ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STROJNÍ
ÚSTAV PROCESNÍ A ZPRACOVATELSKÉ TECHNIKY

SIMULACE FOTOBIOREAKTORU PRO KULTIVACI ŘAS

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Autor: Bc. Jan Lubeník

ANOTACE

Diplomová práce se zabývá simulací Couette-Taylorova fotobioreaktoru pro kultivaci řas. Obsahuje rešerši potřebnou pro řešení této problematiky. Cílem diplomové práce bylo vytvoření modelu proudění v programu ANSYS CFD, zkoumání vlivu počtu elementů sítě na přesnost řešení a výpočty proudění pro různé otáčky vnitřního válce Couette-Taylorova fotobioreaktoru a různé modely turbulence. Výsledky byly zhodnoceny na základě experimentálních dat z literatury. Práce obsahuje doporučení pro tvorbu geometrického modelu, sítě, výběru vhodného výpočetního modelu proudění a nastavení.

ANNOTATION

This thesis deals with the simulation of Couette-Taylor photobioreactor for algae cultivation. It includes a literature research needed to resolve this issue. The aim of this thesis was to create a flow model in ANSYS CFD, examining the impact of elements count of mesh to the solution accuracy and flow calculations for different speeds of the inner cylinder Couette-Taylor photobioreactor and various models of turbulence. The results were evaluated on the basis of experimental data in the literature. The work includes recommendations for creating geometric model, mesh, selecting an appropriate calculation flow model and its settings.

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval svému vedoucímu diplomové práce Ing. Karlu Peterovi, Ph.D. za veškerou pomoc a nekonečnou trpělivost, kterou se mnou měl.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci s názvem: „Simulace fotobioreaktoru pro kultivaci řas“ vypracoval samostatně pod vedením Ing. Karla Petery, Ph.D. ,s použitím literatury, uvedené na konci mé diplomové práce v seznamu použité literatury.

V Praze dne 18.12.2014

Jan Lubeník
podpis

Obsah:

1. Couette-Taylorův fotobioreaktor ... 5
1.1. Problematika růstu řas a fotobioreaktory ... 5
1.2. Couette-Taylorův fotobioreaktor, Taylorovy víry ... 6
1.2.1. Couette-Taylorův fotobioreaktor ... 6
1.2.2. Taylorovy víry ... 7
1.2.3. Taylorovo číslo, nestability a režimy Taylorova proudění v CTBR ... 8
1.3. Teorie proudění ... 9
1.3.1. Numerické metody ... 9
1.3.2. Navier-Stokesova rovnice, fluktuace veličin, Reynoldsovo napětí ... 9
1.3.3. Stěnové funkce ... 11
2. Cíl diplomové práce ... 13
3. Tvorba modelu v programu ANSYS CFD ... 14
3.1. Odhad bodů přechodu Taylorova proudění ... 14
3.2. Geometrie systému ... 15
3.3. Tvorba sítě systému ... 16
3.3.1. Zjemnění sítě u stěny a stěnová funkce. ... 16
3.3.2. Výpočet potřebné radiální výšky první řady buněk u stěny ... 18
3.3.3. Tvorba sítě ... 19
3.4. Analýza vlivu počtu elementů sítě na přesnost řešení ... 21
3.4.1. Úvod ... 21
3.4.2. Podmínky ... 21
3.4.3. Postup výpočtu ... 22
3.4.4. Výsledky ... 24
3.4.5. Hodnocení výsledků, vybraná síť a doporučení při tvorbě sítě ... 25
3.5. Výpočtové modely proudění použité pro simulaci ... 25
3.6. Další nastavení programu Fluent ... 26
4. Výsledky simulací a postprocessing ... 27
4.1. Výsledky jednotlivých výpočetních modelů a odpovídající kroutící momenty. ... 27
4.1.1. k-ω SST(Shear Stress Transport) ... 28
4.1.2. k-ω SST + Intermittency transition model ... 31
4.1.3. k-ε Realizable + EWT (Enhanced Wall Treatment) ... 34
4.1.4. Laminar, Transition k-kl-ω, Transition SST, ... 37
4.1.5. RSM (Reynolds Stress Model) linear + EWT, RSM-ω ... 37

4.2. Porovnání s experimentálně naměřenými hodnotami z literatury. 38
4.2.1. Data z literatury 38
4.2.2. Korekce kroutícího momentu pro hodnoty dle Lathrop 39
4.2.3. Výsledky pro jednotlivé modely 40
4.2.4. Zhodnocení výsledků a doporučení 44
5. Závěr 45

1. Couette-Taylorův fotobioreaktor

1.1. Problematika růstu řas a fotobioreaktory

Řasy (v našem případě mikrořasy) jsou jednobuněčné mikroorganismy, které ke svému růstu a přežití potřebují pouze světlo a anorganický uhlík. Jejich hlavní výhodou je vysoká účinnost přeměny světelné energie při produkci biomasy, která je několikanásobně větší než u vyšších rostlin (18% řasy, např. obiloviny 3%). Usušená biomasa se používá např. jako přísada do krmiv nebo jako potravinový doplněk pro lidskou výživu. Řasy mají velkou druhovou rozmanitost a proto je vysoká pravděpodobnost objevení cenných látek (HVC), které mají aplikaci např. ve farmacii. Syntéza těchto látek běžnými postupy bývá velmi složitá a nákladná nebo nemožná. Použití řas místo syntézy je obvykle několikanásobně levnější ,také s mnohem menším objemem odpadu. Biomasa z řas má také využití pro výrobu paliv (bioplyn, bionafta).

Fotobioreaktory jsou zařízení sloužící pro množení buněčných organismů, které vyžadují pro svůj růst světlo. Fotobioreaktory se liší svou stavbou, ale společnou vlastností bývá průsvitná vnější stěna viz obrázky.

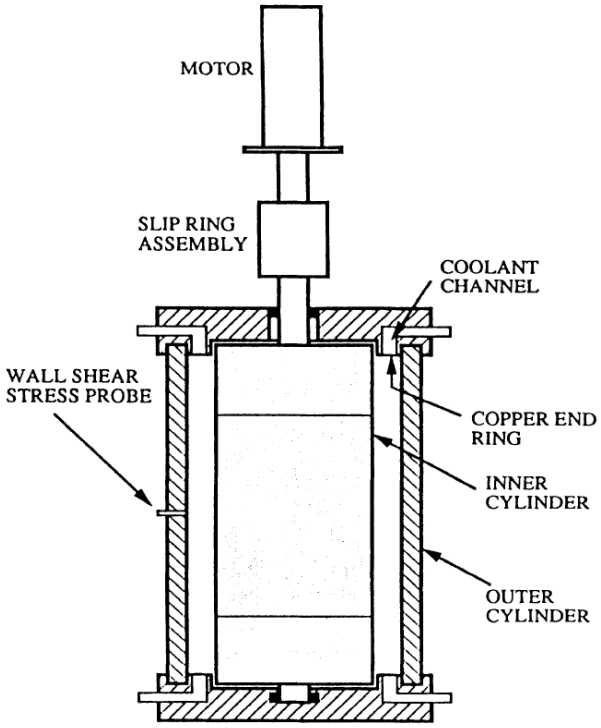
Obr.1: Obvyklé konstrukce fotobioreaktorů, *převzato z [1]*

zdroje [1], [2]

1.2. Couette-Taylorův fotobioreaktor, Taylorovy víry

1.2.1. Couette-Taylorův fotobioreaktor

Couette-Taylorův fotobioreaktor (CTBR) se skládá ze dvou soustředných válců. V mezikruží těchto válců se nachází suspenze. Vnitřní válec se otáčí a rozpohybovává suspenzi, zatímco vnější válec z průsvitného materiálu zůstává v klidu (existují také varianty s pohyblivým vnějším válcem). Pokud dodržíme určitou šířku mezikruží a dosáhneme potřebných otáček, nastane jev, který nazýváme Taylorovy víry, více 1.2.2. Na obrázku níže je experimentální CTBR, nacházející se v České Republice (ÚFB, Jihočeská univerzita, Nové Hrady). Geometricky podobný systém (se stejným poměrem R_1/R_2) bude používán pro vymodelování geometrie při numerických simulacích v další části této práce.



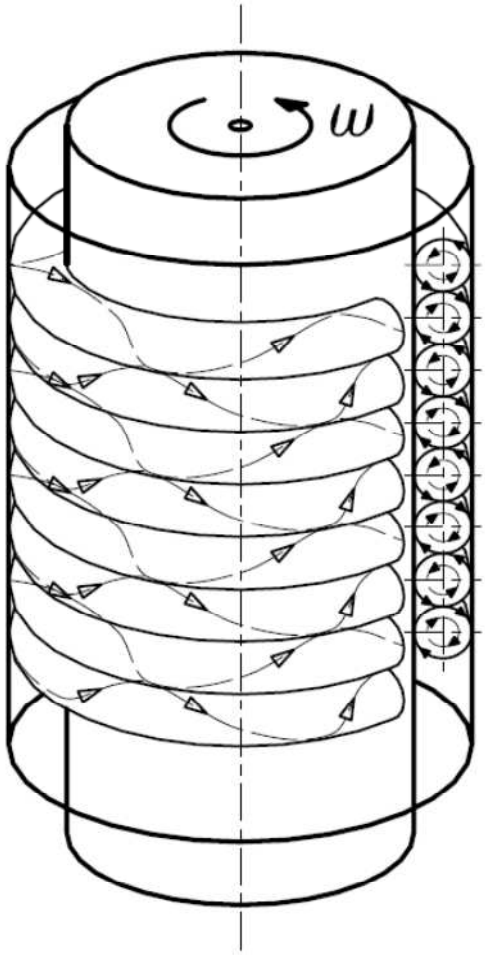
Obr.2: Vlevo: Experimentání Couette - Taylorův fotobioreaktor (ÚFB, Jihočeská univerzita, Nové Hrady), *převzato z [1]*.Vpravo: Schéma CTBR, *zdroj [3]*

Výhodou, kterou má CTBR pro kultivaci řas, je periodické střídání cyklů světlo/tma. Řasy, které jsou příliš a dlouhou dobu osvětleny, fotoinhibují (přestávají růst). Řasy dlouhou dobu neosvětlené zase odumírají. tyto problémy řeší Taylorovy víry. Jejich šroubovitý pohyb zajišťuje, že suspenze cyklicky putuje od osvětleného vnějšího válce (světlá fáze) k neosvětlenému vnitřnímu válci (temná fáze) a zpět.

zdroje [1]

1.2.2. Taylorovy víry

Za specifických podmínek se v mezikruží dvou soustředných válců ustálí proudění, pro které je charakteristická existence vzájemně proti sobě rotujících prstenců. Tento jev se nazývá Taylorovo proudění. Tyto tzv. Taylorovy víry vznikají jako nestabilita tangenciálního proudění (tzv. Cuettovo proudění) vazké kapaliny v mezikruží dvou soustředných válců. Podmínkou pro vznik těchto nestabilit je rotace jednoho s válců zmíněné geometrie.



Obr.3: Taylorovy víry v mezikruží CTBR, *zdroj [1]*

Přechod na Taylorovo proudění je podmíněn určitými otáčkami, pro určitý poměr poloměrů vnějšího a vnitřního válce. To charakterizuje kritická hodnota Reynoldsova čísla. Ještě lépe tyto podmínky charakterizuje jiné podobnostní číslo a to Taylorovo. Toto číslo navíc zahrnuje geometrii mezery.

zdroje [1], [4]

1.2.3. Taylorovo číslo, nestability a režimy Taylorova proudění v CTBR

Taylorovo číslo lze nalézt v literatuře v několika tvarech. V této práci uvedu pouze dvě.

1) *Převzato z [1]*. Toto číslo přímo pracuje s Reynoldosovým číslem.

$$Ta_1 = Re\sqrt{\frac{d}{R_1}} = \frac{\omega R_1 d}{\nu}\sqrt{\frac{d}{R_1}} \tag{1.1}$$

2) *Převzato z [4]*

$$Ta_2 = \frac{\omega^2 R_1 (R_2 - R_1)^3}{\nu^2} = \frac{\omega^2 R_1 d^3}{\nu^2} \tag{1.2}$$

Pokud je Taylorovo číslo menší než $Ta_{1_{C1}} = 41{,}3$ nebo $Ta_{2_{C1}} = 1700$ je proudění čistě tangenciální (*Couettovo proudění*).

Při překročení této kritické hodnoty je pozorovatelný vznik periodických nestabilit ve formě dvojic proti sobě rotujících vírů vyplňujících celé mezikruží.Tato první etapa se nazývá *vírové proudění* a je čistě v laminárním režimu.

Druhá etapa se nazývá *zvlněné vírové proudění* (wavy vortex). Víry začnou oscilovat ve směru osy rotace. Tato nestabilita vzniká po překročení druhého kritického čísla $Ta_{1,2_{C2}} = (1{,}1 - 100)Ta_{1,2_{C1}}$.

Tento jev vzniká jen při poměru poloměrů menším než 1,4. Např. pro poměr 1,2 je dle *[4]* $Ta_{2_{C2}} = 1{,}7Ta_{2_{C1}}$.

Pokud Ta překročí $100Ta_{1,2_{C1}}$proudění postupně přejde do turbulentního režimu, ale jeho prostorová struktura je zachována až do $Ta_2 = 1{,}6.10^9$. Toto vírové proudění se nazývá *turbulentní Taylorovo proudění.*

Aby bylo možné využít potenciál Taylorových vírů pro kultivaci řas v CTBR, muselo by míchání dosahovat určitých hodnot frekvence cyklů a poměru dob světlé a temné fáze. Toho lze dosáhnout až při Taylorově turbulentním proudění. *zdroj [1]*

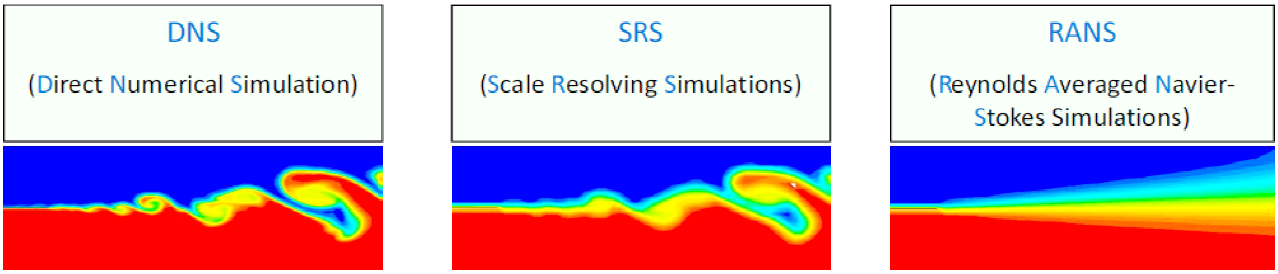
Při laminárním proudění je zanedbatelná disperze. Buňky zachovávají svou vzdálenost od středu víru a promíchávání je velmi špatné. Pro produkci řas nemá laminární proudění (vírové proudění a zvlněné vírové proudění) velký význam.

zdroje [1], [4]

1.3. Teorie proudění

1.3.1. Numerické metody

Přístupů k numerickému modelování proudění včetně turbulence je celá řada. Přístup založený na DNS (Direct Numerical Simulation)řeší přímo Navier-Stokesovy rovnice bez jakéhokoliv modelu turbulence a je schopen postihnout všechna měřítka turbulentního proudění, ovšem za cenu neúměrně velikých nároků na velikost výpočetní sítě a tím i výpočetního výkonu. To lze o něco snížit pomocí přístupů SRS či LES (Large Eddy Simulation), které přímo řeší jen větší měřítka (víry) a pro malá měřítka používají relativně jednoduché modely turbulence. I přesto jsou s těmto metodami spojeny vysoké výpočetní nároky, protože je potřeba příslušné rovnice řešit nestacionárně. Z praktického hlediska nejpoužitelnější jsou přístupy spadající do kategorie RANS modelů (Reynolds Averaged Navier-Stokes), které řeší Navier-Stokesovy rovnice v časově zprůměrovaném tvaru. Po zprůměrování se v N-S rovnicích objeví nový člen, tzv. Reynoldsova napětí, který je nutné popsat pomocí nějakého modelu turbulence.
Veškeré použité turbulentní numerické modely v této práci spadají do kategorie RANS modelů.



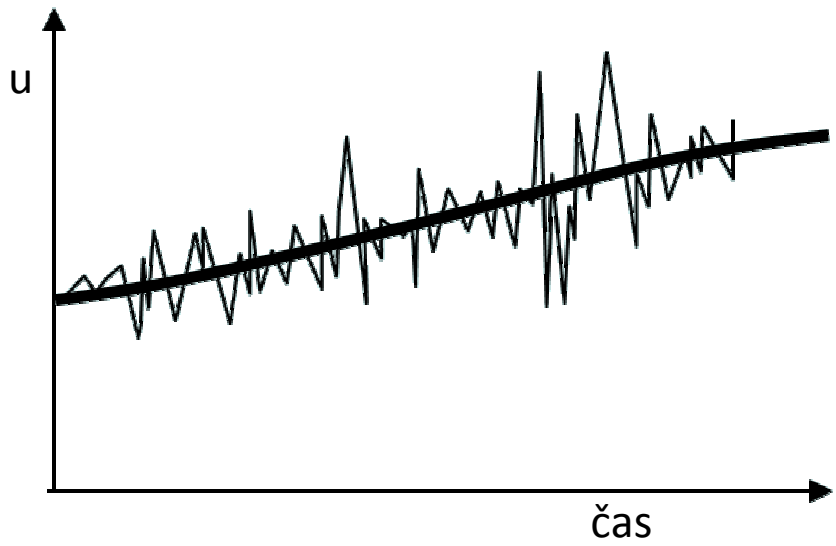
Obr.4: Jednotlivé přístupy k modelování turbulence, resp. vírů, *Zdroj [5]*

1.3.2. Navier-Stokesova rovnice, fluktuace veličin, Reynoldsovo napětí

Navier-Stokesova rovnice platí beze změny v laminárním i turbulentním režimu. N-S rovnici je pro numerické řešení (CFD) vhodnější psát v konzervativním tvaru. Tento tvar nepočítá se složkami rychlosti, ale se složkami hybnosti a je lepší pro stlačitelné proudění s nespojitostmi rychlostí a tlaků (rázové vlny).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{u}) + \nabla\cdot(\rho\vec{u}\vec{u}) = -\nabla p + \mu\nabla^2\vec{u} + \overrightarrow{S_M} \qquad (1.3)$$

Turbulence je jev označovaný někdy jako deterministický chaos. Vznikají při něm časové i prostorové náhodné fluktuace transportních veličin (fluktuace rychlosti, tlaku, teploty atd.). Z praktického hlediska nás většinou zajímají pouze průměrné hodnoty transportních veličin, nikoliv jejich okamžité hodnoty.



Obr.5: fluktuace rychlosti a průměrná hodnota, *zdroj [6]*

$$u = \bar{u} + u' \tag{1.4}$$

Okamžitá hodnota | Střední hodnota | Fluktuace

Dosazením *u* z (1.4) a časovým zprůměrováním Navier-Stokesovy vyvstane v této rovnici nový člen tzv. Reynoldsova napětí. Této rovnici se také říká Reynoldsova rovnice.

pozn.: $\bar{\bar{\vec{u}}} = \bar{\vec{u}}$

$\overline{\vec{u} + \vec{u}'} = \bar{\vec{u}} + \bar{\vec{u}}' = \bar{\vec{u}}$

$$\overline{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{u})} + \overline{\nabla \cdot (\rho\vec{u}\vec{u})} = \overline{-\nabla p} + \overline{\nabla \cdot (\mu\nabla\vec{u})} + \overrightarrow{\mathrm{S_M}} \tag{1.5}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\bar{\vec{u}}\right) + \nabla \cdot \left(\rho\,\bar{\vec{u}}\,\bar{\vec{u}}\right) = -\nabla\bar{p} + \nabla \cdot \left(\mu\nabla\bar{\vec{u}}\right) - \boldsymbol{\nabla} \cdot \left(\boldsymbol{\rho}\overline{\vec{\boldsymbol{u}}'\vec{\boldsymbol{u}}'}\right) + \overrightarrow{\mathrm{S_M}} \tag{1.6}$$

$\overrightarrow{\overline{\tau_t}} = -\rho\overline{\vec{u}'\vec{u}'}$
Reynoldsova napětí

Člen Reynoldsových napětí je nutné následně popsat pomocí nějakého modelu turbulence, aby byl takovýto systém řešitelný. Z praktického hlediska jsou nejčastěji používané modely, které tento člen popisují pomocí turbulentní viskosity, která je dále vyjádřena pomocí veličin, jako jsou kinetická energie turbulence a disipace kinetické energie turbulence. Tyto veličiny jsou definovány pomocí dalších transportních rovnic, které je nutno řešit současně se zprůměrovanými N-S rovnicemi.
V této práci bude porovnáváno několik různých modelů turbulence dostupných v programu ANSYS Fluent.

Použité zdroje [6]

1.3.3. Stěnové funkce

Stěnové funkce jsou používány pro aproximaci rychlostního profilu u stěny, protože jinak je nutné mít u stěny velmi jemnou síť, což může klást výrazně větší nároky na potřebný výpočetní výkon. Tyto funkce vyjadřují závislost rychlosti na vzdálenosti od stěny, nejčastěji ve formě bezrozměrné rychlosti u^+versus bezrozměrná vzdálenost y^+. Ty jsou definované následovně

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} = \frac{\rho \mu_\tau y}{\nu}, u^+ = \frac{u}{u_\tau} \tag{1.7}$$

Zde μ_τ je ,,smyková" rychlost definovaná s pomocí smykového napětí na stěně τ_w jako

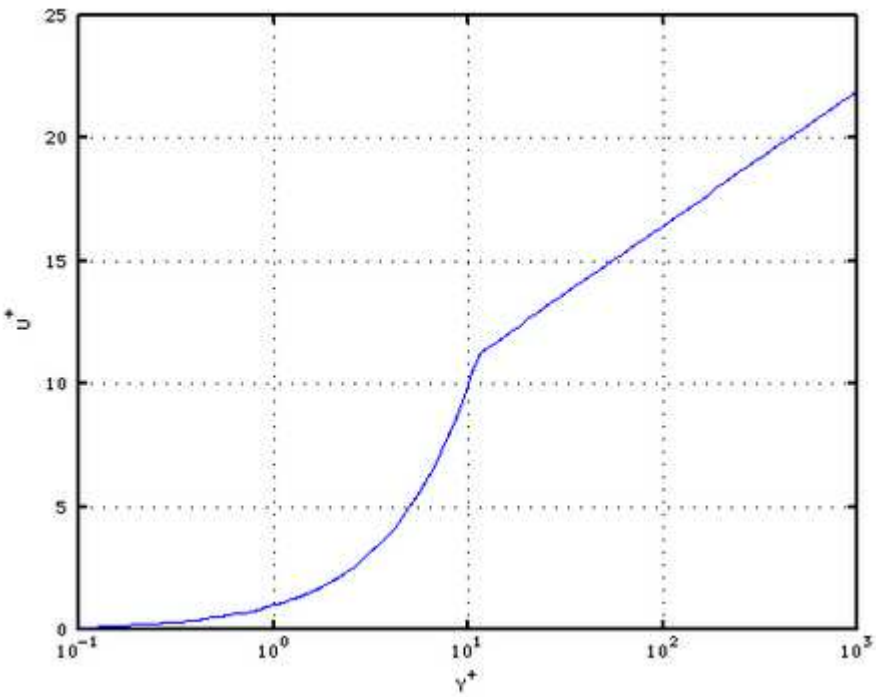
$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{1.8}$$

Pro menší vzdálenost od stěny je závislost mezi rychlostí a vzdáleností od stěny aproximována lineární závislostí

$$u^+ = y^+, \qquad y^+ < 11$$

Pro větší vzdálenost je pak použita logaritmická závislost

$$u^+ = \frac{1}{\kappa}\ln(Ey^+), y^+ > 11, \qquad \kappa = 0.4187, \qquad E = 9.793 \tag{1.9}$$



Ansys Fluent používá y^* místo y^+, které jsou přibližně stejné v případě rovnovážných turbulentních vrstev u stěny.

$$U^* = \frac{1}{\kappa}\ln(Ey^*), \qquad U^* = \frac{U_P C_\mu^{(\frac{1}{4})} k_p^{(\frac{1}{2})}}{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{1.10}$$

$$y^* = \frac{\rho C_\mu^{(\frac{1}{4})} k_p^{(\frac{1}{2})} y_p}{\mu} \tag{1.11}$$

Zde se P vztahuje k near-wall node P. Logaritmická rovnice je použita, když y^*> 11.225, a pro y^*< 11.225 je použita lineární závislost.

$$U^* = y^*$$

Pokud se chceme vyhnout použití stěnových funkcí, které vždy představují jistou aproximaci podmínek u stěny, doporučuje se vytvořit síť s velikostí elementů u stěny odpovídajících hodnotě y^+ zhruba okolo 1. Tento výpočet je pro náš případ uveden v jedné z následujících kapitol.

Zdroje [7]

2. Cíl diplomové práce

Cílem diplomové práce je vytvořit za použití programu ANSYS CFD model proudění Couette-Taylorova fotobioreaktoru.

Pro vytvoření optimální sítě bude provedena analýza vlivu počtu elementů sítě na přesnost řešení. Sledovanou veličinou bude krouticí moment vnitřního válce CTBR.

Pro nejpoužívanější modely proudění a různé otáčky vnitřního válce budou provedeny simulace v programu Fluent. Sledovanou veličinou je opět krouticí moment vnitřního válce.

Výsledky budou porovnány s experimentálními hodnotami z literatury.

Hlavním cílem je zdokumentovat postup, najít vhodné způsoby řešení a doporučení pro řešení podobných problémů.

3. Tvorba modelu v programu ANSYS CFD

3.1. Odhad bodů přechodu Taylorova proudění

Vycházím z článku *[2].* Článek se zabývá kultivací živočišných buněk, ale také se zabývá hydrodynamikou reaktoru. Problematika Taylorova čísla byla už popsána v kapitole 1.2.3 .

Vznik Couette - Taylorovo proudění je závislý na úhlové rychlosti otáčení vnitřního válce, ale také závisí na šířce mezikruží. Pro moc široké mezikruží by ke vzniku C-T proudění nemuselo vůbec dojít. Oboje tyto vlastnosti charakterizuje Taylorovo číslo.

Jak bylo zmíněno v kapitole 1.2.3 Couette - Taylorovo proudění má několik fází. Většinou se uvádí tři a to:

- Taylorovo proudění vírové
- Taylorovo zvlněné vírové proudění
- Turbulentní Taylorovo proudění

Pro výpočet Taylorova čísla se použiji vztah z kapitoly 1.2.3

$$Ta_2 = \frac{\omega^2 R_1 (R_2 - R_1)^3}{\nu^2} = \frac{\omega^2 R_1 d^3}{\nu^2} \qquad (3.1)$$

Dále je uváděno že kritická hodnota pro vznik prvního vírového proudění je $\boldsymbol{Ta_{2_{C1}}}$**=1700**. Zvlněné proudění následně vzniká při **1,7 násobku** $\boldsymbol{Ta_{2_{C1}}}$ a Turbulentní proudění při **100 násobku** $\boldsymbol{Ta_{2_{C1}}}$.

Rozměry našeho zkoumaného systému jsou následující:

Tabulka 1: Rozměry systému

R_1	50	mm
	0,05	m
R_2	66,667	mm
	0,066667	m
poměr (R2/R1)	1,33334	
ν	1,00E-06	m^2/s

Následně můžeme provést odhad přechodů mezi fázemi

Tabulka2: Přechody mezi režimy proudění CTBR

ω[Rad/s]	Ta	
0,06	826,756058	
0,08	1469,78855	
0,086037	**1700,00016**	Tac1
0,09	1860,20113	
0,1	2296,5446	
0,112373	**2899,99999**	zvlněné
0,2	9186,17842	
0,3	20668,9014	
0,4	36744,7137	
0,5	57413,6151	
0,6	82675,6058	
0,7	112530,686	
0,8	146978,855	
0,860373	**170000**	turbulentní
0,9	186020,113	
1	229654,46	
1,5	516722,536	
2	918617,842	
2,5	1435340,38	
3	2066890,14	

3.2. Geometrie systému

Pro vytvoření modelu použiji nástroj programu Ansys CFD - Geometry

Rozměry geometrie modelu byli již zmíněny v *tabulce 1*

Délka zkoumaného bioreaktoru je **140mm**. Pro tuto délku obvykle vzniká 8 vírů, což je stejné jako v *[3].* Ze stejného článku vyplývá, že počet výrů nemá na kroutící moment významný vliv, ale chtěl jsem se co nejvíce přiblížit experimentálním podmínkám.

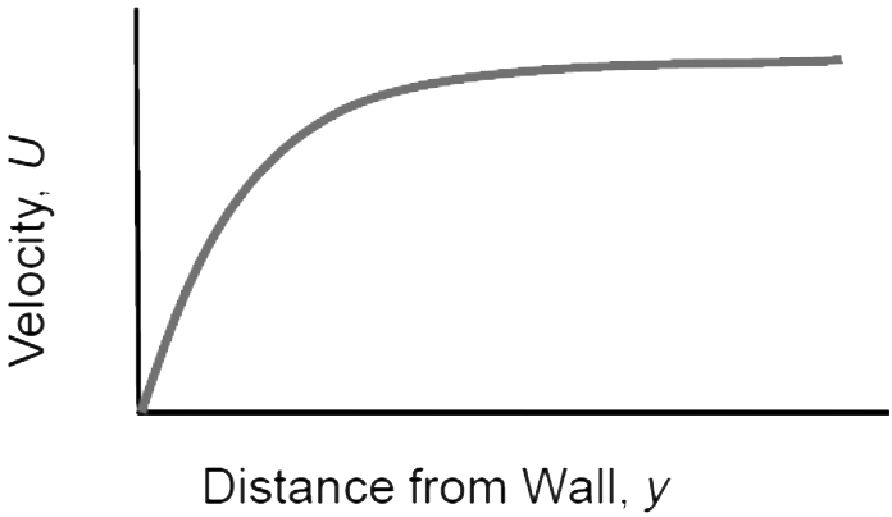
Vytvoření modelu není složité, ale velmi výhodné je v našem případě vytvořit podélnou rovinu rozdělující náš systém na dvě poloviny. Pokud bude osa válců Z, bude to rovina YZ (případně XZ).

Jedna z možností je rozdělit model pomocí nástroje ,,Slice" a následně spojit pomocí ,,Form body parts".

3.3. Tvorba sítě systému

3.3.1. Zjemnění sítě u stěny a stěnová funkce.

Rychlost se se zvětšující vzdáleností od stěny rapidně mění. Je nutné s tímto jevem dostatečně počítat a použít vhodnou stěnovou funkci nebo dostatečně zmenšit radiální výšku buněk sítě u stěny.

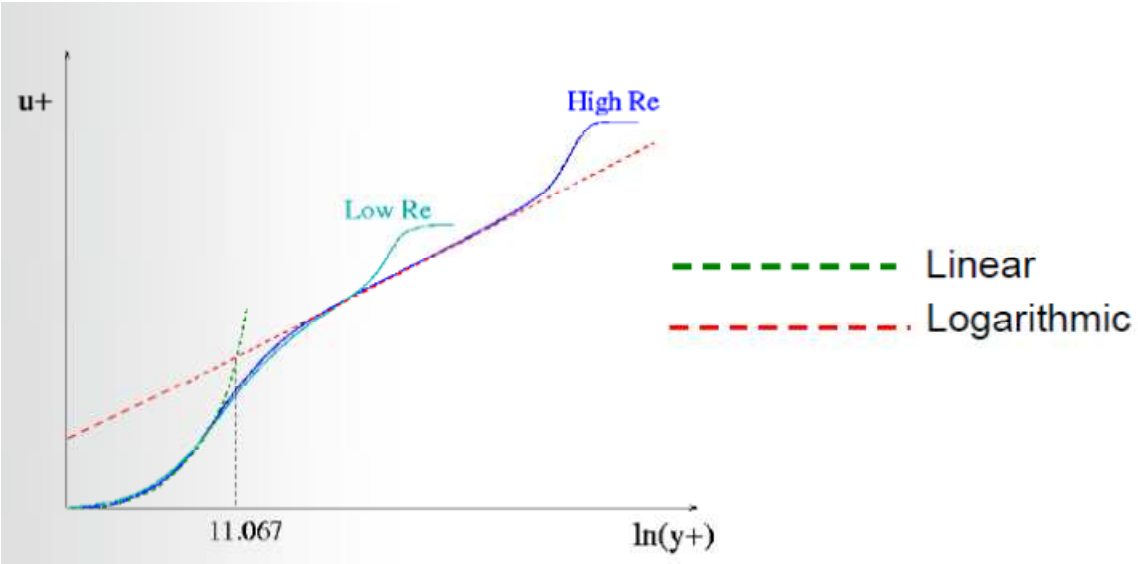


Obr.6: Znázornění obvyklého průběhu rychlosti vzhledem ke stěně systému, *zdroj[8]*

Pokud bychom stejný graf vynesli v logaritmických souřadnicích a použili bezrozměrnou radiální délku (3.2) od stěny a rychlost (3.3). Vypadal by průběh jako na grafu 1.

$$y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} \tag{3.2}$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_{wall}}{\rho}} \tag{3.3}$$



Graf 1.: Závyslost u^+ na y^+, zdroj [8]

Vzhledem k tomu, že chování tekutiny u stěny jde často předvídat je často efektivnější použití stěnové funkce namísto jemné sítě.

Zjemněná sítě u stěny

- Potřebná radiální výška první řady buněk je přibližně $y^+=1$

- Následkem je zvýšený počet buněk sítě a výpočetní náročnost

- Doporučuje se použít turbulentní modely pro nižší Reynoldsovo číslo (např. k-omega)

- Tento způsob je vhodný tam, kde je proudění u stěny nejdůležitější (aerodynamický odpor, lopatky turbín)

Stěnová funkce

- Potřebná radiální výška první řady buněk je přibližně v rozmezí $30< y^+ <300$

- Doporučuje se použít s turbulentními modely pro vysoká Reynoldsova čísla (SKE, RKE, RNG)

- Vhodné pro výpočty kde nás zajímá spíše střed systému než děj u stěny (míchání nádob)

3.3.2. Výpočet potřebné radiální výšky první řady buněk u stěny

Definice y^+

$$y^+ = \frac{\rho U_\tau y}{\mu} \Leftrightarrow y = \frac{y^+ \mu}{U_\tau \rho} \tag{3.4}$$

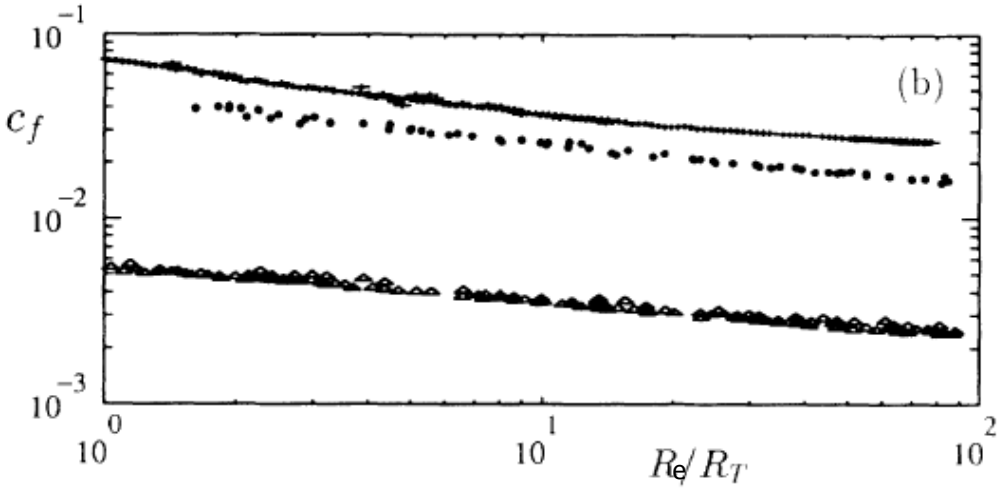
Hodnotu y^+ už známe takže potřebujeme zjistit hodnotu bezrozměrné rychlosti

$$U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\varrho}} \tag{3.5}$$

smykové napětí u stěny τ_w lze vypočítat z třecího koeficientu

$$\tau_w = \frac{1}{2} C_f \varrho U_\infty^2 \tag{3.6}$$

Třecí koeficient stanovím z grafu níže. Jedná se o měření přímo na C-T systému. Hodnota bude přesnější, než při použití vztahů pro obtékání desky, kterými bychom přibližnou hodnotu stanovili. Pro první simulaci, která potvrdí výpočet první buňky u stěny se chci vyhnout přechodové oblasti okolo R_T. Použiji tedy hodnotu pro vyšší Reynoldsovo číslo z pravé části grafu,



Graf 2.: Závislost třecího součinitele na R/R_T *zdroj[9]*

R_T je přechodové Reynoldsovo číslo, kdy přechází závislost Re vs. G v přímkovou, jeho hodnota je dle [5] stanovena na 13000.

Tabulka 2: Výsledky výpočtů

	zjemněná síť	stěnová funkce	
ρ	996	996	Kg/m^3
μ	1,00E-03	1,00E-03	Pa.s
u	0,36	0,36	m/s
Re	6,00E+03	6,00E+03	
y+	**1**	**50**	
Uτ	0,036	0,036	m/s
τw	1,29E+00	1,29E+00	$Kg.m^{-1}.s^{-2}$
Cf	0,02	0,02	
y	2,78893E-05	0,001394467	m
y	**0,027889335**	**1,394466756**	**mm**

Faktor nárůstu radiální velikosti buněk od stěny zvolím standardní 1,2. Počet vrstev na, které bude faktor nárůstu aplikován bude 10. Chci předejít zbytečnému skoku mezi zjemněnou sítí a středovou částí sítě mezikruží.

Další krok bude kontrola y+ na již provedené simulaci. Hodnota nejmenší buňky u stěny je pouze teoretická a y+ zjištěné simulací se může lišit. Snažíme se, aby největší hodnoty y+ byli blízké 1 pro model bez stěnové funkce.

3.3.3. Tvorba sítě

Síť byla vytvořena pomocí programu ANSYS Meshing. Tento nástroj nabízí několik různých metod pro vytvoření sítě. Můžeme nechat vytvoření sítě zcela na podprogramu Meshing nebo použít parametry a další nástroje pro řízení procesu vytvoření sítě.

Můj první přístup pro vytvoření sítě byl zcela pomocí ,,Edge Sizing", kdy jsem absolutně definoval velikost elementů ve všech směrech. Snažil jsem se tvarem elementů co nejvíce přiblížit krychli, tedy aby poměry stran hranolu resp. šestistěnu byli co nejbližší 1. Tímto způsobem bylo možné dosáhnout absolutní kontroly nad sítí, hlavně po stránce velikosti a tvaru elementů. Po prvních simulacích bylo ale bohužel zjištěno, že s takovou sítí byly problémy s konvergencí a docházelo k oscilaci hodnot sledovaných veličin. Tento neúspěch pravděpodobně zapříčinila špatná návaznost zjemněné oblasti u stěny a středové oblasti mezikruží. Dále je popsán vhodnější postup tvorby sítě, který byl použit ve všech dalších simulacích.

Tvorba síťe je svázána čtyřmi nastaveními.

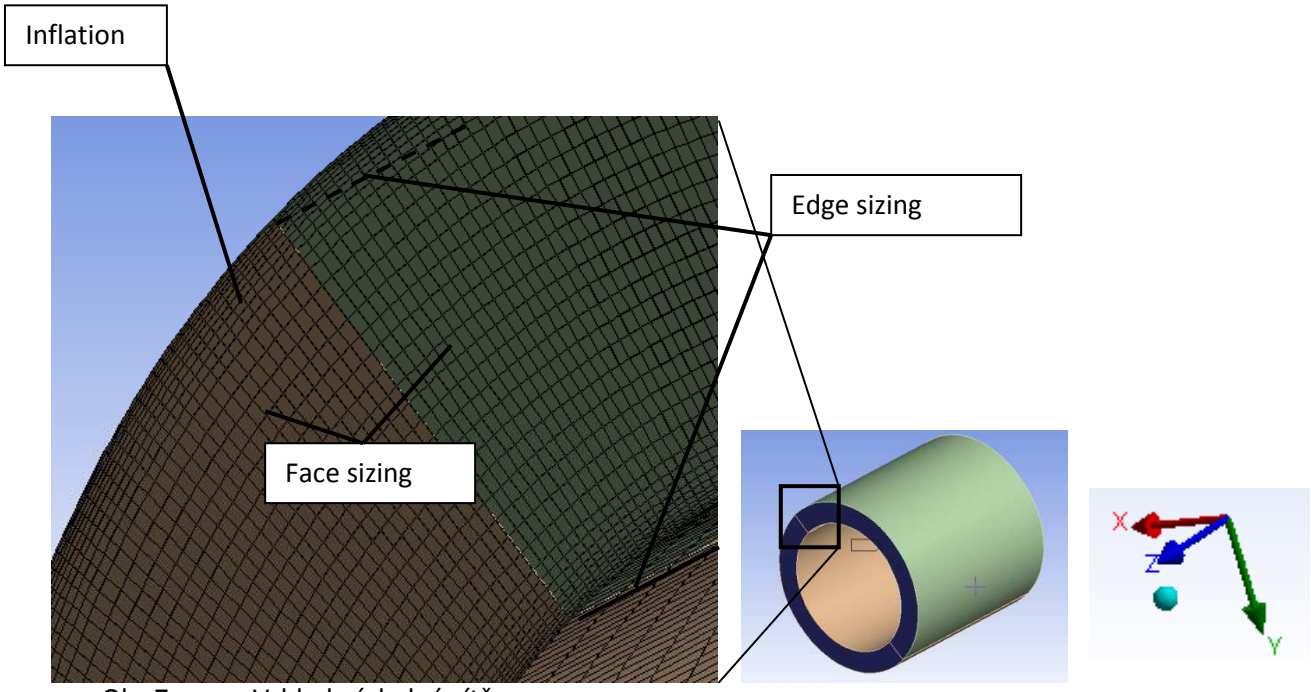
1) Face sizing

Pomocí Face sizing definujeme velikost elementů (Element size) v osách X a Y (viz obrázek). Pro definování geometrie je nutné vybrat obě poloroviny podstavy mezikruží. Chování (Behavior) ponecháme soft.
Toto bude první ze dvou parametrů řídících velikost elementů sítě.
2) Inflation

Zjemnění u stěny dosáhneme pomocí Inflation. Jako geometrii vybereme obě poloviny tělesa mezikruží. Jako Boundary vybereme všechny čtyři plochy pláště mezikruží. Tím dosáhneme zjemnění jak na vnitřní tak vnější stěně mezikruží. Výhodou tohoto přístupu je, že lze explicitně nastavit velikost prvního elementu u stěny a počet elementů, jak bylo spočteno v minulé kapitole.
3) Edge sizing

Velikost elementů v ose Z je stále řízena zadáním počtu elementů na hraně tělesa mezikruží. Díky tomu, že jsme při tvorbě geometrie mezikruží rozdělili rovinou, vznikli nám v ose Z čtyři hrany. Po vybrání všech těchto hran můžeme přesně zadat počet elementů v ose Z.
Toto je druhý parametr řídící počet elementů sítě.
4) Multizone

Posledním nastavením je metoda Multizone. Ta zajišťuje plynulou návaznost mezi zjemněnou vrstvou a středem mezikruží. Výsledkem je celistvá síť bez nepravidelností.
Jako geometrii vybereme obě tělesa mezikruží. Jako Scr/Tgr selection vybereme Obě poloviny roviny podstavy. Všechny ostatní možnosti zůstanou defaultní.



Obr.7: Vzhled výsledné sítě

3.4. Analýza vlivu počtu elementů sítě na přesnost řešení

3.4.1. Úvod

Cílem této kapitoly je zjistit optimální síť, která bude sloužit pro další simulace.
Provedená analýza, podmínky simulace a její nastavení vychází z ,,*Journal of Fluids Engineering Editorial Policy Statement on the Control of Numerical Accuracy",* který vychází z [10] a [11] a také obsahuje podstať [12]. To se týká hlavně přesnosti a použitelnosti výsledků.

3.4.2. Podmínky

Jako numerický model bude použit K-omega s nastavením SST
Úhlová rychlost vnitřního válce bude 120 RAD^{-1}, což odpovídá Reynoldsovu číslu 1.10^5.

Pro analýzu vlivu počtu elementů na přesnost, jsou potřeba tři z hlediska počtu elementů dostatečně odlišné sítě. Dle [12], je vhodné, aby byl faktor zjemnění (viz (3.10)) větší něž 1,3, což odpovídá u trojrozměrného systému nárůstu počtu elementů přibližně 2,2 krát.

Cílem následujících výpočtů je stanovit interpolovanou hodnotu sledované veličiny (v našem případě kroutící moment), která z hlediska použitého výpočetního modelu přesná. Je to hodnota, kterou dostaneme, při nekonečném počtu elementů sítě. Tuto hodnotu použijeme pro výpočet relativní odchylky a GCI indexu pro různě husté sítě. Nakonec vybereme síť s dostatečnou přesností.

Počty elementů a odpovídající krouticí momenty jsou v tabulce níže.

Tabulka 3: Použité sítě a krouticí momenty

	Počet elementů N	Výsledný krouticí moment ϕ=M [N.m]
1	2238600	0,076970501
2	1231200	0,076271951
3	792288	0,074132444

3.4.3. Postup výpočtu

Postup výpočtu se řídí podle [4]. Na začátku výpočtu je požadováno seřadit dvojice podle počtu elementů sestupně tedy $N_1 > N_2 > N_3$ resp. $h_1 < h_2 < h_3$. Výpočet je rozepsán do jednotlivých kroků.

1) Charakteristická velikost elementu
Pro 3-D síť bude výpočet následující

$$h = \left[\frac{1}{\mathrm{N}}\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}}(\Delta \mathrm{V_i})\right]^{\frac{1}{3}} \tag{3.7}$$

2) **Faktor zjemnění sítě**

$$\mathrm{r} = \frac{\mathrm{h_{hrubší}}}{\mathrm{h_{jemnější}}} \tag{3.8}$$

Pokud je objem *V* počítané oblasti konstantní (náš případ), můžeme dosadit (3.7) a výraz zjednodušit na

$$\mathrm{r} = \left(\frac{\mathrm{N_{jemnější}}}{\mathrm{N_{hrubší}}}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{3.9}$$

tedy

$$\mathrm{r_{21}} = \left(\frac{\mathrm{N_1}}{\mathrm{N_2}}\right)^{\frac{1}{3}}, \mathrm{r}\text{ ?? }\mathrm{p}.\ \mathrm{r_{32}} = \left(\frac{\mathrm{N_2}}{\mathrm{N_3}}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{3.10}$$

Pro dostatečné odlišné sítě se snažíme dosáhnout *r*>1,3.

3) **Výpočet koeficientů, potřebných pro další výpočty**

$$\varepsilon_{32} = \phi_3 - \phi_2 \tag{3.11}$$

$$\varepsilon_{21} = \phi_2 - \phi_1 \tag{3.12}$$

$$p = \frac{1}{\ln(\mathrm{r_{21}})}\left|\ln\left|\frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}}\right| + \mathrm{q(p)}\right| \tag{3.13}$$

$$q(p) = \ln\left(\frac{r_{21}^{p} - s}{r_{32}^{p} - s}\right) \tag{3.14}$$

$$s = \mathrm{sign}\left(\frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}}\right) \tag{3.15}$$

Pozn. sign přiřadí všem nenulovým hodnotám 1, resp. záporným -1 a 0 zůstane nulou.

4) **Výpočet extrapolované hodnoty teoreticky přesného řešení.**

$$\phi_{ext}^{21} = \left|\frac{r_{21}^{p}\phi_1 - \phi_2}{r_{21}^{p} - 1}\right| \tag{3.16}$$

5) **Relativní odchylky a GCI index**

Relativní odchylka mezi sítěmi

$$e_a^{21} = \left|\frac{\phi_1 - \phi_2}{\phi_1}\right| . 100 \tag{3.17}$$

Relativní odchylka od extrapolovaného (teoreticky přesného) řešení

$$e_{ext}^{21_1} = \left|\frac{\phi_{ext}^{21} - \phi_1}{\phi_{ext}^{21}}\right| . 100 \tag{3.18}$$

Nakonec vypočtu GCI fine (fine-grid convergence index), což lze nazvat jako index konvergence jemné sítě. Jinými slovy, tento index charakterizuje míru konvergence mezi dvěma sítěmi k extrapolované hodnotě.

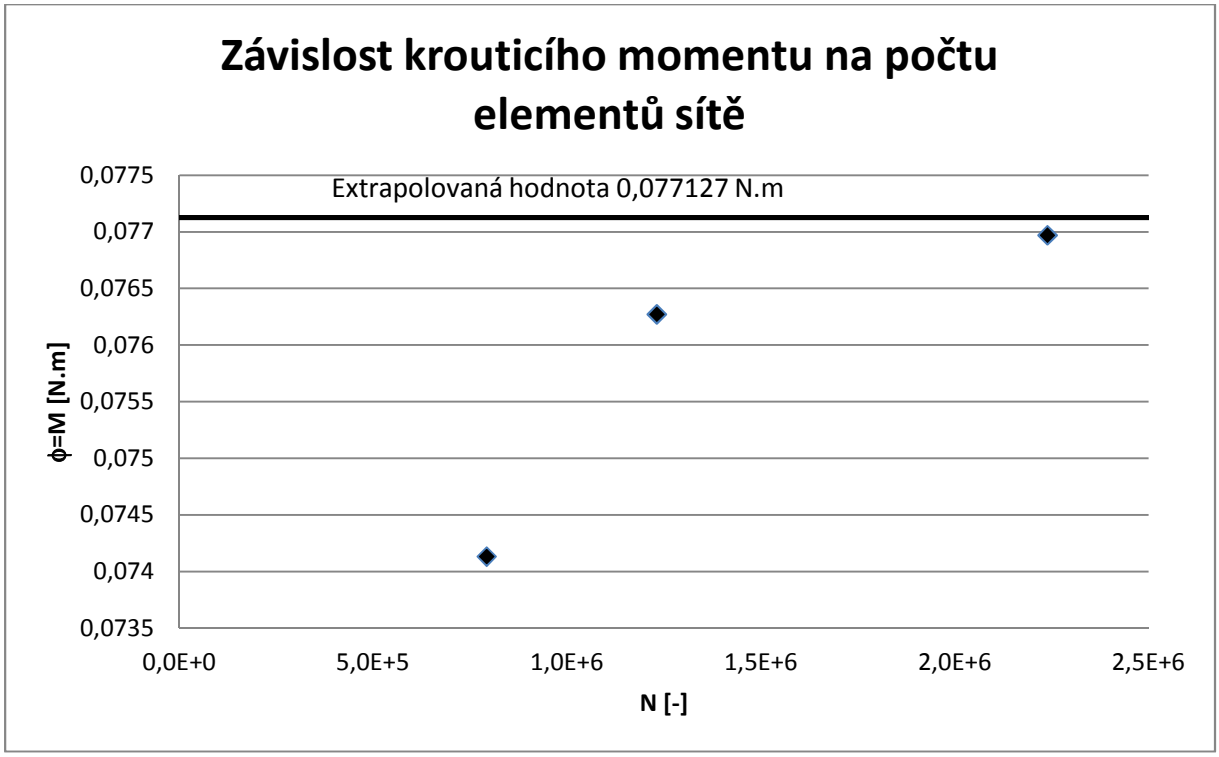
$$GCI_{fine}^{21} = \frac{1{,}25 e_a^{21}}{r_{21}^{p} - 1} \tag{3.19}$$

3.4.4. Výsledky

Pro výpočet dle popsaného postupu bude použit skript programu Matlab viz příloha P1.

Tabulka 4: Výsledky

r_{21}	1,220532	
r_{32}	1,158284	
ε_{21}	-6,99E-04	
ε_{32}	-0,00214	
R	0,3265	
p	8,532474	
s	1	
ϕ_{ext}^{21}	0,077127	
e_a^{21}	0,907555	%
e_a^{32}	2,805103	%
$e_{ext}^{21_1}$	0,202341	%
$e_{ext}^{21_2}$	**1,10806**	%
$e_{ext}^{21_3}$	3,882081	%
GCI_{fine}^{32}	1,400594	
GCI_{fine}^{21}	0,253439	



Graf 3.: Závislost krouticího momentu na počtu elementů sítě

3.4.5. Hodnocení výsledků, vybraná síť a doporučení při tvorbě sítě

Pro další výpočty bude používána **síť číslo 2** s počtem **elementů 1231200**. **Odchylku momentu 1,11%** této sítě od extrapolované hodnoty momentu, považuji za dostatečně nízkou. Hodnoty faktoru zjemnění jsou menší než 1,3, což znamená, že sítě nejsou z hlediska počtu resp. velikosti elementů dostatečně odlišné.Síť s menším resp. větším počtem elementů jsem nepoužil, protože u příliš hrubých nebo příliš jemných sítí docházelo ke špatné konvergenci.

Při tvorbě sítě doporučuji velikost elementu v radiálním směru (XY) přibližně

$$(\text{Element Size})_{\text{radial}} = \frac{d}{24} \tag{3.20}$$

Velikost elementu ve směru osy doporučuji

$$(\text{Element Size})_{\text{axial}} \leq 4(\text{Element Size})_{\text{radial}} \tag{3.21}$$

3.5. Výpočtové modely proudění použité pro simulaci

V první fázi se soustředím na velmi používané dvou-rovnicové modely a to k-ω SST, k-ω SST + Intermittency transition model, k-ε Realizable + EWT. Jejich výhody jsou relativně menší nároky na výpočetní výkon. k-ω SST by měl dosahovat dobrých výsledků pro nižší hodnoty Re (hlavně díky SST), k-ε Realizable + EWT by měl zase být lepší pro vyšší hodnoty Re při použití stěnové funkce.

Pro analýzu vlivu počtu elementů sítě na přesnost řešení použiji k-ω SST.

Na základě výsledků těchto simulací budu dále zkoušet, na výpočetní výkon náročnější, RSM modely, transition modely, případně i model laminar. Námi zkoumané hodnoty otáček by ale, dle kapitoly 3.1 měli být už všechny v turbulentním režimu. Největší naděje tedy vkládám do RSM modelů.

3.6. Další nastavení programu Fluent

Materials:

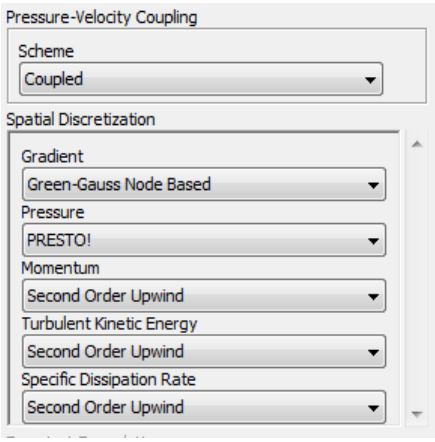
Fluid - water

Solid - aluminium

Boundary conditions:

Pro plochu vnitřního válce je nutné zaškrtnout nastavení *Moving Wall*, jako typ pohybu *Rotational* a jako *Rotation Axis Direction* [X,Y,Z]=[0,0,1]. Rychlost zadáme, po zaškrtnutí způsobu zadání *absolute*, v rad.s^{-1}.

Solution Methods:



Jak bylo zmíněno v kapitole 3.4.1, snažím se dodržovat ,,*Journal of Fluids Engineering Editorial Policy Statement on the Control of Numerical Accuracy".* To znamená, že stupeň přesnosti by měl být vždy *second-order.*

Scheme:*Coupled* jsem zvolil pro jeho univerzálnost.

Gradient : *Green-Gauss Node-Based Gradient Evaluation* jsem zvolil, protože zachovává *second-order* stupeň přesnosti.

Pressure: *PRESTO!* - V tomto případě volím *PRESTO!*, dle doporučení manuálu ANSYS Fluent. I dle mých zkušeností dochází k mnohem lepší konvergenci. *Second-order* je nutný hlavně pro stlačitelné tekutiny, což není náš případ.

U všech dalších nastavení se snažim dodržovat stupeň přesnosti *Second-order.*

Monitors - Residual - Continuity: 1e-06

Výsledek byl použit pouze pokud residuum *continuity* kleslo pod hodnotu 1.10^{-6} nebo pokud se konvergence veličin ustálila a nezměnila se po více než 1000 iterací.

4. Výsledky simulací a postprocessing

4.1. Výsledky jednotlivých výpočetních modelů a odpovídající kroutící momenty.

Z důvodu velkého počtu provedených simulací budou pro každý výpočetní model uvedeny obrázky nanejvýš pro dvě hodnoty otáček a to jeden pro nižší otáčky (do 12ti rad.s-^{1}) a jeden pro vyšší (nad 12 rad.s-^{1}).

Pro vykreslení rychlostních kontur a vektorů bude s výhodou použita rovina YZ, která vznikla přepůlením geometrie.

První obrázek kontur ukazuje pouze rychlost ve směru osy válců Z. Takto můžeme jasně určit počet vírů. Druhý obrázek už vykresluje vektory ve směru YZ (výslednice složek Y a Z).

Hodnotu kroutícího momentu získáme zadáním středu momentu v bodě[x,y,z]= [0,0,0] a osu definujeme souřadnicemi [x,y,z]= [0,0,1].

Bezrozměrný moment G se vypočte dle *[3]*

$$\mathrm{G} = \frac{M}{\rho\, v^2 L_{omočené}} \tag{4.1}$$

Procentuální odchylka bezrozměrných momentů G je vypočtena tak, že experimentálně stanovený moment (Wendt, Lathrop) je brán jako 100%. Odchylky jsou absolutní, neukazují tedy zda je moment získaný simulací větší či menší.

4.1.1. k-ω SST(Shear Stress Transport)

Použitá nastavení modelu k-ω:

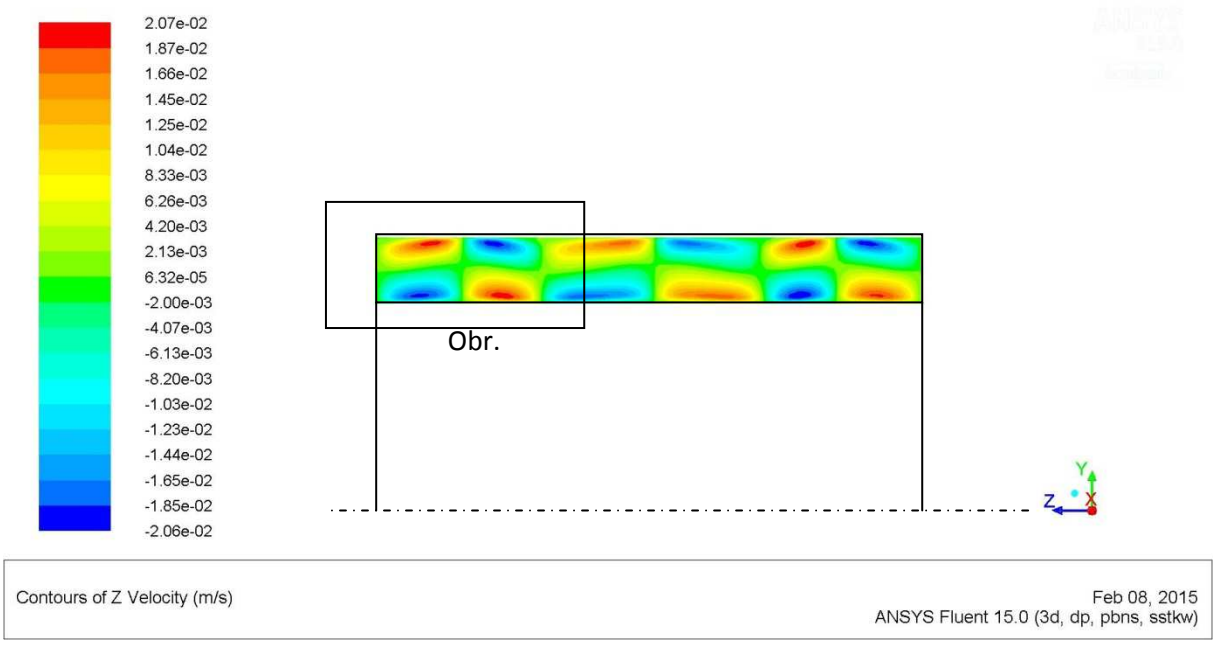
SST(Shear Stress Transport) - SST varianta kombinuje výhody modelu k-ω u stěny spolu s modelem k-ε dále od stěny, kde je již vyvinuté turbulentní proudění. Obecně má dobré výsledky pro nižší hodnoty Re.

Production limiter - Omezuje přílišný nárůst turbulentní kinetické energie. S tímto mají problém hlavně dvou-rovnicové výpočetní modely.

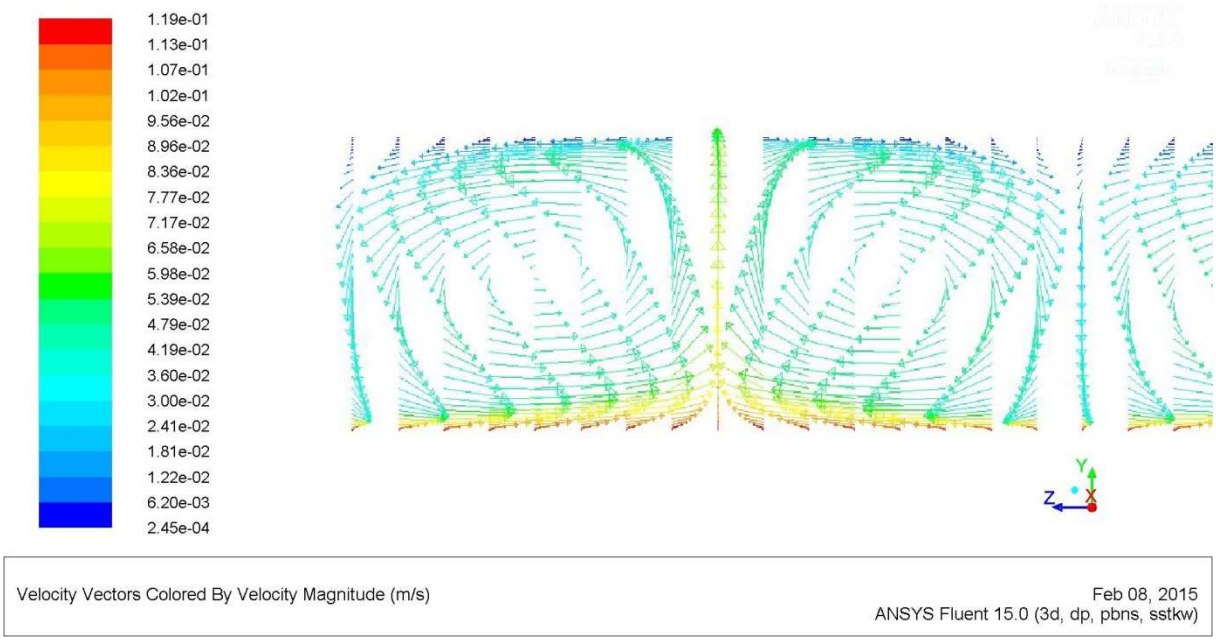
Metody řešení (Solution Methods) - zůstávají beze změny.

Tabulka 5: Výsledné kroutící momenty ze simulací, K-ω SST

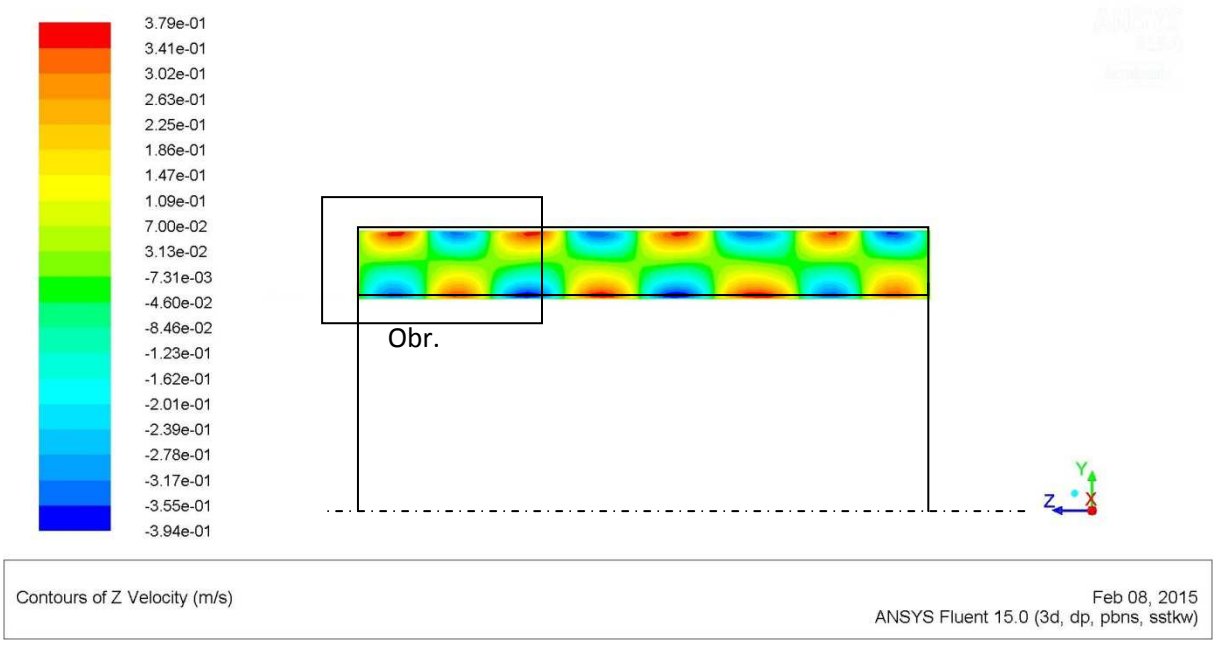
ω [rad.s-1]	Re	M - K-ω SST [N.m]
2,4	2000	1,28E-04
4,2	3500	2,75E-04
7,2	6000	5,98E-04
12	10000	1,32E-03
22,8	19000	3,92E-03
39,6	33001	1,05E-02
68,4	57001	2,89E-02
120	100000	7,71E-02



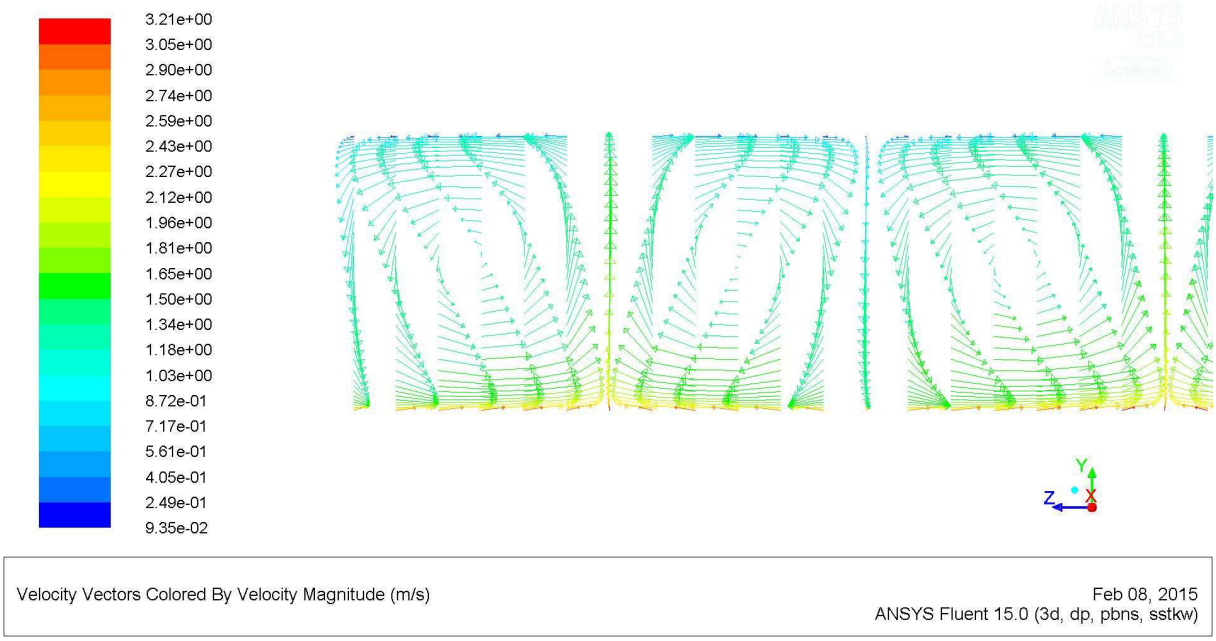
Obr.8: k-ω SST, kontury rychlosti ve směru Z, ω=2.4rad.sec^{-1}, Re = 2000



Obr.9: k-ω SST ,vektory rychlosti ve směru YZ, detail, ω=2.4rad.sec^{-1}, Re = 2000



Obr.10: k-ω SST, kontury rychlosti ve směru Z, ω=68.4rad.sec^{-1}, Re=57000



Obr.11: k-ω SST ,vektory rychlosti ve směru YZ, detail, ω=68.4rad.sec^{-1}, Re=57000

4.1.2. k-ω SST + Intermittency transition model

Použitá nastavení modelu k-ω:

Intermittency transition model - Toto nastavení by mělo zlepšit výsledky, pokud se v systému vyskytuje přechod mezi laminárním a turbulentním režimem proudění.

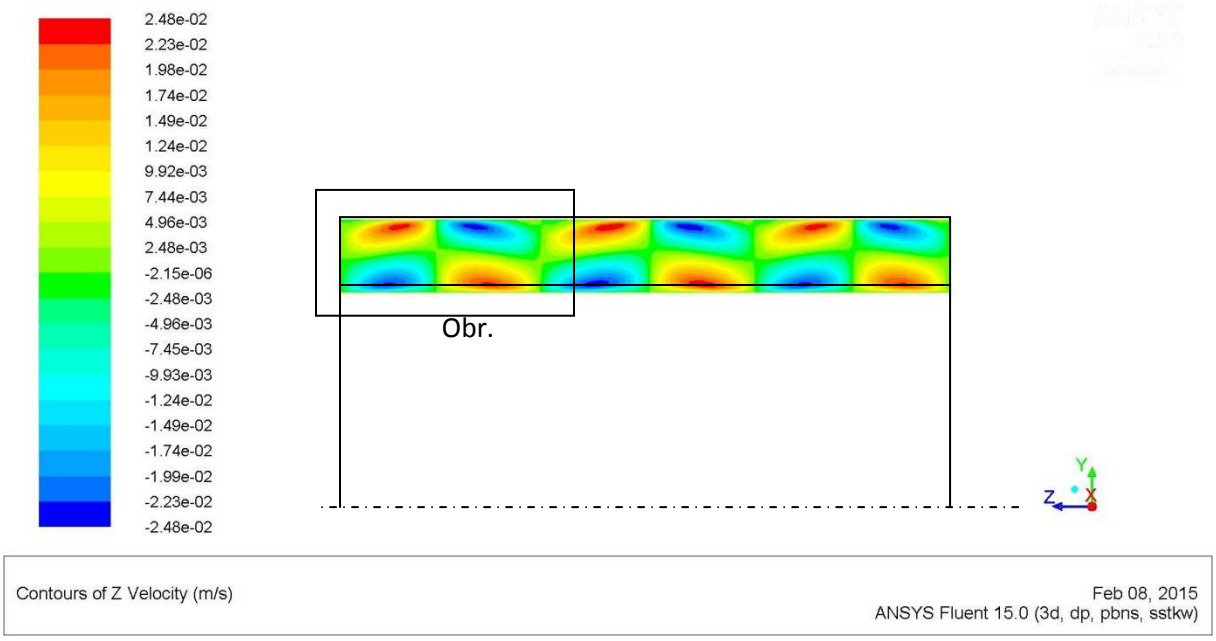
Production limiter - viz 4.1.1

Production Kato-Launder - Toto nastavení je doporučované spolu s Intermittency transition modelem. Mělo by omezit přílišnou produkci kinetické energie turbulence, se kterou mají dvou-rovnicové modely problém.

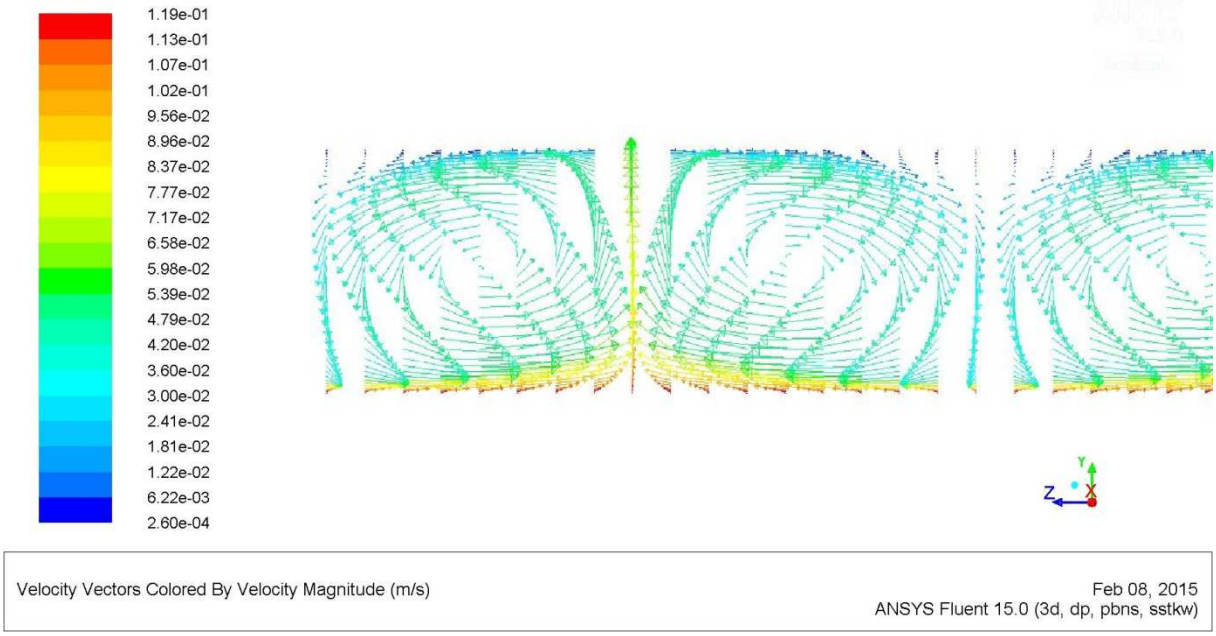
Metody řešení (Solution Methods) zůstávají beze změny.

Tabulka 6: Výsledné kroutící momenty ze simulací, K-ω SST Intermittency

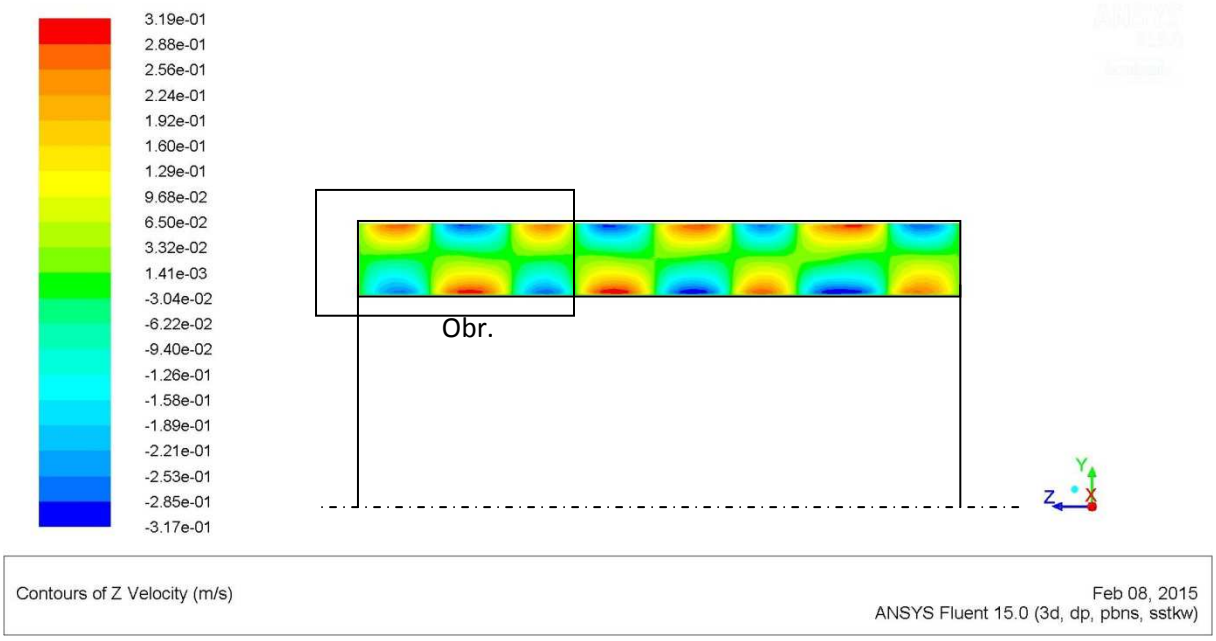
ω [rad.s-1]	Re	M - K-ω Intermittency [N.m]
2,4	2000	1,28E-04
4,2	3500	2,72E-04
7,2	6000	5,67E-04
12	10000	1,26E-03
22,8	19000	3,05E-03
39,6	33001	6,53E-03
68,4	57001	2,40E-02
120	100000	7,46E-02



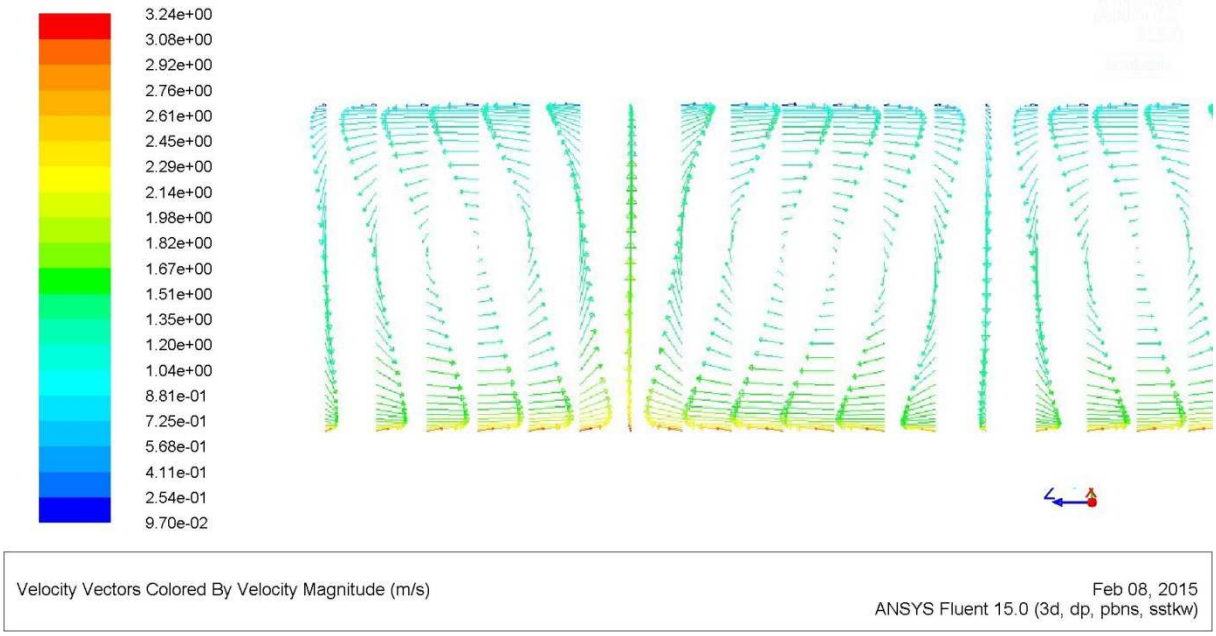
Obr.12: k-ω SST + Intermittency, kontury rychlosti ve směru Z, ω=2.4rad.sec^{-1}, Re = 2000



Obr.13: k-ω SST + Intermittency,vektory rychlosti ve směru YZ, detail, ω=2.4rad.sec^{-1}, Re = 2000



Obr.14: k-ω SST + Intermittency, kontury rychlosti ve směru Z, ω=68.4 rad.sec^{-1}, Re=57000



Obr.15: k-ω SST + Intermittency,vektory rychlosti ve směru YZ, detail, ω=68.4 rad.sec^{-1}, Re=57000

4.1.3. k-ε Realizable + EWT (Enhanced Wall Treatment)

Použitá nastavení modelu k-ε:

Realizable - přidává další vztah pro turbulentní viskozitu, který eliminuje nedostatky standardního k-ε modelu.

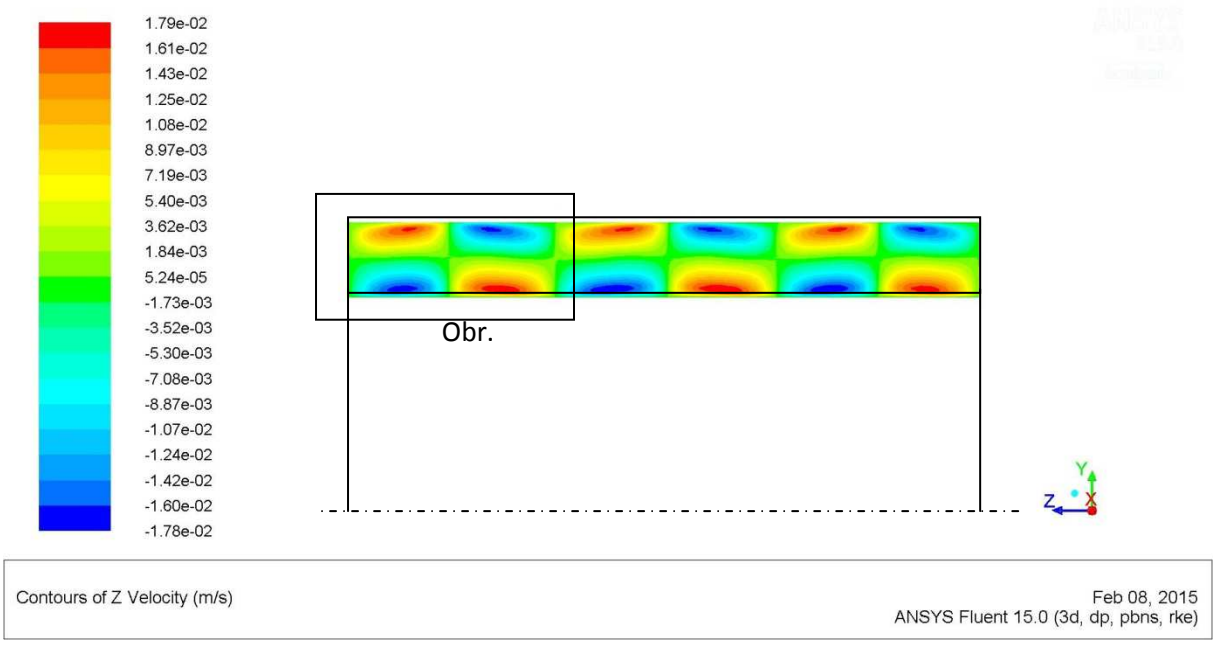
Enhanced Wall Treatment - Automaticky upravuje použité stěnové funkce podle aktuálního y^+. Více o stěnových funkcích viz kapitola 1.3.3 a 3.3.1

Ostatní možnosti jsou ponechány v základním nastavení.

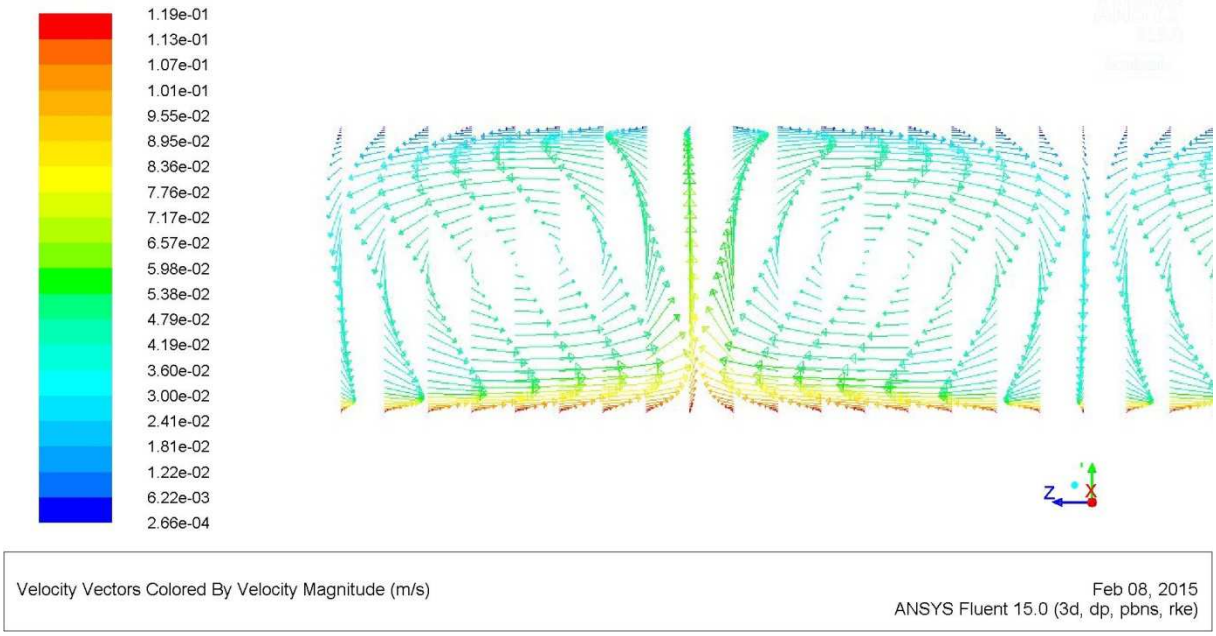
Metody řešení (Solution Methods) zůstávají beze změny.

Tabulka 7: Výsledné kroutící momenty ze simulací, k-ε Realizable +EWT

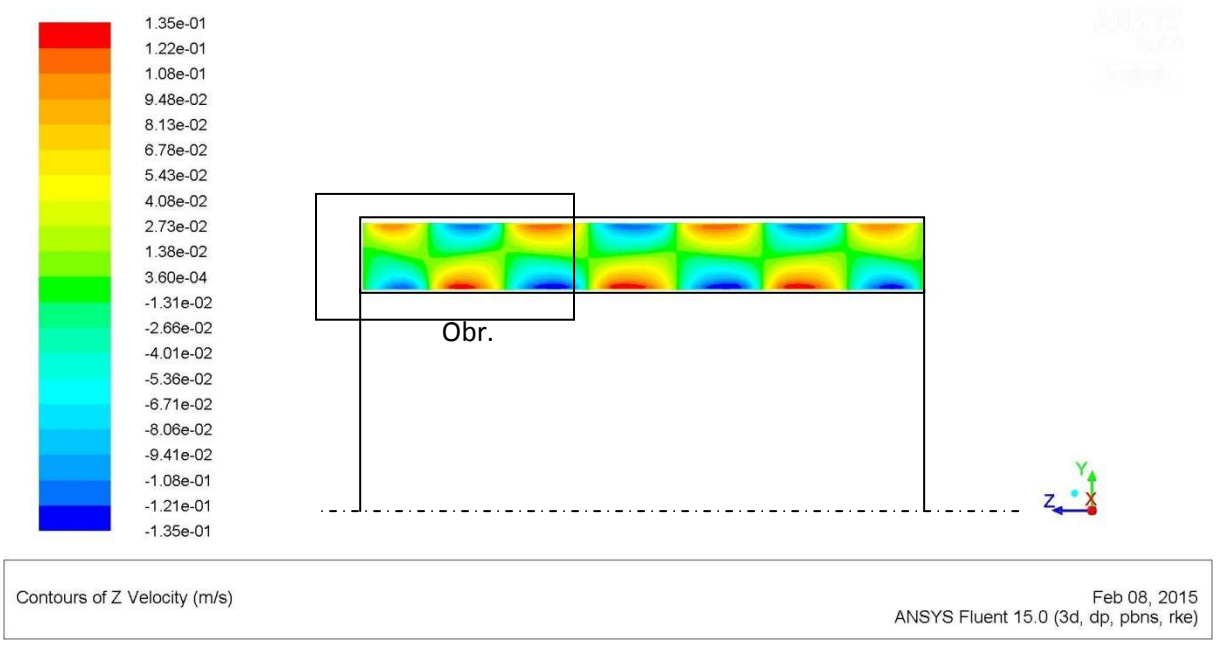
ω [rad.s^{-1}]	Re	M - k-ε Realizable +EWT [N.m]
2,4	2000	1,18E-04
4,2	3500	2,56E-04
7,2	6000	5,64E-04
12	10000	1,28E-03
22,8	19000	3,76E-03
39,6	33001	9,93E-03
68,4	57001	2,74E-02
120	100000	7,21E-02



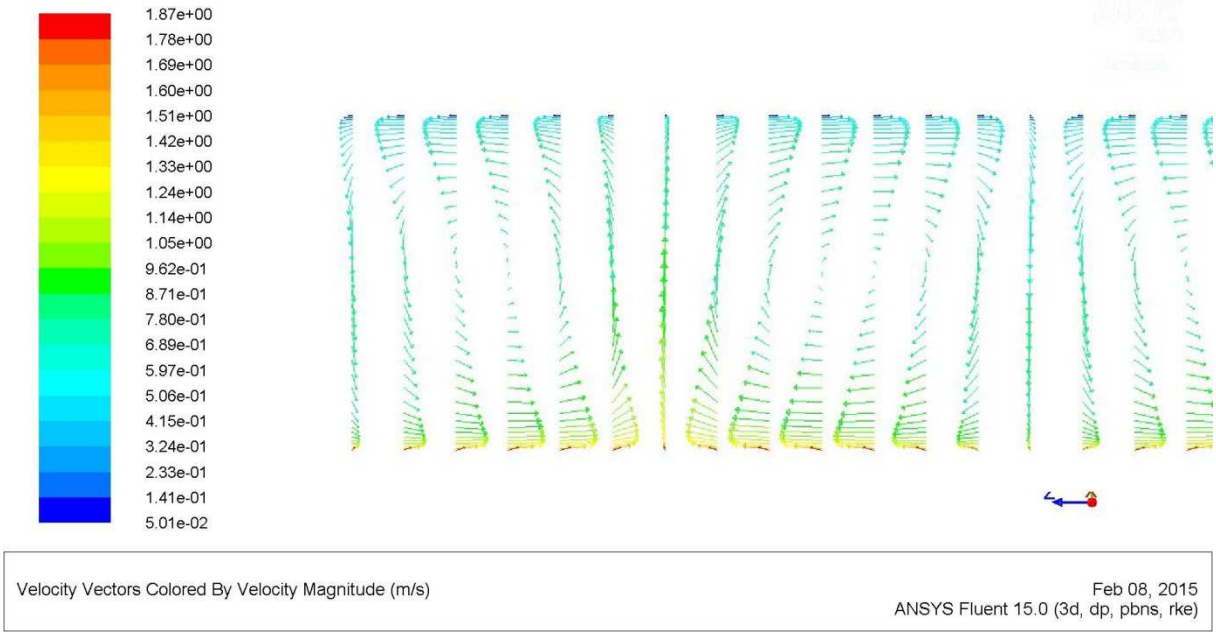
Obr.16: k-ε Realizable +EWT, kontury rychlosti ve směru Z, ω=2.4 rad.sec^{-1}, Re = 2000



Obr.17: k-ε Realizable +EWT,vektory rychlosti ve směru YZ, detail, ω=2.4 rad.sec^{-1}, Re = 2000



Obr.18: k-ε Realizable +EWT, kontury rychlosti ve směru Z, ω=39.6 rad.sec^{-1}, Re = 33000



Obr.19: k-ε Realizable +EWT,vektory rychlosti ve směru YZ, detail, ω=39.6 rad.sec^{-1}, Re = 33000

4.1.4. Laminar, Transition k-kl-ω, Transition SST,

V této a následující kapitole, jsem se omezil na nejmenší resp. největší zkoumané hodnoty Reynoldsova čísla a některé další modely turbulence, které jsou dostupné v programu ANSYS Fluent. Jak bude vidět v kapitole 4.2, největší odchylky byli právě u nejmenších a největších hodnot Reynoldsova čísla.

Tabulka 8: Výsledné kroutící momenty ze simulací, laminar

omega [rad.s^{-1}]	Re	M -Laminar [N.m]
2,4	2000	1,34E-04
4,2	3500	2,81E-04
7,2	6000	5,97E-04
		Dále nekonverguje

Tabulka 9: Výsledné kroutící momenty ze simulací, Transition SST

omega [rad.s^{-1}]	Re	M - Transition SST [N.m]
2,4	2000	1,22E-04

U modelu **Transition k-kl-ω** nedošlo po ustálení hodnot k vytvoření C-T vírů. Výsledky tedy byly vyřazeny.

4.1.5. RSM (Reynolds Stress Model) linear + EWT, RSM-ω

Tabulka 10: Výsledné kroutící momenty ze simulací, RSM linear + EWT

omega [rad.s^{-1}]	Re	M - RSM linear + EWT [N.m]
120	100000	8,48E-02

Pro RSM linear + EWT bylo nutné vypnout nastavení *Wall BC from k equation*, jinak došlo k ukončení simulace po několika iteracích a nepoužitelným výsledkům.

Tabulka 11: Výsledné kroutící momenty ze simulací, RSM ω

omega [rad.s^{-1}]	Re	RSM ω
2,4	2000	1,15E-04
120	100000	7,91E-02

Výsledné simulace obou RSM modelů měli velmi nepravidelné tvary vírů.

4.2. Porovnání s experimentálně naměřenými hodnotami z literatury.

4.2.1. Data z literatury

Experimentálně naměřené hodnoty dle F. Wendta, *zdroj [3]*

$$pro\ 4x10^2 < Re\ < 10^4 \qquad \mathrm{G} = 1.45\frac{\eta^{\frac{3}{2}}}{(1-\eta)^{\frac{7}{4}}}\ \mathrm{Re}^{\ 1.5} \qquad (4.2)$$

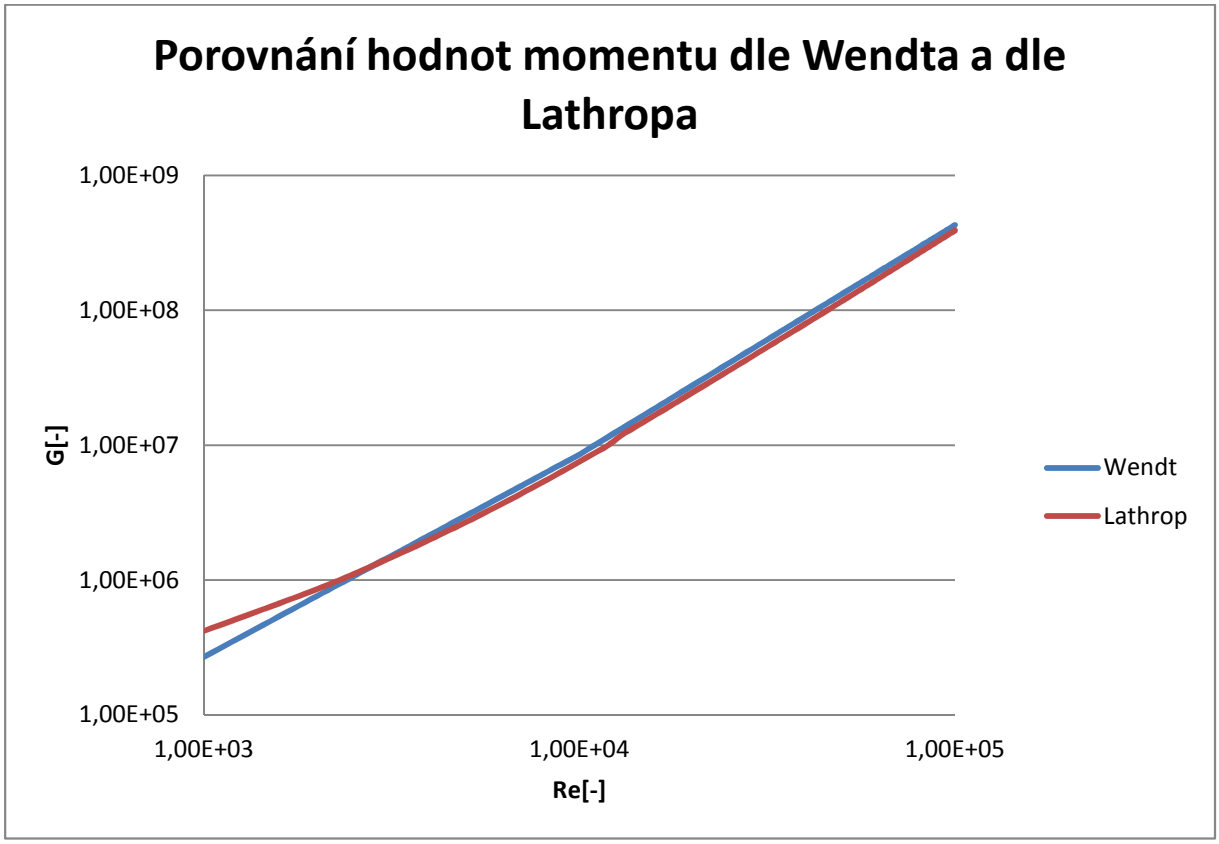
$$pro\ 10^4 < Re\ < 10^5 \qquad \mathrm{G} = 0.23\frac{\eta^{\frac{3}{2}}}{(1-\eta)^{\frac{7}{4}}}\ \mathrm{Re}^{\ 1.7}$$

Experimentálně naměřené hodnoty dle D. Lathropa, *zdroj [3]*

$$pro\ Re < Re_{T\ldots}\ \log_{10}\mathrm{G} = 5.726 + 0.3235(\log_{10}\mathrm{Re})^2 - 1.002(\log_{10}\mathrm{Re}) \quad (4.3)$$

$$pro\ Re > Re_{T\ldots}\ \log_{10}\mathrm{G} = 1.190 + 0.0555(\log_{10}\mathrm{Re})^2 - 1.203(\log_{10}\mathrm{Re})$$

Re_T je je přechodová hodnota Re. Závislost vyšších hodnot Re než Re_T a naměřených hodnot kroutícího momentu G lze považovat za přímou úměrnost. Pro systém s osmi víry je $Re_T = 1.3x10^4$



Graf 4.: Porovnání hodnot momentu dle Wendta a dle Lathropa, η=0,7246

4.2.2. Korekce kroutícího momentu pro hodnoty dle Lathrop

Protože šířka mezikruží námi simulované geometrie a tedy i poměr poloměrů η je rozdílný od geometrie, kterou používal D. Lathrop při svěm experimentu z *[3],* je nutné provést korekci námi získaných hodnot.

Korekci odvodím ze vztahů () Wendtova experimentu. Po úpravě je vidět, že korekční činitel nebude záviset na Reynoldsovu číslu.

$$\varphi_{\mathrm{Korekce}} = \frac{G_{\mathrm{NAŠE}}}{G_{\mathrm{LATHROP}}} = \frac{1.45\,\dfrac{\eta_{\mathrm{NAŠE}}^{\frac{3}{2}}}{\left(1-\eta_{\mathrm{NAŠE}}\right)^{\frac{7}{4}}}\,\mathrm{Re}^{\,1.5}}{1.45\,\dfrac{\eta_{\mathrm{LATHROP}}^{\frac{3}{2}}}{\left(1-\eta_{\mathrm{LATHROP}}\right)^{\frac{7}{4}}}\,\mathrm{Re}^{\,1.5}} = \frac{\dfrac{\eta_{\mathrm{NAŠE}}^{\frac{3}{2}}}{\left(1-\eta_{\mathrm{NAŠE}}\right)^{\frac{7}{4}}}}{\dfrac{\eta_{\mathrm{LATHROP}}^{\frac{3}{2}}}{\left(1-\eta_{\mathrm{LATHROP}}\right)^{\frac{7}{4}}}} =$$

$$= 1.2473 \tag{4.4}$$

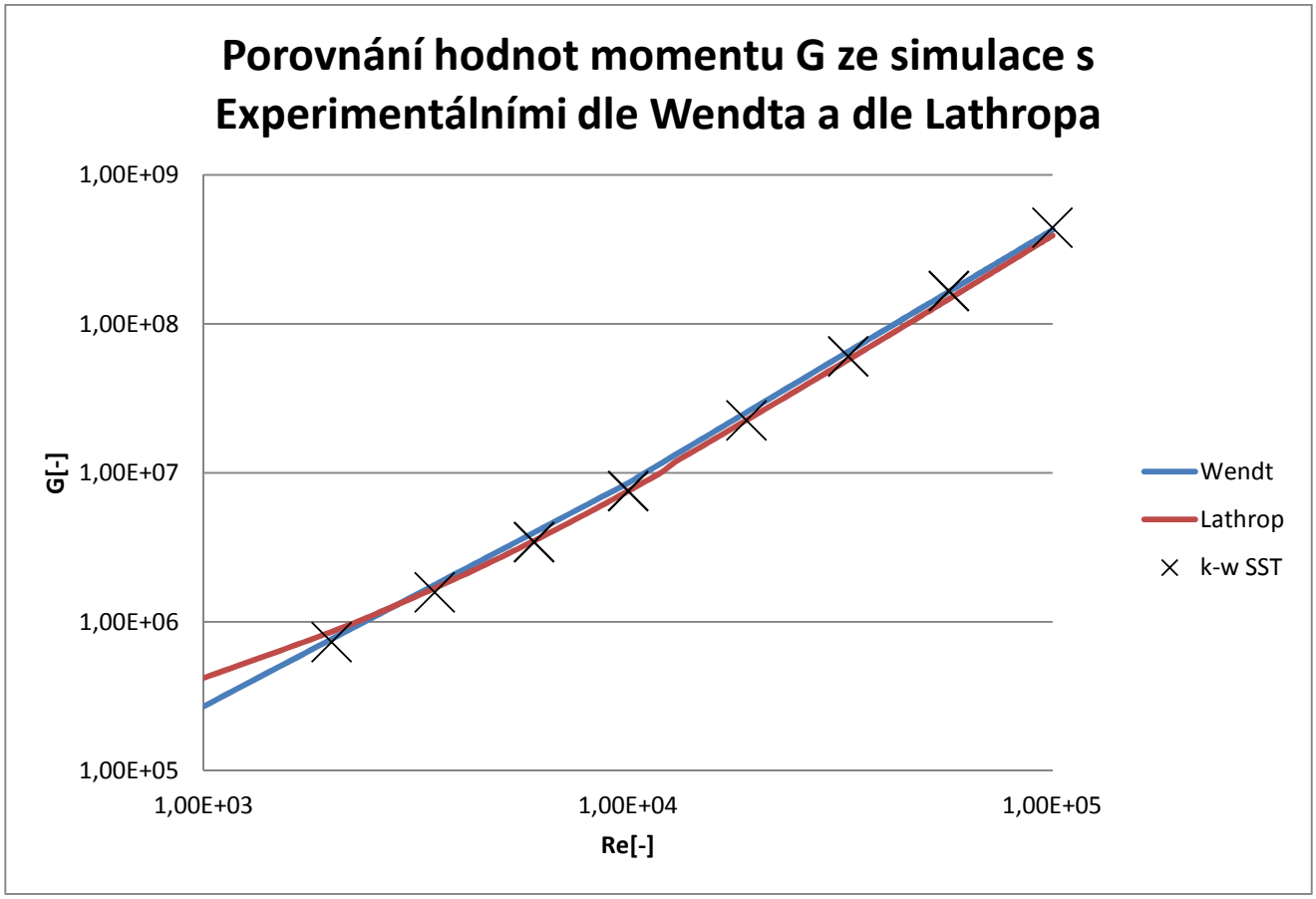
náš moment G tedy zkorigujeme takto:

$$G_{\mathrm{LATHROP}} = \frac{G_{\mathrm{NAŠE}}}{\varphi_{\mathrm{Korekce}}} \tag{4.5}$$

4.2.3. Výsledky pro jednotlivé modely

Tabulka 12: Výsledky pro k-ω SST

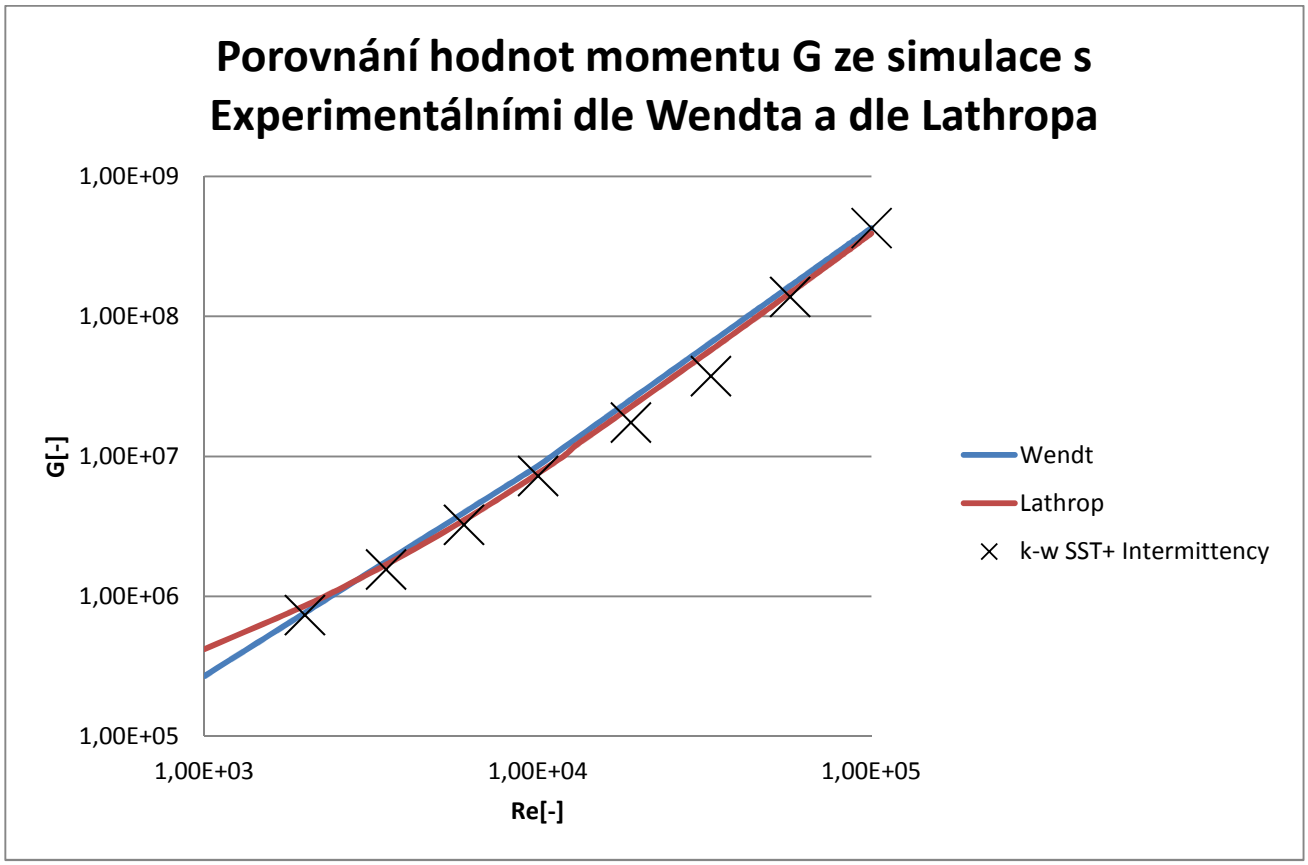
Re	G Wendt	G Lathrop	M - k-ω SST N.m]	**G - k-ω SST**	korekce G pro η=0,7246	Odchylka od **Wendt**	Odchylka od **Lathrop**
2000	9,53E+05	8,56E+05	1,28E-04	**9,15E+05**	7,33E+05	4,0%	14,3%
3500	2,21E+06	1,68E+06	2,75E-04	**1,97E+06**	1,58E+06	10,7%	6,0%
6000	4,95E+06	3,50E+06	5,98E-04	**4,29E+06**	3,44E+06	13,4%	1,7%
10000	1,07E+07	7,55E+06	1,32E-03	**9,44E+06**	7,57E+06	11,4%	0,2%
19000	3,18E+07	2,26E+07	3,92E-03	**2,81E+07**	2,25E+07	11,5%	0,1%
33001	8,12E+07	5,74E+07	1,05E-02	**7,56E+07**	6,06E+07	6,9%	5,6%
57001	2,06E+08	1,47E+08	2,89E-02	**2,08E+08**	1,66E+08	1,0%	13,4%
100000	5,34E+08	3,91E+08	7,71E-02	**5,53E+08**	4,43E+08	3,5%	13,3%



Graf 5.: Porovnání hodnot momentu G ze simulace modelu **k-ω SST** s experimentálními

Tabulka 13: Výsledky pro k-ω SST + Intermittency

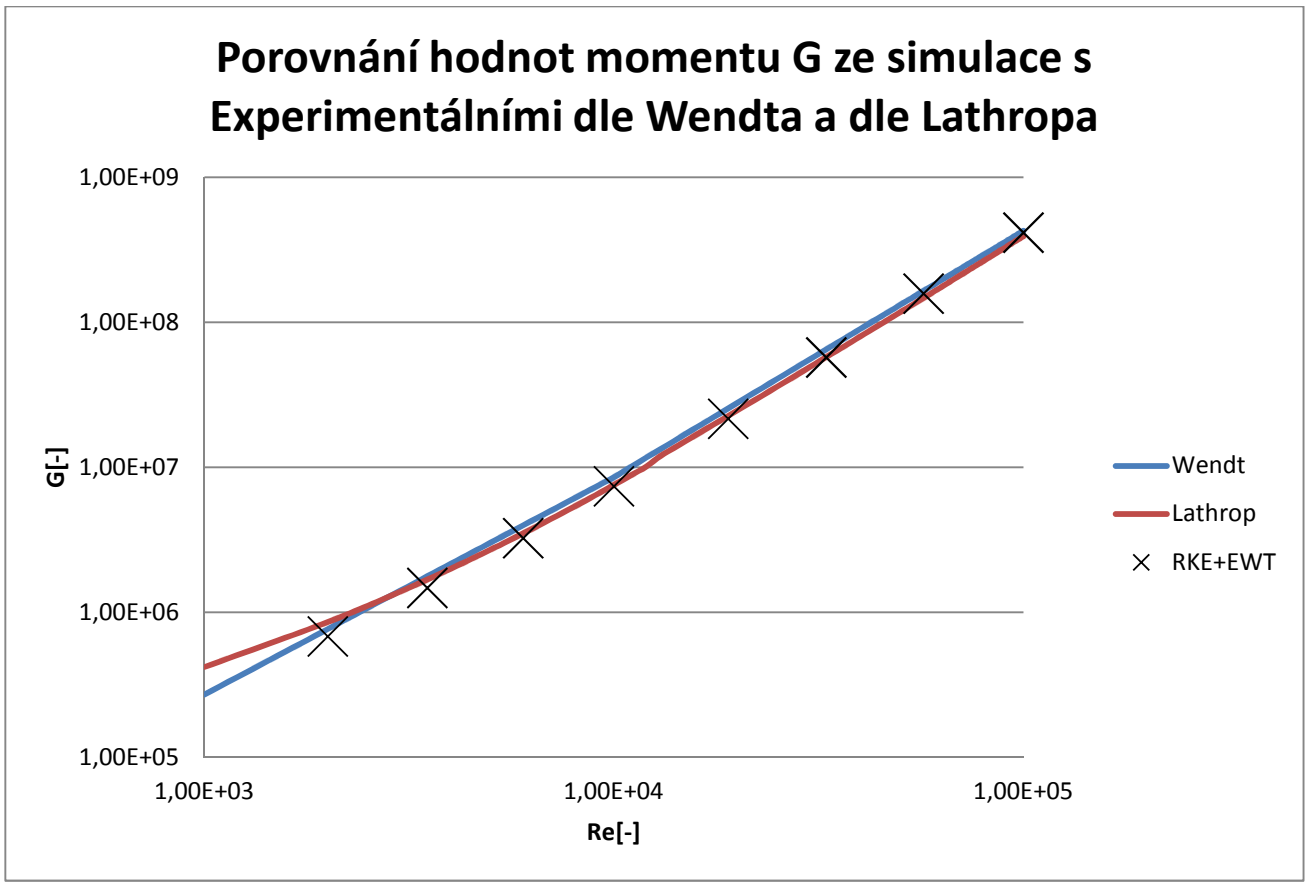
Re	G Wendt	G Lathrop	M - k-ω SST + Intermitt.[N.m]	**G - k-ω SST + Intermitt.**	korekce G pro η=0,7246	Odchylka od **Wendt**	Odchylka od **Lathrop**
2000	9,53E+05	8,56E+05	1,28E-04	**9,21E+05**	7,38E+05	3,4%	13,8%
3500	2,21E+06	1,68E+06	2,72E-04	**1,95E+06**	1,56E+06	11,7%	7,1%
6000	4,95E+06	3,50E+06	5,67E-04	**4,06E+06**	3,26E+06	18,0%	6,9%
10000	1,07E+07	7,55E+06	1,26E-03	**9,07E+06**	7,27E+06	14,9%	3,8%
19000	3,18E+07	2,26E+07	3,05E-03	**2,19E+07**	1,75E+07	31,2%	22,4%
33001	8,12E+07	5,74E+07	6,53E-03	**4,68E+07**	3,75E+07	42,3%	34,6%
57001	2,06E+08	1,47E+08	2,40E-02	**1,72E+08**	1,38E+08	16,2%	5,9%
100000	5,34E+08	3,91E+08	7,46E-02	**5,35E+08**	4,29E+08	0,0%	9,5%



Graf 6.: Porovnání hodnot momentu G ze simulace modelu **k-ω SST + Intermittency** s experimentálními

Tabulka 14: Výsledky pro k-ε Realizable +EWT

Re	G Wendt	G Lathrop	M - k-ε Realiz. +EWT [N.m]	**G - k-ε Realiz.+EWT**	korekce G pro η=0,7246	Odchylka od **Wendt**	Odchylka od **Lathrop**
2000	9,53E+05	8,56E+05	1,18E-04	**8,49E+05**	6,81E+05	10,9%	20,5%
3500	2,21E+06	1,68E+06	2,56E-04	**1,83E+06**	1,47E+06	16,9%	12,6%
6000	4,95E+06	3,50E+06	5,64E-04	**4,05E+06**	3,24E+06	18,3%	7,3%
10000	1,07E+07	7,55E+06	1,28E-03	**9,20E+06**	7,38E+06	13,7%	2,3%
19000	3,18E+07	2,26E+07	3,76E-03	**2,69E+07**	2,16E+07	15,1%	4,3%
33001	8,12E+07	5,74E+07	9,93E-03	**7,12E+07**	5,71E+07	12,2%	0,5%
57001	2,06E+08	1,47E+08	2,74E-02	**1,96E+08**	1,58E+08	4,4%	7,3%
100000	5,34E+08	3,91E+08	7,21E-02	**5,17E+08**	4,15E+08	3,2%	6,0%



Graf 7.: Porovnání hodnot momentu G ze simulace modelu **k-ε Realizable +EWT** s experimentálními

Tabulka 15: Výsledky pro Laminar

Re	G Wendt	G Lathrop	M -Laminar [N.m]	**G -Laminar**	korekce G pro η=0,7246	Odchylka od **Wendt**	Odchylka od **Lathrop**
2000	9,53E+05	8,56E+05	1,34E-04	**9,64E+05**	7,73E+05	1,1%	9,8%
3500	2,21E+06	1,68E+06	2,81E-04	**2,01E+06**	1,61E+06	8,8%	4,0%
6000	4,95E+06	3,50E+06	5,97E-04	**4,28E+06**	3,43E+06	13,5%	1,8%

Tabulka 16: Výsledky pro Transition SST

Re	G Wendt	G Lathrop	M -Transition SST [N.m]	**G -Transition SST**	korekce G pro η=0,7246	Odchylka od **Wendt**	Odchylka od **Lathrop**
2000	9,53E+05	8,56E+05	1,22E-04	**8,73E+05**	7,00E+05	4,8%	18,3%

Tabulka 17: Výsledky pro RSM linear+EWT

Re	G Wendt	G Lathrop	M - RSM linear+EWT [N.m]	**G - RSM linear+EWT**	korekce G pro η=0,7246	Odchylka od **Wendt**	Odchylka od **Lathrop**
100000	5,34E+08	3,91E+08	8,48E-02	**6,08E+08**	4,88E+08	13,8%	24,6%

Tabulka 18: Výsledky pro RSM ω

Re	G Wendt	G Lathrop	M - RSM ω [N.m]	**G - RSM ω**	korekce G pro η=0,7246	Odchylka od **Wendt**	Odchylka od **Lathrop**
2000	9,53E+05	8,56E+05	1,15E-04	**8,23E+05**	6,60E+05	13,6%	22,9%
100000	5,34E+08	3,91E+08	7,91E-02	**5,67E+08**	4,55E+08	6,1%	16,2%

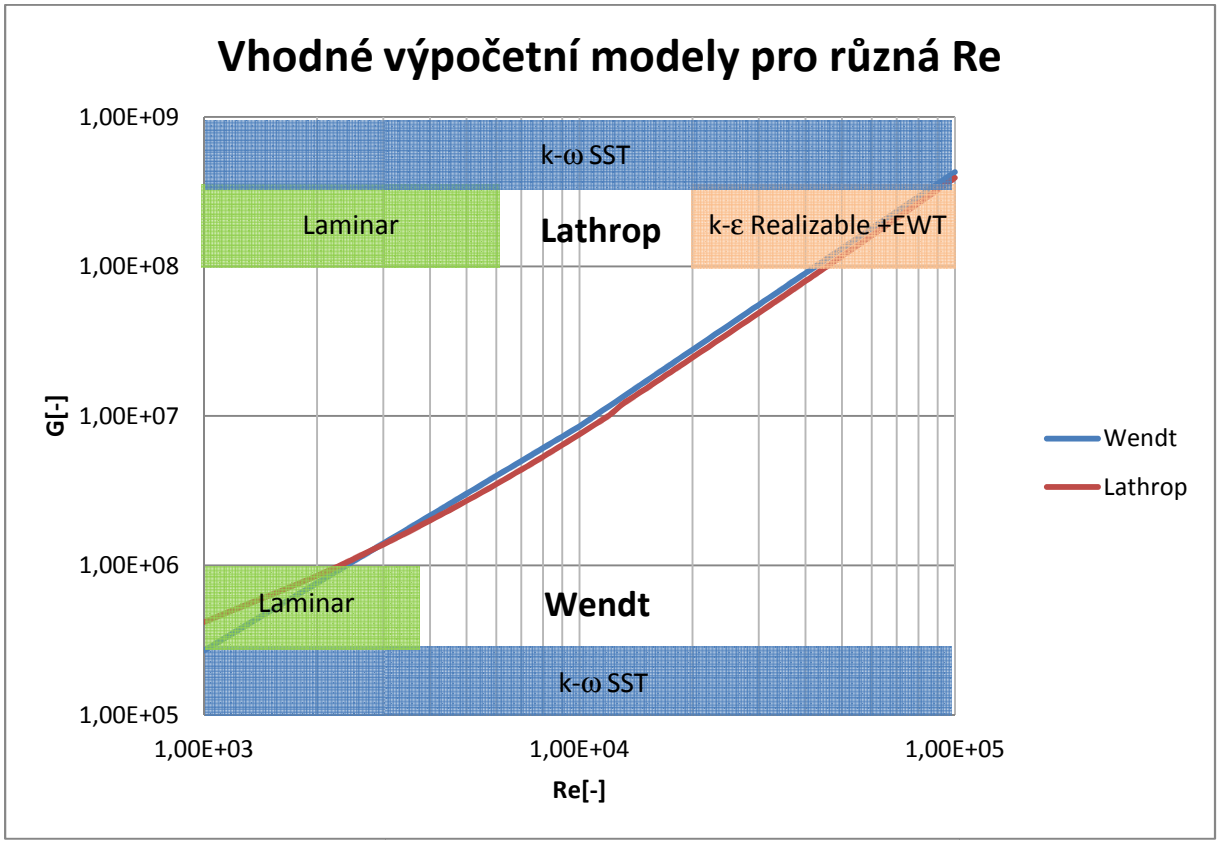
4.2.4. Zhodnocení výsledků a doporučení

Jak je vidět z grafu [], experimentálně naměřené hodnoty od F. Wendta a D. Lathropa se mírně liší. Je tedy složité doporučit jeden výpočetní model. **V celé škále zkoumaných hodnot Re měl nejlepší výsledky model k-ω SST**, jehož odchylka byla jak pro Wendta tak Lathropa **menší než 15%.**

Pokud bychom se omezili jen na hodnoty Naměřené **F.Wendtem**, lze doporučit **model k-ω SST.** Pro **menší hodnoty Re** lze ještě uvažovat o modelu **Laminar**.

Pokud bychom se omezili jen na hodnoty Naměřené **D. Lathropem,** lze také doporučit **model k-ω SST**. Pro **větší hodnoty Re** dosáhl lepších výsledků model **k-ε Realizable +EWT** a pro **menší hodnoty Re** lze také uvažovat o modelu **Laminar.** Při použití těchto modelů bude **odchylka menší než 10%.**

Vhodné oblasti použití pro různé výpočetní modely jsou vidět na grafu níže.



Graf 8.: Vhodné výpočetní modely pro různá Re

5. Závěr

- Byla zpracována rešerše, zaobírající se růstem a využitím řas, fotobioreaktory obecně a problematikou CTBR a Taylorova proudění. Dále byla zmíněna základní teorie metod řešení turbulence a teorie stěnových funkcí.
- Byl vytvořen model proudění CTBR v programu ANSYS CFD. V kapitole 3.2 je popsán vhodný způsob tvorby geometrie systému.
- Byla provedena analýza vlivu počtu elementů sítě na přesnost řešení. Na základě této analýzy byla stanovena v kapitole 3.4.5 doporučení pro tvorbu sítě.
- Byly provedeny výpočty proudění pro různé hodnoty otáček vnitřního válce a různé modely turbulence dostupné v programu ANSYS Fluent. V kapitole 3.6 je popsané vhodné nastavení a podmínky pro tento program.
- Výsledky byly porovnány s experimentálními daty z literatury a jako nejuniverzálnější se jeví model turbulence **k-ω SST**, jehož odchylka byla pro oba experimenty **menší než 15%**. Další použitelné modely turbulence jsou zmíněny v kapitole 4.2.4

Seznam symbolů

M	kroutící moment	N.m
G	bezrozměrný kroutící moment	-
Re	Reynoldsovo číslo	-
Ta	Taylorovo číslo	
Ta_C	Kritické Taylorovo číslo	
L, $L_{smočené}$	Délka válce CTBR	m
R1,R_1	Poloměr vnitřního válce	m
R2, R_2	Poloměr vnějšího válce	m
d	Šířka mezikruží CTBR	m
t	čas	s
u	rychlost	$m.s^{-1}$
$\bar{u}$	průměrná rychlost	$m.s^{-1}$
u'	fluktuace rychlosti	$m.s^{-1}$
p	tlak	Pa
y^+	bezrozměrná odlehlost od stěny	
S_M	vnější silové pole	$m.s^{-2}$
R_T	Přechodové Reynoldsovo číslo dle Lathrop	

Řecká písmena

ν	kinematická viskozita	$m^2.s^{-1}$
μ	Dynamická vizkozita	Pa.s
ω	úhlová rychlost	$rad.s^{-1}$
ρ	hustota	$Kg.m^{-3}$

Zkratky

HVC	vysoce ceněná látka (high value compound)
PBR	fotobioreaktor
CTBR	Couette - Taylorův fotobioreaktor
ÚFB	Ustav fyzikální biologie
CFD	Computational fluid dynamics - počítačová mechanika tekutin

Další symboly

∂	parciální derivace
∇	operátor nabla

Zdroje:

[1] Dolínek P.: Couette - Taylorův fotobioreaktor, Diplomová práce ČVUT, 2007

[2] Singh J., Sai G.: Commercialization potential of microalgae for biofuels production, Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2010

[3] Lathrop D., Fineberg J., Swinney H.: Transition to shear-driven turbulence in Couette-Taylor flow, Center for Nonlinear Dynamics and Department of Physics, University of Texas 1992

[4] Hauta B., Ben Amora H., Coulonb L., Jacquetb A., Halloina V.: Hydrodynamics and mass transfer in a Couette–Taylor bioreactor for the culture of animal cells, Chemical Engineering Department, Universit_e Libre de Bruxelles, Department of Applied Genetics, Universit_e Libre de Bruxelles 2003

[5] Eggenspieler, G., Turbulence Modeling (ANSYS manuals), ANSYS, Inc., 2011

[6] Žitný R.: Numerická Analýza Procesů: Turbulence - Podklady k Předmětu, ČVUT Ústav procesní a zpracovatelské techniky, Praha 2010

[7] Petera K.: Aplikace CFD v procesní technice, podklady k přednáškám, ČVUT, ústav Procesní a zpracovatelské techniky.

[8] Introduction to ANSYS FLUENT - Turbulence, ANSYS 2012, Release 14.5

[9] Lathrop D., Fineberg J., Swinney H.: Turbulent Flow between Concentric Rotating Cylinders at Large Reynolds Number, Center for Nonlinear Dynamics and Department of Physics, University of Texas 1992

[10] Celik, I., 1993, “Numerical Uncertainty in Fluid Flow Calculations: Needs for Future Re-search,” ASME JOURNAL OF FLUIDS ENGINEERING, 115, pp. 194-195.

[11] Roache, P. J., Ghia, K. N., and White, F. M., 1986, “Editorial Policy Statement on the Control of Numerical Accuracy,” ASME JOURNAL OF FLUIDS ENGINEERING, 108 p.2.

[12] Celik, I., Procedure for Estimation and Reporting of Discretization Error in CFD Applications, Mechanical and Aerospace Engineering Department, West Virginia University

Přílohy

P1 - Analýza vlivu počtu elementů sítě na přesnost řešení

```
N = [ 792288 1231200 2238600 ];
Phi = [ 0.074132444 0.076271951 0.076970501 ];

plot(N,Phi);

[N, i] = sort(N,'descend');  % seřadí sestupně
Phi = Phi(i);

D=3; % dimenze ... 2 pro 2-D, 3 oro 3-D
r21 = (N(1)/N(2))^(1/D)
r32 = (N(2)/N(3))^(1/D)
if ( r21 < 1.3 || r32 < 1.3 )
  disp('faktor zjemnění r21 and r32 by měl být větší než
1.3');
end

eps32 = Phi(3)-Phi(2)
eps21 = Phi(2)-Phi(1)
R = eps21/eps32
if ( R < 0 )
  disp('hodnoty při konvergenci oscilují');
end
s = sign(eps32/eps21)

fq = @(p) log((r21.^p-s)./(r32.^p-s));
fp = @(p) p - 1/log(r21)*abs(log(abs(eps32/eps21))+fq(p));
p = fzero(fp,1)

Phi21ext = (r21^p*Phi(1)-Phi(2))/(r21^p-1)

e32a = abs((Phi(2)-Phi(3))/Phi(2))*100
GCI32 = 1.25*e32a/(r32^p-1)

e21a = abs((Phi(1)-Phi(2))/Phi(1))*100
e21_1ext = abs((Phi21ext-Phi(1))/Phi21ext)*100
e21_2ext = abs((Phi21ext-Phi(2))/Phi21ext)*100
e21_3ext = abs((Phi21ext-Phi(3))/Phi21ext)*100
GCI21 = 1.25*e21a/(r21^p-1)
```