

**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE**

**Fakulta strojní**



# Konstrukce inertoru

*Bakalářská práce*

Tomáš Zemánek

Praha 2015

## **Abstrakt**

Tato bakalářská práce se zabývá konstrukcí inerciálního tlumiče neboli inertoru, což je prvek doplňující pružinu a tlumič v systému pasivního odpružení. Hlavní charakteristickou vlastností inertoru je, že síla, aplikovaná na jeho dvě nezávislé koncovky, je přímo úměrná relativnímu zrychlení mezi nimi. V práci jsou nejprve shrnuty hlavní poznatky, které byly v souvislosti s touto technologií doposud zveřejněny. Dále jsou představeny různé konstrukční varianty včetně inertoru na bázi kuličkového šroubu, který je následně využit při vlastní konstrukci v programu Catia V5. Po určení základních parametrů pomocí výpočtů v programu Matlab 2011 jsou představeny předběžné varianty, ze kterých je vybrán výsledný prototyp. Ten je pak následně detailně rozpracován a pevnostně zkontrolován. Poslední kapitola se věnuje parametrizaci hlavních rozměrů a diskutuje její možné rozšíření do budoucna. Cílem této práce je vytvořit podklad pro další vývoj na půdě Fakulty strojní, který může vést k praktickému využití inertoru v rámci univerzitních projektů.

## **Abstract**

This bachelor thesis focuses on design of the inertial damper or the inerter, which is an element completing spring and damper in the passive suspension system. Main characteristic of the inerter is that the force applied to the two independent terminals is directly proportional to the relative acceleration between them. The thesis first summarizes main findings, which were in connection with this technology yet published. Furthermore, different design embodiments are introduced, including the inerter incorporating ball screw mechanism, which is subsequently utilized during the actual construction design in Catia V5. After determining the basic parameters using calculations in Matlab 2011, preliminary design variants are presented of which is selected the final prototype. This is then subsequently elaborated in detail and checked for strength. The last chapter deals with the parameterization of main dimensions and discusses its possible future expansion. The aim of this work is to create a basis for further development at the Faculty of Mechanical Engineering, which can lead to practical use of the inerter within university projects.

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně s použitím literatury uvedené v seznamu. Souhlasím s tím, aby tato práce byla využita pro studijní a výzkumné účely.

V Praze dne 11. června 2015

.....  
Tomáš Zemánek

## **Poděkování**

Tímto bych chtěl poděkovat panu Ing. Janu Baněčkovi, Ph.D. za odborné názory a cenné rady, které mi jako vedoucí této práce ochotně poskytoval. Děkuji také rodičům a Pavle Staré za podporu během celého studia.

# Obsah

<b>1. Úvod</b> .....	1
<b>2. Představení technologie</b> .....	2
2.1 Dynamický tlumič.....	2
2.2 Pracovní princip inertoru.....	3
2.3 První historické zmínky .....	6
2.4 Konstrukční řešení .....	6
2.5 Umístění inertoru ve vozidle.....	9
2.6 Analogie elektrických a mechanických systémů .....	10
2.7 Inertor ve Formuli 1 .....	12
<b>3. Určení základních parametrů</b> .....	14
3.1 Maximální axiální síla.....	14
3.2 Inertance.....	15
3.3 Stoupání závitu.....	16
3.4 Ovlivnění momentu setrvačnosti.....	18
3.5 Výpočtový software .....	19
<b>4. Konstrukce inertoru</b> .....	22
4.1 Varianty uložení.....	22
4.1.1. Axiální ložiska .....	22
4.1.2. Ložiska s kosouhlým stykem .....	23
4.1.3. Poháněná matice.....	24
4.2 Finální verze.....	26
<b>5. Pevnostní výpočty</b> .....	28
5.1 Plášť .....	28
5.1.1. Svary pláště .....	29
5.2 Šroubová spojení.....	30
5.2.1. Spojení pláště s maticí.....	30
5.2.2. Spojení setrvačníku s maticí.....	35
5.2.3 Výběr kulových kloubů.....	36
5.3. Víko pláště .....	36
<b>6. Parametrizace modelu</b> .....	38
6.1. Korekce maximální inertance .....	40
6.2 Diskuze rozšíření parametrizace .....	42
<b>7. Závěr</b> .....	43
<b>Zdroje</b> .....	44

# 1. Úvod

Základní systém pasivního odpružení, tedy kombinace hydraulického tlumiče a pružiny (dále se pro hydraulický tlumič bude využívat zkrácené označení „tlumič“), ve většině aplikacích dostatečně přizpůsobuje podvozek automobilu nerovnostem vozovky a dovoluje nám jej obstojně nastavit na kompromis mezi jízdními vlastnostmi a komfortem. V oblasti motorsportu však rozhodují desetiny a někdy i setiny sekundy o úspěchu a neúspěchu, což vytváří prostor pro technologie, které nejsou pro jiné aplikace na první pohled dostatečně atraktivní. Některé zajímavé vynálezy tak vděčí za své prvotní rozšíření do praxe právě závodním automobilovým stájím, bez jejichž podpory by se pravděpodobně prosazovaly podstatně složitěji. Dobrým příkladem takového vynálezu v oblasti pasivního systému odpružení je tzv. inerciální tlumič neboli inertor, jehož cestu od uvedení ve vědecké práci až po přenesení do praxe si v této práci představíme.

Hlavní efekt, který inertor při začlenění do systému odpružení přináší, je stabilizace odpružených hmot (karoserie) a celkové zlepšení ovladatelnosti vozidla a přilnavosti pneumatik. (Chen et al. 2009) Důvod, proč inertor tak dobře doplňuje základní dva prvky odpružení, si představíme pomocí základních rovnic v kapitole 2.2.

Cílem této práce je uvést hlavní přínosy inertoru, zmapovat dosavadní vývoj a užití v praxi a tyto informace poté zužitkovat ve vlastní konstrukci. Hlavní motivací pro zkonstruování tohoto zařízení je potenciál, který skýtá pro další vývoj a nasazení v různých projektech na půdě Fakulty strojní. Jedna z možných budoucích aplikací je zakomponování do vozu kategorie Formula Student. Výsledkem této práce však není inertor připravený k využití v tomto projektu. Systém odpružení se totiž musí uvažovat jako celek, jehož elementy je potřeba dimenzovat společně. Bez toho není možné parametry inertoru správně nastavit. Předčasně nasazený inertor by tak mohl jízdni vlastnosti vozidla dokonce zhoršit. Přestože tedy není tento konkrétní prototyp pro takovou aplikaci primárně určen, orientuje se dimenzování parametrů na vůz o podobné hmotnosti. Pardo Barcelo (2012) ve své dizertační práci již ukázal, že promyšlené zakomponování inertoru skutečně zlepšilo časy studentské formule, zajížděné na jedno simulované závodní kolo. Zároveň existují i pozitivní praktické zkušenosti jiných závodních týmů, kde je již inertor využíván. Bylo by tedy na místě uvažovat o budoucím začlenění inertoru i do formule naší fakulty. V tomto případě by tato práce mohla sloužit jako odrazový můstek pro konstrukci v týmu.

## 2. Představení technologie

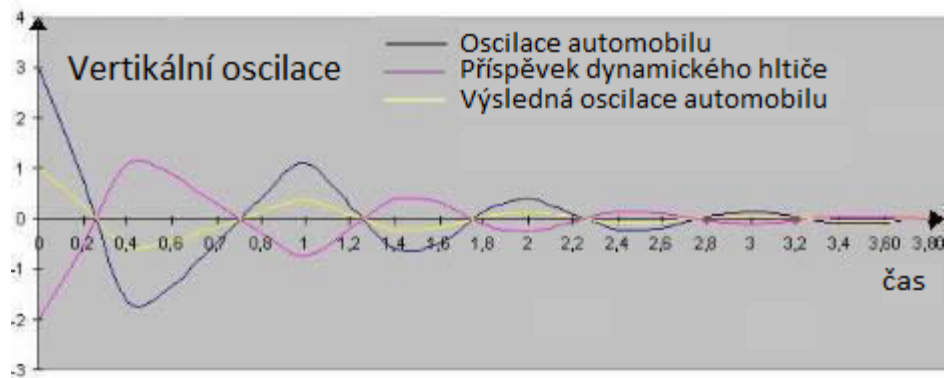
### 2.1 Dynamický tlumič

Než si představíme pracovní princip samotného inertoru, je vhodné si uvést základní informace o dynamickém tlumiči (tuned mass damper), který je považován za nepřímého předchůdce inertoru a v patentu z roku 1996 byl popsán jako „*tlumicí systém, obsahující závaží, zavěšené na konstrukci přes pružinu a viskoelastický materiál. Interakce mezi závažím, pružinou a viskoelastickými komponenty tlumícího systému je taková, že pokud je na strukturu aplikovaná síla, vytvářející v ní dynamické odezvy, systém tlumí vibrace s nimi související,*“ (Ming-Lai, 1996). Dynamický tlumič má v oblasti tlumení vibrací široké uplatnění. V některých aplikacích se používají sice jiná označení, pracovní princip však zůstává stejný. Jako příklad lze uvést využití u výškových budov, u kterých jsou vibrace způsobené větrem nebo zemětřesením. Další oblastí nasazení takového zařízení je v automobilovém průmyslu tlumení torzních vibrací na klikové hřídeli. V motorsportu, konkrétně ve Formuli 1, využíval dynamický tlumič za účelem stabilizace odpružených hmot jako první tým Renault F1 (*Obr. 2.1*). Jednalo se o závaží o hmotnosti zhruba 9 kg, uložené v přední části vozu, zavěšené mezi dvěma pružinami pevně připojenými k odpruženým hmotám (De Groot, 2008).



*Obr. 2.1: Dynamický tlumič ve voze Renault F1 (Technical F1 dictionary)*

Závaží reaguje na vertikální pohyb odpružených hmot oscilací v opačném směru, díky čemuž dosahujeme utlumení kmitání, jak je vidět na *Obr. 2.2*.



Obr. 2.2: Tlumení kmitání pomocí dynamického tlumiče (Technical F1 dictionary)

V roce 2006 však FIA tento koncept zakázala s argumentem, že se jedná o „pohyblivý aerodynamický prvek.“ Je sice pravdou, že dynamický tlumič nepřímo aerodynamické vlastnosti vozidla ovlivňuje, protože díky stabilizaci odpružených hmot se stabilizuje i aerodynamická platforma, což vede k menším výkyvům v míře přítlačku (Scarborough 2011). Tento argument však nelze brát jako relevantní, neboť pomocí nepřímého ovlivňování jednotlivých komponentů by se dalo teoreticky zakázat cokoli. Nepřímý vliv na aerodynamiku přece neznamená, že daný komponent můžeme nazývat aerodynamickým prvkem. Jaký byl tedy pravý důvod zákazu dynamického tlumiče, se můžeme pouze domnívat.

Ať už to byl omyl nebo cokoli jiného, vedl tento zákaz k postupnému rozšíření inertoru mezi většinu stájí. Historie inertoru ve Formuli 1 je však malinko komplikovanější a blíže se jí věnuje kapitola 2.7. Za zmínku však stojí, že tým McLaren už v době zákazu dynamického tlumiče ve svých monopostech inertor využíval, ten však zůstává legální a je nasazen ve Formuli 1 dodnes. Podle různých spekulací se inertor „vyhnul“ zakazu kromě jiného díky tomu, že se jedná o součást systému odpružení (De Groote, 2008). Dynamický tlumič součástí systému odpružení není.

## 2.2 Pracovní princip inertoru

Abychom si představili pracovní princip inertoru, je na místě si nejprve uvést charakteristické rovnice pružin a tlumičů vzhledem k síle, aplikované na jejich koncovky. Kvůli možnosti pozdější asociace s elektrickými obvody (kapitola 2.6) si rovnice pokaždé pomocí derivací převedeme do tvaru, kde se budou jako veličiny vyskytovat pouze síla a rychlost. U pružiny je aplikovaná síla přímo úměrná výchylce **polohy**:

$$F = k(x_2 - x_1) \quad (2.1)$$



neboli

$$\frac{dF}{dt} = k(v_2 - v_1) \quad (2.2)$$

U tlumiče je aplikovaná síla přímo úměrná relativní **rychlosti** mezi jeho koncovkami:

$$F = k(v_2 - v_1) \quad (2.3)$$

Máme tedy dva prvky, které jsou citlivé na relativní pozici a relativní rychlost mezi jejich koncovkami, neboli mezi neodpruženými a odpruženými hmotami vozidla. Co zde však chybí, je element, který by byl citlivý na **zrychlení**. Doplnění systému odpružení o takové zařízení dokáže významně zlepšit ovladatelnost vozu i přilnavost pneumatik, což bylo později i v praxi dokázáno (Chen et al., 2009).

Jako první tuto problematiku popsal profesor Malcolm C. Smith (2002) a zmíněný element nazval inertor (inertor). Teoretický ideální inertor byl zde definován jako: „*Mechanický element se dvěma koncovkami (uzly), s tou vlastností, že stejně velká, opačná síla aplikovaná na koncovky je přímo úměrná relativnímu zrychlení mezi nimi.*“ Vyjádřeno rovnicí:

$$F = b(a_2 - a_1) \quad (2.4)$$

neboli

$$F = b \frac{d(v_2 - v_1)}{dt} \quad (2.5)$$

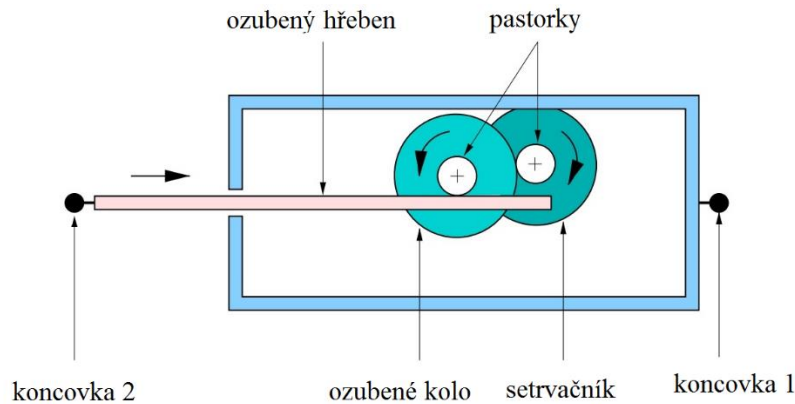
kde  $b$  je konstanta úměrnosti zvaná *inertance* a její jednotkou jsou kilogramy. energii, uloženou v inertoru lze vyjádřit jako:

$$E = \frac{1}{2} b(v_2 - v_1)^2 \quad (2.6)$$

Jak uvádí Smith, tato definice by byla „prázdná“ bez možnosti zkonstruovat takové mechanické zařízení, jehož vlastnosti se přibližují ideálnímu inertoru. Pro praktickou využitelnost je potřeba, aby inertor splňoval i následující podmínky:

1. Zařízení musí mít relativně nízkou hmotnost nezávisle na požadované inertanci.
2. Nesmí být potřeba připojovat jeden konec zařízení k pevnému bodu ve vztažné soustavě
3. Zařízení musí mít konečný lineární chod, který je specifikovatelný, rozměry zařízení musí být přiměřené
4. Zařízení by mělo fungovat v libovolné orientaci či při libovolném pohybu zařízení jako celku

Jednoduché konstrukční řešení, které splňuje dané čtyři podmínky a zároveň se svými vlastnostmi přibližuje ideálnímu inertoru, využívá pastorku a ozubeného hřebenu. Princip je naznačen na *Obr. 2.3*



*Obr. 2.3: Inertor na bázi pastorku a ozubeného hřebenu (Smith, 2003)*

Uvažujme, že  $r_1$  je poloměr pastorku na ozubeném hřebenu,  $r_2$  je poloměr ozubeného kola,  $r_3$  je poloměr pastorku na ozubeném kole,  $r_4$  je poloměr setrvačnicku,  $m$  je hmotnost setrvačnicku a platí, že hmotnost ostatních komponentů je zanedbatelná. Pokud je dále  $v_1 = 0$ , což je rychlost koncovky 1, potom platí následující rovnice:

$$F = (m\alpha_1^2\alpha_2^2)\dot{v} \quad (2.7)$$

kde  $\alpha_1 = \frac{r_4}{r_3}$  a  $\alpha_2 = \frac{r_2}{r_1}$

Pokud se  $v_1 \neq 0$ , měli bychom pro přesné vyjádření do rovnice zahrnout také setrvačné síly v důsledku lineárního pohybu setrvačnicku. Tyto síly však můžeme dovolit v této fázi zanedbat (Smith, 2002).

Na Cambridgeské univerzitě, kde profesor Smith působí, zkonstruovali na základě tohoto návrhu prototyp, který je zmíněn v kapitole 2.4 a je vidět na *Obr 2.5*. I kdybychom využili poměrně mírný poměr  $\alpha_1 = \alpha_2 = 3$ , inertance by byla 81 krát vyšší, než hmotnost setrvačnicku. Tímto je jasně splněna podmínka relativně nízké hmotnosti konstrukčního řešení. Zbylým třem podmínkám vyhovuje Smithův inertor také. Jediné, co by ještě v souvislosti s tímto řešením bylo vhodné zvážit, je gyroskopický efekt rotujících hmot. Ten lze však eliminovat například pomocí dvou proti sobě rotujících setrvačnicků (Smith, 2002).

Následně bylo předvedeno několik dalších konstrukčních variant, z nichž měl několik z nich na svědomí Smith a jeho kolegové, nejprve si ale představme první historické zařízení, které bylo postavené na podobném principu jako dnešní inertor.

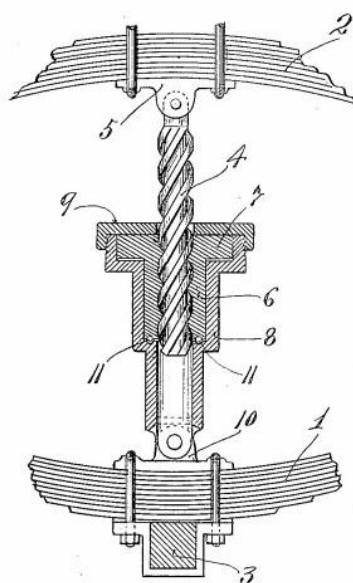
### 2.3 První historické zmínky

Existuje několik patentů z 20. století, které popisují zařízení korespondující pracovním principem a konstrukcí s tím, co dnes nazýváme inertor. První takové zařízení bylo patentováno v roce 1908 (*Obr. 2.4*), autorem je Američan Lewis S. Watres. Jeho vynález našel uplatnění v prvních motorových kočárech (Pardo Barcelo, 2012).

No. 893,680.

PATENTED JULY 21, 1908.

L. S. WATRES.  
SHOCK ABSORBER.  
APPLICATION FILED JUNE 26, 1907.

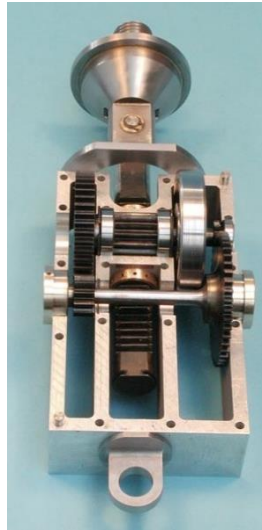


*Obr. 2.4: První známý vynález pracovním principem podobný inertoru (Watres, 1908).*

Následovalo několik dalších variant a modifikací - King 1912, Tauscher 1928, Seqveland 1933, Gies a Rumsey 1962 (Pardo Barcelo, 2012).

### 2.4 Konstrukční řešení

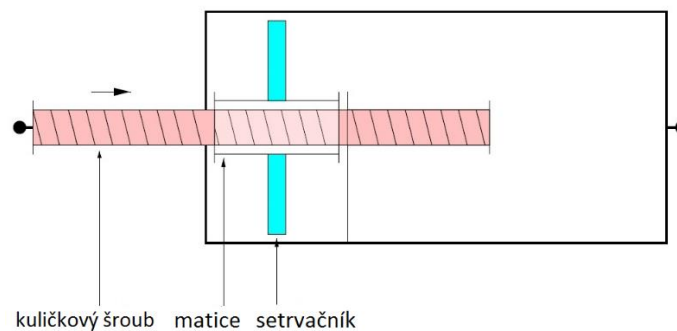
Inertor, jak ho známe dnes, byl, jak už bylo zmíněno, představen Malcolmem C. Smithem v roce 2002. Schéma a pracovní princip jeho konstrukčního řešení je uveden v kapitole 2.1. Konkrétní prototyp, vyrobený na Cambridgeské univerzitě, měl zdvih 80mm a hmotnost 3,5kg při inertanci 725kg (*Obr. 2.5*).



*Obr. 2.5: Inertor vyrobený na Cambridgeské univerzitě (Smith 2003)*

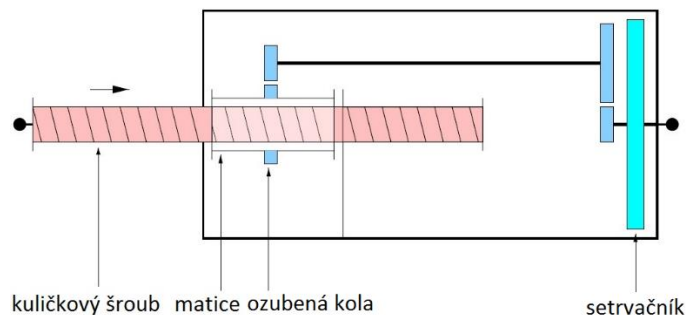
Dalším možným konstrukčním řešením je inertor se šroubovým mechanismem, například s kuličkovým šroubem. Tato alternativa byla zmíněna již ve Smithově patentu v roce 2005, týkajícího se inertoru obecně. Konkrétně tento mechanismus si však nechal až v roce 2009 patentovat Wang et al.

Díky své kompaktnosti a jednoduchosti se jedná v technické praxi o převažující mechanické řešení a rozhodl jsem se pro něj i v této práci při vlastní konstrukci inertoru. Lineární pohyb mezi dvěma koncovkami je převáděn pomocí kuličkového šroubu na rotační pohyb matice, která je pevně spojena se setrvačником (závažím), (*Obr. 2.6*).



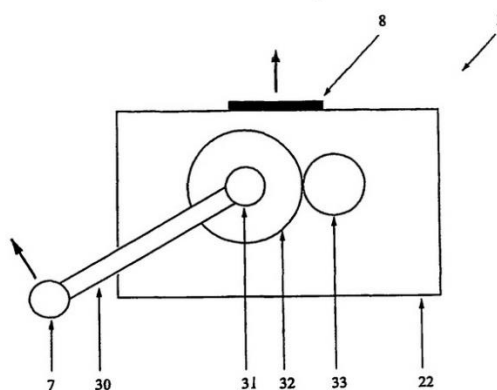
*Obr. 2.6: Inertor na bázi kuličkového šroubu (Smith, 2003)*

Modifikací této varianty může být místo pevného spojení matice se setrvačником ještě zapojení přídatného převodu, jak je vidět na *Obr. 2.7*.



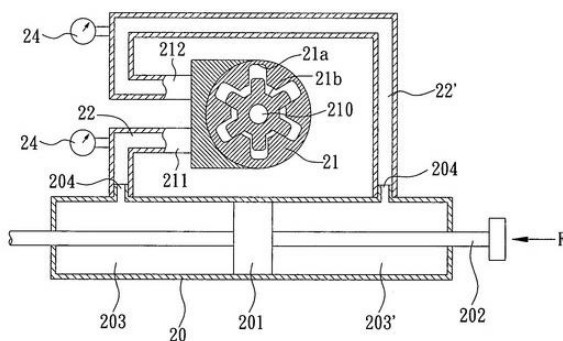
Obr. 2.7: Inertor se šroubovým mechanismem a přídatnými převody (Smith, 2003)

Další možné konstrukční řešení, zmíněné ve Smithově patentu (2005) využívá ramene, které spojuje koncovku (7) s hřídelí, na které je ozubené kolo (32), které při relativním pohybu mezi koncovkami poté roztáčí pastorek (33). Ten je následně spojen se setrvačnickem (není vyobrazen), který se roztáčí a působí tak silou proti rameni (Obr. 2.8).



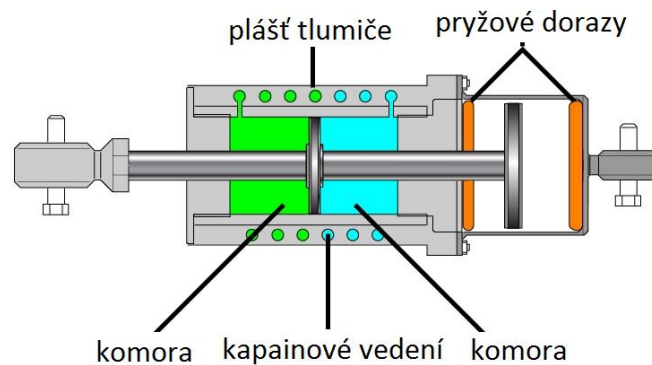
Obr. 2.8: Inertor využívající pákového mechanismu (Smith, 2005)

Kromě mechanických řešení existují i hydraulické inertory. V patentu Wanga a Lina z roku 2009 se objevuje mechanismus, ve kterém je hydraulická síla využívána k pohánění ozubeného mechanismu, který roztáčí setrvačnick a generuje tak setrvačnou sílu (Obr. 2.9).



Obr. 2.9: Hydraulický inertor (Wang a Lin, 2009)

Další zajímavé řešení pochází z dílny týmu Formule 1 - Lotus Renault GP. Jejich tzv. „kapalinový inertor“ není založen na setrvačnosti ozubeného mechanismu poháněného hydraulicky, jako je to v předchozím případě, nýbrž využívá setrvačnosti samotné kapaliny. (Obr. 2.10). Vnitřní dutina inertoru je rozdělena na levou a pravou komoru, které jsou navzájem odděleny pístem. Při relativním axiálním pohybu mezi koncovkami se píst pohybuje v dutině a přečerpává tak kapalinu z jedné komory do druhé pomocí kanálku. Tento kanálek je veden po šroubovici uvnitř vnějšího pláště. Kapalina, proudící v kanálkem, vytváří setrvačnou sílu, která pak zpětně působí na píst.

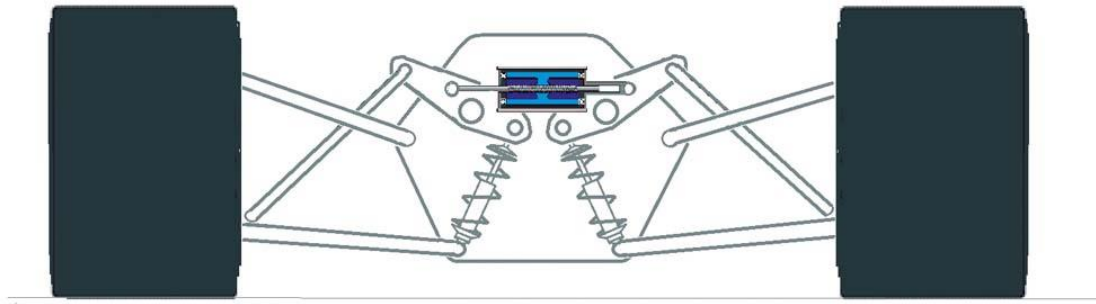


Obr. 2.10: Kapalinový inertor (Scarborough, 2011)

Hlavní výhodou tohoto řešení je minimum pohyblivých součástí, což by mělo zajistit větší spolehlivost, odolnost a jednodušší údržbu. Zároveň mívá kapalinový inertor i menší hmotnost a je kompaktnější oproti mechanickému řešení. Hlavní nevýhodou této varianty je však kapalina samotná. Pro co nejlepší funkčnost je nutné, aby se jednalo o kapalinu s nízkou viskozitou, která by měla mít zároveň co největší hustotu. Z tohoto pohledu se jako nejlepší řešení ukázala rtuť, jejíž toxicita však vyvolává otázky z hlediska bezpečnosti. Uvědomíme-li si, že inertor bývá uložen před nohama jezdce, jakýkoli únik rtuti v důsledku havárie může významně zhoršit její následky, a to jak pro zdraví jezdce, tak i záchranářů (Scarborough, 2011).

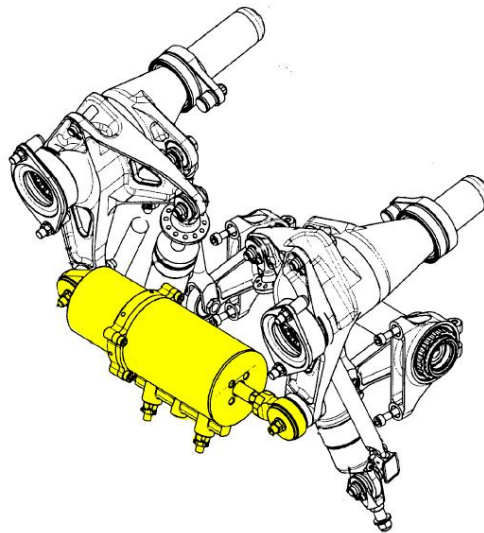
## 2.5 Umístění inertoru ve vozidle

Typicky je inertor umístěn mezi vahadly, což je schematicky naznačeno na Obr. 2.11.



*Obr. 2.11: Běžné umístění inertoru v automobilu (Clarke, 2012)*

Poněkud sofistikovanější zobrazení instalace inertoru poskytl tým F1 Lotus Renault GP, kde je jejich kapalinový inertor, zmíněný v kapitole 2.4, umístěn rovněž mezi vahadla (*Obr. 2.12*).



*Obr. 2.12: Instalace inertoru mezi vahadla v týmu F1 Lotus Renault GP (Scarborough, 2011)*

## 2.6 Analogie elektrických a mechanických systémů

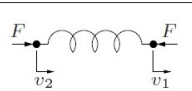
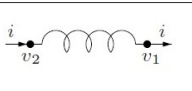
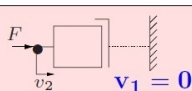
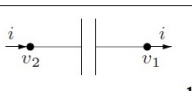
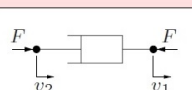
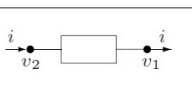
Kromě samotného představení inertoru se Smith ve své práci věnuje také analogii mechanických a elektrických systémů, ze které vychází a pro kterou má zavedení inertoru zásadní význam. Možnost úplné aplikace této analogie do systému odpružení byla jednou z hlavních motivací pro vývoj inertoru (Chen et al., 2009).

Historicky první použitou analogií mezi elektrickými a mechanickými systémy byla tzv. analogie síla - napětí, pro náš účel se však bude lépe hodit alternativní analogie síla – proud, jejíž členy jsou následující:

mechanická veličina/element	elektrický ekvivalent
síla	proud
rychlost	napětí
kinetická energie	elektrická energie
potenciální energie	magnetická energie
pevný bod ve vztažné soustavě	elektrické uzemnění
pružina	cívka
tlumič	rezistor
těleso	kondenzátor

Tab 2.1: Analogie mechanických veličin a elementů s elektrickými.

U kondenzátoru však není analogie s tělesem zcela přesná. Kondenzátor je element se dvěma koncovkami, což u tělesa platí pouze s omezením. Zrychlení tělesa se totiž vztahuje vzhledem k pevnému bodu ve vztažné soustavě, což znamená, že jedna koncovka je onen pevný bod a druhou koncovkou je těžiště tělesa. Kvůli tomuto omezení v podobě vztažné soustavy se tedy těleso rovná spíše uzemněnému kondenzátoru (Smith, 2002) viz Tab. 2.2. Protože se pro polohu a zrychlení nevyužívá zvláštní elektrický ekvivalent, vystupuje v levém sloupci pokaždé rychlost, pro kterou je ekvivalentní napětí.

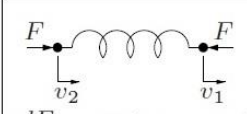
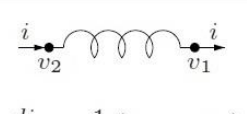
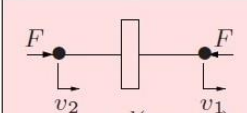

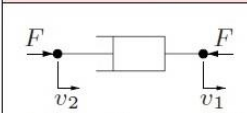
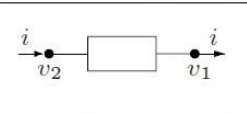
Mechanické elementy	Elektrické elementy
 pružina	 cívka
 těleso	 kondenzátor
 tlumič	 rezistor

Tab. 2.2: Úplná analogie v podobě pružiny a tlumiče naráží na omezení u tělesa.  $v_1$  a  $v_2$  značí v levém sloupci rychlost, v pravém napětí.  $F$  je síla a  $i$  je proud (Smith 2003)

Nalezení přesné analogie s kondenzátorem, tedy nahrazení tělesa elementem se dvěma nezávislými koncovkami – inertorem – nám zajistí možnost „převádět mechanické systémy



na elektrické v kompletně analogické podobě, což vede k možnosti bez omezení aplikovat všechny po desetiletí vyvíjené analýzy a syntézy elektrických systémů“, (Smith, 2002). V Tab. 2.3 jsou tedy zobrazeny tři elementy odpružení: pružina, tlumič, inertor, a jejich analogie elektrických obvodů.

Mechanické elementy	Elektrické elementy
 $\frac{dF}{dt} = k(v_2 - v_1)$ <p>pružina</p>	 $\frac{di}{dt} = \frac{1}{L}(v_2 - v_1)$ <p>cívka</p>
 $F = b \frac{d(v_2 - v_1)}{dt}$ <p>inertor</p>	 $i = C \frac{d(v_2 - v_1)}{dt}$ <p>kondenzátor</p>
 $F = c(v_2 - v_1)$ <p>tlumič</p>	 $i = \frac{1}{R}(v_2 - v_1)$ <p>rezistor</p>

Tab. 2.3: Úplná analogie mechanických a elektrickým systémů je znázorněna pomocí charakteristických rovnic pro daný element. V levém sloupci značí  $v$  rychlost, v pravém napětí,  $F$  je aplikovaná síla na koncovky,  $i$  je proud. Ostatní veličiny jsou charakteristické konstanty (Smith, 2003).

## 2.7 Inertor ve Formuli 1

Po samotném objevení inertoru provedl profesor Smith výpočty, které ukázaly potenciální výhodu oproti klasickým pasivním systémům dost velkou na to, aby tato technologie byla zajímavá pro Formuli 1. Následovala jednání s týmem McLaren F1, jejichž výsledkem byl kontrakt o spolupráci a exkluzivních právech na dobu určitou.

Tajný společný vývoj vyústil v nasazení inertoru ve Velké ceně Španělska, v Barceloně roku 2005 (Chen et al., 2009). Tento první „ostrý“ test znamenal pro tým McLaren vítězství jejich pilota Kimiho Räikkönena a tím vlastně také nepřímé potvrzení přínosu této technologie.

McLarenu se po celou dobu vývoje a poté během nasazení až do roku 2007 úspěšně dařilo vše tajit. Inertoru byl vymyšlen krycí název „J – Damper“ a ve všech materiálech se mimo jiné skrýval jeho pravý účel například nahrazením jednotky inertance, tedy kilogramů, jednotkou „Zog“.

Toto přerušila až velká špionážní aféra ve Formuli 1 v roce 2007, kdy se měla technická dokumentace Ferrari dostat k McLarenu a dokumentace McLarenu zase k týmu Renault.



*Obr 2.13: Kimi Räikkönen vede Velkou cenu Španělska 2005*

Přestože tak bylo veřejně odhaleno využívání „J – Damperu“, nebylo pořád jasné, k čemu zařízení slouží. Po poměrně žhavých diskuzích byla pravda veřejně odhalena až časopisem Autosport Magazine v květnu roku 2008 (Chen et al., 2009). Po tomto odhalení a po vypršení exkluzivních práv McLarenu se Cambridge University rozhodla podepsat kontrakt s firmou Penske Racing Shocks, umožňující poskytnutí inertoaru jakémukoli týmu Formule 1 (University of Cambridge Enterprise, 2008).

### 3. Určení základních parametrů

V další části mé práce se budu věnovat výpočtu a určení parametrů inertoru. Jak jsem již v druhé kapitole zmínil, zvolil jsem inertor na bázi kuličkového šroubu. Cílem bylo vytvořit program pro dimenzování v programu Matlab a získané parametry pak přenést do vlastní konstrukce v CAD programu Catia V5. Hlavní vstupní parametry byly stanoveny takto:

1. Zdvih inertoru: 80 mm
2. Maximální relativní zrychlení koncových bodů:  $(10 \cdot g) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , kde  $g$  je gravitační zrychlení.
3. Hmotnost odpružených hmot: 200 kg
4. Maximální inertance: V tomto bodě lze využít testů, které provedl Pardo Barcelo (2012) ve své disertační práci, podle kterých lze za již poměrně velkou inertanci v této kategorii považovat zhruba 50 kg na každou nápravu. Nepředpokládá se tedy, že by byla potřeba inertance vyšší, a proto byla tato hodnota stanovena jako hraniční.

Jako první vypočteme maximální axiální sílu, které bude inertor v provozu vystaven. Poté si odvodíme základní rovnici pro určení inertance, z čehož zjistíme, jakými parametry ji můžeme ovlivnit. Tyto pak podrobněji rozebereme.

#### 3.1 Maximální axiální síla

Axiální síla je přímo úměrná relativnímu zrychlení mezi koncovkami ( $a$ ) a dané inertanci ( $b$ ). Parametry pro výpočet axiální síly tedy jsou:

$$a_{rel} = (10 \cdot g) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$b_{max} = 50 \text{ kg}$$

Z čehož vychází:

$$F_{max} = b_{max} \cdot a_{rel} \quad (3.1)$$

$$F_{max} = 50 \cdot 98,1$$

$$F_{max} = 4905 \text{ N}$$

Nyní je potřeba vybrat kuličkový šroub s co nejmenším jmenovitým průměrem o větší únosnosti, než 4905 N. U některých výrobců je možné najít kuličkové šrouby se středním průměrem závitu 12 mm s dynamickou únosností lehce přesahující 5000 N. Přestože byl tento závit v předběžných výpočtech také využit, nebude v této práci dále rozebírán, neboť

se v dalším postupu zjistilo, že nevyhovuje z hlediska nabízených variant stoupání (maximální možná velikost stoupání je 5 mm). Určení vhodného stoupání závitu se věnuje kapitola 3.2. Otázkou je samozřejmě také, zda by nám hodnota dynamické únosnosti 5000 N vyhovovala z hlediska míry bezpečnosti. Předběžně byl tedy vybrán kuličkový šroub se středním průměrem závitu 16mm, který se nabízí se stoupáním až 16 mm a vyhovuje tedy jak únosností, tak rozsahem nabízených variant stoupání.

### 3.2 Inertance

Nyní se zaměříme na samotný výpočet inertance, kde nás nejvíce zajímá stanovení parametrů, kterými její velikost můžeme ovlivnit.

Mechanismus kuličkového šroubu přeměňuje aplikovanou sílu na koncovkách na torzní moment v matici, potažmo v setrvačnicku, který je s maticí pevně spojený. Můžeme tedy v tomto případě využít druhého Newtonova zákona pro rotační pohyb těles, kde platí:

$$\sum M = J \cdot \ddot{\varphi} \quad (3.2)$$

$\sum M$  je suma všech externích momentů působících na setrvačnicku,  $J$  je moment setrvačnosti a  $\ddot{\varphi}$  úhlové zrychlení setrvačnicku. Vzájemný vztah mezi torzním momentem převáděným na setrvačnicku a silou aplikovanou na koncovky lze vyjádřit rovnicí:

$$T = \frac{F \cdot l}{2\pi} \quad (3.3)$$

Kde  $l$  představuje stoupání závitu kuličkového šroubu.

Relativní posunutí mezi koncovkami ( $x(t)$ ) je závislé na pootočení setrvačnicku následovně:

$$x = \frac{\varphi \cdot l}{2\pi} \quad (3.4)$$

Pokud tuto rovnici derivujeme dvakrát podle času, dostaneme:

$$\ddot{x} = \frac{\ddot{\varphi} \cdot l}{2\pi} \quad (3.5)$$

neboli

$$\ddot{\varphi} = \frac{\ddot{x} \cdot 2\pi}{l} \quad (3.6)$$

Pokud nyní rovnici (3.3) a (3.6) dosadíme do rovnice (3.2), dostaneme:

$$\frac{F \cdot l}{2\pi} = J \cdot \frac{\ddot{x} \cdot 2\pi}{l} \quad (3.7)$$

neboli

$$F = J \cdot \left(\frac{2\pi}{l}\right)^2 \cdot \ddot{x} \quad (3.8)$$

Pokud do této rovnice dosadíme rovnici  $F = b \cdot \ddot{x}$ , která vyplývá z rovnice (2.4), dostaneme pro inertanci vztah:

$$b = J \cdot \left(\frac{2\pi}{l}\right)^2 \quad (3.9)$$

ze kterého budeme v dalším postupu vycházet. Z této rovnice vidíme, že inertanci můžeme ovlivnit dvěma způsoby. Buďto změnou momentu setrvačnosti závaží, nebo změnou stoupání závitu.

### 3.3 Stoupání závitu

Jako první si uvedeme postup při výběru stoupání závitu, zároveň provedeme předběžný výpočet vhodné varianty, která nám pak pomůže při výběru konkrétní matice.

Při volbě této hodnoty musíme přihlížet především k nebezpečí samosvornosti mechanismu. Lze však předpokládat, že pokud výrobce garantuje určitou dynamickou únosnost kuličkového šroubu, zaručuje tím také jeho nesamosvornost při tomto zatížení. Proto je zde jiný parametr, který v našem případě určuje volbu stoupání, a to požadovaná minimální inertance, která se rovná inertanci matice. Ideální by samozřejmě bylo, kdybychom si minimální inertanci mohli svobodně zvolit. To však úplně nelze, protože mechanismus kuličkového šroubu nakupujeme od dodavatele a rozměry matice jsou tak dané. Samozřejmě se dá na zakázku tvar matice upravit, ale zmenšit její průměr nelze z důvodu zabudovaného mechanismu vracení kuliček.

V dalším kroku tedy zjistíme inertanci modelové matice kuličkového šroubu v závislosti na hodnotách stoupání a vybereme tak pro nás nejpříznivější variantu. V této fázi není ani tolik důležité, od jakého výrobce matice na tyto výpočty využijeme. Přestože se nabídky jednotlivých společností liší, zpravidla jsou využívány normalizované rozměry podle DIN 69051. Pokud bychom přesto chtěli vybrat matice neřídící se touto normou, rozdíly v rozměrech nebývají tak výrazné, aby ovlivnily výběr stoupání závitu.

Inertanci matice vypočítáme pomocí následujícího postupu, který lze pak aplikovat i na další rotující části inertoru:

Matici můžeme rozdělit na jednotlivé duté válce. Hmotnost dutého válce vypočítáme jako:

$$m = \rho \cdot \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot L \quad (3.10)$$

materiál matice bývá uhlíková ocel, jejíž hustota je  $\rho = 7850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

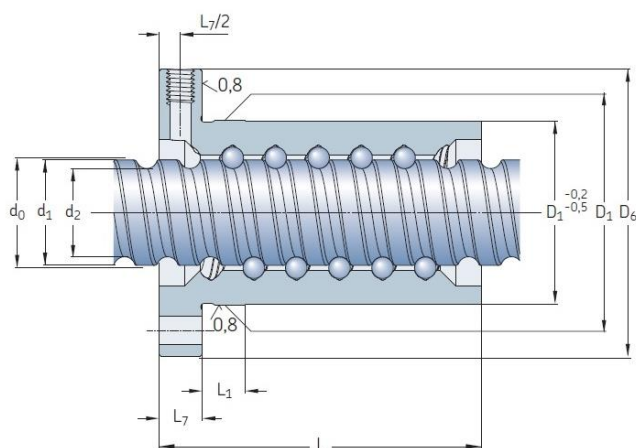
Za  $L$  dosazujeme dílčí délky jednotlivých dutých válců,  $r_2$  je vnější poloměr a za  $r_1$  v tomto případě dosazujeme střední poloměr závitu kuličkového šroubu.

Moment setrvačnosti dutého válce se poté vypočítá takto:

$$J = \frac{(r_2^2 + r_1^2) \cdot m}{2} \quad (3.11)$$

Výsledek pak už jen dosadíme do rovnice (3.9).

Pro modelový výpočet jsem vybral SND/BND 16 od výrobce SKF (*Obr. 3.1*), která se vyrábí se stoupáním 5 mm a 10 mm. Se stejně normalizovanými rozměry ji lze však dostat i se stoupáním 16 mm, vyrábí ji takto například firma HIWIN. Pro nás důležité rozměry jsou:  $L = 47 \text{ mm}$ ,  $L_7 = 10 \text{ mm}$ ,  $D_1 = 28 \text{ mm}$ ,  $D_6 = 48 \text{ mm}$  (SKF Group, 2013).



*Obr. 3.1: Matice SKF SND/BND 16 (SKF Group, 2013)*

Výpočtem pomocí uvedených vzorců vyšla pro stoupání 5 mm inertance této matice závratných 88,53 kg! Je tedy jasné, že přestože je pro nás malé stoupání z hlediska hmotnosti a rozměrů velmi výhodné, neboť inertance roste s druhou mocninou se zmenšováním stoupání, tak nejsme schopni zajistit dostatečně malé rozměry na to, abychom

tuto výhodu uměli využít. Dokud používáme sériové kuličkové šrouby, nezbyvá nám tedy nic jiného, než stoupání závitu zvýšit.

U stoupání 10 mm už je výsledek příznivější, konkrétně 22,13 kg.

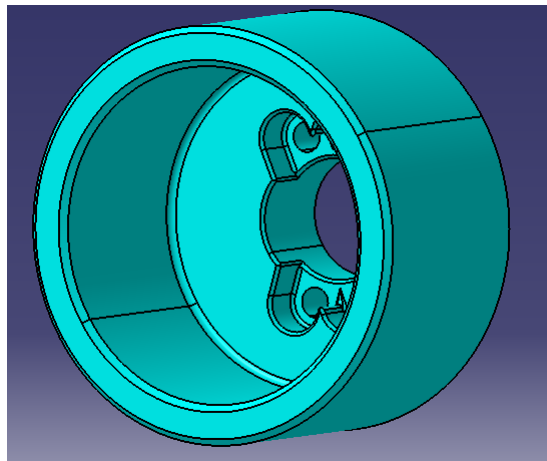
Abychom měli k dispozici dostatečný rozsah hodnot inertance, potřebujeme dosáhnout minimální hodnoty ideálně alespoň 15kg, proto stoupání závitu dále zvýšíme na 16 mm. Inertance modelové matice je potom 8,65 kg. Taková hodnota je vyhovující, o stoupání závitu je tedy předběžně rozhodnuto.

### 3.4 Ovlivnění momentu setrvačnosti

Po určení stoupání závitu nám už zbyvá pouze jeden parametr, kterým ovlivňujeme hodnotu inertance a to moment setrvačnosti. Jeho velikost lze měnit změnou rozměrů setrvačnicku podle potřeby. Pojďme se nyní na návrh tvaru setrvačnicku podívat blíže. Pokud dosadíme rovnici (3.10) do rovnice (3.11), dostaneme výraz:

$$J = \rho \cdot \pi \cdot \frac{(r_2^4 - r_1^4) \cdot L}{2} \quad (3.12)$$

Kde vidíme, že pro co nejmenší hmotnost při daném momentu setrvačnosti je výhodné usilovat o co největší průměr setrvačnicku. Zároveň ale máme zájem o celkovou kompaktnost inertoru. Jako kompromis bylo určeno, že průměr setrvačnicku bude maximálně takový, aby neměl vliv na celkový průměr inertoru. Jinými slovy, průměr inertoru bude určen rozměrem příruby matice nebo průměrem vnějších kroužků ložisek, ne setrvačnickem. V rámci vymezeného prostoru ale budeme mít zájem na tom, aby hmota setrvačnicku byla rozprostřena na co největším průměru, z tohoto důvodu využijeme tvaru, který je vidět na *Obr. 3.2*.

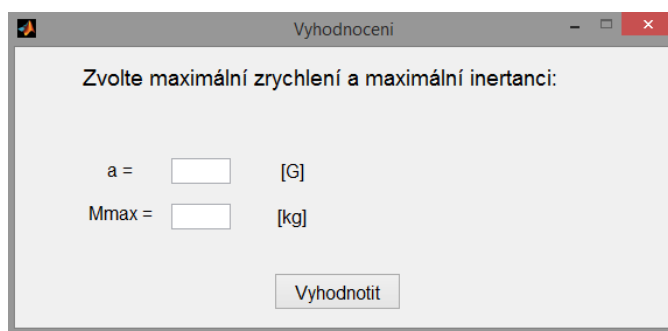


*Obr. 3.2: Rozprostření hmoty setrvačnicku na co největším průměru.*

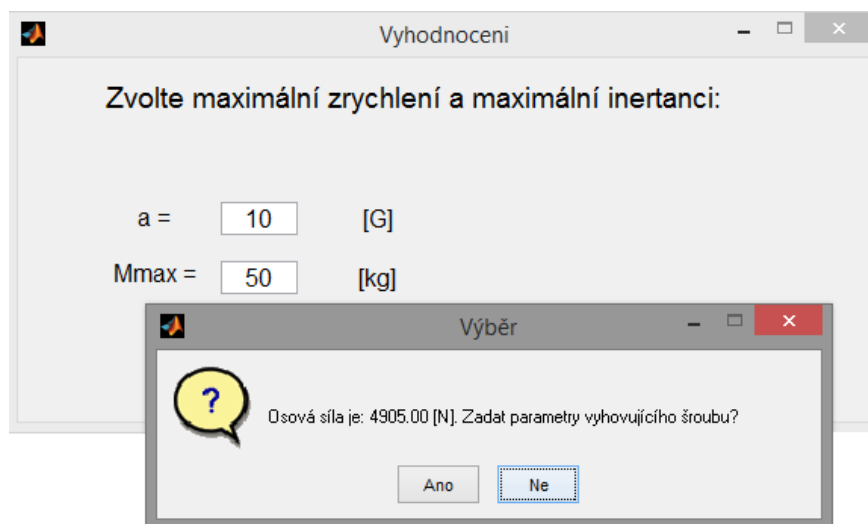
Tento tvar má ještě jednu výhodu, a to, že velikost inertance nemá vliv na celkový zdvih a při její změně tedy není potřeba měnit celkovou délku inertoru. Tento fakt nám velice usnadňuje parametrizaci modelu, zmíněnou v kapitole 6. (Plocha, která slouží jako doraz, má konstantní polohu, při změně inertance se mění rozměr pouze vnější části setrvačnicku.)

### 3.5 Výpočtový software

Pro zjednodušení a zrychlení výpočtů byl vytvořen v software Matlab R2011b program, který má sloužit pro orientační určení rozměrů inertoru. Soubor Vyhodnoceni.m je navázán na soubory Dimenzovani\_I.m, Dimenzovani\_II.m a Parametry.m. Celý program se obsluhuje přes soubor Vyhodnoceni.m, při jehož spuštění se objeví následující okno:



Obr. 3.3: Zadání maximálního relativního zrychlení mezi koncovkami inertoru a maximální požadované inertance



Obr. 3.4 Okno s výsledkem, které se objeví po stisknutí tlačítka „Vyhodnotit“

Při stisknutí tlačítka „Vyhodnotit“ se objeví hodnota osové síly a nyní je na uživateli, aby podle ní vybral vyhovující kuličkový šroub. Pokud již takový našel, může u otázky, zda se mají zadat parametry daného šroubu kliknout na „Ano“, což vyvolá okno na Obr. 3.5.



**Parametry kuličkového šroubu:**

Stoupání závitu:  [mm]

Střední průměr závitu:  [mm]

Výška matice:  [mm]

**Parametry Inertoru:**

Konstrukční průměr inertoru:  [mm]

Tloušťka pláště inertoru:  [mm]

Obvodová vůle závaží:  [mm]

Požadovaný zdvih:  [mm]

**Parametry materiálu:**

Hustota materiálu závaží:  [kg/m<sup>3</sup>]

Vyhodnotit

Obr. 3.5: Okno pro zadání vstupních parametrů

Po zadání hodnot a stisknutí „Vyhodnotit“ se objeví výsledek, jak je vidět na Obr. 3.6. K těmto hodnotám jsme dospěli při zadání následujících parametrů:

Stoupání závitu:	16 mm
Střední průměr závitu	16 mm
Výška matice:	44 mm
Konstrukční průměr inertoru	70 mm
Tloušťka pláště inertoru:	1,5 mm
Obvodová vůle závaží:	1 mm
Požadovaný zdvih:	80 mm
Hustota materiálu závaží:	7850 $\frac{kg}{m^3}$

Potřebná výška závaží je: 23.66 mm při vnějším průměru závaží 65.00 mm.  
Hmotnost závaží je: 0.58 kg. Celková délka inertoru je potom: 147.66 mm

OK

Obr. 3.6: Zobrazení výsledků výpočtů

V první části programu je pro výpočet axiální síly využit vzorec (3.1). V druhé části se ze zadaných parametrů nejprve pomocí rovnice (3.9) vypočte potřebný moment setrvačnosti závaží. Dále je pomocí konstrukčního průměru, tloušťky pláště a obvodové vůle zjištěn maximální možný průměr závaží, který je pak využit spolu s momentem setrvačnosti na výpočet jeho potřebné délky. Z délky matice, závaží a zdvihu je pak vypočítána celková orientační délka inertoru. Hmotnost závaží se vypočte s pomocí zadané hustoty materiálu.

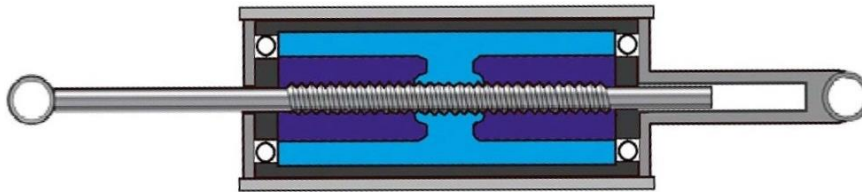
Nutno však říci, že jsou tyto výsledky určeny pro předběžné dimenzování inertoru a mají za úkol pouze navést konstruktéra správným směrem u rozhodnutí jako je volba konstrukčního průměru či materiálu závaží. Za přesné tyto hodnoty nelze považovat například proto, že se zde počítá s jednoduchým „plným“ tvarem závaží, který lze dále odlehčit pomocí tvaru uvedeného na *Obr. 3.2*. Toto odlehčení je ponecháno na fázi samotné konstrukce a do těchto výpočtů nebylo zahrnuto, neboť nemá na zásadní rozhodnutí vliv a zbytečně by se jím komplikovalo zadávání parametrů.

## 4. Konstrukce inertoru

### 4.1 Varianty uložení

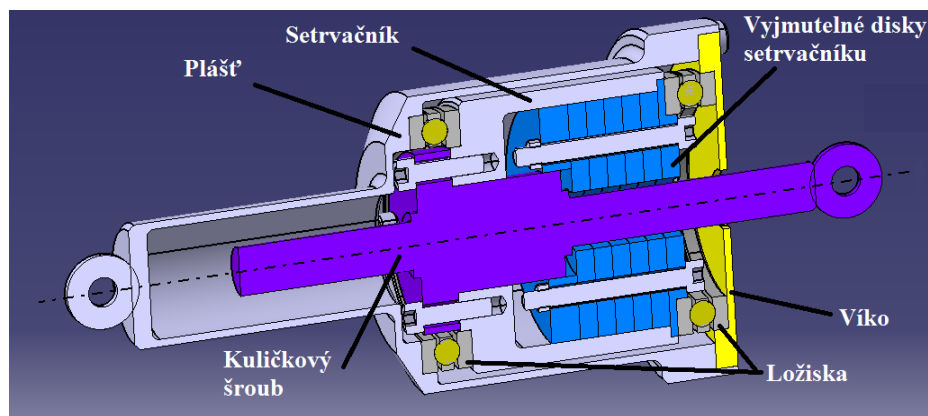
#### 4.1.1. Axiální ložiska

Dalším krokem je navrhnout a zvážit různé konstrukční varianty. Vzhledem k vnějším silám výhradně v axiálním směru se jako první nabízí varianta uložení setrvačníku pomocí axiálních ložisek. Toto řešení je schematicky naznačeno na *Obr. 4.1*.



*Obr. 4.1: Schéma uložení pomocí axiálních ložisek (Clarke, 2012).*

Jednoduše vypadající řešení nám však komplikuje fakt, že využíváme sériových kuličkových šroubů a musíme se tedy přizpůsobit tvaru sériových matic. Hlavní nevýhodou je potom samotné uložení ložisek. První variantou je neurčovat vnitřní průměr pláště průměrem příruby matice, ale zvýšit ho tak, aby šla ložiska uložit přímo na setrvačník. Tento postup byl zvolen v prvním předběžném návrhu, který je uveden na *Obr. 4.2*.



*Obr. 4.2: První předběžný návrh, který využívá axiálních ložisek a nastavitelné inertance pomocí vyjmutelných disků.*

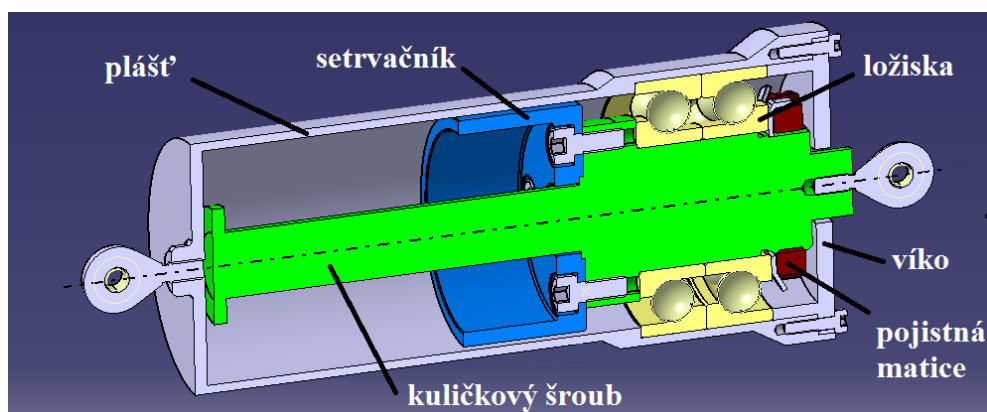
V tomto návrhu se počítá mimo jiné z testováním na zkušebním zařízení. Proto je zde setrvačník složen z více tenkých disků, které je možné vyjmout a tím korigovat hodnotu inertance. V následujícím postupu se toto řešení ukázalo jako nevhodné, neboť se v praxi počítá se základním dimenzováním hodnoty inertance pomocí simulace, nikoliv pomocí testování.

Pokud však nechceme zbytečně takto zvětšovat průměr inertoru o dosedací plochu ložisek, jsme nuceni uložit jedno axiální ložisko na setrvačnick a druhé na matici, čímž vznikají komplikace například ohledně zajištění souososti ložisek. Je pravděpodobné, že by s výrobcem kuličkových šroubů šlo vyjednat tvar matice, který by umožňoval využití axiálních ložisek i bez zbytečného zvětšování průměru inertoru. Do budoucna bych tuto variantu rozhodně nevyklučoval, neboť vzhledem ke směru namáhání je využití axiálních ložisek nejlogičtější a nejintuitivnější. Z důvodu předpokládaných vyšších nákladů se však v mé práci budu i nadále držet katalogových variant kuličkových šroubů.

Kromě výše zmíněného má toto řešení ještě jednu podstatnou nevýhodu. Ať už totiž zvětšujeme průměr a ukládáme na setrvačnick obě ložiska, nebo uložíme jedno ložisko na matici a druhé na setrvačnick, ve všech případech máme zbytečně zkomplikovanou případnou výměnu setrvačnicku. V praxi se může stát, že nám z nějakého důvodu přestane vyhovovat daná inertance a budeme potřebovat změnit její velikost, což znamená upravit tvar setrvačnicku nebo ho vyměnit (pomineme – li možnost složit setrvačnick z více menších disků, jako na *Obr. 4.2*). Pokud bychom měli na něm uložená ložiska, musel by být vyroben s přesností a drsností povrchu takovou, že by jeho úprava či výroba jiného setrvačnicku byla zbytečně nákladná. V případě vlastní vyrobené matice bychom museli upravovat či vyměnit celý kuličkový mechanismus, což by bylo vůbec nejnákladnější. Z tohoto důvodu jsem se rozhodl navrhnout inertor, v němž bude setrvačnick nezávisle připevněn na zbytek sestavy, nebudou na něj kladeny nároky na nadstandartní přesnost rozměrů a bude možné ho kdykoli vyjmout, zmenšit či vyměnit.

#### 4.1.2. Ložiska s kosoúhlým stykem

Jako první možnost, splňující tato kritéria, se nabízí využít uložení pomocí kuličkových ložisek s kosoúhlým stykem. Takto je postaven předběžný návrh na *Obr. 4.3*



*Obr. 4.3: Uložení pomocí kuličkových ložisek s kosoúhlým stykem*

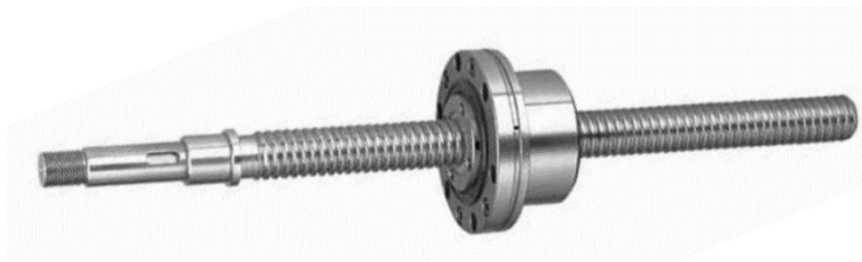
Výhodou tohoto řešení by na první pohled mohla být kompaktnost a jednoduchost matice kuličkového šroubu, se kterou souvisí i finanční nenáročnost. Tuto výhodu však eliminuje fakt, že potřebujeme na matici vytvořit dosedací plochu pro ložiska, což znamená provést změny na zakázku. Díry v přírubě pro připevnění setrvačnicku se například sériově vyrábějí bez závitů. Z důvodu opření ložisek však není možné využít pro připevnění matici, vyřezání závitů je proto nutné. Zároveň je šířka příruby původně 10 mm, což by pro nás bylo lepší vzhledem k závitovým díram zvést a v ideálním případě využít slepých závitových děr. Kvůli opření ložisek o přírubu by bylo vhodné modifikovat i vnější průměr příruby, který je v sériové podobě příliš velký. Další závit by bylo také nutné vyřezat kvůli axiálnímu zajištění ložisek pomocí pojistné matice.

Kromě toho by bylo potřeba zvést průměr matice. Sériový vnější průměr je totiž 28 mm, normalizovaná ložiska se však vyrábějí pro průměr 30 mm. Dle komunikace s technickou podporou jednoho z předních českých výrobců kuličkových šroubů KS Kuřim, se ona hodnota 28 mm bere jako minimální, kterou jsou schopni zajistit zároveň s bezproblémovým fungováním kuličkového mechanismu. Zvéstí průměru na hodnotu 30 mm tak není prý žádný problém. Přesto jsem se však rozhodl poohlédnout po řešení, které by umožňovalo poněkud větší využití sériové výroby a vyžadovalo co nejmenší modifikace na zakázku.

#### 4.1.3. Poháněná matice

Takovou možnost nabízí tzv. poháněná matice (driving/rotating nut), která se takto nazývá z důvodu její běžné aplikace, kdy se její konstrukce využije pro přišroubování řemenice a pro pohánění lineárního posuvu elektromotorem. Pro nás má tu výhodu, že se dodává včetně uložení, které má charakter kuličkových ložisek s kosoúhlým stykem. Toto uložení má poté minimálně stejnou únosnost v axiálním směru jako samotný kuličkový mechanismus, což pro nás znamená zjednodušení dimenzování. Dále nemusíme řešit problémy jako v předchozím případě v podobě axiálního zajištění, úpravy dosedací plochy atd. Celkově se tedy konstrukce poměrně výrazně zjednoduší. Připravené závitové díry pro přišroubování řemenice poté využijeme pro připojení setrvačnicku a nepotřebujeme tak dělat jakékoli úpravy do sériové matice.

Jednou z nevýhod je velmi omezená dostupnost při jmenovitém průměru kuličkového šroubu 16 mm. Vzhledem k běžné aplikaci, která se liší od té naší, se u většiny výrobců nevyskytuje tato matice v potřebném rozměru. Konkrétně jsem našel pouze dvě varianty, ze kterých jsem vybral matici R1 16x16 společnosti HIWIN, která je vidět na *Obr. 4.4*.



Obr. 4.4: R1 matice HIWIN (HIWIN Corporation)

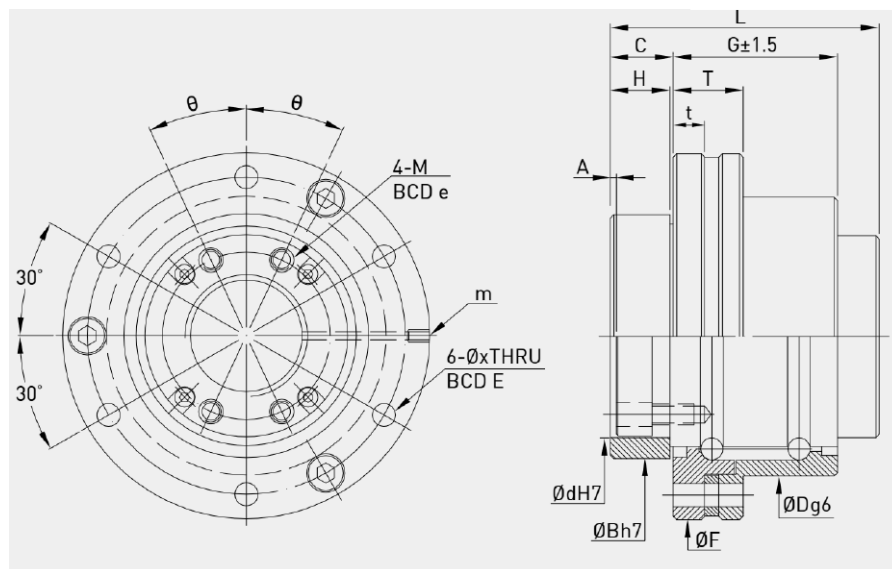
Částečný řez maticí je na Obr. 4.5, tabulka hlavních parametrů v Tab. 4.1. Zde je vidět zmíněné uložení a závitové díry, které využijeme pro připevnění setrvačnicku.

Co se týká parametrů, tak nás zajímá především dynamická únosnost, u které výrobce uvádí hodnotu 1299 kgf (kgf = kilogramme – force = kilopond), což je:

$$F_{dov} = 1299 \cdot 9,81 = 12\,743\text{ N} \quad (4.1)$$

Míra bezpečnosti vzhledem k axiální síle je tedy:

$$k_s = \frac{F_{dov}}{F_{max}} = \frac{12\,743\text{ N}}{4905\text{ N}} = 2,6 \quad (4.2)$$



Obr. 4.5: Zobrazení matice R1 v katalogu (HIWIN Corporation)

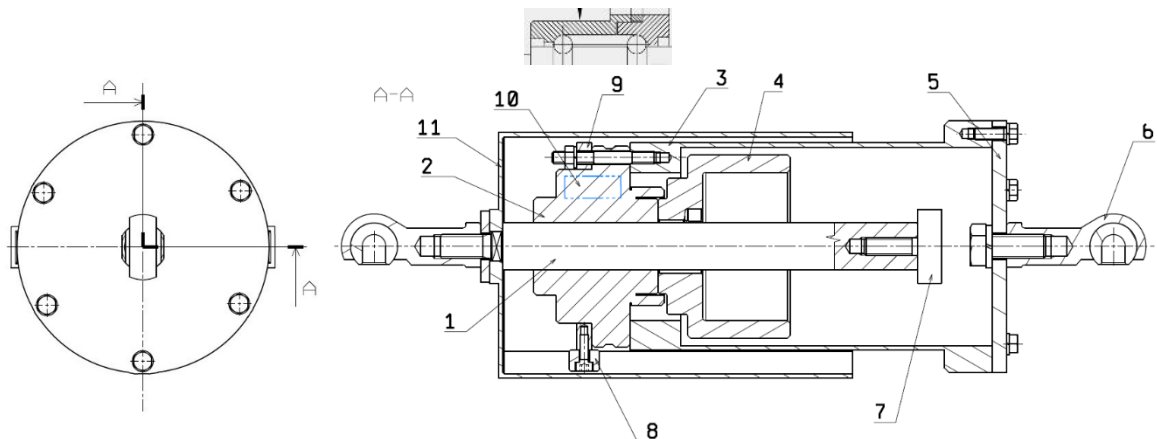
Model	Uložení		Matice				Příruba			Šroub				Pouzdro				Olejová díra	
	Dynamické zatížení (kgf)	Statické zatížení (kgf)	D	G	L	C	F	T	t	BCD-E	BCD-e	θ	M	X	d	B	H		A
16-16S2	1299	1826	52	25	44	11.4	68	13	6	60	26	20	M4x0.7P	4.5	33	40	11	2	M4x0.7P

Tab. 4.1: Příslušné katalogové parametry (HIWIN Corporation)

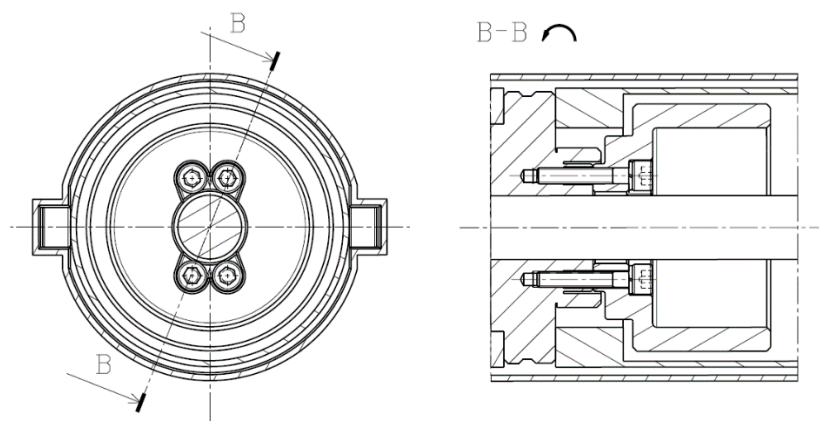
$k_s = 2,6$  je sice možná zbytečně vysoká hodnota míry bezpečnosti, menší kuličkové šrouby se však pro tuto variantu matice nevyrábí, nemáme proto možnost poohlédnout se po zmenšení rozměrů mechanismu. Kuličkový šroub s menším průměrem by však pravděpodobně ani nevyhovoval, jak jsem již zmínil v kapitole 3.1. Dalším významným parametrem je vnější průměr, který výrobce značí „F“, jehož hodnotu 68 mm lze označit za vyhovující v tom smyslu, že by neměl být problém s celkovými zástavbovými rozměry inertoru. Dále nás zajímá velikost závitových děr „M“ a průměr průchozích děr „X“. Tyto díry určují velikosti šroubů, které můžeme využít, v tomto případě tedy pokaždé šrouby M4. Pokud tyto nebudou pevnostně vyhovovat, nezbyvá nám, než se poohlédnout po větší pevnostní třídě šroubů se stejným průměrem, případně opět s výrobcem domluvit možnosti modifikace matice.

## 4.2 Finální verze

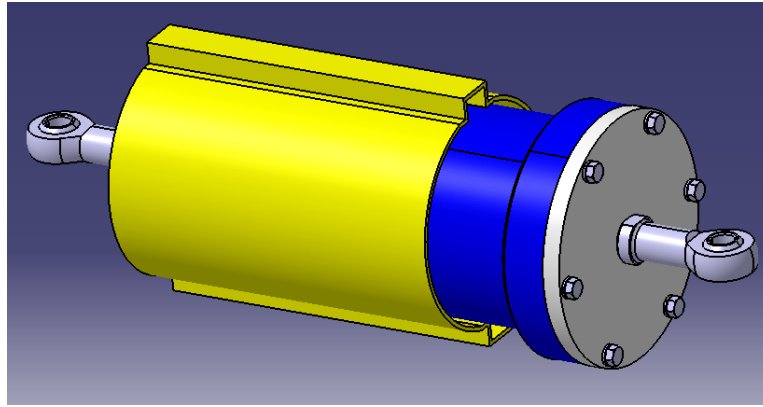
Nyní je tedy rozhodnuto o typu matice a po několika iteracích byla zkonstruována finální verze inertoru na *Obr. 4.6, 4.7, a 4.8.*



*Obr. 4.6: Řez inertorem*



*Obr. 4.7: Připevnění setrvačnicku k matici*



*Obr. 4.8: 3D model inertoru*

Inertor je zobrazen v obecné pozici 10 mm od dorazu, aby bylo jasné, jaké součásti se pohybují se šroubem a jaké jsou spojeny s maticí. Hlavními komponenty jsou tedy kuličkový šroub (1) s maticí (2), která je přišroubovaná závrtnými šrouby k plášti (3). Z druhé strany se inertor uzavírá víkem (5). Kuličkový mechanismus zde není vykreslen do podrobností, neboť takovou dokumentaci dodavatel neposkytl.

Rotující část matice je uložena výrobcem pomocí speciálních kuličkových ložisek. Protože nejsou k dispozici podrobné údaje o charakteru uložení, není ve výkrese vyznačeno. Je však umístěno zhruba v oblasti pozice 10. Pro představu je u této pozice vyobrazen výkres vypůjčený z katalogu výrobce.

Přimontování k ostatním elementům pasivního odpružení je provedeno přes kulové klouby (6), a jako obousměrný doraz funguje silentblok (7) z přírodního kaučuku.

Dále je potřeba zachytit reakční moment, který je způsoben pasivními odpory ve valivém ložisku matice a podle toho se dá odhadnout na cca 2-4% obvodové síly, způsobující rotaci matice. Přes tuto relativně malou hodnotu však není vhodné, aby nebyl utlumen a způsoboval rotaci koncovek inertoru. Vznikalo by tak totiž zbytečně napětí na místě spojení inertoru s ostatními prvky systému odpružení. V našem prototypu je tento moment zachycen pomocí vnějšího pláště (11), který je přes čtvercovou díru a kulový kloub upevněn ke kuličkovému šroubu. Na obvodu je pak přes rolny (8) spojen s nerotující částí inertoru. Rolny jsou našroubovány na adaptér (9), který je k plášti připevněn stejnými závrtnými šrouby jako matice.



## 5. Pevnostní výpočty

Potom, co jsme si představili konkrétní prototyp, můžeme přejít k uvedení pevnostních výpočtů. Charakter namáhání jednotlivých komponent je následující:

1. Kuličkový mechanismus je v provozu namáhán střídavým tahem tlakem ve směru osy šroubu. Vzhledem k tomu, že konstrukce respektuje výrobcem garantované hodnoty zatížení, není třeba kontrolu provádět. Míra bezpečnosti vzhledem ke katalogové hodnotě dynamické únosnosti byla stanovena v kapitole 3.1.
2. Plášť je namáhán střídavým tahem tlakem, obsahuje svary a šroubové spoje, jejich kontrola je v kapitole 5.1 a 5.2.1.
3. Setrvačnick je připevněn šrouby, kde kvůli rotačnímu pohybu hrozí namáhání na střih, cílem je však zařídit, aby k němu nedocházelo. Kontrola je v kapitole 5.2.2.
4. V kulových kloubech je působiště axiální síly, namáhán je tedy opět střídavě na tah a tlak. Výrobcem garantovaná únosnost a výpočet míry bezpečnosti je uveden v kapitole 5.2.3
5. Víko pláště lze brát jako kruhovou desku, zatíženou osamělou silou uprostřed. Kontrola je v kapitole 5.3

### 5.1 Plášť

Jednou z hlavních komponent je plášť, který je svařován ze tří trubek z hliníkových slitin o různé tloušťce. Zde bude nutná pevnostní kontrola na tah a kontrola svarů. Pro plášť jsem vybral slitinu hliníku AlMgSi (42 4401), ze které se vyrábí bezešvé trubky tažené za studena a je vhodná ke svařování. Hodnota meze kluzu tohoto materiálu je  $R_{p0,2} = 145 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$ . Jelikož se v našem případě jedná o cyklické zatěžování, je pro nás však rozhodující spíše mez únavy než mez kluzu. Její hodnota závisí na několika faktorech, můžeme ji však odhadnout z meze pevnosti, která je  $R_m = 200 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$ . Pro mez únavy pak zhruba platí u hliníkových slitin vztah (VUT, 2006):

$$\sigma_c = 0,4 \cdot R_m \quad (5.1)$$

Pro mez únavy tedy stanovíme hodnotu:

$$\sigma_c = 0,4 \cdot 200 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} = 80 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

Pro výběr polotovaru je určující vnější průměr matice kuličkového šroubu, snažíme se tedy najít co nejbližší hodnotu vnějšího průměru trubky, což je 70 mm. Jako výchozí tloušťku

trubky volím nejmenší normalizovanou pro tento průměr, tedy 1,5 mm. Tahové napětí v plášti bude potom:

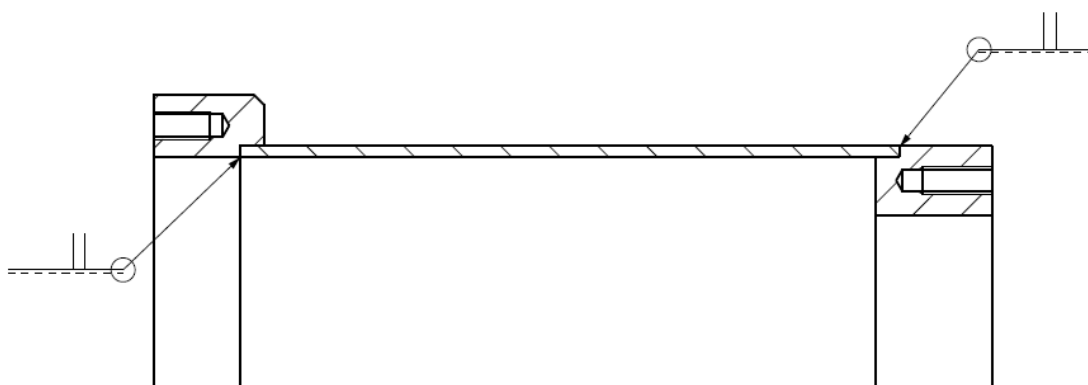
$$\sigma_A = \frac{F}{A} = \frac{4905}{\frac{\pi \cdot (70^2 - 67^2)}{4}} = 15,2 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (5.2)$$

Bez problému tedy tato tloušťka stěny vyhovuje s poměrně vysokou bezpečností:

$$k_p = \frac{\sigma_c}{\sigma_A} = \frac{80 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}}{15,2 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}} = 5,3 \quad (5.3)$$

### 5.1.1. Svary pláště

Další kritickou oblastí jsou svary. Pro zaručení sousosti jednotlivých dílů a usnadnění procesu svařování se v našem případě profily vzájemně překrývají jak je vidět na *Obr. 5.1*.



*Obr. 5.1 Vyznačení míst, kde bude plášť svařován*

Pro pevnostní kontrolu svarů je rozhodující převodní součinitel  $\alpha$ , který má pro tupý svar s tahovým namáháním ve směru kolmém na svar hodnotu  $\alpha=0,85$  (Švec, 1997). Dovolené namáhání v místě svaru je potom:

$$\sigma_D = \alpha \cdot \sigma_c = 0,85 \cdot \sigma_c = 68 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (5.4)$$

A bezpečnost tedy stále více než dostačující:

$$k_s = \frac{\sigma_D}{\sigma_A} = \frac{68 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}}{15,2 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}} = 4,5 \quad (5.5)$$

Tímto lze konstrukci pláště označit za vyhovující.

## 5.2 Šroubová spojení

Následuje kontrola dalšího kritického místa konstrukce, a to šroubových spojení.

### 5.2.1. Spojení pláště s maticí

Jako první zkontroluji spojení matice kuličkového šroubu s pláštěm, neboť toto místo je kritické v tom, že z prostorových důvodů můžeme využít maximálně velikost šroubu M4. Zprv je na takové šrouby připravené díry v matici, a zadruhé bychom měli u větších šroubů zkomplikovanou montáž z důvodu nedostatečného prostoru pro dotažení šroubu. Už i se šroubem M4 je lehkou komplikací, že prostor mezi šestihrannými maticemi a maticí kuličkového šroubu je v krajním případě jen pár desetin milimetru viz *Obr. 5.2*. V praxi se předpokládá, že i tato miniaturní vůle by měla zaručit možnost dotažení, pokud by se tak přece jen nestalo, bylo by nutné využít například delších šroubů a distančních trubek nebo jiných, upravených matic.

Předběžným výpočtem nejprve určíme pevnostní třídu šroubu a přesnou kontrolou poté ověříme správnost výsledku. Výchozí návrhový vztah má tvar:

$$\frac{F}{S_3} = \frac{u \cdot \sigma_D}{1,2 \cdot (1 + q)} \quad (5.6)$$

Kde  $F$  je vnější axiální síla,  $S_3$  je plocha šroubu vzhledem k průměru jádra závitu,  $u$  značí míru využití meze kluzu materiálu,  $q$  je „součinitel provozního předpětí“ a  $\sigma_D$  je dovolené napětí (Švec, 1997).

Míra využití  $u$  se volí dle doporučení vzhledem k charakteru namáhání, v našem případě souměrně střídavé vnější síly volím její hodnotu:  $u = 0,6$ . Stejně tak se volí i  $q$ , pro proměnnou vnější sílu lze zvolit  $q = 1,5$ . Sílu  $F$  vydělíme počtem šroubů (6). Plochu  $S_3$  vypočítáme pomocí průměru jádra závitu M4:  $d_3 = 3,141 \text{ mm}$ . Ze vztahu pak takto zjistíme  $\sigma_{max}$ :

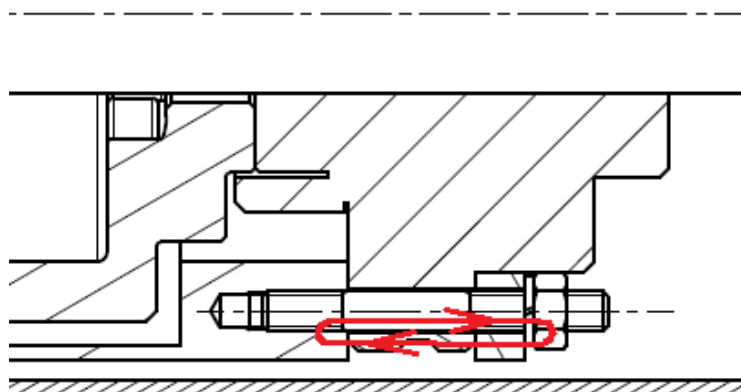
$$\sigma_{max} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d_3^2} \cdot \frac{1,2 \cdot (1 + q)}{u} = \frac{4 \cdot 4905}{6 \cdot \pi \cdot 3,141^2} \cdot \frac{1,2 \cdot (1 + 1,5)}{0,6} \quad (5.7)$$
$$\sigma_{max} = 527,51 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

Což předběžně umožňuje využít pevnostní třídu šroubů 8.8, kterou charakterizují tyto parametry:

$$\text{Mez kluzu v tahu:} \quad \sigma_{kt} = 640 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

Mez pevnosti v tahu:

$$\sigma_{Pt} = 800 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$



Obr. 5.2 Spojení pláště s maticí závrtnými šrouby, červeně je vyznačena napěťová křivka, významná především pro výpočet konstant tuhosti

Můžeme tedy přistoupit k výpočtu konstant tuhosti skupiny částí 1 (v našem případě pouze šroub) a skupiny částí 2 a následně pak ke stanovení bezpečnosti vzhledem k mezi únavy.

Pro tento výpočet rozdělíme nosnou délku šroubu na tři části ( $l_{s1}$ ,  $l_{s2}$ ,  $l_{s3}$ ) s tím, že pro části se závitem zvolím náhradní délku šroubu. Dále ve výpočtu figurují nosné plochy v jednotlivých částech  $S_{s1}$ ,  $S_{s2}$ ,  $S_{s3}$  a modul pružnosti v tahu  $E$ , Celková tuhost šroubu potom bude:

$$C_1 = \frac{1}{C_{s1}} + \frac{1}{C_{s2}} + \frac{1}{C_{s3}} = \frac{l_{s1}}{S_{s1} \cdot E} + \frac{l_{s2}}{S_{s2} \cdot E} + \frac{l_{s3}}{S_{s3} \cdot E} \quad (5.8)$$

$$C_1 = \frac{5 + 0,5 \cdot d_2}{\frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot 2,1 \cdot 10^5} + \frac{12}{\frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot 2,1 \cdot 10^5} + \frac{0,5 \cdot d_2}{\frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot 2,1 \cdot 10^5} = 1,15 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

Kde  $d_2$  je střední průměr závitu M4, což je 3,545 mm.

Obdobný výpočet je použit u skupiny částí 2, kde se počítá tuhost hliníkového pláště, ocelové matice, pružné podložky a hliníkového nástavce pro rolny (které jsou na inertonu z důvodu vyrušení reakce šroubu na rotační pohyb setrvačnicku). U tohoto výpočtu musíme „definovat oblast významně zasaženou napjatostí u jednotlivých částí pomocí komolého kužele“, resp. dle doporučení VDI pomocí náhradního průměru  $D_e$  (Švec, 1997). Vzhledem k podobnosti s předchozím výpočtem zde nebudu postup podrobně uvádět, tuhost skupiny částí 2 nám však vyjde:

$$C_2 = 7,48 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

Následně lze vypočítat montážní předpětí  $Q_0$  a provozní namáhání  $Q_{1a}$  (Švec, 1997):

$$Q_0 = \left( q + \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right) \cdot F = \left( 1,5 + \frac{7,48 \cdot 10^5}{(1,15 + 7,48) \cdot 10^5} \right) \cdot \frac{4905}{6} \quad (5.9)$$

$$Q_0 = 1934,5 \text{ N}$$

což lze upravit na 1950 N.

$$Q_{1a} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot F = \frac{1,15 \cdot 10^5}{(1,15 + 7,48) \cdot 10^5} \cdot \frac{4905}{6} = 109,25 \text{ N} \quad (5.10)$$

A poté příslušná napětí:

$$\sigma_{Q_0} = \frac{Q_0}{S_3} = \frac{1950}{7,75} = 251,61 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (5.11)$$

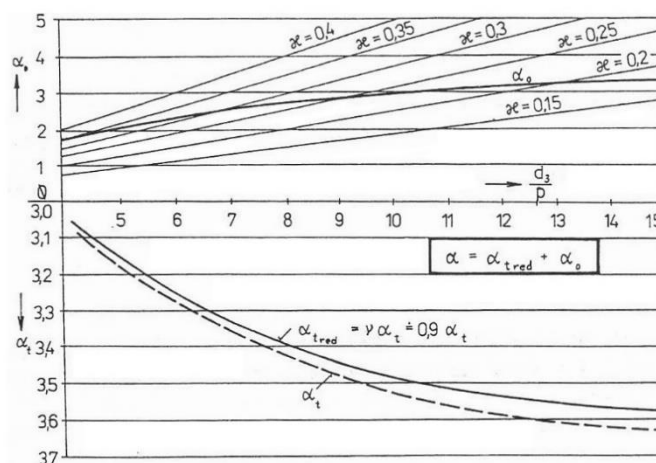
$$\sigma_a = \frac{Q_{1a}}{S_3} = \frac{109,25}{7,75} = 14,1 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (5.12)$$

V dalším kroku můžeme určit mez únavy sníženou o vliv vrubu, jakosti povrchu a velikosti:

Mez únavy  $\sigma_c$  odhadneme z meze pevnosti:

$$\sigma_c = 0,35 \cdot \sigma_{Pt} = 0,35 \cdot 800 = 280 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (5.13)$$

Součinitel tvaru  $\alpha$  lze odečíst z příslušného diagramu pomocí jejich složek  $\alpha_0$  a  $\alpha_{t_{red}}$



Obr. 5.3: Diagram závislosti  $\alpha_0$  a  $\alpha_t$  na poměru  $\frac{d_3}{P}$  (Švec, 1997).

Víme, že:

$$\frac{d_3}{P} = \frac{3,141}{0,7} = 4,49 \quad (5.14)$$

Po odečtení:

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_{t_{red}} = 2 + 3,1 = 5,1 \quad (5.15)$$

součinitel vrubu  $\beta$  se potom rovná:

$$\beta = \frac{\alpha}{1 + \frac{\alpha - 1}{\alpha} \cdot \frac{220}{\sigma_{Pt} \cdot \sqrt{0,144 \cdot P}}} \quad (5.16)$$

$$\beta = \frac{5,1}{1 + \frac{5,1 - 1}{5,1} \cdot \frac{220}{800 \cdot \sqrt{0,144 \cdot 0,7}}} = 3,01$$

Vliv velikosti se u šroubů do jmenovitého průměru 30 mm neuvažuje, pro vliv jakosti povrchu  $\eta_p$  lze u válcovaného závitu stanovit hodnotu 0,9. Výsledný „součinitel snížení meze únavy“  $\phi$  má tedy hodnotu:

$$\phi = \frac{\beta}{\eta} = \frac{3,01}{0,9} = 3,34 \quad (5.17)$$

Korigovaná hodnota meze únavy je poté:

$$\sigma_c^* = \frac{\sigma_c}{\phi} = \frac{280}{3,34} = 83,83 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (5.18)$$

Pro určení míry bezpečnosti vzhledem k tahovému napětí nám ještě chybí spočítat „součinitel vlivu středního napětí“  $\psi$ , který lze určit z empirického vztahu:

$$\psi = 0,02 + 2 \cdot \sigma_{Pt} \cdot 10^{-4} = 0,02 + 2 \cdot 800 \cdot 10^{-4} = 0,18 \quad (5.19)$$

Hodnotu tohoto součinitele je potřeba rovněž redukovat:

$$\psi^* = \frac{\psi}{\phi} = \frac{0,18}{3,34} = 0,054 \quad (5.20)$$

Nyní už máme všechny potřebné hodnoty pro výpočet bezpečnosti vzhledem k tahovému napětí:

$$k_\sigma = \frac{\sigma_c^* - \psi^* \cdot \sigma_{Q_0}}{\sigma_a} = \frac{83,83 - 0,054 \cdot 251,61}{14,1} = 4,98 \quad (5.21)$$

Pro výpočet bezpečnosti vzhledem ke krutu je potřeba nejprve spočítat moment v závitě:

$$M_Z = Q_0 \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \varphi') \quad (5.22)$$

kde

$$\operatorname{tg}(\gamma + \varphi') \doteq \operatorname{tg}(\gamma) + \operatorname{tg}(\varphi') \quad (5.23)$$

$$\operatorname{tg}(\gamma) = \frac{P}{\pi \cdot d_2} \quad (5.24)$$

$$\operatorname{tg}(\varphi') = 0,15 \text{ (odhadnuto)}$$

$M_Z$  se tedy rovná:

$$M_Z = 1934,5 \cdot \frac{3,545}{2} \cdot \frac{0,7}{\pi \cdot 3,545} \cdot 0,15 = 729,85 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad (5.25)$$

Smykové napětí  $\tau$  je potom:

$$\tau = \frac{M_Z}{W_K} = \frac{729,85}{\frac{\pi \cdot d_3^3}{16}} = 119,95 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (5.26)$$

z čehož jsme již schopni vypočítat bezpečnost vůči krutu:

$$k_\tau = \frac{0,57 \cdot \sigma_{Kt}}{\tau} = \frac{0,57 \cdot 640}{119,95} = 3,04 \quad (5.27)$$

Výsledná míra bezpečnosti tedy bude (Švec, 1997):

$$k_z = k_\sigma \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{k_\tau^2}} = 4,7 \quad (5.28)$$

Závrtné šrouby M4 tedy pro připojení matice k plášti vyhovují s poměrně vysokou mírou bezpečnosti. Tento výsledek se dal ostatně očekávat, neboť pro tyto šrouby jsou připravené od výrobce díry v matici a dá se předpokládat, že se počítá s využitím šroubů běžné pevnostní

třídy 8.8. Výrobce by tedy logicky měl v přírubě připravit takové díry, aby byla i prostřednictvím šroubového spojení zajištěna předepsaná nosnost kuličkového mechanismu v axiálním směru.

### 5.2.2. Spojení setrvačnicku s maticí

Dalším kritickým místem jsou šrouby, které spojují setrvačnick s maticí a hrozí u nich namáhání na střihi. Cílem je vytvořit takové předpětí, aby ke stříhu vůbec nedocházelo, přesto budeme počítat i se scénářem, že ke stříhu z nějakého důvodu dojít může a spočítáme i bezpečnost na smykové namáhání.

Nejprve zjistíme tečnou sílu působící na šroub v důsledku rotace setrvačnicku, která musí být menší než třecí síla vyvinutá předpětím. K tomu si připomeneme vzorec pro točivý moment, působící na setrvačnick:

$$M = J \cdot \ddot{\varphi} \quad (5.29)$$

Kam dosadíme rovnici (3.9) za  $J$  a rovnici (3.6) za  $\ddot{\varphi}$  a vyjde nám po úpravě:

$$M = b \cdot \frac{l}{2\pi} \cdot \ddot{x} \quad (5.30)$$

Závitové díry pro šrouby leží na roztečné kružnici o poloměru  $r = 13 \text{ mm}$ . Za točivý moment tedy dosadíme tečnou sílu  $F_t$  znásobenou tímto poloměrem a dostaneme:

$$F_t = b_{max} \cdot \frac{l}{2\pi} \cdot \ddot{x} \cdot \frac{1}{r} = 50 \cdot \frac{16}{2\pi} \cdot 10 \cdot 9,81 \cdot \frac{1}{13} = 960,8 \text{ N} \quad (5.31)$$

Pokud uvažujeme hodnotu součinitele tření  $\mu = 0,2$  a tečnou sílu vydělíme počtem šroubů (4), dostaneme pro hodnotu potřebného předpětí:

$$Q_{0,min} = \frac{F_t}{\mu \cdot 4} = \frac{F_t}{0,2 \cdot 4} = 1201 \text{ N} \quad (5.32)$$

Které vyvolá napětí v závitě:

$$\sigma = \frac{4 \cdot Q_{0,min}}{\pi \cdot d_3^2} = \frac{4 \cdot 1201}{\pi \cdot 3,141^2} = 154,99 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (5.33)$$



Což je relativně nízká hodnota a můžeme si dovolit ji při montáži pro jistotu výrazněji překročit, abychom si byli jisti těsností spoje. V praxi by tedy k namáhání na stříh nemělo docházet, přesto tuto kontrolu pro jistotu provedeme:

$$\tau_s = \frac{\frac{F_t}{4}}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{960,8}{\pi \cdot 4^2} = 19,11 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (5.34)$$

$$k_{st} = \frac{\tau_K}{\tau_s} = \frac{0,57 \cdot 640}{19,11} = 19,1 \quad (5.35)$$

Toto předdimenzování může být znakem toho, že výrobce matice patrně počítá s poměrně velkými hodnotami torzního momentu, přenášeného z elektromotoru na kuličkový mechanismus a zvolil podle toho i velikost závitových děr.

### 5.2.3 Výběr kulových kloubů

Dalším prvkem, který je potřeba zkontrolovat, jsou kulové klouby, které slouží na připevnění k dalším prvkům odpružení. Využíváme sériové klouby a je proto z katalogu vybrána varianta o minimální únosnosti 4905 N. Kulový kloub od výrobce THK s označením PHS 8, který má vnitřní závit M8, disponuje únosností  $C_0 = 9800 \text{ N}$  a vyhovuje proto s mírou bezpečnosti:

$$k_k = \frac{9800}{4905} = 2,0 \quad (5.36)$$

### 5.3. Víko pláště

Jako poslední je potřeba určit tloušťku víka pláště, které lze brát jako vetknutou kruhovou desku zatíženou osamělou silou. Pro tento případ existuje v odborné literatuře přímo rovnice maximálního napětí (Černoch, 1959):

$$\sigma_{max} = \frac{3 \cdot (1 + \nu) \cdot F}{2 \cdot \pi \cdot t^2} \cdot \left( \ln \frac{r}{r_0} + \frac{r_0^2}{4 \cdot r^2} \right) \quad (5.37)$$

Kde  $\nu$  je Poissonovo číslo ( $\nu$  v našem případě  $\nu = 0,3$ ),  $F$  je aplikovaná síla a  $t$  je tloušťka desky. Za charakteristické poloměry  $r$  a  $r_0$  dosadíme poloměr vnitřní stěny pláště ( $r = 33,5 \text{ mm}$ ) a vnější průměr normalizované pružné podložky ( $r_0 = 7,1 \text{ mm}$ ). Na rozdíl od materiálu pláště se u víka nemusí dbát na svařitelnost, čehož můžeme využít a zvolit si slitinu hliníku AlCu4Mg (42 4201), z níž se v našem požadovaném rozměru vyrábí tyče lisované

za tepla a která má větší pevnost než slitina použitá na plášť AlMgSi (42 4401). Hodnota meze pevnosti je konkrétně  $R_m = 410 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$ , ze které lze opět orientačně určit mez únavy viz rovnice (5.1):

$$\sigma_c = 0,4 \cdot 410 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} = 164 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (5.38)$$

Nyní rovnici (5.36) vydělíme mírou bezpečnosti  $k_v$  (volím 1,3), a po úpravě vypočítáme minimální tloušťku desky:

$$t_{min} = \sqrt{\frac{3 \cdot (1 + \nu) \cdot F \cdot k_v}{2 \cdot \pi \cdot \sigma_c} \cdot \left( \ln \frac{r}{r_0} + \frac{r_0^2}{4 \cdot r^2} \right)} \quad (5.39)$$

$$t_{min} = \sqrt{\frac{3 \cdot (1 + 0,3) \cdot 4905 \cdot 1,3}{2 \cdot \pi \cdot 164} \cdot \left( \ln \frac{33,5}{7,1} + \frac{7,1^2}{4 \cdot 33,5^2} \right)}$$

$$t_{min} = 6,14 \text{ mm}$$

Minimální tloušťka stěny bude tedy navržena na  $t = 6,2 \text{ mm}$ .

## 5.4 Shrnutí výsledků

Jednotlivé komponenty tedy vyhovují s touto mírou bezpečnosti:

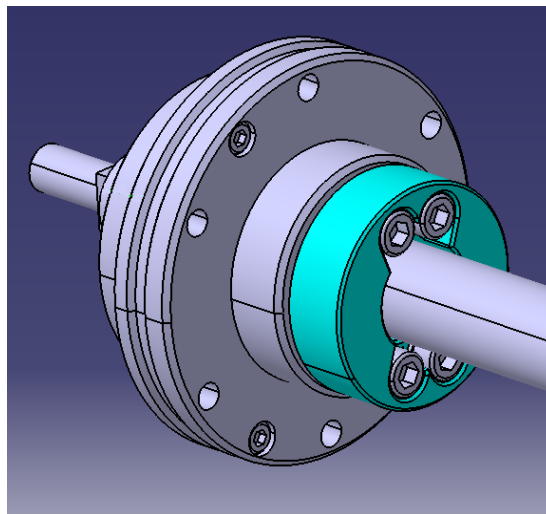
- |                            |                 |
|----------------------------|-----------------|
| 1. Kuličkový šroub:        | $k_s = 2,6$     |
| 2. Plášť:                  | $k_p = 5,3$     |
| 3. Svary:                  | $k_s = 4,5$     |
| 4. Závrtné šrouby:         | $k_z = 4,7$     |
| 5. Šrouby na setrvačnicku: | $k_{st} = 19,1$ |
| 6. Kulové klouby:          | $k_k = 2,0$     |
| 7. Víko pláště:            | $k_v = 1,3$     |

Jak již bylo řečeno, předimenzování je dáno především využitím sériově vyráběných komponent s například připravenými určitými velikostmi závitových děr, kde jsme z ekonomických důvodů upřednostnili předimenzování před změnami na zakázku.

## 6. Parametrizace modelu

Dalším krokem v konstrukci inertoru je provést parametrizaci 3D modelu a zajistit tak na základě určitých vstupních parametrů automatické změny rozměrů jednotlivých komponent. V mé práci je provedena jakási základní úroveň parametrizace, kterou je možné provést až ve finální fázi konstrukce. Vstupními parametry jsou totiž vnější a vnitřní průměr setrvačnicku a minimální inertance, která je daná inertancí matice spolu s inertancí setrvačnicku s minimálním rozměrem, který musí z hlediska konstrukce a přišroubování mít. Tato parametrizace je tedy určena pro fázi, kdy je inertor jako takový již hotový a je potřeba měnit a korigovat hodnoty inertance v určených mezích. Do připraveného programu tedy uživatel zadá požadovanou hodnotu inertance a Matlab poté vypočítá potřebnou velikost setrvačnicku a charakteristický rozměr převede do programu Catia V5.

Prvním krokem je tedy určit inertanci samotné matice a poté její minimální hodnotu pro setrvačnick. Komponenty si rozdělíme na jednotlivé duté válce, u kterých je potřeba znát vnitřní průměr  $r_1$ , vnější průměr  $r_2$  a délku  $l$ . Z těchto hodnot vypočítáme moment setrvačnosti  $J$  a dosadíme do již známého vzorce (3.9). Rozměry rotační části matice jsme vzali z katalogu (Tab. 4.1) a vyšla nám inertance:  $b_{mat} = 6,54 \text{ kg}$ . Pokud k tomu přičteme inertanci konstrukčně nejmenšího možného rozměru setrvačnicku viz Obr. 4.1, která je  $b_{st,min} = 3,16 \text{ kg}$ , dostaneme se na hodnotu  $b_{min} = 9,7 \text{ kg}$ . Celkově lze tedy říci, že máme u tohoto inertoru dostatečný až nadprůměrný rozsah možných zvolených inertancí (9,7 až 50 kg).



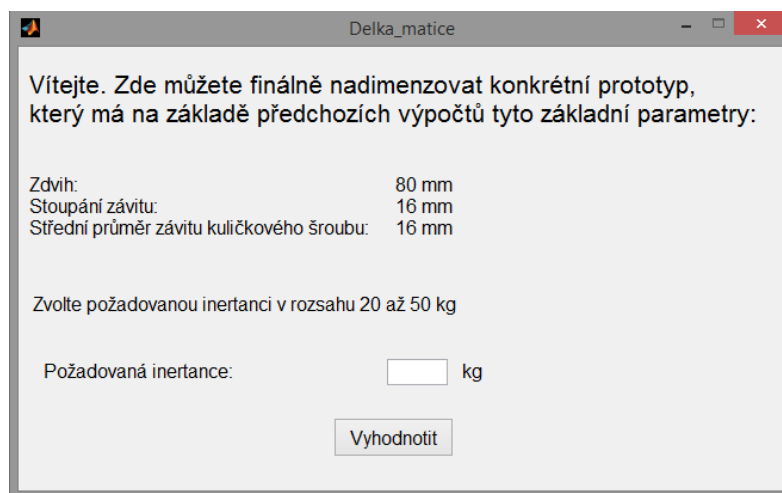
Obr 6.1: Nejmenší konstrukčně možná velikost setrvačnicku (modrý)

Parametrizovat setrvačnick na opravdu nejmenší konstrukčně možný tvar by však znamenalo zredukovat více kót najednou na nulu.

Zajistit, aby byl tento proces automatický při jakémkoli zadání uživatele, není vůbec jednoduchý úkol. Často se stane, že jednotlivé čáry v náčrtu 3D modelu začnou „překážet“ a Catia „odmítne“ součást vytvořit. Samozřejmě, že je tento úkol realizovatelný a do budoucna bych určitě zvážil vytvoření programu, který by takovou redukci umožňoval. V této práci je však do redukce zahrnuta pouze vnější část setrvačníku, kde ke kolizím nedochází. Nevýhodou je samozřejmě „zbytečně“ velká hodnota minimální inertance, která je  $b_{st,min} = 12,72 \text{ kg}$ . Při sečtení inertance matice a setrvačníku dostaneme minimální hodnotu, kterou může uživatel zadat, tedy:

$$b_{min} = b_{mat} + b_{st,min} = 6,54 + 12,72 = 19,26 \text{ kg}$$

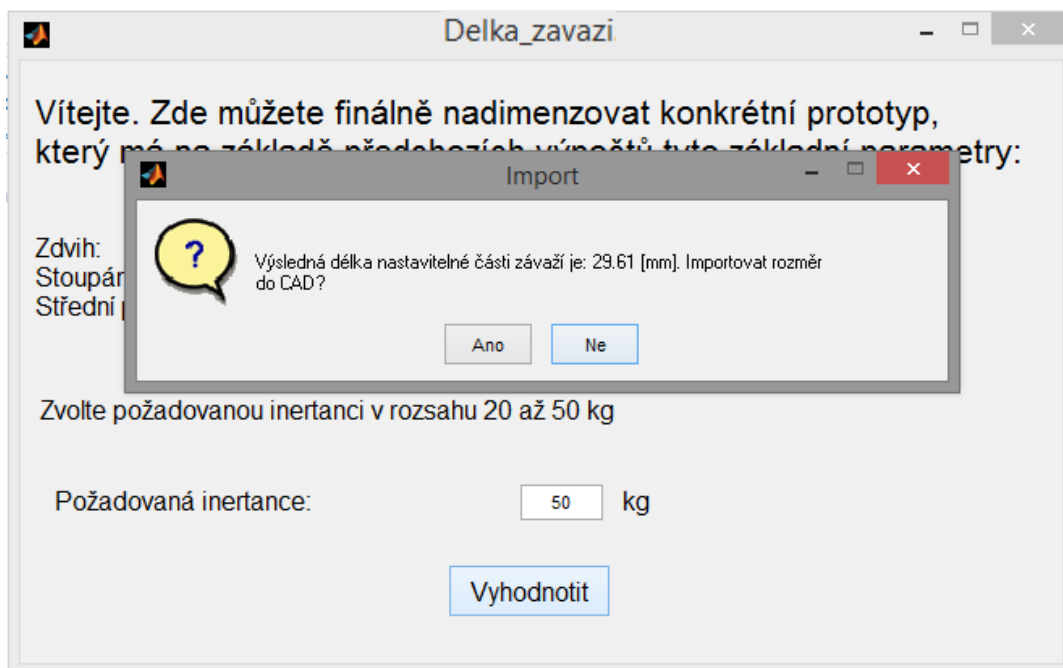
Tuto hodnotu upravíme pro zadání na 20 kg. Pro maximální inertanci jsme si na začátku zvolili hodnotu 50 kg. Uživatelské rozhraní vypadá tedy takto:



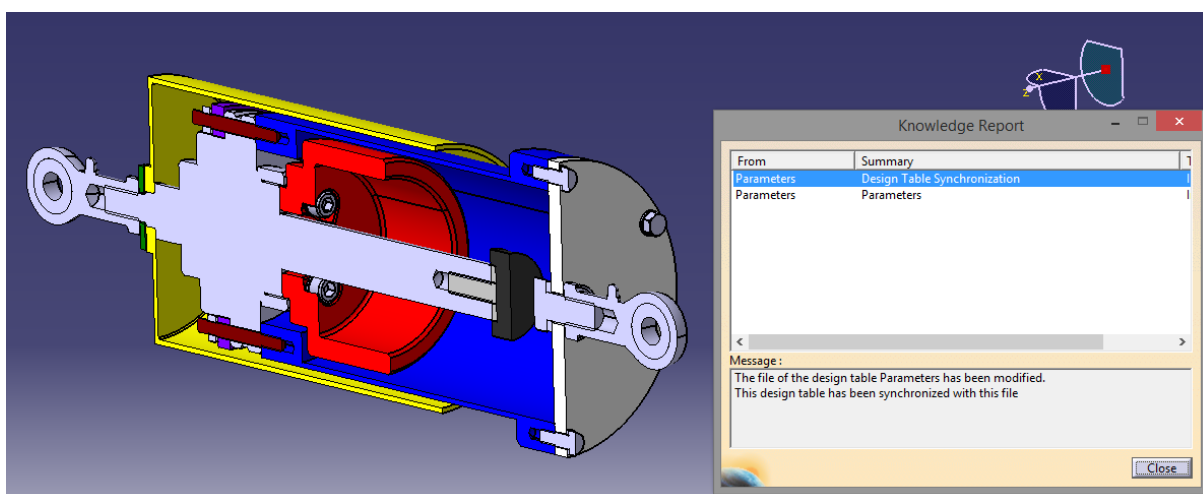
*Obr. 6.2: Uživatelské rozhraní programu pro parametrizaci*

Jak je vidět na *Obr. 6.3*, uživatel pouze zadá, jakou inertanci má prototyp mít a stiskne tlačítko „Vyhodnotit“, což vyvolá okno s otázkou: „Výsledná délka setrvačníku je: (hodnota). Importovat rozměr do CAD?“

Při kliknutí na „Ano“ se daný rozměr uloží do pomocného MS Excel souboru, který je svázán se sestavou v Catia V5. Po určité časové prodlevě se rozměr automaticky aktualizuje (setrvačník zčervená) a po aktualizaci modelu se změní jeho rozměr, viz *Obr. 6.4*.



Obr. 6.3: Okno s výsledkem a dotaz na import



Obr. 6.4: Po importu se objeví informační okno a parametrizovaná součást zčervená, po aktualizaci poté změní svůj rozměr.

## 6.1. Korekce maximální inertance

Během konstrukce inertoru docházelo u jednotlivých komponent k předdimenzování především z důvodu kupovaného, sériově vyráběného kuličkového mechanismu, kde je nutné vybrat z omezeného množství rozměrových variant a následně zbytek konstrukce přizpůsobit parametrům vybrané varianty. V následující úvaze nebudeme uvažovat komponenty jako například kulové klouby nebo víko pláště, kde změna jejich rozměrů za účelem zvýšení únosnosti nijak neovlivňuje zbytek konstrukce a můžeme tedy svobodně měnit jejich parametry (u víka pláště navíc jeho tloušťka roste pouze s poloviční mocninou

se zvyšováním inertance). Pokud bychom tedy přizpůsobili jejich rozměry zvýšené inertanci nebo pokud bychom tyto díly také parametrizovali, mohli bychom si dovolit využít nutné předimenzování ostatních součástí a zpětně zvýšit původní počítanou maximální hodnotu inertance.

Nejnižší míra bezpečnosti z komponent, jejichž parametry nelze bez větších úprav konstrukce měnit, vyšla u kuličkového mechanismu, kde  $k = 2,6$ . Jelikož je jak tahové napětí v plášti či šroubech, tak smykové napětí u šroubů připevňujících setrvačnick s první mocninou úměrné hodnotě inertance, můžeme aplikovat rovnici:

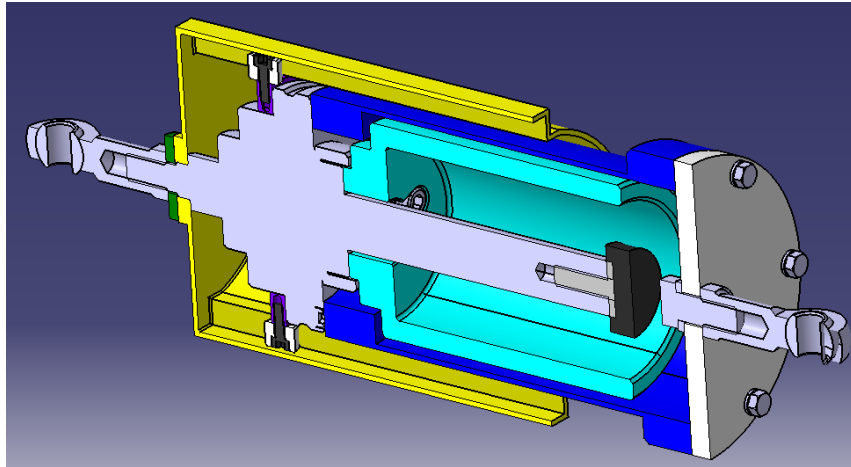
$$\frac{k_{min}}{k_{dov}} = \frac{b_{max}}{b} \quad (6.1)$$

Kde  $k_{min}$  značí minimální bezpečnost, která se v pevnostních výpočtech objevila,  $k_{dov}$  značí míru bezpečnosti, kterou si zvolíme jako minimální dovolenou (pro tuto práci jsem zvolil  $k_{dov}=1,3$ ),  $b$  značí inertanci, kterou jsme využili v pevnostních výpočtech a  $b_{max}$  je hledaná maximální inertance, kterou je možné náš prototyp zatížit a která má hodnotu:

$$b_{max} = \frac{k_{min}}{k_{dov}} \cdot b = \frac{2,6}{1,3} \cdot 50 = 100 \text{ kg} \quad (6.2)$$

Ještě je potřeba zkontrolovat, zda rozměr setrvačnicku při této hodnotě nepřekročí hodnotu zdvihu. To by totiž znamenalo, že bychom museli kvůli setrvačnicku zvětšovat délku inertoru, což je nežádoucí. Provedeme tedy kontrolní výpočet pomocí připraveného programu, ze kterého pro hodnotu inertance 100 kg vychází nastavitelná délka setrvačnicku 78,95 mm, což znamená, že při našem zvoleném zdvihu 80 mm je takový setrvačnick vyhovující. Nehledě na to, že zdvih znamená vzdálenost od dorazu k dorazu a prostor pro setrvačnick je větší například o tloušťku silentbloku, který funguje jako obousměrný doraz, jak je vidět na *Obr. 6.4*.

Ukázalo se tedy, že toto rozšíření parametrizace o víko pláště a kulové klouby by velmi výrazně zvýšilo pracovní rozsah inertoru. Lze tedy říci, že do budoucna stojí takové rozšíření za zvážení.



Obr. 6.4: Velikost setrvačnicku při inertanci 100 kg

## 6.2 Diskuze rozšíření parametrizace

Ze vstupních parametrů, na základě kterých je inertor definován, byla do parametrizace zahrnuta pouze hodnota inertance, a to navíc jen v omezeném rozsahu, který by šlo rozšířit prostřednictvím parametrizování více rozměrových kót setrvačnicku. V dalším kroku by neměl být velký problém zahrnout do parametrizace také například vůli mezi setrvačnickem a pláštěm, vnější průměr pláště či hustotu materiálu setrvačnicku. Zakomponování pevnostních výpočtů lze nejjednodušeji provést u pláště, kde by se tloušťka jeho stěny měnila v závislosti na velikosti maximální axiální síly. Tento výpočet by však byl zkomplikován potřebou přizpůsobovat výslednou tloušťku normalizovaným polotovarům, kde by konstruktér musel mít na paměti polotovar, který se v parametrizaci využívá a jaké materiály tím pádem má k dispozici. Narážíme tím na problém, který parametrizací vzniká. Rozměr většiny komponent totiž závisí na více rozhodnutích, z nichž lze některé jen těžce automatizovat a které zůstávají na konstruktérovi. Ten však při automatickém vyhodnocování může tyto rozhodnutí opomenout snadněji, než kdyby prováděl celý návrh sám. Jedná se tedy o složitější úkol, než by se mohlo na první pohled zdát. Nejvíce je automatizace změny rozměrů pravděpodobně zkomplikovaná kuličkovým mechanismem, který určuje rozměry několika dalších dílů a provádět změny jeho parametrů automaticky „výměnou“ jednoho katalogového dílu za druhý, si umím představit jen velmi obtížně.

## 7. Závěr

V této práci byl popsán prvek pasivního odpružení s citlivostí na zrychlení mezi dvěma nezávislými koncovkami, který se nazývá inertor. Pro uvedení do problematiky byl zmapován dosavadní vývoj a uplatnění v praxi, včetně nasazení ve Formuli 1. Mezi uvedenými variantami konstrukčního řešení byl vybrán inertor na bázi kuličkového šroubu, jehož konkrétní parametry byly rozpracovány v konstrukční části práce.

Hlavním cílem bylo zkonstruovat zařízení s potenciálem sloužit jako výchozí bod pro další testování a vývoj. Jednou z hlavních podmínek pro dosažení takového cíle je zajištění možnosti jednoduché změny hlavních parametrů. Zásadní parametr, kterým je inertor charakterizován, je konstanta zvaná inertance, která nám říká, jak velké relativní zrychlení mezi koncovkami nastane při aplikaci určité síly. Možnost co nejširší změny této konstanty bez většího zásahu do celé konstrukce byla zařazena mezi hlavní požadavky, neboť je zásadní pro univerzálnost inertoru. Tento požadavek byl následně ve finálním prototypu splněn díky tvaru a umístění setrvačnicku. Jednoduchost provádění změn byla dále podpořena základní parametrizací modelu v určitém rozsahu inertancí.

Konstrukce se také řídila požadavkem na využití sériově vyráběného kuličkového mechanismu s maticí pokud možno v katalogové podobě bez úprav na zakázku. To bylo možné splnit díky volbě „poháněné“ matice se zakomponovaným uložením. Tento požadavek plynul především ze snahy o finanční a technologickou nenáročnost prototypu, ke které bylo přihlíženo i u ostatních komponent.

Samozřejmě bylo nutné brát v potaz kompaktnost modelu. Přestože bylo dosaženo přijatelných rozměrů inertoru, je zde ještě do budoucna prostor pro optimalizaci. Tento prototyp byl totiž navržen pro testování širšího spektra nastavení a v případě využití v konkrétním projektu se v dalším vývoji může ukázat, že tak vysoká hodnota maximální inertance není potřeba. Poté by patrně stálo za zvážení znovu provést pevnostní výpočty a případně zmenšit rozměry jednotlivých komponent, především kuličkového mechanismu.

Finální stav na konci této práce je stále ještě relativně daleko od bodu, kdy bude možné nasadit inertor například v závodech Formula Student s vědomím, že byl jeho potenciál naplno využit a že skutečně pomáhá zlepšit zajetí čas na jedno závodní kolo. Přesto lze cíl této práce označit za splněný, neboť byl zkonstruován prototyp, který splňuje zadané požadavky a je relativně jednoduchý s reálnou možností výroby. Především je zde však možnost snadno modifikovat jeho parametry v relativně velkém rozsahu, což je pro model, který má sloužit jako odrazový můstek, zásadní vlastnost.



## Zdroje

- Clarke, P., 2012. *Mass dampers*. Dostupné z: <https://racemagazine.com.au/editorial/mass-dampers>
- Chen Z.Q., M., Papageorgiou, Ch., Scheibe, F., Wang, F. a Smith, M., 2009. *The missing mechanical circuit element*. IEEE Circuits and systems magazine, first quarter 2009.
- Černoch, S., 1959. *Strojně technická příručka*. Praha. Státní nakladatelství technické literatury, s. 463.
- De Groote, S., 2008. *J – Dampers in Formula 1*. Dostupné z: <http://www.f1technical.net/features/10586>
- HIWIN Corporation. *Ball Screws Catalog*. Dostupné z: <http://www.hiwin.com/html/ball%20screws/r1.html>
- Ming-Lai., L., 2009. *Tuned mass damper*. Patent US 5915508. Minnesota Mining And Manufacturing Company, nabyvatel.
- Pardo Barcelo, J. D., 2012. *Optimisation of Racing Car Suspensions featuring Inerters*. Disertační práce. Oxford Brookes University
- Scarborough, C., 2011. *Lotus Renault GP: Fluid inerter*. Dostupné z: <https://scarbsf1.wordpress.com/2011/11/29/lotus-renault-gp-fluid-inerter/>
- SKF Group, 2013, *Precision rolled ball screws*. katalog dostupný na [www.skf.com](http://www.skf.com)
- Smith, M. C., 2002. *Synthesis of Mechanical Networks: The Inerter*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 47, no. 10, s. 1648 – 1662.
- Smith, M. C., 2003. *The Inerter Concept and Its Application*. Fukuji, Japonsko. SICE Annual Conference, Plenary lecture.
- Smith, M. C., 2005. *Force-controlling mechanical device*. Patent US 20050034943
- Švec, V., 1997. *Části a mechanismy strojů: spoje a části spojovací*. Praha, ČVUT, s. 49 – 148. ISBN 80-01-01701-X.
- University of Cambridge Enterprise, 2008. *Secrets of the inerter revealed*. Dostupné z: <http://www.enterprise.cam.ac.uk/news/2008/8/secrets-inerter-revealed/>
- VUT v Brně, 2006. *Konstruování strojů, Přednáška 2*. Dostupné z: <http://old.uk.fme.vutbr.cz/kestazeni/5CK/prednasky/prednaska2.pdf>
- Wang, F.-C. a Lin T.-Ch., 2009. *Hydraulic inerter mechanism*. Patent US 20090139225. National Taiwan University, nabyvatel.
- Watres, L. S., 1908, *Shock-absorber*. Patent US 893680.