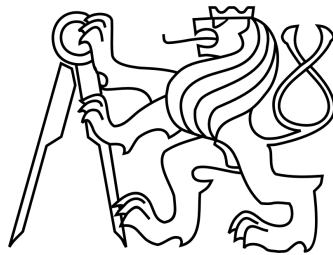


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE  
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ

KATEDRA KYBERNETIKY



## BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Identifikace modelů fyzikálních procesů  
v silničních tunelech

**Autor:** Vojtěch Talíř

**Vedoucí práce:** Ing. Jan Šulc

Praha, 2015



## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Podpis autora práce



Chtěl bych poděkovat panu Ing. Janu Šulcovi za cenné rady, věcné připomínky a vstřícnost při konzultacích během vypracování bakalářské práce.



**Název práce:** Identifikace modelů fyzikálních procesů v silničních tunelech

**Autor:** Vojtěch Talíř

**Katedra:** Katedra kybernetiky

**Vedoucí bakalářské práce:** Ing. Jan Šulc

**Abstrakt** Tato bakalářská práce se zabývá matematickým popisem fyzikálních jevů v určitých typech tunelu, kde prvním typem je tunel s jednou výjezdovou rampou a druhým typem je tunel bez paralelně napojených ramp. Pro tyto dva případy je navrhnout zjednodušený matematický model rychlosti proudění vzduchu a koncentrací škodlivin. Z důvodu nepřesnosti matematického popisu fyzikálních jevů v tunelu jsou následně vyvinuty algoritmy pro jejich zpřesňování, které jsou nakonec otestovány s využitím reálných naměřených dat z několika tunelů v České republice.

**Klíčová slova:** silniční tunel, matematický model, rychlost proudění vzduchu, koncentrace škodlivin, kompenzační metody

---

**Title:** Identification of Models of Physical Processes in Road Tunnels

**Author:** Vojtěch Talíř

**Department:** Department of Cybernetics

**Supervisor:** Ing. Jan Šulc

**Abstract** This bachelor thesis deals with mathematical description of physical processes in certain types of road tunnels, where the first one is a tunnel with one exit ramp and the second one is a tunnel without ramps connected in parallel. For these two cases a simplified mathematical model of airflow velocity and concentration of pollutants is developed. Due to inaccuracies in the mathematical description of physical processes in the tunnel, several algorithms refining these models are developed. Compensation methods are finally tested using real data which were measured in several road tunnels in the Czech Republic.

**Keywords:** road tunnel, mathematical model, airflow velocity, concentration of pollutants, compensation methods





## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

**Student:** Vojtěch T a l í ř  
**Studijní program:** Kybernetika a robotika (bakalářský)  
**Obor:** Robotika  
**Název tématu:** Identifikace modelů fyzikálních procesů v silničních tunelech

### Pokyny pro vypracování:

1. Sestavte nelineární statický model proudění vzduchu v dálničním tunelu bez paralelně napojených ramp a silničního tunelu s jednou výjezdovou rampou.
2. Sestavte nelineární statický model zplodin (CO, NOx, opacita) pro oba typy tunelů uvedených v bodě 1.
3. Navrhněte minimálně dvě metody pro identifikaci parametrů sestaveného modelu proudění vzduchu, které povedou ke zpřesnění výsledků modelu vzhledem k reálným datům.
4. Navrhněte metodu pro identifikaci parametrů sestaveného modelu zplodin, která povede ke zpřesnění výsledků modelu vzhledem k reálným datům.
5. Výsledky identifikačních algoritmů porovnejte s reálnými průběhy z některého silničního tunelu v ČR. Reálná data z tunelu zajistí vedoucí bakalářské práce.

### Seznam odborné literatury:

- [1] Šulc, J., Ferkl, L.: Design of Fire Ventilation Control in the Blanka Tunnel, Zagreb Underground, March 27-28, 2014, Zagreb, Croatia
- [2] Šulc, J.: Řízení ventilace tunelu Blanka. Diplomová práce ČVUT FEL, květen 2012
- [3] Mathworks: Dokumentace k vývojovému prostředí Matlab, dostupné na:  
<http://www.mathworks.cz>

**Vedoucí bakalářské práce:** Ing. Jan Šulc

**Platnost zadání:** do konce letního semestru 2015/2016

L.S.

doc. Dr. Ing. Jan Kybic  
**vedoucí katedry**

prof. Ing. Pavel Ripka, CSc.  
**děkan**

V Praze dne 28. 1. 2015



# OBSAH

<b>Abstrakt</b>	<b>7</b>
<b>1 Úvod</b>	<b>13</b>
<b>2 Matematický model fyzikálního chování tunelu</b>	<b>15</b>
2.1 Statický dopravní model . . . . .	15
2.2 Model proudění vzduchu v tunelu . . . . .	19
2.3 Emisní model . . . . .	28
<b>3 Metody zpřesňování matematických modelů</b>	<b>33</b>
3.1 Generování testovacích dat . . . . .	33
3.2 Algoritmy zpřesňování modelu proudění vzduchu . . . . .	37
3.2.1 Kompenzační metoda . . . . .	37
3.2.2 Identifikace pomocí proložení dat vhodnou funkcí . . . . .	40
3.2.3 Výsledky identifikace na simulačních datech . . . . .	41
3.3 Algoritmy zpřesňování modelu zplodin . . . . .	47
3.3.1 Pre-kompenzační metoda . . . . .	48
3.3.2 Post-kompenzační metoda . . . . .	50
3.3.3 Výsledky identifikace na simulačních datech . . . . .	51
<b>4 Ověření na reálných datech</b>	<b>57</b>
4.1 Tunel Mrázovka . . . . .	58
4.2 Tunel Cholupice . . . . .	60
4.3 Tunel Blanka . . . . .	62
<b>5 Závěr</b>	<b>65</b>
<b>Literatura</b>	<b>66</b>



## ÚVOD

Řízení větrání dálničních tunelů potažmo rychlosti proudění vzduchu podle konkrétních požadovaných podmínek jako jsou optimalizace celého tunelového systému s ohledem na spotřebu energie, dodržení limitů koncentrace zplodin na základě hygienických norem, včasná reakce při krizových situacích, správné udržování podmínek v tunelu během požáru za účelem úspěšné evakuace lidí, jsou základní požadavky na bezpečnost a efektivitu provozu tunelu. Aby bylo možno tyto cíle splnit, je nutno nejprve úspěšně překonat dva klíčové problémy.

Stěžejní bod pro řízení je vytvořit vhodný matematický model fyzikálního chování tunelu, neboť od tohoto pomyslného jádra se pak odvíjí celý další proces návrhu a optimalizace regulátoru. Čím přesnější model je vytvořen, tím lepších výsledků bude možné docílit regulací. Totéž platí pro výsledné výstupy modelu, které budou lépe odpovídat realitě, ovšem je nutné pamatovat, že i model musí být navržen střízlivě a s nadhledem, neboť je snahou, aby matematický model byl jednoduchý pro návrh regulace, ale dostatečně složitý na to, aby popisoval všechny situace, které mohou v tunelu nastat. Dále je snahou, aby nebyl příliš výpočetně náročný a byl schopný poskytnout výsledné hodnoty v rozumném čase, proto je třeba model vytvořit tak, aby se s vědomím určitých nuancí blížil realitě a zároveň byl praktický pro reálné použití. Pokud je již takovýto model vytvořen, dostáváme se k části druhé, neméně podstatné.

Matematické modely vytvořené pouze na základě znalosti fyzikálních procesů v tunelu je nutno pro praktické použití zpřesňovat na základě naměřených dat. Procesu zpřesňování se v terminologii řídicí techniky říká identifikace, filtrace nebo kompenzace. Kompenzace je prováděna s využitím již naměřených, reálných hodnot starších dat nebo i on-line v reálném čase. Takto zpřesněný model popisuje

fyzikální chování tunelu uspokojivě a může se s ním dále pracovat při návrhu regulátoru nebo detekci poruch v systému.

## MATEMATICKÝ MODEL FYZIKÁLNÍHO CHOVÁNÍ TUNELU

Matematickým modelem určitého chování, respektive procesu, rozumíme matematické vztahy mezi danými veličinami, nejčastěji v závislosti na čase. Matematickými vztahy mohou například být parciální rovnice, nelineární rovnice, ale také jejich soustavy apod. Fyzikální chování tunelu, které chceme popsat, se řídí podle určitých fyzikálních zákonů, které mají matematické vyjádření, z něhož při sestavování modelu vycházíme. V některých situacích lze popsat vztahy a podmínky procesu velmi podrobně, a tak získat přesný matematický model, který je však natolik složitý, že jeho řešení je de facto nemožné, ale obecně lze říci, že úplný popis systému je prakticky nemožné získat, neboť studovaný problém neznáme do potřebných detailů. Obvykle nepotřebujeme naprosto přesné výsledky, proto stačí, když sestavený matematický model vystihuje podstatné vlastnosti chování systému, to znamená, že některé méně významné vlivy lze zjednodušit nebo dokonce zanedbat, tak aby kvalita a použitelnost výsledného modelu byla v souladu s účelem, ke kterému byl vytvořen.

Fyzikální chování tunelu popíšeme následujícími třemi, nutno podotknout, že zjednodušenými, matematickými modely.

### **2.1 Statický dopravní model**

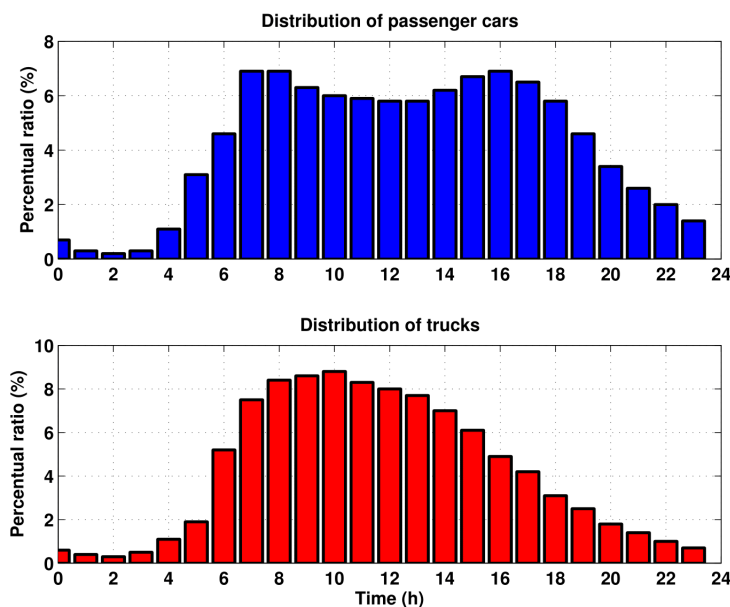
#### **Statistické dopravní údaje**

Informace o dopravě (intenzita, rychlost a skladba) dopravy jsou důležitým vstupním údajem do modelu proudění vzduchu i modelu koncentrací zplodin. Z hlediska

počtu vozidel, které tunelem projedou hrají největší roli osobní automobily, lehká a těžká nákladní vozidla. Budeme uvažovat následující zastoupení jednotlivých typů vozidel, neboť vycházíme z reference [15]:

- Osobní benzínové automobily - 52 %
- Osobní dieselové automobily - 40 %
- Lehké nákladní automobily - 5 %
- Těžké nákladní automobily - 3 %

Následující graf 2.1 zachycuje předpokládané rozložení osobních a nákladních vozidel [15].



Obrázek 2.1: Předpokládané rozložení osobních a nákladních vozidel v průběhu pracovního dne.

Statický model dopravy je plně určen tzv. ekvivalentním počtem vozidel, který závisí na čase a je navíc jeden z hlavních vstupních údajů pro model proudění vzduchu a koncentrace zplodin. Ekvivalentní počet vozidel definuje okamžitý počet vozidel v danou chvíli v určitém úseku tunelu. Určení tohoto parametru je závislé na znalosti rychlosti jízdy automobilů a intenzity dopravy v jednotlivých



sekcích tunelu. Matematickou formulí lze tento parametr vypočítat:

$$N_{ekv}(t) = \frac{I(t) \cdot L}{v(t) \cdot 1000}, \quad (2.1)$$

kde:

$N_{ekv}$  je ekvivalentní počet vozidel [-],

$I$  je hodinová intenzita vozidel v úseku [voz/h],

$L$  je délka úseku [m],

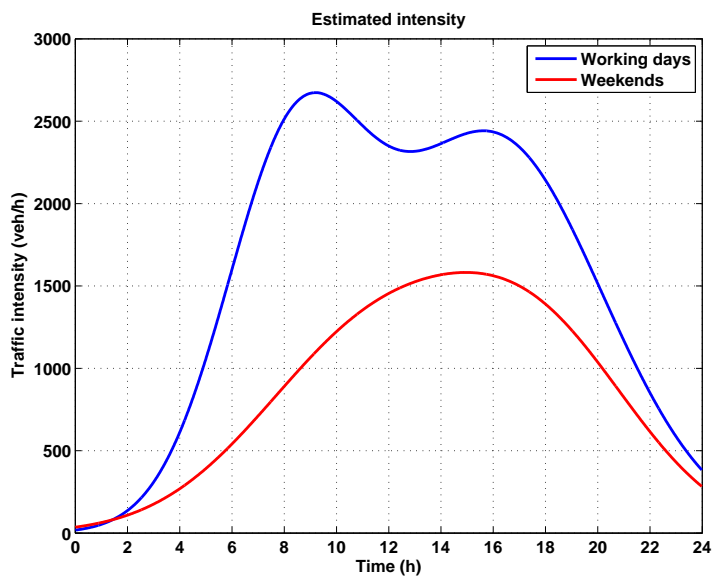
$v$  udává rychlost automobilů [ $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ ], maximální povolená rychlost jízdy v tunelech je obvykle 50 až 100  $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ .

Hodinová intenzita dopravy v tunelu se během dne mění (noční hodiny, dopravní špička a sedlo). Abychom si udělali přibližnou představu, graf 2.2 demonstuje předpokládaný denní průběh hodinové intenzity vozidel pro osobní automobily.

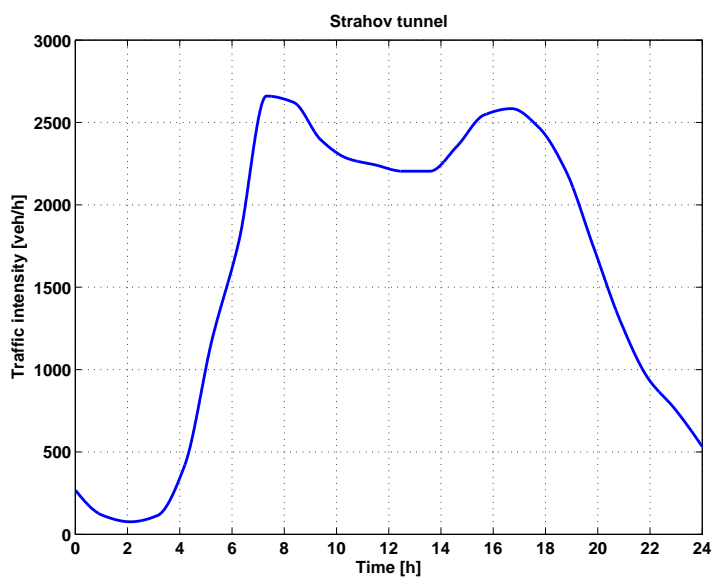
Pro matematický model koncentrace zplodin je dále důležité rozdělení automobilů podle emisní normy EURO. V současnosti je známo sedm druhů těchto emisních kategorií [16]:

- PRE EURO do roku 1992,
- EURO 1 od r. 1992,
- EURO 2 od r. 1996,
- EURO 3 od r. 2000,
- EURO 4 od r. 2005,
- EURO 5 od r. 2009,
- EURO 6 od r. 2014.

Uvažované procentuální rozložení jednotlivých typů vozidel podle emisní normy EURO je zachyceno na obrázku 2.4.

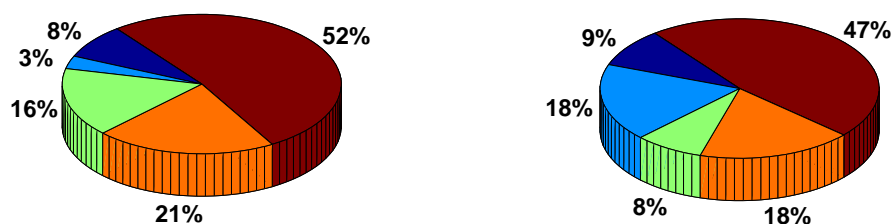


Obrázek 2.2: Modelovaná intenzita dopravy.

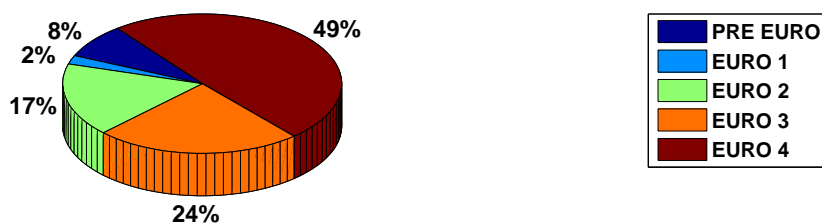


Obrázek 2.3: Reálné hodnoty dopravní intenzity pro Strahovský tunel v Praze [21].

Distribution of emission categories of passengers cars    Distribution of emission categories of light trucks



Distribution of emission categories of heavy trucks



Obrázek 2.4: Předpokládaný podíl automobilů v jednotlivých kategoriích emisní normy EURO pro rok 2010 [13].

## 2.2 Model proudění vzduchu v tunelu

Proudění nestlačitelné tekutiny v trubici nejlépe popisuje parciální diferenciální Navier-Stokesova rovnice. Tato rovnice je analyticky řešitelná jen v několika málo případech jednoduchých toků. Z důvodu značné složitosti při sestavování těchto rovnic bude zvolen jednodušší způsob, a sice popis jednorozměrného proudění pomocí Bernoulliho rovnic a rovnic kontinuity [1].

Pro účely matematického popisu chování silničních tunelů, se tunely rozdělují na jednotlivé elementární sekce s konstantní geometrií. Jinými slovy, geometrické vlastnosti úseku typu sklon vozovky, hydraulický průměr, počet jízdních pruhů atp., jsou v dané části tunelu konstantní.

Pro popis matematického modelu proudění vzduchu v tunelu je možné využít kombinace Bernoulliho rovnic a rovnic kontinuity. Tunely lze obecně rozdělit na tunely bez napojených ramp (křižovatek) a tunely, které mají jednu nebo více napojených křižovatek. Prvně zmiňovaným typem tunelu je například tunel Cholupice, který neobsahuje žádnou napojenou rampu. Druhý typ tunelu repre-

zentuje tunel Mrázovka. Tento tunel je zároveň jediným tunelem v současnosti v České republice, který obsahuje napojenou rampu. V současnosti budovaný největší tunelový komplex ve střední Evropě je tunel Blanka v Praze, který bude obsahovat i více napojených křižovatek. V soustavě úseků, které na sebe navazují a tvoří sériově-paralelní síť musí platit podmínka kontinuity a podmínka rovnosti tlaků v rozbočkách. Na celý tento problém lze analogicky pohlížet užitím Kirchhoffových zákonů, které jsou známy především z elektrotechniky [1]. Prvním Kirchhoffovým zákonem je zákon zachování hmotnosti – rovnice kontinuity. V tomto zákonu je elektrický proud analogií hmotnostního průtoku a zákon říká, že součet hmotnostních průtoků vzduchu vtékajících a vytékajících do, respektive z uzlu, je roven nule. Předpokládáme-li, že hustoty vtékajícího a vytékajícího vzduchu jsou stejné, pak stejná rovnice platí i pro objemový průtok [6]:

$$1. \quad \sum_i Q_i = 0, \quad (2.2)$$

kde:

$Q_i$  je ustálený stav objemového průtoku v “i-té” sekci [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ], přičemž vtékající proudy do uzlu jsou uvažovány s kladným znaménkem a vytékající proudy se záporným znaménkem. Objemový průtok vzduchu v tunelu je dán součinem průřezu tunelu a rychlosti proudění vzduchu v dané části [6]:

$$Q = A_T \cdot u_{air}, \quad (2.3)$$

kde:

$A_T$  je průřez tunelu [ $\text{m}^2$ ],

$u_{air}$  je rychlost proudění vzduchu [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ].

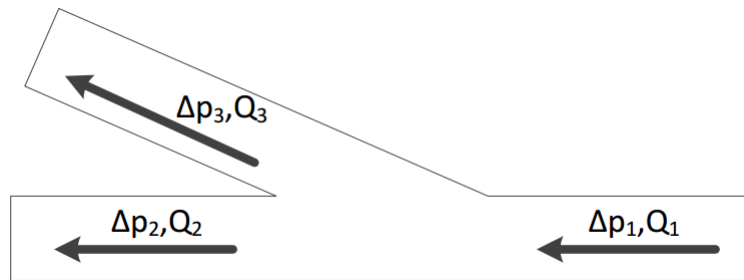
Druhým Kirchhoffovým zákonem je zákon pro smyčku. V tomto případě je elektrické napětí analogií tlaku a platí, že součet všech tlakových změn v jednoduchých smyčkách je roven nule. Tlakovou změnou se myslí rozdíl mezi celkovým a statickým tlakem. Tuto skutečnost lze popsat vzorcem [6]:

$$2. \quad \sum_i \Delta p_i = 0, \quad (2.4)$$

kde:

$\Delta p_i$  udává celkovou změnu tlaku v příslušné části [Pa].

Následující obrázek 2.5 schematicky zachycuje křižovatku tunelu. Každá část tunelu je označena číslem (1, 2, 3) a je definovaná příslušnými veličinami: tlakovou změnou a průtokem vzduchu.



Obrázek 2.5: Schéma tunelové křižovatky [2].

Pro tuto část tunelu s výjezdovou rampou lze formulovat první Kirchhoffův zákon následovně:

$$Q_1 - Q_2 - Q_3 = 0. \quad (2.5)$$

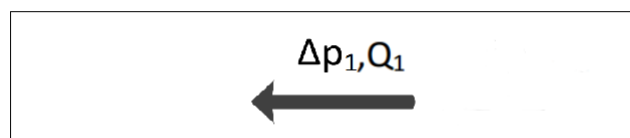
Z definice druhého Kirchhoffova zákona lze součet změn tlaku ve smyčce popsat následujícím způsobem:

$$\begin{aligned} \Delta p_1 + \Delta p_2 &= 0, \\ \Delta p_1 + \Delta p_3 &= 0. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Při sloučení rovnic (2.5) a (2.6) dostáváme plnohodnotný popis části tunelu s výjezdovou rampou, neboť jsou k dispozici tři rovnice pro tři neznámé. Každá rychlost proudění v jednotlivém rameni představuje jednu neznámou.

Tato soustava rovnic, nutno podotknout že nelineární, není jednoduše řešitelná. Soustavu nelineárních rovnic budeme proto řešit numericky v prostředí MATLAB a jeho funkcí *fsolve* z optimalizačního toolboxu, která je vhodná k účelům řešení soustavy rovnic [14].

Situace, ve které uvažujeme pouze tunelový tubus bez výjezdových ramp, definovaný tlakovou změnou, průtokem vzduchu, délkou a průřezem, je výrazně jednodušší z hlediska sestavování matematického popisu než prvně uvažovaný případ tunelu s výjezdovou rampou a znázorňuje ji následující obrázek 2.6.



Obrázek 2.6: Schéma tunelu bez výjezdové rampy.

Potýkáme se zde jen s jednou neznámou, rychlostí proudění vzduchu v daném úseku a k jejímu výpočtu postačí pouze jedna rovnice. Matematický předpis popisující tuto skutečnost vzejde užitím vzorce (2.4) a má následující formu:

$$\Delta p_1 = 0 . \quad (2.7)$$

V tunelech se uplatňuje mnoho vlivů, které zvyšují celkový tlak v tunelu (tlakové zdroje). Jedná se o pístový efekt projíždějících vozidel, účinek proudových ventilátorů, výškové převýšení portálů (komínový efekt).

Na straně druhé vznikají v tunelech tlakové ztráty způsobené především třením vzduchu a místními odpory, mezi které zahrnujeme ztráty vstupem a výstupem a ztráty způsobené změnou geometrie tunelu, konkrétně změny průřezu.

Pro dynamický model proudění odpovídá celková změna tlaku  $\Delta p_{tot}$  v dané části tunelu následující rovnicí [6]

$$\Delta p_{tot} = \pm \Delta p_{pist} \pm \Delta p_{jf} - \Delta p_{fric} - \Delta p_{area} \pm \Delta p_g - \Delta p_{mom}, \quad (2.8)$$

kde<sup>1</sup>:

$\Delta p_{pist}$  je pístový efekt projíždějících vozidel,

$\Delta p_{jf}$  je tlakový zisk či ztráta způsobená proudovými ventilátory,

$\Delta p_{fric}$  je tlaková ztráta způsobená třením,

$\Delta p_{area}$  je tlaková ztráta způsobená místními odpory,

$\Delta p_g$  je tlaková změna způsobená výškovým převýšením,

$\Delta p_{mom}$  je tlaková ztráta způsobená lokálním zpožděním tekutiny.

Kladná znaménka v rovnici (2.8) udávají tlakový přírůstek a záporná znaménka odpovídají tlakovým ztrátám.

V následující pasáži se podrobněji zaměříme na jednotlivé členy rovnice (2.8) a to zejména, jak je lze vypočítat a také, co fyzikálně znamenají.

- **Pístový efekt projíždějících vozidel**  $\iff \Delta p_{pist}$ :

Projíždějící automobily tunelem uvádějí vzduch v tunelu do pohybu, v případě, že rychlost vozidel je vyšší než rychlost proudění vzduchu (označme rychlost vozidel  $v$  a rychlost proudění vzduchu  $u$ ), tedy  $v > u$ , potom pístový efekt znamená tlakový zisk a člen  $\Delta p_{pist}$  v rovnici (2.8) je kladný. Je-li situace opačná a rychlost projíždějících vozidel je nižší než rychlost proudění

---

<sup>1</sup>Všechny níže uvedené tlakové změny jsou definovány v jednotkách Pascal.

( $v < u$ ), potom pístový účinek snižuje celkový tlak v tunelu, tedy reprezentuje tlakovou ztrátu. Navíc, matematický předpis počítá i s případem, kdy je směr proudění totožný se směrem jedoucích aut, tak se situací, kdy je směr proudění opačný. Proto je tlaková změna v důsledku pístového efektu dána následujícím vztahem [11]:

$$\Delta p_{pist} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{\sum_{i=1}^n N_{ekv_i} \cdot C_v \cdot A_{v_i}}{A_T} \cdot |v - u| \cdot (v - u), \quad (2.9)$$

kde:

$v$  je rychlost jízdy vozidel [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ],

$\rho$  je hustota vzduchu [ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ]. Při výpočtech byla užitá hustota vzduchu  $1,23 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ,

$u$  je rychlost proudění vzduchu [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ], nabývá kladných hodnot, pokud vzduch proudí ve směru jízdy vozidel, záporných pak v opačném případě,

$N_{ekv}$  je ekvivalentní počet vozidel [-], dle (2.1),

$A_T$  je průřez tunelu [ $\text{m}^2$ ],

$C_v \cdot A_v$  je účinná čelní plocha vozidel [ $\text{m}^2$ ], nutno brát v potaz, že čelní plocha vozidel se značně liší. Matematický model rozlišuje 3 typy vozidel, které se v tunelu nejčastěji vyskytují:

pro osobní automobily (OS) byla stanovena na  $0,7 \text{ m}^2$ ,  $2,4 \text{ m}^2$  pro lehké nákladní (LN) a  $5,6 \text{ m}^2$  pro těžké nákladní (TN), avšak je možné model rozšířit o další typy vozidel, například o autobusy. Tyto hodnoty účinné plochy automobilů ovšem platí pro rychlost jízdy  $v = 70 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  a při nižších rychlostech vozidel se snižují. Obecně lze závislost součinitele odporu  $C_v$  na rychlosti automobilů přiblížit následovně [7]:

$$C_v \approx 2 \cdot 10^{-5} v^2 + 0,004v + 0,474. \quad (2.10)$$

- **Tlaková změna způsobená proudovými ventilátory**  $\iff \Delta p_{jf}$ :

Tlakový příspěvek či úbytek  $\Delta p_{jf}$  popisuje vliv proudových ventilátorů v tunelu v závislosti na otáčkách a rychlosti proudění vzduchu. Matematický popis pro tuto situaci je následující [2]:

$$\Delta p_{jf} = \frac{\eta_{jf} \rho Q_{\text{ref}}^2}{A_{jf} A_T} \cdot n + \frac{\eta_{JF} \rho Q_{\text{ref}}}{A_T} \cdot n \cdot u, \quad (2.11)$$

kde:

$\eta_{jf}$  je účinnost přeměny tahu na tlak [-], přičemž je počítáno s průměrnou hodnotou  $\eta_{jf} = 0,8$  [18].

$n$  je počet spuštěných ventilátorů v daném úseku při plném výkonu a nabývá kladných i záporných hodnot podle směru otáčení ventilátoru. Navíc, parametru  $n$  lze nastavit hodnotu z oboru reálných čísel v případě možnosti řízení otáček ventilátorů pomocí frekvenčního měniče [8, 9].

$Q_{ref}$  udává jmenovitý průtok proudového ventilátoru (katalogový parametr),

$A_{jf}$  je účinná plocha oběžného kola ventilátoru (katalogový parametr).

• **Tlaková ztráta způsobená třením vzduchu  $\iff \Delta p_{fric}$ :**

Tlaková ztráta způsobená třením vzduchu závisí na drsnosti stěn v tunelu, umístění proudových ventilátorů, senzorů, atp., které kladou proudícímu vzduchu odpor, což se projeví snížením celkového tlaku v daném úseku tunelu. Tuto tlakovou ztrátu lze vyjádřit následovně [5]:

$$\Delta p_{fric} = \frac{1}{2} \cdot \rho \lambda \frac{L}{D_h} u^2, \quad (2.12)$$

kde:

$L$  udává délku daného tunelového úseku [m],

$\lambda$  je součinitel tření [-], který lze vypočítat podle Swamme-Jainovy rovnice [1]:

$$\lambda = \frac{1,318}{\left[ \ln \left( \frac{\epsilon}{3,7D_h} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right]^2}, \quad (2.13)$$

kde:

$D_h$  je hydraulický průměr tunelu [m],

$\epsilon$  je relativní drsnost [m], bylo uvažováno s hodnotou  $\epsilon = 0,015$  m,

$Re$  je Reynoldsovo číslo [-], podobnostní číslo, které udává, zda je proudění laminární nebo turbulentní. Reynoldsovo číslo závisí na rychlosti proudění a na viskozitě dle vzorce [10]:

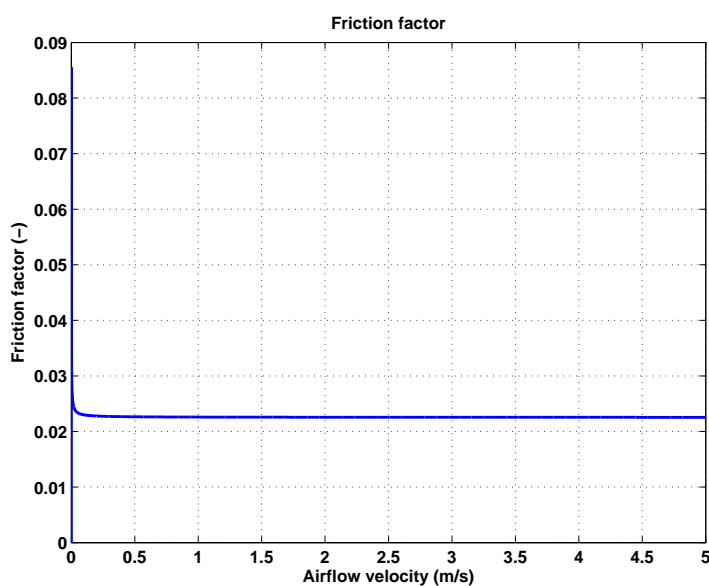
$$Re = \frac{u \cdot D_h}{\nu}, \quad (2.14)$$



kde:

$\nu$  je viskozita vzduchu, bylo uvažováno s hodnotou  $\nu = 15,07 \cdot 10^{-7}$  Pa·s.

Graf 2.7 ukazuje závislost  $\lambda(u)$ , kde  $u$  je rychlost proudění vzduchu v tunelu. Pokud se na průběh závislosti součinitele tření na rychlosti proudění vzduchu v tunelu podíváme z pohledu rychlostí proudění vzduchu, které obvykle v tunelech nabývají hodnot vyšších než, řekněme, 0,1 m/s, všimneme si, že hodnota se velmi rychle ustálí přibližně na hodnotě  $\lambda = 0,022$ . Ve většině případů je proto možné nelinearitu (2.13) zanedbat a nahradit hodnotu  $\lambda$  číslem 0,022.



Obrázek 2.7: Závislost součinitele tření na rychlosti proudění vzduchu.

- **Tlaková ztráta způsobená místními odpory  $\iff \Delta p_{area}$ :**

Tato tlaková ztráta udává místní ztráty v důsledku změny geometrie tunelu, jako je zúžení či rozšíření tunelového tubusu a vliv vstupu a výstupu proudu vzduchu z portálů tunelu. Obecně lze tyto ztráty popsat [2]:

$$\Delta p_{area} = \sum_i \zeta_i \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u^2, \quad (2.15)$$

kde:

$\zeta$  je součinitel tlakové ztráty [-].

Ztrátu způsobenou vstupem můžeme popsat jako [1]:

$$\Delta p_{in} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \zeta_{in} \cdot u^2 \quad (2.16)$$

a tlakovou ztrátu způsobenou naopak výstupem proudu vzduchu z tunelu:

$$\Delta p_{out} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \zeta_{out} \cdot u^2, \quad (2.17)$$

kde:

$$\zeta_{in} = 0,5,$$

$$\zeta_{out} = 1.$$

- **Tlaková ztráta způsobená lokálním zpožděním tekutiny  $\iff \Delta p_{mom}$ :**

Poslední člen v rovnici (2.8),  $\Delta p_{mom}$ , značí lokální zpoždění vzduchu v tunelu, které reprezentuje vlastní dynamiku vzduchu [6]:

$$\Delta p_{mom} = \rho \cdot L \cdot \frac{du}{dt}. \quad (2.18)$$

Derivace  $\frac{du}{dt}$  byla ve vzorci (2.18) nahrazena následovně:

$$\Delta p_{mom} = \rho \cdot L \cdot \frac{\Delta u}{\Delta T}, \quad (2.19)$$

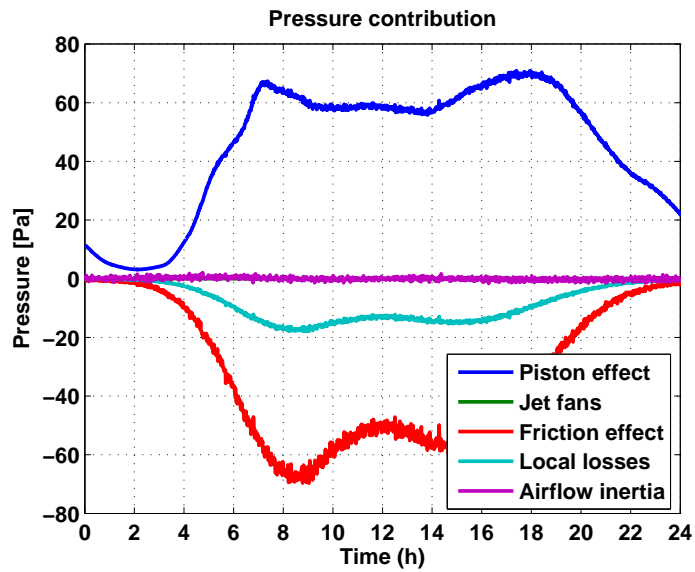
kde  $\Delta T$  bylo s ohledem na velkou setrvačnost systému voleno 1 sekunda.

Obrázek 2.8 demonstruje typické tlakové příspěvky uvažovaných tlakových členů v rovnici (2.8). Simulace byla provedena se vzorkovacím krokem 1 sekunda a uvažovaný tunel měl následující parametry:  $L = 1\,500$  m,  $A_T = 90$  m<sup>2</sup>,  $D_h = 8,5$  m, celková denní intenzita byla 38 000 vozidel za den.

V rovnici výsledné změny tlaku (2.8) v dané části tunelu byla zanedbána tlaková změna způsobená převýšením portálů tunelu, protože výškové převýšení portálů uvažovaných tunelů<sup>2</sup> je nevýznamné a tlaková změna způsobená tímto efektem je malá ve srovnání s jinými tlakovými změnami. Tlakový člen  $\Delta p_g$  je obvykle uvažován v horských dálničních tunelech, kde výškové rozdíly portálů tunelu mohou být značné [2]. Taktéž byla zanedbána dynamika vzduchu v tunelu, člen  $\Delta p_{mom}$ ,

---

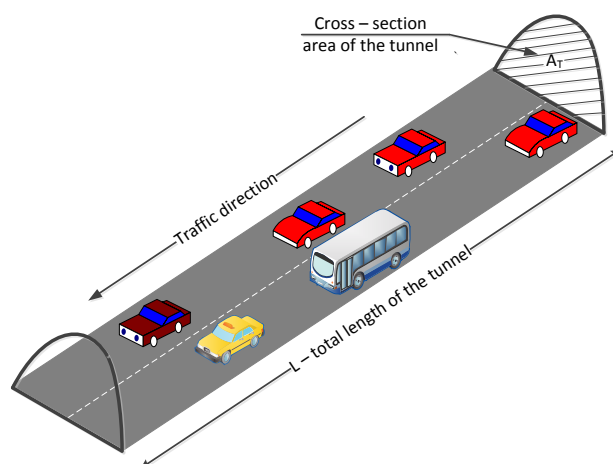
<sup>2</sup>Uvažovanými tunely jsou myšleny tunely, které byly v této práci použity pro testování navržených metod zpřesňování matematických modelů.



Obrázek 2.8: Porovnání tlakových příspěvků.

neboť předpokládáme, že změny rychlosti proudění vzduchu jsou rychlé v porovnání se vzorkovací periodou matematického modelu, která se pohybuje v řádu minut, a navíc, hodnoty členu  $\Delta p_{mom}$  (fialový průběh na obrázku 2.8), nabývají velmi nízkých hodnot v porovnání s hodnotami ostatních tlakových členů.

Zanedbali jsme členy  $\Delta p_g$  a  $\Delta p_{mom}$  v rovnici (2.8), čímž jsme obdrželi statický model rychlosti proudění vzduchu v tunelu.



Obrázek 2.9: Část tunelu bez výjezdové rampy.

## 2.3 Emisní model

Automobily projíždějící tunelem produkují výfukové plyny v důsledku spalování nafty, benzínu a LPG. Nejvíce uvolňované plyny jsou oxidy dusíku ( $\text{NO}_x$ ) - oxid dusnatý (NO), oxid dusičitý ( $\text{NO}_2$ ), oxid uhelnatý (CO) a pevné látky (PM), které snižují viditelnost v tunelu.

V posledních letech obecně emise produkované automobilem klesají, nejvíce CO, díky rozvoji katalyzátorů [12]. Oxid uhelnatý již proto není dominantní prvek při návrhu větrání v silničních tunelech v evropských zemích.

Produkce škodlivin automobilů závisí však na tzv. emisním faktoru. Emisní faktor škodliviny je veličina udávaná v jednotkách  $\text{g}\cdot\text{km}^{-1}$ , jejíž hodnota závisí na typu automobilu, emisní normě EURO, rychlosti jízdy automobilu a sklonu vozovky. Kategorie EURO 5 a 6 při výpočtech uvažovat nebudeme, neboť data tzv. emisní tabulky, zmíněné níže, které jsou použity pro určení daných emisních příspěvků, jsou staršího data a právě tyto dvě kategorie neobsahují.

Emisní faktory pro naše účely poskytují emisní tabulky, které jsou implementovány pomocí prostředí MATLAB. Data, kterými jsou tabulky tvořeny, byla stažena z programu MEFA 06 [17]. Na základě těchto emisních tabulek byly pro škodlivé plyny CO a  $\text{NO}_x$  vypočteny hodnoty emisních faktorů pro osobní, lehké a těžké nákladní automobily, pro rychlosti jízdy vozidel od 5 do 70  $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$  s krokem 5  $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$  a pro sklon vozovky od  $-7$  do 7 procent v hodnotách celých čísel. To znamená, že při rychlostech nižších než 5  $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$  je uvažováno právě s 5  $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$  a toto opatření platí analogicky i pro horní mez. Navíc, rychlost jízdy vozidel i sklon vozovky se v těchto intervalech může libovolně měnit. Data, ze kterých se emisní faktor vypočítává se musí ještě interpolovat, neboť emisní tabulky neposkytují dostatečnou jemnost kombinací vstupních parametrů. Koncentrace škodlivin pak závisí na emisním faktoru a objemovém průtoku vzduchu v tunelu [1].

V našem případě se předně zaměříme na statický popis koncentrací  $\text{NO}_x$ , což je součet NO s  $\text{NO}_2$ , emisí CO a opacity, který lze použít pro silniční tunely a pro metody řízení ventilace.

Pohyb zplodin v tunelu je možné popsat pomocí parciální diferenciální rovnice druhého řádu [13]:

$$\frac{\partial c(x,t)}{\partial t} + u_{air} \frac{\partial c(x,t)}{\partial x} = \mathcal{D} \cdot \frac{\partial^2 c(x,t)}{\partial x^2} + R(t), \quad (2.20)$$

kde:

$\partial c(x, t)$  je funkce vzdálenosti a času, značí koncentraci zplodin [ $\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$ ],  
 $u_{air}$  je rychlost proudění vzduchu [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ],  
 $\mathcal{D}$  je difuzní koeficient [ $\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ ],  
 $R(t)$  udává produkci emisí automobilů [ $\text{g}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{s}^{-1}$ ], viz níže (2.22).

Předpokládáme, že změny hodnot koncentrací znečišťujících látek v reálném provozu jsou relativně rychlé v porovnání se vzorkovací periodou modelu, která je v řádu minut. Jinými slovy, předpokládáme, že uvažovaný systém je časově proměnný, ale v ustáleném stavu v každém časovém okamžiku. Díky těmto předpokladům a úpravám můžeme napsat obecný vztah pro výpočet koncentrace zplodin [3]:

$$|u_{air}(t)| \frac{c_j(t) - c_{j-1}(t)}{L} = R(t). \quad (2.21)$$

Škodliviny  $R$ , které jsou produkovány vozidly závisí na emisním faktoru, počtu vozidel daného typu, rychlosti automobilů a objemu vzduchu v dané části tunelu [3]:

$$R(t) = \frac{\sum_i N_{ekv_i}(t) \cdot E_i \cdot u_{car}(t)}{V_{air}}, \quad (2.22)$$

kde:

$E_i$  je emisní faktor [ $\text{g}\cdot\text{m}^{-1}$ ],  
 $u_{car}$  je rychlost projíždějících automobilů [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ],  
 $N_{ekv_i}$  je ekvivalentní počet vozidel daného typu [-], viz kapitola 2.1,  
 $V_{air}$  je objem vzduchu daného úseku [ $\text{m}^3$ ]. Pro výpočet  $V_{air}$  platí:

$$V_{air} = A_T \cdot L, \quad (2.23)$$

kde:

$A_T$  je průřez tunelu [ $\text{m}^2$ ],  
 $L$  je délka tunelu [ $\text{m}$ ].

V případě tunelu s výjezdovou rampou je třeba zavést tzv. kumulovanou emisi, která je pro uvažovaný úsek dána součtem emisních příspěvků všech předcházejících úseků:

$$E_{cum} = \sum_i E_i \cdot v_i \quad (2.24)$$

kde:

$E_i$  je emisní faktor v daném úseku [ $\text{g}\cdot\text{m}^{-1}$ ],  
 $v_i$  je průměrná rychlost vozidel [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ].

Při rozdělení proudů – úsek s výjezdovou rampou, zůstává koncentrace na za-

čátku dalšího úseku stejná jako na konci předchozího, avšak při spojení proudů – úsek s vjezdovou rampou, emise na začátku dalšího úseku roste o hodnotu emise z vjezdové rampy.

Emisní faktor  $E_i$  závisí především na typu vozidla (osobní, dodávka, nákladní), stáří automobilu a sklonu vozovky. Suma v rovnici (2.22) probíhá přes všechny uvažované druhy automobilů včetně kategorie PRE EURO. Existuje mnoho zdrojů, kde lze najít emisní tabulky obsahující emisní faktory v závislosti na evropských emisních standardech. Jedním z nejpoužívanějších zdrojů v Evropě jsou emisní tabulky organizace World Road Association (PIARC) [4], ale například v České republice je hojně užíván program MEFA vyvinutý společností ATEM [17].

Uvažujme situaci zobrazenou na obrázku 2.10, kde předpokládáme přítomnost znečišťujících látek  $c_j$  uvnitř tunelu, která je průměrem koncentrací podél celého tunelu a přítomnost tzv. okolní koncentrace zplodin na obou portálech tunelu  $c_{j+1}$  a  $c_{j-1}$ . Vlivem proudění vzduchu v tunelu se pohybují i zplodiny a podle směru proudění se kumulují na portálech tunelu. Koncentrace uvnitř tunelu lze vyjádřit jako:

$$c_j(t) = \frac{R(t)L}{u_{air}(t)} + c_{j-1}(t) \quad \text{pro } u_{air}(t) > 0, \quad (2.25)$$

$$c_j(t) = -\frac{R(t)L}{u_{air}(t)} + c_{j+1}(t) \quad \text{pro } u_{air}(t) < 0, \quad (2.26)$$

kde:

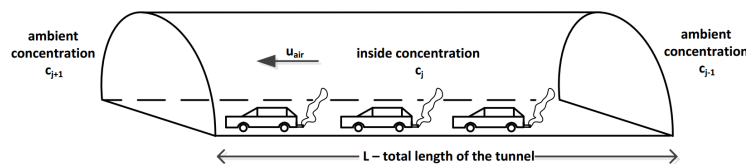
$c_j(t)$  udává koncentraci v “j-té” části tunelu v čase  $t$  [ $\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$ ].

Pro jednoduchost budeme dále uvažovat, že:

$$c_j(t) = \frac{R(t)L}{|u_{air}(t)|} + c_{AMB}, \quad (2.27)$$

kde:

$c_{AMB}$  je okolní koncentrace [ $\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$ ].



Obrázek 2.10: Schéma situace koncentrace škodlivin v silničním tunelu.

Předpisem (2.25) a (2.26) jsme popsali ustálený stav modelu koncentrace škodlivin, který je časově závislý, ale ustálený v každém vzorkovacím čase. Výsledné hodnoty koncentrace zplodin jsou nepřímo úměrné rychlosti proudění. Způsobem předepsaným rovnicí (2.25) a (2.26) popisujeme koncentrace zplodin  $\text{NO}_x$ .

Koncentrace zplodin pro opacitu se vypočítá vhodnou úpravou vzorce (2.27), tak abychom dosáhli konečné jednotky  $\text{m}^{-1}$ . Konstanta přepočtu má přesně hodnotu  $k = 4,7$ . Důvod, proč konstanta nabývá právě této hodnoty lze najít v literatuře [4]. Konečný předpis má tvar

$$c_j(t) = 4,7 \cdot \frac{R(t)L}{|u_{air}(t)|} + c_{AMB}. \quad (2.28)$$

Pokud při výpočtu opacity uvažujeme i sekundární prašnost, která je způsobena zvířením pevných částic na povrchu komunikací, které již byly usazeny a vznikem částic při obrusu pneumatik i povrchového materiálu vozovky, a jejich následným rozptylem do ovzduší (podrobnější informace o sekundární prašnosti viz [13]), je třeba emisní faktor modifikovat:

$$E_{tot} = E_{prim} + E_{sec}, \quad (2.29)$$

kde:

$$E_{prim} = E, \quad (2.30)$$

$$E_{sec} = k \cdot (\text{sL})^{0,91} \cdot W^{1,02} \cdot I \cdot \frac{L}{1000}, \quad (2.31)$$

kde:

$k$  je násobitel velikosti částic. Pro  $\text{PM}_{10}$  je fixní  $k = 0,62$  [13],

$\text{sL}$  udává znečištění povrchu vozovky [ $\text{g} \cdot \text{m}^{-2}$ ],

$W$  udává průměrnou váhu všech vozidel v tunelu [tuny],

$L$  je délka úseku [m],

$v$  je průměrná rychlost všech vozidel v tunelu [ $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ ].

Chceme-li dané zplodiny v jednotkách gramech  $g$  přepočítat na bezrozměrnou jednotku  $\text{ppm}$ , musíme dané hodnoty emisí podělit specifickou hmotností konkrétního plynu, tedy jeho hustotou.

$$\rho_{CO} = 1234 \text{ g} \cdot \text{m}^{-3}, \quad \rho_{NO_2} = 2000 \text{ g} \cdot \text{m}^{-3}.$$





## METODY ZPŘESŇOVÁNÍ MATEMATICKÝCH MODELŮ

V této kapitole se zaměříme na nejdůležitější část z hlediska přínosu bakalářské práce. Naším cílem bylo mimo jiné vyvinout metody zpřesňování pro uvažované matematické modely – model rychlosti proudění vzduchu v tunelu a model koncentrací škodlivin, neboť zjednodušené matematické modely, které uvažujeme v bakalářské práci, nedokáží popsat všechny jevy ovlivňující výpočet předpokládaných hodnot dané veličiny na základě matematického modelu. Předtím než navržené algoritmy zpřesňování aplikujeme na reálných naměřených datech, je vhodné nejprve otestovat jejich funkčnost na testovacích datech, proto se nyní nejprve pojdme zaměřit na to, jak testovací data vygenerovat.

### **3.1 Generování testovacích dat**

Nedílnou součástí je bezesporu vytvoření testovacích dat, které užijeme k tomu, abychom mohli otestovat metody identifikace a zpřesňování matematického modelu rychlosti proudění a koncentrací zplodin. Tato fiktivní testovací data budou reprezentovat reálná data, která bychom obdrželi ze senzorů v tunelu během reálného provozu.

#### **Rychlost proudění a koncentrace zplodin**

Rychlost proudění v jednotlivých tunelových úsecích je důležitá část z reálných dat, která bychom obdrželi ze senzorů v tunelu. Pro fázi testování je proto nutné tato data vygenerovat. Je obecně známo, že v průběhu pracovního dne nastávají

obvykle dvě dopravní špičky, první v ranních hodinách, kdy se většina lidí přesouvá z domovů do práce a druhá potom v odpoledních hodinách, kdy se naopak lidé vrací zpět. Je třeba však podotknout, že nástup ranní špičky je v určitém směru prudší a spadá do užšího časového intervalu, kdežto odeznění odpolední špičky je poněkud pozvolnější, protože návrat lidí domů je rozprostřen do delšího časového úseku. Navíc je korektní předpokládat, že mezi ranní a odpolední dopravní špičkou provoz v tunelu mírně poklesne (nachází se v sedle). Důležitým faktem je rozdíl dopravní intenzity v pracovní dny a o víkendu, který zachycuje graf 2.2 v kapitole 2.1. V pracovní den je obvykle doprava hustší než o víkendu, čemuž odpovídá nižší rychlost proudění vzduchu o víkendu.

Jelikož rychlost proudění v tunelu úzce souvisí s dopravní intenzitou, viz část model proudění 2.2, je při vytváření testovacích dat možné použít pro tyto dva případy vývoje rychlosti proudění během dne průběhy, které nejlépe popíše součet dvou Gaussových křivek, které se běžně používají ve statistice

$$u_{gen}(t) = C_1 \cdot e^{-\frac{(t-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}} + C_2 \cdot e^{-\frac{(t-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}} + C_0, \quad (3.1)$$

kde:

$C_1, C_2$  udává maximální hodnoty rychlosti proudění v dopravní špičce [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ],

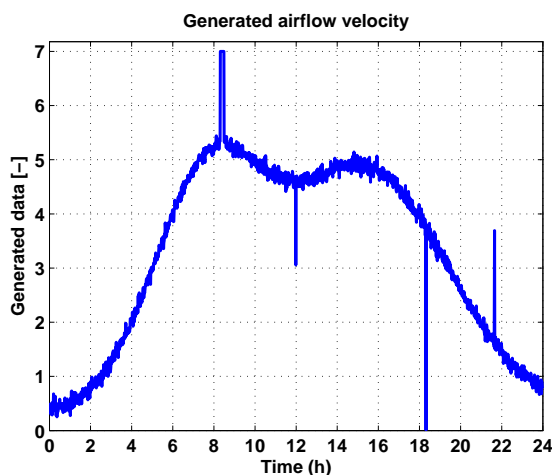
$\mu_1, \mu_2$  udává průměrnou dobu dopravní špičky [min],

$C_0$  popisuje minimální rychlost proudění [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ], pokud  $C = 0$ , minimum je rovné nule.

Očekávaný denní průběh rychlosti proudění generovaný s užitím statistického předpisu (3.1) demonstruje graf 3.1.

Jak je vidět z grafu 3.1 jsou uvažovány i určité chyby měření reálných dat, se kterými se můžeme při odečítání hodnot setkat. První nepřesnost reprezentuje saturaci měřícího prvku, tedy případ, kdy se na výstup senzoru dostane maximální měřící rozsah. V grafu 3.1 k této situaci dojde po osmé hodině. V druhé situaci, přibližně ve 12 hodin, dochází k odečtení hodnoty, která se výrazně liší od hodnot okolních, tuto situaci nazýváme tzv. peak. Dále může dojít k situaci, že daný senzor hodnotu nezměří, a proto dojde k poklesu průběhu rychlosti proudění na nulu. Na obrázku 3.1 lze tento stav vidět po osmnácté hodině. V neposlední řadě je samozřejmě počítáno se šumem, který je v reálném měření prakticky všudepřítomný.

Data zatížená šumem a výše uvedenými chybami senzorů nejsou k dalšímu zpracování vhodná, proto je předem nutné šum v rámci možností odfiltrovat. Pro

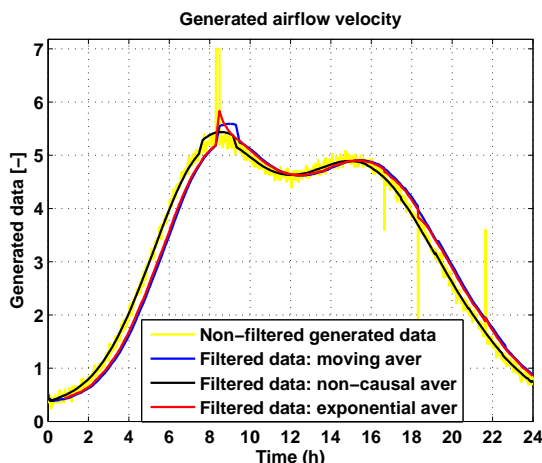


Obrázek 3.1: Generovaná rychlost proudění pro reprezentaci reálných dat.

naší potřebu budeme užívat následující typy filtrů:

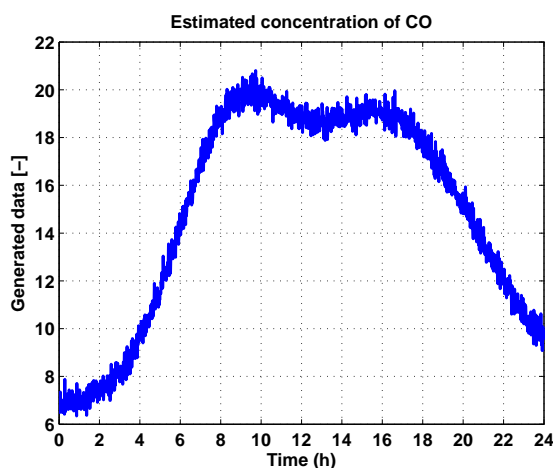
- klouzavý průměr - aktuální hodnota je dána průměrem  $n$  hodnot předcházejících hodnotě aktuální. Tento typ kauzálního filtrování dat lze využít pro on-line filtraci. Na tomto místě je nutné připomenout, že filtrovaná data jsou zpožděna za naměřenými, což může způsobit určité problémy. Proto je nutné volit určitý kompromis velikosti výpočetního okna  $n$  tak, aby došlo k dostatečné filtraci a zároveň výsledná data byla zpožděna tak, aby to nevadilo např. při návrhu regulace.
- klouzavý nekauzální průměr - uvažovaná hodnota je určena průměrem  $2n+1$  hodnot, kde  $n$  je počet hodnot předcházejících a následných hodnotě aktuální. V tomto případě již nedochází ke zpoždování vyfiltrovaných dat, ovšem je zde evidentní nevýhoda toho, že se tento filtr dá použít pouze v případech, kdy celý rozsah dat je znám z minulosti. To znemožňuje použití pro on-line filtrování měřených dat.
- exponenciální klouzavý průměr - je vážený klouzavý průměr, kde  $n$  je počet předcházejících hodnot hodnotě aktuální. Exponenciální klouzavý průměr snižuje zpoždění daného průběhu přiřazením větší váhy novějším hodnotám. Výhodou tohoto průměru je rychlejší reakce při změně průběhu. Například, pro okno  $n = 10$  hodnot exponenciální klouzavý průměr váží nejnovější uvažovanou hodnotu 18,18 % [14].

Následující graf 3.2 zobrazuje výsledné průběhy generovaných dat, které vzniknou užitím různých typů filtrů.



Obrázek 3.2: Výsledek použití různých typů filtrů pro generovaná data.

Dalším okruhem dat, které je zapotřebí připravit pro testování, zejména pro pozorování funkčnosti algoritmů zpřesňování matematického modelu koncentrace škodlivin, je průběh předpokládaných hodnot koncentrace jednotlivých polutantů. Pro účely generování vhodných dat, budeme postupovat stejně jako při vytváření testovacích dat rychlosti proudění, použitím předpisu (3.1), kde:  $C_1$ ,  $C_2$  udává maximální hodnoty koncentrací v dopravní špičce [ppm],  $\mu_1$  a  $\mu_2$  udává průměrný střed dopravní špičky [min],  $C_0$  popisuje minimální koncentraci škodlivin [ppm], pokud  $C = 0$ , minimum je rovné nule. Tímto způsobem generujeme data, která reprezentují hodnoty koncentrací, například CO pro tunel bez napojených ramp, zachycené na obrázku 3.3.



Obrázek 3.3: Generovaná koncentrace škodlivin CO pro reprezentaci reálných dat.

## 3.2 Algoritmy zpřesňování modelu proudění vzduchu

Zpřesňování matematického modelu proudění vzduchu provádíme zejména proto, že v jednoduchém modelu nelze některé tlakové členy uspokojivě popsat, například vliv větru na portály tunelu, vliv výškového převýšení portálů, vliv meteorologických podmínek atp. V důsledku těchto nedokonalostí je vhodné použít algoritmy pro zpřesnění matematického modelu, abychom docílili kvalitnější regulace nebo lepšího sledování poruch v systému.

Kompenzace je prováděna tak, aby výsledná modelovaná rychlost proudění co nejpřesněji odpovídala odečteným reálným hodnotám.

Obecně rozlišujeme dvě možnosti identifikace matematického modelu, on-line a off-line metodu. On-line identifikační metody mohou být obecně použity pro zpřesnění a identifikaci systému v reálném čase, kdežto off-line metody nutně užívají hodnoty staršího data, proto nemohou být použity pro soustavný odhad parametrů systému v reálném čase. Pro účely určení matematického popisu rychlosti proudění vzduchu, jsme vyvinuli následující on-line metodu tzv. *kompenzační metodu* a metodu identifikace pomocí proložení dat vhodnou funkcí.

### 3.2.1 Kompenzační metoda

V této metodě se zaměříme na kompenzaci modelu na základě znalosti určitého množství reálných naměřených hodnot. Na jejich základě se nastaví hodnota tzv. kompenzačního tlakového členu  $\Delta p_C$  doplňujícího Bernoulliho rovnice, který v průběhu času upravuje tlakovou změnu tak, aby výsledná rychlost proudění co nejlépe odpovídala měřeným hodnotám.

Konkrétně, tato metoda je založena na výpočtu rozdílu mezi danou hodnotou modelu a hodnotou reálnou, která je poskytnuta senzorem měření rychlosti proudění vzduchu. Tento rozdíl mezi hodnotami odhadovanými a měřenými je sčítán po časový úsek  $t - N$ , kde  $N$  je počet předchozích vzorků a  $t$  je čas aktuálního vzorku. To znamená, že kompenzaci je možné použít on-line, neboť není využíváno budoucích dat. Jedná se tedy o kauzální výpočet kompenzačního členu, neboť výstup závisí jen na hodnotách získaných v minulosti. Nutné podotknout, že zde neplatí pravidlo, které by snad bylo nasnadě, že čím více hodnot zahrneme do výpočtu, tím přesnější kompenzace jsme schopni dosáhnout, proto volíme vhodnou hodnotu parametru  $N$ , podle přesnosti průběhu simulací.

Kompenzační člen  $\Delta p_C$  lze obecně vyjádřit následovně:

$$\Delta p_C(t+1) = k_p \cdot \sum_{t-t_0}^t (u_{ME}(t) - u_{MO}(t)), \quad (3.2)$$

kde:

$\Delta p_C(t+1)$  je tlakový kompenzační člen [Pa],

$k_p$  je integrační konstanta, která udává, zda-li reakce algoritmu budou pomalé nebo naopak agresivní,

$t_0$  je počet vzorků, resp. doba, po kterou se provede součet rozdílů,

$u_{ME}$  udává naměřenou rychlost proudění v čase  $t$ ,

$u_{MO}$  je odhadovaná rychlost proudění v čase  $t$  na základě matematického modelu 2.2.

Pojďme se tedy podívat na konkrétní popis dvou uvažovaných situací tunelů z kapitoly model proudění vzduchu v tunelu 2.2.

### Tunel s výjezdovou rampou

Pro tento případ jsou kompenzační členy do Bernoulliho rovnic přidány následujícím způsobem

$$\begin{aligned} Q_1 - Q_2 - Q_3 &= 0, \\ \Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_{c1} &= 0, \\ \Delta p_1 + \Delta p_3 + \Delta p_{c2} &= 0. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Člen  $\Delta p_{c1}$  v soustavě rovnic (3.3) kompenzuje chybu v matematickém modelu rychlosti proudění vzduchu  $u_1$  a  $u_2$  v části 1 a 2. Člen  $\Delta p_{c2}$ , taktéž člen soustavy (3.3), pak kompenzuje chybu rychlosti proudění vzduchu  $u_1$  a  $u_3$  v části 1 a 3.

Při uvažování neomezené historie naměřených hodnot obdržíme následující rekurzivní vztah:

$$\begin{aligned} \Delta p_{c1}(t+1) &= \Delta p_{c1}(t) + k_{p1} \cdot (u_{ME1}(t) - u_{MO1}(t)) + k_{p2} \cdot (u_{ME2}(t) - u_{MO2}(t)), \\ \Delta p_{c2}(t+1) &= \Delta p_{c2}(t) + k_{p1} \cdot (u_{ME1}(t) - u_{MO1}(t)) + k_{p3} \cdot (u_{ME3}(t) - u_{MO3}(t)), \end{aligned} \quad (3.4)$$

kde:

$u_{MEi}(t)$  je měřená rychlost proudění v "i-té" části,

$u_{MOi}(t)$  je odhadovaná rychlost proudění v "i-té" části na základě matematického modelu 2.2,

$k_{pi}$  je kompenzační konstanta v "i-té" části, která přizpůsobuje kompenzační me-

tohu.

Tento rekurzivní algoritmus je nastaven počátečními podmínkami  $\Delta p_{c1}(0)$  a  $\Delta p_{c2}(0)$ .

V případě, že záleží jen na určitém časovém intervalu, tedy na konkrétním počtu měřených vzorků, je předpis pro výpočet kompenzačního členu následující

$$\begin{aligned}\Delta p_{C1}(t+1) &= k_{p1} \cdot \sum_{t-N}^t (u_{ME1}(t) - u_{MO1}(t)) + k_{p2} \cdot \sum_{t-N}^t (u_{ME2}(t) - u_{MO2}(t)), \\ \Delta p_{C2}(t+1) &= k_{p1} \cdot \sum_{t-N}^t (u_{ME1}(t) - u_{MO1}(t)) + k_{p3} \cdot \sum_{t-N}^t (u_{ME3}(t) - u_{MO3}(t)),\end{aligned}\tag{3.5}$$

kde:

$N$  je počet vzorků, přes které se provede součet.

### Tunel bez napojených ramp

Tunelový úsek bez výjezdové rampy je jednodušší případ, a také proto postačí použít jen jeden kompenzační člen následujícím způsobem

$$\Delta p_1 + \Delta p_c = 0.\tag{3.6}$$

Člen  $\Delta p_c$  kompenzuje chybu v modelu rychlosti proudění vzduchu v daném úseku.

Obdobně jako v předchozím případě, uvažujeme-li neomezenou historii naměřených rychlostí vzduchu v tunelu, má rekurzivní výpočet kompenzačního členu následující tvar

$$\Delta p_c(t+1) = \Delta p_c(t) + k_p \cdot (u_{ME}(t) - u_{MO}(t)),\tag{3.7}$$

kde:

$u_{ME}(t)$  je měřená rychlost proudění v čase  $t$ ,

$u_{MO}(t)$  je odhadovaná rychlost proudění v čase  $t$  na základě matematického modelu popsaného v kapitole 2.2,

$k_p$  je kompenzační konstanta, která přizpůsobuje kompenzační metodu.

Algoritmus je v tomto případě nastaven pouze jednou počáteční podmínkou  $\Delta p_c(0)$ .

Hodnotu kompenzačního členu, která závisí jen na určitém časovém intervalu, lze určit následovně

$$\Delta p_c(t+1) = k_p \cdot \sum_{t-N}^t (u_{ME}(t) - u_{MO}(t)),\tag{3.8}$$

kde:

$N$  je počet vzorků, přes které chceme provést součet, tedy požadovaný časový úsek.

### 3.2.2 Identifikace pomocí proložení dat vhodnou funkcí

Cílem této metody je proložit naměřený úsek dat rychlosti proudění v závislosti na čase vhodnou funkcí. Zvolený časový úsek může být například jeden pracovní den. Pro použití této metody je zapotřebí znát všechny naměřené hodnoty z daného časového úseku v minulosti. Je tedy zřejmé, že se jedná o off-line identifikaci matematického modelu, proto tuto metodu není vhodné použít pro identifikaci modelu v reálném čase. Na druhou stranu tato metoda, může poskytnout přesnější identifikaci modelu, než kompenzační metoda.

Celá tato metoda, metoda identifikace pomocí proložení dat vhodnou funkcí, je založena na předpokladu určitého průběhu rychlosti proudění vzduchu v tunelu, po dobu časového úseku zmíněného výše, který lze relativně jednoduše analyticky popsat. Jak již bylo mnohokrát zmíněno, reálný průběh rychlosti proudění v tunelu očekáváme ve tvaru tzv. dvouhrbého velblouda. Tato skutečnost lze analyticky popsat součtem dvou Gaussových křivek s určitým offsetem:

$$\hat{y}(t) = C_1 \cdot e^{-\frac{(t-\mu_1)^2}{\sigma_1^2}} + C_2 \cdot e^{-\frac{(t-\mu_2)^2}{\sigma_2^2}} + C_0, \quad (3.9)$$

kde:

$C_1, C_2$  udává maximální hodnoty rychlosti proudění v dopravní špičce [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ],

$\mu_1, \mu_2$  udává průměrnou dobu dopravní špičky [min],

$C_0$  popisuje minimální rychlost proudění [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ], pokud  $C = 0$ , minimum je rovné nule.

Je nutné nalézt parametry  $\theta = [C_1, \mu_1, \sigma_1, C_2, \mu_2, \sigma_2, C_0]$  určující tvar funkce tak, aby křivka daná těmito sedmi parametry co nejlépe kopírovala průběh reálných naměřených dat.

Uvažujme-li, že měřená data rychlosti proudění se v průběhu opakujících se časových intervalů výrazně neliší, resp. mají pravidelný průběh, je vhodné použít pro identifikaci právě tuto metodu. Za opakující se interval, ve kterém se rychlost proudění vyvíjí velmi podobně, ba stejně, lze považovat pracovní dny, neboť jak již bylo zmíněno, průběh rychlosti proudění velmi závisí na dopravní intenzitě, která se v průběhu pracovních dní prakticky neliší. Druhým případem je interval víkendu, kdy je charakteristický průběh dopravní intenzity, a tedy i rychlosti



proudění, rozdílný, viz graf 2.2 v kapitole 2.1. Sada parametrů  $\theta$  tak může být získána pro různé dny v týdnu a dále zpracována. Například lze prokládat data naměřená z určitého dne v týdnu vhodnou křivkou po dobu několika týdnů a následně určit střední hodnotu takto získaných křivek a tím bude možné již dopředu predikovat rychlost proudění vzduchu pro daný den v týdnu, případně víkendu, prázdnin i svátku atp.

Postup určení kýžených parametrů křivky (3.9) objektivně definujeme tak, aby součet čtverců rozdílů funkčních hodnot křivky a naměřených hodnot v daných časech  $y(t)$ , byl co nejmenší. Jedná se o metodu nejmenších čtverců:

$$\theta = \min \sum_{i=0}^N (y(i) - \hat{y}(i))^2, \quad (3.10)$$

kde:

$N$  je počet vzorků reprezentující uvažovaný časový úsek.

Konkrétní implementace je zajištěna v programu MATLAB užitím funkce *fminsearch* [14].

Metoda nejmenších čtverců je matematicko-statistická metoda pro aproximaci řešení přeurených soustav rovnic, kde je více rovnic, než neznámých. „Nejmenší čtverce“ znamenají, že výsledné řešení má minimalizovat součet čtverců odchylek vůči každé rovnici [19].

### 3.2.3 Výsledky identifikace na simulačních datech

Testování kompenzačních metod se provádí na fiktivních reálných datech ze senzorů rychlosti proudění vzduchu, které byly vytvořeny, viz kapitola 3.1. Interval, po který je simulace prováděna, byl zvolen jeden pracovní den, kde vzorkování modelu probíhá po 1 minutě, to znamená, že jeden den je reprezentován 1440 vzorky. Uvažujeme jednak případ tunelu s výjezdovou rampou a případ tunelu bez napojených ramp. Testované případy mají parametry, viz kapitola 3.1 a 2.2 pro daný úsek tunelu, zachycené v tabulkách 3.1 a 3.2. Rozložení dopravy uvažujeme dle grafu 2.1 a intenzitu dopravy v pracovní dny dle grafu 2.2. Vytvořili jsme sadu fiktivních dat ze senzorů rychlosti proudění vzduchu v tunelu, viz kapitola 3.1, pro všechny uvažované části tunelu, kde tunel bez napojených paralelních ramp odpovídá části 1 a části tunelu s výjezdovou rampou odpovídají analogicky části 1, 2 a 3. Generovaná data jsou definovaná parametry zachycující tabulka 3.3.

Část	L(m)	A <sub>T</sub> (m <sup>2</sup> )	I <sub>d</sub> (voz/den)
1	1500	90	38 000
2	200	70	10 000
3	800	90	28 000

Tabulka 3.1: Parametry testovací části tunelu s výjezdovou rampou.

Část	L(m)	A <sub>T</sub> (m <sup>2</sup> )	I <sub>d</sub> (voz/den)
1	2000	90	38 000

Tabulka 3.2: Parametry testovací části tunelu bez napojených ramp.

Část	C <sub>1</sub> (m/s)	C <sub>2</sub> (m/s)	C <sub>0</sub> (m/s)	μ <sub>1</sub> (min)	μ <sub>2</sub> (min)	σ <sub>1</sub> (min)	σ <sub>2</sub> (min)
1	4,5	4,5	0	500	920	150	200
2	1,2	1,2	0	500	920	150	200
3	3,65	3,65	0	500	920	150	150

Tabulka 3.3: Parametry generované křivky v části tunelu s výjezdovou rampou.

Abychom mohli objektivním způsobem popsat kvalitu identifikace, použijeme metodu Mean square error (MSE), která váží součet čtverců chyb výsledku kompenzovaného modelu a naměřených dat

$$MSE_i = \frac{\sum_{t=0}^N (u_i(t) - u_{im}(t))^2}{N}, \quad (3.11)$$

kde:

$u_i$  je reálná rychlost proudění [m·s<sup>-1</sup>],

$u_{im}$  je odhadovaná rychlost [m·s<sup>-1</sup>],

$N$  je celkový počet použitých vzorků pro identifikaci.

### Kompenzační metoda

Výsledky algoritmu zpřesňování v tunelové části s výjezdovou rampou jsou zachyceny na obrázku 3.4, 3.5 a 3.6. Na těchto grafech jsou zobrazeny rychlosti proudění vzduchu v daném tunelovém úseku v závislosti na čase. Vidíme zde čtyři průběhy. Žlutý průběh reprezentuje vytvořená (fiktivní) reálná data, která jsou zatížena šumem. Tato data (modrý průběh) byla filtrovaná použitím klouzavého průměru o velikosti časového okna 20 prvků. Červený průběh zachycuje rychlost proudění obdrženou z matematického modelu 2.2, který nebyl kompenzován.

Kompenzační konstanty pro situaci s výjezdovou rampou volíme následovně

$$k_{p1} = 0,79,$$

$$k_{p2} = 0,25,$$

$$k_{p3} = 0,2.$$

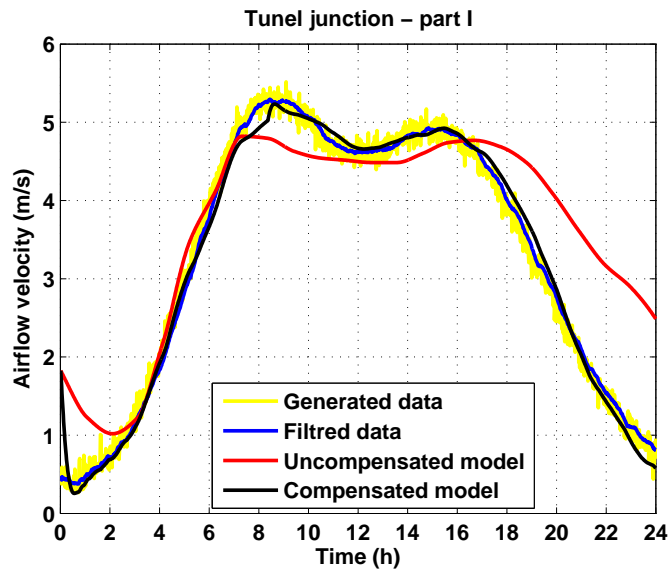
Povšimněme si části 1, viz obrázek 3.4, kde je vidět velmi dobrá kompenzace modelu. To potvrzuje také velmi nízká hodnota parametru MSE pro první sekci. Největší překážkou algoritmu je správná volba kompenzační konstanty, neboť při zvyšování konstanty v jedné části, resp. zlepšování výsledného průběhu, dochází k odchylování od kýženého průběhu v části jiné. Za pozornost také stojí graf 3.5, kde kompenzovaný průběh má mezi 19 a 23 hodinou největší chybu a dosahuje dokonce horších výsledků než matematický model bez jakékoliv kompenzace.

Existuje několik způsobů, jak tyto chyby minimalizovat. První způsob je přerušení výpočtu kompenzačního členu v případě, že chyba matematického modelu bez kompenzace je velmi malá, menší než předdefinovaná konstanta rychlosti proudění, která udává maximální možnou chybu, např. 0,1 m/s. Druhé možné řešení je definování maximální hodnoty kompenzačního členu. Když je této hodnoty dosaženo, již není možné ji nadále zvyšovat, zabránit tzv. wind-up efektu [20]. Tento efekt bývá nejčastěji způsoben právě výrazným načtením integračních členů z předchozích kroků.

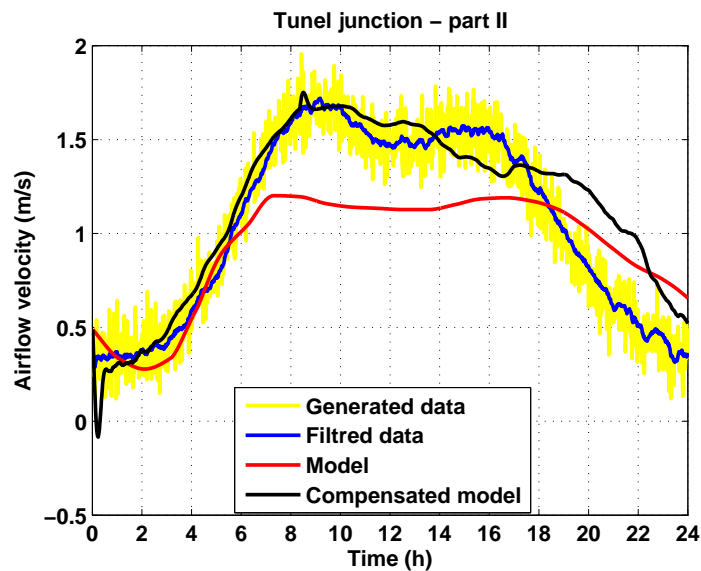
Část	MSE (kompenzovaný model)	MSE (nekompenzovaný model)
1	0,041	0,69
2	0,049	0,09
3	0,17	1,2

Tabulka 3.4: Mean square error pro kompenzovaný a nekompenzovaný model rychlosti proudění v tunelové části s napojenou výjezdovou rampou.

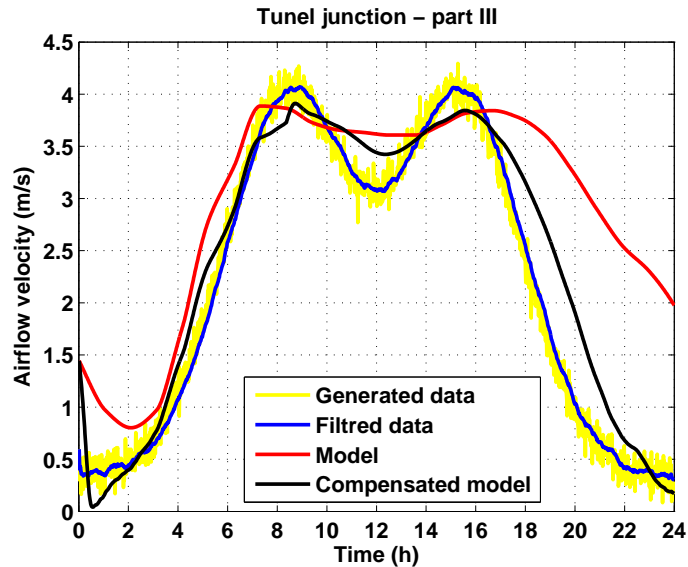
Hodnoty MSE pro každou sekci udává tabulka 3.4. Z této tabulky je vidět, že výrazného zlepšení bylo dosaženo v částech 1 a 3. V části 2 se nekompenzovaný matematický model od reálných dat příliš neliší, proto není možné očekávat výrazné zlepšení použitím kompenzační metody. Tato skutečnost je dobře vidět z hodnot pro druhý úsek.



Obrázek 3.4: Porovnání kompenzovaného a nekompenzovaného modelu rychlosti proudění v sekci 1.

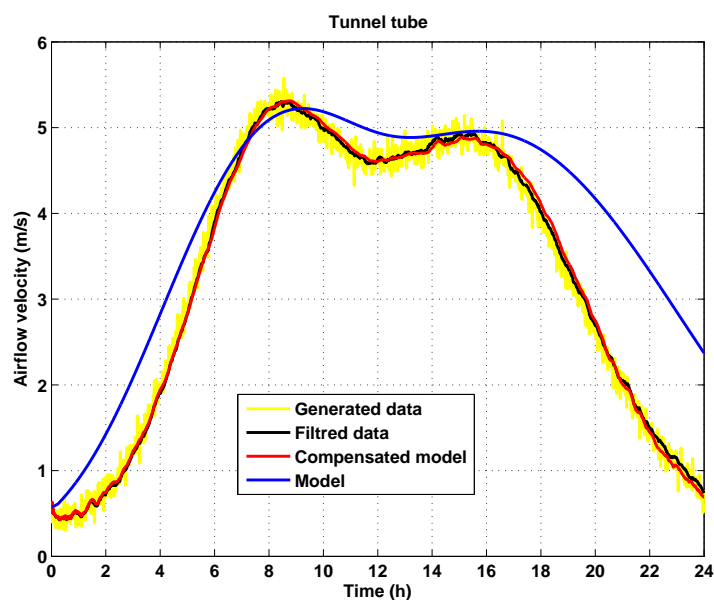


Obrázek 3.5: Porovnání kompenzovaného a nekompenzovaného modelu rychlosti proudění v sekci 2.



Obrázek 3.6: Porovnání kompenzovaného a nekompenzovaného modelu rychlosti proudění v sekci 3.

Na následujícím grafu 3.7 je možné vidět výsledek kompenzace pro tunelový tubus bez napojené křižovatky. Jelikož je tento případ obecně jednodušší a nedochází k ovlivňování rychlosti proudění v důsledku kompenzace v jiných tunelových sekcích, je vidět, že i kompenzace dosahuje lepších výsledků, než je tomu v případě tunelu s výjezdovou rampou.



Obrázek 3.7: Porovnání kompenzovaného a nekompenzovaného modelu rychlosti proudění v sekci bez křižovatky.

## Identifikace pomocí proložení dat vhodnou funkcí

Vytvořili jsme fiktivní průběh rychlosti proudění vzduchu v tunelu, který je definován parametry zachycující tabulka 3.6 užitím vzorce (3.1). Generovaný průběh byl vytvořen pro tunel bez paralelně napojených ramp, který je definován parametry pro část 1 z tabulky 3.5.

Část	L(m)	$A_T(m^2)$	$I_d(\text{voz}/\text{den})$
1	2000	90	38 000

Tabulka 3.5: Parametry testovací části tunelu bez paralelně napojených ramp.

Část	$C_1(m/s)$	$C_2(m/s)$	$C_0(m/s)$	$\mu_1(\text{min})$	$\mu_2(\text{min})$	$\sigma_1(\text{min})$	$\sigma_2(\text{min})$
1	4,5	4,5	0,33	500	920	150	200

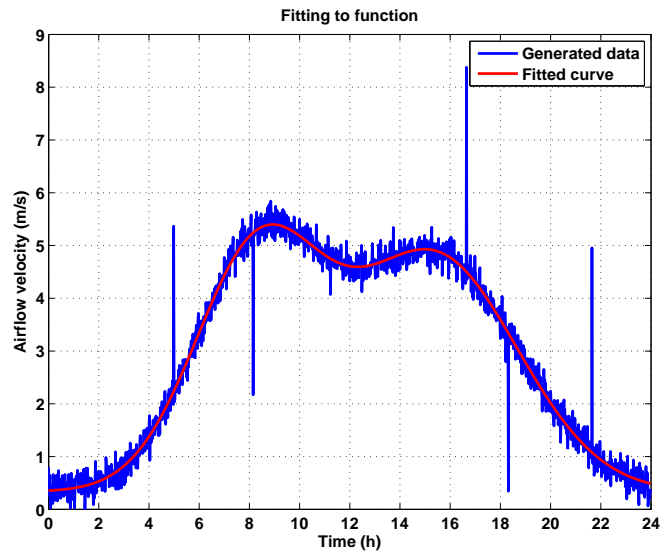
Tabulka 3.6: Parametry generované křivky v části tunelu bez výjezdové rampy.

Graf 3.8 zachycuje situaci, kdy se uspokojivě podařilo proložit generovaná data pro reprezentaci rychlosti proudění vzduchu gaussovou křivkou, která je vyznačena červenou barvou, a najít její příslušné parametry, použitím metody identifikace popsané v kapitole 3.2.2 s určitou sadou počátečních podmínek. Obdržet takto uspokojivý průběh není snadné, neboť velmi záleží na volbě počátečních podmínek výpočtu hledaných parametrů. Z grafu 3.9 je naopak patrné, že kýžené parametry nebyly určeny korektně, neboť je vidět, že proložená funkce (červený průběh) neuspokojivě aproximuje průběh fiktivních reálných dat v důsledku špatně zvolených počátečních podmínek.

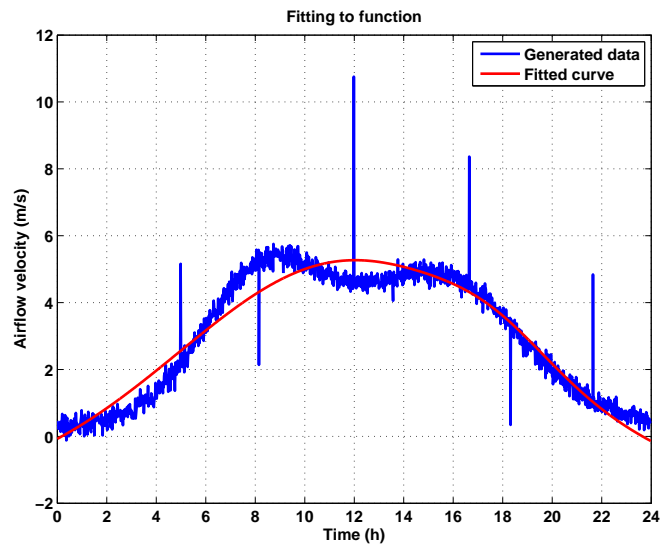
Hodnoty parametru MSE udávající tabulka 3.7 objektivně dokládají, že vhodnou volbou počátečních podmínek výpočtu lze docílit uspokojivého výsledku.

Situace	MSE pro generovaná data a jimi proloženou křivku
Obrázek 3.8	0,07
Obrázek 3.9	0,24

Tabulka 3.7: Mean square error pro proložení generovaných dat vhodnou funkcí.



Obrázek 3.8: Proložení průběhu rychlosti proudění vzduchu v tunelu bez napojených ramp vhodnou funkcí.



Obrázek 3.9: Špatné proložení rychlosti proudění vzduchu v tunelu bez napojených ramp předpokládanou funkcí.

### 3.3 Algoritmy zpřesňování modelu zplodin

Matematický model koncentrací zplodin se bude zcela jistě lišit od naměřených reálných dat z provozu tunelu, proto je rozumné definovat algoritmy zpřesňování tohoto matematického modelu. V našem matematickém modelu uvažujeme jen některé typy vozidel, kde např. autobusy nebo motorčky nejsou uvažovány.

Nezanedbatelnou chybu do modelu zplodin vnáší i absence novějších norem EURO, konkrétně EURO 5 a EURO 6, protože emisní tabulky, které byly použity, jsou z roku 2006, a tudíž i hodnoty, které tyto tabulky poskytují mohou být zatíženy nepřesností.

Idea kompenzace modelu zplodin je naprosto totožná jako u modelu rychlosti proudění, to znamená zpřesnit modelované hodnoty tak, aby se co nejvíce blížili hodnotám naměřeným v daném úseku tunelu. Pro případ kompenzace modelu zplodin jsme se zaměřili pouze na on-line identifikační metody, tedy metody, u kterých výpočet kompenzačního členu pro následující krok závisí na hodnotě aktuální a zvoleném množství hodnot předchozích z minulosti.

V případě kompenzace modelu zplodin je modifikován emisní faktor každé uvažované části zvlášť, kde z takto modifikovaného emisního faktoru se určí kumulovaná emise. Zvolený styl kompenzace lze použít pro úsek s výjezdovou křižovatkou i bez ní. Pro sousled více než jednoho základního tunelového úseku dochází k součtu modifikovaných kumulovaných emisí, takže lze tuto metodu použít pro libovolný počet na sebe navzájem navazujících úseků. To znamená, že není nutné řešit rozdílný způsob identifikace pro úsek tunelu s výjezdovou rampou a pro tunelový úsek bez paralelně napojených ramp, jako tomu bylo u kompenzace modelu rychlosti proudění.

Pojďme se nyní podrobněji podívat v čem spočívá kompenzace modelu zplodin. Lze říci, že se budeme zabývat dvěma metodami. První je tzv. pre-kompenzační metoda, která modifikuje zastoupení jednotlivých skupin EURO pro všechny uvažované typy vozidel. Druhou metodou je tzv. post-kompenzace, která se používá jen v některých případech, avšak tyto dvě metody mohou být na sebe navázány a vhodně se doplňovat.

### **3.3.1 Pre-kompenzační metoda**

Výpočet v emisním modelu primárně závisí na skladbě vozidel a rozdělení dle norem EURO. Mezi produkcemi škodlivin jednotlivých EURO kategorií je poměrně velký rozdíl, hlavně mezi skupinou PRE EURO a zbylými skupinami, protože zde ještě nebyly do vozidel standardně montovány katalyzátory. Naopak nová vozidla, která splňují nejvyšší normy EURO 5 a EURO 6, produkují velmi málo škodlivin. Tato velká rozdílnost v produkci škodlivin v závislosti na normě EURO je základním předpokladem této kompenzační metody.

Změnou aktuálního zastoupení jednotlivých skupin EURO v každém výpočetním kroku je modifikován výsledný průběh koncentrace emisí. Pokud nastává



situace, že měřená data nabývají menších hodnot než předpokládaná modelem, zvyšujeme zastoupení EURO skupin, které produkují větší množství škodlivin. Konkrétně dochází ke zvyšování zastoupení skupiny EURO 0 a 1 a zároveň se snižuje podíl zbývajících skupin. Pokud nastává situace přesně opačná, že modelovaná data jsou vyšší než měřená, změna zastoupení emisních tříd je analogicky opačná.

Mějme rozdělení podle emisních norem, které zachycuje následující distribuční vektor (3.12):

$$distr = [ E_0 \ E_1 \ E_2 \ E_3 \ E_4 ], \quad (3.12)$$

přičemž platí, že

$$\sum distr = 1. \quad (3.13)$$

V rovnici (3.12) je udáno celkové rozdělení podle emisních tříd od PRE EURO -  $E_0$  až po EURO 4 -  $E_4$ . V průběhu kompenzace je použit korekční člen  $k_d$ . Celková hodnota členu  $k_d$  je vhodně dělena pomocí dělicího faktoru A, B, C, které udávají poměrnou část kompenzačního členu, kterou je modifikována aktuální distribuce emisních norem. Situaci zachycuje následující vektor (3.14)

$$distr_m = [ E_0 + k_d \cdot A \quad E_1 + k_d \cdot C \quad E_2 + k_d \cdot B \quad E_3 - k_d \cdot B \quad E_4 - k_d \cdot A ], \quad (3.14)$$

kde jsme nastavení dělicích faktorů zvolili následovně:

$$A = \frac{3}{5}, \quad B = \frac{1}{5}, \quad C = \frac{2}{5}.$$

V modelu výpočtu koncentrací škodlivin je vždy suma distribučního vektoru emisních tříd rovna jedné. Aplikováním dělicích faktorů A, B, C, do kompenzační metody není tento předpoklad dobře splněn, ovšem tato mírná definiční nepřesnost, že celek není 100 %, je při kompenzaci zcela zanedbatelná. Abychom rozložení udrželi v určitých mezích, jsou nastavena následující saturační omezení:

- Nelze dosáhnout záporných hodnot. Spodní hranice je nastavena na nulu.
- Pokud by měl být poslední nebo předposlední prvek větší než jedna, nastaví se fixní saturační vektor s horní mezí

$$distr_{H-sat} = [ 0 \ 0 \ 0,19 \ 0,28 \ 0,98 ]. \quad (3.15)$$

- Pokud by měl být první nebo druhý prvek  $distr_m$  větší než jedna, nastaví

se fixní saturační vektor s dolní mezí

$$distr_{D-sat} = \left[ 0,98 \quad 0,28 \quad 0,19 \quad 0 \quad 0 \right]. \quad (3.16)$$

Po dobu saturace pre-kompenzační metody je uplatňována post-kompenzační metoda, viz dále v kapitole 3.3.2.

Hlavní nevýhodou této metody je její kompenzační omezenost. Jejím použitím nelze pokrýt „větší“ rozdíly mezi modelem a realitou. S touto relativně závažnou nevýhodou bylo ovšem počítáno, a proto je navíc implementována post-kompenzační metoda, která má za úkol tyto nedostatky potlačit.

### 3.3.2 Post-kompenzační metoda

Tato metoda je nadstavbou, doplňkem, předcházející metody. Obecně vzato to je obdoba prvně zmiňované kompenzační metody pro model rychlosti proudění vzduchu zmíněné v podkapitole 3.2.1. Jejím hlavním úkolem je pokrytí velkých rozdílů mezi modelovanými a požadovanými hodnotami. To znamená, že není používána kontinuálně, ale právě jen v případech, které nastávají při saturaci pre-kompenzační metody. Je nutné poukázat na situaci, která nastává nezářídka. Modelovaný denní průběh koncentrací zplodin v některých situacích poskytuje takové hodnoty, se kterými si dokáže poradit jenom tato post-kompenzační metoda, takže pre-kompenzační metoda je de facto potlačena.

Výpočet kompenzačního členu s neomezenou historií hodnot předcházejících vzorků je možné provést pomocí následujícího vzorce:

$$Pq_t(t+1) = Pq_t(t) + k_p \cdot (C_{ME}(t) - C_{MO}(t)). \quad (3.17)$$

Kompenzační člen  $Pq_t(t)$  je do celkového výpočtu implementován způsobem, kdy je upravována vlastní produkce emisí v jednotkách  $\text{g} \cdot \text{km}^{-1}$ :

$$E_{cum}(t) = (E(t) + Pq_t(t-1)) \cdot v, \quad (3.18)$$

kde:

$E_{cum}$  je kumulovaná emise [ $\text{g} \cdot \text{h}^{-1}$ ],

$E$  je emisní faktor [ $\text{g} \cdot \text{km}^{-1}$ ],

$v$  je průměrná rychlost vozidel [ $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ ],

$Pq_t$  je post-kompenzační člen [-], kde pro  $t = 1$  je nastaven na vhodnou počáteční hodnotu.

### 3.3.3 Výsledky identifikace na simulačních datech

Testování funkčnosti modelu zplodin nebo jeho zpřesňování provedeme s využitím připravených dat z části 3.1. Simulace s časově souběžnou kompenzací je prováděna po jeden den, který je reprezentován 1440 vzorky. Taktéž jsou uvažovány dva případy, pro které se budou simulace provádět - tunel bez napojených ramp a úsek s výjezdovou rampou.

Část	L[m]	$A_T(m^2)$	$I_d(\text{voz/den})$
1	800	90	39 000
2	200	70	10 000
3	450	90	29 000

Tabulka 3.8: Základní parametry úseku s výjezdovou křižovatkou.

Část	L[m]	$A_T(m^2)$	$I_d(\text{voz/den})$
1	2000	90	38 000

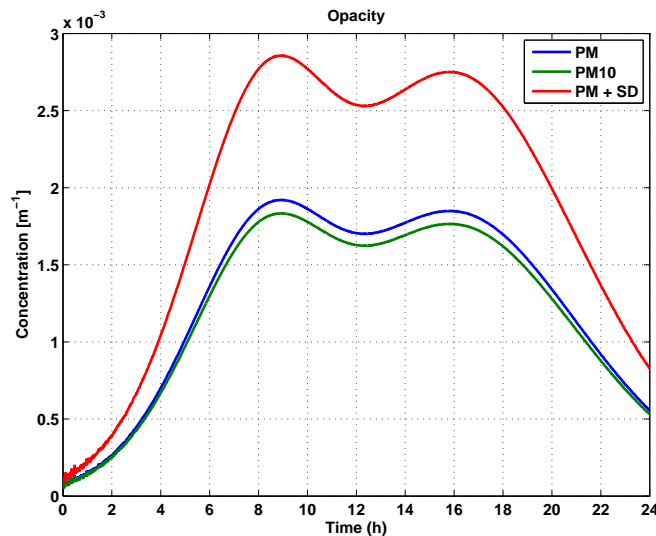
Tabulka 3.9: Základní parametry úseku bez paralelně napojených ramp.

Abychom si udělali základní představu, jak jsou uvažované úseky dlouhé resp. jaký mají průřez, v tabulce 3.8 a 3.9 jsou uvedeny vlastnosti úseků, pro které se vypočítávají hodnoty koncentrací a korekčních členů.

Hodnoty koncentrace uvažovaných škodlivin jsou vypočítávány v každém kroku v závislosti na aktuální hodnotě proměnných parametrů - dopravní intenzitě, rychlosti proudění, dle předpisu (2.25).

Konečné hodnoty odhadované opacity zobrazuje graf 3.10. Všimněme si, že je zachycen modelovaný průběh uvažujeme-li všechny tuhé částice - PM (modrá barva), ale také pokud uvažujeme jenom částice do velikosti 10  $\mu\text{m}$  - PM10 (zelená barva). Červeně je pak znázorněn průběh PM+SD, kde bereme v potaz i sekundární prašnost [13].

Výsledek modelovaného průběhu a jeho kompenzace pro úsek s výjezdovou rampou podle fiktivních reálných dat zobrazuje obrázek 3.11 a 3.12, kde je zachycena předpokládaná situace v příjezdové a výjezdové části, tedy části jedna a tři pro koncentrace CO. Obrázek 3.13 popisuje odhadovanou situaci na výjezdové rampě pro koncentrace škodlivin  $\text{NO}_x$ . Všimněme si těchto čtyř průběhů podrobněji. Data reprezentovaná žlutou čarou zobrazují hodnoty přesně tak, jak



Obrázek 3.10: Odhadované hodnoty opacit na základě modelu zplodin.

byla v tunelu naměřena. Jsou to tedy tzv. čistá data bez jakékoliv filtrace. Modrý průběh jsou data již filtrovaná klouzavým průměrem s nastaveným filtrovacím oknem na 45 vzorků. Červeně jsou znázorněny hodnoty, které poskytuje námi navržený model koncentrace škodlivin. A konečně, výsledek celkové kompenzace zachycuje černý průběh.

Kompenzační konstanty pro zachycenou situaci jsou následující:

$$\begin{array}{ll}
 Kp_1 & = 0,05 & PKp_1 & = 0,2, \\
 Kp_3 & = 0,32 & PKp_3 & = 0,7, \\
 KpN_2 & = 0,5 & PKpN_2 & = 0,5,
 \end{array}$$

kde:

$Kp_1$  je kompenzační konstanta v úseku 1 pro výpočet CO,

$Kp_3$  je kompenzační konstanta v úseku 3 pro výpočet CO,

$PKp_1$  je post-kompenzační konstanta v úseku 1 pro výpočet CO,

$PKp_3$  je post-kompenzační konstanta v úseku 3 pro výpočet CO,

$KpN_2$  je kompenzační konstanta v úseku 2 pro výpočet NO<sub>x</sub>,

$PKpN_2$  je post-kompenzační konstanta v úseku 2 pro výpočet NO<sub>x</sub>.

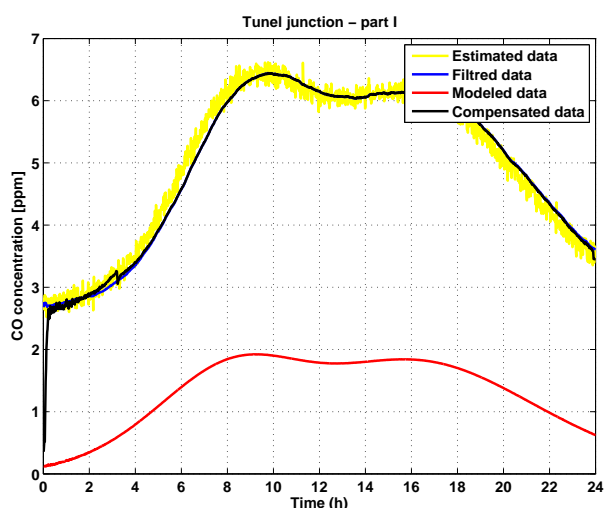
Pro reprezentaci kvality kompenzace emisního modelu použijeme Mean square error dle definičního vzorce (3.11). Konkrétní hodnoty parametru MSE pro průběhy z obrázků 3.11, 3.12 a 3.13 udává následující tabulka 3.10. Mějme na paměti, že poslední řádek tabulky se vztahuje na výpočet koncentrace NO<sub>x</sub> v části tunelu s výjezdovou rampou.

Část	MSE - Kompenzovaný model	MSE - Nekompenzovaný model
1	0,02	14,01
3	0,03	29,96
2	0,04	0,91

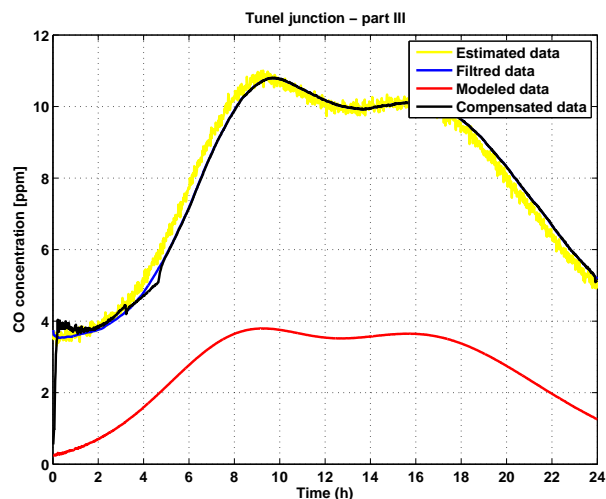
Tabulka 3.10: MSE pro kompenzovaný a nekompenzovaný model koncentrace škodlivin.

Velmi nízké hodnoty MSE pro kompenzovaný model zplodin udávající tabulka 3.10, dokládají to, že kompenzovaný model výpočtu koncentrací škodlivin pomocí výše zmíněných metod 3.3.1 a 3.3.2 dosahuje výrazně přijatelnějších výsledků než matematický model, u kterého nebylo provedeno jakékoliv zpřesnění.

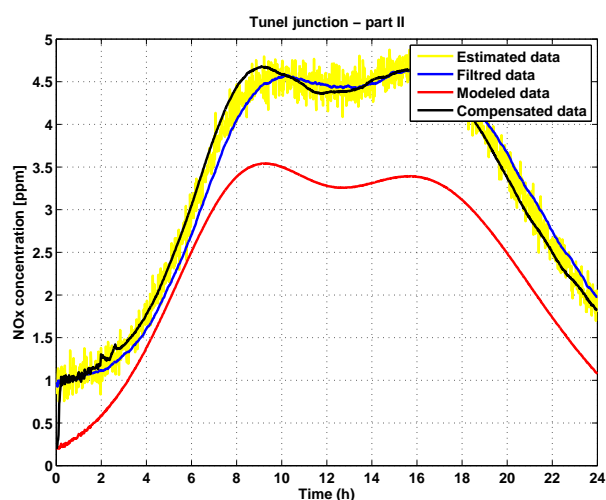
Na sérii grafů 3.11, 3.12, 3.13 a 3.14, která demonstruje výsledky matematického modelu koncentrací škodlivin a algoritmů zpřesňování pro generovaná data představující reálné hodnoty dané veličiny vidíme čtyři průběhy. Fiktivní generovaná data, která reprezentují reálné naměřené hodnoty dané veličiny (žlutý signál) jsou zatížena šumem, a proto byla dále filtrovaná klouzavým průměrem (modrý průběh). Červeně jsou znázorněny hodnoty, které poskytuje zjednodušený matematický model koncentrací škodlivin. A konečně čtvrtý průběh, který je zachycen černou barvou, udává hodnoty již kompenzovaného matematického modelu, který byl zpřesňován pre-kompenzační a post-kompenzační metodou.



Obrázek 3.11: Porovnání kompenzovaného a nekompenzovaného modelu koncentrace škodlivin v sekci 1.

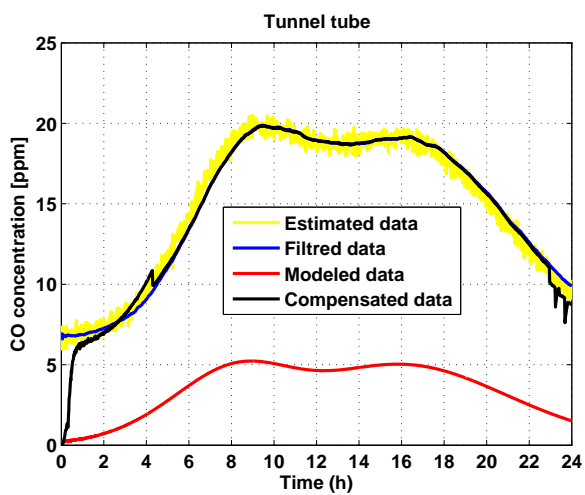


Obrázek 3.12: Porovnání kompenzovaného a nekompensovaného modelu koncentrace školicin v sekci 3.



Obrázek 3.13: Porovnání kompenzovaného a nekompensovaného modelu koncentrace škodlivin v sekci 2.

Výsledky procesu kompenzace výpočtu koncentrace polutantu CO pro tunel bez výjezdové rampy ukazuje graf 3.14. Všimněme si, že výsledky pro úsek s výjezdovou rampou a bez ní jsou výrazněji uspokojivější v porovnání s kompenzací rychlosti proudění, kde kompenzovaný model nedosahuje tak blízkých hodnot hodnotě kýžené.



Obrázek 3.14: Porovnání modelovaného a kompenzovaného průběhu škodlivin v úseku bez výjezdové rampy.





## OVĚŘENÍ NA REÁLNÝCH DATECH

V dosavadní práci jsme se zabývali pouze fiktivními vygenerovanými daty rychlosti proudění vzduchu a koncentrací škodlivin, proto se v této kapitole zaměříme pouze na demonstraci funkčnosti navržených metod zpřesňování matematických modelů na reálných naměřených datech. Konkrétně jsou použita data z tunelu Mrázovka na pražském Smíchově, tunelu Cholupice, který se nachází na Pražském okruhu mezi Lahovicemi a Cholupicemi a také z budovaného tunelového komplexu Blanka. První dva zmiňované tunely byly vybrány záměrně, neboť poskytují data přesně potřebná pro zkoumané situace. Cholupický tunel je dlouhý přibližně 2 km a neobsahuje žádnou křižovatku. Na druhou stranu, prvně zmiňovaný je prozatím před otevřením tunelu Blanka jediným tunelem v ČR, který obsahuje výjezdovou rampu. Proto jsou data z těchto dvou tunelů vhodná pro finální testování a ověření, jak se navržené metody mohou chovat v reálných případech. Tunel Blanka, který se nachází v Praze a spojuje Střešovice s Trójou, je jeden z nejkomplikovanějších automobilových tunelů co se členitosti týče. Obsahuje více výjezdových a příjezdových ramp. Data, která jsou zde porovnávána, byla naměřena v úseku Trója - U Vorlíků.

Hodnoty parametru MSE pro situaci 1, 2 a 4 z tabulek 4.1 a 4.2 objektivně dokládají to, co lze zřetelně vidět z grafů 4.1, 4.2, 4.4 a to, že se modelovaný průběh koncentrací dané škodliviny výrazně liší od reálných naměřených dat v dané části tunelu, avšak aplikovaný algoritmus zpřesňování velmi rychlým ustálením v oblasti naměřených dat uspokojivě opravuje nepřesný model. Hodnoty parametru MSE pro zbylé zachycené situace z tabulek 4.1, 4.2 a 4.3 podtrhují schopnost kompenzačních metod eliminovat chyby a nedokonalosti matematických modelů a s dostatečnou přesností kopírovat reálná naměřená data.

## 4.1 Tunel Mrázovka

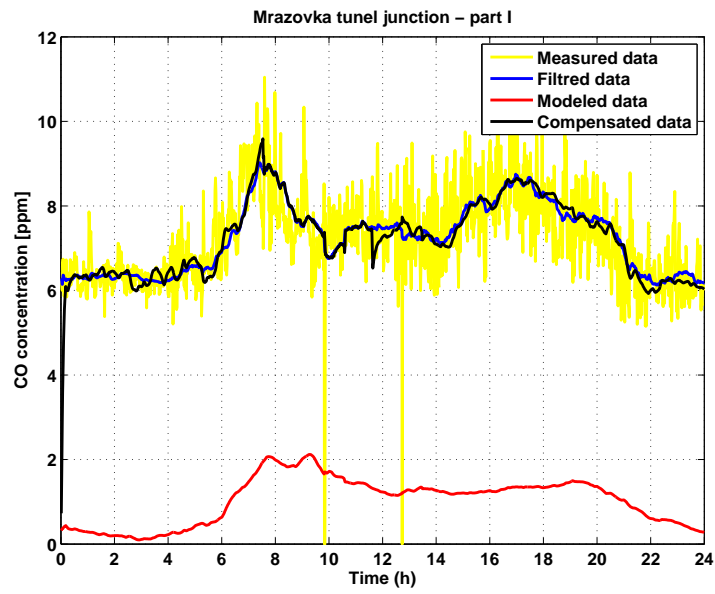
Pražský tunel Mrázovka obsahuje pouze jednu výjezdovou rampu v západním tunelovém tubusu a jednu příjezdovou rampu ve východním tunelovém tubusu. Situaci tunelu Mrázovka schematicky znázorňuje obrázek 2.5, kde délka části 1 je 800 m a průřez přibližně  $80 \text{ m}^2$ , délka výjezdové rampy (část 2) je 150 m a její průřez je  $61 \text{ m}^2$ , délka části 3 je přibližně 500 m s průřezem  $76 \text{ m}^2$ . Výsledky algoritmů zpřesňování modelu proudění vzduchu v tunelu a modelu výpočtu koncentrace pro reálná naměřená data z tunelu Mrázovka zachycují obrázky 4.1, 4.2 a 4.3. Na těchto grafech jsou zobrazeny koncentrace škodlivin  $\text{CO}$ ,  $\text{NO}_x$  a rychlost proudění vzduchu v závislosti na čase. Data byla získána prostřednictvím firmy SATRA, spol. s r.o. [21]. V každém grafu vidíme čtyři průběhy, kde žlutý signál reprezentuje měřenou veličinu přesně tak, jak byla naměřena senzory v tunelu, což dokládá přítomnost výrazného šumu, který je na první pohled viditelný. Měřená data jsou filtrovaná klouzavým průměrem o velikosti výpočetního okna 45 vzorků (modrý průběh). Červená čára udává hodnoty dané veličiny obdržené z matematického modelu, který nebyl dále žádným způsobem zpřesňován. A konečně, černý průběh reprezentuje data, která byla kompenzována užitím vhodného algoritmu zpřesňování.

V kapitole generování testovacích dat 3.1 bylo počítáno i s případnými chybami měření reálných dat a jak je vidět například z obrázku 4.1, takové situace opravdu nastávají, což dokládá výpadek měření (pokles žlutého průběhu na nulu) kolem desáté a třinácté hodiny.

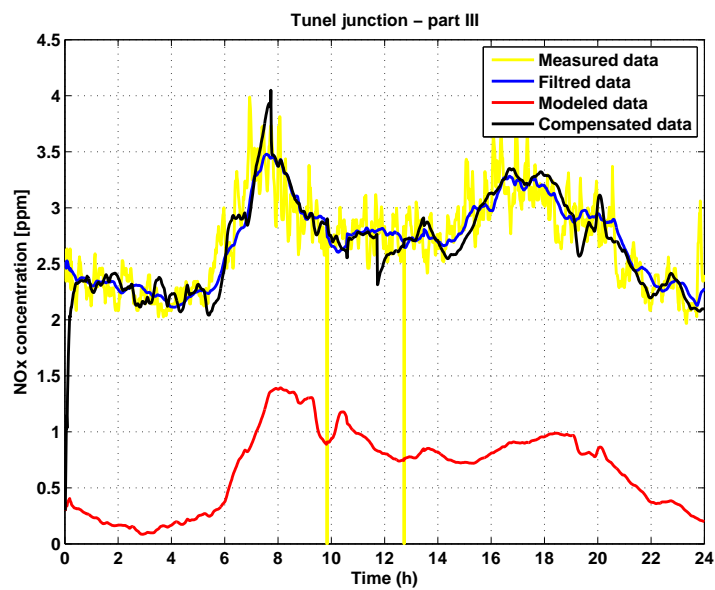
Situace	MSE - kompenzovaný model	MSE - nekompenzovaný model
1: Obrázek 4.1	0,081	38,7
2: Obrázek 4.2	0,027	4,15
3: Obrázek 4.3	0,23	0,35

Tabulka 4.1: MSE pro kompenzovaný a nekompenzovaný model koncentrace škodlivin a rychlosti proudění vzduchu v tunelu Mrázovka.

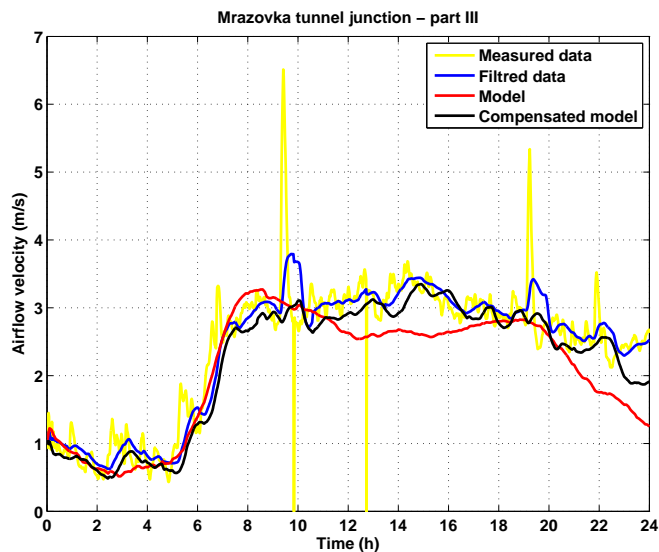
Na následujícím obrázku 4.1 a 4.2 si před osmou a dvanáctou hodinou lze povšimnout nežádoucích skokových změn, které jsou především způsobeny změnou použití metody zpřesňování koncentrace škodlivin. I přes tyto nedostatky implementované algoritmy dosahují uspokojivých výsledků.



Obrázek 4.1: Porovnání koncentrace CO v části 1 tunelu Mrázovka.



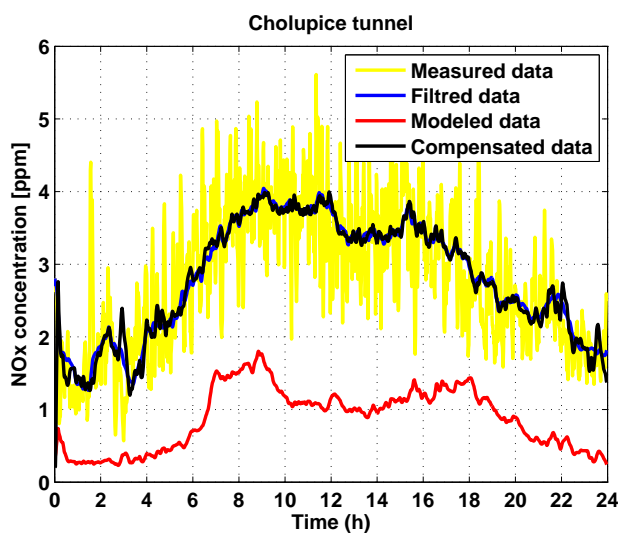
Obrázek 4.2: Porovnání koncentrace NO<sub>x</sub> v části 3 tunelu Mrázovka.



Obrázek 4.3: Porovnání rychlosti proudění v části 3 tunelu Mrázovka.

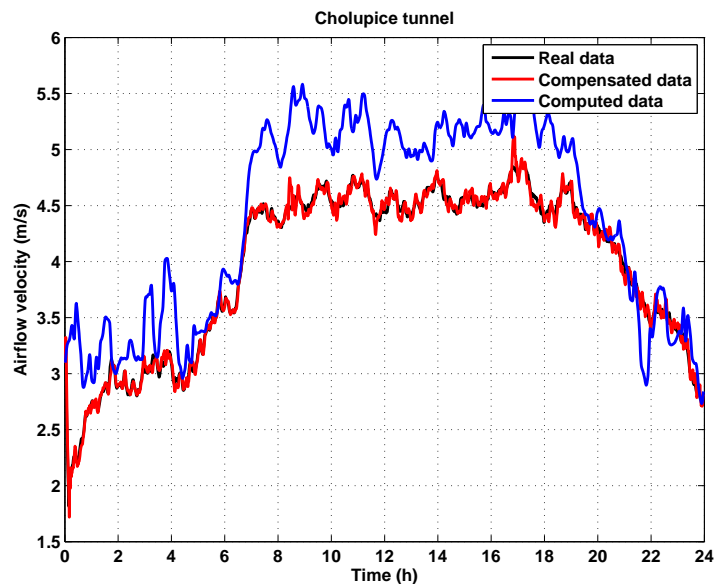
## 4.2 Tunel Cholupice

Tunel Cholupice neobsahuje žádnou výjezdovou ani vjezdovou rampu, a proto odpovídá schématickému obrázku 2.6 s délkou 2 km a průřezem přibližně  $90 \text{ m}^2$ . Na následujícím obrázku 4.4 jsou zobrazeny čtyři průběhy se stejným významem jako v předchozí části popisující výsledky pro data z tunelu Mrázovka 4.1.



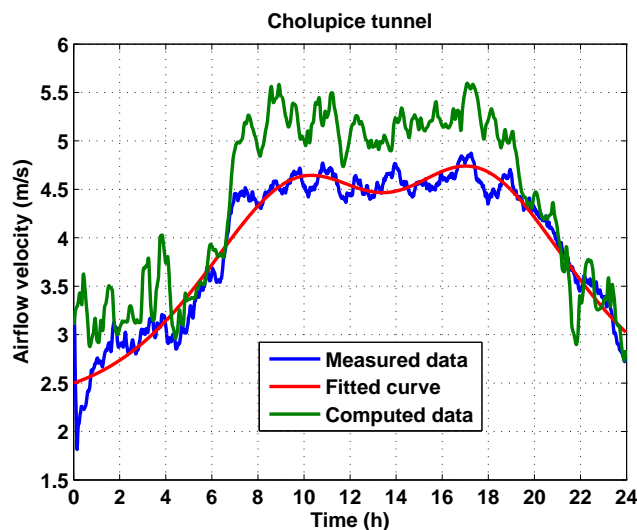
Obrázek 4.4: Porovnání koncentrace  $\text{NO}_x$  v tunelu Cholupice.

Na obrázku 4.5 je uveden časový vývoj naměřené rychlosti proudění v Cholupickém tunelu, kde je zřetelně vidět píستový efekt vozidel, kdy se zvyšující se intenzitou vozidel roste rychlost proudění v tunelu. Průběh zachycen černou barvou reprezentuje naměřenou rychlost proudění v tunelu. Hodnoty rychlosti proudění v tunelu Cholupice, které poskytuje matematický model zvýrazňuje signál modré barvy. Červená barva označuje průběh kompenzovaných hodnot za základě použití algoritmu zpřesňování, konkrétně kompenzační metody, viz kapitola 3.2.1, které uspokojivě kopírují naměřené hodnoty rychlosti proudění vzduchu v tunelu a dává najevo, že se dokáže vyrovnat i s rychlými změnami sledovaného průběhu, což lze pozorovat po celý zachycený časový úsek, zejména mezi čtvrtou a osmou hodinou ranní.



Obrázek 4.5: Porovnání rychlosti proudění v tunelu Cholupice.

Na následujícím grafu 4.6 vidíme výsledek metody proložení dat vhodnou funkcí 3.2.2 pro reálná naměřená data z tunelu Cholupice. Zelenou barvou jsou znázorněny hodnoty rychlosti proudění vzduchu, které poskytuje matematický model. Průběh, který má červenou barvu reprezentuje výslednou proloženou křivku reálnými naměřenými daty z tunelu, která jsou znázorněna modře. Proložená křivka reálnými naměřenými daty zřetelně ukazuje, že dostatečně kopíruje vývoj průběhu reálných dat rychlosti proudění vzduchu, avšak nedokáže pokrýt rychlé změny signálu v porovnání s kompenzační metodou, což můžeme vidět při nástupu ranní špičky i mezi desátou a patnáctou hodinou.



Obrázek 4.6: Porovnání rychlostí proudění v tunelu Cholupice.

Situace	MSE - kompenzovaný model	MSE - nekompenzovaný model
4: Obrázek 4.4	0,02	3,96
5: Obrázek 4.5	0,003	0,28
6: Obrázek 4.6	0,02	0,28

Tabulka 4.2: MSE pro kompenzovaný a nekompenzovaný model koncentrace škodlivin a rychlosti proudění vzduchu v tunelu Cholupice.

### 4.3 Tunel Blanka

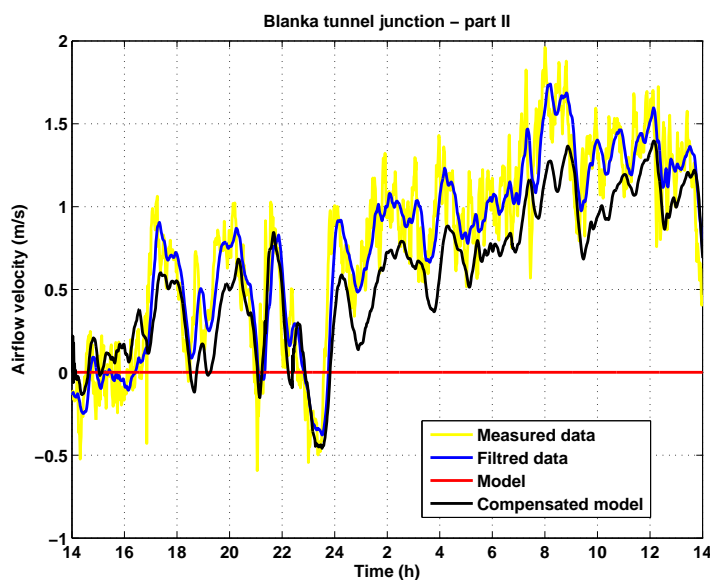
Tunel Blanka obsahuje několik paralelně napojených ramp, avšak pro účely porovnávání použijeme pouze data z úseku Trója – U Vorlíků, který lze schematicky zachytit obrázkem 2.5, kde část 1 je 2 920 m dlouhá s průřezem 80 m<sup>2</sup>, délka výjezdové rampy je 110 m a má 60 m<sup>2</sup> v průřezu, část 3 je 170 m dlouhá s průřezem 76 m<sup>2</sup>.

Reálné naměřené hodnoty z tunelu Blanka reprezentuje žlutý průběh v grafu 4.7, která byla filtrovaná použitím klouzavého průměru (modrá čára). Červený průběh, který má po celou dobu konstantní nulovou hodnotu, zachycuje hodnoty rychlosti proudění vzduchu v tunelu poskytované matematickým modelem. A konečně, černá čára udává data obdržena použitím metody zpřesňování 3.2.1.

Na situaci, kterou zachycuje graf 4.7, je nejlépe pozorovatelná chyba modelu. Jelikož v tunelu Blanka ještě nejezdí vozidla, hodnoty poskytované modelem proudění jsou nulové, avšak vlivem například počasí nebo různou nadmořskou výškou portálů dochází k jevu, že rychlost proudění dosahuje přibližně  $1,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , což znamená, že zde stále vane mírný vítr, ač by podle modelu neměl. Tento jev, který zjednodušený matematický model nedokáže popsat, eliminuje algoritmus zpřesňování matematického modelu, který byl v rámci bakalářské práce vyvinut. Jinými slovy, mezi 14 hodinou a jednou hodinou večerní se kompenzační metoda s tímto jevem dokáže dostatečně vyrovnat, avšak od 2 do 12 hodin kompenzované hodnoty již kopírují naměřená data s výraznější odchylkou, ovšem z celkového pohledu lze tvrdit, že kompenzované hodnoty matematického modelu rychlosti proudění jsou výrazně uspokojivější, než hodnoty, které poskytuje model bez jakékoliv kompenzace.

Situace	MSE - kompenzovaný model	MSE - nekompensovaný model
7: Obrázek 4.7	0,11	0,9

Tabulka 4.3: MSE pro kompenzovaný a nekompensovaný model rychlosti proudění vzduchu v tunelu Blanka.



Obrázek 4.7: Porovnání rychlosti proudění na výjezdové rampě tunelu Blanka.





## ZÁVĚR

Cílem této bakalářské práce bylo matematicky popsat fyzikální chování v tunelu s jednou výjezdovou rampou a v tunelu bez paralelně napojených ramp, konkrétně, vytvořit matematický model rychlosti proudění vzduchu a koncentrace škodlivin a následně vyvinout algoritmy zpřesňování těchto matematických modelů a ověřit jejich funkčnost na reálných naměřených datech. V rámci bakalářské práce se podařilo docílit všech zmiňovaných bodů a metody zpřesňování implementovat, kde největším přínosem této práce byl právě vývoj různých metod zpřesňování matematických modelů.

V průběhu testování metod zpřesňování na generovaných datech reprezentující reálné naměřené hodnoty dané veličiny bylo experimentálně zjištěno, že při použití pre-kompenzační a post-kompenzační metody pro zpřesňování modelu koncentrace škodlivin nastává opačná situace co se počtu hodnot, které zahrneme do výpočtu kompenzačního členu, týká, než u kompenzační metody pro rychlost proudění vzduchu, neboť při kompenzaci modelu koncentrací zplodin zahrnujeme do výpočtu korekčního členu všechny předcházející hodnoty, nikoliv jen určité množství, jak je tomu při výpočtu kompenzačního členu rychlosti proudění vzduchu. Dále bylo zjištěno, že největší výhodou kompenzační metody rychlosti proudění vzduchu a post-kompenzační metody koncentrací škodlivin je schopnost reagovat na rychlé změny signálu. Na druhou stranu, neschopnost rychle reagovat na změnu průběhu naměřených dat, je největší slabinou off-line identifikační metody proložení vhodnou křivkou, avšak hlavním úkolem této metody je vhodně vystihnout vývoj reálných naměřených dat.

Na základě výsledků porovnávání kompenzovaných hodnot dané veličiny s reálnými naměřenými daty jsme dospěli ke zjištění, že navržené algoritmy zpřesňo-

vání se dokáží uspokojivě vyrovnat s nepřesnostmi matematických modelů, avšak také obsahují určitou míru nedokonalostí. Změna mezi použitím pre-kompenzační a post-kompenzační metody způsobuje nežádoucí skokové změny ve výsledném průběhu kompenzovaného modelu koncentrace škodlivin, proto v rámci budoucí práce je potřeba tyto přechody dostatečně zjemnit nebo zcela eliminovat.

Během tvorby bakalářské práce jsem také poznal, že vytvořený matematický popis systému se může chovat i velmi rozdílně než reálný systém podložený naměřenými daty. Dále jsem si osvojil práci s reálnými daty, zejména eliminaci nežádoucích vlivů vzniklých při měření reálných dat – chybou odečtu (naměření nulové hodnoty nebo saturace signálu), šumem a také zpracování dat takovým způsobem, aby byla jednoduše použitelná pro konkrétní potřebu i vývojové prostředí.

## LITERATURA

- [1] Šulc J.: *Řízení ventilace tunelu Blanka*. Diplomová práce ČVUT FEL, květen 2012.
- [2] Šulc J., Ferkl L.: *Design of Fire Ventilation Control in the Blanka Tunnel*. Zagreb Underground, March 27-28, 2014, Zagreb, Croatia.
- [3] Šulc J.: *Online Parameter Identification of Ventilation Models*. PhD Thesis Proposal, February 2015, Prague.
- [4] PIARC: *Road Tunnels, Vehicle Emissions and Air Demand for Tunnel Ventilation*. Comit. des Tunnels routiers - Committe on Road Tunnels, 2003.
- [5] Sládek O., Kurka L., Ferkl L., Pořízek J., Šebek M.: *Dynamická simulace chování vzduchotechniky tunelu Blanka*. Praha.
- [6] Šulc J., Ferkl L.: *Větrání a klimatizace – Ventilation and Air-Conditioning*. Praha.
- [7] WOODS OF COLCHESTER LIMITED co.: *Woods Practical Guide to Fan Engineering*. Sixth impression, 1992.
- [8] Stránky firmy Honeywell [online]: *Energetická účinnost a otáčkové řízení pohony s frekvenčními měniči*. [cit. 2015-05-07] Dostupné na www: <http://www.honeywell.cz/home/Odb.clanky/FM.PDF>.
- [9] Stránky portálu TZB-info [online]: *Řízení otáček ventilátorů v klimatizační a chladírenské technice*. [cit. 2015-05-07] Dostupné na www: <http://vetrani.tzb-info.cz/vzduchotechnicka-zarizeni/>.
- [10] Hemzal, K.: Součinitel tření při proudění tekutin – komparace vztahů. *Vytápění, větrání, instalace*. Ročník 12, č. 1, Praha 2003.

- [11] Bring A., Malström, T.-G., and Boman, C.: *Simulation and Measurement of Road Tunnel Ventilation*. Tunnelling and Underground Space Technology, 1997.
- [12] Stránky informačního portálu automobilové techniky [online]: *Katalyzátor*. [cit. 2015-05-07]. Dostupné na www: <http://www.autolexicon.net/cs/articles/katalyzator/>
- [13] Ferkl, L.: *Simulation and Control of Ventilation in Tunnels*. Disertační práce, České vysoké učení technické v Praze, Únor 2007.
- [13] Archiv dokumentů společnosti Atem spol. s r.o.
- [14] Mathworks: Dokumentace k vývojovému prostředí MATLAB. Dostupné na: <http://www.mathworks.cz>
- [15] Stránky serveru TSK Praha [online]: Ročenky dopravy, Praha. [cit. 2015-05-07]. Dostupné na www: <http://www.tsk-praha.cz/static/webbooks/Rocenka2013CZ/index.html>
- [16] Stránky informačního portálu automobilové techniky [online]: *Emisní norma EURO*. [cit. 2015-05-07]. Dostupné na www: <http://www.autolexicon.net/cs/articles/emisni-norma-euro/>
- [17] Atem spol. s r.o. [online]. Program MEFA. [cit. 2015-05-07]. Dostupné na www: <http://www.atem.cz/mefa.html>
- [18] Meidger: Längslüftung von Autotunneln mit Strahlgebläsen. *Schweizerische Bauzeitung*. Ročník 82, č. 28, 1964.
- [19] Stránky serveru Wikipedia [online]: Metoda nejmenších čtverců. [cit. 2015-05-07]. Dostupné na www: <http://cs.wikipedia.org/>
- [20] Franklin F. G., Powel D. J., Emami-Naeini A.: *Feedback Control of Dynamic Systems*. 6 edition, October 2009.
- [21] Datový archiv firmy Satra, spol. s r.o.