

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

ÚSTAV PROCESNÍ A ZPRACOVATELKÉ TECHNIKY

**PROUDĚNÍ TAVENIN POLYMERŮ VE  
ZPRACOVATELSKÝCH ZAŘÍZENÍCH**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vysoká škola:  
Ústav:

ČVUT v Praze  
12118

Fakulta: strojní  
Akademický rok: 2014/2015

# ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

*pro* **Martina Češková**

*program* B2342 Teoretický základ strojního inženýrství

*obor* 2301R000 bezoborový

*název česky:* **Proudění tavenin polymerů ve zpracovatelských zařízeních**

*název anglicky:*

**Flow of polymer melt in processing equipment**

## *Zásady pro vypracování*

### **Zadání:**

Na základě teoretických znalostí zjednodušeně analyzujte proudění tavenin polymerů ve vytlačovací hlavě a vstřikovací formě zařízení pro zpracování termoplastů. Při zpracování bakalářské práce se zaměřte zejména na:

- zpracujte přehled zařízení a technologií pro zpracování termoplastů a tokových vlastností těchto materiálů potřebných pro analýzu výrobního procesu,
- analyticky odvoďte tlakové proudění taveniny polymeru ve štěrbině mezi dvěma pevnými rovnoběžnými deskami,
- aplikujte výsledky teoretického rozboru pro výpočet doby vstřikování jednoduchého výrobku z termoplastu.

*Rozsah grafických prací:* dle potřeby

*Rozsah průvodní zprávy:* cca 20 stran, obsah dle bodů v zadání práce

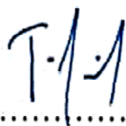
*Seznam odborné literatury:* dle doporučení vedoucího práce a vlastní rešerše

*Vedoucí bakalářské práce:* Prof. Ing. Tomáš Jirout, Ph.D.

*Konzultant bakalářské práce:*

*Datum zadání bakalářské práce:* 22. dubna 2015

*Termín odevzdání bakalářské práce:* 26. června 2015



.....  
prof. Ing. Tomáš Jirout, Ph.D.  
Vedoucí ústavu



.....  
prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.  
Děkan fakulty

V Praze dne 22. dubna 2015

Neodevzdá-li student bakalářskou nebo diplomovou práci v určeném termínu, tuto skutečnost předem písemně zdůvodnil a omluva byla děkanem uznána, stanoví děkan studentovi náhradní termín odevzdání bakalářské nebo diplomové práce. Pokud se však student řádně neomluvil nebo omluva nebyla děkanem uznána, může si student zapsat bakalářskou nebo diplomovou práci podruhé.

*Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.*

Zadání bakalářské práce převzal dne 28.4.2015



.....  
Martina Češková

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracovala samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedla jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Praze dne .....

.....

Martina Češková

## ***Poděkování***

Ráda bych poděkovala vedoucímu bakalářské práce prof. Ing. Tomáši Jiroutovi, Ph.D. za odborné vedení, trpělivost a ochotu, kterou mi věnoval. Dále bych chtěla poděkovat firmě Revel, s. r. o. za poskytnutí potřebných informací.

## ***Anotační list***

**Jméno autora:** Martina

**Příjmení autora:** Češková

**Název práce česky:** Proudění tavenin polymerů ve zpracovatelských zařízeních

**Název práce anglicky:** Flow of polymer melt in processing equipment

**Rozsah práce:**  
počet stran: 43  
počet obrázků a grafů: 21  
počet tabulek: 2  
počet příloh: 0

**Akademický rok:** 2014/2015

**Jazyk práce:** český

**Ústav:** Ústav procesní a zpracovatelské techniky (U12118)

**Studijní program:** Teoretický základ strojího inženýrství (B2342)

**Vedoucí práce:** prof. Ing. Tomáš Jirout, Ph.D.

**Oponent:**

**Zadavatel:** Ústav procesní a zpracovatelské techniky, Fakulta strojní ČVUT v Praze

**Anotace:** Tato práce se zabývá technologiemi zpracování polymerů, zejména vstřikováním pseudoplastických látek (termoplastů) do forem. Obsahuje přehled technologií pro zpracování plastů a analýzu proudění mezi dvěma rovnoběžnými nepohyblivými deskami s odvozením vztahů pro vstřikování za konstantního tlaku a průtoku. Dále zahrnuje aplikaci teoretických znalostí a odvozených vztahů na reálný příklad při vstřikování.

**Klíčová slova:** tokové vlastnosti polymerů, termoplasty, vstřikování do forem

**Abstract:** This thesis is focused on polymer processing technologies, particularly on mould injection of pseudoplastic fluids (thermoplastics). It contains analysis of polymer flow between parallel fixed panels supplemented with derivation of mould injection while constant pressure respectively rate of flow. Theoretical knowledge and derived formulas of polymer flow will be specified with a concrete example of mould injection.

**Keywords:** polymer flow, thermoplastics, mould injection

**Využití:** proudění tavenin plastů ve vtokových soustavách forem

# OBSAH

Poděkování.....	4
Anotační list .....	5
OBSAH.....	6
ÚVOD .....	8
1 TECHNOLOGIE ZPRACOVÁNÍ PLASTŮ .....	9
1.1 Vytlačování .....	9
1.2 Vstřikování.....	9
1.3 Vyfukování.....	10
1.4 Lisování.....	10
1.5 Válcování .....	10
1.6 Vypěňování.....	11
1.7 Máčení.....	11
2 VSTŘIKOVÁNÍ PLASTŮ DO FOREM.....	12
2.1 Používané druhy polymerů .....	13
2.1.1 Příměsi .....	14
3 REOLOGIE .....	16
3.1 Konstruktivní rovnice .....	16
3.2 Nenevtonské modely .....	17
3.2.1 Čistě viskózní látky .....	18
3.2.2 Viskoplastické látky .....	18
3.3 Základní rovnice.....	19
3.3.1 Předpoklady .....	20
3.3.2 Rovnice kontinuity pro nestlačitelné tekutiny.....	20
3.3.3 Cauchyho rovnice.....	21
3.3.4 Konstruktivní rovnice – pseudoplastický model.....	22
3.3.5 Odvození rychlostního profilu a průtoku ve štěrbině pro mocninné látky .....	23
4 NÁVRH VSTŘIKOVACÍHO LISU .....	27
4.1 Vybraný model.....	27
4.2 Vstupní parametry měřky .....	28

4.3	Odvození průtoku při konstantním tlaku ve štěrbině pro mocninné látky v závislosti na čase $t$ .....	31
4.4	Odvození tlakové ztráty ve štěrbině při konstantním průtoku pro mocninné látky v závislosti na souřadnici $x$ a čase $t$ .....	33
4.5	Doba plnění při konstantním tlaku .....	34
4.6	Objemový průtok při plnění formy za konstantního tlaku.....	35
4.7	Rychlostní profil při konstantním tlaku.....	36
4.8	Doba plnění při konstantním průtoku .....	37
4.9	Tlaková ztráta v průběhu plnění formy za konstantního průtoku.....	38
4.10	Volba lisu .....	39
	ZÁVĚR.....	40
	SEZNAM NEJČASTĚJI POUŽÍVANÝCH SYMBOLŮ .....	42
	SEZNAM OBRÁZKŮ .....	44
	SEZNAM GRAFŮ .....	44
	SEZNAM TABULEK .....	44



## ÚVOD

Otázku jaký použít materiál si člověk pokládal vždy. Již několik tisíc let před naším letopočtem se hojně využívala keramika, prvními kovovými materiály byly měď, poté bronz a následovalo železo a jeho slitiny.

Vlastnosti výše zmíněných slitin jsou dnes mnohem lepší než před tisíci lety a máme na výběr z mnoha variant, které se liší způsobem a náročností výroby, a tudíž i pořizovací cenou. Také přibyla spousta uměle vyráběných materiálů, pryží a plastů.

Historie plastů sahá do druhé poloviny 19. století, kdy Alexander Parkes na průmyslové výstavě v Londýně představil jakousi hmotu, prvního předchůdce dnešních syntetických materiálů. V 80. letech téhož století se nejen kulečnickové koule začaly, namísto z rohoviny, vyrábět z celulóidu. Ale až během minulého století syntetické látky začaly dosahovat takových vlastností, že jimi dnes můžeme nahrazovat skleněné, keramické, dřevěné, dokonce i některé kovové materiály. Mezi jejich výhody patří nízká hustota, korozivzdornost, pevnost a snadná tváritelnost. Název plasty vznikl z řeckého *plastein*, což znamená tvarovat.

S plasty se setkáváme v každodenním životě, doslova nás obklopují na každém kroku. Největší množství plastových výrobků vzniká v hromadné výrobě, zejména vstřikováním do forem. Vzhledem k aktuálnímu rozšíření a budoucnosti této technologie se jí budeme dále zabývat.

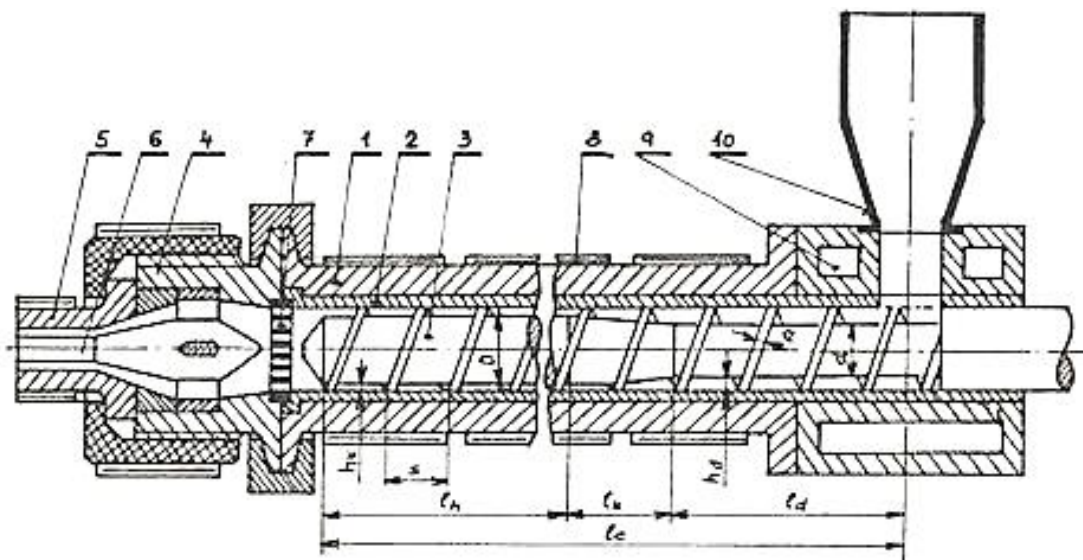
Provedeme analýzu proudění mezi dvěma rovnoběžnými nepohyblivými deskami. Proudění taveniny vtokovou soustavou a v dutině formy zjednodušíme na jednorozměrný případ, kde aplikujeme výše zmíněnou analýzu. Odvodíme vztahy pro plnění formy za konstantního průtoku a tlaku. Následně je aplikujeme na náš konkrétní příklad. Výsledkem bude zjednodušená analýza toku pseudoplastických látek při vstřikování plastů do forem.

# 1 TECHNOLOGIE ZPRACOVÁNÍ PLASTŮ

Existuje velké množství technologií na výrobu plastových dílů, jedná se o tváření, tvarování a mnohé doplňkové operace. Mezi nejvýznamnější tvářecí operace patří vytlačování, vstřikování, vyfukování, lisování, válcování, vypěňování a máčení. Po těchto operacích často následují doplňkové operace, zejména obrábění, ohýbání a spojování.

## 1.1 Vytlačování

Vytlačování probíhá na vytlačovacích strojích. Vyrábí zejména polotovary, různé profily jednodušších i složitějších průřezů včetně bezešvých trubek, širokých desek, lišt apod. Výtlaček vzniká průchodem plastifikační komorou a vytlačovací hlavou, následně je chlazen vodou nebo jinými chladícími médii.



1 – pracovní válec, 2 – pouzdro, tavící komora, 3 – šnek, 4 – vytlačovací hlava, 5 – hubice, 6 – trn, 7 – lamač, 8 – topení, 9 – chlazení, 10 – násypka

Obr. 1 Vytlačovací stroj [5]

## 1.2 Vstřikování

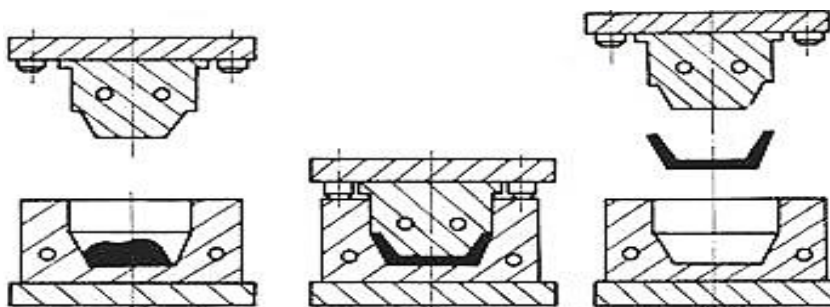
Vstřikování probíhá na vstřikovacích lisech podobných vytlačovacím strojům. Výhodou této technologie je vznik hotového výrobku bez mezioperací.

### 1.3 Vyfukování

Technologie vyfukování je vhodná pro výrobu dutých těles. Z polotovaru se vyfukuje tenkostěnný výrobek tvaru dutiny formy za přítomnosti zevnitř dodávaného stlačeného vzduchu. Typickými výrobky jsou lahve a některé dětské hračky.

### 1.4 Lisování

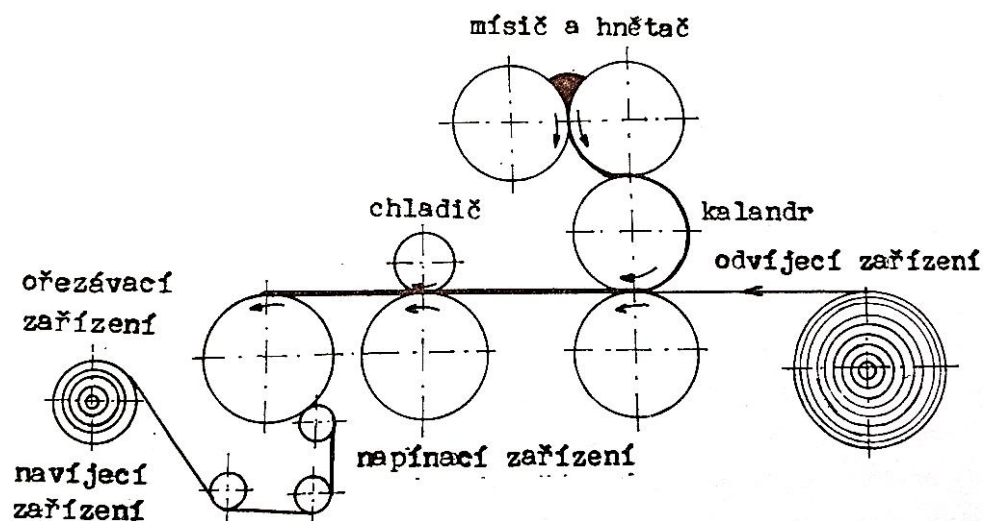
Lisování plastů se podobá lisování práškových kovů. Materiál je umístěn do formy (granule, prášek, tablety nebo desky) a následně za zvýšené teploty stlačen lisem (30-150 MPa).



Obr. 2 Lisování plastů [5]

### 1.5 Válcování

Válcování probíhá na linkách skládajících se z několika válců a napínáků, jejichž vzdálenost se nastavuje s ohledem na požadovanou tloušťku výrobku. Takto se vyrábí podlahové krytiny, tapety, ubrusy, obalové fólie apod.



Obr. 3 Linka na válcování [8]

## **1.6 Vypěňování**

Vypěňování se využívá ke zpevnění dutých prvků, výrobě odlehčených částí či izolaci. Typickými výrobky jsou molitany, pěnový polystyren, ale vypěnění může také probíhat až na místě, například vypěňování dutin okolo oken při montáži. K vlastnímu vypěnění obvykle dochází po snížení tlaku vlivem nadouvadel.

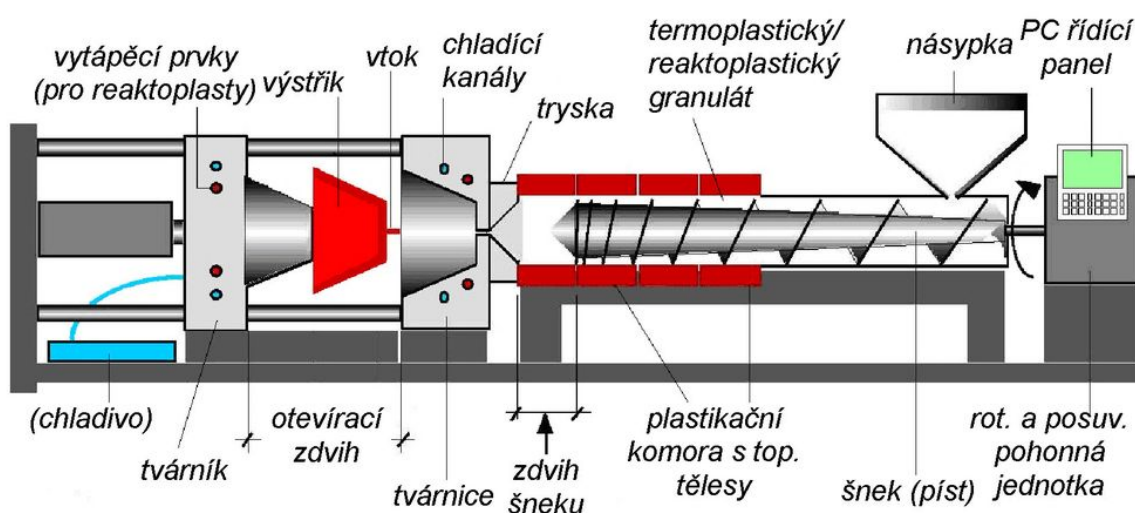
## **1.7 Máčení**

Pro máčení je typické použití materiálů z PVC a kaučukových latexů. Pozitivní model se namočí do taveniny na dobu danou zejména teplotou taveniny a požadovanou tloušťkou vrstvy. Následuje chlazení, sušení a sejmutí z modelu. Příkladem je výroba gumových rukavic.

My se budeme dále zabývat jednou z nejrozšířenějších technologií, vstřikováním do forem, vhodnými plasty pro tuto operaci, potřebnými parametry vstřikovacích lisů a výpočtem vstřikovacích časů a tlaků.

## 2 VSTŘIKOVÁNÍ PLASTŮ DO FOREM

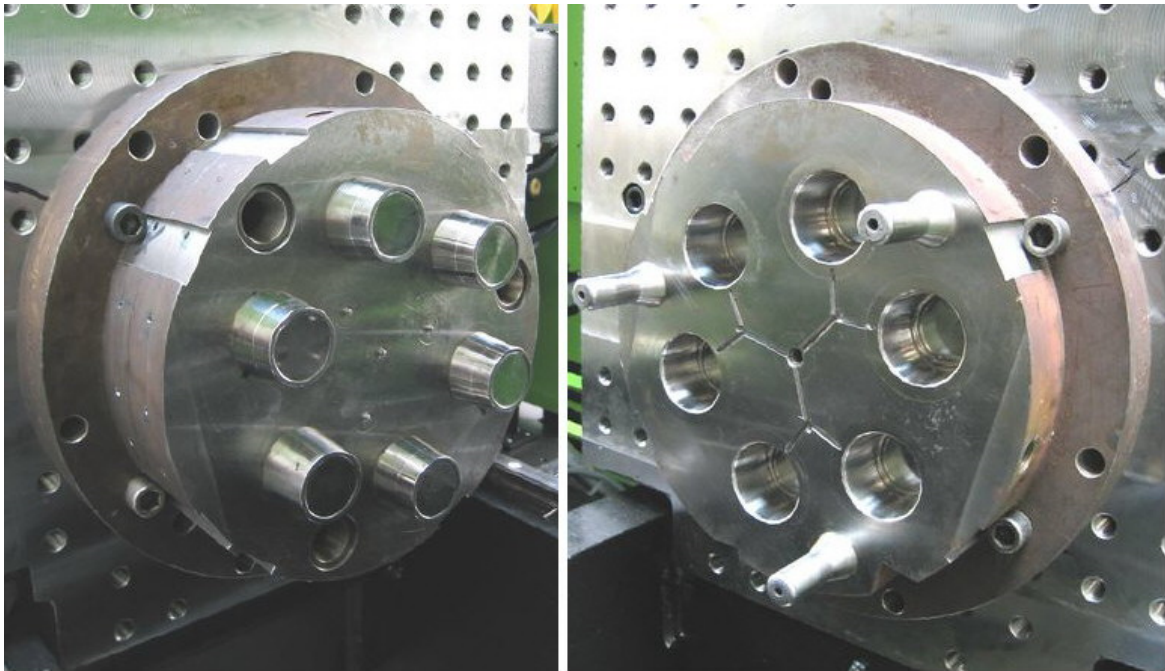
Vstřikování plastů probíhá na vstřikovací stroji. Do vstřikovacího lisu je přes násypku sypán granulát, který je roztaven ( $150^{\circ}$  -  $400^{\circ}\text{C}$ ) a dopraven pomocí šneku plastikační komorou s topnými tělesy ke vstřikovací trysce. Odtud je tavenina pod vysokým tlakem (i více než 100 MPa) vstřikována skrz vtokovou soustavu do předehřáté dutiny formy. Následuje chlazení a odformování vyrobeného dílce. Tento cyklus trvající jednotky, maximálně desítky sekund, dle objemu vylisku, materiálu a potřebných teplot, se stále opakuje. Zároveň probíhají cykly dva, doprava a tavení plastu probíhá zároveň s chlazením a vyhozením výrobku. Použitím jednoho nástroje (formy) lze bez dalších nákladů vyrobit i několik milionů dílců, v případě vícenásobných forem ještě více.



Obr. 4 Schéma vstřikovacího stroje [5]

Vstřik taveniny je část cyklu, kterou bychom ještě mohli rozdělit na několik fází. Nejprve je přisunuta tryska k formě, následuje vstřik, který je zakončen dotlakem. Dotlak je použit z důvodu snížení následků smrštění. My se budeme dále zabývat zejména fází vstřiku.

Díky vstřikování je možné získat velmi složité plastové výrobky zejména pro hromadnou výrobu v průmyslu automobilovém, elektrotechnickém, ve zdravotnictví, ale také v domácnosti apod. Vstřikováním lze dosahovat vysoké přesnosti vylisků, podmíněné přesností formy, která obvykle dosahuje setin milimetru. Na následující obrázku je vidět otevřená šestinásobná forma na výrobu kelímků včetně vtokové soustavy.



**Tvárník**

**Tvárnice**

*Obr. 5 Šestinásobná vstřikovací forma [5]*

Základní dvě součásti formy jsou tvárník a tvárnice. Tvárnice je upnutá na pevnou část vstřikovacího lisu a tvárník na pohyblivou, což umožňuje vyhození vstříknutého výrobku.

Vstřikovací forma se skládá z několika skupin dílů. Dutinotvorné součásti tvoří dutinu pro vstřik dílů, do které tavenina teče skrz vtokový systém. Vyhazovací dílce a vodící elementy jsou z různého množství přesných kolíků a pouzder. Nedílnou součástí je také chlazení a ohřívání. V případě plastů s nízkou teplotou tání nemusí být předehřívání formy zapotřebí. Obvykle ale ohřev probíhá za pomoci temperačních kanálů vyvrtaných přímo do tvárníku a tvárnice. Chlazení se řeší prouděním chladícího média po vstříknutí taveniny. Může jím být například voda nebo olej. Chlazení urychluje snížení teploty a ztuhnutí výrobku.

## ***2.1 Používané druhy polymerů***

Mezi polymery řadíme jak plasty, tak kaučuky. Technologii vstřikování dominují plasty, ale i některé kaučuky lze vstřikovat. Záleží zejména na přísadách, které vymezují chování těchto látek jak za studena, tak při tečení.

Plasty můžeme dále dělit podle jejich chování po ohřátí na termoplasty a reaktoplasty (dříve termosety). Termoplasty ohřátím a následným ochlazením nemění

svoji strukturu, tudíž je lze používat opakovaně a snadno recyklovat. Reaktoplasty, jak už název napovídá, při roztavení reagují, jejich molekuly se zesítují a nelze je opakovaně tvarovat. Jedinou možností dalšího zpracování je rozemletí a přimíchávání k termoplastům nebo ještě nezreagovaným reaktoplastům, které však snižuje kvalitu výrobku. Do této skupiny řadíme i bakelit.

Dále můžeme plasty dělit dle původu na přírodní a syntetické, vzhledem ke struktuře na amorfní a krystalické (semikrystalické), v závislosti na chemickém složení na styreny, polyamidy apod. V neposlední řadě můžeme rozlišovat také různé příměsi plastů. Většina používaných plastů je plněných, čili ovlivněných příměsí. Opakem by byly neplněné, ale ty se dnes již mnoho neuplatňují. Příměsi jsou rozmanité a závisí na konkrétním místě využití výrobků. Jedná se o barviva, retardéry hoření, plniva, maziva, stabilizátory, změkčovadla a mnohá další.

### **2.1.1 Příměsi**

*Barviva* určují barevný odstín výrobků, tato příměs má zejména designový účel. Jedná se o barevné pigmenty nebo organická barviva. Organická barviva se obvykle používají v případě, kdy má být výrobek průhledný.

*Retardéry hoření* existují různé, některé plně brání hoření, jiné jsou samozhášivé nebo hoření jen zpomalují. Hoření, ale především také nízká teplota tání jsou velkou nevýhodou těchto moderních materiálů, neboť může docházet v případě vystavení vysokým teplotám k odkapávání částí výrobků.

*Plniva* mění mechanické vlastnosti materiálů, jejich odolnost i finální cenu. Existují dvě kategorie plniv, vyztužující a nevyztužující. Do první kategorie patří všechna vlákna. Mohou být skelná, uhlíková či textilní o různých délkách. Krátká vlákna se vyznačují délkou do stonásobku svého průměru a dlouhá vlákna dosahují až rozměrů celého výrobku. Velmi důležité pro funkčnost je perfektní obalení plniva pojivem, to je největší omezení při použití velkého množství plniv. Dochází ke značnému zlepšení mechanických vlastností a větší stálosti při změnách teplot. Nevyztužující plniva jsou ve formě prášku přimíchávána do směsi za účelem snížení ceny, hmotnosti apod. Mohou jimi být moučka z břidlice, křída, saze, ale lze použít i materiály rostlinného původu jako jsou drcená kokosová vlákna. Celkový obsah nevyztužujících plnidel často přesahuje 50%.

Příměsí, které značně ovlivňují konečné vlastnosti plastů, je obrovská řada. Pro nás je ale velmi důležité také ovlivnění plastu jako tekutiny. Naším cílem je z granulátu získat výrobky požadovaných tvarů a vlastností za pomoci vstřikovacího lisu a formy. V této fázi je třeba dostatečně ohřát, ale ne spálit zvolený materiál, poté ho vstříknout do formy s maximální optimalizací času za vhodného tlaku a na závěr odvést teplo. My se budeme dále zabývat tokem taveniny vtokovou soustavou a dutinou formy.



### 3 REOLOGIE

Reologie je věda zabývající se vztahem mezi deformacemi a tokem. Její výsledky ve formě matematických modelů využijeme jako nástroj pro zjištění potřebných informací o toku tekutiny, v našem případě taveniny plastu, do formy při vstřikování (viz 2).

#### 3.1 Konstruktivní rovnice

Pro výpočet rychlostních a tlakových polí proudění vycházíme z několika rovnic. Jedná se o pohybovou rovnici, rovnici kontinuity a v případě stlačitelných tekutin také o stavovou rovnici. Pro naše výpočty budeme navíc potřebovat konstruktivní rovnici. Jedná se o matematický model závislosti napětí  $\vec{\tau}$  na tenzoru rychlosti deformace  $\vec{\Delta}$ .

Nejjednodušší tvar má tato rovnice pro lineární závislost.

$$\vec{\tau} = -\frac{2}{3}\mu\delta tr\vec{\Delta} + 2\mu\vec{\Delta} \quad (3.1)$$

Výše uvedená rovnice je Newtonův zákon vazkého tření pro tekutiny. Pokud nebudeme uvažovat stlačitelnost tekutiny, rovnice se ještě zjednoduší. Newtonův zákon pro ideální (nestlačitelné) kapaliny vypadá takto:

$$\vec{\tau} = 2\mu\vec{\Delta} \quad (3.2)$$

$\mu [Pa \cdot s]$  je dynamická viskozita, která je v případě newtonských tekutin pro každou látku funkcí jen teploty  $\mu = f(T)$ .  $\vec{\Delta} [1/s]$  je tenzor rychlosti deformace, což je symetrická část obecného asymetrického tenzoru gradientu rychlosti  $\nabla\vec{u}$ . Druhou, antisymetrickou částí tenzoru gradientu rychlosti by byl tenzor vířivosti. Pro tenzor rychlosti deformace platí následující vztah:

$$\vec{\Delta} = \frac{1}{2}[\nabla\vec{u} + (\nabla\vec{u})^T] \quad (3.3)$$

S newtonskými tekutinami, pro které platí Newtonův zákon lineární závislosti mezi rychlostí deformace a napětím, se nejsnáze počítá. Za  $\mu$  bychom dosadili hodnotu dle dané látky a její teploty. Ovšem většina látek se podle Newtonova zákona nechová, neboť

dynamická viskozita není konstantou, mění se s rychlostí deformace. Tyto látky nazýváme neneutonské a patří mezi ně i taveniny plastů.

### 3.2 Neneutonské modely

Výpočty neneutonských látek jsou podstatně složitější, jejich viskozita není konstantní. Existuje ale několik matematických modelů, díky nimž můžeme viskozitu vyjádřit. Rovnice (3.2) se takto změní:

$$\vec{\tau} = 2\eta\vec{\Delta} \quad (3.4)$$

$\eta$  [Pa · s] je zdánlivá viskozita, která se v případně neneutonských látek mění s rychlostí deformace. Je funkcí druhého invariantu.

$$\eta = f(\bar{II}) \quad (3.5)$$

$\bar{II}$  je záporný dvojnásobek druhého invariantu  $II$ .

$$\bar{II} = \vec{\Delta} : \vec{\Delta} \quad (3.6)$$

Druhý invariant vypadá takto:

$$II = \frac{1}{2} \left( -\vec{\Delta} : \vec{\Delta} \right) \quad (3.7)$$

Obecně je druhý invariant roven:

$$II = \frac{1}{2} \left[ \left( \text{tr} \vec{\Delta} \right)^2 - \vec{\Delta} : \vec{\Delta} \right] \quad (3.8)$$

Pro nestlačitelné tekutiny je ale  $\text{tr} \vec{\Delta} = 0$ .

Každá skalární funkce tenzoru může být vyjádřena funkcí jeho tří invariantů.

$$I = \text{tr} \vec{\Delta} \quad (3.9)$$

První invariant je pro nestlačitelné tekutiny roven 0, protože  $\text{tr} \vec{\Delta} = \Delta_{ii} = \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$ . Více v kapitole rovnice kontinuity (3.3.2).

$$III = \det \left[ \vec{\Delta} \right] \quad (3.10)$$

Třetí invariant nelze snadno experimentálně stanovit.

### 3.2.1 Čistě viskózní látky

Čistě viskózní tekutiny při nulové rychlosti deformace mají vždy nulové napětí. Platí pro ně tento matematický model s mocninnou závislostí.

$$\eta = K \left| \sqrt{2\bar{II}} \right|^{n-1} \quad (3.11)$$

Jedná se o dvouparametrický model, kde parametr  $K$  [ $Pa \cdot s^n$ ] je koeficient konzistence a parametr  $n$  [1] index toku. Podle velikosti indexu toku rozlišujeme látky na pseudoplastické a dilatantní.

Pro pseudoplastické nabývá  $n$  hodnot z intervalu  $(0; 1)$ , při zvyšující se rychlosti deformace se snižuje zdánlivá viskozita. Dle tohoto modelu se chová asi 90% reálných tekutin. Například nátěrové hmoty, taveniny kovů a většiny plastů.

Dilatantní látky mají  $n > 1$  a při zvyšující se rychlosti deformace roste i jejich zdánlivá viskozita. Pro dilatantní látky platí, že viskozita se zvyšující se rychlostí deformace roste. Jedním z mála zástupců je nasycený roztok škrobu ve vodě.

Tekutiny s mezní hodnotou  $n = 1$  jsou newtonské a platí pro ně následující rovnice.

Upravíme (3.11):

$$\eta = K \left| \sqrt{2\bar{II}} \right|^{1-1} = K \left| \sqrt{2\bar{II}} \right|^0 = K; \eta \rightarrow \mu \quad (3.12)$$

Zdánlivá viskozita pro newtonské látky přejde v dynamickou viskozitu, která závisí jen na teplotě.

### 3.2.2 Viskoplastické látky

Viskoplastické látky se vyznačují mezním smykovým napětím  $\tau_0$ , které je potřeba překročit, aby došlo k tečení. Při malém napětí, bez dodání dostatečné energie, se chovají jako pevné plastické látky, jejich dynamická viskozita jde do nekonečna ( $\tau < \tau_0, \eta \rightarrow \infty$ ).

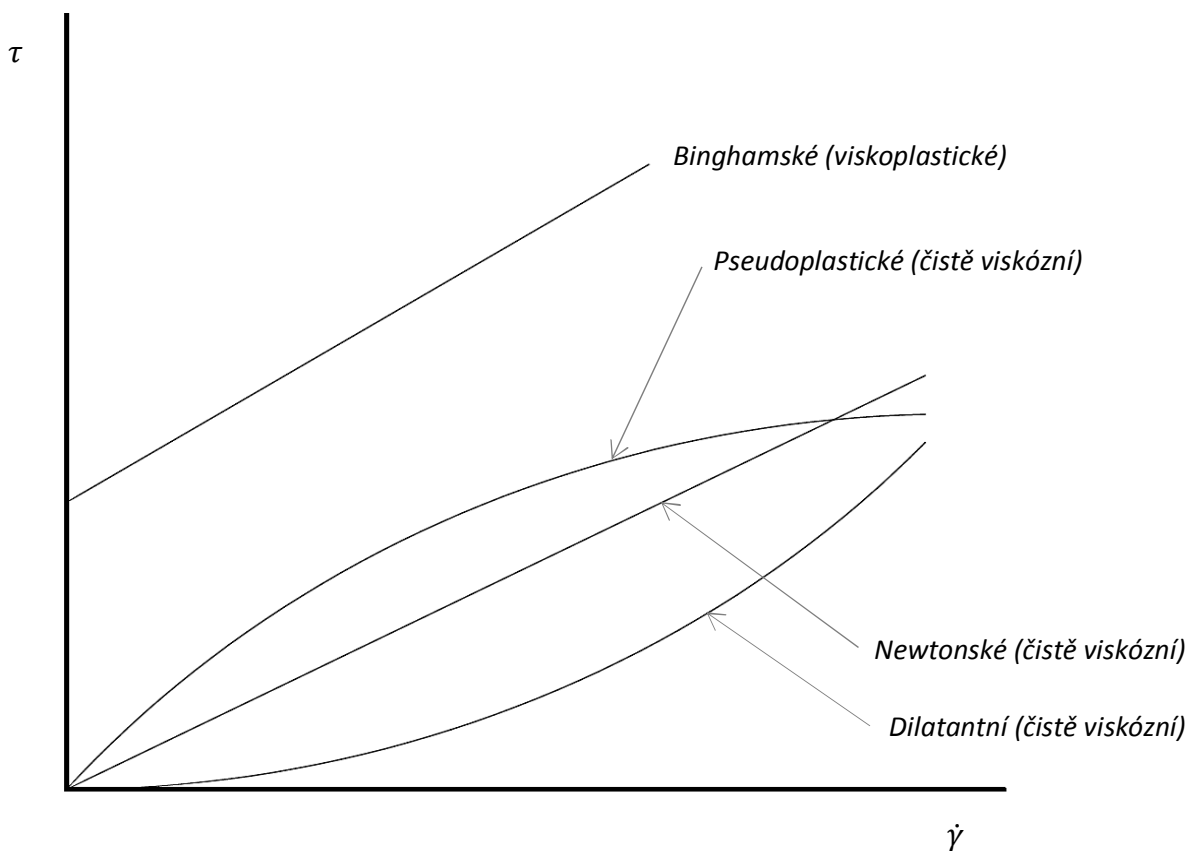
To je typické pro zubní pastu, odpadní kaly, keramickou hmotu, a také pro některé

taveniny plastů. Např. zubní pasta nestéká díky gravitaci z kartáčku ani sama od sebe nekape z tuby. V případě, že dojde k překročení meze tečení,  $\tau > \tau_0$ , látka teče a má zdánlivou viskozitu dle tohoto vztahu:

$$\eta = \mu_p + \frac{\tau_0}{\sqrt{2\dot{\Gamma}}} \quad (3.13)$$

$\mu_p$  je plastická viskozita

Všechny výše zmíněné modely můžeme porovnat v reogramu, grafu závislosti smykového proudění s kladným gradientem rychlosti na rychlosti deformace (Graf 1).



Graf 1 Reogram neneutonských modelů

### 3.3 Základní rovnice

Vtoková soustava forem pro vstřikování plastů bývá velmi složitá a pro běžné výpočty je potřeba celou vtokovou soustavu značně zjednodušit. Pokud budeme uvažovat jednonásobnou formu pro běžný výrobek, který může být například typu kelímek, pak je největší část dráhy toku plastu prostor mezi válci (stěna kelímku).

Mohli bychom počítat s touto variantou nebo si model ještě zjednodušit a stěnu kelímku rozvinout do štěrbinu o šířce obvodu kelímku a výšce tloušťky stěny kelímku.

Pro názornost zvolíme variantu se štěrbinou a odvodíme potřebné vztahy. Jedná se o proudění mezi dvěma rovnoběžnými nepohyblivými deskami. Pro zjednodušení volíme počátek souřadného systému uprostřed štěrbinu. Osa  $z$  je umístěna do osy štěrbinu. Je její nejen geometrickou, ale i fyzikální osou. Výpočty se značně zjednoduší, a navíc stačí počítat jen pro polovinu štěrbinu, druhá část je totožná, jen zrcadlová. Výška štěrbinu ve směru  $y$  je  $H$ , šířka ve směru  $x$  je  $W$  a délka ve směru  $z$  je  $L$ .

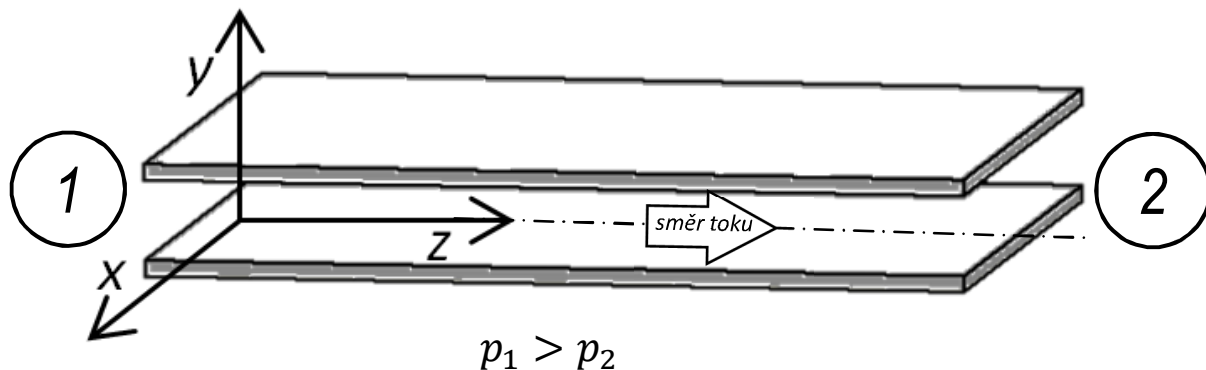
### 3.3.1 Předpoklady

- $H \ll W, L$
- Tekutina proudí jen ve směru  $z$ .

$$\Rightarrow u_x = u_y = 0$$

- Jedná se o stacionární proudění, rychlost se s časem nemění.

$$\Rightarrow \frac{\partial u_z}{\partial t} = 0$$



Obr. 6 Znáznornění štěrbinu se souřadným systémem

### 3.3.2 Rovnice kontinuity pro nestlačitelné tekutiny

Rovnice kontinuity je rovnicí zachování hmotnosti v pevném kontrolním objemu. Po úpravě pro stacionární proudění má tento tvar:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \tag{3.14}$$

Nyní si rovnici rozepíšeme dle kartézských souřadnic.

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = \emptyset \quad (3.15)$$

V našem modelu dochází k toku jen ve směru z.

$$\frac{\partial u_z}{\partial z} = \emptyset \quad (3.16)$$

### 3.3.3 Cauchyho rovnice

Cauchyho rovnice vyjadřuje obecnou bilanci hybnosti. Pro pevný kontrolní objem má tento tvar:

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) = -\nabla p + \rho \vec{f} + \nabla \cdot \vec{\tau} \quad (3.17)$$

$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \sim$  časová složka setrvačné síly;  $\rho \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \sim$  konvektivní složka setrvačné síly;

$-\nabla p \sim$  tlakové síly;  $\rho \vec{f} \sim$  vnější objemové síly;  $\nabla \cdot \vec{\tau} \sim$  vazké síly

#### 3.3.3.1 Cauchyho rovnice do směru z (směr proudění)

$$\rho \left( \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z \quad (3.18)$$

Stacionární proudění.

$$\Rightarrow \frac{\partial u_z}{\partial t} = \emptyset$$

Tekutina proudí jen ve směru z.

$$\Rightarrow u_x = u_y = \emptyset$$

Dle rovnice kontinuity (3.9).

$$\Rightarrow \frac{\partial u_z}{\partial z} = \emptyset$$

Na soustavu nepůsobí žádné vnější objemové síly ve směru osy z.

$$\Rightarrow f_z = \emptyset;$$

Nyní vyjádříme zjednodušenou Cauchyho rovnici.

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \quad (3.19)$$

### 3.3.4 Konstruktivní rovnice – pseudoplastický model

Tento matematický model budeme využívat pro veškerá další odvození, neboť většina tavenin plastů se chová právě podle tohoto modelu viz 3.2.1.

Řešíme proudění ve směru osy  $z$ , nejdříve si vyjádříme tenzory  $\vec{\Delta}$  a  $\vec{\tau}$  do tohoto směru.

$$\Delta_{xz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) = \emptyset \quad (3.20)$$

Tavenina teče jen ve směru  $z$ . Dále předpokládáme, že okraje štěrbiny jsou zanedbatelné, ve skutečnosti je štěrbina stočená a žádné okraje nemá.

$$\Rightarrow \frac{\partial u_x}{\partial z} = \emptyset; \frac{\partial u_z}{\partial x} = \emptyset$$

$$\Delta_{yz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial u_z}{\partial y} \quad (3.21)$$

$$\Delta_{zz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = \emptyset \quad (3.22)$$

$$\tau_{xz} = 2\eta \Delta_{xz} = \emptyset \quad (3.23)$$

$$\tau_{yz} = 2\eta \Delta_{yz} = 2\eta \frac{1}{2} \frac{\partial u_z}{\partial y} = \eta \frac{\partial u_z}{\partial y} \quad (3.24)$$

$$\tau_{zz} = 2\eta \Delta_{zz} = \emptyset \quad (3.25)$$

Konstruktivní rovnice se pro náš případ zjednoduší jen na tento jednoduchý tvar:

$$\tau_{yz} = \eta \frac{\partial u_z}{\partial y} \quad (3.26)$$

Dosazení do Cauchyho rovnice (3.19).

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0 \quad (3.28)$$

Jelikož je druhá derivace rovna 0, znamená to, že první derivace je rovna konstantě. Tuto derivaci nahradíme totálním diferenciálem:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\Delta p}{L}$$

kde  $L$  je délka štěrbinou a  $\Delta p$  je rozdíl tlaků před a za štěrbinou.

Nyní dosadíme do (3.27) a parciální derivaci nahradíme obyčejnou, vše je funkcí pouze  $y$ .

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{d\tau_{yz}}{dy} \quad (3.29)$$

Upravíme výraz pro následnou integraci a výraz integrujeme.

$$\int d\tau_{yz} = \int \frac{\Delta p}{L} dy \quad (3.30)$$

$$\tau_{yz} = \frac{\Delta p}{L} y + C \quad (3.31)$$

Konstantu určíme z okrajové podmínky. Okrajová podmínka pro osu štěrbinou ( $y = 0$ ) zní:

$\frac{\partial u_z}{\partial y} = 0$ , protože  $u_z = u_{zmax}$  je konstanta. Ze vztahu (3.26) je  $\tau_{yz} = 0$ , a tudíž je

konstanta  $C = \emptyset$ .

$$\tau_{yz} = \frac{\Delta p}{L} y \quad (3.32)$$

### 3.3.5 Odvození rychlostního profilu a průtoku ve štěrbině pro mocninné látky

$$\eta = K \left| \sqrt{2\bar{\Pi}} \right|^{n-1} = K \left| \sqrt{2(\Delta_{yz}\Delta_{zy} + \Delta_{zy}\Delta_{yz})} \right|^{n-1} \quad (3.33)$$

Z důvodu symetrie tenzoru  $\vec{\bar{\Delta}}$  se  $\Delta_{yz} = \Delta_{zy}$ , výraz upravíme.



$$\eta = K \left| \sqrt{4\Delta_{yz}^2} \right|^{n-1} = K \left| \sqrt{4\Delta_{yz}^2} \right|^{n-1} = K \left| \sqrt{4 \left( \frac{1}{2} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)^2} \right|^{n-1} \quad (3.34)$$

$$\eta = K \left| \frac{\partial u_z}{\partial y} \right|^{n-1} \quad (3.35)$$

Tento model (3.35) a tenzor rychlosti deformace z (3.21) dosadíme do vztahu (3.24).

$$\tau_{yz} = 2\eta\Delta_{yz} = 2K \left| \frac{\partial u_z}{\partial y} \right|^{n-1} \frac{1}{2} \frac{\partial u_z}{\partial y} \quad (3.36)$$

Upravíme a dosadíme za  $\tau_{yz}$  z (3.32).

$$\frac{\Delta p}{L} y = K \left| \frac{\partial u_z}{\partial y} \right|^{n-1} \frac{\partial u_z}{\partial y} \quad (3.37)$$

Štěrbina je symetrická, tudíž se rychlost v ní zvyšuje směrem k její ose (ose z), protože na stěně je rychlost rovna nule. To znamená, že s rostoucí hodnotou souřadnice y rychlost klesá. Proto je derivace rovna záporné hodnotě.

$$\left| \frac{\partial u_z}{\partial y} \right| = - \frac{\partial u_z}{\partial y} \quad (3.38)$$

Odstraníme absolutní hodnotu z (3.37).

$$\frac{\Delta p}{L} y = K \left( - \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)^{n-1} \left( \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)^1 \quad (3.39)$$

Obě strany rovnice vynásobíme  $(-1)$  a sečteme indexy.

$$- \frac{\Delta p}{L} y = K \left( - \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)^{n-1+1} = K \left( - \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)^n \quad (3.40)$$

Za účelem následné integrace vydělíme rovnici  $K$  a umocníme celou rovnici  $\frac{1}{n}$ . Poté separujeme proměnné a integrujeme.

$$\left( - \frac{\Delta p}{LK} \right)^{\frac{1}{n}} y^{\frac{1}{n}} = \left( - \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)^1 \quad (3.41)$$

$$-\frac{\partial u_z}{\partial y} = \left(-\frac{\Delta p}{LK}\right)^{\frac{1}{n}} y^{\frac{1}{n}} \quad (3.42)$$

$$\int -\partial u_z = \int \left(-\frac{\Delta p}{LK}\right)^{\frac{1}{n}} y^{\frac{1}{n}} \partial y \quad (3.43)$$

$$u_z = -\left(-\frac{\Delta p}{LK}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{y^{\frac{1}{n}+1}}{\frac{1}{n}+1} + C \quad (3.44)$$

Vypočítáme konstantu  $C$  z okrajové podmínky na stěně, kde je rychlost tečení nulová.

$$y = \pm \frac{H}{2} \rightarrow u_z = 0$$

Dosadíme pro  $+\frac{H}{2}$

$$u_z = -\left(-\frac{\Delta p}{LK}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{H}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1} \frac{n}{1+n} + C = 0 \quad (3.45)$$

$$C = \left(-\frac{\Delta p}{LK}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{H}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1} \frac{n}{1+n} \quad (3.46)$$

$\Delta p = p_2 - p_1$ , to je v našem případě záporná hodnota, protože  $p_1 > p_2$  viz Obr. 6.

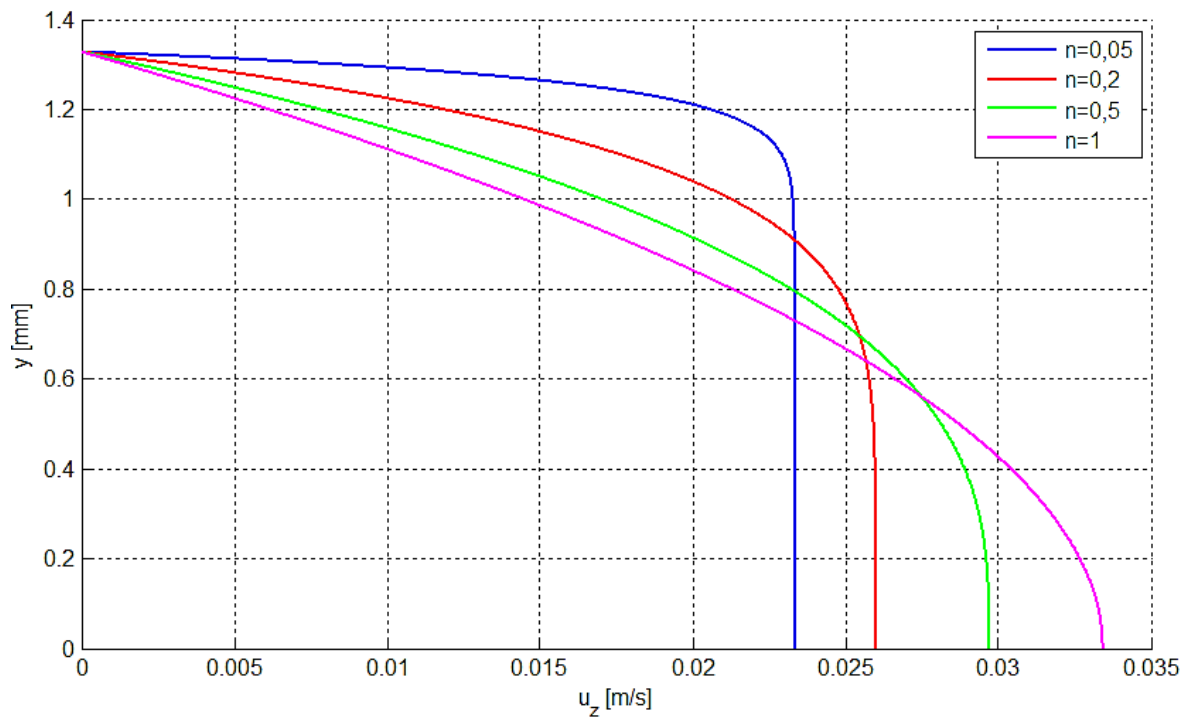
Z tohoto důvodu zavedeme tlakovou ztrátu  $\Delta p_z = -\Delta p$ .

$$u_z = \left(\frac{\Delta p_z}{LK}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{1+n} \left[ \left(\frac{H}{2}\right)^{\frac{1+n}{n}} - y^{\frac{1+n}{n}} \right] \quad (3.47)$$

Maximální rychlost je uprostřed profilu, tedy v  $y = 0$ .

$$u_{zmax} = \left(\frac{\Delta p_z}{LK}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{1+n} \left(\frac{H}{2}\right)^{\frac{1+n}{n}} \quad (3.48)$$

Z rovnice kontinuity a konstruktivní rovnice pro mocninné látky jsme odvodili rychlostní profil ve štěrbině mezi dvěma rovnoběžnými nepohyblivými deskami. Následně jsme zjistili i maximální rychlost v ose štěrbině. Tvar rychlostního profilu pro různý index toku je znázorněn zde (Graf 2):



Graf 2 Závislost tvaru rychlostního profilu na souřadnici  $y$  a velikosti  $n$  pro pseudoplastické látky při tečení ve štěrbině ( $\dot{V} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$  a  $K = 50 \text{ kPa}$ ).

Nyní vyjádříme objemový průtok pro štěrbinu.

$$\dot{V} = 2W \int_0^{\frac{H}{2}} u_z dy \quad (3.49)$$

Dosadíme za  $u_z$  z (3.47) a vzniklý výraz integrujeme.

$$\dot{V} = 2W \left( \frac{\Delta p_z}{LK} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{1+2n} \left( \frac{H}{2} \right)^{\frac{1+2n}{n}} \quad (3.50)$$

Tím jsme získali vztah závislosti objemového průtoku na materiálových vlastnostech, rozměrech štěrbin a tlakové ztrátě.

## 4 NÁVRH VSTŘIKOVACÍHO LISU

Na vstřikovacích lisech můžeme nastavovat dva základní vstupní parametry, buď průtok  $\dot{V}$  nebo tlak, resp. tlakovou ztrátu  $\Delta p_z$ . Častěji používané jsou vstřikovací stroje s konstantním průtokem, což je snadno regulovatelný parametr závisící na rychlosti pohybu šneku a jeho geometrii. Pokud jde o konstantní tlakový rozdíl, je náročnější nastavení konstantní hodnoty. Tlakový rozdíl je rozdíl tlaků před a za vyplňující se dutinou. Obvykle počítáme s atmosférickým tlakem na opačném konci než je vstřikovací tryska, to ale lze jen při dokonalém odvzdušnění formy. V případě vstřikování plastů to nebývá problém, odvzdušnění je řešeno vůlí mezi jednotlivými díly, která dosahuje řádově setin milimetru, případně ventily a jinými odvzdušňovacími prvky. Určitá míra odvzdušnění je nezbytná i u lisů s konstantním průtokem, jinak by nebylo možné dutinu zcela vyplnit, zůstaly by v ní vzduchové bubliny a výrobek by nebyl zcela dostříknut.

Následující odvození a výpočty si zjednodušíme na jedinou fázi vstřikovacího procesu. Nebudeme brát v úvahu dotlak apod. Zaměříme se jen na vstřik. Představíme si otevření trysky, následné vstřikování za konstantního průtoku nebo tlaku a zavření trysky.

### 4.1 Vybraný model

Vybrala jsem si výrobek měřky, kterou vyrábí firma Revel, s.r.o. Výrobek se používá jako průhledka regulátoru průtoku topného média jednotlivými větvemi podlahového vytápění jak je vidět na obrázcích (Obr. 7 a Obr. 8).

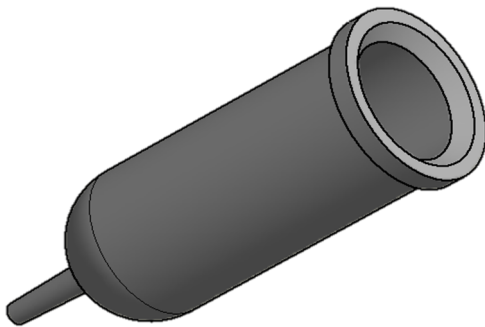


Obr. 7 Rozvaděč systému podlahového vytápění



Obr. 8 Průhledka průtokoměru

Důvodem výběru je jednoduchost jak výlisku, tak vtokové soustavy. Vtokovou soustavou je část kužele s malým vrcholovým úhlem, následuje půlkulová slupka a zbylá část (většina) modelu je dutý válec (Obr. 9). Na okraji průhledky se nachází lem. Tento výlisek je velmi jednoduchý, ale i přesto se jedná o vícerozměrný případ proudění, který nejsme schopni analyticky řešit a k výpočtu bychom museli použít numerické simulace. Místo průhledky si proto představíme jen dutý válec, který následně rozvineme. Budeme tedy řešit jednorozměrné proudění taveniny ve štěrbině.



Obr. 9 Model měřky



Obr. 10 Výlisek se vtokem

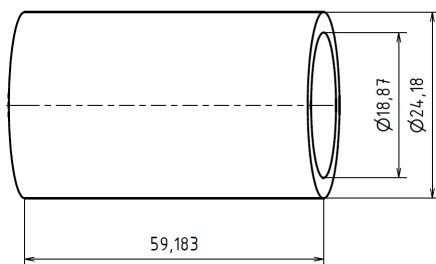
## 4.2 Vstupní parametry měřky

Rozměry štěrbiny jsou odvozené z výkresů dutiny formy na následujících obrázcích (Obr. 13 a Obr. 14). Dutý válec je rozvinut viz 4.1.

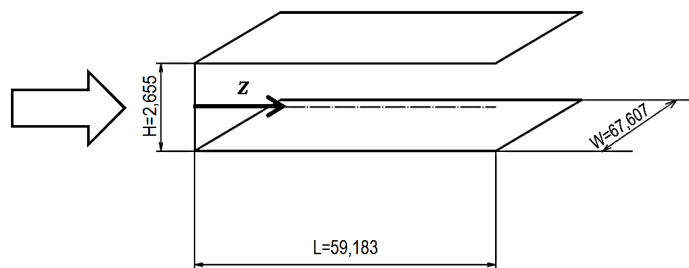
Výška (tloušťka stěny dutého válce)  $H = 2 \cdot \frac{H}{2} = 2,655 \text{ mm}$

Šířka (obvod válce na středním průměru)  $W = 67,607 \text{ mm}$

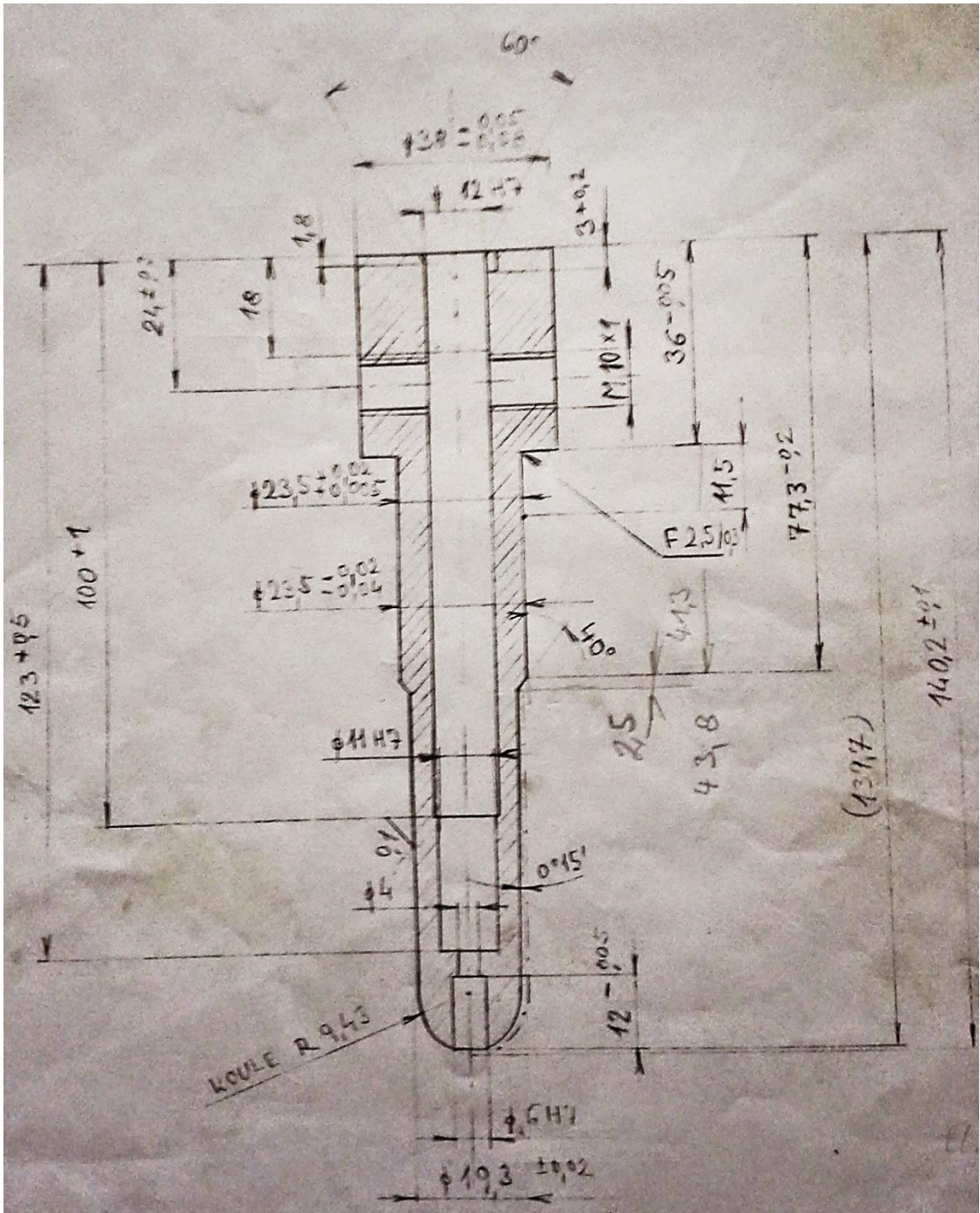
Délka (délka válce a lemu +  $\frac{1}{2}$  středního poloměru kulové plochy)  $L = 59,183 \text{ mm}$



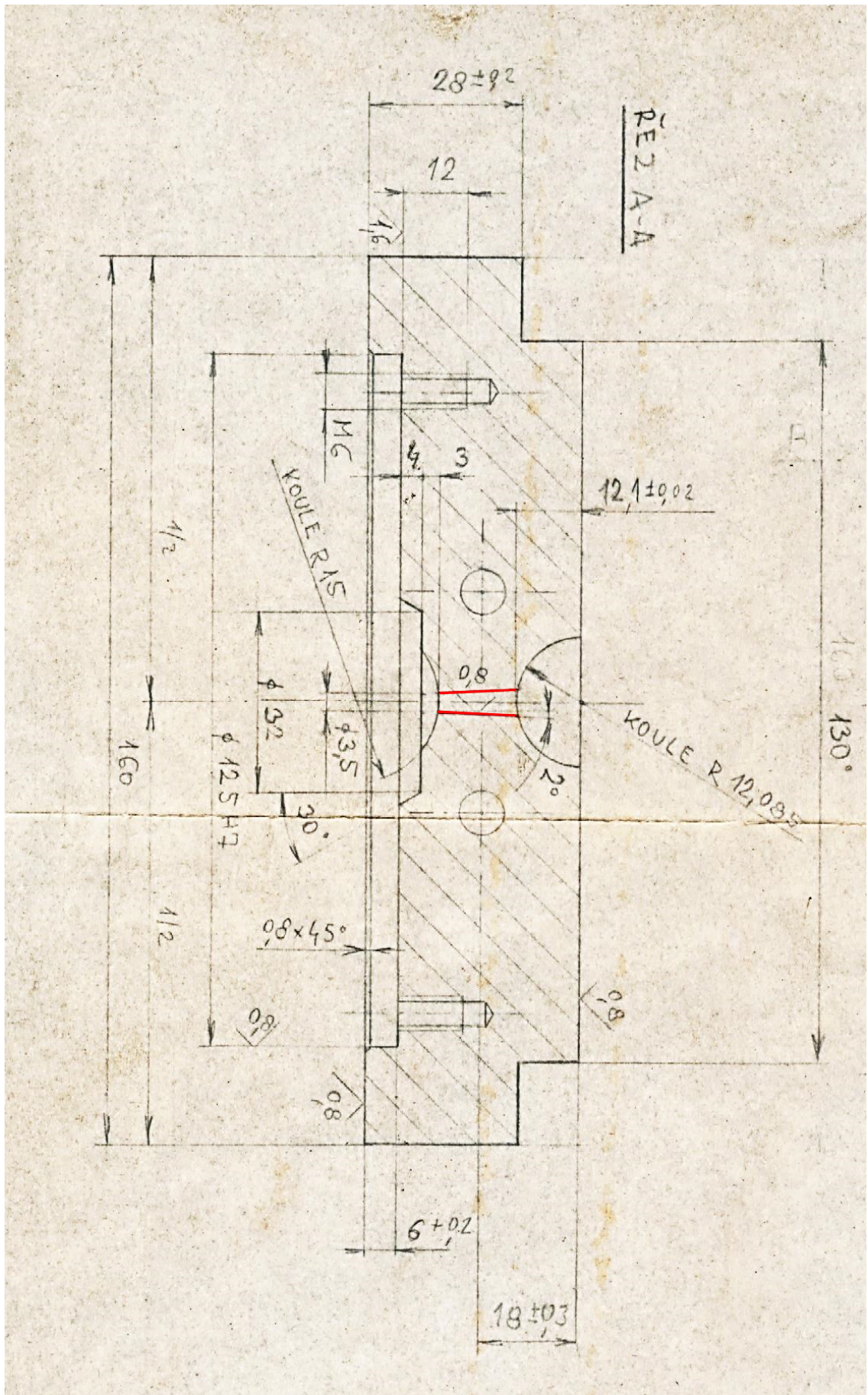
Obr. 11 Náhradní válec



Obr. 12 Okótovaná štěrbina



Obr. 13 Výkres tvárníku



Obr. 14 Výkres tvárnice se zvýrazněnou vtokovou soustavou

Pro modelový výpočet využijeme tokové vlastnosti směsi PVC a pryskyřice, která vykazuje pseudoplastické chování. Směs může dosahovat až 75% hmotnosti směsi. Parametry vstřikovaného plastu jsou index toku  $n$  a koeficient konzistence  $K$ . Hodnoty parametrů pro různý procentuální podíl pryskyřice jsou vidět v tabulce (Tabulka 1).

Pro porovnání tokových vlastností plastů s jinými látkami uvedeme ještě hodnoty  $n$  a  $K$  suspenze vody a uhelného prachu jako odpadní látky (Tabulka 2).

Hmotnostní podíl [%]		$n$ [1]	$K$ [kPas <sup>n</sup> ]
Pryskyřice	PVC		
75	25	0,553	1,11
50	50	0,219	54,6
25	70	~0	81,5
0	100	~0	117,1

Tabulka 1 Hodnoty indexu toku a koeficientu konzistence pro různé procentuální složení směsi [3]

Koncentrace prachu [g/l]	$n$ [1]	$K$ [kPas <sup>n</sup> ]
12	0,49	0,3
17	0,46	0,81
26	0,45	1,49
31	0,42	2,9
38	0,36	5,1

Tabulka 2 Index toku a koeficient konzistence pro suspenzi vody s uhelným prachem [7]

Následující výpočty byly provedeny se směsí 50% PVC a 50% pryskyřice. Pro skutečně používaný materiál bohužel nebyly získány potřebné tokové vlastnosti.

### 4.3 Odvození průtoku při konstantním tlaku ve štěrbině pro mocninné látky v závislosti na čase $t$

Jednou z možností je udržování konstantního tlaku na lise za proměnného průtoku. Zjistíme závislost tlaku na době vstřikování taveniny.

Vyjádříme si čas potřebný pro naplnění části dutiny až po souřadnici  $z$ .



$$t = \int_0^V \frac{dV}{\dot{V}} = \int_0^z \frac{HW dz}{\dot{V}} \quad (4.1)$$

Nyní nahradíme konstantu  $L$  souřadnicí  $z$  ve vztahu (3.50). Poté vztah upravíme jako konstantu násobenou proměnnou  $z$ .

$$\dot{V} = 2W \left( \frac{\Delta p_z}{zK} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{1+2n} \left( \frac{H}{2} \right)^{\frac{1+2n}{n}} \quad (4.2)$$

$$\dot{V} = 2W \left( \frac{\Delta p_z}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{1+2n} \left( \frac{H}{2} \right)^{\frac{1+2n}{n}} \left( \frac{1}{z} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (4.3)$$

Celou konstantní část pro zjednodušení nahradíme jediným symbolem  $A$ .

$$\dot{V} = A \left( \frac{1}{z} \right)^{\frac{1}{n}}; \text{ kde } A = 2W \left( \frac{\Delta p_z}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{1+2n} \left( \frac{H}{2} \right)^{\frac{1+2n}{n}} \quad (4.4)$$

Průtok dosadíme do vztahu (4.1).

$$t = \int_0^z \frac{HW}{A \left( \frac{1}{z} \right)^{\frac{1}{n}}} dz = \frac{HW}{A} \frac{nz^{\frac{1+n}{n}}}{1+n} \quad (4.5)$$

Abychom získali závislost průtoku na době plnění, tak z předchozí rovnice vyjádříme  $z$  a následně ho dosadíme do (4.2).

$$z = \left[ \frac{A(1+n)t}{HWn} \right]^{\frac{n}{1+n}} \quad (4.6)$$

$$\dot{V} = 2W \left( \frac{\Delta p_z}{\left[ \frac{A(1+n)t}{HWn} \right]^{\frac{n}{1+n}} K} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{1+2n} \left( \frac{H}{2} \right)^{\frac{1+2n}{n}} \quad (4.7)$$

Nyní jsme získali závislost objemového průtoku na době plnění formy  $\dot{V} = f(t)$ .

#### 4.4 Odvození tlakové ztráty ve štěrbině při konstantním průtoku pro mocninné látky v závislosti na souřadnici $z$ a čase $t$

Naším úkolem je zjistit potřebný výkon lisu v závislosti na době vstřikování. V našem případě se jedná o tlak, resp. tlakovou ztrátu ve štěrbině v závislosti na čase plnění. Tato varianta s konstantním průtokem je snazší na realizaci, v praxi se používá častěji.

Ze vztahu (3.50) si vyjádříme tlakovou ztrátu  $\Delta p_z$  v závislosti na souřadnici  $z$ .

Souřadnici  $z$  nahradíme konstantu  $L$ , abychom měli možnost zjistit  $\Delta p_z$  v libovolné části štěrbině při vstřikování.

$$\Delta p_z = \frac{2K}{H} \left[ \frac{2\dot{V}(1+2n)}{WnH^2} \right]^n z; \Delta p_z = f(z); z \in \langle 0; L \rangle \quad (4.8)$$

Nyní nás zajímá čas, během kterého se naplní dutina formy. Vyjádříme ho jako podíl objemu vstřikovaného plastu a konstantního průtoku.

$$t = \frac{V}{\dot{V}} = \frac{HWL}{\dot{V}} \quad (4.9)$$

Konstantu  $L$  opět nahradíme souřadnicí  $z$ .

$$t = \frac{HWz}{\dot{V}}; z \in \langle 0; L \rangle \quad (4.10)$$

Z předchozí rovnice vyjádříme  $z$ .

$$z = \frac{t\dot{V}}{HW} \quad (4.11)$$

Za  $z$  dosadíme do vztahu (4.8). Tím získáme závislost tlakové ztráty na době plnění  $\Delta p_z = f(t)$ .

$$\Delta p_z = \frac{2Kt\dot{V}}{H^2W} \left[ \frac{2\dot{V}(1+2n)}{WnH^2} \right]^n \quad (4.12)$$

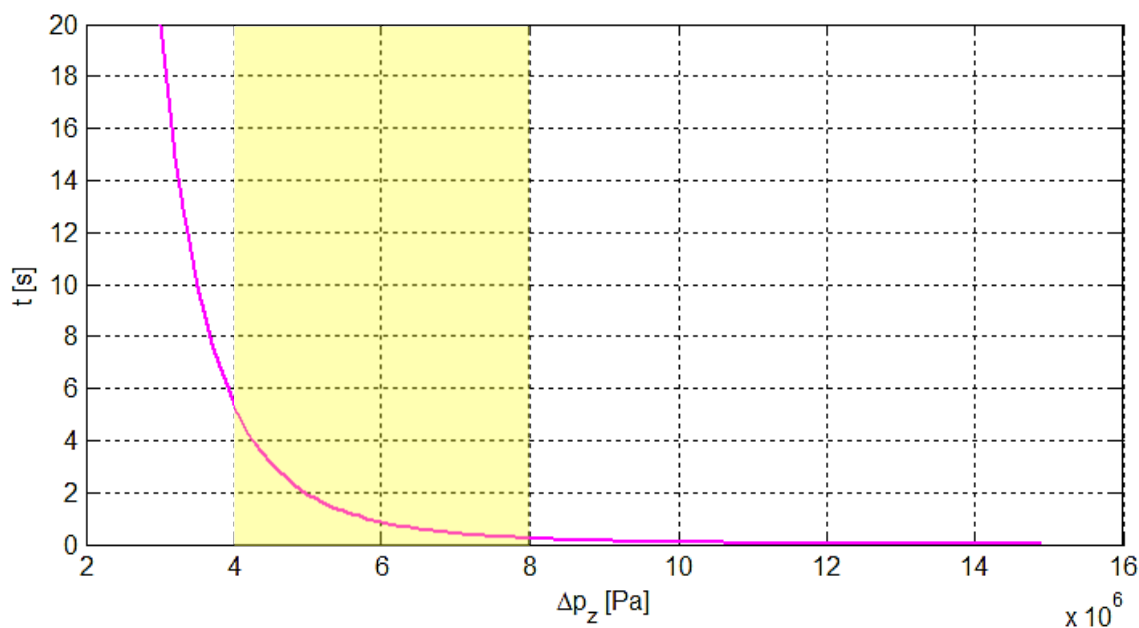
#### 4.5 Doba plnění při konstantním tlaku

Abychom mohli zvolit optimální konstantní tlak, který nastavíme na lisu, vyneseme si grafickou závislost doby plnění na tlaku.

Použijeme vztah (4.5), dosadíme za  $A$  a rovnici upravíme. Zajímá nás doba naplnění celé dutiny, tudíž za souřadnici  $z$  dosadíme délku celé štěrbině  $L$ .

$$t = \frac{H}{2 \left(\frac{\Delta p_z}{K}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{1+2n} \left(\frac{H}{2}\right)^{\frac{1+2n}{n}} \frac{nL^{\frac{1+n}{n}}}{1+n}} \quad (4.13)$$

Vyneseme grafickou závislost tlakové ztráty řádově v jednotkách MPa. Vybrala jsem hodnoty od 3 do 15 MPa. V grafu je možné vidět rychlý nárůst tlaku při klesnutí tlaku pod 8 MPa. Z tohoto důvodu bychom na lise nastavili konstantní tlak mezi 4 MPa, v tom případě by se forma plnila 6 s a 8 MPa, to by bylo plnění podstatně rychlejší a trvalo by okolo 0,5 s.



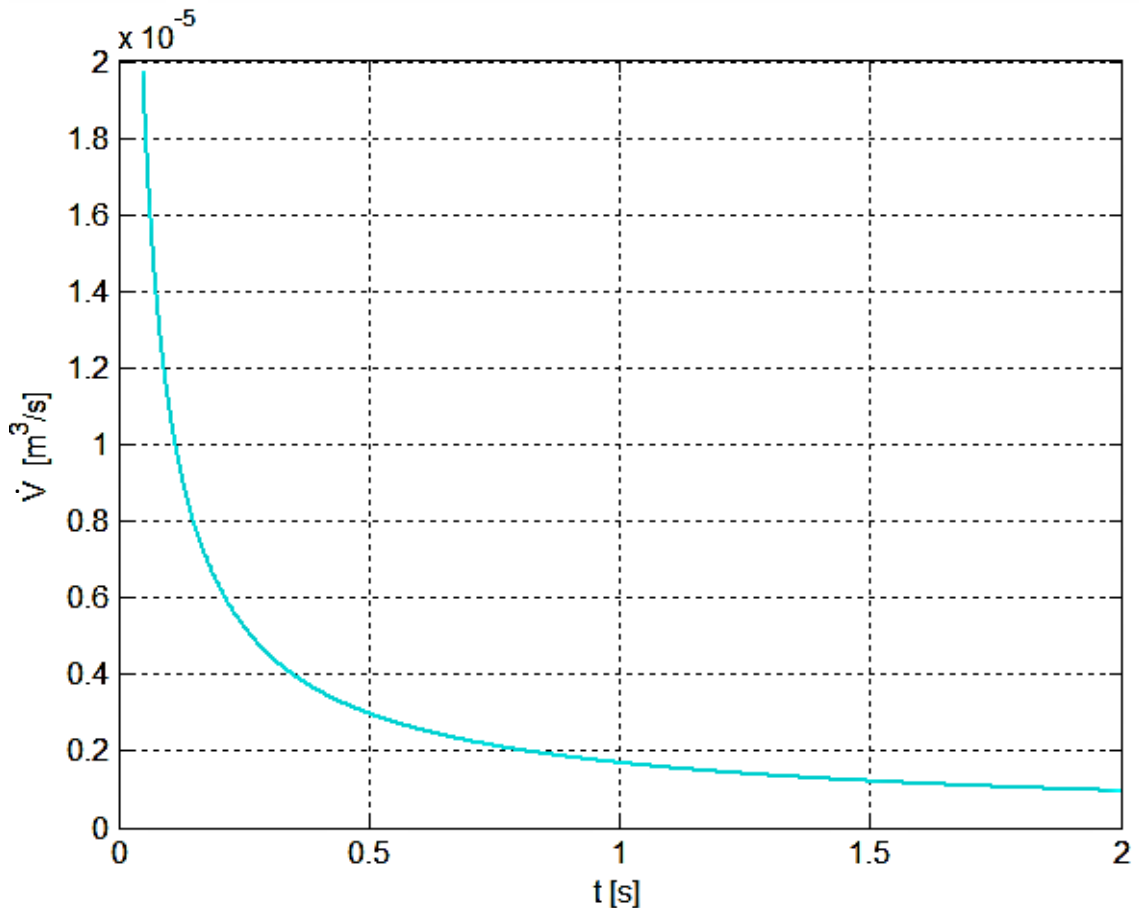
Graf 3 Závislost doby plnění formy na tlaku při  $H = 2,655$  mm;  $n = 0,219$  [1];  $K = 54,6$  kPa

Dle grafu můžeme vybrat optimální tlak pro vstřikování. Vzhledem k velikosti vylisku by doba vstřikování měla být krátká. Volili bychom tlak okolo 5 MPa a vstřik by trval 2 s. Při vyšším tlaku už je jen nepatrný pokles času, tudíž bychom zbytečně plýtvali energií.

#### 4.6 Objemový průtok při plnění formy za konstantního tlaku

Plnění formy při konstantním tlaku 5 MPa bude trvat 2 s. Pro tuto dobu vstřikování vyjádříme závislost objemového průtoku na čase. Použijeme vztah (4.7). Po dosazení za konstantu  $A$  a po úpravě bude vypadat takto:

$$\dot{V} = 2W \left( \frac{\Delta p_z}{\left[ \frac{2 \left( \frac{\Delta p_z}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{1+2n} \left( \frac{H}{2} \right)^{\frac{1+2n}{n}} (1+n)t}{H} \right]^{\frac{n}{1+n}}} K \right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{1+2n} \left( \frac{H}{2} \right)^{\frac{1+2n}{n}} \quad (4.14)$$

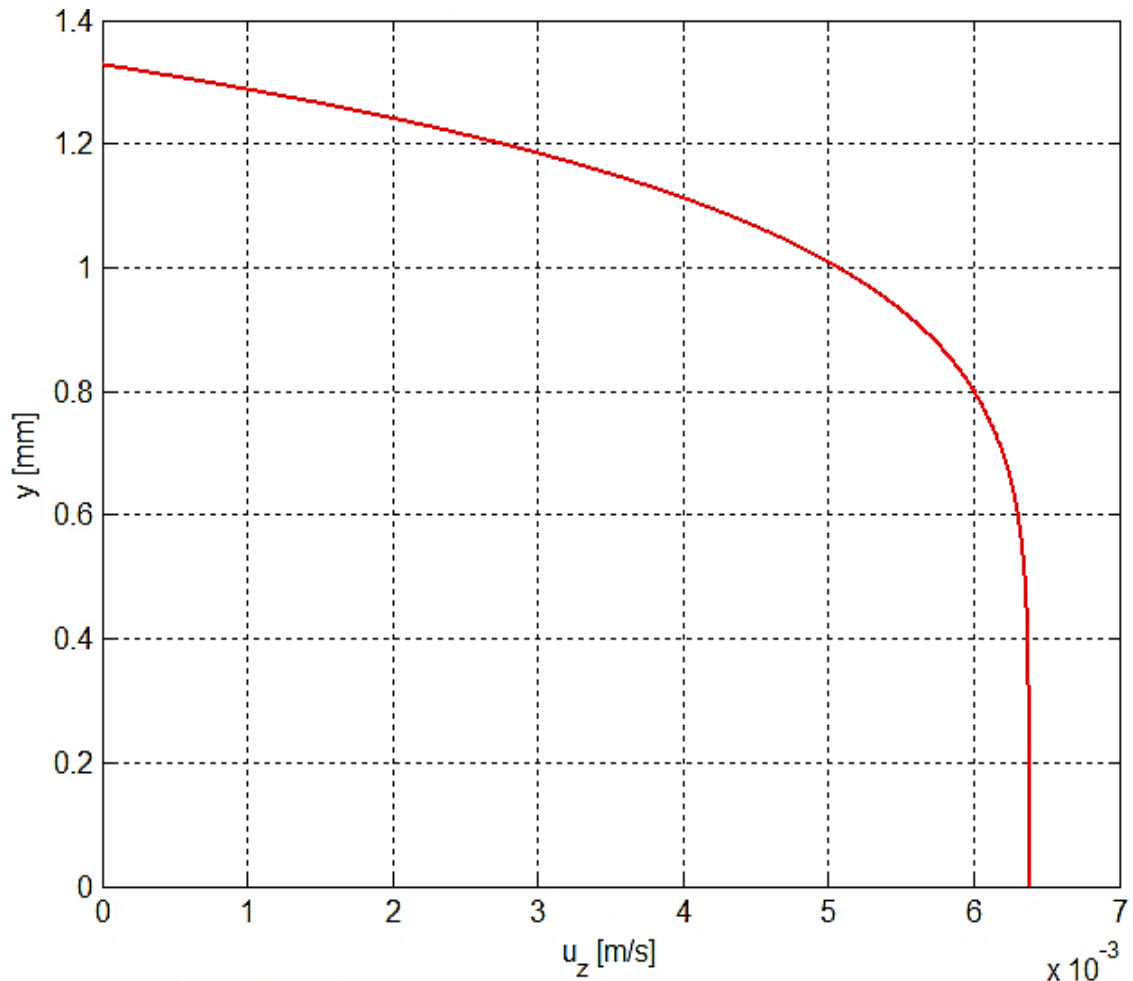


Graf 4 Závislost objemového průtoku na čase při  $\Delta p_z = 5 \text{ MPa}$ ;  $H = 2,655 \text{ mm}$ ;  $W = 67,607 \text{ mm}$ ;  $n = 0,219 [1]$ ;  $K = 54,6 \text{ kPa}$

**Při vstřikování za konstantního tlaku by objemový průtok v průběhu plnění rychle klesal, zejména během prvních 0,5 s.**

#### 4.7 Rychlostní profil při konstantním tlaku

Pro hodnotu tlakové ztráty 5 MPa si vyjádříme grafickou závislost rychlostního profilu pro 50% směs PVC a pryskyřice. Použijeme vztah pro rychlostní profil (3.47), ale vykreslíme jen jednu polovinu profilu pro  $y \in \langle 0; \frac{H}{2} \rangle$ , protože rychlostní profil je symetrický podle osy štěrbiny viz (3.3).



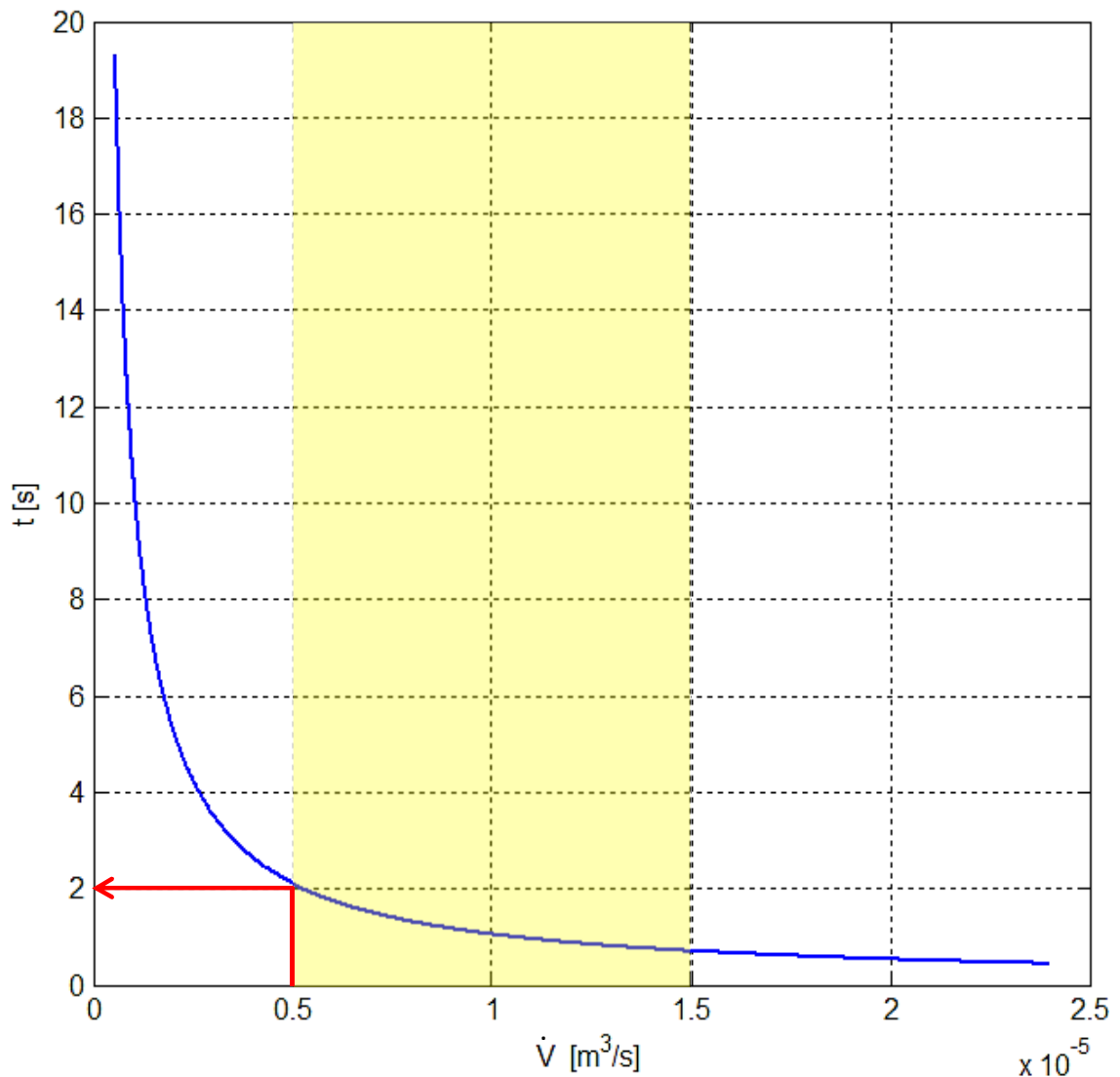
Graf 5 Polovina rychlostního profilu pro  $\Delta p_z = 5$  MPa;  $H = 2,655$  mm;  $L = 59,183$  mm;  
 $n = 0,219$  [1];  $K = 54,6$  kPa

Maximální rychlosti je dosaženo v ose štěrbiny,

$$u_{zmax} = 6,4 \cdot 10^{-3} \text{ m/s.}$$

#### 4.8 Doba plnění při konstantním průtoku

Vynesení grafické závislosti pro dobu plnění dutiny formy v závislosti na konstantním průtoku je snazší. Stačí nám vztah (4.9), štěrba má tvar kvádra  $H \times W \times L$ . Mezi časem a průtokem platí nepřímá úměrnost, jak je možné vidět i v grafu.

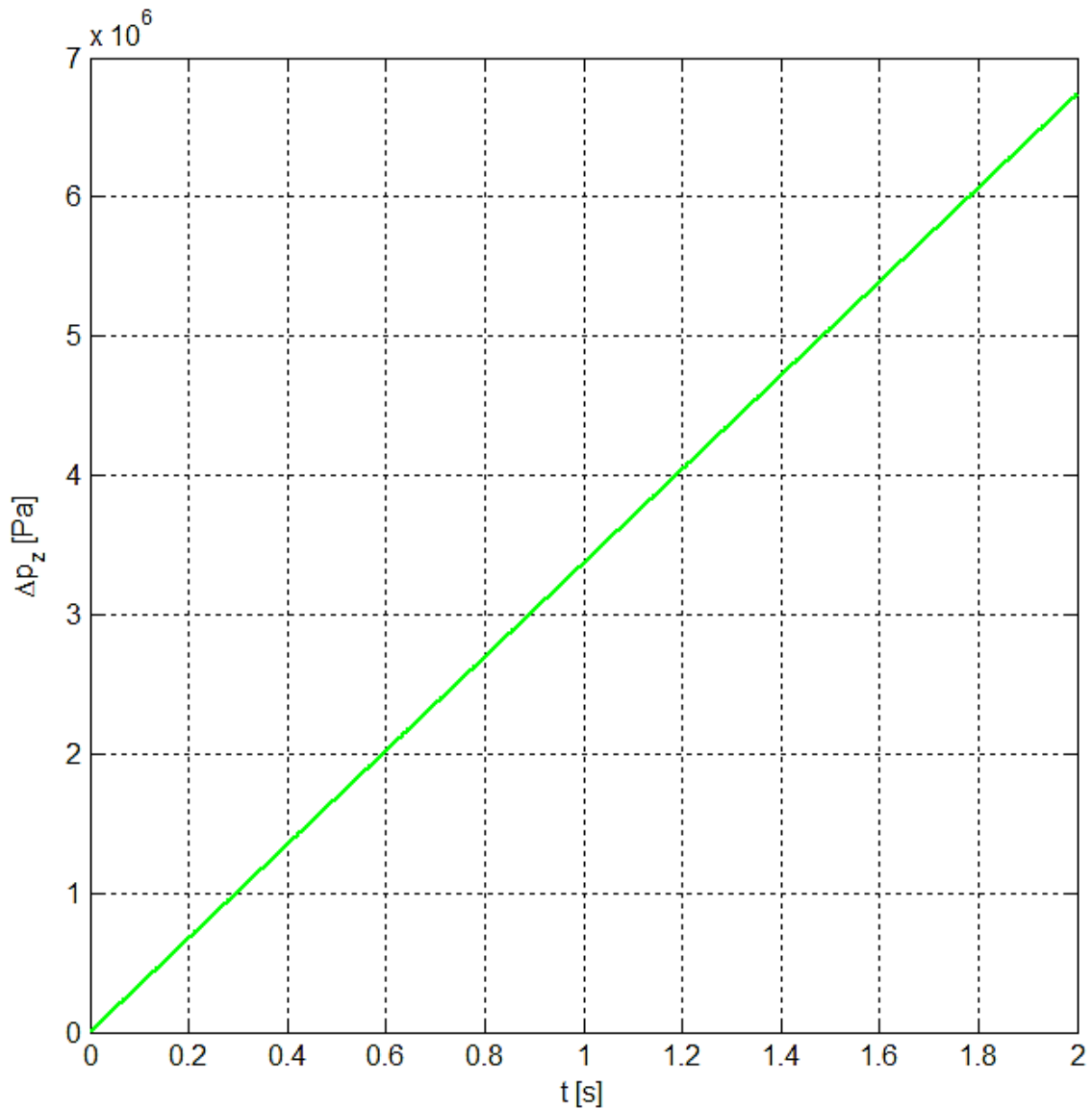


Graf 6 Závislost doby plnění formy na průtoku při  $H = 2,655 \text{ mm}$ ;  $W = 67,607 \text{ mm}$ ;  $L = 59,183 \text{ mm}$

**Abychom získali optimální čas vstřiku, 2 s nebo méně, volili bychom průtok větší než  $0,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ . Pravděpodobně bychom volili právě tuto hodnotu, neboť při dalším zvyšování průtoku se doba plnění již nemění tak zásadně.**

#### 4.9 Tlaková ztráta v průběhu plnění formy za konstantního průtoku

Pro vyjádření závislosti tlakové ztráty na konstantním průtoku využijeme vztah (4.12). Z rovnice je vidět, že tlaková ztráta je přímo úměrná době vstřikování. Hodnotu konstantního průtoku volíme  $0,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ .



Graf 7 Závislost tlakové ztráty na čase při  $\dot{V} = 0,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $H = 2,655 \text{ mm}$ ;  $W = 67,607 \text{ mm}$ ;  $n = 0,219$  [1];  $K = 54,6 \text{ kPa}$

Z grafu můžeme odečíst hodnotu tlakové ztráty pro zvolený průtok, při kterém plnění trvá 2 s. Maximální tlaková ztráta tak dosahuje hodnoty asi 7 MPa, proto bychom vybrali lis, který by byl schopen vyvinout tlak minimálně 10 MPa.

#### ***4.10 Volba lisu***

Nyní můžeme porovnat oba typy vstřikovacích lisů, s konstantním tlakem i průtokem. Určili jsme, že čas vstřiku by měl být okolo 2 s, pro tento čas porovnáme parametry obou strojů.

V případně použití stroje, který dává konstantní tlak je potřeba pro naplnění za 2 s tlak 5 MPa. Pokud bychom použili běžněji používaný lis s konstantním průtokem, potřebovali bychom pro naplnění za stejný časový interval větší tlak, 7 MPa. Dle této úvahy by byl lis s konstantním průtokem vhodnější. V praxi je ale i 7 MPa velmi malá hodnota, a tudíž bychom mohli použít téměř jakýkoliv menší vstřikovací lis. Konkrétní stroj by byl vybrán dle vybavení a konkrétních časových možností lisovny.



## ZÁVĚR

- Byla provedena analýza proudění mezi dvěma rovnoběžnými nepohyblivými deskami, jejímž výsledkem je vztah pro výpočet rychlostního profilu, maximální rychlosti a objemového průtoku ve štěrbině pro pseudoplastické látky.
- Tato analýza byla aplikována na proudění tavenin plastů do dutin forem při vstřikování.
- Vybraný zjednodušený výlisek byl rozvinut do štěrbině mezi dvěma rovnoběžnými nepohyblivými deskami.
- Byly odvozeny vztahy pro plnění formy za konstantního tlaku a průtoku.
- Pro vzorový materiál došlo k určení rychlostního profilu a výpočtu závislosti doby plnění při konstantním tlaku a při konstantním průtoku. Následně byla vypočtena tlaková ztráta během plnění dutiny formy za konstantního průtoku.
- Byly porovnány potřebné parametry vstřikovacích lisů při plnění během 2 s. S konstantním průtokem  $\dot{V} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$  vznikla tlaková ztráta  $\Delta p_z = 7 \text{ MPa}$ . Při vstřikování za konstantního tlaku bylo potřeba  $\Delta p_z = 5 \text{ MPa}$ .
- Výsledkem je zjednodušená analýza toku látek při vstřikování plastů do forem, která může sloužit k dalšímu studiu proudění tavenin plastů ve vtokových soustavách a v dutinách forem.

## POUŽITÁ LITERATURA

- [1] A History of Plastics [online]. ©2015 British Plastic Federation. Dostupné na www: [http://www.bpf.co.uk/plastipedia/plastics\\_history/Default.aspx](http://www.bpf.co.uk/plastipedia/plastics_history/Default.aspx)
- [2] BARNES, HUTTON, WALTERS. An Introduction to Rheology. 3., upr. vyd. Amsterdam, 1993. 199 s. ISBN 0-444-87469-0
- [3] HLATSHWAYO, FOCKE, RAMJEE, RAND a MANYALA. Rheological behavior and thermal properties of pitch/poly(vinyl chloride) blends. In: Carbon [online]. Elsevier. Leden 2013,51 64-71. ISSN: 0008-6223. [cit. 23.4.2015]. Dostupné z doi: 10.1016/j.carbon.2012.08.012
- [4] Chemical Engineering Learning Resources [online]. ©2014 [cit. 26.4.2015]. Dostupné na www: <http://www.msubbu.in/In/fm/Unit-I/NonNewtonian.htm>
- [5] LENFELD, Petr. Katedra tváření kovů a plastů, FS, TU v Liberci – Skripta [online]; Dostupné na www: [http://www.ksp.tul.cz/cz/kpt/obsah/vyuka/skripta\\_tkp/sekcce\\_plasty/04.htm](http://www.ksp.tul.cz/cz/kpt/obsah/vyuka/skripta_tkp/sekcce_plasty/04.htm)
- [6] NOVÁK, RIEGER, VAVRO. Proudění neneutonských kapalin potrubím. In: NOVÁK, RIEGER, VAVRO. Hydraulické pochody v chemickém a potravinářském průmyslu. SNTL, Praha, 1989. str. 77-100. ISBN 80-03-00144-7
- [7] SEYSSIECQ Isabelle, KARRABI Mohsen, ROCHE Nicolas. In situ rheological characterisation of wastewater sludge: Comparison of stirred bioreactor and pipe flow configurations. In: Chemical Engineering Journal [online]. Elsevier. Leden 2015, 259 205–212. ISSN: 1385-8947. [cit. 10.5.2015]. Dostupné z doi: 10.1016/j.cej.2014.07.102
- [8] ŠANOVEC, Jan. Lisování plastů. In: NOVOTNÝ, ŠANOVEC, BEDNÁŘ, KREIBICH. Technologie I (Slévání, tváření, svařování a povrchové úpravy). Vydavatelství ČVUT, Praha, 2001. str. 131-136. ISBN 80-01-02351-6
- [9] ŠESTÁK, RIEGER. Přenos hybnosti, tepla a hmoty. Vydavatelství ČVUT, Praha, 2005. 299 str. ISBN 80-01-02933-6
- [10] ZEMAN, Lubomír. Vstřikování plastů: úvod do vstřikování termoplastů. BEN-technická literatura, Praha, 2009. 274 str. ISBN 978-80-7300-250-3

## SEZNAM NEJČASTĚJI POUŽÍVANÝCH SYMBOLŮ

$A$	konstantní část rovnice průtoku (4.4)	
$C$	integrační konstanta	
$\vec{f}$	vektor objemových sil působících na jednotku hmotnosti	$[m/s^2]$
$H$	výška štěrbiny	$[m]$
$K$	koeficient konzistence	$[Pa \cdot s^n]$
$L$	délka štěrbiny	$[m]$
$n$	index toku	$[1]$
$p$	tlak	$[Pa]$
$\Delta p_z$	tlaková ztráta	$[Pa]$
$t$	čas	$[s]$
$T$	teplota	$[^\circ C; K]$
$\vec{u}$	rychlost	$[m/s]$
$V$	objem	$[m^3]$
$\dot{V}$	objemový průtok	$[m^3/s]$
$W$	šířka štěrbiny	$[m]$
$PVC$	polyvinylchlorid	
$\dot{\gamma}$	rychlost deformace	$[1/s]$
$\overset{\rightrightarrows}{\Delta}$	tenzor rychlosti deformace	$[1/s]$
$\overset{\rightrightarrows}{\delta}$	jednotkový symetrický tenzor	$[1]$
$\eta$	zdánlivá viskozita	$[Pa \cdot s]$
$\mu$	dynamická viskozita	$[Pa \cdot s]$
$\mu_p$	plastická viskozita	$[Pa \cdot s]$
$\rho$	hustota	$[kg/m^3]$
$\overset{\rightrightarrows}{\tau}$	celková dynamická napětí	$[Pa]$
$\tau_0$	mez toku	$[Pa]$
$\overline{\Pi}$	záporný dvojnásobek druhého invariantu tenzoru rychlosti deformace	$[1/s^2]$
$\nabla$	Hamiltonův operátor nabra	$[1/m]$

***Dolní indexy***

$x$  do směru  $x$

$y$  do směru  $y$

$z$  do směru  $z$

***Symboly nad písmeny***

$\rightarrow$  vektor

$\Rightarrow$  tenzor

## SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1 Vytlačovací stroj [5] .....	9
Obr. 2 Lisování plastů [5] .....	10
Obr. 3 Linka na válcování [8] .....	10
Obr. 4 Schéma vstřikovacího stroje [5] .....	12
Obr. 5 Šestinásobná vstřikovací forma [5] .....	13
Obr. 6 Znázornění štěrbin se souřadným systémem .....	20
Obr. 7 Rozvaděč systému podlahového vytápění .....	27
Obr. 8 Průhledka průtokoměru .....	27
Obr. 9 Model měrky .....	28
Obr. 10 Výlisek se vtokem .....	28
Obr. 11 Náhradní válec .....	28
Obr. 12 Okótovaná štěrbina .....	28
Obr. 13 Výkres tvárníku .....	29
Obr. 14 Výkres tvárnice se zvýrazněnou vtokovou soustavou .....	30

## SEZNAM GRAFŮ

Graf 1 Reogram neneutonských modelů .....	19
Graf 2 Závislost tvaru rychlostního profilu na souřadnici y a velikosti n pro pseudoplastické látky při tečení ve štěrbině .....	26
Graf 3 Závislost doby plnění formy na tlaku .....	34
Graf 4 Závislost objemového průtoku na čase .....	35
Graf 5 Polovina rychlostního profilu .....	36
Graf 6 Závislost doby plnění formy na průtoku .....	37
Graf 7 Závislost tlakové ztráty na čase .....	38

## SEZNAM TABULEK

Tabulka 1 Hodnoty indexu toku a koeficientu konzistence pro různé procentuální složení směsi [3] .....	31
Tabulka 2 Index toku a koeficient konzistence pro suspenzi vody s uhelným prachem [7] .....	31