Odbor mechaniky a mechatroniky



Bakalářská práce

Kinematická syntéza mechanismu hračky

Praha, 2015

Jan Hečko

Anotační list

Jméno autora:	Hečko Jan
Název bakalářské práce:	Kinematická syntéza mechanismu hračky
Anglický název:	Kinematic synthesis of a toy mechanism
Akademický rok:	2014/2015
Obor studia:	Teoretický základ strojního inženýrství
Ústav/odbor:	Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky Odbor Mechaniky a mechatroniky
Vedoucí bakalářské práce:	Ing. Petr Beneš, Ph.D.
Bibliografické údaje:	Počet stran: 41 Počet obrázků: 34 Počet příloh: 0

Klíčová slova:

mechanika, mechanická hračka, čtyřkloubový mechanismus, optimalizace, animace, mechanický převod

Keywords:

mechanics, mechanical toy, four-bar linkage, optimization, animation, mechanical transfer

Anotace:

Má bakalářská práce se zabývá řešením mechanismů používaných pro animaci figurek a pro pohyb hraček. Na zvoleném příkladu postavičky tlačící zeď je ukázán postup návrhu a optimalizace hnacího mechanismu a celé figurky pro dosažení realistického pohybu. Základem je soustava čtyřkloubových mechanismů propojených převody. Kinematické řešení, optimalizace a animační model jsou vytvořeny v prostředí Matlab.

Abstract:

My bachelor thesis deals with the solution of mechanisms used for animation figurines and toy mechanisms. Using the chosen sample – the figurine pushing a wall is shown the design process and the optimization of the drive mechanism and all the body parts to achieve the realistic movement. The basis of the system is the set of four-bar mechanisms synchronized by gears. Kinematics, optimization and animation model are created in Matlab environment.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v příloženém seznamu.

V Praze, dne

.....
Podpis

Poděkování

Děkuji Ing. Petru Benešovi, Ph.D. za rady, bez kterých bych se neobešel, ochotu a trpělivost, kterou mi při zpracování mé bakalářské práce věnoval. Dále děkuji Zuzce Včelákové, která mi byla hlavně psychickou oporou a vytvořila krásný, příjemný, barevný a láskyplný prostor k dokončení studia. Rovněž děkuji svým rodičům, kteří mi umožnili toto vzácné studium na vysoké škole a celou tu dobu mě podporovali. V neposlední řadě děkuji těm, kteří mi dodali energii a klid, a bez kterých by ani tato práce nemohla vzniknout a těmi jsou Dan, Ála, les, Franta, Slunce, voda, vesmír, ptáci.

Obsah

Anotační list.....	3
Prohlášení.....	4
Poděkování.....	5
Obsah	6
Seznam obrázků	7
1. Úvod	8
2. Stanovení cílů	10
3. Současný stav zkoumané problematiky	11
3.1. Mechanické postavičky a animace	11
3.2. Řešení mechanických postaviček	11
4. Rozbor mechanického řešení	14
4.1. Stupně volnosti.....	14
4.2. Metody řešení	15
4.2.1. Trigonometrická metoda.....	15
4.2.2. Vektorová metoda.....	16
4.3. Převody.....	18
5. Aplikace	21
5.1. Konkrétní případ.....	21
5.2. Sbírání trajektorie.....	21
5.3. Určování bodů otáčení jednotlivých mechanismů	22
5.4. Optimalizace.....	23
5.4.1. Mechanismus pro pohyb nohou (O1)	24
5.4.2. Mechanismus pro pohyb těla (O2).....	25
5.5. Převodování	27
5.6. Konečný konstrukční model	30
6. Výstup.....	31
6.1. Panáček	31
7. Závěr.....	39
8. Literatura.....	41

Seznam obrázků

Obrázek 1 – Mechanická figurka (2)	11
Obrázek 2 - Vačkový mechanismus (3)	12
Obrázek 3 – Klikový mechanismus (3)	12
Obrázek 4 – Čtyřkloubový mechanismus	14
Obrázek 5 – Rozměry čtyřkloubového mechanismu	15
Obrázek 6 – Nezávislé smyčky mechanismu (4).....	17
Obrázek 7 – Vektorová metoda.....	17
Obrázek 8 – Mechanické převody (5).....	19
Obrázek 9 – Složený převod ozubenými koly (5).....	19
Obrázek 10 – Body trajektorie pohybu trupu panáčka.....	21
Obrázek 11 – Body trajektorie pohybu nohy panáčka	21
Obrázek 12 – Body trajektorií umístěné v souřadnicovém systému (rozměry v cm)	22
Obrázek 13 – Rozměry čtyřkloubového mechanismu.....	23
Obrázek 14 – Výpočet ΔX	23
Obrázek 15 - Graf závislosti ΔX na počtu iterací pro optimalizaci mechanismu, který pohybuje nohou.....	25
Obrázek 16 – Trajektorie pro pohyb nohy	25
Obrázek 17 – Graf závislosti ΔX na počtu iterací pro optimalizaci mechanismu, který pohybuje trupem.....	26
Obrázek 18 – Trajektorie pohybu trupu	26
Obrázek 19 – Trajektorie a jejich mechanismu v souřadnicovém systému	27
Obrázek 20 – Vzdálenosti otáčecích bodů.....	28
Obrázek 21 – Minimální velikosti ozubených kol.....	28
Obrázek 22 – Návrh ozubených kol	29
Obrázek 23 – Návrh celého převodového mechanismu	29
Obrázek 24 – Smysl otáčení převodového mechanismu	30
Obrázek 25 – Převodový a čtyřkloubový mechanismus v souřadnicovém systému.....	30
Obrázek 26 – Rozměry lidského těla	31
Obrázek 27 – Rozměry pro zjištění souřadnic bodu D.....	32
Obrázek 28 – Bod C	33
Obrázek 29 – Délka FM.....	34
Obrázek 30 – Bod B.....	34
Obrázek 31 – Bod R.....	36
Obrázek 32 – Kompletní mechanismus s panáčkem.....	37
Obrázek 33 – Panáček se svalovou hmotou.....	37
Obrázek 34 – Panáček s konstrukcí.....	38

1. Úvod

Ve své práci se zabývám kinematickou syntézou mechanické hračky. Pod tímto zdánlivě komplikovaným názvem se skrývá kouzelný svět kinematických hraček, zkoumání jejich pohybu, a hledání jednoduchého klíče k jeho definování. Dovolte mi problematiku tohoto tématu vysvětlit na jednoduchém případě, navíc s nostalgickým nádechem. Každý z nás si zatím ještě pamatuje staré časy, kdy „děti tahaly kačera“. Za zkoumaný objekt bereme průměrné dítě a průměrného kačera. Dítě, tahající za sebou hračku po ideálním povrchu, otáčí kolečky stejnoměrně. Při nájezdu na nerovnost povrchu se ovšem kolečka otáčí každé jinou rychlostí. Pokud jsou naše požadavky na otáčení jednotlivých koleček takové, aby se otáčela stejnoměrně, tak toho můžeme dosáhnout jejich spojením hřídelí, pohyb jednoho kola bude přenášen na druhé a náš kačer si bude moct vesele vykračovat světem s oběma nohama otáčejícími se ve stejný okamžik zároveň nezávisle na náročnosti terénu. Propojení obou kol nám dává netušené možnosti a otevírá dveře ke stále dokonalejšímu pohybu hračky. Když hřídel spojujím na pevně s rámem kačera, tak už jenom vyosením hřídele, tedy situací, kdy hřídel nebude na svých koncích spojovat středy koleček, ale dva body mimo střed, kačer nám začne chaoticky poskakovat a kolíbat se. V tuto chvíli jsme narazili na zajímavý okamžik v našem příběhu. Samotné propojení koleček a hřídele v různém bodě dává celou škálu různorodých pohybů celého aparátu. To se může měnit buď na jednom konci, nebo obou, na kola mohou být připojeny další hřídele a kolečka a celá soustava získává na složitosti a rozmanitosti.

Právě jsme dospěli ke zrodu řešeného problému. Pohyb hračky není náhodný a jeho návrh, konstrukce a výroba je jen a jen dílem člověka. V našem ukázkovém případě záleží na vzdálenosti konce hřídele od středu kolečka, to však je pouhá špička ledovce problematiky, kterou nazýváme kinematika. Tato věda, která umožňuje korekci pohybu mechanismů, je nepostradatelná například pro výrobu pomůcek používaných v animačních technikách. Nalézt je ale můžeme i v každodenním životě, jako píсты v motoru, jízdní kolo, lanová dráha a jiné. Důležité je, definovat si, co vlastně pod pojmem mechanická hračka představit. Ze slovníku cizích slov se dozvíme, že slovo mechanický, znamená: jako automatický, samovolný, bez rozmyslu (o lidské činnosti). Tento moment je velmi zásadní pro další definování zadání, jelikož nám vylučuje nezanedbatelnou řádku mechanismů. Z definice nám jako první vypadne (pohybujeme-li se v úvahách o hračce) např. loutka ovladatelná člověkem pomocí provázků, kterou si lidé často neoprávněně zařazují do skupiny právě hraček mechanických. Mechanický pohyb je jednoznačně určený pohyb daný konstrukcí mechanismu. Takové zařízení můžeme chápat i tak triviální věci jako je kladka nebo dveře. Pohyby nemusí být přímé, ale mohou opisovat složitější dráhu. Po vyrobení konstrukce je

tedy potřeba dodat pouze počáteční energii člověkem nebo poháněcím mechanismem, soukolí pak bude vykonávat předurčený pohyb. Příklad: metronom se bude hýbat sám ze strany na stranu a nebudu muset u něj stát a ručně jím kývat.

Co nám z toho vyplývá? Hračka bude opisovat pohyb pouze s vloženou počáteční energií, stejně, jako to v úvodu dělá náš kačer. Tato vlastnost je velkou výhodou pro simulování pohybu, který hračka vykonává opakovaně např. pohybování nohami, kývání ocasem, mrkání. Možnost opakování pohybu, jenž by jinak vznikal pracně, je základním kamenem, na kterém staví především tvůrci animací, ale využijí ji i výrobci hraček. Stačí si požadovaný pohyb nastudovat v realitě a převést jej do křivek, které budou opisovat třeba nohy plížící se šelmy. Ovšem, jak nám vyplývá, hračky, loutky či jiné předměty potřebné pro natočení filmu, nebo k hraní divadla, musí zvládat daleko složitější pohyb, než jen houpání se ze strany na stranu. Záleží pouze na požadavcích, které si pro danou hračku zvolíme. Jak toho docílíme? Co budu všechno potřebovat k opsání požadované křivky? A jak zjistím poměry jednotlivých částí mechanismu? To jsou otázky, které si kladu při tvorbě své bakalářské práce a k jejich řešení hledám klíč, který bude efektivnější než metoda pokus omyl.

2. Stanovení cílů

Mým cílem je navrhnout, co nejpřesnější mechanismus, který vytváří pohyb hračky. Předpokládám, že vím jakou křivku, chci pomocí mechanismu opisovat. Chci toho dosáhnout pomocí moderní techniky, v mém případě jsem si zvolil programovací prostředí Matlab. Součástí řešení je seznámení se s metodami modelování kinematiky rovinných mechanismů se smyčkami a kinematická analýza pohybových mechanismů hraček. Výsledek ověřím pomocí animace v Matlabu.

Co budu muset udělat pro získání modelu hračky:

- 1) Zjistit z jakých mechanismů se hračky vyrábějí
- 2) Rozebrat možnosti řešení mechanismu
- 3) Zjistit reálné trajektorie mé vybrané hračky
- 4) Pomocí Matlabu najít syntézu kinematických parametrů zvoleného mechanismu
- 5) Animovat pomocí Matlabu celý mechanismus pohybu hračky i s hračkou samotnou

3. Současný stav zkoumané problematiky

3.1. Mechanické postavičky a animace

Je mnoho způsobů jak animovat. Každý druh animace je specifický a vyžaduje odlišné postupy. V dřívějších dobách, kdy nebylo tolik druhů technologií, byla animace dělena především na animaci kreslenou a loutkovou. Dnes je výběr technologií mnohem bohatší, tudíž i jejich rozdělení bude jiné. Animace se dělí na 2D a 3D animaci, pod které následně spadá několik dalších podkategorií. Nejznámější animovanou dvojicí je Tom a Jerry, která je vytvořena klasickou kreslenou animací. U nás je touto technikou známý třeba Krteček od Zdeňka Milera. Zajímavou techniku animace zvolil Jan Švankmajer u filmu Jídlo. Technika se nazývá pixilace. Je to druh animace, kdy animujete živou osobu nebo předmět. Objekt animace se pohybuje velmi pomalu. Každý drobný pohyb jednoduše nasnímá fotoaparát.

Dnes se animace řeší především skrz počítače, zvláště pak ve velkých animačních studiích jako je Pixar, Walt Disney nebo DreamWorks. Buď vytvářím celou animaci v počítači, nebo si nasnímám pohybující se objekt, který poté přenesu do počítače. Pro přesný pohyb nestačí pouhá loutka, ale postavička v podobě mechanické figurky jako na Obrázek 1. Takových to mechanických procesů se používá například i při výrobě hraček (1).



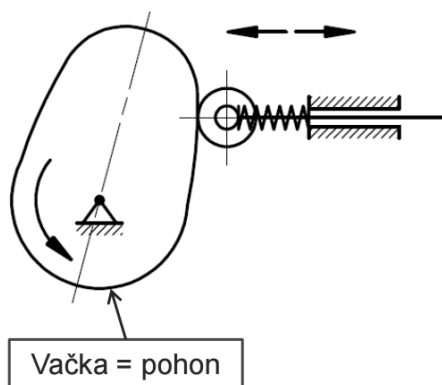
Obrázek 1 – Mechanická figurka (2)

3.2. Řešení mechanických postaviček

Takový pohyb mechanické hračky se může zdát složitý. Ale v podstatě je jednoduchý a pomocí mechaniky dokážu pohyb přesně naplánovat a vypočítat. Používá se u jednoduchých mechanismů, které jsou mezi sebou převodovány.

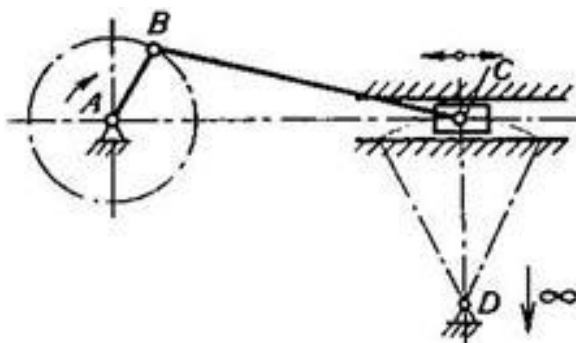
Mechanické postavičky se řeší pomocí různých mechanických operací. Jsou to vačkové mechanismy, klikové mechanismy, čtyřkloubové mechanismy a jejich kombinace. Každý mechanismus se používá pro specifický pohyb, který díky svým vlastnostem vykonává pouze on.

Pomocí vačkového mechanismu, který je na Obrázek 2 - Vačkový mechanismus Obrázek 2, dochází k přeměně rotačního pohybu na pohyb posuvný vratný nebo kývavý, případně mohou vytvářet převod mezi dvěma posuvnými pohyby. Vačkové mechanismy jsou buď rovinné, nebo prostorové křivkové mechanismy. Křivkový člen (vačka) bývá hnací a k němu doléhá člen hnaný. Vačka má obvykle vejčitý tvar. Je o ni opřeno zdvihátko, které je k ní přitlačeno pružinou. Při otáčení vačky se zdvihátko pohybuje podle tvaru vačky. Tvarem vačky lze mechanicky „naprogramovat“ dobu a výšku zdvihu v závislosti na jejím natočení. Vačkový mechanismus pracuje s malým zdvihem a používá se například u lisů.



Obrázek 2 - Vačkový mechanismus (3)

Klikový mechanismus, zobrazený na Obrázek 3, jsou technická zařízení umožňující změnu otáčivého pohybu na přímočarý vratný nebo obráceně přímočarý vratný na otáčivý. Klikový mechanismus je používán ve spalovacích motorech vozidel, u pístových čerpadel a kompresů.



Obrázek 3 – Klikový mechanismus (3)

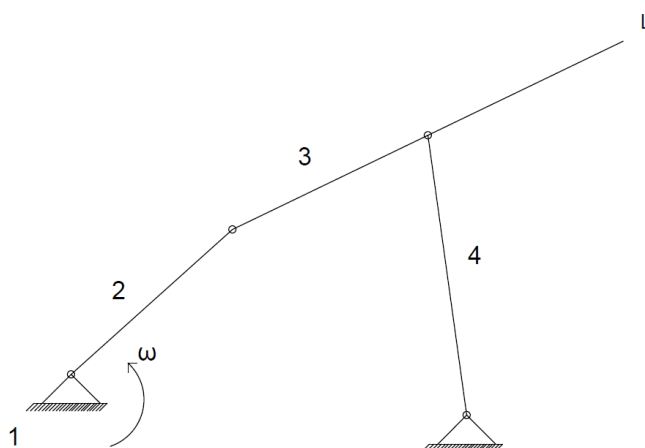
Čtyřkloubový mechanismus, který je na Obrázek 4, nám umožňuje převést rotační pohyb na křivku. Tento mechanismus jsem si vybral pro svou hračku a řeším ho dále ve své práci. Postavičky se pohybují pomocí dvou a více čtyřkloubových mechanismů.

Postavičky mají jeden poháněný vstup, na který jsou pomocí převodů (ozubené kolo, tření) navázané pohybové mechanismy.

Konkrétní křivky, které chci, aby jednotlivé části opisovaly, budu řešit pomocí optimalizace v Matlabu.

4. Rozbor mechanického řešení

4.1. Stupně volnosti



Obrázek 4 – Čtyřkloubový mechanismus

Počet nezávislých složek pohybu mechanismu jako celku nazýváme počet stupňů volnosti a značíme je n . Pro jedno obecné těleso v rovině je $n=3$ (rotace a dva směry posuvu). Jelikož stykové vazby brání pohybu tělesa, odebírají mu stupně volnosti.

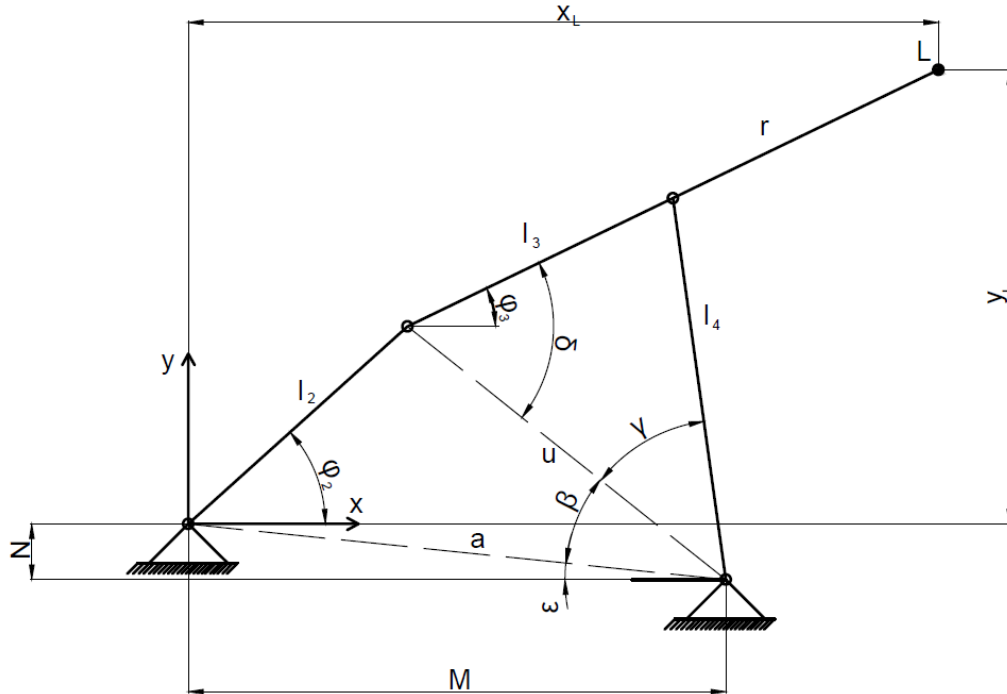
- vazba rotační odebírá dva stupně volnosti (posun vertikálně a posun horizontálně)
- vazba posuvná odebírá dva stupně volnosti (rotaci a kolmý posun než se sama posouvá)
- valivá vazba odebírá také dva stupně
- vetknutí odebírá všechny tři stupně volnosti
- obecná vazba jen jeden stupeň

V našem případě máme 4 obecná tělesa, z nichž jeden je rám, který se nijak nepohybuje. Dále máme 4 rotační vazby. Z čehož nám vyplívá následující počet stupňů volnosti:

$$n = 3 * (4 - 1) - 2 * 4 = 1^\circ \quad (4.1)$$

Vyšel nám jeden stupeň volnosti, což odpovídá naší situaci. Ten jeden stupeň volnosti, umožňuje mechanismu se rotačně pohybovat. Tím vzniká požadovaná křivka v bodě L.

4.2. Metody řešení



Obrázek 5 – Rozměry čtyřkloubového mechanismu

4.2.1. Trigonometrická metoda

Trigonometrická metoda k výpočtu používá rozdělení do trojúhelníků, jako je na Obrázek 5, a následně řešení pomocí Pythagorovy věty, sinové věty a kosinové věty. Rozměry mechanismu jsou nám známy a jsou to délky M , N , l_2 , l_3 , l_4 a r . Úhel φ_2 je dán otáčením mechanismu. Musíme spočítat souřadnice bodu L , závislých na úhlu pootočení φ_2 , pomocí známých hodnot.

Nejdříve si spočteme délku a pomocí Pythagorovy věty:

$$a = \sqrt{M^2 + N^2} \quad (4.2)$$

Dále vypočteme délku u pomocí kosinové věty a tím dostaneme potřebné trojúhelníky:

$$u^2 = l_2^2 + a^2 - 2al_2 \cos \varphi_2 \quad (4.3)$$

Z toho nám vyplývá, že u je:

$$u = \sqrt{l_2^2 + a^2 - 2al_2 \cos \varphi_2} \quad (4.4)$$

Pomocí funkce tangens si dopočteme úhel ε :

$$\varepsilon = \operatorname{tg} \frac{M}{N} \quad (4.5)$$

Pomocí sinové věty spočteme úhel β :

$$\frac{\sin \beta}{l_2} = \frac{\sin(\varphi_2 + \varepsilon)}{u} \quad (4.6)$$

Úpravou dostaneme:

$$\frac{\sin \beta}{l_2} = \frac{\sin(\varphi_2 + \varepsilon)}{u} \quad (4.7)$$

Kosinovou větou si dopočteme úhel γ :

$$l_3^2 = l_4^2 + u^2 - 2ul_4 \cos \gamma \quad (4.8)$$

Po úpravě dostaneme:

$$\gamma = \arccos \frac{u^2 + l_4^2 - l_3^2}{2ul_4} \quad (4.9)$$

Dále vypočteme úhel δ pomocí sinové věty:

$$\frac{\sin \delta}{l_4} = \frac{\sin \gamma}{l_3} \quad (4.10)$$

Vzorec upravíme a dostaneme:

$$\delta = \arcsin \left(\frac{\sin \gamma}{l_3} l_4 \right) \quad (4.11)$$

Úhel φ_3 dopočítáme z úhlů γ, β a ε :

$$\varphi_3 = \delta - \varepsilon - \beta \quad (4.12)$$

Teď už máme vše potřebné k tomu, abychom zjistili souřadnice bodu L:

$$x_L = l_2 \cos \varphi_2 + (r + l_3) \cos \varphi_3 \quad (4.13)$$

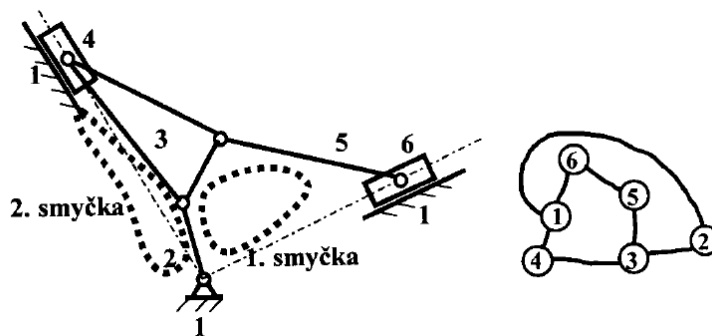
$$y_L = l_2 \sin \varphi_2 + (r + l_3) \sin \varphi_3 \quad (4.14)$$

4.2.2. Vektorová metoda

Trigonometrickou metodu lze použít jen pro některé jednodušší mechanismy. Obecně to bohužel není možné. Proto je v mnoha případech nutné použít jiný způsob a tím je vektorová metoda. Při tomto typu řešení se hledají hodnoty závislých souřadnic pro dané

hodnoty nezávislých (vstupních) souřadnic na základě iteračního procesu vycházejícího z hodnot závislých souřadnic zjištěných po předchozí polohu.

Nejprve zjistíme počet na sobě nezávislých smyček mechanismu. Smyčku mechanismu si můžeme představit jako uzavřený orientovaný graf, kde uzly grafu jsou jednotlivé členy včetně rámu a hran grafu jsou vazby, jak vyplývá z Obrázek 6.



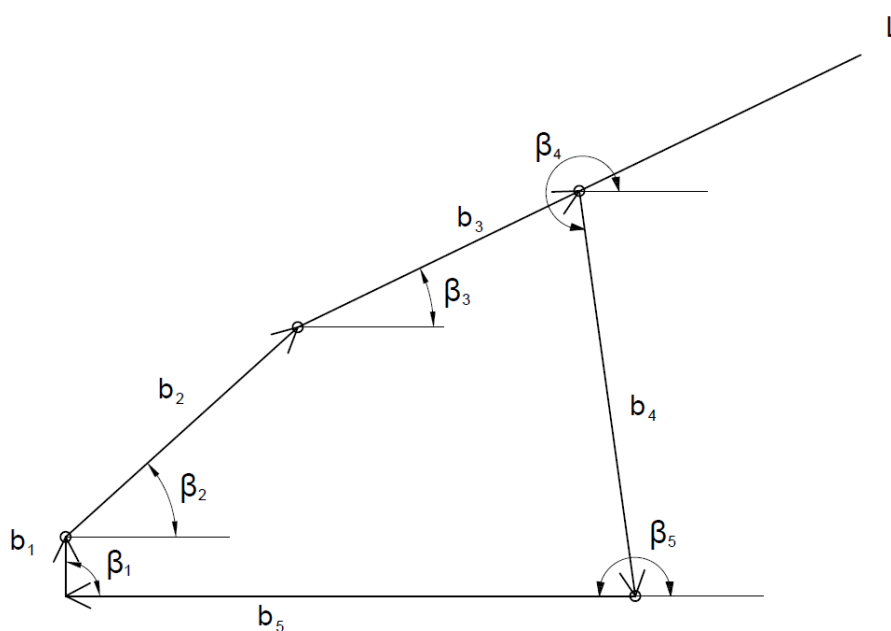
Obrázek 6 - Nezávislé smyčky mechanismu (4)

$$l = d + m - u + 1 \quad (4.15)$$

když d je počet vazeb, m počet předepsaných pohybů a u je počet členů včetně rámu, tak dostaneme:

$$l = 4 + 0 - 4 + 1 = 1 \quad (4.16)$$

Zavedeme vektory \vec{b}_i takovým způsobem, aby tvořily uzavřenou křivku, tak jako na Obrázek 7. Smyčku můžeme popsat rovnicí $\sum \vec{b}_i = \vec{0}$. Jednotlivé vektory jsou definovány velikostí b_i a úhlem β_i , a to tak, že úhel β_i je měřen on kladného směru osy x, viz Obrázek 7.



Obrázek 7 - Vektorová metoda

$$x: b_1 \cos \beta_1 + b_2 \cos \beta_2 + b_3 \cos \beta_3 + b_4 \cos \beta_4 + b_5 \cos \beta_5 = 0 \quad (4.17)$$

$$y: b_1 \sin \beta_1 + b_2 \sin \beta_2 + b_3 \sin \beta_3 + b_4 \sin \beta_4 + b_5 \sin \beta_5 = 0 \quad (4.18)$$

Dále zvolíme závislé a nezávislé souřadnice. Počet nezávislých souřadnic je roven počtu stupňů volnosti.

Nezávislé souřadnice jsou ty, které jsou definované poháněcím ústrojím $q = [\beta_2]$

Závislé souřadnice jsou odvozené z nezávislé souřadnice $z = \begin{bmatrix} \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix}$

Ostatní souřadnice jsou konstanty.

Velikost závislých souřadnic určím podobnou metodou jako u trigonometrické metody.

Pro náš bod L můžeme zjistit souřadnice, když započítáme délku r takto:

$$x_L = b_2 \cos \beta_2 + b_3 \cos \beta_3 + r \cos \beta_3 \quad (4.19)$$

$$y_L = b_2 \sin \beta_2 + b_3 \sin \beta_3 + r \sin \beta_3 \quad (4.20)$$

A dostaneme tím stejné rovnice jako při trigonometrické metodě.

Dosadíme za souřadnice naše veličiny.

$$\beta_2 = \varphi_2 \quad (4.21)$$

4.3. Převody

Mechanický převod je součástí mechanického stroje, která přenáší sílu mezi pohyblivými částmi stroje, které nejčastěji konají otáčivý pohyb (kola).

Mechanické převody se používají pro přenos otáčivého pohybu z hřídele hnacího na hřídel hnaný.

Převod se může uskutečnit buď:

- přímo - tj. kontaktním stykem kol (převody třecí a ozubenými koly)
- nepřímý - tzv. opásáním (převody řemenové, řetězové, lanové)

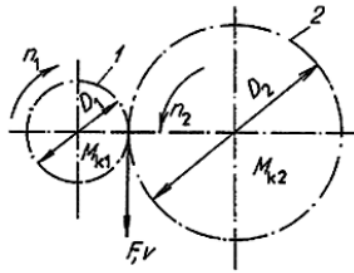
Tato spojení mohou být:

- silová - převody třecí a řemenové (tření, součinitel tření)
- tvarová - převody řetězové a ozubenými koly

Pro označení převodů používáme tzv. převodový poměr (i), který vyjadřuje poměr otáček, poměr průměrů kol, poměr počtu zubů kol a poměr krouticích momentů. Je odvozen z rovnosti obvodových rychlostí převodu ($v_1 = v_2$).

1) Jednoduché převody jsou na Obrázek 8

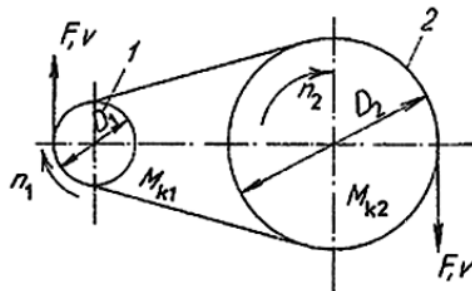
ozubenými koly



1 - index pro hnací část
2 - index pro hnanou část

n_1 - otáčky hnacího kola
 n_2 - otáčky hnaného kola
 D_1 - průměr hnacího kola
 D_2 - průměr hnaného kola
 M_{k1} - krouticí moment na hnací hřídeli
 M_{k2} - krouticí moment na hnané hřídeli
 z_1 - počet zubů hnacího kola
 z_2 - počet zubů hnaného kola
 P_1 - výkon na hnací hřídeli
 P_2 - výkon na hnané hřídeli

plochým řemenem



Obrázek 8 – Mechanické převody (5)

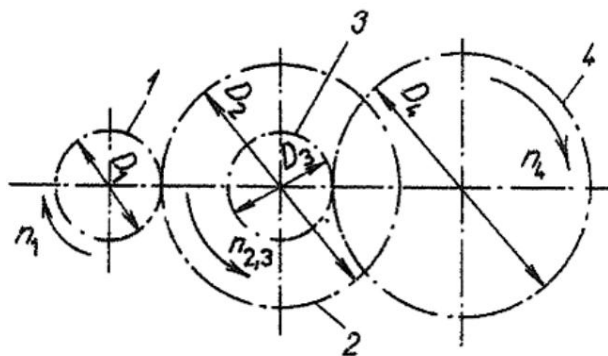
Odvození převodového poměru i_{12} z rovnosti obvodových rychlostí převodu:

$$v_1 = v_2 \quad (4.22)$$

$$\pi D_1 n_1 = \pi D_2 n_2 \quad (4.23)$$

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{z_2}{z_1} \quad (4.24)$$

2) Složený převod na Obrázek 9



Obrázek 9 – Složený převod ozubenými koly (5)

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} \quad (4.25)$$

$$i_{23} = \frac{n_2}{n_3} = 1 \quad (4.26)$$

$$i_{34} = \frac{n_3}{n_4} \quad (4.27)$$

$$n_2 = n_3 \quad (4.28)$$

$$i_{14} = i_{12}i_{34} = \frac{n_1 n_3}{n_2 n_4} = \frac{n_1}{n_4} \quad (4.29)$$

$$i_{14} = \frac{D_2}{D_1} \cdot \frac{D_4}{D_3} \quad (4.30)$$

5. Aplikace

5.1. Konkrétní případ

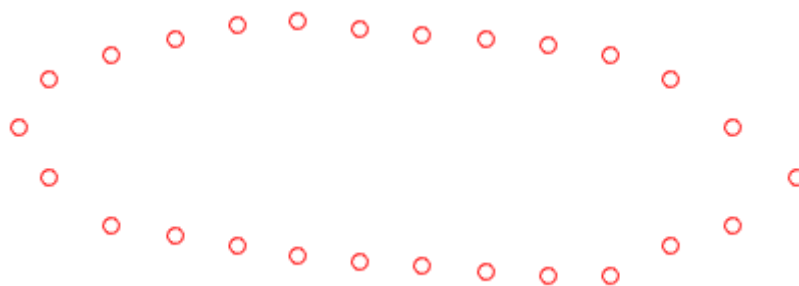
Já jsem si sestavil hračku ze tří čtyřkloubových mechanismů. Je to panáček, který vypadá, že odtlačuje zeď a pohybuje při tom nohama na místě. Jeden mechanismus je uchycen za spodní část trupu panáčka. Zbylé dva mechanismy vytvářejí křivku pro pohyb nohou. Každý mechanismu pro jednu nohu.

5.2. Sbírání trajektorie

Pro nalezení trajektorie lze volit mezi různými prostředky. Například se mohu nechat snímat pomocí přístroje, který identifikuje jednotlivé určité body na těle a podle nich tvoří animaci, kterou pak přenáší do počítače. Nebo jsem si mohl obléct speciální oblek, kde jsou na klíčových místech umístěny gyroskopy, které zaznamenávají orientaci jednotlivé části. Jelikož mé prostředky zdaleka nejsou takové, zvolil jsem dostupný jednoduchý způsob.

Pro nalezení trajektorií, které opisují křivku mého pohybu, jsem se natočil na video při stejném pohybu, jaký chci, aby vykonávala má hračka. Poté jsem si video pustil z projektoru na zeď a opisoval trajektorii na papír. Vyšli mi takovéto dvě trajektorie.

Jeden mechanismus je uchycen za spodní část trupu panáčka a jeho body trajektorie jsou na Obrázek 10.



Obrázek 10 – Body trajektorie pohybu trupu panáčka

Zbylé dva mechanismy vytvářejí křivku pro pohyb nohou. Každý mechanismu pro jednu nohu a jejich body trajektorie jsou na Obrázek 11.

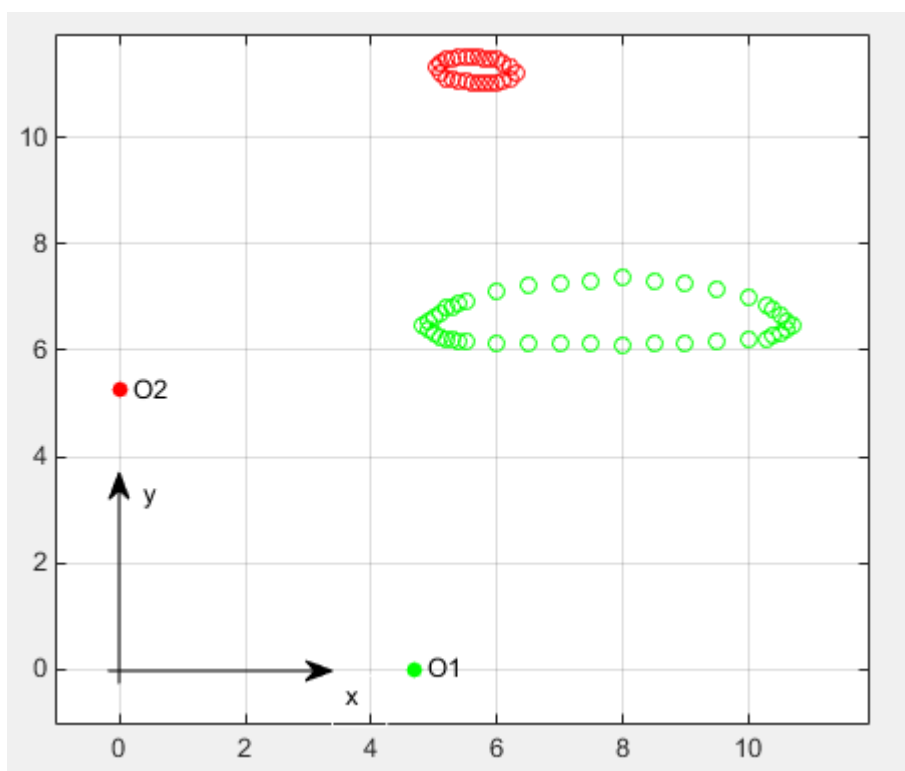


Obrázek 11 – Body trajektorie pohybu nohy panáčka

Obě dvě trajektorie jsou vůči sobě v poměru velikostí, tak i jejich vzdálenost. Jejich umístění závisí na vzdálenosti mezi nimi a jejich velikost jsem volil tak, aby celá postavička nebyl příliš malá ani příliš velká.

5.3. Určování bodů otáčení jednotlivých mechanismů

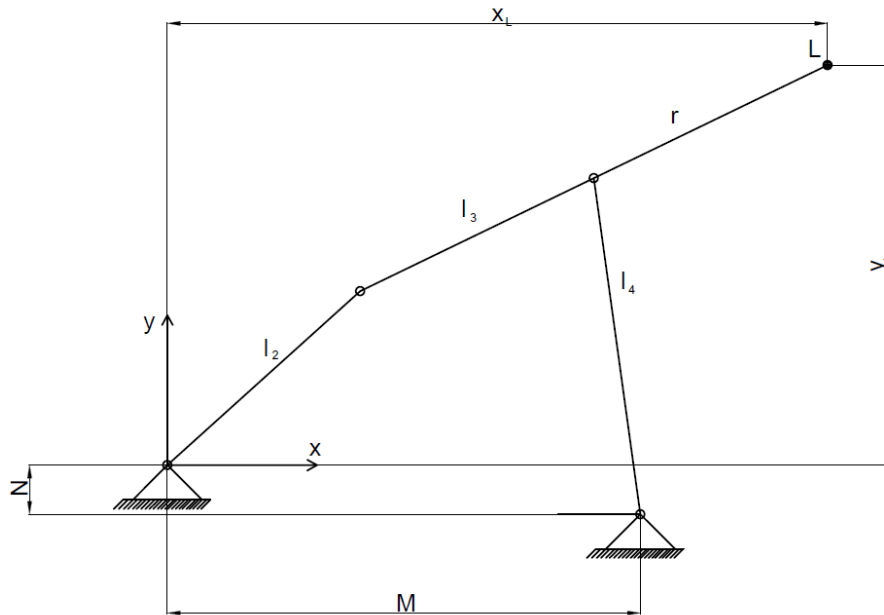
U každé trajektorie jsem volil bod, ve kterém bude osa rotace hnaného členu čtyřkloubového mechanismu. Nelze je zvolit jen tak ledabyle. Zaprvé musí být pevně uchyceny v konstrukci, která bude společná pro celou hračku. Zadruhé je musím zvolit v určité vzdálenosti od požadované křivky, aby byl mechanismus vůbec křivku opisovat, ale zase nesmím bod zvolit moc daleko, aby konstrukce nebyla příliš obrovská. Další kritérium je, aby si mechanismy vzájemně nepřekážely. Po několika zkoušení mi vyšly dva body pro mé trajektorie. Zavedl jsem souřadnicový systém tak, že jedním bodem prochází osa y a druhým bodem osa x. Do souřadnicového systému jsem zanesl body nalezených trajektorií a bodů, kde bude poháněcí ústrojí mechanismů, což jsem zobrazil na Obrázek 12 – Body trajektorií umístěné v souřadnicovém systému. Měřítko trajektorií jsem zvolil, tak aby celkové rozměry hračky byly 10 až 15 cm.



Obrázek 12 – Body trajektorií umístěné v souřadnicovém systému (rozměry v cm)

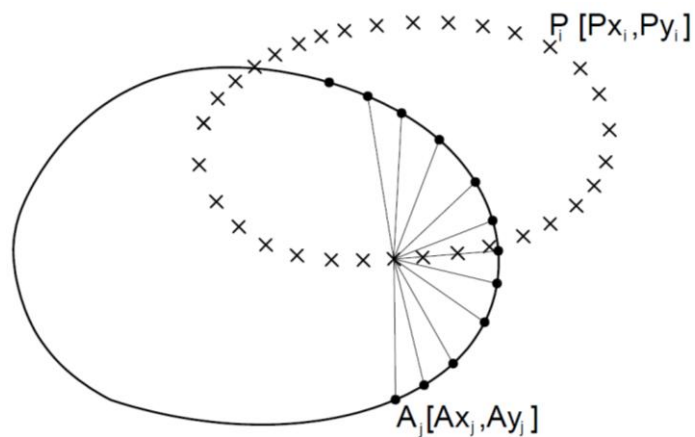
5.4. Optimalizace

V předchozím bodě jsem našel trajektorie. Teď potřebuji takový čtyřkloubový mechanismus aby, co nejpřesněji kopíroval mé nalezené křivky. Na čtyřkloubovém mechanismu mohu měnit šest rozměrů a to jsou délky M, N, l_2, l_3, l_4 a r , které jsou na Obrázek 13.



Obrázek 13 – Rozměry čtyřkloubového mechanismu

Optimalizace rozměrů mechanismu je provedena na základě hodnoty funkce ΔX , kterou spočtu dle Obrázek 14. Body A_j tvoří trajektorii, kterou opisuje mechanismus a P_i jsou body, které jsem našel a kterým se chci pomocí optimalizace co nejvíce přiblížit.



Obrázek 14 – Výpočet ΔX

Pro každý jednotlivý bod P_i spočtu vzdálenost ke všem bodům A_j a vyberu tu nejmenší. Poté sečtu všechny nejmenší vzdálenosti u všech bodů P_i . Vzorec pro výpočet pak, vypadá následovně:

$$DeltaX = \sum_i \min_j |A_j P_i| \quad (5.1)$$

Vzdálenost bodů $|A_j P_i|$ se spočte:

$$|A_j P_i| = \sqrt{(P_{xi} - A_{xi})^2 + (P_{yi} - A_{yi})^2} \quad (5.2)$$

K optimalizaci využívám program Matlab. Matlab má v sobě předdefinovanou optimalizační funkci *fminsearch*. Optimalizačními parametry jsou tedy rozměry M, N, l_2, l_3, l_4 a r . Funkce (5.1) je cílovou funkcí, jejíž hodnotu minimalizujeme.

S každými novými parametry mechanismu vypočte má naprogramovaná funkce trajektorii a porovná s požadovanou trajektorií, kterou vytvářejí body, které jsem našel a vrátí funkci *fminsearch* hodnotu *DeltaX*. Ta se potom rozhodne, zda udělala změnu délky dobře či ne. Program pracuje do té doby, dokud je odchylka trajektorií větší než kterou jsem zadal nebo pokud už se odchylka nemění, což znamená, že jde o nejlepší možný výsledek (6).

5.4.1. Mechanismus pro pohyb nohou (O1)

Pomocí optimalizace jsem našel čtyřkloubý mechanismus, jehož bod opisuje, co nejpřesněji křivku, kterou chci. Optimalizace trvá přibližně 28 vteřin, s procesorem o velikosti 2,1 GHz. Čas optimalizace závisí na předvolených parametrech, jako je počet iterací, maximální odchylka, počet volání funkce pro výpočet trajektorie aj. Parametry mechanismu vyšly následující:

$$r = 3,7 \text{ cm}$$

$$l_2 = 1,37 \text{ cm}$$

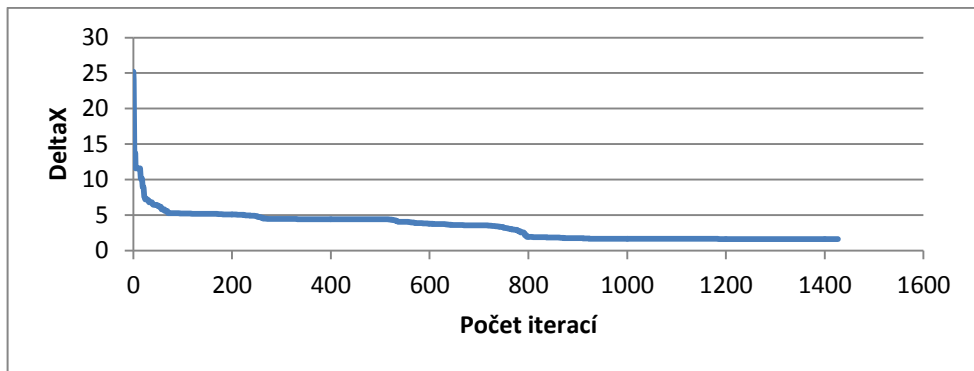
$$l_3 = 3,87 \text{ cm}$$

$$l_4 = 3,85 \text{ cm}$$

$$M = 3,14 \text{ cm}$$

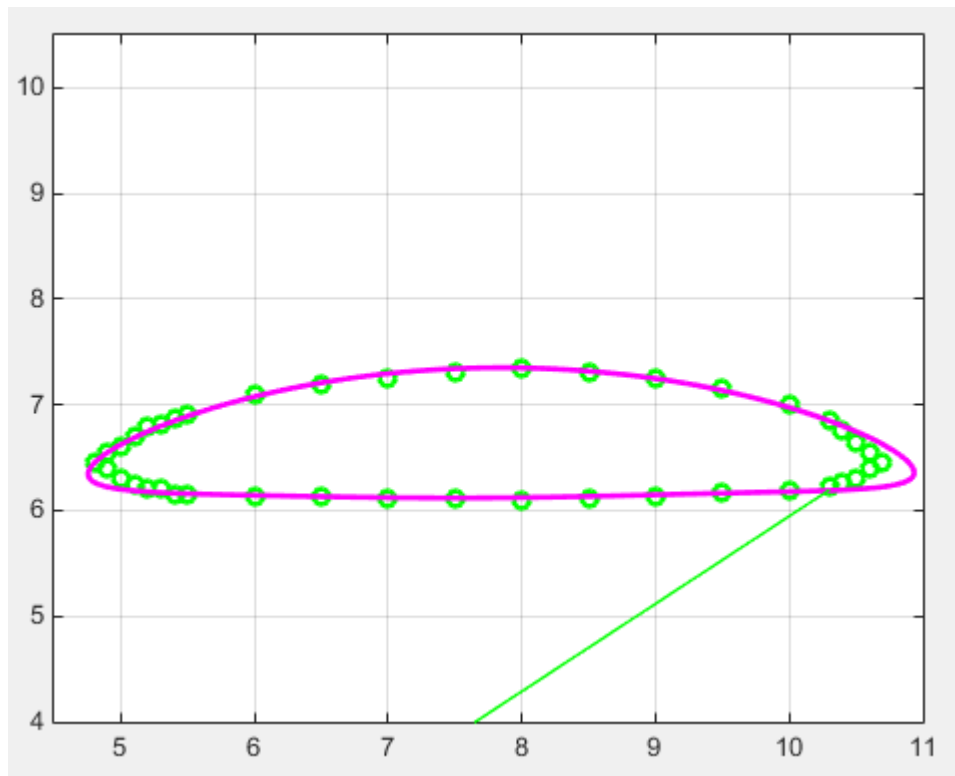
$$N = 0 \text{ cm}$$

DeltaX klesá počtem iterací podle Obrázek 15.



Obrázek 15 - Graf závislosti *DeltaX* na počtu iterací pro optimalizaci mechanismu, který pohybuje nohou

Na Obrázek 16 je zobrazeno jak, mechanismus s těmito rozměry kopíruje mé body.



Obrázek 16 – Trajektorie pro pohyb nohy

5.4.2. Mechanismus pro pohyb těla (O2)

Pomocí optimalizace jsem našel čtyřkloubý mechanismus, jehož bod opisuje, co nejpřesněji křivku pro pohyb. Optimalizace trvá přibližně 10 vteřin, s procesorem o velikosti 2,1 GHz. Tato optimalizace je rychlejší, protože bodů mé nalezené trajektorie je méně.

Parametry mechanismu vyšly následující:

$$r = 4 \text{ cm}$$

$$l_2 = 0,4 \text{ cm}$$

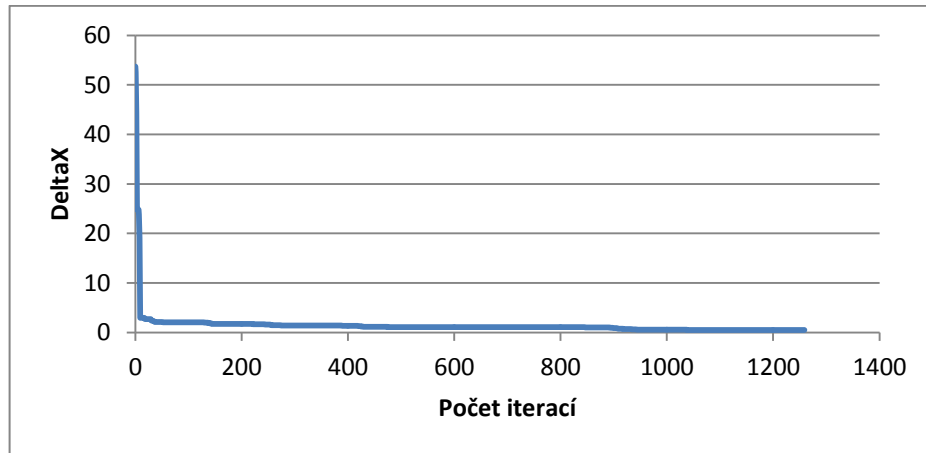
$$l_3 = 4,29 \text{ cm}$$

$$l_4 = 4,15 \text{ cm}$$

$$M = 4,38 \text{ cm}$$

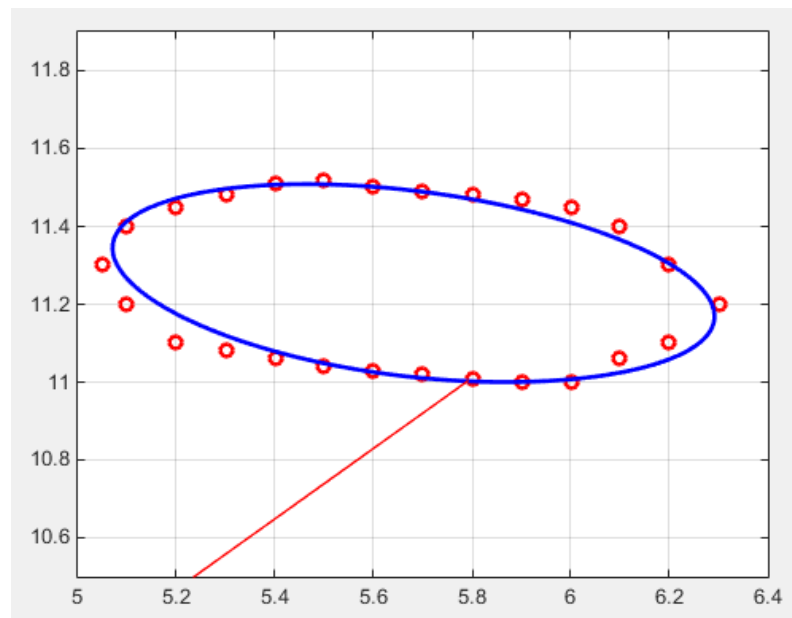
$$N = 0,77 \text{ cm}$$

DeltaX klesá počtem iterací podle Obrázek 17.



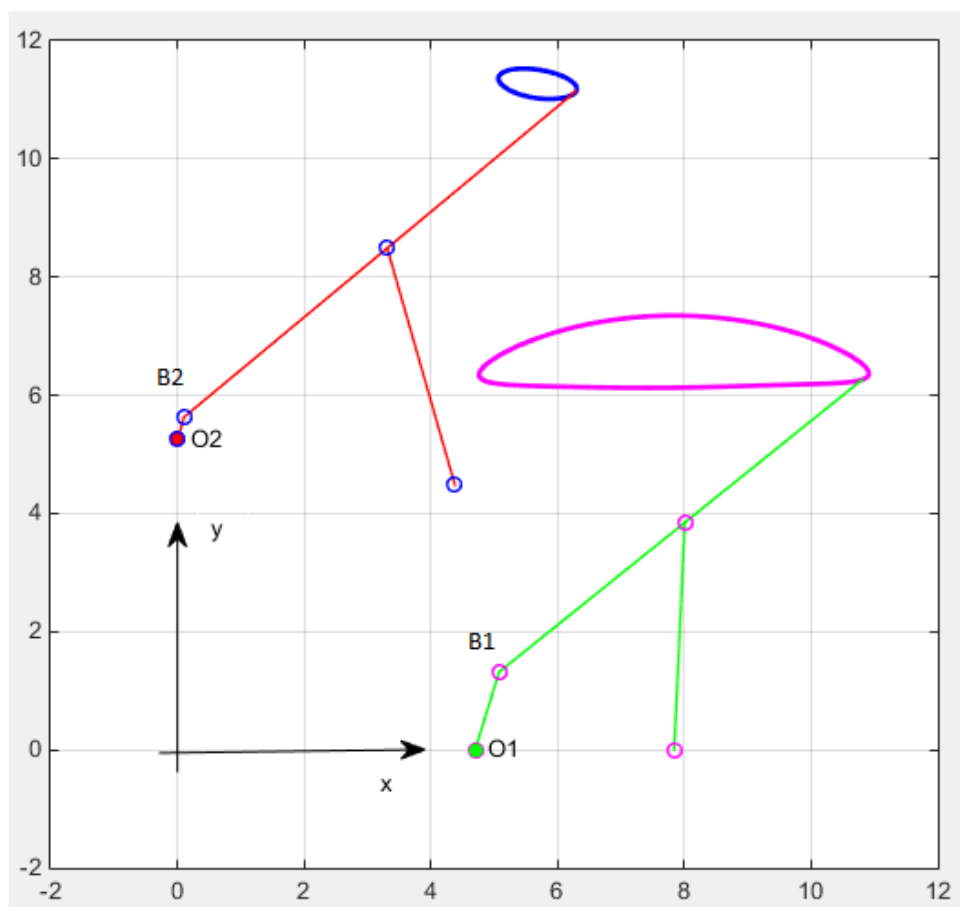
Obrázek 17 – Graf závislosti DeltaX na počtu iterací pro optimalizaci mechanismu, který pohybuje trupem

Na Obrázek 18 je zobrazeno jak, mechanismus s těmito rozměry kopíruje mé body.



Obrázek 18 – Trajektorie pohybu trupu

Oba dva mechanismy i s jejich délkami, které nám vyšly z optimalizace, jsou zobrazeny na Obrázek 19.



Obrázek 19 – Trajektorie a jejich mechanismu v souřadnicovém systému

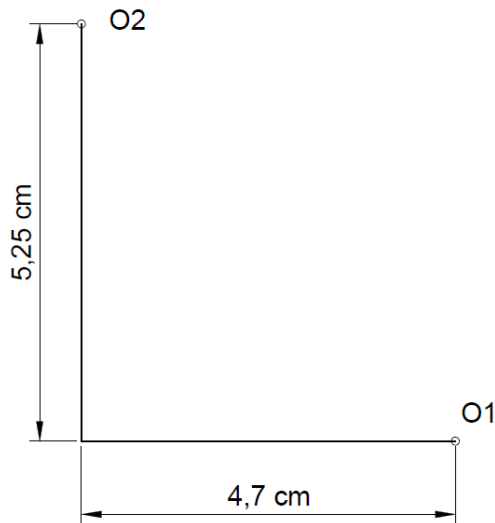
5.5. Převodování

Převodování budu provádět pomocí ozubených kol. Požadavky na velikost a převodový poměr jsou následující:

- 1) Délka l_2 je minimální velikost ozubeného kola, jehož střed otáčení je bod O1 nebo O2. A to proto, že bod B1 nebo B2 je pevně spojen s ozubených kolem, vlastně to je bod na ozubeném kole ve vzdálenosti l_2 . Tím pádem délka l_2 není realizována pomocí tyče, ale pomocí ozubeného kola.
- 2) Oba dva mechanismy budou mít stejný směr otáčený.
- 3) Mechanismus pohánějící nohy bude dvakrát pomalejší než mechanismus pohánějící tělo. Protože při každém kroku, který postavička udělá, se musí mechanismus pohánějící tělo otočit kolem dokola o 360° . Převodový poměr bude 2.
- 4) Pohyb nohou je prováděn paralelně a jednotlivé nohy jsou vůči sobě posunuty o úhel otáčení 180° .

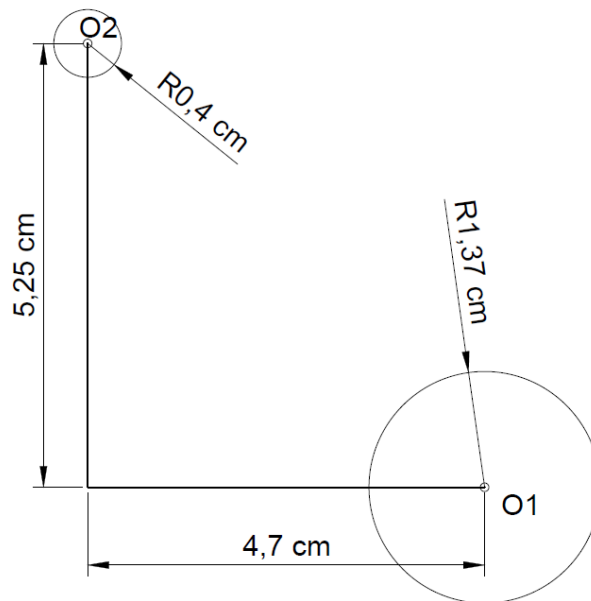
- 5) V mé práci neřeším síly v ozubení a požadavky na rozměry zubů a ozubených kol obecně. Omezím se pouze na kinematiku, tj. na poloměry roztečných kružnic.

Na Obrázek 20 vidíme vzdálenost jednotlivých bodů, pro které potřebuji převod uskutečnit.



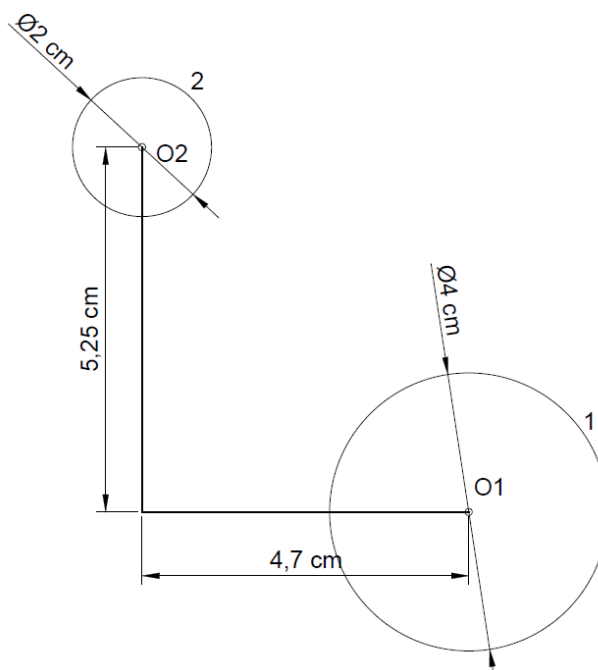
Obrázek 20 – Vzdálenosti otáčecích bodů

Ozubené kolo se středem O1 bude muset mít minimální poloměr délky $l_2 = 1,37$ cm a ozubené kolo se středem O2 minimální poloměr délky $l_2 = 0,4$ cm. Jejich vykreslení vidíme na Obrázek 21.



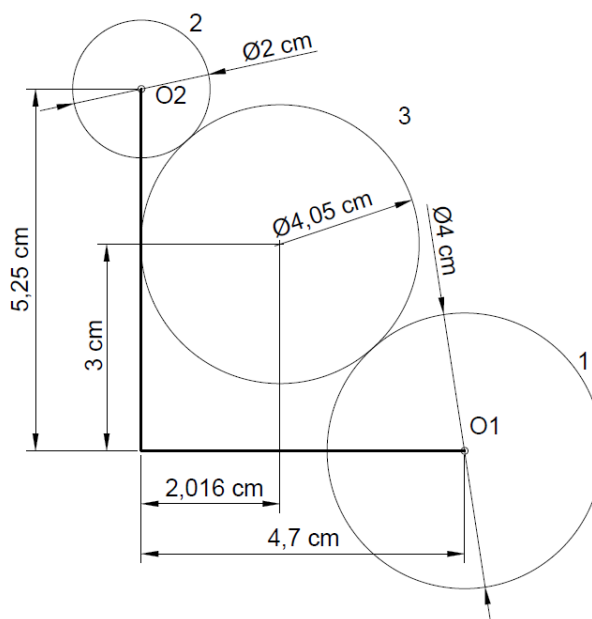
Obrázek 21 – Minimální velikosti ozubených kol

Volím průměry kol menší kolo 2 cm a větší kolo 4 cm. Tím mám zajištěno, že poloměry kol jsou o dost větší než délky l_2 . Vidno na Obrázek 22. Záměrně volím větší kolo dvakrát větší, kvůli výslednému převodovému poměru 2.



Obrázek 22 – Návrh ozubených kol

Abych docílil opačného směru otáčení na kole 1 a 2, musí být celkový počet kol lichý. To znamená, že můžu vložit jedno, tři, pět kol. Jelikož převodový poměr nezáleží na tom, jak velké kolo vložím mezi krajní kola, tak kola 1 a 2 spojím kolem s průměrem, co nejmenším, jež vidím na Obrázek 23. A zároveň konstrukce bude méně komplikovanější.

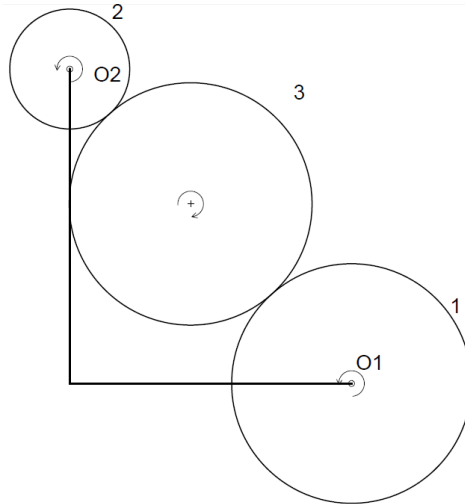


Obrázek 23 – Návrh celého převodového mechanismu

Tímto uspořádáním jsem vyřešil převodový poměr, který se rovná

$$i = \frac{d_1}{d_3} * \frac{d_3}{d_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{4}{2} = 2 \quad (5.3)$$

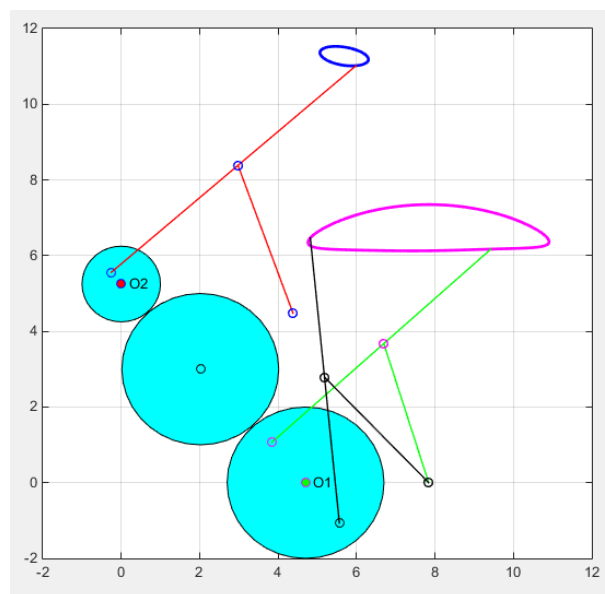
a dále jsem vyřešil i smysl otáčení, který je stejný na kolech 1 a 2 podle schématu, které můžete vidět na Obrázek 24.



Obrázek 24 – Smysl otáčení převodového mechanismu

5.6. Konečný konstrukční model

Když svůj zrak upřete na Obrázek 25, tak můžete vidět, jak bude vypadat celé konstrukční řešení mé hračky. Pohyb druhé nohy bude zajišťovat stejný čtyřkloubový mechanismus, který se otáčí okolo bodu O1. Obě dvě poháněcí kola mechanismu budou na stejné hřídeli. Kolo u druhé nohy už nemusí být ozubené.



Obrázek 25 – Převodový a čtyřkloubový mechanismus v souřadnicovém systému

6. Výstup

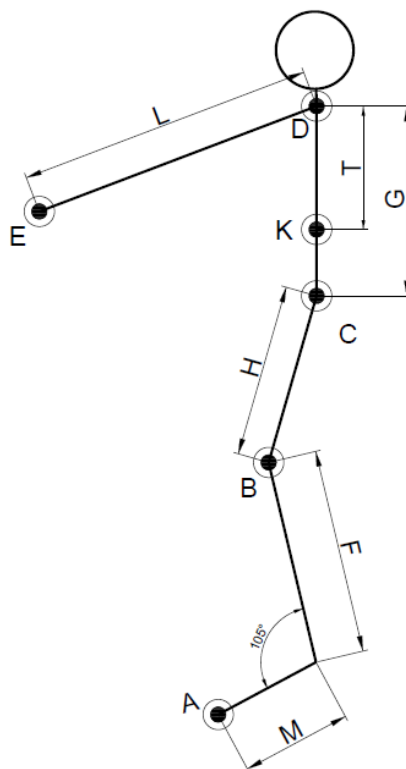
Konstrukci pohybového mechanismu už mám hotovou. Zbývá ještě napojit mého panáčka a připevnit ho k pevné konstrukci.

6.1. Panáček

Zvolil jsem si panáčka podobně vysokého jako já, to je 180 cm. Přibližná délka mého kroku je 80 cm. Našel jsem si anatomii lidského těla a poměry jeho jednotlivých částí (7), protože měření na živé osobě se neukázalo vůbec smysluplné. Délka kroku v souřadnicovém systému hračky je 5,9 cm. Porovnal jsem ho s délkou skutečného kroku a vyšlo mi měřítko 13,56. Čímž jsem podělil všechny délky těla, abych je mohl zanést do souřadnicového systému hračky.

	krok	výška	M	F	H	G	L	T
skutečná délka (cm)	80	180	20,3	41	47,5	52	71	x
délka v grafu (cm)	5,9	13,2	1,5	3	3,5	3,85	5,25	3

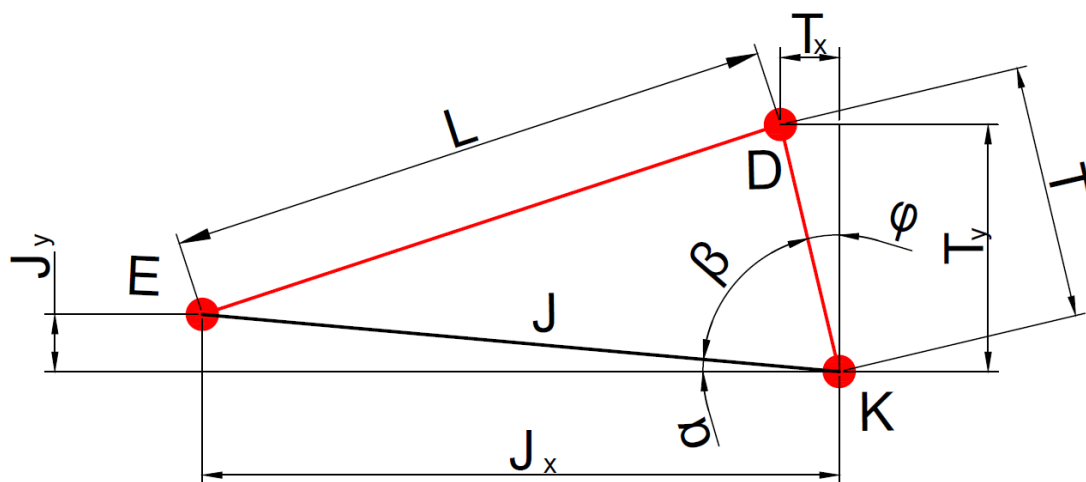
Na Obrázek 26 jsou vyznačeny jednotlivé délky a otočné klouby, kde se vůči sobě otáčejí jednotlivé části panáčka nebo panáček vůči čtyřkloubovému mechanismu či pevné konstrukci.



Obrázek 26 – Rozměry lidského těla

Bod A je otočně spojen s čtyřkloubovým mechanismem pohánějící nohu. Vlastně body A jsou dva, každý na jedné noze. Bod E je otočně spojen s pevnou konstrukcí hračky. Další bod K je spojen s čtyřkloubovým mechanismem, který otáčí trupem.

Abych mohl kostru panáčka zanést do mé animace, tak potřebuji znát pohyb všech bodů. Musím znát jejich trajektorii. Tu spočítám pomocí trojúhelníků, podobně jako u samotného čtyřkloubového mechanismu.



Obrázek 27 – Rozměry pro zjištění souřadnic bodu D

Z Obrázek 27 si spočteme souřadnice bodu D. Souřadnice bodu K, jsou nám známe, protože to jsou body trajektorie čtyřkloubového mechanismu a souřadnice bodu E jsou také známe a jsou $E = [-1,13]$. Rozdílem souřadnic bodů K a E spočtu jejich vzdálenost a úhel α . Jednotlivé rovnice budu uvádět již v konečné úpravě pro daný rozměr. Podrobné úpravy jsou uvedeny ve čtvrté kapitole při rozboru čtyřkloubového mechanismu.

$$J_x = K_x - E_x \quad (6.1)$$

$$J_y = E_y - K_y \quad (6.2)$$

Pomocí Pythagorovy věty dopočteme vzdálenost:

$$J = \sqrt{J_x^2 + J_y^2} \quad (6.3)$$

Funkcí tangens spočteme úhel α :

$$\alpha = \arctg \frac{J_y}{J_x} \quad (6.4)$$

Pomocí kosinové věty dopočteme úhel β :

$$\beta = \arccos \frac{(J^2 + T^2 - L^2)}{2 * J * T} \quad (6.5)$$

Součet úhlů α, β a φ je 90° a z toho vyplývá:

$$\varphi = 90^\circ - (\alpha + \beta) \quad (6.6)$$

Dál potřebuji znát jednotlivé složky délky T, ty zjistím pomocí funkcí sinus a cosinus:

$$T_x = T * \sin\varphi \quad (6.7)$$

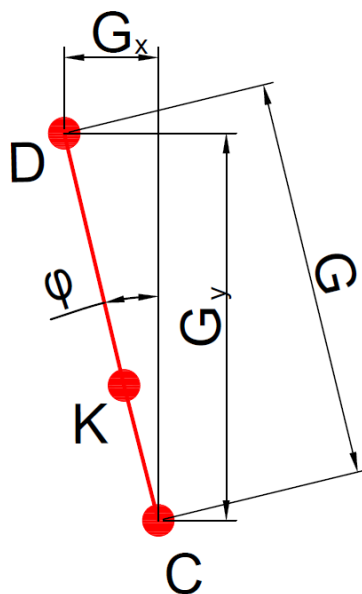
$$T_y = T * \cos\varphi \quad (6.8)$$

Souřadnice bodu D zjistím, když od souřadnic bodu K odečtu či přičtu složky délky T:

$$D_x = K_x - T_x \quad (6.9)$$

$$D_y = K_y + T_y \quad (6.10)$$

Dále si spočteme bod C, který leží na stejném tělese jako body K a D, které jsou znázorněny na Obrázek 28.



Obrázek 28 - Bod C

Souřadnice bodu C zjistím, když od souřadnice D odečtu či přičtu složky délky G a složky délky G spočtu jako u předchozích bodů pomocí goniometrických funkcí:

$$G_x = G * \sin\varphi \quad (6.11)$$

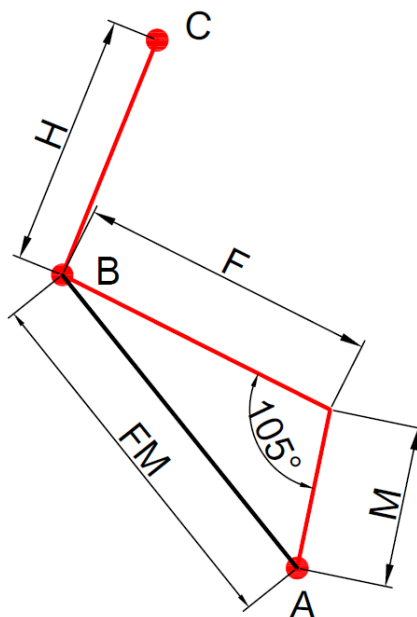
$$G_y = G * \cos\varphi \quad (6.12)$$

$$C_x = D_x + G_x \quad (6.13)$$

$$C_y = D_y - G_y \quad (6.14)$$

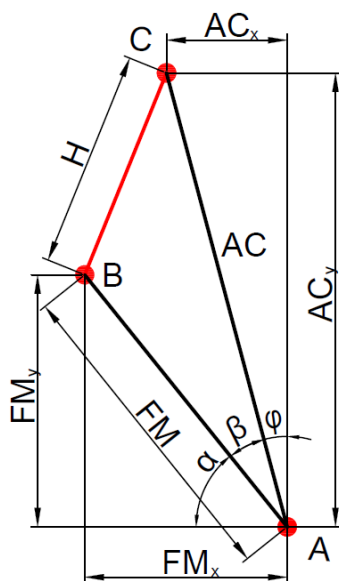
Zbývá nám dopočítat ještě souřadnice bodu B. Protože mezi délkami F a M je pevný úhel, tak je nahradíme spojnicí bodů A a B. Jež můžeme vidět na Obrázek 29. Tu si spočtu pomocí kosinové věty:

$$FM = \sqrt{F^2 + M^2 - 2 * F * M * \cos(105^\circ)} \quad (6.15)$$



Obrázek 29 - Délka FM

Pomocí nového schématu na Obrázek 30 dopočteme souřadnice bodu B.



Obrázek 30 - Bod B

Souřadnice bodu A, jsou nám známé, protože to jsou body trajektorie čtyřkloubového mechanismu. Rozdílem souřadnic bodů A a C spočtu jejich vzdálenost AC a úhel φ .

$$AC_x = A_x - C_x \quad (6.16)$$

$$AC_y = C_y - A_y \quad (6.17)$$

Pomocí Pythagorovy věty dopočteme vzdálenost:

$$AC = \sqrt{AC_x^2 + AC_y^2} \quad (6.18)$$

Funkcí tangens spočteme úhel α :

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{AC_x}{AC_y} \quad (6.19)$$

Pomocí kosinové věty dopočteme úhel β :

$$\beta = \arccos \frac{(AC^2 + B^2 - H^2)}{2 * AC * B} \quad (6.20)$$

Součet úhlů α, β a φ je 90° a z toho vyplývá:

$$\alpha = 90^\circ - (\varphi + \beta) \quad (6.21)$$

Dál potřebuji znát jednotlivé složky délky FM, ty zjistím pomocí funkcí sinus a cosinus:

$$FM_x = FM * \cos\varphi \quad (6.22)$$

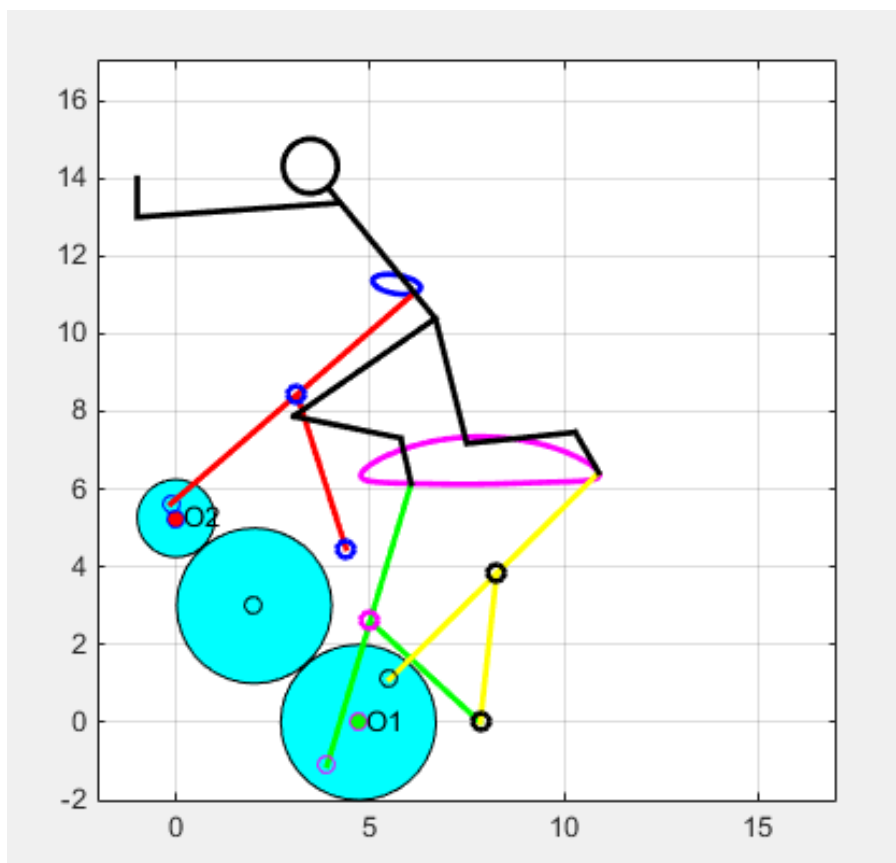
$$FM_y = FM * \sin\varphi \quad (6.23)$$

Souřadnice bodu B zjistím, když od souřadnic bodu A odečtu či přičtu složky délky FM:

$$B_x = A_x - FM_x \quad (6.24)$$

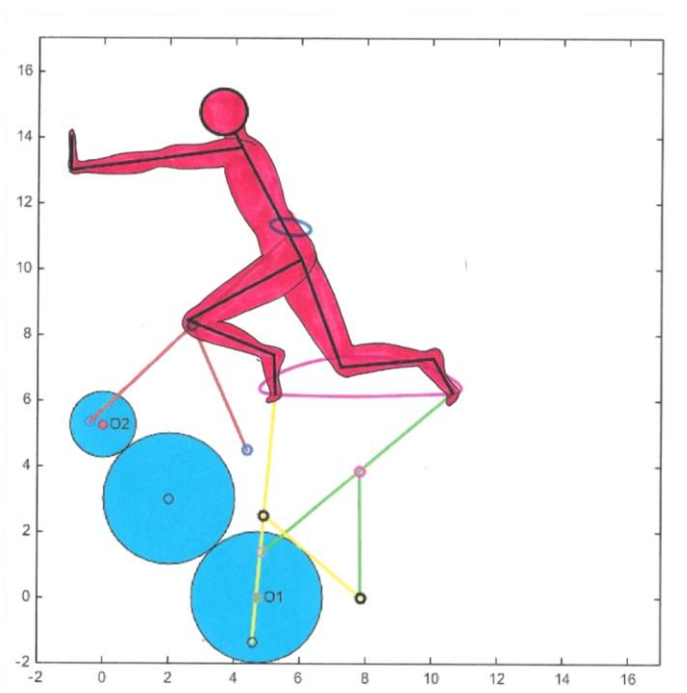
$$B_y = A_y + FM_y \quad (6.16)$$

Poslední zbývající části panáčka jsou právě délky F a M, které svírají pevný úhel. Jejich průsečík, který jsem označil R, jež je zveřejněno na Obrázek 31, spočtu už velice jednoduše.



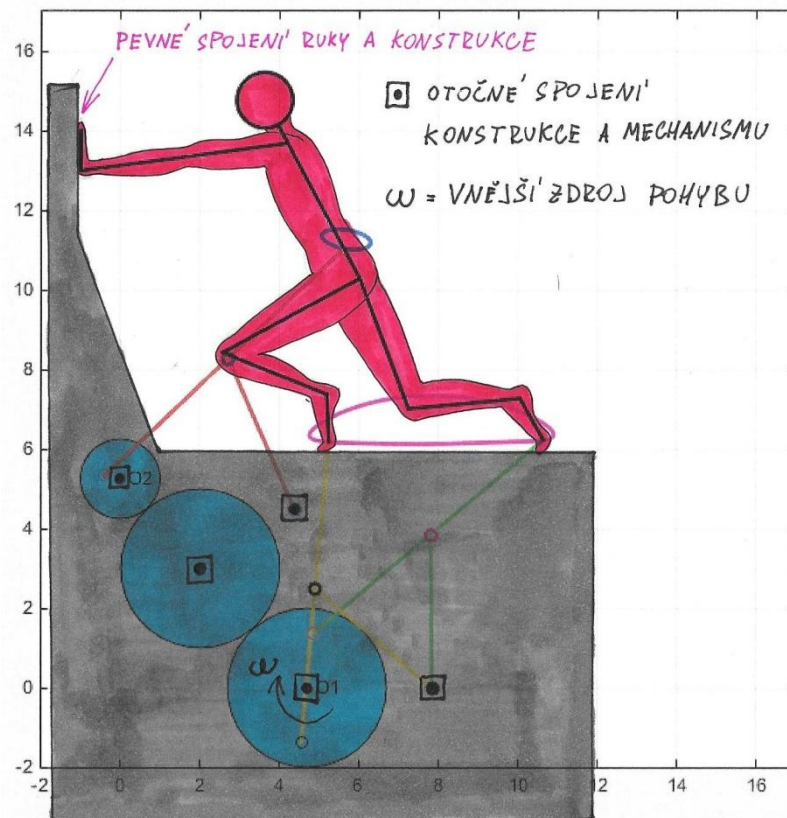
Obrázek 32 – Kompletní mechanismus s panáčkem

Pro ilustraci jsem kostru panáčku obalil svalovou hmotou, jak je možné vidět na Obrázek 33.



Obrázek 33 – Panáček se svalovou hmotou

Na Obrázek 34 je už konečný panáček i s konstrukcí.



Obrázek 34 – Panáček s konstrukcí

7. Závěr

Cílem mé práce bylo seznámit se s metodami vytváření animací a s mechanismy používanými při výrobě hraček. Dále rozebrat, jakými možnostmi lze řešit mechanismus oné hračky. Poté zjistit reálné trajektorie, jaké hračka opisuje. Následně najít takový mechanismus, aby vyhovoval pohybu mé zvolené hračky. A v poslední řadě mechanismus hračky animovat a tím i ověřit správnost řešení.

Ve třetí kapitole mé práce jsem zjistil, že se pro animaci přesného pohybu využívají mechanické figurky. Pohyb figurek se zdál na první pohled velice komplikovaný, ale při bližším prozkoumání jsem odhalil, že se figurka skládá z jednoduchých mechanismů, které se neustále opakují a jsou mezi sebou převodovány. V další části kapitoly jsem rozebral mechanismy, které se pro pohyb figurky používají nejčastěji – čtyřkloubový, klikový a vačkový mechanismus. Tyto mechanismy se používají jak pro výrobu animovaných figurek, tak i pro pohyb různých hraček.

Já jsem si pro pohyb své hračky vybral čtyřkloubový mechanismus. Nejdříve jsem potřeboval přesně analyzovat mechanismus a každou jeho část, abych znal trajektorie, které opisuje. Tuto analýzu jsem řešil ve čtvrté kapitole, kde jsou popsány i různé metody pro řešení kinematiky rovinné mechanické soustavy se smyčkami. Já jsem si nakonec vybral trigonometrickou metodu. V poslední části kapitoly jsem se zabýval mechanickými převody, které jsou použity pro vzájemné provázání několika pohybů jedné figurky.

Po vyřešení mechanismu, jsem musel najít křivku, kterou bude daný mechanismus opisovat. Mou postavičkou se stal panáček, který tlačí do zdi. Jeho pohyb je realizován s pomocí dvou čtyřkloubových mechanismů pro pohyby nohou a třetího mechanismu, který je spojen s trupem postavičky. Pro získání trajektorie jsem využil jednoduchého a mě dostupného postupu. Natočil jsem se na video při pohybu, který chci, aby panáček vykonával a následně po jeho promítnutí určil trajektorie bodů, za které bude uchycen čtyřkloubový mechanismus. Pro nalezení takových mechanismů, které by co nejpřesněji opisovaly moji křivku, jsem použil optimalizaci funkcí `fminsearch` v programovacím prostředí Matlab. Tato funkce mění parametry mechanismu v závislosti na hodnotě cílové funkce, která byla definována jako rozdíl mezi požadovanou trajektorií a trajektorií generovanou navrhovaným mechanismem. Propojení nalezených mechanismů, tak aby byla zajištěna správná synchronizace pohybů, bylo realizováno pomocí převodů. V této práci jsou převody řešeny pouze schematicky, takže jsem nepočítal přesná ozubená kola a jejich zuby, pouze jsem naznačil, jaké by byly jejich valivé průměry. Celý výpočet jsem naprogramoval v prostředí Matlab, kde jsem vytvořil i animační model.

V poslední kapitole jsem řešil samotného panáčka. Nejdříve jsem si musel určit jeho rozměry a pouhým měřením jsem to nedokázal moc přesně a tak jsem použil odbornou literaturu, kde jsem si našel poměry jednotlivých částí těla. Poté jsem podobně jako u mechanismu potřeboval znát, jak se jeho části pohybují, abych mohl vytvořit animaci. Jako u mechanismu jsem situaci řešil pomocí trigonometrické metody. Trajektorie potřebných bodů jsem spočítal a přidal k animaci mechanismu. Nakonec už jsem jenom ručně dokreslil na kostru panáčka jeho tělo a následně přidal konstrukci, ve které je mechanismus uchycen.

Dalším námětem v této oblasti by mohla být optimalizace polohy hnacích členů mechanismů. Rozšířením o další typy mechanismů - například vačkové, klikové, bychom dále zvětšili spektrum postaviček, které lze tímto způsobem vytvořit. Řešení by však zůstalo v podstatě stejně složité. Dále by bylo možné konstrukčně dořešit ozubená kola a konstrukci hračky a hračku celou vyrobit.

8. Literatura

1. Technologie animace. *Animuj.cz*. [Online] [Citace: 10. 6 2015.]
<http://www.animuj.cz/technologie-animace/>.
 2. **Noris, G.** *Computational Design of Mechanical Characters*. The Walt Disney Company, In: Youtube [online]. Zveřejněno 20. 07. 2013 [vid. 2015-03-23]. Dostupné z:
<https://www.youtube.com/watch?v=DfznnKUwywQ>, 2013.
 3. **KŘÍŽ, Rudolf a kol.** *Stavba a provoz strojů III: Mechanismy*. Praha : SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1979. L13-C2-V-43f/25561.
 4. **VALÁŠEK, Michael, Václav BAUMA a Zbyněk ŠIKA.** *Mechanika B. Vyd. 1. Praha: ČVUT, 2004, 121 s. . SBN 80-01-02919-0.*
 5. **KŘÍŽ, Rudolf a kol.** *Strojírenská konstrukce I*. Praha : SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1986. 621.7(075.3).
 6. **The MathWorks, Inc.** Matlab . *Help Documentation - fminsearch*. [Online] [Citace: 2. 5 2015.]
<http://www.mathworks.com/help/matlab/ref/fminsearch.html>.
 7. **Dreyfuss, Henry.** *The Measure of Man and Woman: Human Factors in Design*. New York : Whitney Library of Desing, 2001. 978-0471099550 .
- Pomocí programu **Matlab R2014b** od firmy The MathWorks, Ins. jsou vytvořeny obrázky: 10, 11, 12, 16, 18, 25, 32.
- Pomocí programu **AutoCad 2013** od firmy Autodesk, Inc. jsou vytvořeny obrázky: 4, 5, 7, 13, 14, 20, 21, 22, 23, 24, 26, 27, 28, 29, 30, 31.