



**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE**

---

**Fakulta elektrotechnická  
Katedra elektromagnetického pole**

**Využití kombinace GNSS pro určování polohy**  
**Use of GNSS combination for position determination**

Diplomová práce

Studijní program: Komunikace, multimédia a elektronika

Studijní obor: Bezdrátové komunikace

Vedoucí práce: Ing. Pavel Puričer

**Bc. Jan Grajciar**

---

Praha 2015

## **Čestné prohlášení**

Prohlašuji, že jsem zadanou diplomovou prací zpracoval sám s přispěním vedoucího práce a používal jsem pouze literaturu v práci uvedenou. Dále prohlašuji, že nemám námitek proti půjčování nebo zveřejňování mé diplomové práce nebo její části se souhlasem katedry.

Datum: 11. 5. 2015

.....

Podpis

## **Poděkování**

Rád bych touto cestou poděkoval svému vedoucímu diplomové práce Ing. Pavlu Puričerovi za jeho rady, připomínky a odbornou pomoc v oblasti globálních družicových navigačních systémů.

České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta elektrotechnická

katedra elektromagnetického pole

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student: **Bc. Grajciar Jan**

Studijní program: Komunikace, multimédia a elektronika  
Obor: Bezdrátové komunikace

Název tématu: **Využití kombinace GNSS pro určování polohy**

Pokyny pro vypracování:

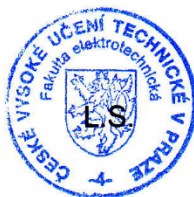
Prostudujte parametry a data družicových navigačních systémů GNSS. Zaměřte se na části věnované PVT algoritmu. Na základě tohoto studia proveďte analýzu možné kombinace GNSS (se zaměřením na GPS a GLONASS) pro určení polohy. Proveďte specifikaci a návrh nutných kroků a algoritmů pro určení polohy za současného využití více systémů. Tyto algoritmy vhodně demonstруйте simulacemi nebo na reálných datech.

Seznam odborné literatury:

- [1] Kaplan, E.D. - Hegarty, Ch.: Understanding GPS: Principles and Applications. 2nd ed., 2005. London: Artech House, (c)2005. ISBN 1580538940.
- [2] Misra, P. – Enge, P.: Global Positioning System: Signals, Measurements, and Performance. 2nd ed., 2010. Ganga-Jamuna Press, (c)2010. ISBN 0970954425.

Vedoucí: Ing. Pavel Puričer

Platnost zadání: LS 2015/2016



Prof. Ing. Pavel Pechač, Ph.D.  
vedoucí katedry

prof. Ing. Pavel Ripka, CSc.  
děkan

V Praze dne 22. 1. 2015

**Anotace:**

Diplomová práce se zabývá využitím kombinace družicových navigačních systému. V tomto případě se jedná o kombinaci systémů GPS a GLONASS. V prvních kapitolách jsou popsána základní fakta o družicových navigačních systémech, na která následně navazují kapitoly popisující výpočty drah družic z parametrů navigačních zpráv, výpočet polohy uživatele, transformační vztahy mezi souřadnými systémy a popis parametrů kvality určení polohy. Na základě těchto teoretických znalostí vytváříme soubor funkcí v prostředí MATLAB, který využijeme k sestavení simulací a ověření našich předpokladů.

**Klíčová slova:** družicové navigační systémy, GNSS, GPS, GLONASS, poloha uživatele, metoda nejmenších čtverců, přímá metoda, transformace souřadnic, RINEX, kombinace, WGS-84, PZ-90, PZ-90.02, GNSS, DOP, MATLAB

**Summary:**

This diploma thesis deals with the aspects of a combination of the GNSS for navigation. In this case it is the combination of GPS and GLONASS. The first part of the thesis deals with the description of basic facts about satellite navigation systems. The second part is focused on coordinates computation from the parameters of the navigation message, coordinates transformation, computation of users location, description of the dilution of precision. On the basis of the theoretical knowledge from the previous parts we made a set of MATLAB functions, which we used for assembling of simulations and verification of our assumptions.

**Index Terms:** satellite navigation system, GNSS, GPS, GLONASS, user location, method of least squares, direct method, coordinates transformation, RINEX, combination, WGS84, PZ-90, PZ-90.02, GNSS, DOP, MATLAB

# Obsah

1	Úvod.....	1
2	Určování polohy.....	2
3	Družicová navigace.....	4
4	Principy určování polohy a navigace pomocí družic.....	6
4.1	Dopplerovská metoda.....	6
4.2	Dálkoměrná metoda.....	7
5	Globální družicové navigační systémy.....	10
5.1	Obecná struktura.....	10
5.1.1	Kosmický segment.....	10
5.1.2	Řídící segment.....	10
5.1.3	Uživatelský segment.....	11
5.2	Principy měření.....	11
5.2.1	Kódové měření.....	11
5.2.2	Fázové měření.....	11
5.2.3	Dopplerovské měření.....	11
5.3	Global Positioning System.....	12
5.3.1	Struktura systému GPS.....	12
5.3.2	Signály vysílané družicemi GPS.....	13
5.3.3	Navigační zpráva.....	14
5.3.4	Souřadnicový systém.....	15
5.3.5	GPS time.....	16
5.3.6	Výpočet polohy družice.....	16
5.4	GLObalnaja NAvigacionnaja Sputnikovovaja Sistěma.....	21
5.4.1	Struktura systému GLONASS.....	21
5.4.2	Signály vysílané družicemi GLONASS.....	21
5.4.3	Navigační zpráva.....	22
5.4.4	Souřadnicový systém.....	22
5.4.5	GLONASS time.....	23
5.4.6	Výpočet polohy družice.....	24
5.5	Výpočet polohy uživatele.....	26
5.5.1	Přímý výpočet.....	26
5.5.2	Iterativní metoda nejmenších čtverců.....	28
5.6	Zeměpisné souřadnice.....	29

5.6.1	Přepočítání zeměpisných souřadnic na pravouhlé .....	29
5.6.2	Přepočítání pravouhlých souřadnic na zeměpisné geodetické .....	30
5.7	Přesnost a faktory, které ji ovlivňují.....	32
5.7.1	Dilution of Precision.....	33
6	RINEX standard pro předávání dat .....	36
6.1	Základní struktura.....	36
6.2	Navigační soubor.....	36
6.3	Pozorovací soubor.....	38
7	GNSS MATLAB toolbox .....	40
7.1	Výpočet polohy družice GPS a GLONASS v čase vyslání .....	40
7.2	Výpočet polohy uživatele.....	41
7.3	Parametry DOP.....	42
7.4	Chyba měření v lokálních souřadnicích ENU .....	42
8	Grafické výstupy.....	44
9	Závěr .....	48
10	Literatura .....	50
11	Příloha.....	52
11.1	Definice parametrů GPS.....	52
11.2	Definice parametrů GLONASS .....	53
11.3	Metoda Runge-Kutta 4.řádu.....	54
11.4	Popis funkcí v MATLABu .....	58
11.4.1	Funkce načtení souborů RINEX .....	58
11.4.2	Poloha družice.....	64
11.4.3	Poloha uživatele.....	70
11.4.4	Parametry kvality určení polohy .....	72
11.4.5	Ostatní funkce.....	75
11.5	Obsah příloženého CD .....	81

## Seznam obrázků

Obr. 4.1 Princip dopplerovské metody určování polohy [2].....	7
Obr. 4.2 Princip dálkoměrné metody [2] .....	8
Obr. 4.3 Princip měření doby $\tau_{di}$ [2] .....	9
Obr. 5.1 Signály vysílané družicemi GPS [3] .....	13
Obr. 5.2 Struktura navigační zprávy [2].....	15
Obr. 5.3 Eliptické dráhy [2].....	17
Obr. 5.4 Vztah mezi souřadnou soustavou orbitální roviny a souřadnou soustavou pevně spojenou se zemí [2] .....	20
Obr. 5.5 Princip určení zpoždění [2] .....	26
Obr. 5.6 Zeměpisné souřadnice [2].....	29
Obr. 5.7 Průsečík kulových ploch s chybou měření [1] .....	35
Obr. 6.1 Ukázka souboru RINEX s navigační zprávou GPS.....	37
Obr. 6.2 Ukázka souboru RINEX s navigační zprávou GLONASS .....	38
Obr. 6.3 Ukázka souboru RINEX s pozorovacími daty pro GLONASS a GPS.....	39
Obr. 7.1 Diagram skriptu výpočtu polohy družice.....	40
Obr. 7.2 Diagram skriptu výpočtu polohy uživatele .....	41
Obr. 7.3 Diagram skriptu výpočtu činitelů DOP .....	42
Obr. 7.4 Diagram skriptu výpočtu lokálních souřadnic ENU .....	43
Obr. 8.1 Poloha uživatele, družic GPS a GLONASS v čase 0:00 dne 11. 10. 2012.....	44
Obr. 8.2 Počet družic v průběhu měření .....	44
Obr. 8.3 Činitelé DOP v průběhu měření .....	45
Obr. 8.4 Průběh chyby určení polohy v lokálních souřadnicích ENU.....	46
Obr. 8.5 Průběh chyby určení polohy v lokálních souřadnicích ENU.....	46
Obr. 11.1 Místní souřadná soustava [2].....	73

## Seznam tabulek

Tab. 6.1 Rozložení parametrů v hlavičce navigačního souboru RINEX pro GPS (vlevo) a GLONASS (vpravo) .....	36
Tab. 6.2 Rozložení parametrů v navigačním souboru RINEX pro GPS.....	37
Tab. 6.3 Rozložení parametrů v navigačním souboru RINEX pro GLONASS .....	37
Tab. 6.4 Rozložení parametrů v pozorovacím souboru RINEX pro GLONASS a GPS....	38



# 1 Úvod

Hlavní náplní této diplomové práce je především zodpovědět otázku, zdali má vůbec nějaký význam se zabírat problematikou kombinace globálních navigačních družicových systémů. Pokud dojdeme k závěru, že tato otázka má význam, rádi bychom prezentovali dosažených výsledků, na základě kterých jsme o tom rozhodli.

Nezbytnou součástí práce bylo se na počátku seznámit s vybranými systémy, tedy prostudovat obecné základy, parametry, algoritmy atd., abychom na základě těchto znalostí mohli vypočítat polohy družic, uživatele, následně systémy kombinovat a posoudit výsledné hodnoty.

Takovýmto způsobem jako jsme si ve zkratce popsali postup v předešlém odstavci, tak takovýmto způsobem je i sepsána diplomová práce. V prvních kapitolách se obeznámíme se začátky navigace, určování polohy, historie GNSS až po algoritmy, na kterých jsou tyto systémy založeny. Ve zbylých kapitolách si popíšeme, z větší části implementace teoretických znalostí do funkcí prostředí MATLAB, ze kterých jsme pak následně sestavovali simulace. Jednu z kapitol jsme také věnovali RINEXu, standardu pro předávání informací, ze kterého jsme čerpali informace zaznamenané monitorovací stanicí K13137 ČVUT FEL.

V rámci diplomové práce byl tedy naprogramován soubor funkcí, který lze používat jako MATLABovský toolbox a sami se můžete přesvědčit o našich závěrech na vámi vybraných datech. Pro zhodnocení kombinace systému GPS a GLONASS jsme využili činitelů zhoršení přesnosti DOP a výpočet chyby určení polohy v lokálních souřadnicích ENU. Výstupem práce jsou řádně okomentované grafy průběhů těchto parametrů, ze kterých jsou zřejmé naše závěry.

## 2 Určování polohy

Určování polohy označujeme jako proces stanovení polohy bodů v prostoru. Poloha bodů je ve většině případů vyjadřována pomocí souřadnic ve zvoleném souřadnicovém systému. Nezbytnou součástí určení hodnoty těchto bodů, je měření. Měření lze provádět přímým nebo nepřímým způsobem. Při přímém měření se poloha určuje přímým změřením například vzdálenosti podél vodního toku, železnice, silnice atd. Určení polohy bodu v rovině je velice obtížné, běžné postupy k dispozici nejsou. Druhý způsob měření určuje polohu na základě vyhodnocení měření jiných veličin než samotných souřadnic. Nejběžnějšími metodami jsou úhломěrná, dálkoměrná nebo kombinace obou předešlých metod. Podrobný popis metod je uveden v [1].

Prvopočátky určování polohy bychom hledali hluboko v naší historii, kdy lidé začali pociťovat potřebu cestování z místa na místo a uskutečněné cesty zaznamenávat. V počátcích pouze v dvourozměrném prostoru a postupně s rozvojem letectví i v prostoru třírozměrném. S určováním polohy je také spojen termín navigace, který se skládá z několika úkonů a to z určení polohy a následného porovnávání s plánem trasy.

Navigace hrála významnou roli v rozvoji civilizace, když se lidé začali pohybovat prostřednictvím lodí, které využívali pro přepravu zboží i lidí a to na velké vzdálenosti. První plavby byly ve většině případů podél pobřeží, tak aby se mohli námořníci orientovat podle vyznačených bodů při pobřeží. Vzhledem k viditelnosti orientačních bodů musely být plavby prováděny pouze přes den a za dobrého počasí. Jakmile se ale námořníci odpoutali od pobřeží, potřebovali jiné orientační body, podle kterých by byli schopni určovat polohu. Vcelku přirozeně se těmito body staly hvězdy. Jejich pozorováním byli námořníci schopni určit zeměpisnou šířku, na niž se nacházeli. Určování zeměpisné délky bylo po mnohá století problematické, obvykle se využívalo velmi jednoduchého postupu, vycházejícího ze znalosti směru, rychlosti a doby plavby. Tato primitivní navigace byla založena na záznamu uražené vzdálenosti od poslední známé polohy. Významným pokrokem v navigaci bylo vynalezení námořnického kompasu ve třináctém století, který bychom mohli označit za první pokus o magnetický kompas. Dále následovala olovnice, která sloužila pro měření hloubky moře. S rostoucí počtem a různorodostí námořních cest si začali námořníci uvědomovat, že ústní předávání znalostí z vykonaných cest již není dostačující a začali hledat, jak by graficky zaznamenali cesty. Postupně tedy začaly vznikat námořní mapy, které zachycovaly pouze obrysy pobřeží. Těmto mapám by se po umělecké stránce nedalo nic vytknout, ale po stránce navigační by se svou přesností vůbec neobstály. Námořníci v té době využívali k navigaci

předchůdce sextantu tzv. astroláb, který sloužil k měření úhlu ke Slunci respektive hvězd nad obzorem a k následnému určování zeměpisné šířky, na niž se naházel pozorovatel. Vzhledem k nutnosti obsluhy dvěma muži a své neohrabanosti nebyl astroláb příliš vhodný pro měření na palubě kymácejících se lodí, ale při objevu neznámé pevniny byl vhodnou pomůckou pro přibližné určení její zeměpisné šířky. Významného pokroku bylo zaznamenáno až v 16. století zavedením zařízení zvaného chip log. Jednalo se o velmi primitivní věc pro měření rychlosti. Byl to pouze provaz opatřený uzly a zakončený zátěží, která kladla odpor vůči směru pohybu ve vodě při vyhození z lodí. Námořníci počítali uzly, které se odvinuly za určitý časový okamžik. Další zpřesnění přineslo Mercatorovo zobrazení, první přesné zobrazení zemské sféry do plochy, gyroskopický kompas, který není ovlivňován deklinací a vždy ukazuje k zeměpisnému severu. [1]

### 3 Družicová navigace

Počátek dvacátého století lze označit za další etapu v rozvoji navigace a určování polohy. Začalo se využívat Marconiho poznatků o přenosech informací prostřednictvím rádiových vln, které byly v začátcích využity k vybudování sítě radiomajáku. Každý z radiomajáků vysílal domluvený signál, pomocí směrových antén a známé polohy radiomajáku bylo možné určit polohu. Vzhledem k tomu že k měření byly používány antény s nepříliš dobrými směrovými vlastnostmi, na kterých byl založený celý princip měření, docházelo s rostoucí vzdáleností ke zvyšování chyby určení polohy.

Marconiho poznatků se dále využilo v roce 1935 při konstrukci prvního použitelného radaru pro lokalizaci objektů nacházejících se i za horizontem, nicméně jeho dosah byl přeci jen omezený. Umožňoval určovat vzdálenost, rychlost, směr pohybu a polohu. Byl použitelný také jako aktivní prvek především při snížené viditelnosti v noci, za mlhy či bouře. Vlastností radaru se využilo ke konstrukci nových radiomajáků, v nichž bylo určování polohy založeno dříve pouze na určení úhlu příchodu signálu, ke kterému po modernizaci přibylo i měření času.

Na počátku čtyřicátých let byl ve spojených státech vyvinut radionavigační systém Loran, který byl založen na vysílání pulzního rádiového signálu ze stanic. Na základě měření časových rozdílů mezi příchody signálů z různých stanic. Jeho provoz je však velmi nákladný, a proto se uvažovalo i o jeho postupném vyřazení z provozu a nahrazením moderním navigačním systémem. Nicméně se časem ukázalo, že i moderní navigační systémy jsou zranitelné a potřebují záložní systémy.

V šedesátých letech se začalo pracovat na navigačních systémech, které by byly schopny určit polohu kdekoli na Zemi. Na systémy byly kladeny vysoké nároky, musely být nezávislé na počasí, ročním období, poloze a atd. Již delší dobu, od vypuštění první umělé družice Sputnik jedna, se uvažovalo o přesunutí radiomajáků z povrchu Země na oběžnou dráhu. Po zkušenostech s rádiovou komunikací se Sputnikem vědci došli k zjištění, že s využitím Dopplerova posunu signálu z družice a známé polohy přijímače lze určit oběžnou dráhu družice, což vedlo i k zjištění inverzní funkce, tedy určení polohy přijímače ze známé oběžné dráhy družice. Prvním navigačním družicovým systémem využívající těchto poznatků byl americký systém Transit, který byl zkonstruován počátkem šedesátých let dvacátého století ve spojených státech americkým ministerstvem obrany. Systém měřil Dopplerův

posun na dvou nosných frekvencích vysílaných družicí a byl schopen určit polohu uživatele s přesností 0,8 kilometru.

System Transit odstartoval vývoj družicových navigačních systému. Po něm v roce 1973 začalo ministerstvo obrany USA pracovat na novém systému, založeném na principu měření vzdáleností přijímače k minimálně čtyřem družicím, což umožňovalo určení polohy, rychlosti a času v místě měření tedy v třírozměrném prostoru. System GPS umožňoval měření kdekoliv a kdykoliv na Zemi, za jakéhokoli počasí. Takto funkční systém mohl být použit i k letecké navigaci. Vytvoření tohoto systému rovněž vedlo k vybudování obdobných systémů Ruskem tehdeším Sovětským svazem GLONASS, pokusům Evropské unie o vytvoření systému Galileo a čínského prozatím regionálního systému Beidou.

## 4 Principy určování polohy a navigace pomocí družic

Určování polohy a navigace je založeno na různých fyzikálních principech. Většina rádiových navigačních systémů je tvořena sítí vysílačů a uživatelským zařízením přijímačem, které na základně zpracování a vyhodnocení přijatých dat určuje aktuální polohu uživatele.

Družicové navigační systémy se řadí svým pokrytím mezi globální navigační systémy, jsou tedy schopny s určitým počtem družic umožnit uživateli určit svou polohu kdekoli na Zemi a to bez ohledu na čas či počasí.

Při určování polohy se využívá následujících metod:

1. metoda dopplerovská
2. metoda úhломěrná
3. metoda interferometrická
4. metoda založená na měření fáze
5. metoda dálkoměrná

Dále si blíže popíšeme pouze dvě výše uvedené metody a to metodu dálkoměrnou a dopplerovskou, jedná se o dvě nejvýznamnější metody v určování polohy pomocí družicových systémů. Dopplerovská metoda byla použita již u prvního družicového systému Transit.

### 4.1 Dopplerovská metoda

Družice se pohybují po oběžných drahách a vysílají signál o stabilní frekvenci  $f_v$ . V signálu se periodicky opakuje časová značka. Přijímaný signál je v důsledku Dopplerova jevu pozměněn na frekvenci  $f_p$ , která se s původní frekvencí  $f_v$  neshoduje. Přijímaný signál je směřován s místním oscilátorem o frekvenci  $f_o$ . Výsledný signál má tedy frekvenci  $f_o - f_p$ . Čítač v přijímači počítá počet period  $N_i$ , tedy počet přijatých časových značek. Pokud se vzdálenost mezi družicí a přijímačem nemění, bude počet period

$$N_i = T(f_o - f_p), \text{ kde} \quad (4.1)$$

$T$  je časový interval mezi značkami  $t_{i+1} - t_i$ . Ve většině případů nás však zajímá situace, kdy se vzdálenost mění v průběhu periody. Časová značka je uživatelem přijata v okamžiku  $t_i + \Delta_i$ , kde  $\Delta_i$  odpovídá  $d_i/c$ , což je doba za kterou signál urazil vzdálenost mezi uživatelem a přijímačem. Čítač měří změnu fáze signálu mezi dvěma časovými značkami, měří tedy

$$N_i = \int_{t_i + \Delta_i}^{t_{i+1} + \Delta_{i+1}} (f_o - f_p) dt = T f_o + (d_{i+1} - d_i) \frac{f_o}{c} - T f_v \quad (4.2)$$

Vycházeli jsme přitom z toho, že počet period signálu vyslaného mezi dvěma časovými značkami je roven počtu period signálu přijatého mezi dvěma značkami, tedy

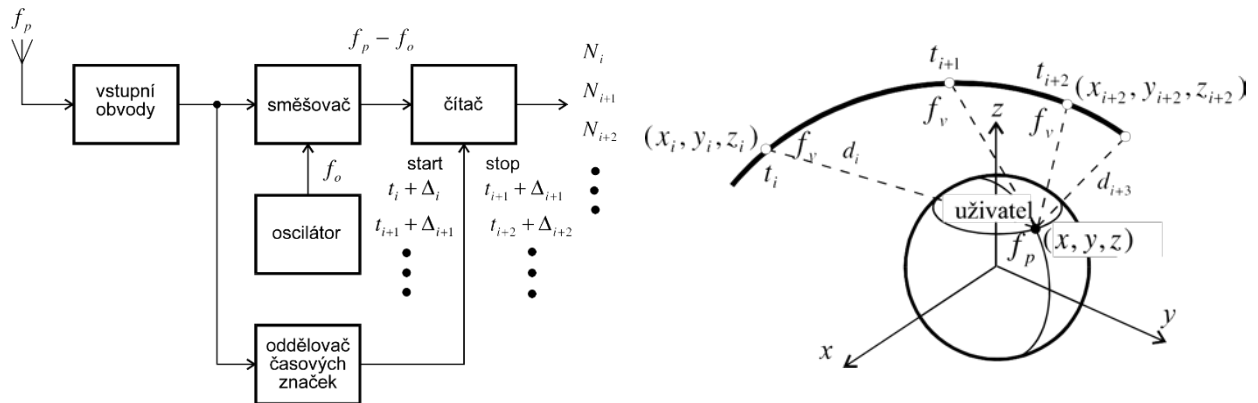
$$f_v(t_{i+1} - t_i) = f_p[t_{i+1} + \Delta_{i+1} - (t_i + \Delta_i)] = f_v T \quad (4.3)$$

Pokud označíme  $F = f_o - f_v$ , souřadnice družice v okamžiku  $t_i$  jako  $x_i, y_i$  a  $z_i$  a souřadnice přijímače jako  $x, y$  a  $z$ , dostaneme výraz

$$N_i = T F + \frac{f_o}{c} \left[ \sqrt{(x_{i+1} - x)^2 + (y_{i+1} - y)^2 + (z_{i+1} - z)^2} - \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} \right] \quad (4.4)$$

Nezbytnou součástí řešení je použít tento postup minimálně třikrát. Zaprvé provedeme tři měření  $N_i, N_{i+1}, N_{i+2}$  a pokud známe souřadnice družice v časových okamžicích, kdy byl vyslán signál  $t_i, t_{i+1}$  a  $t_{i+2}$ , zredukuje se řešení pouze do vyřešení soustavy o třech neznámých.

[2]



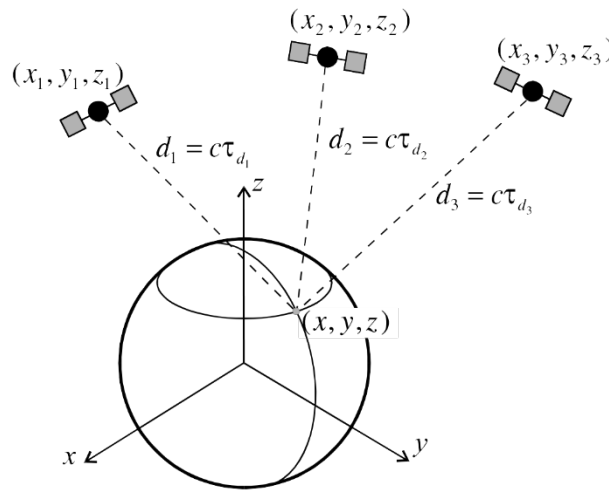
Obr. 4.1 Princip dopplerovské metody určování polohy [2]

## 4.2 Dálkoměrná metoda

Systémy jsou založeny na určování vzdálenosti mezi uživatelem a jednotlivými družicemi. Tato vzdálenost  $d_i$  se měří nepřímou, její hodnota se vypočítá z měření doby  $\tau_{d_i}$ , za kterou signál vyslaný z družice dorazí k přijímači, a proto se také někdy setkáme s označením pseudovzdálenost. Určení polohy uživatele převedeme na řešení soustavy o třech neznámých.

$$\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} = \tau_{d_i} c \quad (4.5)$$

Dálkoměrné systémy můžeme rozdělit na dva typy aktivní a pasivní. Aktivní systém pracuje na principu dotaz - odpověď. Uživatel je vybaven tzv. odpovídačem. Řídící stanice prostřednictvím družice pošle uživateli dotaz a odpovídač následně dotaz zodpoví. Řídící stanice vyhodnotí zpoždění a na tomto základu vypočte polohu uživatele. Nevýhodou tohoto systému je možné přetížení při zvýšení počtu uživatelů v systému. Druhým typem je systém pasivní. Družice vysílá periodicky se opakující signál a přijímač jej přijímá. Na základě zpoždění určíme vzdálenost uživatele k družici. Z polohy družice a vzdálenosti uživatele od družic jsme schopni vypočítat polohu uživatele. [2]



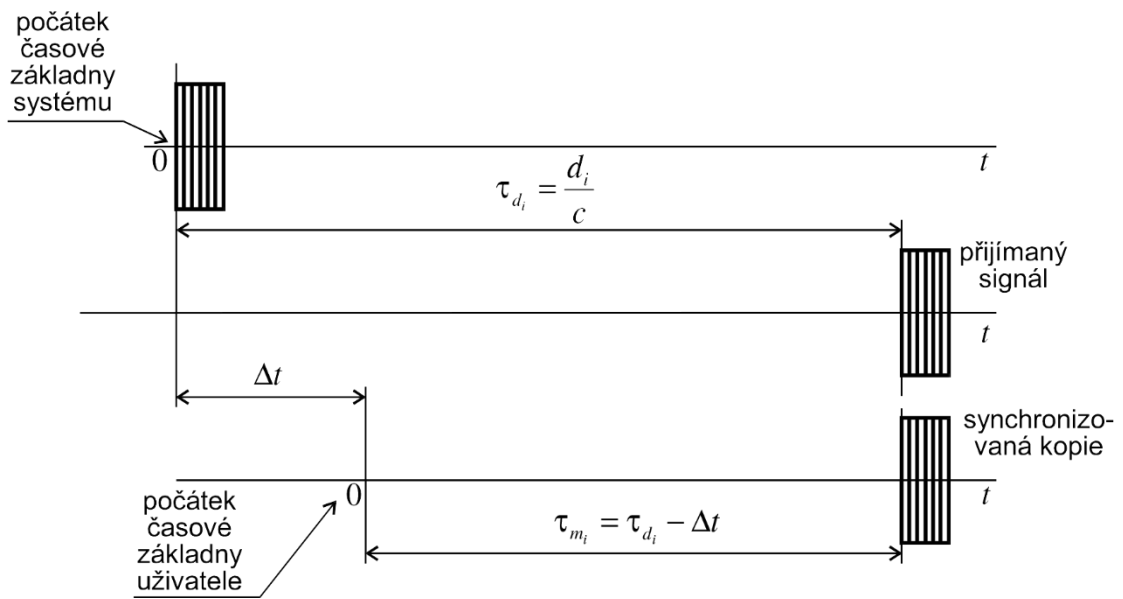
Obr. 4.2 Princip dálkoměrné metody [2]

Pro určení času je zadáno několik podmínek. Časová základna uživatele musí být synchronní s navigačním systémem. Základna je však posunuta o neznámý časový interval  $\Delta t$ , který musí být zohledněn při výpočtu polohy. Z rovnice o třech neznámých nám vznikla rovnice o čtyřech neznámých, a tím pádem je zapotřebí i čtyř družic.

$$\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} = (\tau_{m_i} + \Delta t) c \quad (4.6)$$

Měření probíhá následovně, přijímač generuje kopii signálu vysílaného danou družicí a s touto kopií se snaží synchronizovat. Synchronizací získáme čas posunu. Tento krok zopakujeme k dalším třem družicím. Po provedení alespoň čtyř měření jsme schopni vyřešit soustavu s neznámými  $x, y, z$  a  $\Delta t$ . [2]





Obr. 4.3 Princip měření doby  $\tau_{d_i}$  [2]

## 5 Globální družicové navigační systémy

Na základě pozitivních zkušeností s dopplerovskými systémy družicové navigace bylo na počátku sedmdesátých let nevyhnutelné se zamyslet nad vybudováním zcela nového družicového pasivního dálkoměrného systému, který by umožnil určovat polohu v třírozměrném prostoru a přesný čas, tak aby se jeho služeb mohlo využít i v letectví. Tuto myšlenku jako první realizují Spojené státy americké roku 1973, kdy sedmnáctého prosince definitivně rozhodnou o zahájení projektu NAVSTAR - GPS. Zanedlouho se do vývoje obdobného systému pouští i Rusko bývalý Sovětský svaz, jejich navigační systém využívá prakticky stejného principu až na pár nuancí.

### 5.1 Obecná struktura

Každý družicový navigační systém je tvořen třemi základními segmenty:

1. kosmickým
2. řídicím
3. uživatelským

#### 5.1.1 Kosmický segment

Segment je tvořen soustavou umělých družic Země, které obíhají po přesně definovaných oběžných drahách. Každý kosmický segment je definován několika parametry: typem, výškou, sklonem a počtem oběžných drah, počtem a rozmístěním družic na oběžných drahách. Parametry nám definují požadované konfigurace, kterou jsou vytvořeny na základně požadavků z uživatelského segmentu.

#### 5.1.2 Řídicí segment

Řídicí segment je tvořen sítí pozemních stanic, které lze dělit dle jejich účelu v pozemním segmentu na hlavní řídicí, monitorovací a stanice pro komunikaci s družicemi. Řídicí segment má na starost řadu úloh:

- řízení celého systému
- monitorování signálu družic
- pozorování a následné vyhodnocování chování jednotlivých družic na oběžné dráze
- určování parametrů oběžných drah
- kontrolu hodin a určování korekčních parametrů
- manévry družic

- údržbu družic

### 5.1.3 Uživatelský segment

Uživatelský segment je tvořen jakýmkoliv technickým zařízením umožňujícím příjem a následné zpracování signálu z družic pro výpočet polohy.

## 5.2 Principy měření

Jak již bylo na úvodu kapitoly zmíněno, jedná se o pasivní dálkoměrné systémy. To znamená, že přijímač určuje svoji polohu na základě měření vzdálenosti k několika družicím. K nalezení vzdálenosti se využívá několik metod a to kódového měření, fázového měření nebo dopplerovského měření. Nejvíce v praxi používanými jsou první a druhá výše zmíněná metoda. Poslední metoda se využívá především ke stanovení rychlosti uživatele.

### 5.2.1 Kódové měření

Základem kódového měření je určit vzdálenost mezi přijímačem a družicí. Běžně se k těmto účelům využívají dálkoměrné kódy, které jsou vysílány jednotlivými družicemi. Dálkoměrný kód si pro jednoduchost můžeme představit jako časovou značku, ze které přijímač určuje čas vyslání. Přijímače pracují následujícím způsobem, ze vstupního signálu na anténě zjistí dálkoměrný kód družice, čas vyslání a příjmu signálu. Dále se vypočte rozdíl časů, ze které ho následně vypočte vzdálenost.

### 5.2.2 Fázové měření

U fázového měření se setkáme s odlišným principem. Fázové měření vůbec nepracuje s dálkoměrnými kódy, ale využívá vlastností nosné frekvence. Zjednodušeně řečeno přijímač počítá počet vlnových délek nosné frekvence mezi přijímačem a družicí. Fázová měření jsou však zatížena určitou nejednoznačností rovnající se počtu celých vlnových délek na počátku měření přijímač - družice.

### 5.2.3 Dopplerovské měření

Měření je založeno na Dopplerovu posunu, který popisuje změnu frekvence v důsledku relativního pohybu zdroje vůči pozorovateli. Tento frekvenční posun je po určité době zaznamenáván, z těch záznamů je následně vypočte změna radiální vzdálenosti. Ze změny radiální vzdálenosti lze dopočítat polohu, ale spíše se využívá k určování rychlosti přijímače.

## 5.3 Global Positioning System

Jedná se o jeden z nejdokonalejších družicových navigačních systémů, i když jej v současnosti využívají odhadem desítky milionů civilních uživatelů, stále se jedná primárně o vojenský systém, který je pod správou ministerstva obrany Spojených států amerických. Důvody toho proč jej využívá čím dál tím větší počet civilních uživatelů jsou:

- relativně vysoká přesnost určení polohy
- dostupnost signálu kdekoliv a kdykoliv na Zemi
- dostupnost základní služby bez omezení a poplatků

Program NAVSTAR – GPS jak již bylo výše zmíněno, byl založen na počátku sedmdesátých let, kdy námořnictvo USA začalo rozvíjet projekt Transit a kdy se o družicovou navigaci začalo zajímat i letectvo USA. Spojením obou vojenských složek vedlo k vytvoření společného projektu na letecké základně v Los Angeles.

Práce probíhaly v několika etapách. První fáze sloužila k samotnému ověření základních principů činnosti systému GPS. V druhé fázi se již začalo budovat zázemí pro pozemní řídicí středisko. Třetí fáze měla za úkol rozšířit službu po celé Zemi a výrobou nových družic Bloku II.. Poslední etapou, kterou systém prochází nyní je období rutinního provozu a budování dalších doplňkových služeb.

### 5.3.1 Struktura systému GPS

Jak již bylo zmíněno v kapitole Obecná struktura, základem fungování každého systému jsou tři segmenty. U GPS toto tvrzení do jisté míry můžeme považovat za ne zcela pravdivé, protože jsou nyní družice schopny pracovat po určitou dobu i bez kontaktu s pozemními stanicemi.

Kosmický segment je tvořen soustavou družic, rozmístěných systematicky na oběžných drahách. Plná konstelace GPS sestává z 24 družic ve výšce 20 020 km s dobou oběhu 11 hodin 58 minut. Řídicí segment je tvořen soustavou pěti pozemních monitorovacích stanic umístěných na vojenských základnách americké armády Havaj, Kwajalein, Diego García, Ascension a Colorado Springs. Na letecké základně v Coloradu je umístěna i hlavní řídicí stanice. Na zbylých třech základnách jsou také umístěny komunikační stanice, které vysílají družicím údaje o jejich oběžných drahách, nastavení hodin, aktualizace navigačních zpráv a popřípadě může dojít ke korekci drah.

### 5.3.2 Signály vysílané družicemi GPS

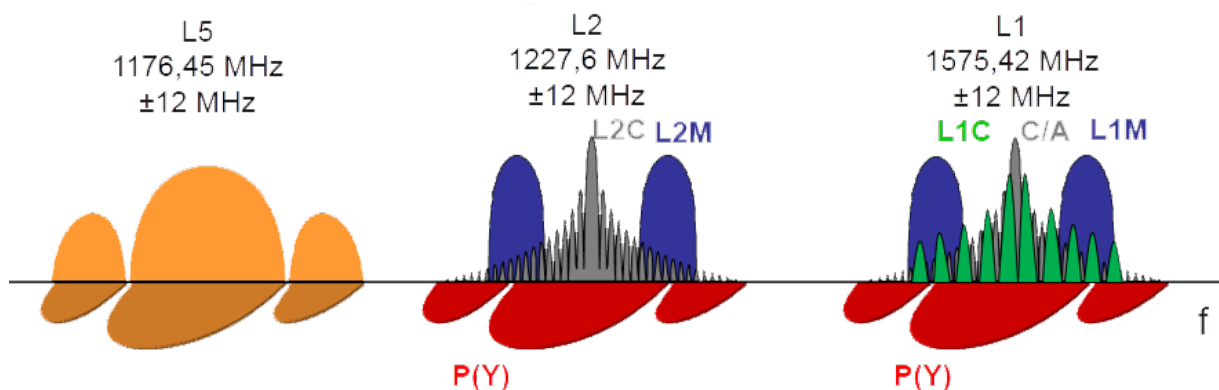
Každý z vysílaných signálů družicí GPS je kombinací nosné vlny, dálkoměrného kódu a navigační zprávy. Družice vysílají signály na třech frekvencích  $L_1$  1556,42 MHz,  $L_2$  1227,6 MHz a  $L_5$  1176,45 MHz. Družice odvozuji frekvence všech svých signálů od základní frekvence 10,23 MHz, která je odvozena z frekvence atomových hodin.

$$s(t) = A_c C(t) D(t) \sin(2\pi L_1 t) + A_{p1} P(t) D(t) \cos(2\pi L_1 t) + A_{p2} P(t) D(t) \cos(2\pi L_2 t) \quad (5.1)$$

Signál standardní polohové služby C/A je namodulován na frekvenci  $L_1$ . Kód pro přesnou polohovou službu je namodulován na frekvencích  $L_1$  a  $L_2$  a zpřístupněn pouze autorizovaným uživatelům. Postupem času k těmto základním signálům přibýly, či přibudou následující signály:  $L_{2C}$ ,  $L_{1M}$ ,  $L_{2M}$ ,  $L_5$ ,  $L_{1C}$ . Nyní si první dva kódy blíže, ale velmi stručně popíšeme.

C/A kód je pseudonáhodnou posloupností 1023 nul a jedniček, která je svým charakterem blízká šumu, ale také jednoznačně definovaná. Každá družice má přidělenou přesně definovanou posloupnost tedy C/A kód, lze pak velmi jednoduše identifikovat, o jakou družici se jedná. C/A kód se opakuje každou milisekundu, tedy frekvence opakování je 1,023 MHz.

P - kód je jako C/A kód PRN kódem. Celková délka kódu je přibližně 266 dní, lze jej rozčlenit na sedmidenní sekvence a každé družici jednu přiřadit. Kód se opakuje s periodou sedm dní. Díky použití delší a rychlejší posloupnosti je dosaženo vyšší přesnosti.



Obr. 5.1 Signály vysílané družicemi GPS [3]

### 5.3.3 Navigační zpráva

Nezbytnou součástí výpočtu polohy uživatele je informace o poloze družice v čase vyslání dálkoměrného kódu. Polohu lze vypočítat z parametrů obsažených v navigační zprávě, jejíž součástí nejsou pouze parametry oběžné dráhy družice, ale i řada dalších údajů:

- čas vyslání počátku zprávy
- keplerovské efemeridy družic
- almanach
- parametry pro korigování času vyslání počátku zprávy
- koeficienty ionosférického modelu
- stav družice

Pomocí navigační zprávy jsme tedy schopní vypočítat přesnou polohu družice, přesný čas vyslání dálkoměrného kódu nebo korekce ionosférické refrakce pokud nemůžeme provádět dvou frekvenční měření na  $L_1$  a  $L_2$ .

Stav družice nás informuje o závadách na družici, které mají vliv na výpočet polohy.

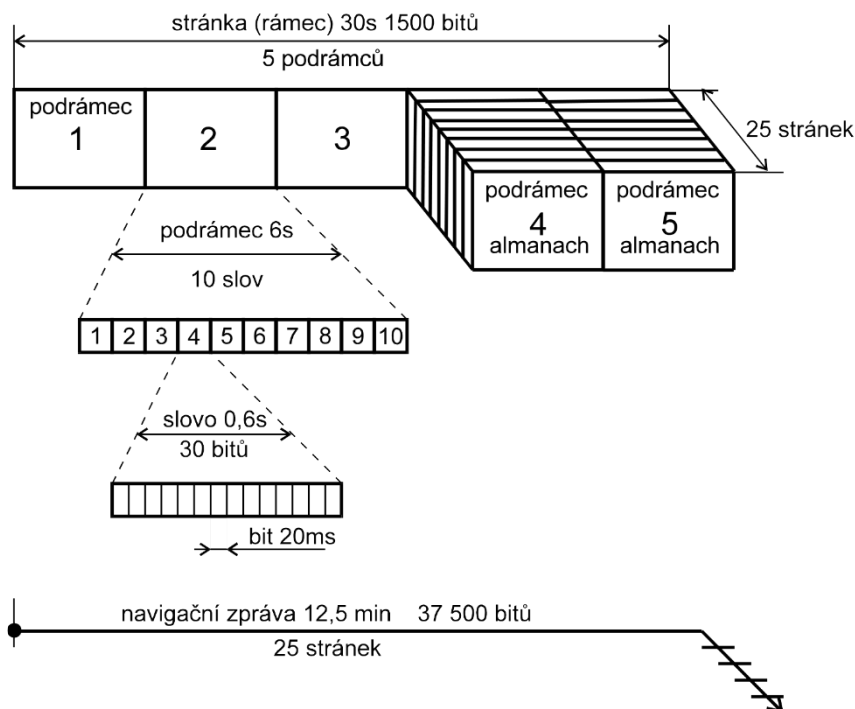
Almanach obsahuje méně přesné parametry oběžných drah a údaje o stavu všech družic umístěných v kosmickém segmentu. Toto umožňuje přijímači rychlejší stanovení polohy například při startu zařízení, kdy přijímač vyhledává pouze dostupné družice.

Základní datovou jednotkou navigační zprávy je třicetibitové slovo. Z deseti takových to slov je tvořen podrámec, který trvá šest sekund. Podrámce se dále sdružují do pětic, které pak tvoří jeden rámec. První tři podrámce obsahují aktuální informace o stavu družice, které jsou několikrát za týden korigovány z řídicí stanice. Zbylé dva podrámce obsahují informace o celém systému. Celá zpráva se opakuje s periodou dvaceti pěti rámců. Veškeré informace jsou obsaženy v posloupnosti sto dvaceti pěti podrámců.

První podrámec udává informace o přesnosti určení vzdálenosti družice od přijímače v důsledku chybných parametrů, kvalitě nosných signálů, modulaci daty, kódech vysílaných na frekvenci  $L_2$ , pořadovém čísle týdne, korekcích skupinového zpoždění a koeficientech časové základny družice.

Druhý a třetí podrámec obsahují efemeridy družic, z kterých lze určit polohu družic v daném časovém okamžiku.

Čtyřadvacet stránek pátého podrámce a několik stránek čtvrtého podrámce je vyhrazeno pro almanach.



Obr. 5.2 Struktura navigační zprávy [2]

### 5.3.4 Souřadnicový systém

Kdykoliv chceme určit polohu, musíme si nejdříve definovat příslušný referenční systém. Pro určování polohy je nevhodnějším referenčním systémem většinou souřadnicový systém. Jak jsme si již uvedli v kapitole Struktura systému GPS, GPS se skládá ze tří segmentů, z nichž jsou dva umístěny na Zemi a zbylý ve vesmíru, proto musí GPS pracovat se dvěma typy souřadnicových systémů. První z nich je geocentrický souřadnicový systém spojený se zemským tělesem, který je vhodný pro uživatelský a řídicí segment. Pro práci s družicemi je daleko vhodnější druhý typ souřadnicový systém se středem umístěným ve středu sluneční soustavy. Pro uživatele je však mnohem důležitější, že GPS přijímač poskytuje polohu v geografických souřadnicích vztahených k světovému geodetickému systému WGS-84.

Geodetický systém WGS-84 je světově uznávaný geodetický standard vydaný ministerstvem obrany USA roku 1984, který definuje souřadnicový systém, referenční elipsoid pro navigaci, který byl vytvořen na základě mnoha měření prostřednictvím navigačního systému Transit po celé Zemi. Referenční elipsoid je definován následujícími parametry:

- délkou hlavní poloosy  $a = 6\,378\,137\text{ m}$
- převrácenou hodnotou zploštění  $1/f = 298,257223563$
- úhlovou rychlostí Země  $\omega = 7,292115 \cdot 10^{-5}\text{ rad/s}$
- gravitačním parametrem  $GM = 3986004,418 \cdot 10^8\text{ m}^3/\text{s}^2$

### 5.3.5 GPS time

GPS čas je řízen hlavními kontrolními hodinami, s nimiž jsou synchronizovány hodiny všech družic. GPS čas je uváděn v týdnech a sekundách, které uplynuly od 24:00:00 hodin dne 5. ledna 1980. Čas je synchronizován s UTC časem s přesností na jednu mikrosekundu. Jediným rozdílem mezi oběma časy je takový, že GPS čas nevyužívá přestupných sekund, a proto se časy postupně rozcházejí.

Družicový čas si každá družice udržuje sama, za tímto účelem jsou vybaveny atomovými hodinami a to hned čtyřmi. Pozemní monitorovací stanice sledují a korigují případné odchylky, tak aby se udržel rozdíl časů pod jednu milisekundu.

System GPS pracuje s týdny jako s největší časovou jednotkou, která se počítá od počátku systémového času GPS a je jí vyhrazen desetibitový čítač, z čehož vyplývá, že nejvyšší dosažitelná hodnota čítače je 1023. Po překročení dochází k vynulování, tedy přetečení týdne.

### 5.3.6 Výpočet polohy družice

Gravitační pole Země je sféricky symetrické. Družice se pohybuje po elipse s ohniskem nacházejícím se v těžišti Země, v případě kdy zanedbáme gravitační vliv ostatních těles. Poloha družice vůči Zemi se popisuje následovně, stanovíme polohu elipsy vůči Zemi, její tvar a pak polohu družice na elipse. Informace popisující orbitální parametry a hodiny důležité pro výpočet jsou přenášeny v navigační zprávě. [2]

Pohyb tělesa o hmotnosti  $m_2$  vzhledem k jinému tělesu hmotnosti  $m_1$  je popsán diferenciální rovnicí

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + \frac{\mu}{r^3}\mathbf{r} = \mathbf{0}, \quad (5.2)$$

kde  $\mathbf{r}$  je relativní polohový vektor těles,  $\mu = G(m_1 + m_2)$  a  $G$  je universální gravitační konstanta. V případě pohybu umělé družice země, lze její hmotnost vůči hmotnosti Země zanedbat. Integrace této rovnice nás vede ke Keplerovým oběžným drahám družic



$$\underline{\mathbf{r}}(t) = \underline{\mathbf{r}}(t; a, e, i, \Omega, \omega, \tau). \quad (5.3)$$

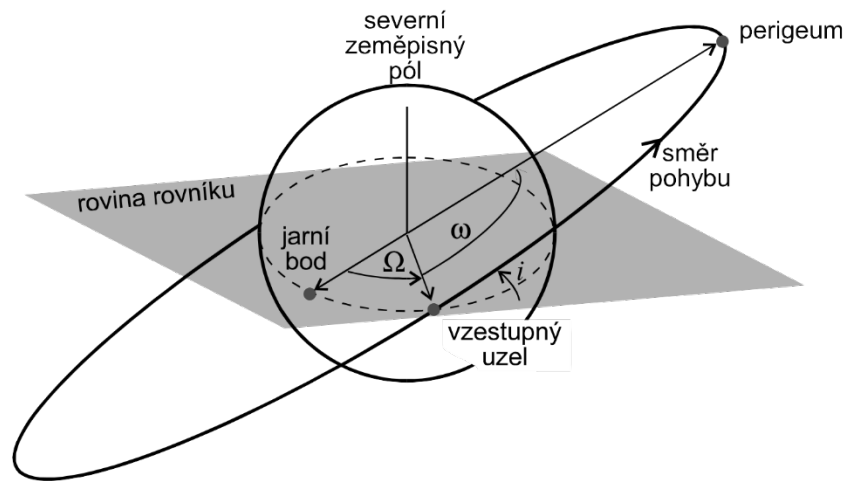
Rektascenze  $\Omega$  - úhel mezi směrem k jarnímu bodu (průsečík roviny rovníku s ekliptikou, v němž je Slunce v okamžiku jarní rovnodennosti) a směrem k vzestupnému uzlu (průsečík roviny rovníku s rovinou dráhy, v němž přechází dráha z jižní do severní poloroviny)

Inklinace  $i$  - úhel mezi rovinou rovníku a severní polorovinou dráhy

Argument perigea  $\omega$  - úhel mezi směrem k vzestupnému uzlu a směrem k perigeu (bod dráhy nejbližší k těžišti Země)

Hlavní poloosa  $a$  - hlavní poloosa elipsy definované oběžné dráhy

Excentricita  $e$  - excentricita (výstřednost) oběžné elipsy



Obr. 5.3 Eliptické dráhy [2]

### 5.3.6.1 Standardní algoritmus výpočtu polohy družice

Určení hlavní poloosy

$$a = \sqrt{a^2} \quad (5.4)$$

Korigovaný střední pohyb

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} + \Delta n \quad (5.5)$$

Doba přenosu  $t$  je modifikována podle TOW (času týdne) z navigační zprávy. Korekce se provádí následujícím způsobem.

$$t = t - 604800 \text{ pro } (t - t_{oe}) > 302400 \quad (5.6)$$

$$t = t + 604800 \text{ pro } (t - t_{oe}) < -302400 \quad (5.7)$$

Doba  $dt$  od vztažného času efemerid

$$dt = t - t_{oe} \quad (5.8)$$

Střední anomálie

$$M = M_0 + ndt \quad (5.9)$$

Změna střední anomálie

$$\dot{M} = n \quad (5.10)$$

Z druhého Keplerova zákona „Plocha opsaná průvodičem za jednotku času je konstantní.“ lze odvodit Keplerovu rovnici

$$E - e \sin E = M \quad (5.11)$$

Změna excentrické anomálie

$$\dot{E} = \frac{\dot{M}}{1 - e \cos E} \quad (5.12)$$

Relativistické korekce

$$\Delta t_r = Fe\sqrt{a}\sin E \quad (5.13)$$

Korekce hodin

$$\Delta t = a_{f_0} + a_{f_1} dt + a_{f_2} dt^2 + \Delta t_r - \Delta t_g \quad (5.14)$$

$$dt = dt - \Delta t \quad (5.15)$$

Pravá anomálie

$$v = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin(E) / (1 - e \cos(E))}{(\cos(E) - e) / (1 - e \cos(E))} \right\} \quad (5.16)$$

Změna pravé anomálie

$$\dot{v} = \frac{\sin(E)E(1 + e \cos(v))}{\sin(v)(1 - e \cos(E))} \quad (5.17)$$

Argument šířky

$$\varphi = v + \omega \quad (5.18)$$

Změna argumentu šířky

$$\dot{\varphi} = \dot{v} \quad (5.19)$$

Korekce počítány z  $\varphi$  a  $\dot{\varphi}$

$$\delta u = C_{us} \sin(2\varphi) + C_{uc} \cos(2\varphi) \quad (5.20)$$

$$\delta r = C_{rs} \sin(2\varphi) + C_{rc} \cos(2\varphi) \quad (5.21)$$

$$\delta i = C_{is} \sin(2\varphi) + C_{ic} \cos(2\varphi) \quad (5.22)$$

$$\dot{\delta} u = 2(C_{us} \cos(2\varphi) - C_{uc} \sin(2\varphi))\dot{\varphi} \quad (5.23)$$

$$\dot{\delta} r = 2(C_{ur} \cos(2\varphi) - C_{ur} \sin(2\varphi))\dot{\varphi} \quad (5.24)$$

$$\dot{\delta} i = 2(C_{ui} \cos(2\varphi) - C_{ui} \sin(2\varphi))\dot{\varphi} \quad (5.25)$$

Argument šířky, poloměru, sklonu a jejich změna

$$\varphi = \varphi + \delta\varphi \quad (5.26)$$

$$r = a(1 - e \cos(E)) + \delta r \quad (5.27)$$

$$i = i + \delta i + \dot{i}(t - t_{oe}) \quad (5.28)$$

$$\dot{\varphi} = \dot{\varphi} + \dot{\delta} u \quad (5.29)$$

$$\dot{r} = ae \sin(E) \dot{E} + \dot{\delta} r \quad (5.30)$$

$$\dot{i} = \dot{i} + \dot{\delta} i \quad (5.31)$$

Poloha družice v orbitální rovině  $x'$  a  $y'$

$$x' = r \cos(\varphi) \quad (5.32)$$

$$y' = r \sin(\varphi) \quad (5.33)$$

Změna polohy

$$\dot{x}' = \dot{r} \cos(\varphi) - r \sin(\varphi) \dot{\varphi} \quad (5.34)$$

$$\dot{y}' = \dot{r} \sin(\varphi) - r \cos(\varphi) \dot{\varphi} \quad (5.35)$$

Korekce zeměpisné délky vzestupného uzlu

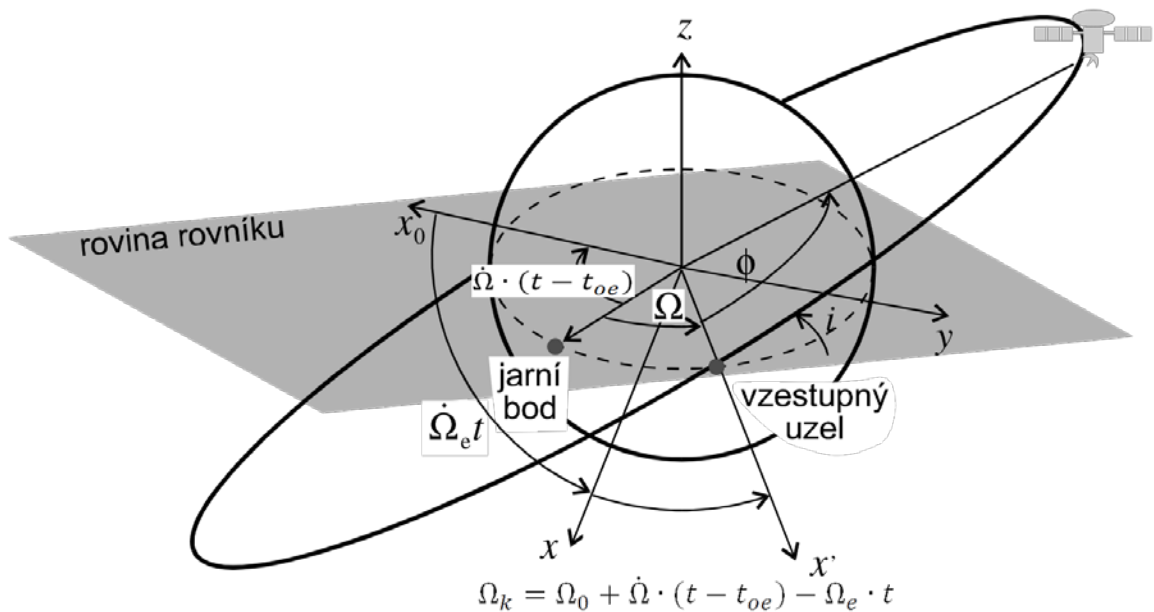
$$\Omega_k = \Omega_0 + \dot{\Omega}(t - t_{oe}) - \Omega_e t \quad (5.36)$$

Změna korekce

$$\dot{\Omega}_k = \dot{\Omega} - \Omega_e \quad (5.37)$$

Poloha družice v souřadné soustavě  $x, y, z$  pevně spojené se Zemí. Tato soustava rotuje rychlostí  $\dot{\Omega}_e$ . [2]

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \cos(\Omega_k) - y' \cos(i) \sin(\Omega_k) \\ x' \sin(\Omega_k) + y' \cos(i) \cos(\Omega_k) \\ y' \sin(i) \end{bmatrix} \quad (5.38)$$



Obr. 5.4 Vztah mezi souřadnou soustavou orbitální roviny a souřadnou soustavou pevně spojenou se zemí [2]

## 5.4 GLObalnaja NAVigacionnaja Sputnikovovaja Systěma

Jedním z dalších navigačních systémů, který si podrobněji popíše, bude ruský pasivní dálkoměrný družicový systém GLONASS. Systém je určen především pro zvýšení bezpečnosti řízení letecké a námořní dopravy, monitorování pozemní dopravy, geodézií, kartografií a synchronizaci času mezi odlehlými místy na Zemi. Protože se jedná o ruský systém jeho správa je svěřena ruským kosmickým silám pro vládní potřeby a i civilní uživatele.

První družice systému GLONASS byla vynesena na oběžnou dráhu roku 1982. Po ní následovalo v několika blocích velké množství dalších družic. Za plně funkční kosmický segment byl považován až od roku 1996. Za dobu svého provozu systém prošel několika etapami od degradace na skoro nefunkční systém až po jeho znovu zrození.

### 5.4.1 Struktura systému GLONASS

Základem jsou obdobně jako u většiny systémů tři segmenty. Plně vybavená konstelace je složena z 24 družic rozmístěných ve třech orbitálních rovinách, které jsou vzájemně poposunuty o 120 stupňů. Družice vykonávají pohyb po kruhových oběžných drahách ve výšce 19 100 km s dobou oběhu 11 hodin a 15 minut. Takovéto uspořádání zajišťuje viditelnost minimálně šesti družic v jakýkoliv čas na Zemi. Hlavní řídicí centrum se nachází blízko od Moskvy, ostatní pozemní stanice jsou umístěny v Ternopolu, St. Petersburgu, Jenisejsku, Komsomolsku a Balkaši. Takto rozmístěný řídicí segment není příliš vhodnou volbou, neboť každá družice je několik hodin denně mimo dosah, tím pádem je snížena doba pro monitorování družic, ale i přesnost efemerid. Tento problém je však vyřešen novou generací družic GLONASS M.

### 5.4.2 Signály vysílané družicemi GLONASS

Signály družic GLONASS jsou vysílány na třech nosných frekvencích, které se však pro každou družici mírně liší, protože systém využívá FDMA a postupem času zařazuje i signály s CDMA.

- $L_1 = 1602,0 + n \cdot 0,5625$  MHz
- $L_2 = 1246,0 + n \cdot 0,4375$  MHz
- $L_3 = 1201,5 + n \cdot 0,421875$  MHz      $n \in \langle -7, 13 \rangle$

Signál se obdobně jako u systému GPS skládá z navigační zprávy  $D(t)$  a pseudonáhodného dálkoměrného kódu  $C(t)$ , který je však pro všechny družice stejný.

Družíci jsou vysílány dva typy navigačních kódů, kód standardní přesnosti SP a kód vysoké přesnosti HP. První jmenovaný kód je obdobou C/A kódu u GPS, který je tvořen pseudonáhodnou posloupností 511 nul a jedniček vysílanou s frekvencí 0,511 MHz. Druhý kód je také pseudonáhodnou posloupností nul a jedniček, ale je vysílán s vyšší frekvencí 5,11 MHz.

### 5.4.3 Navigační zpráva

Každá z družic vysílá současně s dálkoměrným kódem i navigační zprávu, která obsahuje:

- efemeridy družic
  - přesná poloha
  - vektor rychlosti
  - vektor zrychlení
- posun hodin družice ve vztahu k systémovému času a k UTC
- korekce času
- číslo družice v systému
- stav družice
- almanach.

Je dlouhá 7 500 bitů a k jejímu odvysílání je potřeba dvě a půl minuty. Zpráva se dělí do pěti rámců, které se dále dělí do patnácti sto bitových podrámců. V každém rámci jsou zaznamenány efemeridy a posuny hodin družice. Platnost těchto údajů je časově omezena na  $\pm 15$  minut od času vydání.

V almanachu jsou uloženy informace o všech družicích systému včetně Keplerovských parametrů oběžných drah, hrubých korekcích všech družicových hodin a stav družic v konstelaci. Jeho obsah po uplynutí čtyřiaadvaceti hodin pozbývá platnosti.

### 5.4.4 Souřadnicový systém

Polohy družic byly dříve vyjadřovány v geodetickém referenčním systému PZ-90, ale od roku 2007 se přešlo na jeho modifikovanou verzi PZ-90.02. Referenční elipsoid je definován následujícími parametry:

- délkou hlavní poloosy  $a = 6\,378\,136$  m
- převrácenou hodnotou zploštění  $1/f = 298,25784$
- úhlovou rychlostí Země  $\omega = 7,292115 \cdot 10^{-5}$  rad/s

- gravitačním parametrem  $GM = 0,35 \cdot 10^9 \text{ m}^3/\text{s}^2$

#### 5.4.4.1 Vztah mezi souřadnicovými systémem WGS-84 a PZ-90

Dlouhou dobu nebyly známy žádné transformační parametry mezi těmito systémy, ale na základě experimentálních měření však bylo zjištěno, že souřadnice bodů vyjádřené v souřadnicových systémech se neliší o více než patnáct metrů. Na základě toho zjištění stačila nepatrná rotace kolem osy z a malé posunutí počátku podél osy y systému WGS-84 a bylo dosaženo relativně uspokojivé shody. Až později na základě rozsáhlých měření byla stanovena transformace

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{WGS-84}} = \begin{bmatrix} -1.1 \\ -0.3 \\ -0.9 \end{bmatrix} + (1 - 0,12 \cdot 10^{-6}) \cdot \begin{bmatrix} 1 & -0,82 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0,82 \cdot 10^{-6} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1,1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{PZ-90}} \quad (5.39)$$

Nevýhodou této transformace je však, že se vycházelo z měření prováděných na osmi stanicích rozmístěných po obvodu Ruské federace, tedy její platnost byla omezena na oblast Ruské federace a oblastí ji přilehlých. Postupem časem byl vytvořen i vztah platný pro celou Zemi

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{WGS-84}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{PZ-90}} + \begin{bmatrix} -3ppb & -353mas & -4mas \\ 353mas & -3ppb & 19mas \\ 4mas & -19mas & -3ppb \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{PZ-90}} + \begin{bmatrix} 0.07 \\ -0.0 \\ -0.77 \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

kde *mas* je tisícina úhlové vteřiny, která odpovídá hodnotě  $4,84813681 \cdot 10^{-9}$  rad, a *ppb* je počet částí v miliardě tedy hodnota  $10^{-9}$ . [4] [1]

#### 5.4.5 GLONASS time

Družice jsou vybaveny cesiovými atomovými hodinami, jejichž denní chyba nepřekročí hodnotu  $5 \cdot 10^{-13}$  s. Systémový čas je generován centrální synchronizační jednotkou a jeho posun vůči UTC je kontrolován v Hlavním metrologickém centru ruských časových a frekvenčních služeb. Na rozdíl od systému GPS je do něj zaveden mechanismus přestupných sekund. Systémový čas však v sobě má zabudován ještě jeden časový posun

$$t_{\text{GLONASS}} = t_{\text{UTC}} + 3 \text{ hod.} \quad (5.41)$$

### 5.4.6 Výpočet polohy družice

K výpočtu použijeme efemeridy získané z navigační zprávy, při výpočtu slouží jako výchozí podmínky pro provedení numerické integrace. Výpočet polohy družice se dělí na tři části.

1. transformace souřadnic do inerciální vztažné soustavy
2. numerická integrace diferenciálních rovnic popisujících pohyb družic
3. zpětná transformace souřadnic do referenční soustavy PZ-90

#### 5.4.6.1 Transformace souřadnic do inerciální vztažné soustavy

Poloha

$$x_a(t_e) = x(t_e) \cos(\theta_{G_e}) - y(t_e) \sin(\theta_{G_e}) \quad (5.42)$$

$$y_a(t_e) = x(t_e) \sin(\theta_{G_e}) + y(t_e) \cos(\theta_{G_e}) \quad (5.43)$$

$$z_a(t_e) = z(t_e) \quad (5.44)$$

Rychlost

$$v_{x_a}(t_e) = v_x(t_e) \cos(\theta_{G_e}) - v_y(t_e) \sin(\theta_{G_e}) - \omega_E y_a(t_e) \quad (5.45)$$

$$v_{y_a}(t_e) = v_x(t_e) \sin(\theta_{G_e}) + v_y(t_e) \cos(\theta_{G_e}) + \omega_E x_a(t_e) \quad (5.46)$$

$$v_{x_a}(t_e) = v_z(t_e) \quad (5.47)$$

Zrychlení

$$(Jx_a m + Jx_a s) = \ddot{X}(t_e) \cos(\theta_{G_e}) - \ddot{Y}(t_e) \sin(\theta_{G_e}) \quad (5.48)$$

$$(Jx_a m + Jx_a s) = \ddot{X}(t_e) \sin(\theta_{G_e}) - \ddot{Y}(t_e) \cos(\theta_{G_e}) \quad (5.49)$$

$$(Jx_a m + Jx_a s) = \ddot{Z}(t_e) \quad (5.50)$$

Hvězdný čas

$$\theta_{G_e} = \theta_{G_0} + \omega_E(t_e - 3 \text{ hodiny}) \quad (5.51)$$

#### 5.4.6.2 Numerická integrace diferenciálních rovnic popisující pohyb družic

Na začátku si vysvětlíme princip samotné metody Runge-Kutta 4. řádu. Metoda Runge-Kutta je používána pro numerické řešení diferenciálních rovnic. Výsledkem je přibližné řešení



nikoli řešení analytické. Metoda se používá pro výpočty, kde nelze najít analytické řešení nebo jeho nalezení je velmi náročné.

Obecně se metoda zapisuje

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{i=1}^p w_i k_i \quad (5.52)$$

$$k_i = f\left(t + \alpha_i h, y_n + \sum_{j=1}^p w \beta_{ij} k_j\right). \quad (5.53)$$

Koeficienty této metody jsou vypočteny tak, aby hodnota řádu  $p$  odpovídala Taylorovu polynomu funkce  $y(t)$  stejného řádu.

$$k_1 = f(t_n, y_n) \quad (5.54)$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2} k_1\right) \quad (5.55)$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2} k_2\right) \quad (5.56)$$

$$k_4 = f(t_n + h, y_n + h k_3) \quad (5.57)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (5.58)$$

Podrobně popsany postup aplikace metody na výpočet polohy družice je umístěn v příloze 11.3 Metoda Runge-Kutta 4.řádu.

#### 5.4.6.3 Zpětná transformace souřadnic do referenční soustavy PZ-90

$$x(t) = x_a(t) \cos(\theta_G) + y_a(t) \sin(\theta_G) \quad (5.59)$$

$$y(t) = -x_a(t) \sin(\theta_G) + y_a(t) \cos(\theta_G) \quad (5.60)$$

$$z(t) = z_a(t) \quad (5.61)$$

$$\theta_G = \theta_G + \omega_E(t - 3 \text{ hodiny}) \quad (5.62)$$

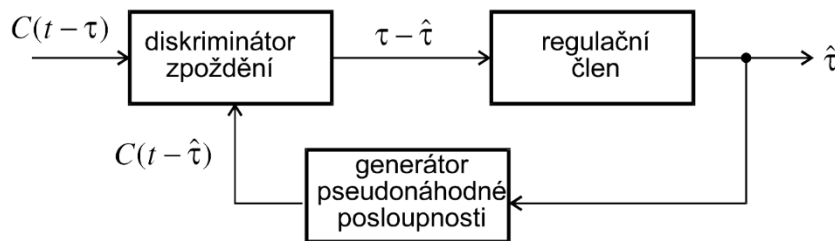
## 5.5 Výpočet polohy uživatele

U dálkoměrných navigačních systémů počítáme polohový vektor  $\mathbf{r}$  přijímače ze vzdálenosti  $D_i$  přijímače od bodu se známým vektorem  $\mathbf{r}_i$  polohy družice.

$$D_i = \sqrt{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^T(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)} + b \quad (5.63)$$

Polohový vektor družice vypočítáme dle vztahů uvedených v kapitole Výpočet polohy družice a vzdálenost  $D_i$  je učená z doby zpoždění, za kterou signál vyslaný z družice dorazí k přijímači.

Na následujícím obrázku Obr. 5.5 si vysvětlíme princip určení zpoždění pro výpočet vzdálenosti  $D_i$ . Družice vysílá periodicky se opakující dálkoměrný kód  $C(t)$ . V místě přijetí je však signál zpožděn o  $\tau$ . Přijímač generuje kopii tohoto dálkoměrného kódu, kterou posouváme v čase o  $\hat{\tau}$  a vzájemně ji porovnáváme s přijímaným signálem. Výsledné zpoždění odpovídá souhlasnému posunutí, kdy hodnota korelace je největší. V rámci zjednodušení jsme zanedbali některé problémy týkající se například generování kopie vysílaného dálkoměrného kódu.



Obr. 5.5 Princip určení zpoždění [2]

### 5.5.1 Přímý výpočet

Polohový vektor uživatele lze vypočítat ze soustavy nelineárních rovnic (5.63), pokud známe dobu zpoždění nebo pseudovzdálenost  $D_i$  minimálně od čtyř družic.

Jednou z možností je převedení rovnice (5.63) umocněním na tvar

$$(D_i - b)^2 = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^T(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \quad (5.64)$$

$$\frac{1}{2}(\mathbf{r}_i^T \mathbf{r}_i - D_i^2) + \frac{1}{2}(\mathbf{r}_i^T \mathbf{r}_i - b^2) = \mathbf{r}_i^T \mathbf{r} - D_i b. \quad (5.65)$$

Pro snazší zápis zavedeme pomocné proměnné

$$z_i = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_i^T \mathbf{r}_i - D_i^2) \quad (5.66)$$

$$\lambda = \frac{1}{2}(\mathbf{r}^T \mathbf{r} - b^2). \quad (5.67)$$

Rovnice pak můžeme přepsat do maticového tvaru

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \lambda = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^T & -D_1 \\ \mathbf{r}_2^T & -D_2 \\ \mathbf{r}_3^T & -D_3 \\ \mathbf{r}_4^T & -D_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ b \end{bmatrix} \quad (5.68)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^T & -D_1 \\ \mathbf{r}_2^T & -D_2 \\ \mathbf{r}_3^T & -D_3 \\ \mathbf{r}_4^T & -D_4 \end{bmatrix} \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_1 - D_1^2) \\ \frac{1}{2}(\mathbf{r}_2^T \mathbf{r}_2 - D_2^2) \\ \frac{1}{2}(\mathbf{r}_3^T \mathbf{r}_3 - D_3^2) \\ \frac{1}{2}(\mathbf{r}_4^T \mathbf{r}_4 - D_4^2) \end{bmatrix} \quad (5.69)$$

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_r \\ m_b \end{bmatrix} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{z} \quad \mathbf{k} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_r \\ k_b \end{bmatrix} = \mathbf{A}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (5.70)$$

kde  $\mathbf{A}$  je známá čtvercová matice. Vektor polohy a přepočtenou odchylku časové základny přijímače vyjádříme v závislosti na neznámém číslu  $\lambda$ . Zpětným dosazením  $\mathbf{r}$  a  $b$  do rovnice (5.67) dostaneme pro  $\lambda$  kvadratickou rovnici

$$\lambda^2(\mathbf{k}_r^T \mathbf{k}_r - k_b^2) + 2\lambda(\mathbf{m}_r^T \mathbf{k}_r - m_b k_b - 1) + \mathbf{m}_r^T \mathbf{m}_r - m_b^2 = 0. \quad (5.71)$$

Kvadratická rovnice má dvě řešení  $\lambda_1, \lambda_2$ , z toho vyplývá, že musí mít i dva vektory polohy  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$  a dvě odchylky  $b_1, b_2$ . Umocněním rovnice (5.63) jsme se zbavili informace o znaménku, a proto jsme dostali dvě řešení. Z podmínek pro odchylky časových základny lze nalézt správnou hodnotu  $\lambda$ .

$$\lambda = \frac{1}{k_b} \min(k_b \lambda_1, k_b \lambda_{11}) \quad (5.72)$$

Výsledný vektor polohy uživatele a odchylka časové základny po dosazení správné hodnoty  $\lambda$  je

$$\mathbf{r} = \mathbf{m}_r + \mathbf{k}_r \lambda \quad b = m_b + k_b \lambda. \quad [2] \quad (5.73)$$

### 5.5.2 Iterativní metoda nejmenších čtverců

K výpočtu polohové vektoru obdobně jako v případě přímého výpočtu využijeme soustavu nelineárních rovnic

$$D_i = \sqrt{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^T(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)} + b, \quad (5.74)$$

které linearizujeme pomocí Taylorovy řady v okolí bodu se souřadnicemi  $\mathbf{r}_0$ .

$$\Delta D_i = D_i - D_{i0} \cong \frac{(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_i)^T}{D_{i0}} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) + b \quad (5.75)$$

Kde  $D_{i0}$  je vzdálenost mezi bodem  $\mathbf{r}_0$  a danou družicí. Maticové vyjádření soustavy

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \text{ kde} \quad (5.76)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{r} - \mathbf{r}_0 \\ b \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \Delta D_1 \\ \vdots \\ \Delta D_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1)^T}{D_{10}} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \frac{(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_n)^T}{D_{n0}} & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.77)$$

Matice  $\mathbf{A}$  je tzv. matice směrových kosinů. Za předpokladu nekorelovaných chyb pro měření vzdálenosti se stejným rozptylem pro měření ke všem družicím, je odhad

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b}. \quad (5.78)$$

Metoda nejmenších čtverců (LS) využívá statistické matematiky pro aproximaci řešení soustavy rovnic. LS se snaží minimalizovat součet čtverců odchylek vůči každé rovnici.

$$\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|^2 \quad (5.79)$$

Hledáme tedy  $\hat{\mathbf{x}}$ , který minimalizuje chybový vektor  $\hat{\mathbf{e}}$ . [5]

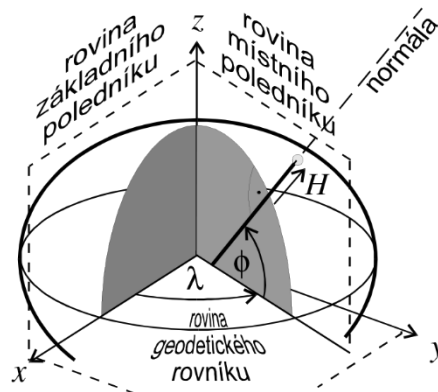
$$\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} \quad (5.80)$$

$$\|\hat{\mathbf{e}}\|^2 = (\mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}})^T (\mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}) \quad (5.81)$$

## 5.6 Zeměpisné souřadnice

Pokud bychom si chtěli ověřit nalezenou hodnotu polohového vektoru uživatele na mapě, budeme k tomu potřebovat spíše zeměpisné geodetické souřadnice. Nyní si pro tyto účely popíšeme vztah mezi pravoúhlými souřadnicemi  $x, y, z$  zvoleného referenčního systému a zeměpisnými geodetickými souřadnicemi  $\phi, \lambda$  a  $H$ . [2]

- zeměpisná geodetická šířka  $\phi$  je úhel, který svírá rovina rovníku s normálou k ploše elipsoidu
- zeměpisná geodetická délka  $\lambda$  je úhle, který svírá rovina místního poledníku s rovinou základního poledníku
- elipsoidická výška  $H$  je vzdálenost od elipsoidu, měřená po normále



Obr. 5.6 Zeměpisné souřadnice [2]

### 5.6.1 Přepočítání zeměpisných souřadnic na pravoúhlé

Mezi pravoúhlými a geodetickými souřadnicemi platí velmi jednoduché transformační vztahy

$$x = (\rho + H) \cos(\phi) \cos(\lambda), \quad (5.82)$$

$$y = (\rho + H) \cos(\phi) \sin(\lambda), \quad (5.83)$$

$$z = ((1 - e^2)\rho + H) \sin(\phi), \quad (5.84)$$

kde  $e$  je excentricita elipsoidu

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \quad (5.85)$$

a  $\rho$  je příčný poloměr křivosti

$$\rho = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\phi)}}. \quad (5.86)$$

### 5.6.2 Přepočítání pravouhlých souřadnic na zeměpisné geodetické

Nyní se budeme zabývat opačným postupem, který budeme potřebovat k ověření vypočtené polohy. Označme  $p$  vzdálenost bodu od počátku promítnutou do roviny geodetického rovníku

$$p = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (5.87)$$

Pro geodetickou délku poté pak platí vztahy

$$\cos(\lambda) = \frac{x}{p}, \quad \sin(\lambda) = \frac{y}{p}, \quad (5.88)$$

z nichž můžeme jednoznačně určit délku v celém jejím intervalu

$$\lambda = 2 \tan^{-1} \left( \frac{y}{x+p} \right). \quad (5.89)$$

Eliminací délky dostáváme pro výšku a šířku dvě rovnice

$$p = \left( \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\varphi)}} + H \right) \cos(\varphi), \quad (5.90)$$

$$z = \left( \frac{a(1 - e^2)}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\varphi)}} + H \right) \sin(\varphi), \quad (5.91)$$

jejichž vyřešení již tak jednoduché není a existuje více možných způsobů řešení. Uvedme zde jednu z variant řešení. Eliminací výšky dostáváme jednu rovnici pro tangens šířky  $t = \tan(\phi)$

$$t = \frac{z}{p - \frac{ae^2}{\sqrt{1 + (1 - e^2)t^2}}}, \quad (5.92)$$

kteřou lze řešit přímým nebo iteračním výpočtem. Přímý výpočet spočívá v úpravě rovnice na polynom 4. stupně

$$t^2 p^2 (1 - e^2) - 2t^3 p z (1 - e^2) + t^2 (p^2 - a^2 e^4 + z^2 (1 - e^2)) - 2t p z + z^2 = 0 \quad (5.93)$$

a aplikací vztahů pro kořeny bikvadratické rovnice. Na iterační výpočet lze použít například postupu prosté iterace

$$t = \frac{z}{p - \frac{ae^2}{\sqrt{1 + (1 - e^2)t_{i-1}^2}}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.94)$$

s počáteční hodnotou

$$t_0 = \frac{z}{(1 - e^2)p}, \quad (5.95)$$

což je přesné řešení pro nulovou elipsoidickou výšku. Počet iterací je závislý na požadavku přesnosti řešení. Po výpočtu  $t$  určíme geodetickou šířku podle vztahu

$$\phi = \tan^{-1}(t_i) \quad (5.96)$$

a elipsoidickou výšku

$$H = \sqrt{1 + t_i^2} \left( \rho - \frac{a}{\sqrt{1 + (1 - e^2)t_i^2}} \right) \quad (5.97)$$

Abychom se vůbec mohli do výpočtu pustit, musíme znát dva parametry charakterizující daný referenční elipsoid. Těmito parametry zpravidla jsou velká poloosa  $a$  a zploštění  $f$ . [2]

$$f = \frac{a - b}{a} \quad (5.98)$$

## 5.7 Přesnost a faktory, které ji ovlivňují

Přesnost určení polohy se může velmi snadno pohybovat v rozmezí od několika metrů do několika centimetrů s ohledem na použité zařízení, způsob měření, zpracování výsledků měření, aktuálním stavu atmosféry, na rozhodnutí provozovatele atd. V následujících odstavcích si blíže popíšeme ty nejvýznamnější faktory a na závěr si vysvětlíme princip výpočtu přesnosti určení polohy.

Většina z globálních družicových navigačních systémů byla vyvíjena v počátcích pro vojenské účely, a proto byly a jsou v těchto systémech zabudovány mechanismy pro omezení či případné zamezení jakémukoliv přístupu neautorizovaných uživatelům. Jedná se o dva mechanismy o tzv. Anti-Spoofing a selektivní dostupnost. Selektivní dostupnost je označení pro zavedení záměrné chyby do signálu, která má za následek zhoršení přesnosti. Zavedením této chyby se dosahuje úpravou efemerid či fluktuací frekvence hodin na družicích. Tento mechanismus je však již několik let zrušen. Aktivace druhého mechanismu nastává v případech, kdy se někdo pokouší o vysílání falešného signálu. U systému GPS se začne průběžně šifrovat P kód. Ke ztrátě přesnosti pak dochází v důsledku tohoto šifrování, protože civilní uživatelům odpadne možnost využití P kódu.

V záznamech navigační zprávy se popisuje stav družice, který může nabývat stavu healthy a unhealthy. Družice může být označena stavem unhealthy v několika případech, jako jsou korekce oběžné dráhy nebo hodin, nestabilní pohyb po dráze atd. V navigační zprávě jsou dále uvedeny efemeridy, které jsou stabilní a velmi dobře matematicky popsané polohy družic na oběžných drahách. Přesto ale musíme počítat s kolísáním tíhových sil Země, Slunce a Měsíce.

Kvalita příjmu signálu může být výrazně ovlivněna odrazy signálu z prostředí tedy vícecestným šířením, na anténu je přijímán jak přímý signál, tak množství odražených signálů. Interference těchto signálů zanáší chybu při výpočtu polohy. Signál kromě vícecestného šíření je vystaven vlivům ionosférické a troposférické refrakce. Prodloužení dráhy signálu způsobené oběma typy refrakce lze naštěstí vhodným uspořádáním měření a korekčním výpočtem eliminovat.

Jak již bylo zmíněno, pro určení polohy je nezbytné provádět měření minimálně ke čtyřem družicím, ale mnohem výhodnější je provést měření k většímu počtu družic, protože výsledná poloha dosahuje větší přesnosti. Nejenom počet družic, ale i jejich geometrické uspořádání hraje velkou roli v přesnosti určování polohy. Pokud jsou družice



rozmístěny v malých vzdálenostech od sebe, pak určení polohy na základě měření nedosáhne takových kvalit jako v případě, kdy zvýšíme vzdálenosti mezi nimi. Ke zhodnocení geometrického uspořádání nám slouží parametr DOP (Dilution of Precision).

### 5.7.1 Dilution of Precision

DOP je jednoznačným parametrem kvality určení polohy. Zakládá se na výpočtu, který uvažuje relativní polohu každé družice vzhledem k uživateli a ostatním družicím. Vyšší hodnota DOP odráží nepříliš vhodnou konstelaci, ze které následně nelze vypočítat polohy s vysokou přesností. Nižší hodnota naopak indikuje positiva dané konstelace.

Jak již bylo několikrát zmíněno, poloha uživatele  $\mathbf{r}$  se určuje z měření vzdáleností  $D_i$  mezi přijímačem a družicemi

$$D_i = \sqrt{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^T (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)} + b + w_i, \quad (5.99)$$

kde poloha  $i$ -té družice je  $\mathbf{r}_i$   $i = 1$  až  $n$ . Během měření se uplatňují chyby  $w_i$  a posun časové základny přijímače přepočtené na vzdálenost  $b$ . Jednou z možností jak určit polohu uživatele dle kapitoly Iterativní metoda nejmenších čtverců je linearizovat vztah pro  $D_i$  a vyjádřit ho prvními členy Taylorovy řady v okolí bodu se známými souřadnicemi  $\mathbf{r}_0$ . Potom rozdíl vzdáleností  $D_i$  (mezi přijímačem a  $i$ -tou družicí) a  $D_{i0}$  (mezi bodem  $\mathbf{r}_0$  a  $i$ -tou družicí) je

$$\Delta D_i = D_i - D_{i0} \cong \frac{(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_i)^T}{D_{i0}} (\mathbf{r}_{\text{uživ}} - \mathbf{r}_0) + b + w_i. \quad (5.100)$$

Vztah můžeme vyjádřit maticovým zápisem

$$\Delta \mathbf{D} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{w}, \quad (5.101)$$

kde

$$\Delta \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \Delta D_1 \\ \vdots \\ \Delta D_n \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1)^T}{D_{10}} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \frac{(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_n)^T}{D_{n0}} & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}, \quad (5.102)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{\text{uživ}} - \mathbf{r}_0 \\ b \end{bmatrix}. \quad (5.103)$$

Sloupcový vektor  $\mathbf{x}$  udává polohu a časový posun hodin přijímače. Nejlepší nestranný odhad je pro  $4 \leq n$ .

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{W}^{-1} \Delta \mathbf{D} \quad (5.104)$$

a jeho kovarianční matice je

$$\mathbf{X} = \text{var } \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{E}[\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}^T] - \mathbf{E}[\hat{\mathbf{x}}]\mathbf{E}[\hat{\mathbf{x}}^T] = (\mathbf{A}^T\mathbf{W}^{-1}\mathbf{A})^{-1}, \quad (5.105)$$

kde  $\mathbf{W}$  je kovarianční matice chyb měření vzdálenosti. Pokud jsou chyby měření vzdálenosti nekorelované a mají všechny stejný rozptyl  $\sigma_d^2$ , tj.

$$\text{cov}[w_i, w_j] = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ \sigma_d^2 & i = j \end{cases} \quad i, j = 1, \dots, n \quad (5.106)$$

je

$$\mathbf{W} = \sigma_d^2 \mathbf{I}, \quad (5.107)$$

kde  $\mathbf{I}$  je jednotková matice. Potom se výrazy (5.104) a (5.105) zjednoduší na

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\Delta\mathbf{D}, \quad (5.108)$$

$$\mathbf{W} = \sigma_d^2(\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}. \quad (5.109)$$

Chybu určení polohy chceme obvykle stanovit v místní souřadné soustavě, s počátkem v bodě se skutečnou polohou  $\mathbf{r}$ , jejíž dvě osy, N a E, jsou v rovině tečné k Zemi a směřují na sever a na východ, zatímco třetí osa, výška H, je normálou k povrchu Země. V tomto případě je potřeba provést transformaci souřadnic, která se projeví na matici  $\mathbf{A}$ , tím že je násobena maticí, ve které vystupuje zeměpisná délka a šířka bodu  $\mathbf{r}$ . Potom vektor  $\hat{\mathbf{x}}$  (5.110).

$$\hat{\mathbf{x}} = [N, E, H, b]^T \quad (5.110)$$

určuje chybu polohy přijímače v místní souřadné soustavě vzhledem k bodu se správnými souřadnicemi. Jeho kovarianční matice je rovna

$$\mathbf{X} = \sigma_d^2 \begin{bmatrix} \sigma_N^2 & \sigma_{NE}^2 & \sigma_{NH}^2 & \sigma_{NT}^2 \\ \sigma_{NE}^2 & \sigma_E^2 & \sigma_{EH}^2 & \sigma_{ET}^2 \\ \sigma_{NH}^2 & \sigma_{EH}^2 & \sigma_H^2 & \sigma_{HT}^2 \\ \sigma_{NT}^2 & \sigma_{ET}^2 & \sigma_{HT}^2 & \sigma_T^2 \end{bmatrix}. \quad (5.111)$$

Diagonálními prvky kovarianční matice jsou rozptyly chyb času a polohových souřadnic v místní souřadné soustavě. [2]

Efektivní hodnota radiální chyby v třírozměrném prostoru je

$$\text{rms}_r = \sqrt{\mathbf{E}[N^2 + E^2 + H^2]} = \sigma_d \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_E^2 + \sigma_H^2} \quad (5.112)$$

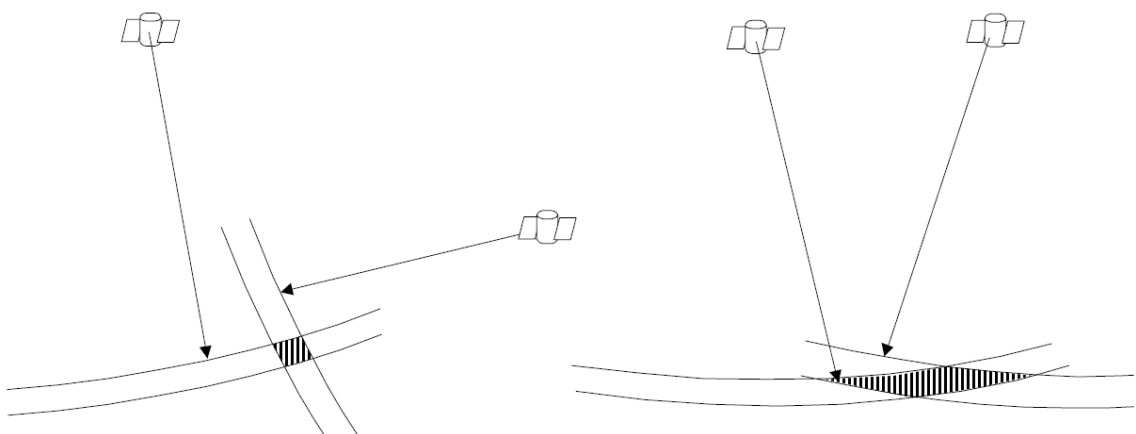
Znamená to, že efektivní radiální chyba je součinem směrodatné odchytky  $\sigma_d$  chyby vzdálenosti a činitele zhoršení přesnosti DOP (Dilution of Precision). Činitelé DOP se vypočítají z diagonálních prvků matice  $(\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}$ , jak je patrné ze vztahů (5.109) a (5.111).

Přítom matice  $\mathbf{A}$  je matice směrových kosinů k družicím viděným z místa uživatele. Činitelé DOP jsou nejmenší, když jsou družice rovnoměrně rozloženy na obloze. Pokud se družice přiblíží k sobě, činitelé DOP rostou a roste i efektivní hodnota radiální chyby. [2]

Činitelů DOP je několik, každý indikuje ovlivnění přesnosti různých parametrů.

- RDOP - relativní chyba polohy
- PDOP - horizontální a vertikální měření
- HDOP - horizontální měření
- VDOP - měření výšky
- TDOP - posun hodin

Nejčastěji používaným činitelem vhodnosti konstelace je PDOP. Vliv uspořádání na hodnotu tohoto parametru můžeme vysvětlit následovně. Bod, jehož polohu určujeme, by měl ležet v průsečíku kulových ploch, jejichž poloměr je dán měřeními vzdálenostmi. Měření vzdáleností však není přesné, proto bude bod ležet uvnitř jakéhosi "mezikoulí", jehož šířka je dána chybou měření vzdálenosti. Protnutím těchto "mezikoulí" dostaneme pak prostor možných poloh, v němž hledaný bod leží. Čím je tento prostor menší, tím přesnější je určená poloha. V případě, že se budou "mezikouli" protínat kolmo prostor bude minimální. Družicová dálkoměrná navigace bude určovat polohu nejpřesnější, budou-li družice na nebeské báni od sebe co nejvíce vzdáleny, kdy jedna bude v nadhlavníku a tři na horizontu. Pokud jsou družice blízko sebe, protínají se "mezikouli" pod malým úhlem, obsah společného průsečíku je velký a měření je nepřesné. [2] [1]



Obr. 5.7 Průsečík kulových ploch s chybou měření [1]

## 6 RINEX standard pro předávání dat

S rostoucí výrobou GNSS přijímačů především v počátcích přijímačů GPS vyvstal problém, jak přijatá data z přijímače analyzovat, pokud bylo použito produktů různých výrobců. Přijímače ve většině případů používaly své vlastní v mnoha případech nezdokumentované formáty a jedinou cestou vyřešit tento problém bylo vytvoření standardů pro datovou komunikaci mezi zařízeními.

Jeden z formátů nese označení RINEX, byl uveden na mezinárodním geodetickém symposiu o určování polohy pomocí družic roku 1989 jako formát pro snadnou výměnu dat naměřených GPS přijímači různých výrobců. Tento standard byl vytvořen na Institutu astronomie University v Bernu v rámci projektu EUREF.

### 6.1 Základní struktura

RINEX verze 3 se skládá ze tří textových souborů obsahujících

- pozorovací data,
- navigační zpráva,
- meteorologická data.

Každá z částí obsahuje úvodní hlavičku a data. Hlavička nese především základní informace charakterizující obsah datové zprávy, je uvedena na začátku souboru a skládá se z povinných značek, které jsou umístěny v předem definovaném zápisu.

### 6.2 Navigační soubor

Jak již bylo zmíněno ve výše uvedeném textu, hlavička obsahuje základní informace typu verze RINEXu, datum, parametry ionosférických korekcí, časových korekcí atd.

Format version	File type		
Name of program	Name of agency	Date	
Comment			
A <sub>0</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>
B <sub>0</sub>	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>
A <sub>0</sub>	A <sub>1</sub>	T	W
Leap seconds			

Format version	File type		
Name of program	Name of agency	Date	
Comment			
Time of reference		- $\tau_c$	
Leap seconds			

Tab. 6.1 Rozložení parametrů v hlavičce navigačního souboru RINEX pro GPS (vlevo) a GLONASS (vpravo)

Pod hlavičkou se již nacházejí data jednotlivých družic. Data jsou přehledně uspořádána v periodicky se opakující tabulce. Prvním parametrem tabulky je číslo družice, dále pak

následuje soubor parametrů příslušné družice vztažené k referenčnímu času. Toto periodické uspořádání se opakuje v závislosti na počtu družic, se kterými přijímač v daném čase pracuje.

číslo satelitu	rok	měsíc	den	hodina	minuta	sekunda	SV Clock bias	SV Clock drift	SV Clock drift rate	
			ODE Issue of date				$C_{rs}$	$\Delta n$	$M_0$	
			$C_{uc}$				$e$	$C_{us}$	$\sqrt{A}$	
			$t_{oe}$				$C_{ic}$	$\Omega$	$C_{is}$	
			$i_0$				$C_{rc}$	$\omega$	$\dot{\Omega}$	
			$i$				Codes on L2 channel	GPS week	L2 P data flag	
			SV accuracy				SV health	TGD	IODC Issue of data, clock	
			Transmission time of message				Fit interval			

Tab. 6.2 Rozložení parametrů v navigačním souboru RINEX pro GPS

```

2.10 NAVIGATION DATA RINEX VERSION / TYPE
GRX1200 V8,20 CVUT FEL Praha 2012 10 11 04:59 PGM / RUN BY / DATE
1.5832D-08 0.0000D+00 -1.1921D-07 0.0000D+00 ION ALPHA
1.1059D+05 0.0000D+00 -2.6214D+05 6.5536D+04 ION BETA
-9.313225746155D-10-8.881784197001D-16 589824 1709 DELTA-UTC: A0,A1,T,W
16 LEAP SECONDS
END OF HEADER
1 12 10 10 22 00 0.0 2.772421576083D-04 1.705302565824D-12 0.000000000000D+00
7.800000000000D+01 7.187500000000D-01 4.513759588320D-09-2.426999200041D+00
-5.587935447693D-08 1.293629989959D-03 1.124106347561D-05 5.153641113281D+03
3.384000000000D+05 3.166496753693D-08 2.668643522686D+00-8.754432201385D-08
9.604185693113D-01 1.639062500000D+02 4.494861134380D-01-7.940688107055D-09
2.575107349578D-10 1.000000000000D+00 1.709000000000D+03 0.000000000000D+00
2.000000000000D+00 0.000000000000D+00 8.381903171539D-09 7.800000000000D+01
7.800000000000D+01 4.000000000000D+00
2 12 10 11 02 00 0.0 4.055695608258D-04 1.136868377216D-12 0.000000000000D+00
8.900000000000D+01-2.375000000000D+00 5.003780056967D-09 6.447232703978D-01
-8.381903171539D-08 1.148264494259D-02 1.085549592972D-05 5.153773155212D+03
3.528000000000D+05 2.607703208923D-08 2.651869377758D+00 1.974403858185D-07
9.389358396808D-01 1.616875000000D+02-2.733587172672D+00-8.282487584665D-09
1.646497105323D-10 1.000000000000D+00 1.709000000000D+03 0.000000000000D+00
2.000000000000D+00 0.000000000000D+00-1.722946763039D-08 8.900000000000D+01
8.900000000000D+01 4.000000000000D+00

```

Obr. 6.1 Ukázka souboru RINEX s navigační zprávou GPS

číslo satelitu	rok	měsíc	den	hodina	minuta	sekunda	SV Clock bias	SV relative frequency	Message frame
							$-\tau_n$	bias $+\gamma_n$	time $t_k$
			X position				Velocity X dot	X acceleration	Health
			Y position				Velocity Y dot	Y acceleration	Frequency number
			Z position				Velocity Z dot	Z acceleration	Age of oper. information

Tab. 6.3 Rozložení parametrů v navigačním souboru RINEX pro GLONASS

```

2.10          GLONASS NAV DATA          RINEX VERSION / TYPE
GRX1200 V8,20  CVUT FEL Praha          2012 10 11 04:59  PGM / RUN BY / DATE
2012 10 10    1.699663698673e-07      CORR TO SYSTEM TIME
16                                                LEAP SECONDS
                                                END OF HEADER
1 12 10 10 22 45 0.0-1.763068139553D-04 0.000000000000D+00 5.400000000000D+03
1.172441699219D+04 4.241561889648D-02 0.000000000000D+00 0.000000000000D+00
2.262456787109D+04-2.352762222290D-01-9.313225746155D-10 1.000000000000D+00
-1.348747070313D+03-3.556401252747D+00 9.313225746155D-10 0.000000000000D+00
2 12 10 11 00 45 0.0-3.366367891431D-04-1.818989403546D-12 1.260000000000D+04
1.849913085938D+04-8.815088272095D-01-9.313225746155D-10 0.000000000000D+00
1.561517578125D+04-6.754350662231D-01 0.000000000000D+00-4.000000000000D+00
-8.052290527344D+03-3.329695701599D+00 9.313225746155D-10 0.000000000000D+00

```

Obr. 6.2 Ukázka souboru RINEX s navigační zprávou GLONASS

### 6.3 Pozorovací soubor

Observation data neboli pozorovací data obsahují v hlavičce základní informace, týkající se typy pozorovacích dat například zdali zpráva obsahuje hodnoty pouze jednoho navigačního systému či více (označení mix). Dále obsahují datum vytvoření souboru, čas začátku a konce měření, použitý přijímač, jméno pozorovatele, vlastnosti použité přijímací antény. Obsah pozorovacích dat zaznamenaných pod hlavičkou je přehledně vyobrazen v níže uvedené tabulce. Zbylá část zprávy nese informaci o kvalitě signálu, Dopplerovském posunu, fázi a kódu měřených družic.

rok	měsíc	den	hodina	minuta	sekunda	epoch flag	počet družic-ID družic
observation phase	observation code	LLI	Doppler	Signal Strength			
observation phase	observation code	LLI	Doppler	Signal Strength			
:	:	:	:	:			

Tab. 6.4 Rozložení parametrů v pozorovacím souboru RINEX pro GLONASS a GPS

```

2.11          OBSERVATION DATA      M          RINEX VERSION / TYPE
GRX1200 V8,20 CVUT FEL Praha          2012 10 11 04:59 PGM / RUN BY / DATE
FEL1                                                MARKER NAME
6598                                                MARKER NUMBER
Pavel Puricer CVUT FEL Praha          OBSERVER / AGENCY
496598        LEICA GRX1200+GNSS 8.20/4.010 REC # / TYPE / VERS
              LEIAS10                NONE      ANT # / TYPE
3970621.8789 1018925.3908 4870390.9267 APPROX POSITION XYZ
              0.0000                0.0000    ANTENNA: DELTA H/E/N
1            1                                WAVELENGTH FACT L1/2
21          C1    L1    D1    S1    P2    L2    D2    S2    C2# / TYPES OF OBSERV
              C5    L5    D5    S5    C7    L7    D7    S7    C8# / TYPES OF OBSERV
              L8    D8    S8                                # / TYPES OF OBSERV
1.000                                               INTERVAL
2012 10 11 02 00 0.0000000 GPS TIME OF FIRST OBS
2012 10 11 02 59 59.0000000 GPS TIME OF LAST OBS
16                                                LEAP SECONDS
BIT 2 OF LLI FLAGS DATA COLLECTED UNDER A/S CONDITION COMMENT
SNR is mapped to RINEX snr flag value [2-9] COMMENT
LX:      = 25dBHz -> 1; 26-27dBHz -> 2; 28-31dBHz -> 3 COMMENT
          32-35dBHz -> 4; 36-38dBHz -> 5; 39-41dBHz -> 6 COMMENT
          42-44dBHz -> 7; 45-48dBHz -> 8; >= 49dBHz -> 9 COMMENT
                                                END OF HEADER
12 10 11 02 00 0.0000000 0 16G05G07G08G09G15G17G18G19G26G28R04R05
              R13R14R15R22
22908159.946 120383192.321 9 -3148.164 49.700

24795888.942 130303323.578 7 -3274.910 42.600

21694975.316 114007903.329 9 -2215.064 51.650

24296825.881 127680690.791 7 3595.095 44.850

```

Obr. 6.3 Ukázka souboru RINEX s pozorovacími daty pro GLONASS a GPS

## 7 GNSS MATLAB toolbox

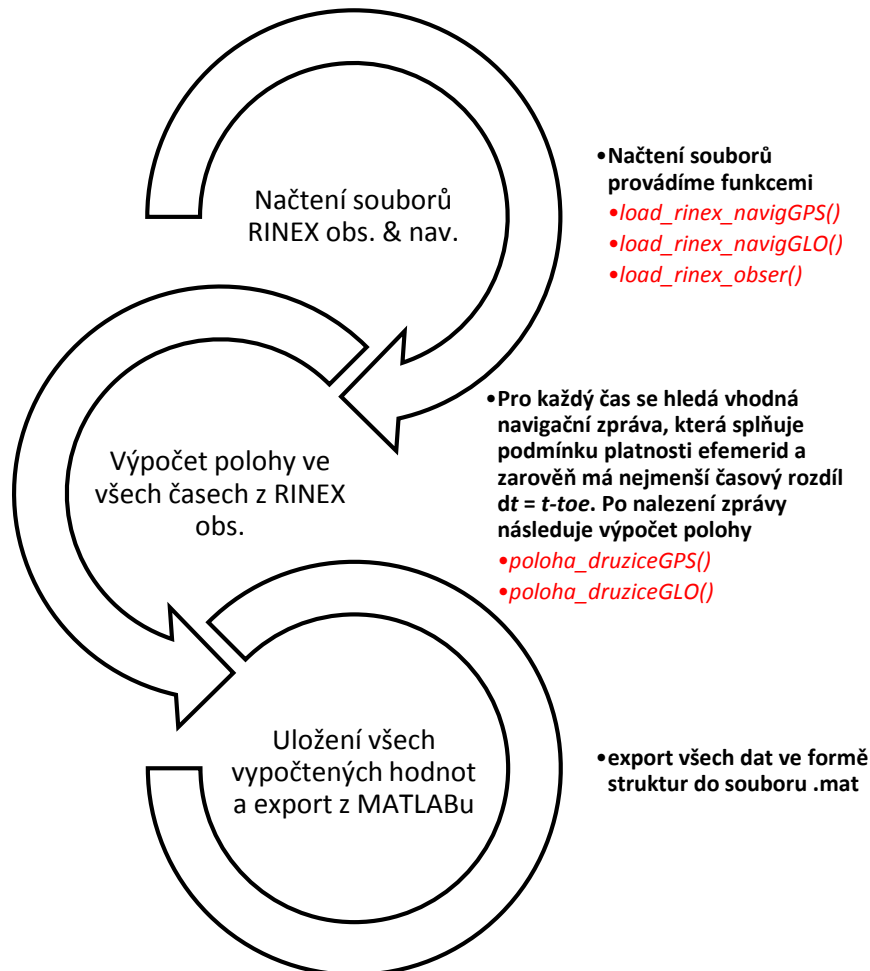
Jak již bylo v úvodu zmíněno, v rámci diplomové práce vzniknul soubor funkcí, který lze využívat jako MATLABovský toolbox. V následující kapitole si představíme simulační soubory z hlavního adresáře, tedy .m files které jsou tvořeny různými funkcemi podle požadavků simulace.

Soubor funkcí lze rozdělit do několika skupin.

- Načtení dat ze standardizovaných datových souborů RINEX
- Výpočet polohy družice
- Výpočet polohy uživatele
- Parametry kvality určení polohy

Podrobný popis funkcí je umístěn do přílohy.

### 7.1 Výpočet polohy družice GPS a GLONASS v čase vyslání



Obr. 7.1 Diagram skriptu výpočtu polohy družice

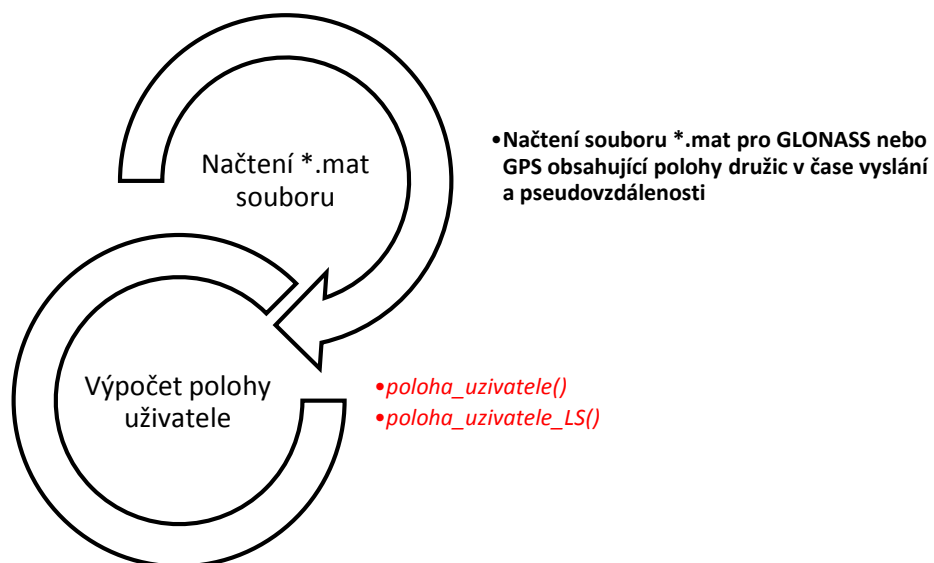


Pro výpočet polohy družice GPS a GLONASS byly vytvořeny dva skripty *GPS\_POLOHA\_druzic\_v\_case\_vyslani.m* a *GLONASS\_POLOHA\_druzic\_v\_case\_vyslani.m*. Skripty se liší pouze ve volání funkcí pro výpočet polohy družic, protože každý systém využívá jiný algoritmus výpočtu, viz kapitola Výpočet polohy družice a ve funkci pro načtení dat z navigačního souboru RINEX, které se liší potřebnými parametry pro výpočet polohy.

Vstupem do obou skriptů jsou dva soubory RINEX navigační a observační. Po načtení dat z RINEXových souborů následuje výpočet polohy. V prvním kroku skript zjistí počet záznamů v observačním souboru RINEX a pak následuje opakovaný výpočet polohy družice závislý na počtu záznamů a počtu družic v jednotlivých záznamech. V každém běhu je načten čas záznamu, pro který se hledají navigační zprávy splňující podmínku platnosti efemerid a co nejmenšího časového rozdílu mezi časem efemerid a časem záznamu. Po nalezení takovýchto navigačních zpráv je zavolána funkce pro výpočet polohy družice, jejímž výstupem je poloha v čase záznamu a časové korekce hodin družice. Po ukončení všech výpočtů jsou data ve formě struktur exportována z MATLABu do souboru \*.mat.

## 7.2 Výpočet polohy uživatele

Pro výpočet polohy uživatele byly vytvořeny dva skripty *Poloha\_uzivatele\_prima\_metoda.m* a *Poloha\_uzivatele\_metoda\_LS.m*, které se od sebe liší pouze použitou metodou výpočtu polohy. V předešlých kapitolách jsme si obě metody popsali, jedná se o přímou metodu a metodu nejmenších čtverců.

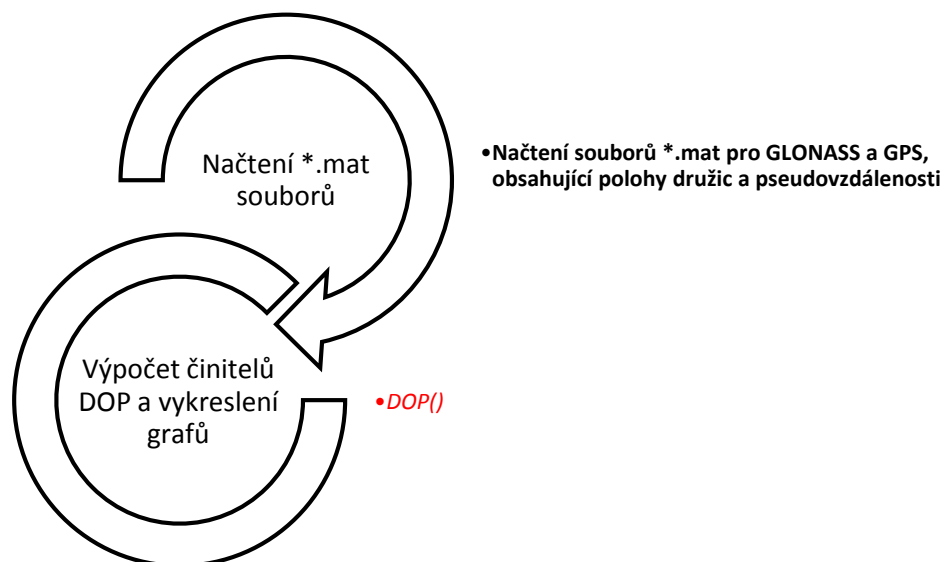


Obr. 7.2 Diagram skriptu výpočtu polohy uživatele

Vstupními daty do skriptu pro výpočet polohy uživatele jsou data, která jsme vypočítali a vyexportovali do souboru \*.mat v předešlé simulaci (kapitola 7.1) . Ze souboru si pouze načteme pseudovzdálenosti a polohy družic v čase vyslání, které poslouží jako vstupní hodnoty do funkce pro výpočet polohy uživatele *poloha\_uzivatele()* nebo *poloha\_uzivatele\_LS()*.

### 7.3 Parametry DOP

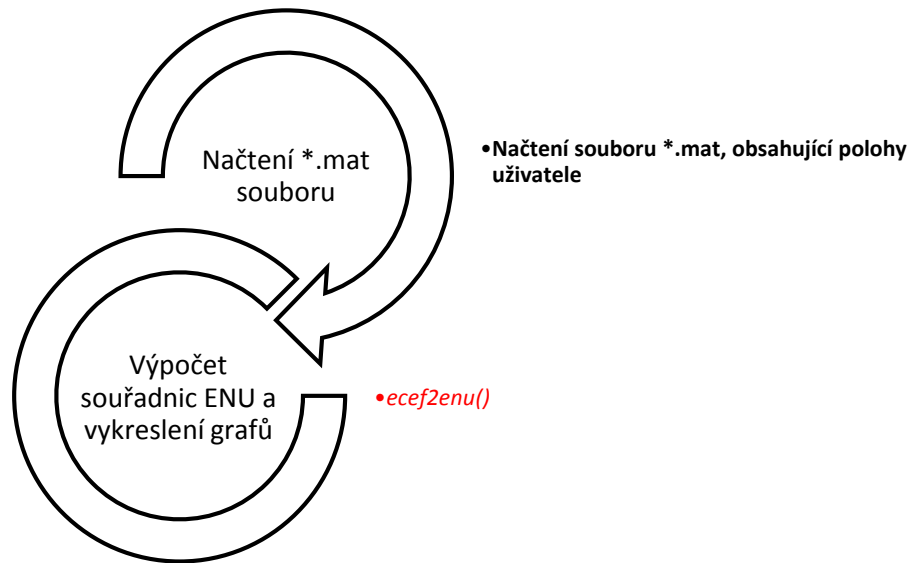
Pro zhodnocení kombinace systému GPS a GLONASS byl vytvořen skript *DOP.m*, který si načte pseudovzdálenosti a polohy družic z externího souboru, který byl vytvořen předešlými skripty, a opakovaně volá stejnojmennou funkci, která počítá činitele DOP. Na závěr skript vykreslí průběhy činitelů DOP a počet družic ve všech záznam pozorovacího souboru RINEX.



Obr. 7.3 Diagram skriptu výpočtu činitelů DOP

### 7.4 Chyba měření v lokálních souřadnicích ENU

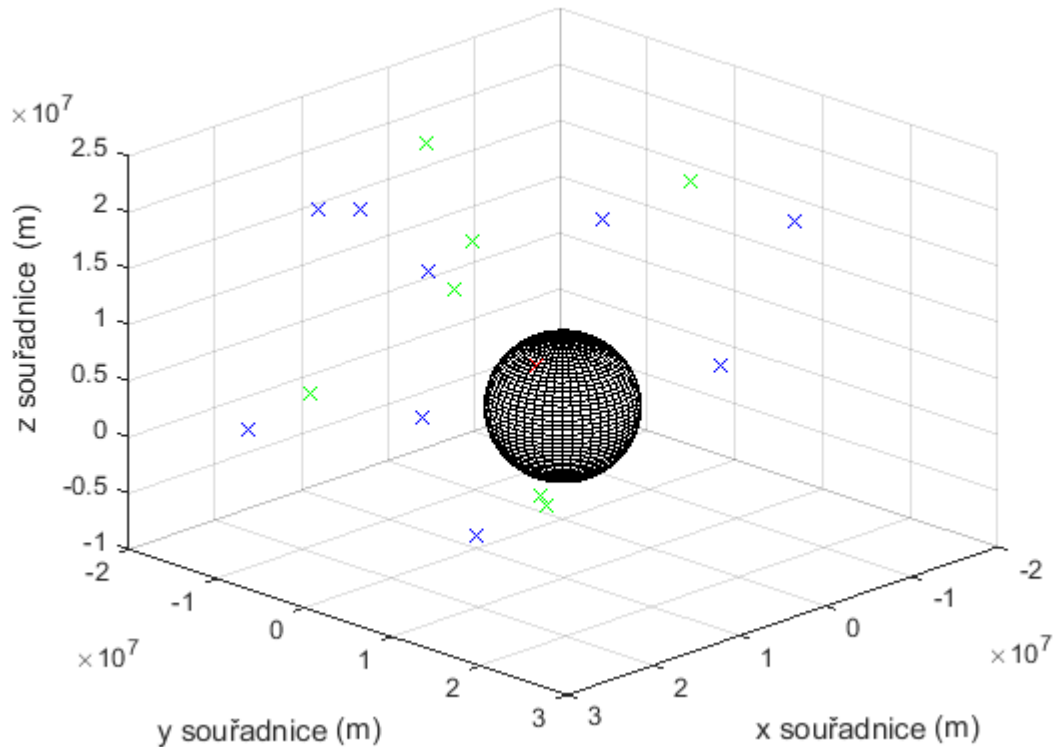
Druhým hodnotícím výstupem diplomové práce je chyba určení polohy uživatele zobrazena v lokálních souřadnicích ENU. Obdobně jako u výpočtu činitelů DOP si skript *ENU.m* nejdříve načte vstupní data z externího souboru \*.mat a poté zavolá funkci *ecef2enu()*, která výpočte ze souřadnic ECEF WGS-84 lokální souřadnice ENU vzhledem k referenčnímu bodu přijímače umístěného v budově ČVUT. Na závěr skript vykreslí průběhy souřadnic ENU v závislosti na čase.



Obr. 7.4 Diagram skriptu výpočtu lokálních souřadnic ENU

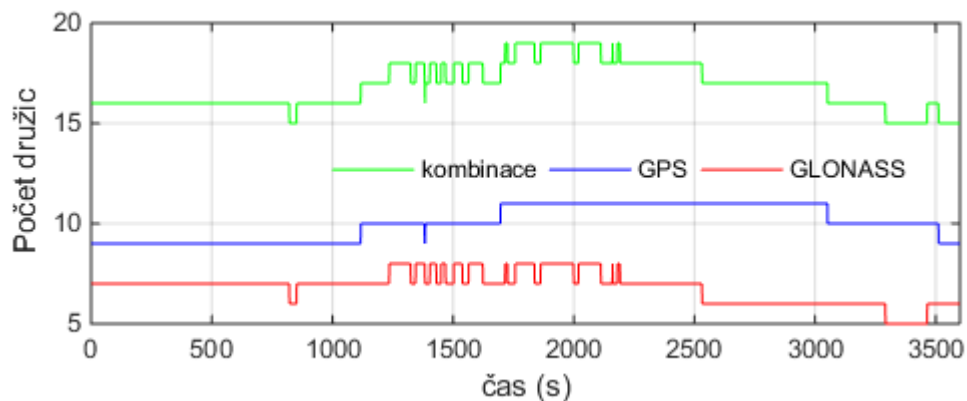
## 8 Grafické výstupy

Pomocí skriptů uvedených v kapitole GNSS MATLAB toolbox jsme si vypočítali polohové vektory družic obou systémů z dat monitorovací stanice K13137 ČVUT FEL v časech od 0:00:00 do 0:59:59 dne 11. 10. 2012 a výsledky jednoho času měření jsme si nechali vykreslit do grafu. Souřadnice družic GLONASS musely projít transformací, protože jsou všechny souřadnice zobrazeny ve WGS-84.

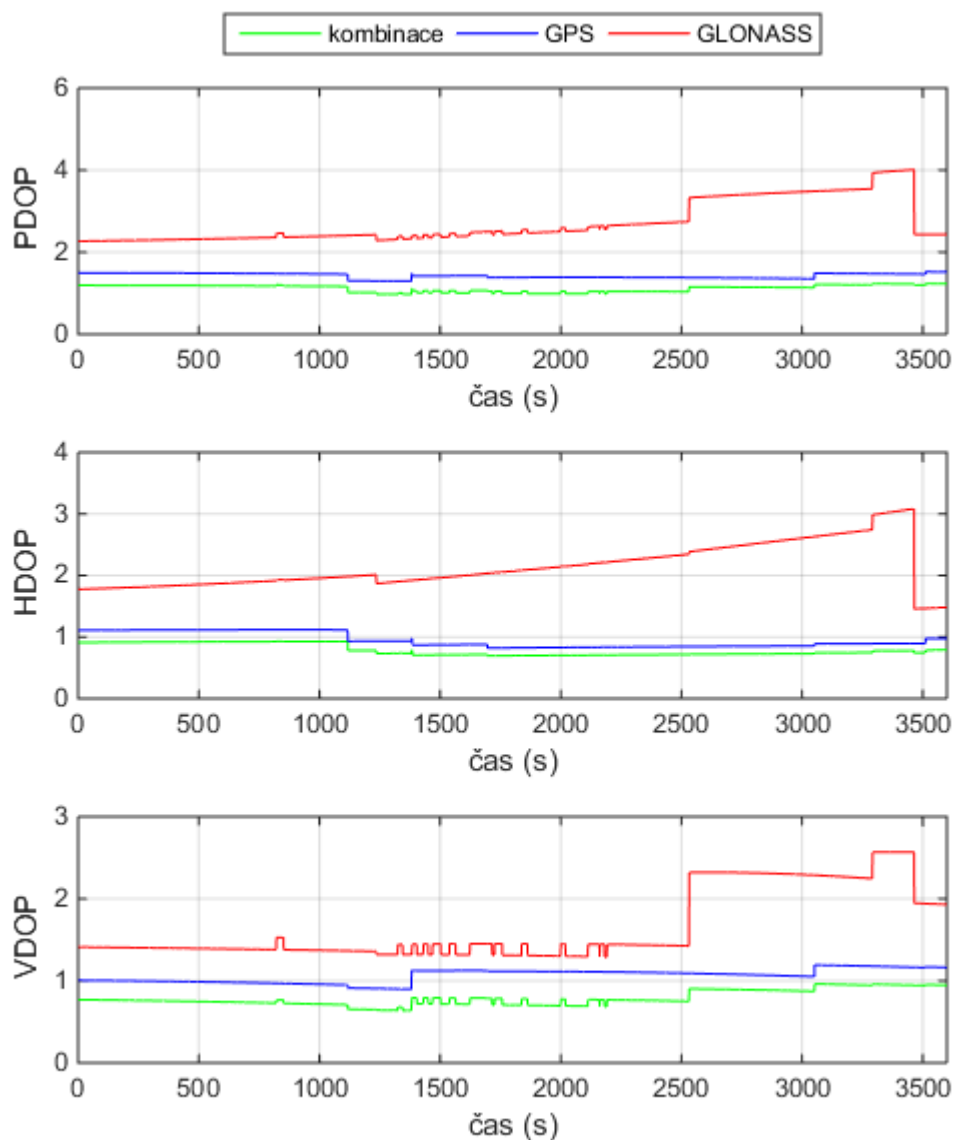


Obr. 8.1 Poloha *uživatele*, družic GPS a GLONASS v čase 0:00 dne 11. 10. 2012

Nyní když máme vypočtené polohy družic a známe souřadnice stanice, můžeme se pustit do hodnocení kombinace systému GPS a GLONASS pomocí činitelů DOP.



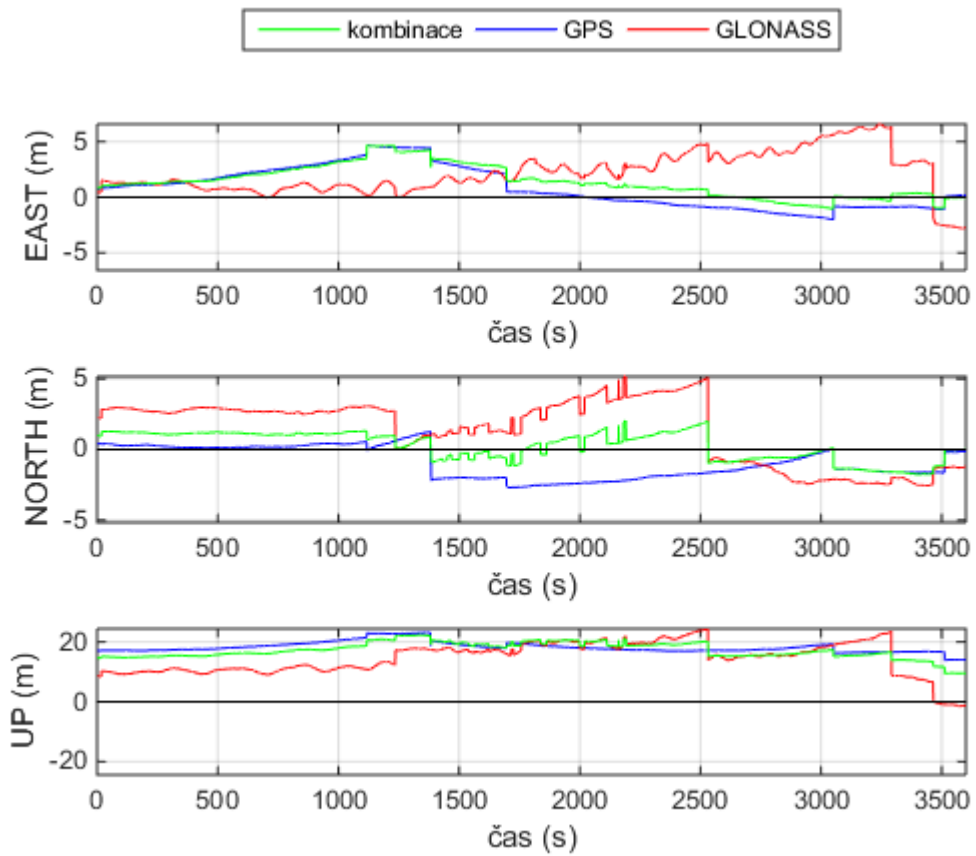
Obr. 8.2 Počet družic v průběhu měření



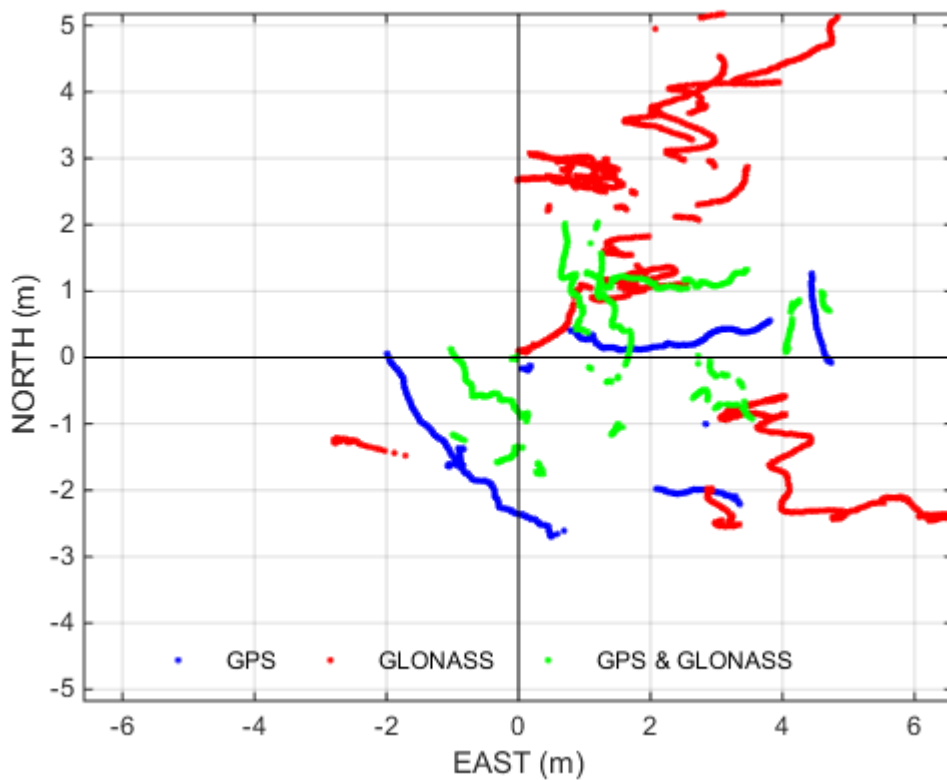
Obr. 8.3 Činitelé DOP v průběhu měření

Grafy zobrazují činitelé DOP v průběhu měření s počátkem v čase 0:00:00 dne 11. 10. 2012. V grafech je na první pohled patrná závislost činitelů DOP na počtu družic v daném měření a to jak pro jednotlivé systémy, tak i pro vytvořenou kombinaci. S rostoucím počtem družic nám klesají hodnoty činitelů DOP. Nesmíme ale zapomenout, že v hodnotě činitelů DOP se odráží i geometrické uspořádání, a proto stojí za povšimnutí fakt, že kombinací systémů s nepříliš vhodným geometrickým uspořádáním nám hodnoty činitelů nijak výrazně neklesají.

Druhým hodnotícím parametrem diplomové práce je chyba určení polohy uživatele zobrazená pomocí lokálních souřadnic ENU (East, North, Up), které jsou dány rovinou kolmou k normále z počátku ECEF souřadného systému k měřenému bodu.



Obr. 8.4 Průběh chyby určení polohy v lokálních souřadnicích ENU



Obr. 8.5 Průběh chyby určení polohy v lokálních souřadnicích ENU

Grafy jsou jako u činitelů DOP zobrazeny s počátečním časem 0:00:00 dne 11. 10. 2012. V grafech lokálních souřadnic je patrné, že kombinací systémů bylo dosaženo vyšší přesnosti, ale ne po celou dobu měření. Pokud zkombinujeme systém, který v daném čase měl oproti druhému systému příliš velkou odchylku od skutečné polohy, pak nám kombinací vznikne poloha s větší chybou, než byla chyba jednoho ze systémů. Takovýto nárůst chyby je způsoben výpočtem polohy uživatele. Metoda nejmenších čtverců se snaží minimalizovat součet čtverců odchylek vůči každé rovnici. Hledá tedy takový vektor polohy uživatele, který by minimalizoval chybový vektor. Pokud tedy mezi vstupní hodnoty pro výpočet polohy uživatele zařadíme hodnoty systému, které při výpočtu vykazují větší chybu, ovlivníme tak hodnoty s nižší chybou. Bylo by proto vhodné takovéto hodnoty do výpočtu nezahrnovat a minimalizovat tak vychýlení přijatelných hodnot.

## 9 Závěr

Z grafických výstupů a jejich komentářů uvedených v předešlé kapitole můžeme vyvodit závěry diplomové práce, která měla za úkol prověřit možnosti kombinace GNSS a na základě studia parametrů a dat družicových navigačních systémů se zaměřením na části věnované PVT (position, velocity and time) algoritmu provést analýzu možné kombinace pro určení polohy uživatele, kterou máme demonstrovat prostřednictvím simulací na reálných datech.

Na základě studia systému GPS a GLONASS jsme vytvořili soubor funkcí, který lze používat jako MATLABovský toolbox. K toolboxu byla vytvořena podrobná dokumentace jednotlivých funkcí, která by měla uživateli se základními znalostmi MATLABu a GNSS usnadnit práci. Kompletní dokumentace byla umístěna do přílohy diplomové práce.

K prověření možností kombinace GNSS byly sestaveny simulační skripty z funkcí námi vytvořeného toolboxu, které byly popsány v kapitole 7 GNSS MATLAB toolbox. Jednotlivé skripty jsou tvořeny různými funkcemi podle požadavků simulace, můžeme si je představit jako bloky funkcí, které na sebe vzájemně navazují a vzhledem k tomu, že jednotlivé funkce byly podrobně popsány v dokumentaci, můžeme si dovolit i bloky bez problémů přestavovat. Jako příklad bychom si mohli uvést situaci, kdy máme sestavený řetězec z bloků pro načtení dat ze standardizovaného datového souboru RINEX, výpočtu polohy družice v čase vyslání a výpočtu polohy uživatele, který použijeme v jednom případě k určení polohy uživatele s GPS přijímačem a podruhé k výpočtu polohy uživatele s přijímačem GLONASS. Oba případy se od sebe liší pouze použitím jiného bloku pro výpočet polohy družice, jinak zbytek řetězce zůstává stejný.

Z výsledků uvedených v kapitole 8 Grafické výstupy vyplývá, že kombinace má pozitivní dopad na služby GNSS. O tom že je kombinaci GNSS vhodná ke zpřesnění polohy vypovídají parametry DOP, které s rostoucím počtem družic v simulaci klesaly. Pokud ale došlo ke kombinaci GNSS s nepříliš vhodným geometrickým uspořádáním družic nebylo dosaženo výrazného poklesu činitelů DOP. Z toho plyne, že pro zlepšení služeb GNSS není rozhodující počet družic, ale především jejich konstelace.

Podobného závěru jsme dosáhli i při zhodnocení kombinace GNSS pomocí chyby určení polohy uživatele zobrazené v lokálních souřadnicích ENU, kdy při zkombinování GNSS tedy zvětšení počtu vstupních dat pro výpočet polohy uživatele nemusíme vždy dosáhnout lepších výsledků. Pokud zkombinujeme vstupní data zatížená větší chybou nelze dosáhnout při výpočtu polohy uživatele dobrých výsledků, ba naopak si můžeme pohoršit.



Proto by bylo vhodné se dále zaměřit na algoritmy, které by eliminovaly vstupní data způsobující toto vychýlení a také na zpřesnění výpočtů jednotlivých systémů zahrnutím dalších korekcí popřípadě dalších způsobů měření.

Pokud bychom chtěli prezentovat výsledky kombinace GNSS běžnému uživateli, který nezná význam činitelů DOP ani lokálních souřadnic ENU, mohli bychom mu vliv kombinace demonstrovat na situaci měření v terénu, kdy se uživatel s přijímačem pohybuje v městské zástavbě, které patří mezi problémové oblasti příjmu signálu. Tam uživatel určitě uvítá kombinaci systémů, která mu navýší počet dostupných družic, vykompenzuje tak družice, které nemohly být použity z důvodu nízkého elevačního úhlu a ve výsledku způsobí zvýšení přesnosti určení polohy uživatele, anebo vůbec možnost uskutečnění výpočtu polohy.

Kombinace GNSS by mohla mít v budoucnosti větší uplatnění vzhledem k tomu, že se nyní pracuje na projektech nových globálních družicových navigačních systémů, lze tedy předpokládat rostoucí význam problematiky kombinace GNSS.

## 10 Literatura

1. **Rapant, P.** *Družicové polohové systémy*. Ostrava : Vydavatelství VŠB-TU, 2002. str. 202. ISBN 80-248-0124-8.
2. **Hrdina, Zděnek, Pánek, Petr a Vejražka, František.** *Rádiové určování polohy*. Praha : Vydavatelství ČVUT, 1995. str. 265. ISBN 80-01386-3.
3. **Vejražka, František.** *Rádiové systémy*. [Prezentace] 2014.
4. GLONASS Satellite Coordinates Computation. [Online] [Citace: 15. 2. 2013.] [http://www.navigedia.net/index.php/GLONASS\\_Satellite\\_Coordinates\\_Computation#cite\\_note-1](http://www.navigedia.net/index.php/GLONASS_Satellite_Coordinates_Computation#cite_note-1).
5. **He, Y. a Bilgic, A.** Iterative least squares method for global positioning system. *Advances in Radio Science*. [Online] 2011.[Citace: 10. 1. 2015.] <http://www.adv-radio-sci.net/>.
6. **Subirana, J. Sanz, Zornoza, J.M. Juan a Hernández-Pajares, M.** Satellite Coordinates Computation. [Online] Technical University of Catalonia, 2011. [Citace: 20. 4 2015.] [http://www.navigedia.net/index.php/Satellite\\_Coordinates\\_Computation](http://www.navigedia.net/index.php/Satellite_Coordinates_Computation).
7. **Subirana, J. Sanz, Zornoza, J.M. Juan a Hernández, M.** Transformations between ECEF and ENU coordinates. *navigedia*. [Online] Technical University of Catalonia, 2011. [Citace: 4. 26 2015.] [http://www.navigedia.net/index.php/Transformations\\_between\\_ECEF\\_and\\_ENU\\_coordinates](http://www.navigedia.net/index.php/Transformations_between_ECEF_and_ENU_coordinates).
8. The History of Navigation. *BoatSafe.com*. [Online] Nautical Know How. [Citace: 16. 3. 2015.] <http://www.boatsafe.com/kids/navigation.htm>.
9. A Study on the GPS Satellites Orbit. [Online] [Citace: 27. 12. 2012.] [http://ccar.colorado.edu/asen5050/projects/projects\\_2008/xiaofanli/#\\_Toc216689015](http://ccar.colorado.edu/asen5050/projects/projects_2008/xiaofanli/#_Toc216689015).
10. U.S. COAST GUARD NAVIGATION CENTER. [Online] [Citace: 3. 11. 2014.] <http://www.navcen.uscg.gov/>.
11. What is GALILEO ? [Online] [Citace: 27. 10 2014.] <http://www.esa.int/esaNA/galileo.html>.
12. Engineering, Russian Institute of Space Device. *Interface Control Document GLONASS*. 5.1. Moskva , 2008. str. 65.
13. **Flandern, Tom Van.** What the Global Positioning System Tells Us about Relativity. *Meta Research (innovative astronomy research)*. [Online] 27. 12. 2012. <http://www.metaresearch.org/cosmology/gps-relativity.asp>.
14. *The Receiver Independent Exchange Format*. Gurtner, Werner. Bern , 2006.
15. **Hernández-Pajares, M., Zornoza, J.M. Juan a Subirane, J. Sanz.** *GPS data processing: code and phase Algorithms, Techniques and Recipes*. Barcelona, 2005. str. 339. ISBN 84-932230-5-0.

16. **Hrdina, Zdeněk.** *Statistická radiotechnika.* Praha : Vydavatelství ČVUT, 1996. ISBN 80-01-01489-4.
17. **Cheng, Chao-heh.** *Calculation for Positioning With Global Navigation Satellite System.* Ohio : Universita Ohio, 1998. str. 102. Diplomová práce.
18. **Morávková, Zuzana.** *KMDG VŠB-TUO wiki.* [Online] [Citace: 24. 3 2013.] [http://mdg.vsb.cz/wiki/index.php/714-0655/01\\_-\\_Metoda\\_Runge-Kutta\\_-\\_%C5%99e%C5%A1en%C3%BD\\_p%C5%99%C3%ADklad\\_v\\_Matlabu](http://mdg.vsb.cz/wiki/index.php/714-0655/01_-_Metoda_Runge-Kutta_-_%C5%99e%C5%A1en%C3%BD_p%C5%99%C3%ADklad_v_Matlabu).
19. NAVSTAR, GPS. *GLOBAL POSITIONING SYSTEM, STANDARD POSITIONING SERVICE, SIGNAL SPECIFICATION.* 1995.
20. **Meeus, Jean.** *Astronomical algorithms.* Richmond : Willmann-Bell, 1998. ISBN 0-943396-61-1.
21. **Abdel-tawwab Abdel-salam, Mohamed.**  
Precise Point Positioning Using UN-Differenced Code and Carrier Phase Observations. *UNIVERSITY OF CALGARY.* [Online] 2005. [Citace: 8. 12. 2014.] <http://schulich.ucalgary.ca/>.
22. **Kaplan, Elliot D. a Hegarty, Christopher J.**  
*Understanding GPS: Principles and Applications.* London : Artech House, 2005. ISBN 1-58053-894-0.
23. **Misra, Pratap a Enge, Per.**  
*Global Positioning System" Signals, Measuremens, and Performance.* Ganga-Jamuna Press, 2010. ISBN 0-9709544-0-9.
24. **Filipe Faria Nogueira Ferrao, Pedro.**  
*Positioning with Combined GPS and GLONASS Observation.* LISBOA : Técnico Lisboa, 2013.

## 11 Příloha

### 11.1 Definice parametrů GPS

$M_0$	Střední anomálie družice v referenčním čase $t_{oe}$
$e$	Excentricita
$\Delta n$	Korekce středního pohybu družice
$a$	Hlavní poloosa oběžné dráhy družice
$\Omega_0$	Rektascenze vzestupného uzlu v referenčním čase
$i_0$	Inklinace v referenčním čase
$\omega$	Argument perigea
$\dot{\Omega}$	Rychlost změny rektascenze
$\dot{i}$	Rychlost změny inklinace
$C_{uc}, C_{us}$	Argument korekcí zeměpisné šířky
$C_{rs}, C_{rs}$	Korekce poloměru oběžné dráhy
$C_{is}, C_{is}$	Korekce inklinace
$t_{oe}$	Referenční čas efemeridu
$\Omega_e$	Úhlová rychlost, kterou rotuje soustava (WGS-84 $\Omega_e = 7,2921151 \cdot 10^{-5}$ rad/s)
$\mu$	Gravitační konstanta (WGS84 $\mu = 3,986005 \cdot 10^{14}$ m <sup>3</sup> /s <sup>2</sup> )
$a_{f_0}, a_{f_1}, a_{f_2}$	Koeficienty časové základny družice

## 11.2 Definice parametrů GLONASS

$t_e$	Čas efemeridů
$x(t_e)$	Souřadnice v čase $t_e$ v souřadné soustavě PZ90
$y(t_e)$	Souřadnice v čase $t_e$ v souřadné soustavě PZ90
$z(t_e)$	Souřadnice v čase $t_e$ v souřadné soustavě PZ90
$v_x(t_e)$	Oběžná rychlost v čase $t_e$ v souřadné soustavě PZ90
$v_y(t_e)$	Oběžná rychlost v čase $t_e$ v souřadné soustavě PZ90
$v_z(t_e)$	Oběžná rychlost v čase $t_e$ v souřadné soustavě PZ90
$\theta_{G_0}$	Hvězdný čas o půlnoci v Greenwich v GMT čase vztažený ke dni efemeridů
$\ddot{X}(t_e)$	Zrychlení ve směru osy x v čase $t_e$
$\ddot{Y}(t_e)$	Zrychlení ve směru osy y v čase $t_e$
$\ddot{Z}(t_e)$	Zrychlení ve směru osy z v čase $t_e$
$\omega_E$	Rychlost otáčení Země ( $0.72921115 \cdot 10^{-4}$ rad/s)
$a_E$	Poloměr rovníku Země v soustavě PZ90 (6378.136 km)
$\mu$	Gravitační konstanta v soustavě PZ90 ( $398600.44$ km <sup>3</sup> /s <sup>2</sup> )
$C_{20}$	Druhý zónový koeficient kulového harmonického vyjádření

### 11.3 Metoda Runge-Kutta 4.řádu

Rovnice potřebné k výpočtu polohy družice GLONASS pomocí metody Runge-Kutta 4.řádu.

$$\begin{aligned} k_{11} &= hf_1(t_e, x_a(t_e), y_a(t_e), z_a(t_e), v_{x_a}(t_e), v_{y_a}(t_e), v_{z_a}(t_e)) \\ &= hv_{x_a}(t_e) \end{aligned} \quad (11.1)$$

$$\begin{aligned} k_{21} &= hf_1\left(t_e + \frac{1}{2}h, x_a(t_e) + \frac{1}{2}k_{11}, y_a(t_e) + \frac{1}{2}k_{12}, z_a(t_e) + \frac{1}{2}k_{13}, \right. \\ &\quad \left. v_{x_a}(t_e) + \frac{1}{2}k_{14}, v_{y_a}(t_e) + \frac{1}{2}k_{15}, v_{z_a}(t_e) + \frac{1}{2}k_{16}\right) = \\ &= h\left(v_{x_a}(t_e) + \frac{1}{2}k_{14}\right) \end{aligned} \quad (11.2)$$

$$\begin{aligned} k_{31} &= hf_1\left(t_e + \frac{1}{2}h, x_a(t_e) + \frac{1}{2}k_{21}, y_a(t_e) + \frac{1}{2}k_{22}, z_a(t_e) + \frac{1}{2}k_{23}, \right. \\ &\quad \left. v_{x_a}(t_e) + \frac{1}{2}k_{24}, v_{y_a}(t_e) + \frac{1}{2}k_{25}, v_{z_a}(t_e) + \frac{1}{2}k_{26}\right) = \\ &= h\left(v_{x_a}(t_e) + \frac{1}{2}k_{24}\right) \end{aligned} \quad (11.3)$$

$$\begin{aligned} k_{41} &= hf_1(t_e + h, x_a(t_e) + k_{31}, y_a(t_e) + k_{32}, z_a(t_e) + k_{33}, \\ &\quad v_{x_a}(t_e) + k_{34}, v_{y_a}(t_e) + k_{35}, v_{z_a}(t_e) + k_{36}) = \\ &= h(v_{x_a}(t_e) + k_{34}) \end{aligned} \quad (11.4)$$

$$k_{12} = h(v_{y_a}(t_e)) \quad (11.5)$$

$$k_{22} = h\left(v_{y_a}(t_e) + \frac{1}{2}k_{15}\right) \quad (11.6)$$

$$k_{32} = h\left(v_{y_a}(t_e) + \frac{1}{2}k_{25}\right) \quad (11.7)$$

$$k_{42} = h(v_{y_a}(t_e) + k_{35}) \quad (11.8)$$

$$k_{13} = h(v_{z_a}(t_e)) \quad (11.9)$$

$$k_{23} = h \left( v_{z_a}(t_e) + \frac{1}{2} k_{16} \right) \quad (11.10)$$

$$k_{33} = h \left( v_{z_a}(t_e) + \frac{1}{2} k_{26} \right) \quad (11.11)$$

$$k_{43} = h(v_{z_a}(t_e) + k_{36}) \quad (11.12)$$

$$k_{14} = h \left( \frac{-\mu}{\gamma^3} x_a(t_e) + \frac{3}{2} C_{20} \frac{\mu a_E^2}{\gamma^5} x_a(t_e) \left( 1 - \frac{5}{\gamma^2} z_a(t_e)^2 \right) + \right. \\ \left. + \omega_E^2 x_a(t_e) + 2\omega_E v_{y_a}(t_e) + \ddot{X}(t_e) \right) \quad (11.13)$$

$$k_{24} = h \left( \frac{-\mu}{\gamma^3} \left( x_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{11} \right) + \frac{3}{2} C_{20} \frac{\mu a_E^2}{\gamma^5} \left( x_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{11} \right) \cdot \right. \\ \left. \cdot \left( 1 - \frac{5}{\gamma^2} \left( z_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{13} \right)^2 \right) + \omega_E^2 \left( x_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{11} \right) + \right. \\ \left. + 2\omega_E \left( v_{y_a}(t_e) + \frac{1}{2} k_{15} \right) + \ddot{X}(t_e) \right) \quad (11.14)$$

$$k_{34} = h \left( \frac{-\mu}{\gamma^3} \left( x_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{21} \right) + \frac{3}{2} C_{20} \frac{\mu a_E^2}{\gamma^5} \left( x_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{21} \right) \cdot \right. \\ \left. \cdot \left( 1 - \frac{5}{\gamma^2} \left( z_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{23} \right)^2 \right) + \omega_E^2 \left( x_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{21} \right) + \right. \\ \left. + 2\omega_E \left( v_{y_a}(t_e) + \frac{1}{2} k_{25} \right) + \ddot{X}(t_e) \right) \quad (11.15)$$

$$k_{44} = h \left( \frac{-\mu}{\gamma^3} \left( x_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{31} \right) + \frac{3}{2} C_{20} \frac{\mu a_E^2}{\gamma^5} \left( x_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{31} \right) \cdot \right. \\ \left. \cdot \left( 1 - \frac{5}{\gamma^2} \left( z_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{33} \right)^2 \right) + \omega_E^2 \left( x_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{31} \right) + \right. \\ \left. + 2\omega_E \left( v_{y_a}(t_e) + \frac{1}{2} k_{35} \right) + \ddot{X}(t_e) \right) \quad (11.16)$$

$$k_{15} = h \left( \frac{-\mu}{\gamma^3} y_a(t_e) + \frac{3}{2} C_{20} \frac{\mu \cdot a_E^2}{\gamma^5} y_a(t_e) \left( 1 - \frac{5}{\gamma^2} z_a(t_e)^2 \right) + \omega_E^2 y_a(t_e) + 2\omega_E v_{y_a}(t_e) + \dot{Y}(t_e) \right) \quad (11.17)$$

$$k_{25} = h \left( \frac{-\mu}{\gamma^3} \left( y_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{12} \right) + \frac{3}{2} C_{20} \frac{\mu a_E^2}{\gamma^5} \left( y_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{12} \right) \cdot \left( 1 - \frac{5}{\gamma^2} \left( z_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{13} \right)^2 \right) + \omega_E^2 \left( y_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{12} \right) + 2\omega_E \left( v_{x_a}(t_e) + \frac{1}{2} k_{14} \right) + \dot{Y}(t_e) \right) \quad (11.18)$$

$$k_{35} = h \left( \frac{-\mu}{\gamma^3} \left( y_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{22} \right) + \frac{3}{2} C_{20} \frac{\mu a_E^2}{\gamma^5} \left( y_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{22} \right) \cdot \left( 1 - \frac{5}{\gamma^2} \left( z_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{23} \right)^2 \right) + \omega_E^2 \left( y_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{22} \right) + 2\omega_E \left( v_{x_a}(t_e) + \frac{1}{2} k_{24} \right) + \dot{Y}(t_e) \right) \quad (11.19)$$

$$k_{45} = h \left( \frac{-\mu}{\gamma^3} \left( y(t_e) + \frac{1}{2} k_{32} \right) + \frac{3}{2} C_{20} \frac{\mu a_E^2}{\gamma^5} \left( y_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{32} \right) \cdot \left( 1 - \frac{5}{\gamma^2} \left( z_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{33} \right)^2 \right) + \omega_E^2 \left( y_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{32} \right) + 2\omega_E \left( v_{x_a}(t_e) + \frac{1}{2} k_{34} \right) + \dot{Y}(t_e) \right) \quad (11.20)$$

$$k_{16} = h \left( \frac{-\mu}{\gamma^3} z_a(t_e) + \frac{3}{2} C_{20} \frac{\mu a_E^2}{\gamma^5} z_a(t_e) \left( 3 - \frac{5}{\gamma^2} z_a(t_e)^2 \right) + \ddot{Z}(t_e) \right) \quad (11.21)$$

$$k_{26} = h \left( \frac{-\mu}{\gamma^3} \left( z_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{13} \right) + \frac{3}{2} C_{20} \frac{\mu a_E^2}{\gamma^5} \left( z_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{13} \right) \cdot \left( 3 - \frac{5}{\gamma^2} \left( z_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{13} \right)^2 \right) + \dot{Y}(t_e) \right) \quad (11.22)$$



$$k_{36} = h \left( \frac{-\mu}{\gamma^3} \left( z_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{23} \right) + \frac{3}{2} C_{20} \frac{\mu a_E^2}{\gamma^5} \left( z_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{23} \right) \cdot \right. \\ \left. \cdot \left( 3 - \frac{5}{\gamma^2} \left( z_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{23} \right)^2 \right) + \ddot{Z}(t_e) \right) \quad (11.23)$$

$$k_{46} = h \left( \frac{-\mu}{\gamma^3} \left( y(t_e) + \frac{1}{2} k_{33} \right) + \frac{3}{2} C_{20} \frac{\mu a_E^2}{\gamma^5} \left( z_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{33} \right) \cdot \right. \\ \left. \cdot \left( 3 - \frac{5}{\gamma^2} \left( z_a(t_e) + \frac{1}{2} k_{33} \right)^2 \right) + \ddot{Z}(t_e) \right) \quad (11.24)$$

$$x_a(t) = x(t_e) + \frac{1}{6} (k_{11} + 2k_{21} + 2k_{31} + k_{41}) \quad (11.25)$$

$$y_a(t) = y(t_e) + \frac{1}{6} (k_{12} + 2k_{23} + 2k_{32} + k_{42}) \quad (11.26)$$

$$z_a(t) = z(t_e) + \frac{1}{6} (k_{13} + 2k_{23} + 2k_{33} + k_{43}) \quad (11.27)$$

$$v_{x_a}(t) = v_{x_a}(t_e) + \frac{1}{6} (k_{14} + 2k_{24} + 2k_{34} + k_{44}) \quad (11.28)$$

$$v_{y_a}(t) = v_{y_a}(t_e) + \frac{1}{6} (k_{15} + 2k_{25} + 2k_{35} + k_{45}) \quad (11.29)$$

$$v_{z_a}(t) = v_{z_a}(t_e) + \frac{1}{6} (k_{16} + 2k_{26} + 2k_{36} + k_{46}) \quad (11.30)$$

## 11.4 Popis funkcí v MATLABu

Popis každé funkce je složen z úvodu, ve většině případů popisu základní funkcionality shrnuté v jedné větě popřípadě souvětí, na který naváže teoretická část, definice vstupních proměnných, popis algoritmu a definice výstupních proměnných funkce.

### 11.4.1 Funkce načtení souborů RINEX

#### 11.4.1.1 GPS navigační soubor RINEX

Funkce převodu navigačního souboru RINEX z formátu .12N do struktury

#### Teorie

---

Soubory RINEX jsou standardem pro předávání informací naměřených přijímači GNSS různých výrobců. Každý navigační soubor se skládá z hlavičky a navigační zprávy. Soubor nese řadu informací, které byly podrobně popsány v kapitole RINEX standard pro předávání dat.

#### Hlavička

---

```
function [ RINEX_N ] = load_rinex_navGPS( soubor )
```

Vstupní proměnné:

- *soubor* název souboru v charu např. '6598285a.12N'

#### Popis výpočtu

---

Funkce se skládá z několika hlavních částí. V první a druhé části se hledá na kolika řádcích je zaznamenána hlavička a navigační data zprávy.

```
while 1;
    hlavička_radek = hlavička_radek+1; % nekonečna smyčka
    radek = fgetl(fileID); % počítání řádků
    hldej = findstr(radek, 'END OF HEADER'); % načtení obsahu řádku
    if ~isempty(hldej), break; end; % cyklus se ukončí potom,
end % co je nalezen konec hlavičky
```

```
while 1
    nav_data_radek = nav_data_radek+1;
    radek = fgetl(fileID);
    if radek == -1, break; end; % cyklus se ukončí potom, co načítání
end % ...řádku dojde na konec souboru
```

Následující část navazuje na předešlé dvě části, kde byly zjištěny počty řádků obou částí navigační zprávy, které nám dále poslouží jako proměnné pro cykly, které zajišťují uložení parametrů zprávy do proměnných ve workspace a následně do struktury.

```

% Uložení hlavičky
for opak = 1 : hlavička_radek;
    radek = fgetl(fileID);

    switch opak
    case 3
        A0 = str2num(radek(4:14)); ...

```

## Výstup funkce

- *RINEX\_N* struktura obsahující data navigačního souboru RINEX

```

% RINEX_N. DRUZI CE. ID_druzi ce. (GPStime). toc (s GPS týdne)
% .SV_clock_bias (s)
% .SV_clock_drift (s/s)
% .SV_clock_drift_rate (s/s^2)
% .ODE_issue_of_date
% .C_rs (m)
% .delta_n (rad/sec)
% .M_o (rad)
% .C_uc (rad)
% .e
% .C_us (rad)
% .sqrt_A (sqrt(m))
% .t_oe (s GPS týdne)
% .C_ic (rad)
% .Omega (rad)
% .C_is (rad)
% .i_0 (rad)
% .C_rc [m]
% .omega (rad)
% .Omega_dot (rad/s)
% .i_dot (rad/s)
% .codes_on_L2
% .GPS_week
% .L2P_data_flag
% .SV_accuracy (m)
% .SV_health
% .T_GD (s)
% .IODC_issue_of_data
% .Transmission_time_of_message (s)
% .Fit_interval (hodiny)
% RINEX_N. HEADER. A0, A1, A2, A3, B0, B1, B2, B3, A0_utc, A1_utc, T_ref, W_gps, leap_sec

```

### 11.4.1.2 GLONASS navigační soubor RINEX

Funkce převodu navigačního souboru RINEX z formátu .12G do struktury

#### Teorie

---

Soubory RINEX jsou standardem pro předávání informací naměřených přijímači GNSS různých výrobců. Každý navigační soubor se skládá z hlavičky a navigační zprávy. Soubor nese řadu informací, které byly podrobně popsány v kapitole RINEX standard pro předávání dat.

#### Hlavička

---

```
function [ RINEX_N ] = load_rinex_navigLO( soubor )
```

Vstupní proměnné:

- *soubor* název souboru v charu např. '6598285a.12G'

#### Popis výpočtu

---

Funkce se skládá z několika hlavních částí. V první a druhé části se hledá na kolika řádcích je zaznamenána hlavička a navigační data zprávy.

```
while 1; % nekonečna smyčka
    hlavička_radek = hlavička_radek+1; % počítání řádků
    radek = fgetl(fileID); % načtení obsahu řádku
    hledej = findstr(radek, 'END OF HEADER');
    if ~isempty(hledej), break; end; % cyklus se ukončí potom,
end % ... co je nalezen konec hlavičky
```

```
while 1
    nav_data_radek = nav_data_radek+1;
    radek = fgetl(fileID);
    if radek == -1, break; end; % cyklus se ukončí potom, co načítání
end % ...řádku dojde na konec souboru
```

Následující část navazuje na předešlé dvě části, kde byly zjištěny počty řádků obou částí navigační zprávy, které nám dále poslouží jako proměnné pro cykly, které zajišťují uložení parametrů zprávy do proměnných ve workspace a následně do struktury.

```
% Uložení hlavičky
for opak = 1 : hlavička_radek;
    radek = fgetl(fileID);

    switch opak
        case 3
            tauC = str2num(radek(22:46)); ...
```

## Výstup funkce

---

- `RINEX_N` struktura obsahující data navigačního souboru RINEX

```
% RINEX_N. DRUZIICE.ID_druzice.(GPStime...).rok (číslo roku)
%
% .mesic (číslo měsíce)
% .den (číslo dne v měsíci)
% .hodina (hod)
% .minuta (min)
% .sekunda (s)
% .SV_clock_bias (s)
% .SV_rel_freq_bias
% .message_frame_time (s UTC týdne)
% .x_position (m)
% .velocity_x_dot (m/s)
% .x_acceleration (m/s^2)
% .health
% .y_position (m)
% .velocity_y_dot (m/s)
% .y_acceleration (m/s^2)
% .frequency_number
% .z_position (m)
% .velocity_z_dot (m/s)
% .z_acceleration (m/s^2)
% .age_of_oper_information (dny)
% rinex_n. HEADER. tauC, leap_seconds
```

### 11.4.1.3 Pozorovací data souboru RINEX

Funkce převodu pozorovacích dat souboru RINEX z formátu .12O do struktury

#### Teorie

---

Soubory RINEX jsou standardem pro předávání informací naměřených přijímači GNSS různých výrobců. Každý soubor se skládá z hlavičky a pozorovacích dat. Soubor nese řadu informací, které byly podrobně popsány v kapitole RINEX standard pro předávání dat.

#### Hlavička

---

```
function [ RINEX_0 ] = load_rinex_obser( soubor )
```

Vstupní proměnné:

- *soubor* název souboru v charu např. '6598285a.120'

#### Popis výpočtu

---

Funkce se skládá z několika hlavních částí. V první a druhé části se hledá na kolika řádcích je zaznamenána hlavička a pozorovací data zprávy.

```
while 1;
    hlavička_radek = hlavička_radek+1; % nekonečna smyčka
    radek = fgetl(fileID); % počítání řádků
    hldej = findstr(radek, 'END OF HEADER'); % načtení obsahu řádku
    if ~isempty(hldej), break; end; % cyklus se ukončí potom,
end % ... co je nalezen konec hlavičky
```

```
while 1
    nav_data_radek = nav_data_radek+1;
    radek = fgetl(fileID);
    if radek == -1, break; end; % cyklus se ukončí potom, co načítání
end % ...řádku dojde na konec souboru
```

Následující část navazuje na předešlé dvě části, kde byly zjištěny počty řádků obou částí zprávy, které nám dále poslouží jako proměnné pro cykly, které zajišťují uložení parametrů zprávy do proměnných ve workspace a následně do struktury.

```
% Přeskočení hlavičky
for opak = 1 : hlavička_radek;
    radek = fgetl(fileID);
end ...
```

## Výstup funkce

---

- `RINEX_O` struktura obsahující data pozorovacího souboru RINEX

```
% RINEX_O.CAS1.rok (číslo roku)
%       .mesic (číslo měsíce)
%       .den (číslo dne v měsíci)
%       .hodina (hod)
%       .minuta (min)
%       .sekunda (s)
%       .G02 [1x1 struct]
%       .G03 [1x1 struct]
%       .G05 [1x1 struct]
%       .R03 [1x1 struct]
%       .R04 [1x1 struct]...
%
% RINEX_O.CAS1.G02.C1 (m)
%       .L1 (počet cyklů)
%       .D1 (Hz)
```

## 11.4.2 Poloha družice

### 11.4.2.1 Poloha družice GPS

Funkce výpočtu polohy GPS družice z efemerid navigační zprávy souboru RINEX.

#### Teorie

---

Postup výpočtu byl podrobně popsán v kapitole Standardní algoritmus výpočtu polohy družice.

#### Hlavička

---

```
function [ poloha, delta_tsv, t ] = poloha_druziceGPS( druzice , t )
```

Vstupní proměnné:

- $t$  čas výpočtu polohy družice (s GPS týdne)
- *druzice* struktura obsahující parametry navigační zprávy počítané družice

```
%          družice.toc (s GPS týdne)
%          .SV_clock_bias (s)
%          .SV_clock_drift (s/s)
%          .SV_clock_drift_rate (s/s^2)
%          .ODE_issue_of_date
%          .C_rs (m)
%          .delta_n (rad/sec)
%          .M_o (rad)
%          .C_uc (rad)
%          .e
%          .C_us (rad)
%          .sqrt_A (sqrt(m))
%          .t_oe (s GPS týdne)
%          .C_ic (rad)
%          .Omega (rad)
%          .C_is (rad)
%          .i_0 (rad)
%          .C_rc [m]
%          .omega (rad)
%          .Omega_dot (rad/s)
%          .i_dot (rad/s)
%          .codes_on_L2
%          .GPS_week
%          .L2P_data_flag
%          .SV_accuracy (m)
%          .SV_health
%          .T_GD (s)
%          .IODE_issue_of_data
%          .Transmission_time_of_message (s)
%          .Fit_interval (hodiny)
```



## Popis výpočtu

---

Na začátku funkce definujeme konstanty nezbytné pro výpočet.

```
%% Defini ce konstant
mi cro = 3. 986005e14;           % (m^3/s^2)
OMEGA_E = 7. 2921151467e- 5;    % (rad/s)
F = -4. 442807633e- 10;         % (s/sqrt(m))
```

Dále provedeme výpočet časových korekcí hodin družice a korekce použijeme na čas výpočtu polohy družice.

```
dtr = F * e * sqrt_A * sin(E);           % relativistická korekce dtr
dt = kontrol a_casu(t - toc);           % kontrola pře(pod)tečení GPS času
del ta_tsv = af0 + af1*dt + af2*(dt^2) + dtr - dtg;
```

Pokud budeme postupovat přesně podle kapitoly Standardní algoritmus výpočtu polohy družice, bude nyní následovat výpočet polohy dle vztahů (5.4) až (5.38).

```
%% Výpočet polohy družice
A = (sqrt_A)^2;
n = sqrt(mi cro/(A^3)) + del ta_n;
```

```
x = xop*cos(OMEGA_k) - yop*cos(i)*sin(OMEGA_k);
y = xop*sin(OMEGA_k) + yop*cos(i)*cos(OMEGA_k);
z = yop*sin(i);
```

Na závěr provedeme výpočet časových korekcí hodin družice.

## Výstup funkce

---

- *poloha*           řádkový vektor souřadnic polohy družice v čase t ve WGS-84 (m)
- *del ta\_tsv*       korekce časové základny družice (s)
- *t*                 korigovaný čas výpočtu polohy družice (s GPS týdne)

### 11.4.2.2 Poloha družice GLONASS

Funkce výpočtu polohy družice GLONASS z efemerid navigační zprávy souboru RINEX.

#### Teorie

---

Postup výpočtu byl podrobně popsán v kapitole 5.4.6 Výpočet polohy družice.

#### Hlavička

---

```
function [ position, delta_tsv, t ] = poloha_druziceGLO( družice, t )
```

Vstupní proměnné:

- $t$  čas výpočtu polohy družice (s GPS týdne)
- *družice* struktura obsahující parametry navigační zprávy počítané družice

```
%          družice.rok (číslo roku)
%          .mesic (číslo měsíce)
%          .den (číslo dne v měsíci)
%          .hodina (hod)
%          .minuta (min)
%          .sekunda (s)
%          .SV_clock_bias (s)
%          .SV_rel_freq_bias
%          .message_frame_time (s UTC týdne)
%          .x_position (m)
%          .velocity_x_dot (m/s)
%          .x_acceleration (m/s^2)
%          .health
%          .y_position (m)
%          .velocity_y_dot (m/s)
%          .y_acceleration (m/s^2)
%          .frequency_number
%          .z_position (m)
%          .velocity_z_dot (m/s)
%          .z_acceleration (m/s^2)
%          .age_of_oper_information (dny)
```

#### Popis výpočtu

---

Na začátku funkce provedeme výpočet korekcí časové základny družice z parametrů navigační zprávy.

```
delta_tsv = SV_clock_bias + SV_rel_freq_bias*kontrola_casu(t-toe);
```

Nyní se můžeme pustit do výpočtu polohy družice pomocí numerické integrace diferenciálních rovnic. Jako numerické řešení diferenciálních rovnic použijeme metody Runge-Kutta 4. řádu. Implementace této funkce je popsána následovně:

```

for opakov = 1 : n

    position_1 = position;
    velocity_1 = velocity;
    [position_1_dot, velocity_1_dot] = dif_rovni ce(position_1, velocity_1,
acceleration);

    position_2 = position + position_1_dot*i_k(opakov)/2;
    velocity_2 = velocity + velocity_1_dot*i_k(opakov)/2;
    [position2_dot, velocity2_dot] = dif_rovni ce(position_2, velocity_2,
acceleration);

    position_3 = position + position2_dot*i_k(opakov)/2;
    velocity_3 = velocity + velocity2_dot*i_k(opakov)/2;
    [position_3_dot, velocity_3_dot] = dif_rovni ce(position_3, velocity_3,
acceleration);

    position_4 = position + position_3_dot*i_k(opakov);
    velocity_4 = velocity + velocity_3_dot*i_k(opakov);
    [position_4_dot, velocity_4_dot] = dif_rovni ce(position_4, velocity_4,
acceleration);

    position = position + (position_1_dot + 2*position2_dot +
2*position_3_dot + position_4_dot)*i_k(opakov)/6;
    velocity = velocity + (velocity_1_dot + 2*velocity2_dot +
2*velocity_3_dot + velocity_4_dot)*i_k(opakov)/6;

end .

```

Na závěr provedeme transformaci souřadnic z PZ-90 do WGS-84

```

trans = [-0.36, 0.08, 0.18];
position = position + trans;

```

## Výstup funkce

- *poloha*           řádkový vektor souřadnic polohy družice v čase  $t$  ve WGS-84 (m)
- *delta\_tsv*       korekce časové základny družice (s)
- *t*                 korigovaný čas výpočtu polohy družice (s GPS týdne)

### 11.4.2.3 Metoda Runge-Kutta 4. řádu

Funkce pro numerické řešení diferenciálních rovnic popisující pohyb družic

#### Teorie

---

Metoda byla podrobně popsána v kapitole Numerická integrace diferenciálních rovnic popisující pohyb družic.

#### Hlavička

---

```
[posi sti on_dot, vel oci ty_dot] = di f_rovni ce(posi ti on, vel oci ty, accel erati on)
```

Vstupní proměnné v PZ-90:

- *acceleration* vektor zrychlení družice ( $\text{m/s}^2$ )
- *velocity* vektor rychlost družice ( $\text{m/s}$ )
- *position* vektor souřadnic družice ( $\text{m}$ )

#### Popis výpočtu

---

Na začátku funkce definujeme konstanty potřebné pro výpočet.

```
%% Defi ni ce konstant
GM = 398600. 44e9;           % (m^3/s^2)
J2 = 1082. 63e-6;           % (-)
a_r = 6378. 136e3;          % (m)
Omegae_dot = 0. 7292115e-4; % (rad/s)
```

Po definování konstant může přikročit k aproximaci řešení diferenciálních rovnic.

```
%% Parametry
r = sqrt(x^2 + y^2 + z^2);
a = -GM/r^3;
b = J2*1. 5*(a_r/r)^2;
c = 5*z^2/r^2;
```

```
%% Di ferenci al ní rychlost
vel oci ty_dot = zeros(size(vel oci ty));
vel oci ty_dot(1) = a*x*(1-b*(c-1)) + ax + Omegae_dot^2*x + 2*Omegae_dot*vy;
vel oci ty_dot(2) = a*y*(1-b*(c-1)) + ay + Omegae_dot^2*y - 2*Omegae_dot*vx;
vel oci ty_dot(3) = a*z*(1-b*(c-3)) + az;
```

#### Výstup funkce

---

- *position\_dot* řádkový vektor diferenciální polohy ( $\text{m/s}$ )
- *velocity\_dot* řádkový vektor diferenciální rychlosti ( $\text{m/s}^2$ )

### 11.4.2.4 Rotace Země

Funkce koriguje polohu družice způsobenou rotací Země.

#### Teorie

---

Teoretická část je velmi pěkně vysvětlena v [6].

#### Hlavička

---

```
function [ druz ] = rotace_Zeme(cas_prenosu, druz, OMEGA_E)
```

Vstupní proměnné:

- *cas\_prenosu* čas přenosu signálu (m)
- *OMEGA\_E* konstanta rychlosti otáčení Země (rad/s) dle zvoleného GNSS
- *druz* sloupcový vektor souřadnic družice (m) ve WGS-84

#### Popis výpočtu

---

Výpočet je rozdělen do tří částí: výpočet úhlu otočení, vytvoření rotační matice a aplikace rotační matice na souřadnice družice.

```
%% úhel otočení
uhel_rot = OMEGA_E * cas_prenosu;

%% rotační matice
R3 = [ cos(uhel_rot)    sin(uhel_rot)    0;
      -sin(uhel_rot)   cos(uhel_rot)    0;
        0              0              1];

%% provedení korekce
druz = R3 * druz';
```

#### Výstup funkce

---

- *druz* sloupcový vektor korigovaných souřadnic družice (m) ve WGS-84

### 11.4.3 Poloha uživatele

#### 11.4.3.1 Přímé řešení

Funkce výpočtu polohy uživatele ze známých poloh družic a pseudovzdáleností.

#### Teorie

---

Postup výpočtu byl podrobně popsán v kapitole Výpočet polohy uživatele - Přímý výpočet.

#### Hlavička

---

```
function [ r_uzivatel, b ] = poloha_uzivatele( r, D)
```

Vstupní proměnné:

- $r$  matice polohových vektorů družic ( $n,3$ ), kde  $n = 4$  (m)
- $D$  vektor pseudovzdáleností (m)

#### Popis výpočtu

---

Na začátku funkce vytvoříme ze vstupních proměnných matice a vektory dle vztahů (5.69) a (5.70)

```
A = [r_1', -D_1;  
      r_2', -D_2;  
      r_3', -D_3;  
      r_4', -D_4; ];  
  
z = [0.5*((r_1'*r_1)-D_1^2);  
      0.5*((r_2'*r_2)-D_2^2);  
      0.5*((r_3'*r_3)-D_3^2);  
      0.5*((r_4'*r_4)-D_4^2); ];  
  
m = A\z;  
  
k = A\ones(4, 1);
```

Dle kapitoly Výpočet polohy uživatele - Přímý výpočet následuje výpočet kvadratické rovnice pro  $\lambda$ , která vznikla zpětným dosazením  $r$  a  $b$  do rovnice (5.67). Výsledný vektor polohy uživatele a odchylku časové základny dostaneme po dosazení správné hodnoty  $\lambda$ .

```
r_uzivatel = m(1:3) + k(1:3)*lambda;           % poloha uživatele  
b = m(4) + k(4)*lambda;                       % odchylka časové základny
```

#### Výstup funkce

---

- $r_{uzivatel}$  sloupcový vektor polohy uživatele (m)
- $b$  odchylka časové základny (m)  $b = c\tau$

### 11.4.3.2 Iterativní metoda nejmenších čtverců

Funkce výpočtu polohy uživatele ze známých poloh družic a pseudovzdáleností pomocí iterativní metody nejmenších čtverců.

#### Teorie

---

Postup výpočtu byl podrobně popsán v kapitole Výpočet polohy uživatele - Iterativní metoda nejmenších čtverců.

#### Hlavička

---

```
function [ uzi vatel , dtR ] = poloha_uzivatel_LS( druž1, pseudo1, ...  
                                               delta_tsv1, druž2, pseudo2, delta_tsv2 )
```

Vstupní proměnné:

- *druž1*(2) matice (n,3) souřadnic družic ve WGS-84 (m)
- *pseudo1*(2) sloupcový vektor pseudovzdáleností (m)
- *delta\_tsv1*(2) sloupcový vektor korekcí hodin družic (s)

#### Popis výpočtu

---

Funkce je založena na iterativním výpočtu, kdy z nějaké výchozí hodnoty polohového vektoru uživatele se snažíme pomocí korekcí polohy minimalizovat chybový vektor **e**.

Pomocí for cyklu neustále počítáme pseudovzdálenosti, matici směrových kosinů a korekce polohového vektoru uživatele.

```
A = [ (uzi vatel _aprox(1) - druž(:, 1)) ./ aprox_uzi vatel e  
      (uzi vatel _aprox(2) - druž(:, 2)) ./ aprox_uzi vatel e  
      (uzi vatel _aprox(3) - druž(:, 3)) ./ aprox_uzi vatel e];
```

```
uzi vatel = uzi vatel _aprox + x(1:3);  
dtR = x(4)/rychl ost_svetl a;
```

#### Výstup funkce

---

- *uzivatel* sloupcový vektor [ x y z ]' polohy uživatele ve WGS-84 (m)
- *dtR* sloupcový vektor (n,1) chyb hodin přijímače(ů) (s)

## 11.4.4 Parametry kvalita určení polohy

### 11.4.4.1 Dilution of Precision

Funkce výpočtu činitelů DOP

#### Teorie

---

Postup výpočtu byl podrobně popsán v kapitole Přesnost a faktory, které ji ovlivňují.

#### Hlavička

---

```
function [PDOP, HDOP, VDOP] = DOP (s, r, d)
```

Vstupní proměnné:

- $s$  matice (n,3) polohových vektorů družic  $n \cdot [x,y,z]$  (m)
- $r$  sloupcový vektor polohy uživatele (m)
- $d$  řádkový (sloupcový) vektor příslušných velikostí pseudovzd. (m)

#### Popis výpočtu

---

Funkce je založena na výpočtu matice směrových cosinů.

```
A = maticeCos(s, r, d);
```

Následně si z matice směrových cosinů vypočítáme kovariační matici chyby určení polohy a z diagonálních prvků dopočítáme činitele DOP.

```
matCov = (A' * A)^(-1);
```

```
PDOP = sqrt(sigXto2 + sigYto2 + sigZto2);  
HDOP = sqrt(sigXto2 + sigYto2);  
VDOP = sqrt(sigZto2);
```

#### Výstup funkce

---

- $HDOP$  horizontální DOP
- $VDOP$  vertikální DOP
- $PDOP$  polohové DOP

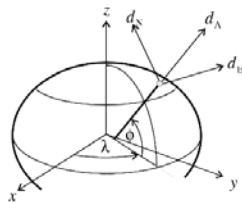


### 11.4.4.2 Matice směrových cosinů

Funkce výpočtu matice směrových cosinů

#### Teorie

Matice směrových cosinů je rotační matice, která transformuje vektory jednoho souřadnicového systému do druhého. Současně také transformace určuje vzájemnou orientaci obou soustav.



Obr. 11.1 Místní souřadná soustava [2]

#### Hlavička

```
function [ A ] = maticeCos(s, r, d)
```

Vstupní proměnné:

- $s$  matice (n,3) polohových vektorů družic  $n \cdot [x, y, z]$  (m)
- $r$  sloupcový vektor polohy uživatele (m)
- $d$  řádkový (sloupcový) vektor příslušných velikostí pseudovzdáleností (m)

#### Popis výpočtu

Pomocí for cyklu vypočítáme cosiny matice A podle vztahu (5.102).

```
for op = 1:length(s)
    row = ( r(:) - s(op,:) )' / d(op);
    mat_cos(op,:) = row';
end
```

Na závěr k matici cosinů přičteme jednotkový sloupcový vektor a dostaneme matici přesně podle předpisu (5.132).

```
A = [mat_cos ones(length(s), 1)];
```

#### Výstup funkce

- $A$  matice (n,4) směrových kosinů

### 11.4.4.3 Transformace ECEF do ENU

Funkce transformace souřadnic ze systému ECEF WGS-84 do lokálních souřadnic ENU s počátkem v referenčním bodě *ref*

#### Teorie

---

Teoretická část výpočtu je velmi pěkně vysvětlena v [7].

#### Hlavička

---

```
function [ enu ] = ecef2enu( xyz, ref )
```

Vstupní proměnné:

- *xyz* matice (3,n) ECEF souřadnic  $n \cdot [x,y,z]^T$  (m)
- *ref* souřadnice referenčního bodu v ECEF WGS-84 sloupcový vektor (m)

#### Popis výpočtu

---

Funkce potřebuje k výpočtu převést souřadnice referenčního bodu do zeměpisných geodetických souřadnic.

```
[ fi, lambda, ~] = zemSourad( ref, a, b );
```

```
R = [ -sin_fi*cos_lambda  -sin_fi*sin_lambda  cos_fi;  
      -sin_lambda        cos_lambda        0;  
      cos_fi*cos_lambda  cos_fi*sin_lambda  sin_fi];
```

```
xyzhlp = R * (xyz - ref(:, ones(size(xyz, 2))));  
enu = [xyzhlp(2, :); xyzhlp(1, :); xyzhlp(3, :)];
```

#### Výstup funkce

---

- *enu* matice (3,n) ENU souřadnic  $n \cdot [E,N,U]^T$  (m)

## 11.4.5 Ostatní funkce

### 11.4.5.1 Kontrola času

Funkce kontroly přetečení/podtečení GPS času

#### Teorie

---

GPS čas je nulován o půlnoci ze soboty na neděli a nabývá tedy maximální hodnoty 604 800 sekund. Při výpočtu polohy družice může nastat například situace, kdy chceme vypočítat korekci časové základny přijímače na konci týdne, ale hodnoty koeficientů časové základny jsou již vztaženy k počátku nového týdne, a proto je nezbytné tento časový rozdíl korigovat.

#### Hlavička

---

```
function [ cas ] = kontrola_casu( cas )
```

Vstupní proměnné:

- *cas*      GPS čas (s GPS týdne)

#### Popis výpočtu

---

Otestováním vstupní proměnné *cas* dle níže uvedených podmínek provedeme nezbytnou korekci času.

```
if cas > 302400
    cas = cas - 604800;
elseif cas < -302400
    cas = cas + 604800;
end
```

#### Výstup funkce

---

- *cas*      GPS čas (s GPS týdne)

### 11.4.5.2 Juliánské datum

Funkce ze vstupních dat vypočte den v Juliánském kalendáři

#### Teorie

---

Juliánské datum je denní míra používaná zejména v astronomii ke sledování dlouhých periodických časových úseků, jako je například pohyb nebeských těles (hvězd, planet, komet, atd.). Je definováno jako počet dní (den odpovídá 86 400 sekund), které uplynuly od poledne dne 1. ledna roku 4713 před naším letopočtem světového času.

#### Hlavička

---

```
function [ JD ] = juliday(r, m, d, h, min, sek)
```

Vstupní proměnné:

- *r* poslední dvojčíslí roku např. pro rok 2014 je  $r = 14$
- *m* měsíc (číslo měsíce)
- *d* den (dny)
- *h* hodina (hod)
- *min* minuta (min)
- *sek* sekunda (s)

#### Popis výpočtu

---

Pokud nabývá vstupní proměnná *m* hodnoty jedna nebo dva (leden nebo únor) má se to, že jsme v 13. nebo 14. měsíci předešlého roku, vyhneme se tak problému s přestupním rokem.

```
if m <= 2
    r = r-1;
    m = m+12;
end
h = h + (min/60) + (sek/3600);
JD = floor(365.25*(r+4716)) + floor(30.6001*(m+1)) + d + h/24 - 1537.5;
```

#### Výstup funkce

---

- *JD* den v Juliánském kalendáři (dny)

### 11.4.5.3 GPS time

Funkce výpočtu GPS týdne a sekund v něm z dne v Juliánském kalendáři

#### Teorie

---

Pro usnadnění výpočtu GPS času se využívá Juliánského data, ze kterého se velmi snadno vydělením sedmi získá počet týdnů (GPS week) nebo dokonce požitím modula 7 zjistí den v týdnu pro výpočet sekund v daném GPS týdnu.

#### Hlavička

---

```
function [ week , sec_of_week ] = gps_time(julianday)
```

Vstupní proměnné:

- *julianday* den v juliánském kalendáři (JD) (dny)

#### Popis výpočtu

---

V první části funkce si vypočteme den v měsíci a den v týdnu. Jestliže na JD použijeme modulo sedmi, tak velmi snadno zjistíme den v týdnu například JD modulo 7 = 0 odpovídá pondělí.

```
a = floor(julianday + 0.5);  
b = a+1537;  
c = floor((b-122.1)/365.25);  
d = floor(365.25*c);  
e = floor((b-d)/30.6001);  
day_of_month = b-d-floor(30.6001*e)+rem(julianday + 0.5, 1);  
day_of_week = rem(floor(julianday + 0.5), 7);
```

V další části si vypočteme vydělením JD sedmi počet týdnů (GPS week) a na závěr dopočítáme sekundy v daném týdnu, kde využijeme vypočteného dne v týdnu. Ke dni v týdnu musíme připočítat jeden den, protože sekundy GPS týdne jsou ze soboty na neděli nulovány a začíná týden nový.

```
week = floor((julianday - 2444244.5)/7);  
sec_of_week = (rem(day_of_month, 1)+day_of_week+1)*86400;
```

#### Výstup funkce

---

- *week* GPS týden (číslo GPS týdne)
- *sec\_of\_week* sekundy GPS týdne (s)

#### 11.4.5.4 Transformace mezi PZ-90 a WGS-84

Funkce transformace mezi oběma systémy

##### Teorie

---

Na základě rozsáhlých měření byl vytvořen transformační vztah mezi oběma systémy

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{WGS-84}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{PZ-90}} + \begin{bmatrix} -3ppb & -353mas & -4mas \\ 353mas & -3ppb & 19mas \\ 4mas & -19mas & -3ppb \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{PZ-90}} + \begin{bmatrix} 0.07 \\ -0.0 \\ -0.77 \end{bmatrix},$$

kde *mas* je tisícina úhlové vteřiny, která odpovídá hodnotě  $4,84813681 \cdot 10^{-9}$  rad, a *ppb* je počet částí v miliardě tedy hodnota  $10^{-9}$ .

##### Hlavička

---

```
function [ WGS84 ] = PZ90toWGS84( PZ90 )
```

Vstupní proměnné:

- *PZ90* sloupcový vektor souřadnic v systému PZ-90 (m)

##### Popis výpočtu

---

Na začátku jsou definovány konstanty a dále následuje pouze přepis výše uvedeného transformačního vztahu do MATLABu.

```
mas = 4.84813681*10^(-9);  
ppb = 10^(-9);
```

```
WGS84 = PZ90 + [(-3*ppb) (-353*mas) (-4*mas); (353*mas) (-3*ppb) (19*mas);  
... (4*mas) (-19*mas) (-3*ppb)]*PZ90 + [0.07; 0; -0.77];
```

##### Výstup funkce

---

- *WGS84* sloupcový vektor souřadnic v systému WGS-84 (m)

### 11.4.5.5 Zobrazení bodů v souřadnicové systému WGS-84

Funkce zobrazení bodů v souřadnicovém systému WGS-84 do plotu

#### Hlavička

```
function WGS84( družice, uživ )
```

Vstupní proměnné:

- *družice* matice (n,3) vektorů souřadnic družic v systému WGS-84 (m)
- *uživ* řádkový(sloupcový) vektor souřadnice uživatele v systému WGS-84 (m)

#### Popis výpočtu

Funkce na začátku načte a zobrazí všechny body z proměnných do třírozměrného kartézského systému.

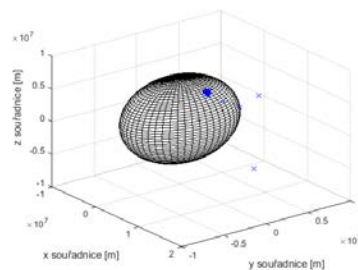
```
%% Načtení a zobrazení polohy družic  
x = družice(:, 1);  
y = družice(:, 2);  
z = družice(:, 3);  
  
plot3(x, y, z, 'bx')  
hold on
```

```
%% Vložení polohy uživatele  
xu = uživ(1);  
yu = uživ(2);  
zu = uživ(3);  
  
plot3(xu, yu, zu, 'rx');
```

Na závěr přidá do plotu referenční elipsoid WGS-84.

```
a = 6378137; % hlavní poloosa  
b = 6356752.3142; % vedlejší poloosa  
  
syms uv vu  
ezmesh(a*sin(uv)*cos(vu), a*sin(uv)*sin(vu), b*cos(uv), [0, pi, 0, 2*pi]);  
colormap([0 0 0])  
grid on, rotate3d on  
xlabel('x souřadnice [m]'), ylabel('y souřadnice [m]'), zlabel('z souřadnice [m]')
```

#### Výstup funkce



### 11.4.5.6 Zeměpisné geodetické souřadnice

Funkce transformace pravoúhlých souřadnic  $(x, y, z)$  na zeměpisné geodetické souřadnice  $(\phi, \lambda, H)$

#### Teorie

---

Teorie byla podrobně rozebrána v kapitole Zeměpisné souřadnice.

#### Hlavička

---

```
function [ fi, lambda, H] = zemSourad( xyz, a, b )
```

Vstupní proměnné:

- $a$  hlavní poloosa referenčního systému (m)
- $b$  vedlejší poloosa referenčního systému (m)
- $xyz$  matice (3,n) souřadnic bodů v referenčního systému (m)

#### Popis výpočtu

---

Funkce je v podstatě přepisem matematických vztahů uvedených v kapitole Přepočítání pravoúhlých souřadnic na zeměpisné geodetické.

```
e = sqrt(1 - ((b^2)/(a^2))); % excentricita elipsoidu  
p = sqrt((xyz(1,:).^2) + (xyz(2,:).^2)); % vzdálenost bodu od počátku  
lambda = 2*atand(xyz(2,:)/(xyz(1,:)+p)); % zeměpisná geodetická délka
```

```
%% výpočet t=tan(fi)  
theta = atan(a * xyz(3,:) ./ (b * p));  
t = (xyz(3,:) + e^2*a^2/b * (sin(theta)).^3) ./ (p - e^2*a*(cos(theta)).^3);
```

```
fi = atand(t); % zeměpisná geodetická šířka
```

```
H = sqrt(1+t.^2) .* (p-a./sqrt(1+(1-e^2)*t.^2)); % elipsoidická výška
```

#### Výstup funkce

---

- $fi$  sloupcový vektor zeměpisných geodetických šířek ( $^{\circ}$ )
- $lambda$  sloupcový vektor zeměpisných geodetických délek ( $^{\circ}$ )
- $H$  sloupcový vektor elipsoidických výšek (m)



## 11.5 Obsah příloženého CD

1. Diplomová práce
2. GNSS MATLAB Toolbox
  - 2.1. data.....složka se soubory \*.mat dat z RINEXu
  - 2.2. funkce.....soubor všech funkcí
  - 2.3. RINEX.....složka obsahující soubory RINEX
  - 2.4. *a\_GPS\_POLOHA\_druzic\_v\_case\_vyslani.m*.....poloha družice GPS
  - 2.5. *b\_GLONASS\_POLOHA\_druzic\_v\_case\_vyslani.m*.....poloha družice GLONASS
  - 2.6. *c\_POLOHA\_uzivatele\_metoda\_LS.m*.....výpočet polohy uživatele metodou LS
  - 2.7. *d\_POLOHA\_uzivatele\_prima\_metoda.m*.....výpočet polohy uživatele pří. metodou
  - 2.8. *e\_DOP.m*.....výpočet DOP
  - 2.9. *f\_ENU.m*.....výpočet lokálních souřadnic ENU