

České vysoké učení technické v Praze

Fakulta elektrotechnická



České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

Diplomová práce

Sestavení matematického modelu a návrh řídicích algoritmů

pro UAV letoun

Josef Novák

Vedoucí práce: doc. Ing. Martin Hromčík, Ph.D

Studijní program: MP3 – Kybernetika a robotika

Obor: 2612T072 - Letecké a kosmické systémy

2015



ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student:	Bc. Josef Novák
Studijní program: Obor:	Kybernetika a robotika Letecké a kosmické systémy
Název tématu česky:	Sestavení matematického modelu a návrh řídicích algoritmů pro UAV letoun
Název tématu anglicky:	Mathematical Model and Control Laws Design for UAV Aircraft

Pokyny pro vypracování:

1. Seznamte se s parametry UAV letounu vyvíjeného v rámci spolupráce katedry řídicí techniky s VZLÚ Praha.
2. Sestavte matematický model v programu Matlab & Simulink na základě dodaných parametrů UAV letounu vyvíjeného v rámci spolupráce katedry řídicí techniky s VZLÚ Praha.
3. Navrhněte algoritmy řízení pro autopilota.

Seznam odborné literatury:

- [1] Stevens, Lewis: Aircraft control and simulation, Wiley, 2001
- [2] Pech, Z., Věk, V.: Systémy řízení letu. Skripta ČVUT, Praha 1997.

Vedoucí diplomové práce:	Ing. Martin Hromčík, Ph.D. (K13135)
Datum zadání diplomové práce:	7. ledna 2014
Platnost zadání do ¹ :	31. srpna 2015



V Praze dne 7. 1. 2014

¹ Platnost zadání je omezena na dobu tří následujících semestrů.

Prohlášení autora práce

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne

.....

Podpis autora práce

Poděkování

Velice rád bych touto cestou poděkoval mému oponentovi panu Ing. Pavlu Hospodářovi, který si na mě vždy udělal čas při řešení různých problémů, byl vždy velmi vstřícný a snažil se mi pomoci. Mé rodině a také přítelkyni patří velké poděkování za podporu při studiu.

Anotace

Tato práce se zabývá tvorbou matematického modelu pro UAV letoun vyvíjený v rámci spolupráce studentů ČVUT fakulty elektrotechnické a strojní s Výzkumným a Zkušebním Leteckým Ústavem – VZLÚ Praha. Na základě navrhnutého matematického modelu jsou vytvořeny řídicí smyčky pro vedení letounu z místa A, do místa B pomocí zadaných zeměpisných souřadnic, kdy po průletu koncovým bodem letoun začne kroužit po kružnici. Práce také pojednává o výběru komponent pro UAV letoun. Výsledek této práce slouží jako podklad pro implementaci řídicích algoritmů přímo do letounu.

Annotation

This work is about creation of a mathematical model for the UAV aircraft developed in cooperation of students of CTU, Faculty of Electrical Engineering and Mechanical Engineering with VZLÚ-Prague. Based on the proposed mathematical model the control loops are developed especially for lead aircraft from point A, to point B using geographic coordinates. After passing the end point the aircraft start circling around. The work also deals with the selection of the components for UAV aircraft. The result of this work serves as a background for implementation control algorithms directly into the airplane.

Obsah

Poděkování	4
Anotace	5
Annotation.....	5
1 Úvod.....	12
Teoretická část	13
2 Souřadné soustavy.....	13
2.1 Letadlová soustava	13
2.2 Aerodynamická souřadná soustava	14
3 Matematický model.....	15
4 Linearizace	16
5 Dynamické rovnice	18
5.1 Pohybové rovnice pro letoun jako tuhé těleso.....	18
5.2 Silové rovnice v aerodynamické souřadné soustavě	21
5.3 Polohové úhly.....	23
5.4 Úhlové rychlosti	23
5.5 Součinitelé aerodynamických sil a momentů	24
6 Řízení - LQR.....	25
Praktická část.....	27
7 Letoun	27
8 Výběr komponent.....	28
8.1 Baterie	28
8.2 Motor	29
8.3 Regulátor.....	31
8.4 Servomotory.....	32
8.5 Tlakové senzory.....	32
9 Rovnice popisující aerodynamické součinitele	33
10 Aerodynamické derivace	36

11	Matematický model.....	38
11.1.	Matematický model	38
11.2	Nelineární, lineární model.....	41
11.3	Linearizace.....	42
11.4	Dynamické Módy	43
11.4.1	Podélný pohyb	43
11.4.2	Stranový pohyb.....	45
12	Řízení.....	48
12.1.	Přístupy	48
12.2	Dynamika servomotorů a elektromotoru.....	48
12.3	Podélný pohyb	48
12.3.1	LQR.....	48
12.3.2	Kaskádní řízení	53
12.4	Stranový pohyb	55
12.4.1	LQR.....	55
12.4.2	Kaskádní řízení	58
12.5	Navigace pomocí GPS.....	60
12.5.1	LQR.....	62
12.5.2	Kaskádní řízení	64
12.6.	Porovnání přístupů k řízení.....	65
12.7	Zhodnocení regulace s a bez hodnot alfa a beta LQR	66
12.8	Zhodnocení regulace alfa, beta pomocí kaskádního řízení	67
12.9.	Omezení na vstupní hodnoty.....	68
13	Závěr	69

Seznam obrázků

Obrázek 1 – Letadlová souřadná soustava – GOST	13
Obrázek 2 – Letadlová souřadná soustava – ISO.....	13
Obrázek 3 – Letadlová souřadná soustava - ISO	14
Obrázek 4 - Aerodynamická soustava z pohledu profilu křídla, A = tečná složka síly, N = normálová složka síly, D = odporová složka síly, L = vztlačková složka síly, R = výsledná aerodynamická síla	14
Obrázek 5 - Rozměry letounu	27
Obrázek 6 - Relativní změna doby letu	28
Obrázek 7 - Matematický model - schéma uspořádání.....	38
Obrázek 8 - Matamtický model - Aircraft.....	39
Obrázek 9 - Matematický model - Aerodynamické koeficienty	40
Obrázek 10 - Matematický model - Získání potřebných výstupů.....	40
Obrázek 11 – Podélný pohyb - umístění pólů	44
Obrázek 12 - Short period mode, Phugoid mode.....	45
Obrázek 13 - Stranový pohyb - umístění póly	46
Obrázek 14 - Kymácivá složka – Dutch roll mode.....	47
Obrázek 15 - Schéma zapojení LQR pro podélný pohyb	52
Obrázek 16 - Schéma zapojení regulace výšky a podélného sklonu	52
Obrázek 17 - Schéma zapojení pro podélný pohyb - kaskádní řízení.....	54
Obrázek 18 - Schéma zapojení LQR pro stranový pohyb	57
Obrázek 19 - Schéma zapojení řízení příčného sklonu a kursu letu.....	58
Obrázek 20 - let po kružnici –LQR	58
Obrázek 21 - Schéma zapojení stranový pohyb - kaskádní řízení	59
Obrázek 22- let po kružnici - kaskádní řízení.....	59
Obrázek 23 - Schéma zapojení pro navigaci pomocí GPS	62
Obrázek 24 - Let z bodu A do bodu B s následným kroužením	63
Obrázek 25 - průběh letu ve 3D - LQR.....	63
Obrázek 26 - průběh letu ve 3D - kaskádní řízení.....	64
Obrázek 277 - Kaskádní řízení Obrázek 288 - řízení pomocí LQR	65
Obrázek 29 - Průběh úhlu náběhu.....	67
Obrázek 30 - Průběh úhlu vybočení	68

Seznam grafů

Graf 1 - Linearizace v bodě	16
Graf 2 - Potřebný tah.....	30
Graf 3 - Potřebný výkon.....	30
Graf 4 - Průběh součinitele odporu proložený polynomem 4. Řádu	33
Graf 5 - Součinitel vztlaku v závislosti na úhlu Graf 6 - Chyba linearity	34
Graf 7 - Průběh momentu proložený přímkou Graf 8 - Chyba linearity.....	35
Graf 10 - Utlumený oscilační pohyb, závislost výchylky výškovky na rychlosti klopení	51
Graf 11 - Bodeho frekvenční charakteristika - short period mode	51
Graf 12 - Průběh vzletu, stoupání do určité výšky a stabilizaci letu v této výšce -LQR	53
Graf 17 - Průběh úhlu vybočení.....	67

Seznam tabulek

Tabulka 1 - Technické údaje	30
Tabulka 2 - Doporučené příslušenství	31
Tabulka 3 - Technické parametry regulátoru spin 66.....	31

Seznam zkratek

A – tečná složka síly

N – normálová složka síly

D – odporová složka síly

L – vztlaková složka síly

R – výsledná aerodynamická síly

Y – bočná síla

I – klopivý moment

m – klonivý moment

n – zatačivý moment

CD – součinitel odporu

Cy – součinitel bočné síly

CL – součinitel vztlaku

Cm – součinitel klopivého momentu

Cl – součinitel klonivého momentu

Cn – součinitel momentu zatažení

α – úhel náběhu

β – úhel vybočení

p – úhlová rychlost příčného náklonu

q – úhlová rychlost klopení

r – úhlová rychlost zatažení

δ_e – výchylka kachní plochy

δ_a – výchylka křidélek

δ_r – výchylka směrovky

b_{ref} – rozpětí křidel

d_{ref} – střední aerodynamická těživa

V – vzdušná rychlost

Použité aerodynamické derivace

CD_{α^3} - součinitel odporu v závislosti na úhlu náběhu

Cy_{β} – součinitel bočné síly v závislosti na úhlu vybočení

Cy_{δ_a} - součinitel bočné síly v závislosti na výchylce křidélek

Cy_{δ_r} - součinitel bočné síly v závislosti na výchylce směrovky

Cy_p - součinitel bočné síly v závislosti na úhlové rychlosti příčného náklonu

Cy_r - součinitel bočné síly v závislosti na úhlové rychlosti zatáčení
 CL_α – součinitel vztlaku v závislosti na úhlu náběhu
 $CL_{\delta e}$ - součinitel vztlaku v závislosti na výchylce kachní plochy
 CL_q - součinitel vztlaku v závislosti na úhlové rychlosti klopení
 Cl_β - součinitel klonivého momentu v závislosti na úhlu vybočení
 $Cl_{\delta a}$ - součinitel klonivého momentu v závislosti na výchylce křídélek
 $Cl_{\delta r}$ - součinitel klonivého momentu v závislosti na výchylce směrovky
 Cl_p - součinitel klonivého momentu v závislosti na úhlové rychlosti příčného náklonu
 Cl_r - součinitel klonivého momentu v závislosti na úhlové rychlosti zatáčení
 Cm_α - součinitel klopivého momentu v závislosti na úhlu náběhu
 $Cm_{\delta e}$ - součinitel klopivého momentu v závislosti na výchylce kachní plochy
 Cm_q - součinitel klopivého momentu v závislosti na úhlové rychlosti klopení
 Cn_β - součinitel momentu zatáčení v závislosti na úhlu vybočení
 $Cn_{\delta a}$ - součinitel momentu zatáčení v závislosti na výchylce křídélek
 $Cn_{\delta r}$ - součinitel momentu zatáčení v závislosti na výchylce směrovky
 Cn_p - součinitel momentu zatáčení v závislosti na úhlové rychlosti příčného náklonu
 Cn_r - součinitel momentu zatáčení v závislosti na úhlové rychlosti zatáčení

1 Úvod

Práce se zabývá návrhem matematického modelu a tvorbou řídicích algoritmů pro UAV letoun. Tento letoun je vyvíjen v rámci spolupráce studentů ČVUT fakulty elektrotechnické a strojní s Výzkumným a Zkušebním Leteckým Ústavem – VZLÚ Praha. Cílem projektu je navrhnout a vyvinout malý autonomní bezpilotní letoun. Drak letounu byl vyvíjen v rámci diplomové práce studenta strojní fakulty Petra Adámka [2]. Jednotka pro autopilota byla vyvíjena v rámci diplomové práce studenta elektrotechnické fakulty Jaroslava Halgašíka [18] a o samotnou implementaci navržených řídicích algoritmů se v rámci diplomové práce stará taktéž student elektrotechnické fakulty Petr Pahorecký [17].

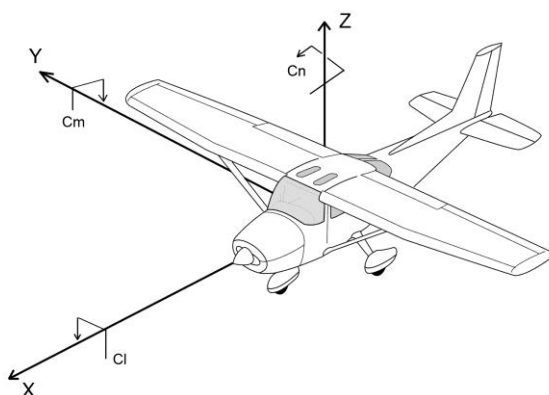
V posledních letech došlo k významnému růstu popularity všech druhů bezpilotních vzdušných prostředků. V dnešní době existuje mnoho oblastí využití UAV, například letecké snímkování, monitoring provozu, v zemědělství, špionážní ve vojenství, sledování živočichů, nebo pro zábavu. Vyvinuté UAV, které je předmětem tohoto projektu, je určeno pro použití v oblasti výzkumných a vzdělávacích aktivit ze strany ČVUT a VZLÚ.

Teoretická část

2 Souřadné soustavy

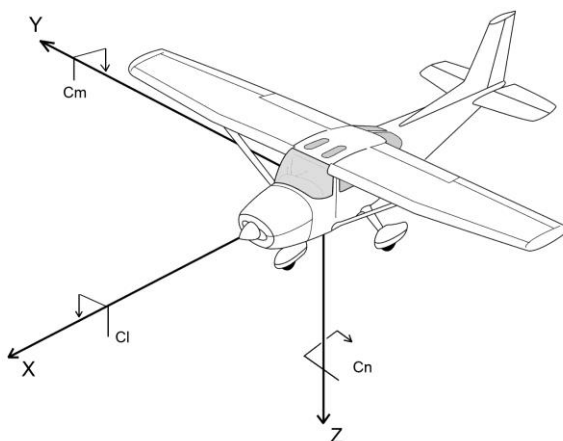
2.1 Letadlová soustava

V minulosti se u nás hojně využíval souřadný systém podle ruské technické normy GOST (Gosudarstvennyye standard), který byl vzhledem k převažujícímu zákazníkovi i dodavateli letadlové techniky značně rozšířen [6]. V některých zemích se tento standard uznává dodnes. Po rozpadu SSSR se z GOST staly nadnárodní standardy používané v zemích Společenství nezávislých států jako je Rusko, Bělorusko, Ukrajina, Kazachstán, atd. V tomto souřadném systému kladný směr osy Z směřuje nahoru, viz Obrázek 1. Tato soustava dále není uvažována.

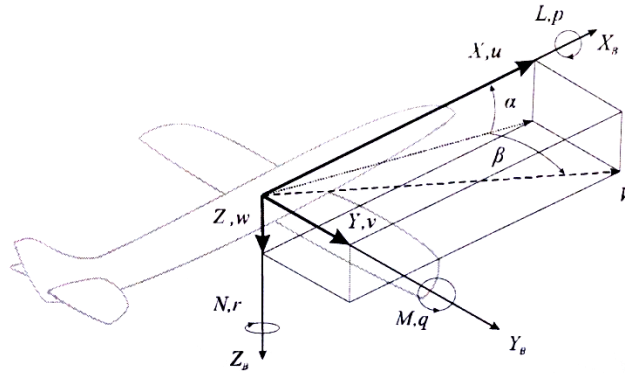


Obrázek 1 – Letadlová souřadná soustava – GOST

Dnes se ale využívá především letadlová souřadná soustava podle normy ISO (uvažovaná dále), je pevně svázaná s letounem a její počátek leží v těžišti. Osy jsou na sebe kolmé. Osa X směřuje k přední letounu, osa Z svírá s osou X pravý úhel a míří pod letoun, obě osy určují rovinu souměrnosti. Osa Y (bočná osa) je kolmá na rovinu souměrnosti a její kladný směr míří při pohledu ve směru letu vpravo [1].



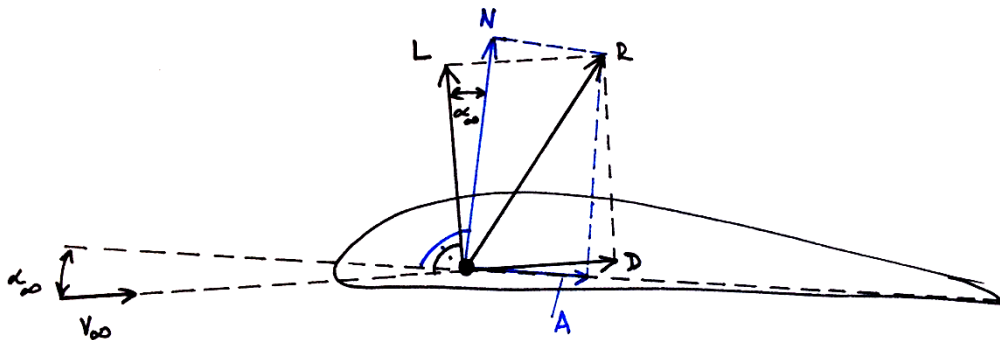
Obrázek 2 – Letadlová souřadná soustava – ISO



Obrázek 3 – Letadlová souřadná soustava - ISO

2.2 Aerodynamická souřadná soustava

Aerodynamická souřadná soustava vyjadřuje působení aerodynamických sil, které jsou vyvolány pohybem letounu ve vzdušném prostředí. Tato soustava není pevně svázána s letounem jako s celkem. Počátek soustavy leží, stejně jako v letadlové soustavě, v těžišti letounu, ovšem smysl a orientaci os vyjadřuje působení sil, jak ukazuje následující obrázek z pohledu profilu křídla.



Obrázek 4 - Aerodynamická soustava z pohledu profilu křídla, A = tečná složka síly, N = normálová složka síly, D = odporová složka síly, L = vztlaková složka síly, R = výsledná aerodynamická síla

Transformace složek síly A a N, které reprezentují směr tečny a normály k těživě profilu na odporovou a vztlakovou složku D a L (směr tečny a normály nabíhajícího proudu). Transformaci popisují rovnice 4.1 a 4.2.

$$L = N \cos(\alpha_{\infty}) - A \sin(\alpha_{\infty}) \quad (2.1)$$

$$D = N \sin(\alpha_{\infty}) + A \cos(\alpha_{\infty}) \quad (2.2)$$

3 Matematický model

Matematické modelování je proces tvorby adekvátní matematické reprezentace určitého fyzického systému. Matematické modely mohou mít různé formy. První forma, která často vychází z přímé aplikace fyzikálních zákonů, je soubor diferenciálních rovnic závislých ze vstupu na výstup. Ekvivalentní a preferovanější forma modelu je ve stavovém popisu.

Aby bylo možné simulovat chování letadla, musíme znát aerodynamické síly. Jedná se o koeficienty vztlaku, odporu, momentů klopení, klonění, zatáčení atp. Ačkoliv by ofukování ve větrném tunelu přineslo mnohem lepší představu o velikosti těchto koeficientů, je nezbytné znát tyto koeficienty ještě před tím, než bude dokončena samotná výstavba letounu.

V tomto konkrétním případě byl pro určení aerodynamických derivací použit program AVL od Marka Drellyho z MIT, dostupné z [8]. Geometrie letounu byla importována z XFLR a parametry jako je například pozice těžiště byly určeny z 3D modelu. Soubor sil a momentů byl poskytnut od tvůrce letounu Petra Adámka. Koeficientů bylo dosaženo následujícím způsobem. Byla nastavena konkrétní rychlost letu a byl specifikován rozsah hodnot pro úhel náběhu.

4 Linearizace

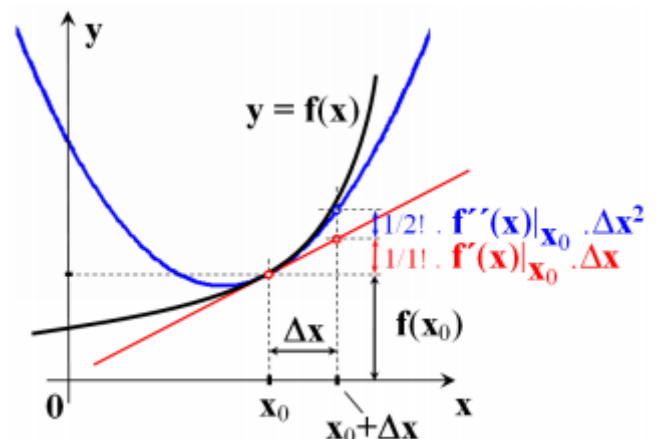
U lineárního systému platí princip superpozice. To znamená, že po vybuzení dynamického systému dvěma (nebo více) vzruchy z více nezávislých zdrojů, lze zkoumat reakci systému na každý podmět zvlášť a jednotlivé reakce tak sečíst. Je-li známá reakce lineárního systému buzeného z klidu určitou funkcí, je jeho reakce za stejných podmínek po vybuzení k-násobkem původní funkce právě k-násobkem původní reakce.

U nelineárního systému tento princip neplatí a pro další práci s nelineárním systémem je nutné ho linearizovat v určité nominální trajektorii pohybu. Linearizace se provádí rozkladem nelineární funkce v Taylorovu řadu a následné omezení na první dva (lineární) členy tohoto rozvoje. Ostatní jeho členy jsou zanedbány. Nelineární funkce je tak aproximována tzv. Taylorovým polynomem prvního řádu – lineární funkcí.

Je-li známá funkční hodnota $f(x_0)$ určité funkce $f(x)$ a všechny její derivace v bodě x_0 (pokud existují), pak lze vyjádřit funkční hodnotu v bodě $x_0 + \Delta x$ řadou

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \frac{1}{1!} f'(x)|_{x_0} \Delta x + \frac{1}{2!} f''(x)|_{x_0} \Delta x^2 + \dots \quad (4.1)$$

Každý člen této nekonečné řady zpřesňuje odhad funkční hodnoty v přílehlém bodě $x_0 + \Delta x$.



Graf 1 - Linearizace v bodě

Pakliže je linearizace prováděna na stavovém popisu nelineárního systému, pak je linearizace v určité nominální trajektorii (x_0, u_0) provedena rozvojem pravé strany nelineárních rovnic v Taylorově rozvoji

$$f(x(t), u(t), t) = f(x_0(t), u_0(t), t) + \frac{\partial f(x(t), u(t), t)}{\partial x(t)} \Big|_0 \delta x(t) + \frac{\partial f(x(t), u(t), t)}{\partial u(t)} \Big|_0 \delta u(t) + \frac{\partial^2 f(x(t), u(t), t)}{\partial x^2(t)} \Big|_0 (\delta x(t))^2 + \frac{\partial^2 f(x(t), u(t), t)}{\partial u^2(t)} \Big|_0 (\delta u(t))^2 + \dots \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) = & \mathbf{g}(\mathbf{x}_0(t), \mathbf{u}_0(t), t) + \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)}{\partial \mathbf{x}(t)} \right|_0 \delta \mathbf{x}(t) + \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)}{\partial \mathbf{u}(t)} \right|_0 \delta \mathbf{u}(t) + \\
& + \left. \frac{\partial^2 \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)}{\partial \mathbf{x}^2(t)} \right|_0 (\delta \mathbf{x}(t))^2 + \left. \frac{\partial^2 \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)}{\partial \mathbf{u}^2(t)} \right|_0 (\delta \mathbf{u}(t))^2 + \dots . \quad (4.3)
\end{aligned}$$

Zanedbáním kvadratických a vyšších řádů v tomto rozvoji je získán linearizovaný model v okolí nominální trajektorie $(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ [12].

5 Dynamické rovnice

5.1 Pohybové rovnice pro letoun jako tuhé těleso

Obecná formulace letové dynamiky bere v úvahu dynamiku elastického letadla, pohyblivé části letadla, aerodynamické, pohonné a gravitační síly v nestacionárním vzdušném prostředí. Zavedeny jsou tyto zjednodušení

1. Letadlo je tuhé těleso s neměnicí se hmotností (neměnicí se hmotnost je díky použité elektrické jednotce fakt, nikoliv předpoklad)
2. Vzduch je vzhledem k zemi relativně v klidu
3. Let v zemské atmosféře je z hlediska velikosti Země poměrně blízko k zemskému povrchu, proto je uvažováno se zemským povrchem jako s plochou
4. Gravitační pole je na celém povrchu neměnné

Předpoklad letounu jako tuhého tělesa znamená, že deformace struktury letounu a pohyb řídicích ploch během letu jsou zanedbatelné. Základní pohyb letadla může být popsán Newtonovým druhým pohybovým zákonem síly

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{V}) \quad (5.1)$$

$$\mathbf{M} = \frac{d}{dt}(\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}) \quad (5.2)$$

kde \mathbf{F} je síla, m hmotnost letounu, \mathbf{V} rychlost letu, \mathbf{M} moment hybnosti kolem těžiště, $\boldsymbol{\omega}$ úhlová rychlost, \mathbf{I} matice setrvačnosti.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Konvence znamének odpovídá konvenci v letadlové soustavě. Pro tuhé těleso souměrné podle roviny souměrnosti je matice setrvačnosti symetrická, kde $I_{xy} = I_{yx} = I_{yz} = I_{zy} = 0$. Matice se zredukuje

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_x & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_y & 0 \\ -I_{zx} & 0 & I_z \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} I_x p - I_{xz} r \\ I_y q \\ -I_{xz} p + I_z r \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Rychlost \mathbf{V} a úhlová rychlost $\boldsymbol{\omega}$ reprezentuje pohyb letounu v inerciální soustavě. Vyjádřené jsou ale ve složkách letadlové soustavy. Celkový pohyb letadla vzhledem k letadlové soustavě je nulový. Toto je dáno definicí letadlové soustavy. Pro rotaci os systémů, jako je

letadlová soustava, byla využita derivace aplikovaná na vektory, která má dvě části. První odpovídá za rychlost změny složek vektoru vyjádřených v rotujícím systému, druhá odpovídá za rotaci os systému.

$$\frac{d}{dt}(\cdot) = \frac{\delta}{\delta t}(\cdot) + \boldsymbol{\omega} \times (\cdot) \quad (5.5)$$

Kombinací rovnice (5.1),(5.2) a (5.5) za předpokladu tuhého trupu letadla a konstantní hmotnosti jsou získány rovnice

$$\mathbf{F} = m\dot{\mathbf{V}} + \boldsymbol{\omega} \times m\mathbf{V} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} \quad (5.7)$$

Rovnice (5.6) a (5.7) jsou rovnice pohybu napsané ve vektorové formě v letadlové soustavě. Substitucí rovnic (5.3) a (5.4) do rovnic (5.6) a (5.7) jsou získány složky v letadlové soustavě

Rovnice sil

$$F_x = m(\dot{u} + qw - rv) \quad (5.8a)$$

$$F_y = m(\dot{v} + ru - pw) \quad (5.8b)$$

$$F_z = m(\dot{w} + pv - qu) \quad (5.8c)$$

Rovnice momentů

$$M_x = \dot{p}I_x - \dot{r}I_{xz} + qr(I_z - I_y) - qpI_{xz} \quad (5.9a)$$

$$M_y = \dot{q}I_y + pr(I_x - I_z) + (p^2 - r^2)I_{xz} \quad (5.9b)$$

$$M_z = \dot{r}I_z - \dot{p}I_{xz} + pq(I_y - I_x) - qrI_{xz} \quad (5.9c)$$

Z těchto rovnic jsou pravé strany tvořeny z účinků aerodynamické síly, gravitační síly a propulze. Rovnice (5.6) a (5.7) lze zapsat ve tvaru

$$\mathbf{F}_A + \mathbf{F}_T + \mathbf{F}_G = m\dot{\mathbf{V}} + \boldsymbol{\omega} \times m\mathbf{V} \quad (5.6a)$$

$$\mathbf{M}_A + \mathbf{M}_T = \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} \quad (5.7a)$$

Aerodynamické síly a momenty působící na letoun vychází z relativního pohybu vzduchu a letounu. Složky aerodynamických sil a momentů mohou být vyjádřeny bezrozměrnými koeficienty

$$\mathbf{F}_A = \bar{q}S \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_A = \bar{q}S \begin{bmatrix} bC_l \\ \bar{c}C_m \\ bC_z \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

kde $\bar{q} = \frac{1}{2}\rho V^2$ je dynamický tlak, V velikost vzdušné rychlosti, ρ hustota vzduchu, S plocha křídla, b rozpětí a \bar{c} střední aerodynamická těživa.

Gravitační síla. Hmotnost letadla je konstantní. Složky hmotnosti se mění podle os v letadlové soustavě v závislosti na orientaci letadla vůči zemským osám a tuto závislost lze popsat na základě relativní orientace os v letadlové soustavě k zemské soustavě. Orientace letadla s ohledem na zemskou soustavu může být popsána například Eulerovými úhly. Posloupnost rotací pro zarovnání ze zemské soustavy do letadlové soustavy je nejprve kolem osy Z (úhel zatáčení ψ), následuje rotace kolem osy Y (úhel klopení θ) dokončena rotací kolem osy X (úhel klonění ϕ).

$$\mathbf{F}_G = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix}_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}_V$$

$$\mathbf{F}_G = m \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix}_B = \begin{bmatrix} -mg\sin\theta \\ mg\sin\phi\cos\theta \\ mg\cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Tah působí ve směru osy X v letadlové soustavě.

$$\mathbf{F}_T = \begin{bmatrix} T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.12a)$$

Díky rotující hmotě (vrtule) vzniká moment hybnosti kolem osy X . Za předpokladu, že tah působí ve směru osy X v letadlové soustavě je moment hybnosti v letadlové soustavě

$$\mathbf{h}_p = \begin{bmatrix} I_p\Omega_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.12b)$$

kde I_p je setrvačnost rotující hmoty a Ω_p je úhlová rychlost. Pokud je úhlová rychlost rotující hmoty konstantní, potom $I_p\dot{\Omega}_p = 0$ a moment setrvačnosti pohonného systém je dán vztahem (6.5).

$$\mathbf{M}_T = \frac{d}{dt}(\mathbf{h}_p) = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h}_p = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_p\Omega_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_p\Omega_p r \\ -I_p\Omega_p q \end{bmatrix} \quad (5.12c)$$

Celkové síly a momenty jsou získány kombinací vyjádření z rovnic (5.11) a (5.12), kde složky sil a momentů pro letadlovou soustavu jsou

$$F_x = \bar{q}SC_x - mg\sin\theta + T \quad (5.13a)$$

$$F_y = \bar{q}SC_y + mg\sin\phi\cos\theta \quad (5.13b)$$

$$F_z = \bar{q}SC_z + mg\cos\phi\cos\theta \quad (5.13c)$$

$$M_x = \bar{q}SbC_l \quad (5.14a)$$

$$M_y = \bar{q}S\bar{c}C_m + I_p\Omega_p r \quad (5.14b)$$

$$M_z = \bar{q}SbC_n - I_p\Omega_p q \quad (5.14c)$$

Substitucí předchozích výrazů do dynamických rovnic (6.8), (6.9) jsou získány následující rovnice

Rovnice sil

$$m\dot{u} = m(rv - qw) + \bar{q}SC_x - mg\sin\theta + T \quad (5.15a)$$

$$m\dot{v} = m(pw - ru) + \bar{q}SC_y + mg\sin\phi\cos\theta \quad (5.15b)$$

$$m\dot{w} = m(qu - pv) + \bar{q}SC_z + mg\cos\phi\cos\theta \quad (5.15c)$$

Rovnice momentů

$$\dot{p}I_x - \dot{r}I_{xz} = \bar{q}SbC_l - qr(I_z - I_y) + qpI_{xz} \quad (5.16a)$$

$$\dot{q}I_y = \bar{q}S\bar{c}C_m - pr(I_x - I_z) - (p^2 - r^2)I_{xz} + I_p\Omega_p \quad (5.16b)$$

$$\dot{r}I_z - \dot{p}I_{xz} = \bar{q}SbC_n - pq(I_y - I_x) - qrI_{xz} - I_p\Omega_p q \quad (5.16c)$$

5.2 Silové rovnice v aerodynamické souřadné soustavě

Během letu je možno na letounu měřit vzdušnou rychlost $V \equiv |\mathbf{V}|$, úhel náběhu α , a úhel vybočení β raději, než rychlosti v jednotlivých osách v letadlové soustavě. Bezrozměrní součinitelé sil a momentů jsou obecně charakterizovány jako funkce α , β a Machova čísla $\frac{V}{a}$, kde a je rychlost zvuku. Proto je často vhodné vyjádřit silové rovnice v hodnotách α , β a V namísto v souřadnicích u , v , w . Posloupnost rotace aerodynamické souřadné soustavy do

letadlové souřadné soustavy je záporná rotace β kolem osy Z_w následuje kladnou rotací α kolem osy Y v letadlové soustavě.

Transformace z letadlové soustavy (body) do aerodynamické (stability)

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{STAB} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{BODY} \quad (5.17)$$

a rotace z aerodynamické soustavy (stability) do wind axes.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{WIND} = \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\beta & 0 \\ -\sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{STAB} \quad (5.18)$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{w}{u}\right) \quad (5.19)$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{v}{V}\right) \quad (5.20)$$

$$|V| = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad (5.21)$$

Složky rychlosti v letadlové soustavě lze vyjádřit vztahy

$$u = V \cos\alpha \cos\beta \quad (5.22a)$$

$$v = V \sin\beta \quad (5.22b)$$

$$w = V \sin\alpha \cos\beta \quad (5.22c)$$

Jak je popsáno v literatuře [14] na straně 39, silové rovnice vyjádřené v aerodynamické souřadné soustavě mají tvar

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{\bar{q}S}{m} C_{D\alpha} + \frac{T}{m} \cos\alpha \cos\beta + g(\cos\phi \cos\theta \sin\alpha \cos\beta + \\ & + \sin\phi \cos\theta \sin\beta - \sin\theta \cos\alpha \cos\beta) \end{aligned} \quad (5.23a)$$

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} = & -\frac{\bar{q}S}{mV \cos\beta} C_{L\alpha} + q - \tan\beta(p \cos\alpha + r \sin\alpha) - \frac{T \sin\alpha}{mV \cos\beta} + \\ & + \frac{g}{V \cos\beta} (\sin\phi \cos\theta \cos\alpha + \sin\theta \sin\alpha) \end{aligned} \quad (5.23b)$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta} = & \frac{\bar{q}S}{mV} C_{Y\alpha} + p \sin\alpha - r \cos\alpha + \\ & + \frac{g}{V} \cos\beta \sin\phi \cos\theta + \frac{\sin\beta}{V} \left(g \cos\alpha \sin\theta - g \sin\alpha \cos\phi \cos\theta + \frac{T \cos\alpha}{m} \right) \end{aligned} \quad (5.23c)$$

5.3 Polohové úhly

Původ derivací polohových úhlů je vyjádřen v literatuře [14] na straně 37. Vtahy pro Eulerovy úhly jsou následující

$$\dot{\phi} = p + \tan\theta (q \sin\phi + r \cos\phi) \quad (5.24a)$$

$$\dot{\theta} = q \cos\phi - r \sin\phi \quad (5.24b)$$

$$\dot{\psi} = \frac{q \sin\phi + r \cos\phi}{\cos\theta} \quad (5.24c)$$

5.4 Úhlové rychlosti

Vyjádření derivací úhlových rychlostí je popsáno v literatuře [14] na straně 41.

$$\dot{p} = (c_1 r + c_2 p - c_4 I_p \Omega_p) q + \bar{q} S b (c_3 C_l + c_4 C_n) \quad (5.25a)$$

$$\dot{q} = (c_5 p + c_7 I_p \Omega_p) r - c_6 (p^2 - r^2) + c_7 \bar{q} S \bar{C} C_m \quad (5.25b)$$

$$\dot{r} = (c_8 p - c_2 r - c_9 I_p \Omega_p) q + \bar{q} S b (c_9 C_n + c_4 C_l) \quad (5.26c)$$

kde c_1, c_2, \dots, c_9 jsou konstanty momentu setrvačnosti

$$\begin{aligned} \Gamma &= I_x I_z - I_{xz}^2 & c_5 &= \frac{I_z - I_x}{I_y} \\ c_1 &= \frac{[(I_y - I_z) I_z - I_{xz}^2]}{\Gamma} & c_6 &= \frac{I_{xz}}{I_y} \\ c_2 &= \frac{[(I_x - I_y + I_z) I_{xz}]}{\Gamma} & c_7 &= \frac{1}{I_y} \\ c_3 &= \frac{I_z}{\Gamma} & c_8 &= \frac{[(I_x - I_y) I_x - I_{xz}^2]}{\Gamma} \\ c_4 &= \frac{I_{xz}}{\Gamma} & c_9 &= \frac{I_x}{\Gamma} \end{aligned} \quad (5.27)$$

Shrnutí

Nelineární model letadla je vyjádřen silovými rovnicemi (5.15), momentovými rovnicemi (5.16, 5.25) a kinematickými rovnicemi (5.24) [14].

5.5 Součinitelé aerodynamických sil a momentů

Jak vychází z rovnic (5.10), aerodynamické síly a momenty jsou

$$\begin{aligned} D &= \bar{q} S C_D && \text{odporová síla} \\ Y &= \bar{q} S C_Y && \text{bočná síla} \\ L &= \bar{q} S C_L && \text{vztlaková síla} \\ l &= \bar{q} S b C_l && \text{klopivý moment} \\ m &= \bar{q} S \bar{c} C_m && \text{klonivý moment} \\ n &= \bar{q} S b C_n && \text{zatáčivý moment} \end{aligned} \tag{5.28}$$

kde $C_{D,Y,L}$ jsou součinitelé působících sil a $C_{l,m,n}$ součinitelé momentů. Bezrozměrní součinitelé C_D, C_L, \dots, C_N jsou primárně závislí na aerodynamických úhlech alfa a beta, méně závislí jsou na ostatních proměnných. Závislost se také projevuje na výchylce řídicích ploch, z toho plyne závislost na úhlových rychlostech kolem jednotlivých os. Dále se může jednat o závislost například na tahu motoru, konfiguraci – přídavné palivové nádrže, konfigurace podvozku, atp. Z důvodu komplikované funkční závislosti aerodynamických koeficientů, je každý koeficient modelován zvlášť jako součet složek, které jsou funkcí několika proměnných. Před popisem těchto komponent je ukázán původ složek úhlových rychlostí, a jak jsou modelovány.

Pokud se letadlo pohybuje určitou rychlostí a navíc úhlovou rychlostí kolem určité osy, mění se síly a momenty působící na letadlo. Tento efekt je aproximován přidáním korekčních členů úhlových rychlostí do rovnic sil a momentů. Závislost úhlových rychlostí je modelována rovnicí ve tvaru

$$\text{bezrozměrný člen síly, nebo momentu} = \frac{k}{2V} C(\alpha, \beta, M) \times \text{úhlová rychlost} \tag{5.29}$$

kde součinitel C je znám jako tlumící derivace pohybu. $\frac{k}{2}$ je charakteristika délky, např. rozpětí, nebo střední aerodynamická tětíva.

Celkové aerodynamické koeficienty jsou obvykle vyjádřeny jako suma hlavní komponenty s přírůstkovým, nebo korekčním členům, které jsou označeny symbolem Δ . Hlavní

složka je obvykle funkcí úhlu alfa, beta, nebo Machovým číslem. Jelikož ale letoun je stavěn pro malé podzvukové rychlosti, vliv Machova čísla je možné zanedbat.

Typické složky bezrozměrných součinitelů pro konvenční letoun kde je zanedbán vliv Machova čísla jsou ukázány v následujícím shrnutí [15]

$$\begin{aligned}
 C_D &\equiv C_D(C_L) + \Delta C_D(el) + \Delta C_D(\beta) + \dots \\
 C_Y &\equiv C_Y(\beta) + \Delta C_Y(rdr) + \dots \\
 C_L &\equiv C_L(\alpha) + \Delta C_L(el) + \dots \\
 C_l &\equiv C_l(\beta) + \Delta C_l(ail) + \Delta C_l(rdr) + \frac{b}{2V} (C_{l_p}p + C_{l_r}r) + \dots \\
 C_m &\equiv C_m(C_L) + \Delta C_m(el) + \Delta C_m(\alpha) + \frac{\bar{c}}{2V} (C_{m_q}q) + \dots \\
 C_n &\equiv C_n(\beta) + \Delta C_n(rdr) + \Delta C_n(ail) + \frac{b}{2V} (C_{n_p}p + C_{n_r}r) + \dots
 \end{aligned} \tag{5.30}$$

6 Řízení - LQR

V návrhu řízení bylo mimo jiné uvažováno s Lineárním kvadratickým regulátorem, známým pod označením LQR. Tento typ regulátoru patří do skupiny zpětnovazebních, kde se při návrhu vychází z požadavků na dynamiku systému a také na spotřebu energie, které vyjadřují matice Q a R . Při návrhu stavového zpětnovazebního regulátoru K je využita minimalizující kvadratická váhová funkce

$$J(u) = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \tag{6.1}$$

Minimalizace váhové funkce $J(u)$ vede stavové veličiny směrem k nule s co nejmenším akčním zásahem i rozkmitem těchto veličin. Váhové matice Q a R se obvykle užívají jako diagonální řádu n s nezápornými prvky na diagonále. Tyto matice udávají váhové parametry vzhledem k jednotlivým stavovým veličinám. Pokud se matice R volí jako jednotková, pak matice Q slouží k ladění regulátoru. Změna jejich parametrů ovlivňuje rychlost regulace vzhledem k odpovídající stavové proměnné. Vyšší hodnoty prvků matice Q vyjadřují rychlejší reakci regulátoru na změnu stavové proměnné. Nalezení optimálního zesílení K pro minimalizaci váhové funkce $J(u)$ zahrnuje řešení *Ricattiho rovnice*

$$A^T x + xA - xBR^{-1}B^T x + Q = 0 \tag{6.2}$$

která vede k nalezení neznámé symetrické matici x o velikosti $n \times n$. Řešení lineárního řízení je ve tvaru:

$$u = -Kx. \quad (6.3)$$

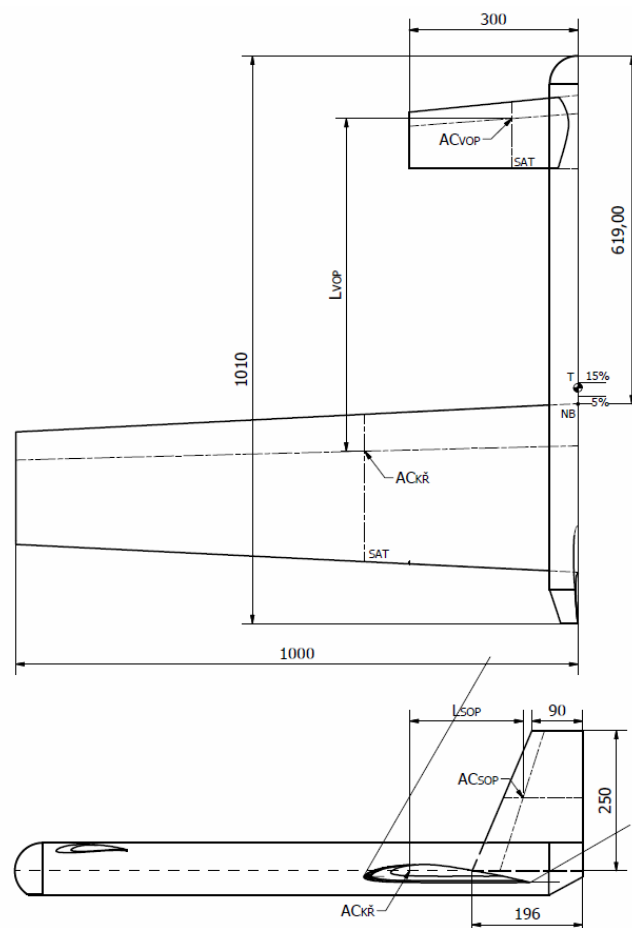
Lze také využít příkazu „lqr“ (Matlab), jak tomu bylo v našem případě, který přímo vyřeší vektor zesílení K daný maticemi A , B a maticemi Q a R . Při tvorbě regulátoru se v našem případě jedná místo matic A , B o matice rozšířené A_{aug} a B_{aug} . Popis těchto rozšířených matic je popsán níže.

Pokud je LQ regulátor popsán tímto způsobem, jedná se stavový regulátor, který se snaží dostat všechny stavy do nuly. V praxi přibývá požadavek dosažení žádané výstupní hodnoty. Tzn. sledování referenční trajektorie a regulace působících poruch na požadovanou hodnotu [10, 11].

Praktická část

7 Letoun

Drak letounu vyvíjený v rámci diplomové práce studenta strojní fakulty Petra Adámka má tvar tzv. kachny. Tento typ byl zvolen z důvodu požadavku zadavatele (VZLÚ) na nekonvenční uspořádání. Výhoda této konstrukce spočívá v přispívání zvýšení vztlaku. Rozpětí činí 2m a na délku měří 1.01m. Především s ohledem na minimální náklady spolu s maximální jednoduchostí byl zvolen klasický modelářský přístup. Jelikož se jedná ale o první prototyp, je zde určitá možnost, že by při zalétávání letounu, mohlo dojít k havárii. Proto bylo využito kombinace překližky, balsy, uhlíkových nosníků, polystyrenu a potahové fólie oproti původně uvažovaným kompozitním materiálům, které se v případě nehody hůře opravují. [2]



Obrázek 5 - Rozměry letounu

Zdroj: ADÁMEK, Petr. *Návrh bezpilotního prostředku*. Praha, 2014. Diplomová práce. ČVUT.

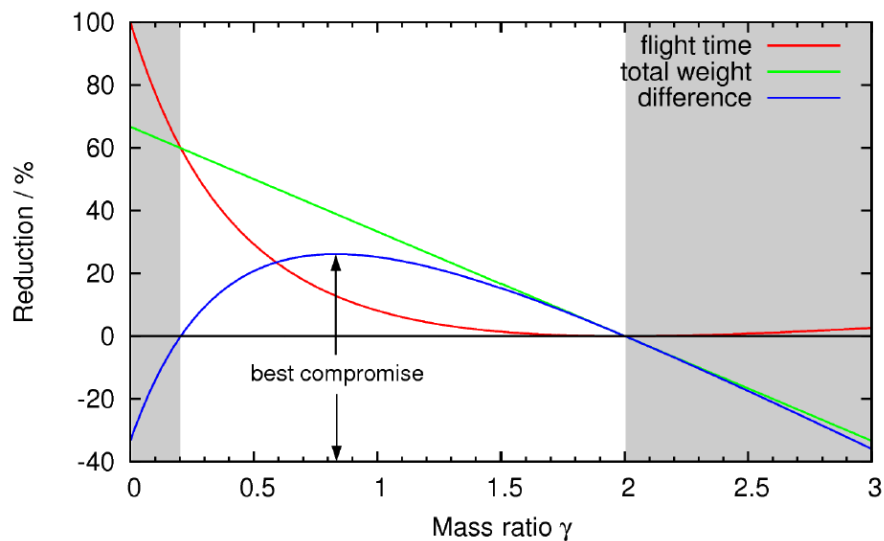
Tento letoun nedisponuje, jako většina letadel s klasickým upořádáním nosných ploch výškovkou, nýbrž kachní plochou. Jelikož ale u tohoto modelu kachní plocha neslouží pro manévrování, ale ke změně výšky, bude v práci dále nazývána výškovkou.

8 Výběr komponent

Během řešení práce jsem s kolegou Petrem Pahoreckým, který se zabývá samotnou implementací řídicích algoritmů, řešili výběr komponent pro samotný letoun.

8.1 Baterie

Jak popisuje článek Optimal Battery Capacity [4], nejlepší cestou k dosažení nejdelší doby letu a celkovou hmotností je výběr baterie, která váží od 61% do 87% hmotnosti letadla bez baterií. Nejlepší kompromis odpovídá 83% hmotnosti kostry letounu, jak ukazuje Obrázek 66.



Obrázek 6 - Relativní změna doby letu (červeně), celková hmotnost (zeleně) a rozdíl mezi rozložením váhy (modře). Šedá oblast označuje hmotností poměr, který nebyl uvažován.

Zdroj: http://api.ning.com/files/aFMLPsgnHmZXdnMAY8PM0KekqE4uAQSMx2C*usF6KDPkiqpO4L9-hrUKYBsS-xtRMqo-K4GR5TPsM2lsq56oMw_/battery_capacity.pdf

Kritéria pro výběr motoru musela splňovat požadavky zejména na napětí. V závislosti na současném výběru motoru, který doporučoval 4-5 článků Li-Pol baterii, jsme se rozhodli vybrat pěti článkovou baterii z důvodu vyššího napětí 18.5V. Důvod je především ve vyšším spektru otáček, kterých je motor schopen dosáhnout a to až do maxima 12210 otáček/min.

Kdybychom se při výběru baterií drželi kritéria 83% hmotnosti, bylo by zapotřebí sehnat baterie o hmotnosti 1.992kg, což je ovšem v rozporu s navrhovanou celkovou hmotností letounu 4kg. Aby nebyla tato hmotnost překročena a také z důvodu vyčlenění přibližně 200g rezervy pro pozdější přidání kamery a také z finančních důvodů byly vybrány 2 baterie typu FOXY G2 Li-Pol 5000mAh/18,5V 36/70C [5], které jsou zapojeny paralelně. Hmotnost samotného draku letadla činí 2.4kg a hmotnost samotných baterií 1.268kg, což odpovídá 52.83% hmotnosti draku.

Parametry baterie:

Kapacita: 5000mAh
Napětí: 18.5V
Nabíjecí proud: 5 – 10A
Vybíjecí proud: 180A
Max. vybíjecí proud: 350A
Délka: 155mm
Šířka: 49mm
Výška: 43.5mm
Hmotnost: 634g

Baterie jsou zapojené přímo na regulátor popsaný níže a skrze něho napájejí celé ústrojí, tzn. jak elektroniku (autopilota) a servomotory (5.5V), tak motor (18.5V). Detailnější rozbor lze dohledat v práci [17].

8.2 Motor

Motor jsme vybírali podle kritérií, jako je hmotnost letounu, předpokládaný počet článků baterií, hmotnost samotného motoru, účinnost motoru, atd. Při výběru jsme brali v potaz názor Petra Adámka, který nám dodal grafy potřebného tahu a výkonu motoru pro typ vrtule 11x7 (11 – průměr, 7 - stoupání) [palců].

Předpokládané parametry letounu:

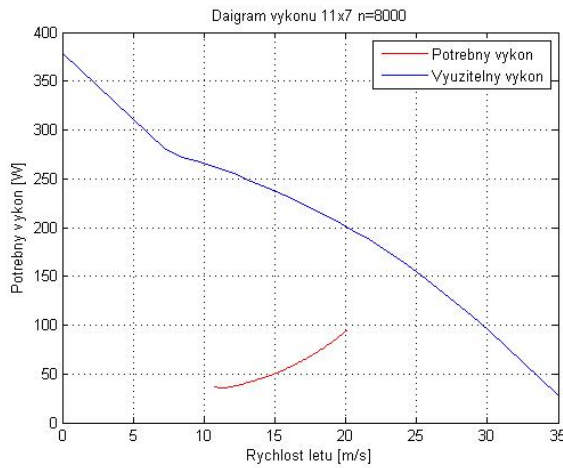
Maximální hmotnost letounu: 4kg

Počet článků baterie: 5

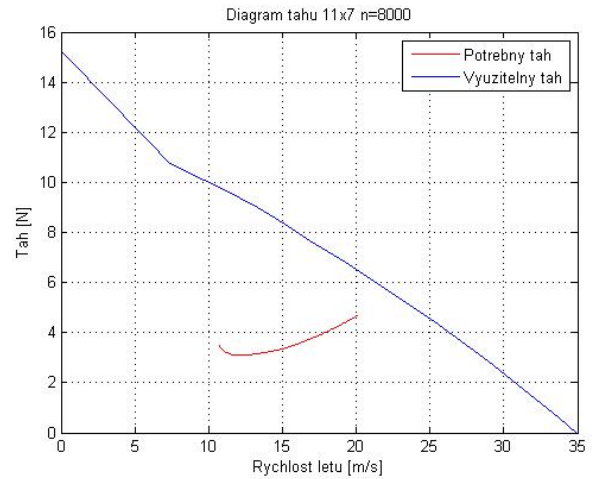
Baterie: 2x

Typ: FOXY G2 Li-Pol 5000mAh/18,5V 36/70C

Grafy potřebného výkonu a tahu při 8000 [ot/min] a pro vrtuli 11x7.



Graf 3 - Potřebný výkon



Graf 2 - Potřebný tah

Vybraný motor:

Označení: AXI 4120/14 GOLD LINE [3]

Technické údaje:

Technické údaje	
Počet článků baterie	12 - 16
	4 - 5 Li-Poly
Otáčky/Volt	660 RMP/V
Max. účinnost	85%
Proud při max. účinnosti	20 - 40 A (>82%)
Proud na prázdko / 10 V	2 A
Max. zatížitelnost	55 A/60 s
Vnitřní odpor Ri	41 mohm
Rozměry (prům. x délka)	49,8x55,5 mm
Průměr hřídele	6 mm
Váha motoru vč. kabelů	320 g

Tabulka 1 - Technické údaje

Zdroj: <http://www.modelmotors.cz/index.php?page=61&product=4120&serie=14&line=GOLD>







Popis motoru:

Střídavý elektromotor s otočným pláštěm a neodomovými magnety s širokým spektrem použití je vhodný pro pohon velkým modelů větroňů o hmotnosti do 4500g. Motor je díky vysokému točivému momentu vhodný pro přímý pohon velkých vrtulí, což zajišťuje velmi dobrou účinnost a hmotnost celého pohonu.

8.3 Regulátor

Dle Tabulka 2, kterou uvádí výrobce na svých stránkách [3], je pro tento motor vhodný regulátor JETI Advance 70 Pro opto.

Doporučené setupy pro AXI 4120/14 GOLD LINE

	WEIGHT OF MODEL (grams)	Li-pool	NiCd CELLS	CURRENT MAX	JETI ADVANCE Pro	PROPELLER	
 TRAINER	3500	123	4s	12	55A/60s	70A opto	13"x8"
 TRAINER	3800	134	5s	15	55A/60s	70A opto	12"x6"
 AEROBATIC	2900	102	5s	15	55A/60s	70A opto	12"x8"
 SAILPLANE	3200	113	3s	15	55A/60s	70A	15"x9"
 SAILPLANE	4200	148	4s	12	55A/60s	70A opto	14"x7"
 SAILPLANE	4800	169	5s	15	55A/60s	70A opto	12"x8"
 GLOW ENGINE CONTROLLER							

7,5 ccm / .46 - 2stroke .65 - 4stroke

Vysvětlení piktogramů

Tabulka 2 - Doporučené příslušenství

Zdroj: <http://www.modelmotors.cz/index.php?page=61&product=4120&serie=14&line=GOLD>

Ovšem na doporučení z technické podpory jsme vybrali regulátor JETI spin 66. Oproti Advance 70 Pro opto má tu výhodu, že disponuje bezpečnostním obvodem BEC, který obsahuje stabilizátor napětí pro přijímač a servomotory. Tento typ stabilizátoru nabízí vyšší proudovou zatížitelnost a hlavně nezávislost na velikosti vstupního napětí. Je to regulátor novější generace než Advance 70 Pro opto a také o cca 500Kč levnější.

Technické parametry regulátoru spin 66 ukazují tabulka 3.

Speed controllers Jeti SPIN Dřevzahšťatel Jeti SPIN Regulátory Jeti SPIN	Order no. Bestell. Nr. Objednací číslo	Number of NiCd / Li-Pol / Operating Voltage Záložňací NiCd / Li-Pol / Nominální napětí	Continuous current Dauerstrom Trvalý proud [A]	Dimensions Abmessung Rozměry [mm]	Weight with cables Gewicht mit Kabel Hmotnost s kabelem [g]	BEC [A]	Max. No. of servos Max. servozážit Max počet serv	Quiescent current Ruhestrom Klidový proud [mA]
JETI Box	JB	-	-	-	-	-	-	-
SPIN 11	S11	5-12 / 2-4 / 5-17 V	11	32 x 23 x 6	12	2,5	6	1,4
SPIN 22	S22	5-12 / 2-4 / 5-17 V	22	32 x 23 x 7	26	2,5	6	1,4
SPIN 33	S33	5-14 / 2-5 / 5-21 V	33	42 x 23 x 7	32	3	7	1,4
SPIN 44	S44	6-18 / 2-6 / 6-26 V	44	52 x 25 x 10	44	5	8	1,4
SPIN 55	S55	6-24 / 2-8 / 6-34 V	55	52 x 25 x 15	60	5	8	1,4
SPIN 66	S66	6-18 / 2-6 / 6-26 V	70	52 x 25 x 12	56	5	8	1,4
SPIN 44 OPTO	S44opto	6-18 / 2-6 / 6-26 V	44	52 x 25 x 10	35	-	-	1,6
SPIN 48 OPTO	S48	14-30 / 4-10 / 12-42V	48*	52 x 25 x 12	45	-	-	1,6
SPIN 66 OPTO	S66opto	6-18 / 2-6 / 6-26 V	70	52 x 25 x 12	45	-	-	1,6
SPIN 75 OPTO	S75	14-30 / 4-10 / 12-42V	75*	52 x 25 x 15	55	-	-	1,6
SPIN 77 OPTO	S77	14-36 / 4-12 / 12-50V	77	65 x 55 x 17	110	-	-	1,6
SPIN 99 OPTO	S99	14-36 / 4-12 / 12-50V	90	65 x 55 x 17	110	-	-	1,6
SPIN 125 OPTO	S125	14-36 / 4-12 / 12-50V	125	65 x 55 x 25	120	-	-	1,6
SPIN 200 OPTO	S200	24-40 / 6-14 / 18-59V	170	63 x 120 x 27	326	-	-	1,6
SPIN 300 OPTO	S300	24-40 / 6-14 / 18-59V	220	63 x 120 x 27	360	-	-	1,6

* with good cooling and outside temperature under 20°C / * bei guter Kühlung und einer Aussentemperatur von unter 20°C / * za podmínky dobrého chlazení a okolní teploty pod 20°C

Tabulka 3 - Technické parametry regulátoru spin 66

Zdroj: <http://www.modelmotors.cz/index.php?page=61&product=4120&serie=14&line=GOLD>

8.4 Servomotory

Na doporučení v modelářství byly vybrány 2 servomotory určené především pro větroně o rozpětí 2m do 4.5kg váhy. Oba motory obsahují karbonové převody, ovšem z důvodu větší výdrže jsme po debatě se zadavateli projektu vybrali servomotor HS-485HB, který navíc disponuje výstupní hřídelí uloženou v kuličkovém ložisku, oproti HS-322HD, které má nylonové pouzdro.

8.5 Tlakové senzory

Po dohodě s panem Ing. Pačesem, Ph.D a také se zadavateli projektu byly vybrány 3 senzory diferenciálního tlaku typu MPXV7002DP [9]. Tento typ senzoru disponuje měřícím rozsahem od -2 kPa do 2 kPa. Po přepočtení na nadmořskou výšku by byl letoun schopen létat až do výšky 23.31 km, což ovšem není prakticky reálné. Původní myšlenka byla vytvořit senzor, který bude měřit úhel náběhu, úhel vybočení a rychlost letu. K tomu se váže potřeba právě tří senzorů. Ovšem z důvodu nedostatku času pro vyvinutí takové měřící aparatury bylo rozhodnuto o zjednodušení měřícího zařízení a to měření pouze rychlosti letu. K tomu nám poslouží jeden senzor diferenciálního tlaku a pitotova trubice. Zbylé dva jsou připraveny pro vytvoření senzoru původní myšlenky, která bude prací pokračovatelů projektu.

9 Rovnice popisující aerodynamické součinitele

Pro letoun byly na základě vtaů (6.30) vytvořeny rovnice popisující aerodynamické součinitele tímto způsobem:

$$CD = \alpha^4 \cdot CD_{\alpha 4} + \alpha^3 \cdot CD_{\alpha 3} + \alpha^2 \cdot CD_{\alpha 2} + \alpha \cdot CD_{\alpha 1} + CD_{\alpha 0} \quad (9.1)$$

$$Cy = Cy_{\beta} \cdot \beta + Cy_{\delta a} \cdot \delta a + Cy_{\delta r} \cdot \delta r + \frac{Cy_p \cdot p \cdot b_{ref}}{2 \cdot V} + \frac{Cy_r \cdot r \cdot b_{ref}}{2 \cdot V} \quad (9.2)$$

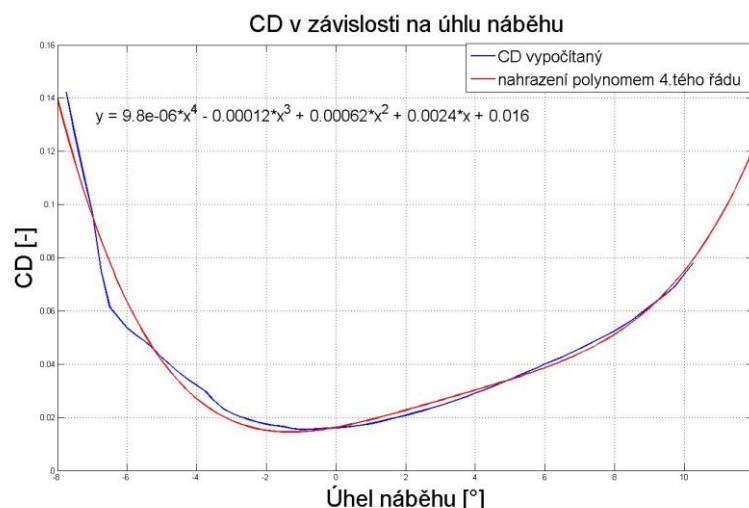
$$CL = CL_{\alpha} \cdot \alpha + CL_{\alpha 0} + CL_{\delta e} \cdot \delta e + \frac{CL_q \cdot q \cdot d_{ref}}{2 \cdot V} \quad (9.3)$$

$$Cl = Cl_{\beta} \cdot \beta + Cl_{\delta a} \cdot \delta a + Cl_{\delta r} \cdot \delta r + \frac{Cl_p \cdot p \cdot b_{ref}}{2 \cdot V} + \frac{Cl_r \cdot r \cdot b_{ref}}{2 \cdot V} \quad (9.4)$$

$$Cm = Cm_{\alpha} \cdot \alpha + Cm_{\alpha 0} + Cm_{\delta e} \cdot \delta e + \frac{Cm_q \cdot q \cdot d_{ref}}{2 \cdot V} \quad (9.5)$$

$$Cn = Cn_{\beta} \cdot \beta + Cn_{\delta a} \cdot \delta a + Cn_{\delta r} \cdot \delta r + \frac{Cn_p \cdot p \cdot b_{ref}}{2 \cdot V} + \frac{Cn_r \cdot r \cdot b_{ref}}{2 \cdot V} \quad (9.6)$$

Rovnice (9.1) popisuje součinitel odporu jak křidel, tak trupu letounu. Z rovnice (5.30) vychází, že součinitel odporu je závislý na součiniteli vztlaku. Zde nastává problém, kdy jsou oba součinitele závislé proměnné, navíc jedna závisí na druhé. Vzhledem k tomu, že součinitel vztlaku závisí na úhlu náběhu lineárně, popsáno níže, byl součinitel vztlaku nahrazen úhlem náběhu α . Rovnice vznikla proložení polynomu 4. řádu, na základě dodaného souboru dat, viz Graf 44.



Graf 4 - Průběh součinitele odporu proložený polynomem 4. řádu

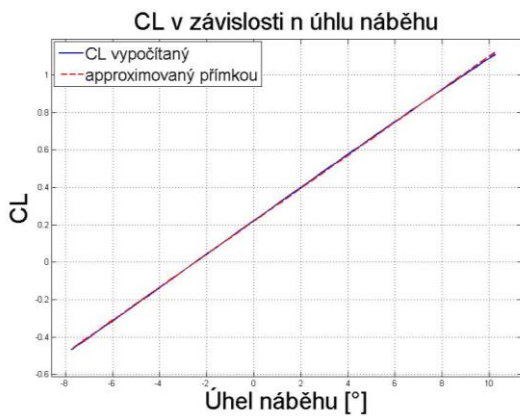
Rovnice (9.2) popisuje sílu působící ve směru osy Y . Jelikož je letoun symetrický, bočná síla vzniká vybočením letounu. Ovlivňující parametry byly zvoleny úhel vybočení β , výchylka

směrového kormidla δr , úhlové rychlosti klonění p a zatáčení r . U úhlových rychlostí hraje roli podíl rozpětí a dvojnásobku vzdušné rychlosti podle vztahu (5.29).

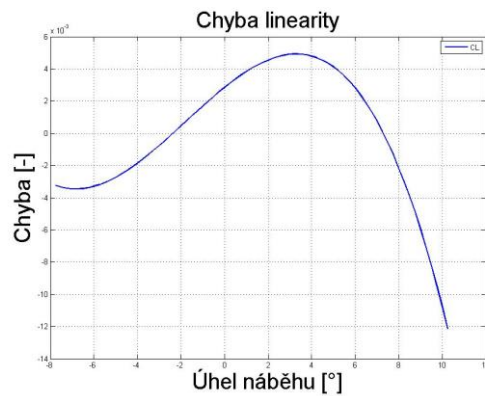
Rovnice (9.3) popisuje součinitel vzlaku. Parametry ovlivňující součinitel vzlaku jsou úhel náběhu α , výchylka výškového kormidla δe a úhlová rychlost klopení q , kterou navíc ovlivňuje parametr podílu velikosti střední aerodynamické tětiny a dvojnásobku vzdušné rychlosti.

Průběh součinitele vzlaku byl proložen přímkou, jak ukazuje Graf 55, chybu linearity pak

Graf 66.



Graf 5 - Součinitel vzlaku v závislosti na úhlu náběhu proložený přímkou



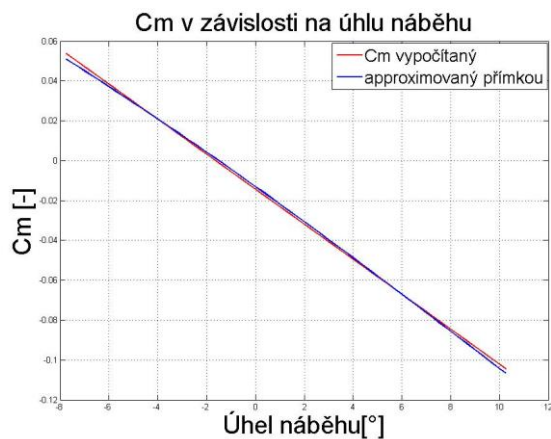
Graf 6 - Chyba linearity

Rovnice (9.4) popisuje moment kolem osy X. Tento moment ovlivňují parametry jako úhel vybočení β , výchylka křidélek δa a směrového kormidla δr , dále pak úhlová rychlost klonění p a zatáčení r . U úhlových rychlostí hraje roli podíl rozpětí a dvojnásobku vzdušné rychlosti.

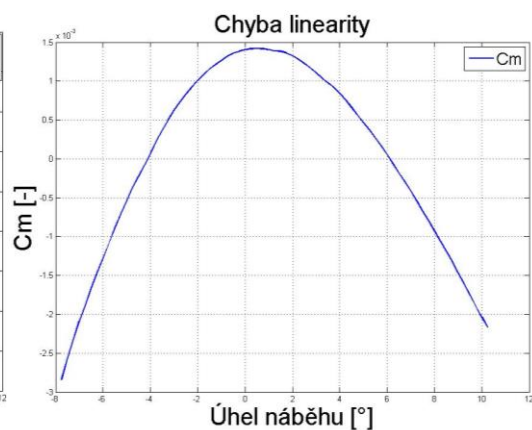
Rovnice (9.5) popisuje moment kolem osy Y. Závislé parametry jsou, úhel náběhu α , výchylka výškového kormidla δe a úhlové rychlosti klopení q , kterou navíc ovlivňuje parametr podílu velikosti střední aerodynamické tětiny a dvojnásobku vzdušné rychlosti.

Průběh momentu byl proložen přímkou, jak ukazuje Graf 77, chybu linearity pak

Graf 88.



Graf 7 - Průběh momentu proložený přímkou



Graf 8 - Chyba linearity

Rovnice (9.6) popisuje moment kolem osy Z . Za ovlivňující parametry byly zvoleny úhel vybočení β , výchylka křídélka $\delta\alpha$ a směrového kormidla δr , dále pak úhlové rychlosti klonění p a zatáčení r . U úhlových rychlostí hraje roli také podíl rozpětí a dvojnásobku vzdušné rychlosti.

10 Aerodynamické derivace

Aerodynamické derivace, které jsme dostali k dispozici, jsou vztaženy pro aerodynamickou letadlovou soustavu. V našem případě se ale zabýváme letadlovou souřadnou soustavou podle normy ISO, viz Obrázek 2. Znaménka v aerodynamických derivacích nemusejí být pozměněna, ovšem vysvětlení významu jednotlivých součinitelů ukazují následující řádky.

Popis vybraných aerodynamických derivací z hlediska významu.

Znaménko	Součinitel	Význam
+	CL_{α}	S kladným přírůstkem úhlu náběhu narůstá i vztlaková síla. Platí to do doby, než se odtrhne mezní vrstva a dojde ke ztrátě vzlaku.
-	Cm_{α}	Tento koeficient souvisí s polohou těžiště a neutrálním bodem letounu.
-	Cl_{β}	Při letu za určitého kladného úhlu vybočení je svislá ocasní plocha, obdobně jako u křídla, ofukována pod úhlem, který vyvolává sílu působící ve směru levého křídla letounu. Tím pádem je pravé křídlo ofukováno více než levé, působí na něj větší vztlaková síla a pravé křídlo je tlačeno vzhůru ve směru proti směru momentu klonění. Z toho důvodu je součinitel momentu klonění v závislosti na úhlu vybočení záporný.
+	Cn_{β}	Při letu za určitého kladného úhlu vybočení je svislá ocasní plocha, obdobně jako u křídla, ofukována pod úhlem, který vyvolává sílu působící ve směru levého křídla letounu. Tato síla působí tak, že tlačí záď ve směru momentu zatáčení. Proto je tento součinitel v závislosti na úhlu vybočení kladný.
-	Cl_p	Při kladné úhlové rychlosti klonění se pravé křídlo nahne směrem dolu. Toto křídlo je v okamžiku naklonění ofukováno větším úhlem náběhu a v důsledku toho na něj působí větší vztlaková síla. Tím pádem má pravé křídlo tendenci stoupat vzhůru a to proti směru momentu klonění. Díky tomuto efektu je koeficient momentu klonění v závislosti na úhlové rychlosti klonění záporný.
+	CL_q	Tento parametr vyjadřuje vliv úhlové rychlosti klopení na součinitel vzlaku. S pozitivní rychlostí klopení se zvyšuje vztlak, proto má být tato hodnota kladná.
-	Cm_q	Tento parametr lze z hlediska znaménka vysvětlit obdobně jako

koeficient C_{m_α} . Kladné rychlosti klopení odpovídá i kladný úhel náběhu. Od tohoto okamžiku je vysvětlení stejné jako pro případ koeficientu C_{m_α} .

+	CL_{de}	Součinitel vztlaku v závislosti na výchylce výškového kormidla vyjadřuje vliv vychýlení kormidla na celkový součinitel vztlaku. Kladná výchylka nahoru, znamená kladný přírůstek vztlaku, proto má být hodnota derivace kladná.
+	Cy_{dr}	Při kladné výchylce směrovky se vytváří záporný točivý moment kolem osy Z, kdy se letoun otáčí pravým křídlem napřed. Z tohoto důsledku je síla působící v osy Y kladná.
+	Cl_{dr}	Pokud je směrovky vychýlená v kladném směru, je vyvolán záporný moment kolem osy Z. V tom případě se v důsledku většího ofukování vytváří na levém křídle větší vztlak a levé křídlo je silou tlačeno vzhůru, což vyvolává kladný moment kolem osy ve směru letu.
-	Cn_{dr}	Po výchylce směrovky má letadlo tendenci zatáčet proti směru orientace momentu zatáčení. Proto znaménko záporné.

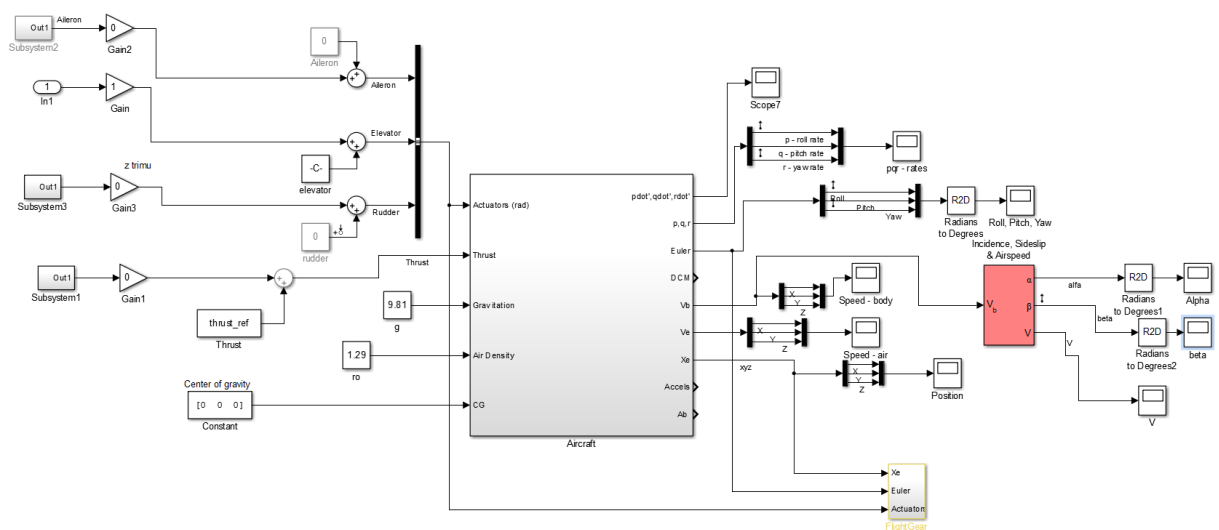
11 Matematický model

11.1. Matematický model

Matematický model byl vytvořen v programu Matlab & Simulink, kde bylo využito Aerospace toolboxu [7]. Ověření, že model odpovídá modelu letounu je popsáno níže, v podkapitole 11.4 *Dynamické Módy*.

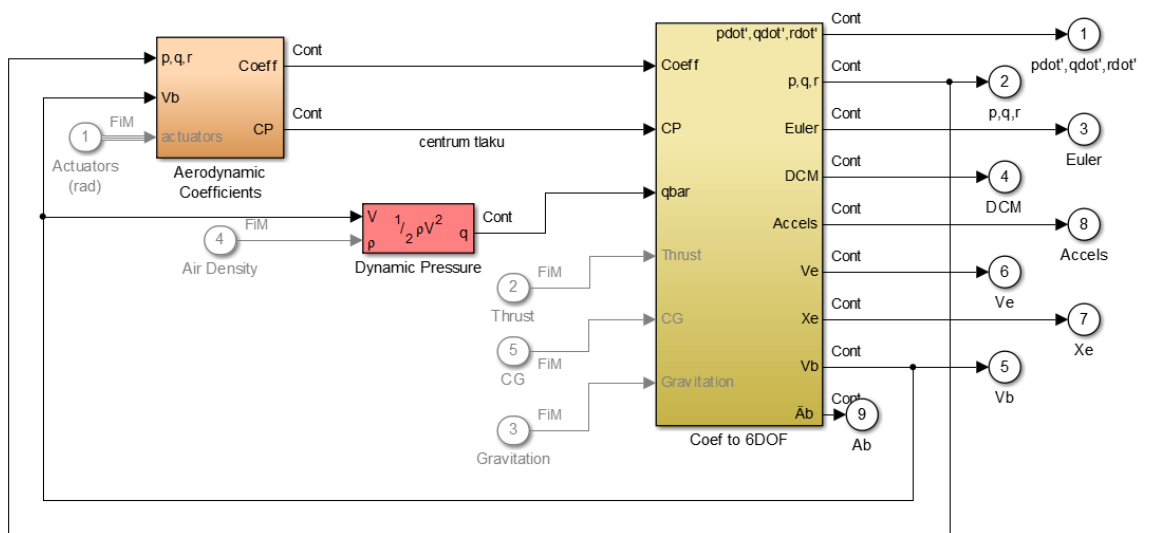
Vstupní hodnoty do systému reprezentuje soubor výchylek řídicích ploch letounu [rad]. Jedná se o výchylky výškovky, křidélek a kormidla. Dále do systému vstupují hodnoty, jako je tah motoru v jednotkách [N], gravitační konstanta $9.81 \text{ [m/s}^2\text{]}$, hustota vzduchu a poloha těžiště letounu. Jelikož se předpokládá, že letoun bude létat v malých výškách, počítáno je s výškovou hladinou v řádu stovek metrů, a jelikož také hustota vzduchu závisí na teplotě samotného vzduchu, rozhodli jsme se použít pro tuto hodnotu konstantu odpovídající hodnotě $1.29 \text{ [kg/m}^3\text{]}$. Tato hodnota odpovídá hustotě vzduchu v nulové výšce při teplotě $0 \text{ }^\circ\text{C}$. Poloha těžiště letounu ve všech třech osách byla zvolena nula. Tento fakt souvisí se zvolenou souřadnou letovou soustavou, kdy počátek souřadné letadlové soustavy leží právě v těžišti letounu.

Výstupní hodnoty představují polohové (Eulerovy) úhly klopení, klonění a zatáčení [rad]. Dále pak jejich úhlové rychlosti [rad/s], úhel náběhu α [rad], úhel vybočení β [rad], vzdušná rychlost V [m/s], pozice ve všech třech osách [X, Y, Z]. Vzdušná rychlost se vypočítá v bloku Incidence, Sideslip & Airspeed, kde vstupní hodnotu představuje rychlost v (body) letadlové souřadné soustavy. Tento blok je znázorněn červeně na Obrázek 7.



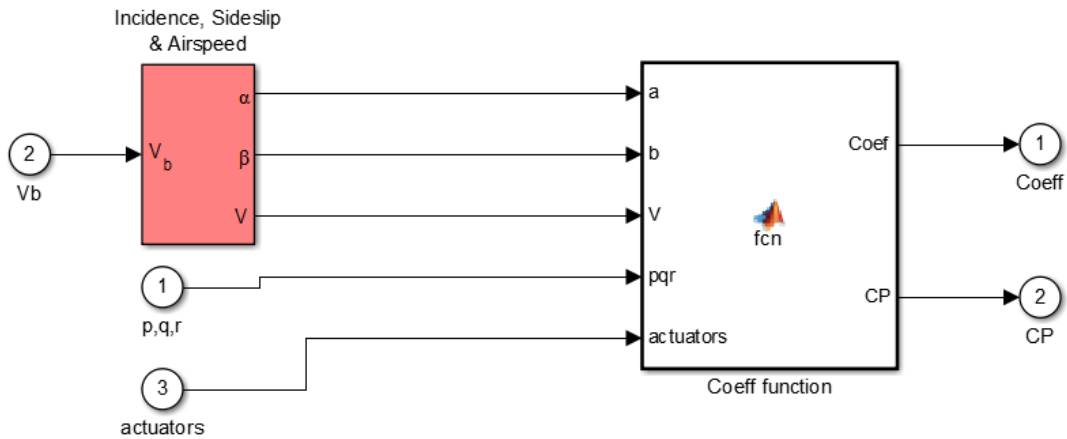
Obrázek 7 - Matematický model - schéma uspořádání

Následující popis souvisí s popisem vnitřní struktury prostředního bloku, který se nachází na Obrázek 7, nazvaný Aircraft. Vnitřní strukturu reprezentuje Obrázek 8. V červeném bloku probíhá výpočet dynamického tlaku. Vstupní hodnoty jsou rychlost v letadlové soustavě a hustota vzduchu. Oranžový blok zahrnuje výpočet aerodynamických koeficientů. Vstupní hodnoty představují úhlové rychlosti polohových úhlů, rychlost v letadlové soustavě a zásahy z řídicích ploch letounu. Výstupní hodnoty jsou pak reprezentovány aerodynamickými koeficienty společně s polohou centra tlaku. Žlutý blok zahrnuje výpočet potřebných výstupních veličin, do něhož jsou vstupní veličiny tvořeny výstupy z bloku výpočtu aerodynamických koeficientů, výpočtu dynamického tlaku. Dále se jedná o hodnoty jako je tah motoru, poloha těžiště a gravitační konstanta.



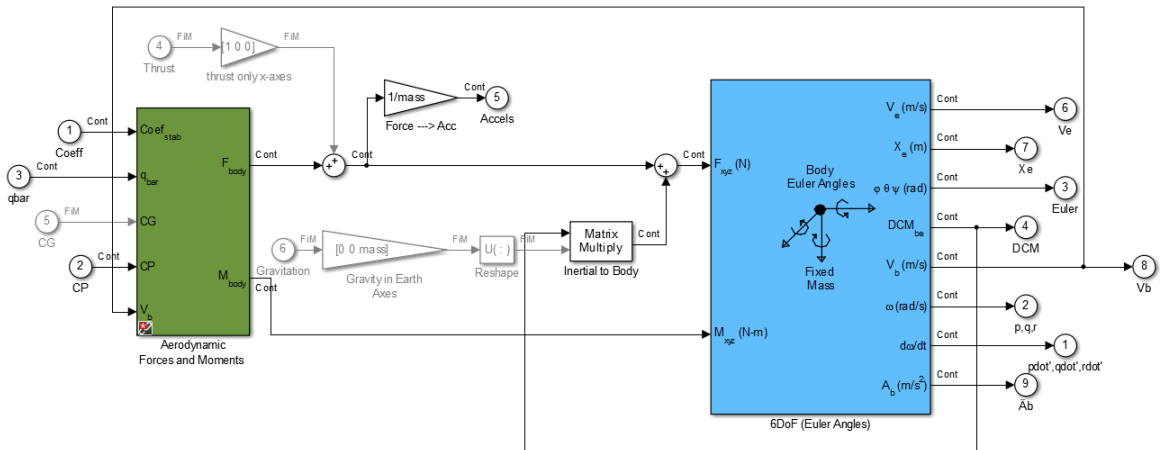
Obrázek 8 - Matamtický model - Aircraft

Struktura bloku výpočtu aerodynamických koeficientů je ukázána na Obrázek 9. Vstupní hodnota, rychlost v letadlové soustavě je pomocí bloku Incidence, Sideslip & Airspeed převedena na hodnoty úhlu náběhu, úhlu vybočení a vzdušné rychlosti. Společně s úhlovými rychlostmi polohových úhlů a výchylkami řídicích ploch tvoří vstup do funkce, ve které jsou počítány aerodynamické koeficienty a poloha centra tlaku. Tato funkce obsahuje rovnice, které jsou popsány v podkapitole *Rovnice popisující aerodynamické součinitele*.



Obrázek 9 - Matematický model - Aerodynamické koeficienty

Strukturu bloku pro výpočet potřebných výstupních veličin viz žlutý blok Obrázek 8, představuje Obrázek 10.



Obrázek 10 - Matematický model - Získání potřebných výstupů

Zelený blok Aerodynamic Forces and Moments ze vstupních hodnot aerodynamických koeficientů, dynamického tlaku, polohy těžiště, polohy centra tlaku, rychlosti vztažené k letadlové soustavě, plochy křídla, rozpětí letadla a tětiny vypočítá síly a momenty síly působící v jednotlivých osách kolem těžiště v letadlové soustavě. Pro výpočet sil a momentů je použit vztah

$$C_L = \frac{L}{q_\infty A} \rightarrow L = C_L q_\infty A \quad (11.1)$$

kde C_L je součinitel vzlaku, L je vzlaková síla, q_∞ dynamický tlak a A je plocha křídla. Tento vztah je stejný pro všechny síly a momenty působící ve všech třech osách. Následuje transformace pomocí rotační matice kolem osy Y (neuvažuje se β) ze soustavy aerodynamické (stability) do soustavy letadlové (body).

$$C_{s \rightarrow b} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (11.2)$$

K výstupním silám se v ose X připočítává tah motoru a v ose Z účinky gravitační síly. Síly a momenty představují vstupní parametry do modrého bloku 6DOF (Euler angles) pro výpočet rychlosti jak v letadlové, tak v zemské souřadné soustavě, polohových úhlů a úhlových rychlostí polohových úhlů. Výpočet rychlosti v letadlové soustavě probíhá následujícím způsobem. Síla odpovídá vztahu $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, po vydělení této rovnice hmotností je získáno zrychlení. Po integraci zrychlení vychází rychlost v letadlové soustavě. Moment setrvačnosti odpovídá vztahu $\mathbf{M} = J\dot{\boldsymbol{\omega}}$, kde \mathbf{M} je vektor momentu síly, J moment setrvačnosti a $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ vektor úhlového zrychlení. V tomto případě momenty setrvačnosti kolem jednotlivých os odpovídají matici (která byla rovněž získána od tvůrce letounu)

$$\begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1341 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2513 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3790 \end{bmatrix} \quad (11.3)$$

Úhlové zrychlení je získáno po vydělení vektoru síly momentem setrvačnosti. Následnou integrací jsou získány úhlové rychlosti a po druhé integraci polohové úhly. Dále je na výstupu počítáno s rotační maticí (DCM – direct cosine matrix), která transformuje gravitační vektor ze zemské soustavy do letadlové.

11.2 Nelinerání, lineární model

Stavový popis nelineárního systému

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (11.4)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$$

kde se první rovnice nazývá stavová a druhá výstupní. Vektor \mathbf{u} je vektor vstupní, \mathbf{x} je stavový a \mathbf{y} je výstupní.

Stavový popis lineárního, časově proměnného systému, popisuje vztah

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (11.5)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)$$

kde **A** je matice systému (vnitřní vazby), **B** je matice vstupů (vazby systému na vstup), matice **C** (vazby vstupu na výstup) a **D** jsou výstupní. Jelikož matice **D** obsahuje vazby vstupu na výstup z hlediska dynamických vlastností, uvažuje se většinou za nulovou. \mathbf{x}_0 je vektor počátečních podmínek stavu. Obecně platí, že vstup $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^n$, výstup $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ a stav $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ je závislý na čase.

11.3 Linearizace

Linearizace matematického modelu byla provedena pro ustálený let při rychlosti 16 m/s pomocí analýzy *Linear analysis tool*. Stavové matice byly získány zvlášť pro podélný a pro stranový pohyb letounu.

Pro podélný pohyb byly získány tyto stavové matice

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & -6.9396 & 0.0807 & -5.1981 \\ -9.809 & -0.2845 & -0.0460 & 0.6128 \\ -0.1522 & 18.3366 & -0.8548 & -8.1854 \end{bmatrix} \quad B_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 116.4655 & 0 \\ 0.1324 & 0.2500 \\ -8.5339 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_p = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0008 & 0.0500 \\ 0 & 0 & 0.9999 & 0.0155 \end{bmatrix} \quad (11.6)$$

Vektor stavů (*theta q alfa V*)

Vektor vstupů (*výškovka tah*)

Vektor výstupů (*theta q alfa V*)

Po stranový pohyb byly získány tyto stavové matice

$$A_s = \begin{bmatrix} psi & phi & p & r & beta \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0.0155 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0001 & 0 \\ 0 & 0 & -48.3122 & 4.9466 & -1.2868 \\ 0 & 0 & -0.8726 & -0.3749 & 0.9087 \\ 9.8088 & 0 & 0.3532 & -19.8888 & -0.2661 \end{bmatrix} \quad (11.7)$$

$$B_s = \begin{bmatrix} \textit{křidélka} & \textit{kormidlo} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 602.5458 & 3.0799 \\ 1.4356 & -14.9232 \\ -0.0443 & 3.8286 \end{bmatrix} \quad C_s = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0500 \end{bmatrix}$$

Vektor stavů (*psi phi p r beta*)

Vektor vstupů (*křidélka kormidlo*)

Vektor výstupů (*psi phi p r beta*)

11.4 Dynamické Módy

Linearizací matematického modelu byl získán stavový popis systému. Vlastní čísla matic A tohoto popisu ukazují umístění pólů a také jednotlivé dynamické módy charakteristické pro chování letadla v pohybu podélném i stranovém.

11.4.1 Podélný pohyb

Pro podélný pohyb by se standardně měly vyskytovat 2 kmitavé pohybové módy časově i frekvenčně přibližně o řád od sebe vzdálené. Pro tyto kmitavé pohyby se používají tlumiče, které jsou popsány v kapitole návrhu řízení.

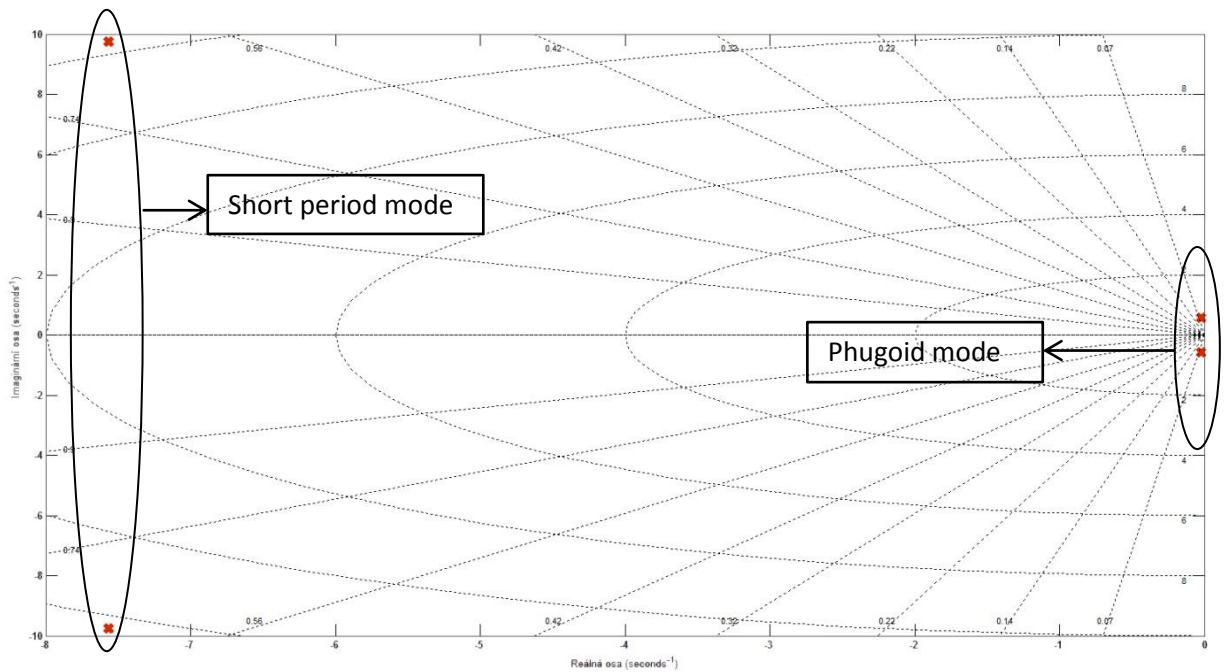
První složka se nazývá Short period mode - rychlá pohybová složka, která je poměrně dobře tlumená, kde se hodnota poměrného tlumení obvykle nachází v rozmezí 0.4 – 0.7. Hodnota přirozené frekvence se pak obvykle pohybuje v rozmezí 2 – 6 rad/sec ($T \approx 1 - 3s$). Tento pohyb je vyvolán výchylkou výškovky při konstantní příпустi do motoru. Vyznačuje se změnou úhlu náběhu a rychlostí klopení. Perioda kmitů je tak rychlá, že nedochází ke změně rychlosti letu.

Druhá, pomalá složka, se nazývá fugoídní složka, v literatuře označovaná jako Phugoid mode. Vyznačuje se velmi malým tlumením, může být i nestabilní. Její přirozená frekvence se obvykle pohybuje v rozmezí 0.1 – 0.2 rad/sec ($T \approx 30 - 60s$). Tento pohyb je vyvolán změnou příпустi do motoru při nezměněné výchylce výškovky. Vyznačuje se změnou rychlosti letu, úhlu klopení a změnou výšky, úhel náběhu se přitom mění pouze nepatrně.

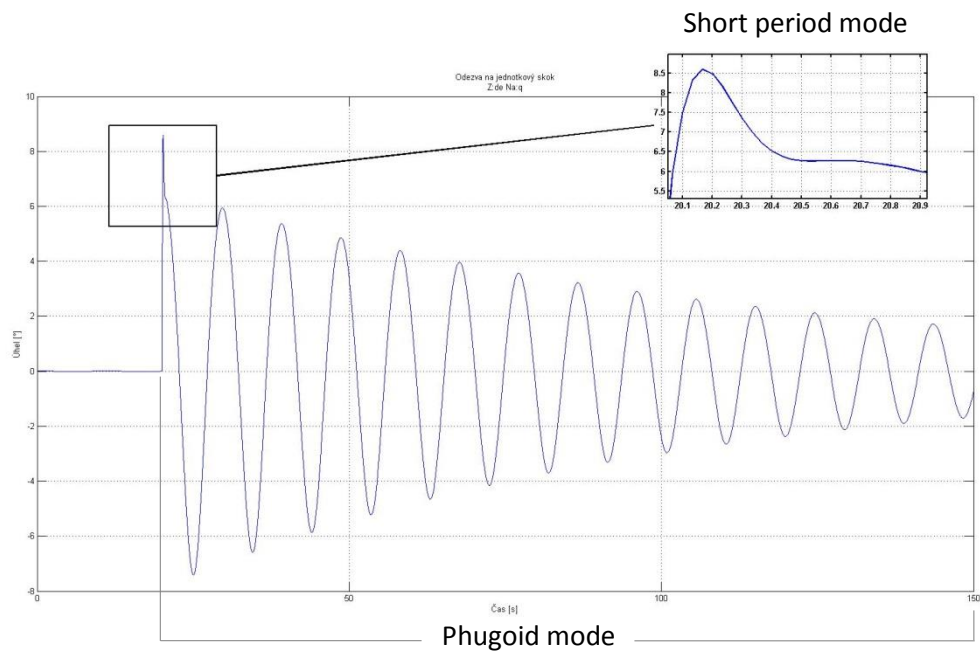
Oba pohyby jsou znázorněny na Obrázek 11, kde je znázorněno umístění pólů a na Obrázek 12, který znázorňuje odezvu rychlosti klopení na jednotkový skok, kde jednotkový skok reprezentuje výchylku výškovky o 5°.

Vlastní čísla označují umístění pólů. Tlumení je bezrozměrná jednotka vyjadřující tlumící poměr. A přirozená frekvence je vyjádřena v jednotkách rad/sec.

Vlastní čísla	Tlumení	Frekvence [rad/sec]
$-2.04 \cdot 10^{-2} + 5.73 \cdot 10^{-1}i$	$3.56 \cdot 10^{-2}$	$5.73 \cdot 10^{-1}$
$-2.04 \cdot 10^{-2} - 5.73 \cdot 10^{-1}i$	$3.56 \cdot 10^{-2}$	$5.73 \cdot 10^{-1}$
$-7.57 + 9.76i$	$6.13 \cdot 10^{-1}$	12.3
$-7.57 - 9.76i$	$6.13 \cdot 10^{-1}$	12.3



Obrázek 11 – Podélný pohyb - umístění pólů



Obrázek 12 - Short period mode, Phugoid mode

11.4.2 Stranový pohyb

Ve stranovém pohybu by se standardně měly vyskytovat složky typu klonivého a zatáčivého pohybu. Pohyby v jedné z těchto os vždy souvisejí s pohybem v ose druhé, proto jsou obecně popisovány jako stranové pohyby. Rozdílnost charakteru jednotlivých dynamických módů umožňuje rozdělení pohybu letadla na jednotlivé složky. Existují tři typy dynamických módů stranového pohybu: Dutch roll mode, Roll mode a Spiral mode.

První složka se nazývá se nazývá Dutch roll mode – rychlá pohybová složka. Jedná se o kymácivý pohyb s menší hodnotou poměrného tlumení obvykle v rozmezí 0.2 – 0.4 a hodnotou přirozené frekvence obvykle v rozmezí 2 – 6 rad/sec ($T \approx 1 - 3$ sec). Tento pohyb může být vyvolán jakýmkoli použitím křidélek, nebo kormidla, obvykle je ale vyvolán skokovou výchylkou kormidla. Rozsah oscilací je od několika sekund pro menší letadla až po řád minut pro větší letouny. Tento pohyb je znázorněn na Obrázek 14, kde se jedná o odezvu zatáčení na jednotkový skok výchylky kormidla o 1° .

Druhá složka představuje exponenciálně tlumenou klonivou složku stranového pohybu nazývanou Roll mode. Tato složka je silně tlumena, bez oscilací.

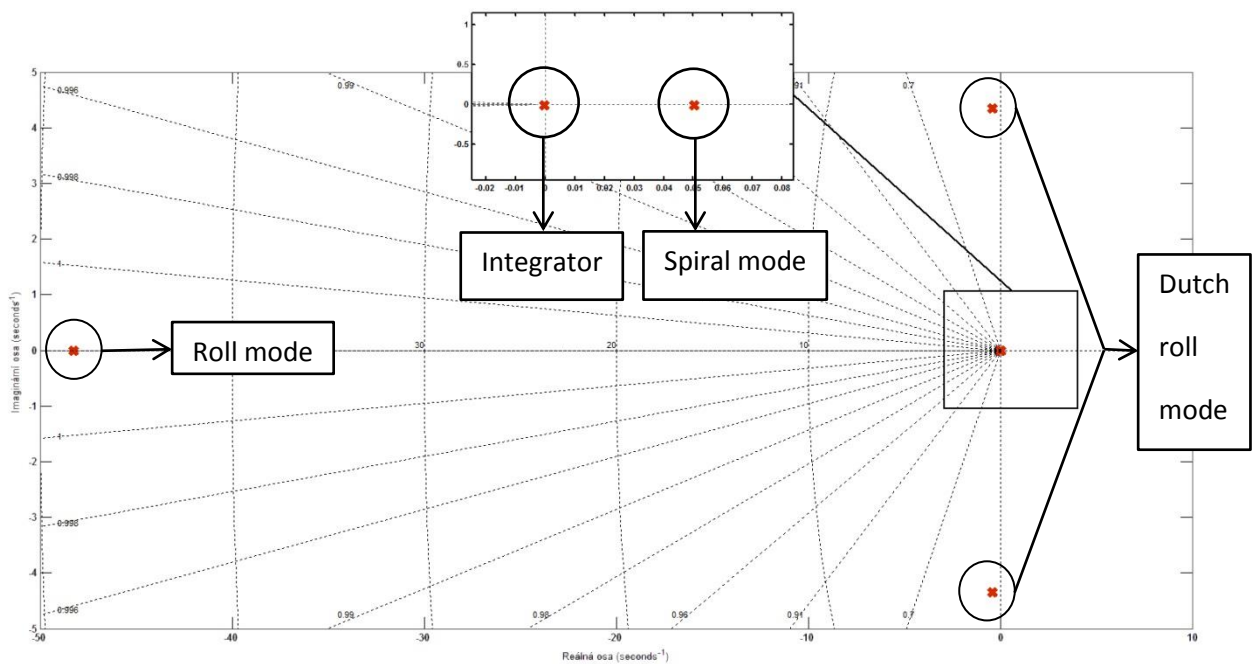
Třetí složka reprezentuje Spiral mode. Obvykle se jedná o velmi pomalou, často nestabilní divergující složku, jejíž kladný pól leží blízko počátku.

Pól nacházející se v počátku souřadnic charakterizuje necitlivost letadla vůči směrové orientaci letu.

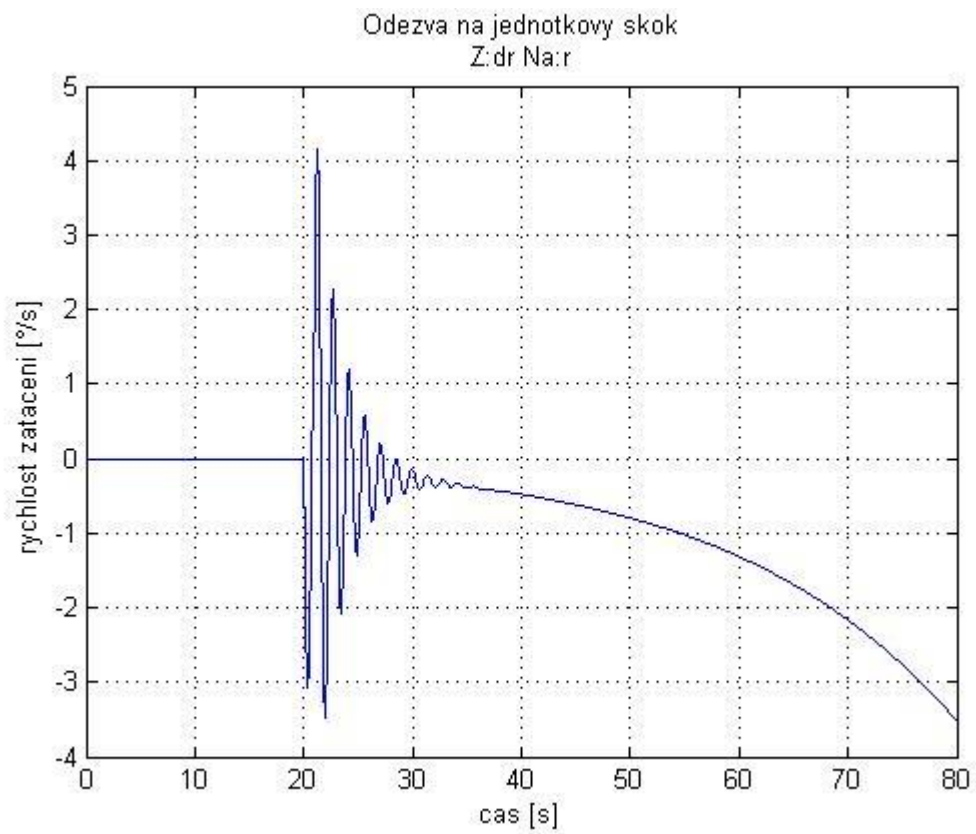
Umístění dynamických pólů stranového pohybu je znázorněno na Obrázek 13.

Vlastní čísla označují umístění pólů. Tlumení je bezrozměrná jednotka vyjadřující tlumící poměr. A přirozená frekvence je vyjádřena v jednotkách rad/sec [6].

Vlastní čísla	Tlumení	Frekvence [rad/sec]
0	-1	0
$5.05 \cdot 10^{-2}$	-1	$5.05 \cdot 10^{-2}$
$-3.86 \cdot 10^{-1} + 4.34i$	$8.85 \cdot 10^{-2}$	4.36
$-3.86 \cdot 10^{-1} - 4.34i$	$8.85 \cdot 10^{-2}$	4.36
-48.2	1	48.2



Obrázek 13 - Stranový pohyb - umístění póly



Obrázek 14 - Kymáivá složka – Dutch roll mode

12 Řízení

12.1. Přístupy

Pro tvorbu řídicích algoritmů byly zvoleny dva přístupy. První způsob řízení je využít komplexní MIMO LQ regulátory. Druhým je řízení pomocí klasického kaskádního řízení. Druhý způsob má tu výhodu, že lze při letovém testování zapínat jednotlivé řídicí smyčky postupně za sebou a případné odchylky od požadovaného chování regulovat přímo za letu, oproti regulaci pomocí LQR, kde tato možnost schází.

12.2 Dynamika servomotorů a elektromotoru

Během tvorby řídicích algoritmů byla do systému zahrnuta dynamika použitého motoru i servomotorů a to jak pro podélný, tak pro stranový pohyb.

Servomotory se při maximální rychlosti otočí o 60° za 0.180 sekundy. Z toho vyplývá, že se o 90°, což je maximum kterého mohou dosáhnout, otočí za 0.270 sekundy při předpokladu lineární charakteristiky. Časová konstanta, které se pro dynamiku používá je tedy $\tau = \frac{1}{0.270} = 3.703$. Přenosová funkce je $\frac{3.703}{s+3.703}$.

Elektromotor pro pohon letounu je schopen dosáhnout až 12 tisíc otáček za minutu. Ovšem při měření, které jsme provedli s vrtulí 11 x 7, bylo dosaženo hodnoty pohybující se maximálně kolem 10 800 otáček za minutu. V modelu bylo počítáno právě s touto hodnotou. Z měření bylo zjištěno, že z klidu je motor schopen maximální hodnoty počtu otáček za minutu dosáhnout za 1,302 sekundy. (Více o měření charakteristiky motoru ve větrném tunelu je popsáno v práci [17]). Z toho vyplývá, že časová konstanta používaná pro dynamiku motoru odpovídá $\tau = \frac{1}{1.302} = 0.768$. Použitá přenosová funkce je $\frac{0.768}{s+0.768}$.

12.3 Podélný pohyb

Úkolem řízení podélného pohybu bylo navrhnout regulaci pro řízené stoupání do určité výšky, společně se stabilizací podélného letu v této výšce.

11.3.1 LQR

Prvním krokem byla tvorba stabilizace pro ustálený let. Letoun sám o sobě je podélně stabilní, ovšem jak bylo zmíněno dříve, v tomto pohybu se po výchylce řídicích ploch nacházejí kymácivé módy tzv. short period a phugoid mode. Cílem je utlumit oscilační módy při ustáleném letu co nejdříve.

Matice Q_p představuje váhu stavů a řídicích veličin. Nejprve byla zvolena jednotková matice o velikosti 8×8 . Jak se po vyzkoušení různých variant ale ukázalo, byla pro řízení vybrána matice Q_p s pozměněnou váhou řízených stavů.

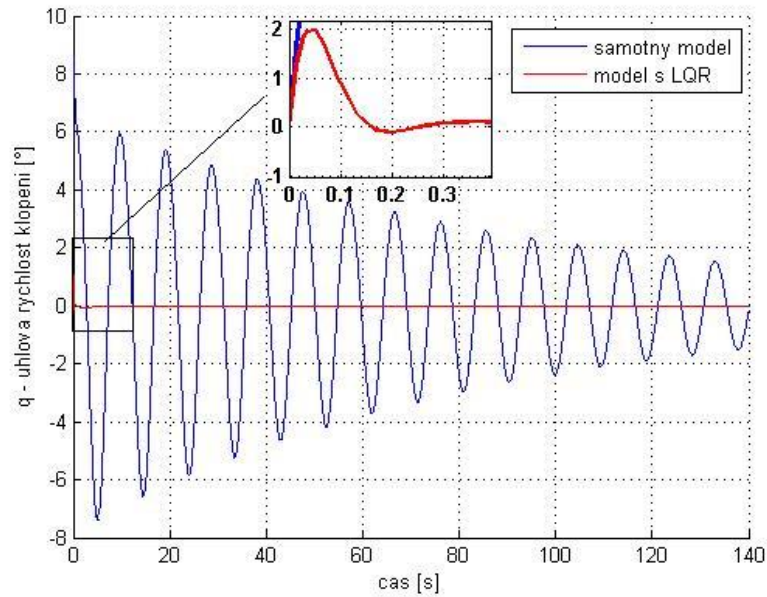
1.0000	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1.3000	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1.0000	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1.3500	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.0120	0	0	0	0
0	0	0	0	0	15.0000	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.5000	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1.0000

Matice R_p byla zvolena jednotková o velikosti 2×2 . Výstup z regulátoru představuje matice zesílení K_p , která má v tomto případě hodnotu

3.5256	1.3897	-0.9891	0.3068	-0.0024	3.8721	8.3505	-0.1307
-0.5353	-0.0064	0.1000	0.0212	0.1095	0.0842	-0.0271	0.4311

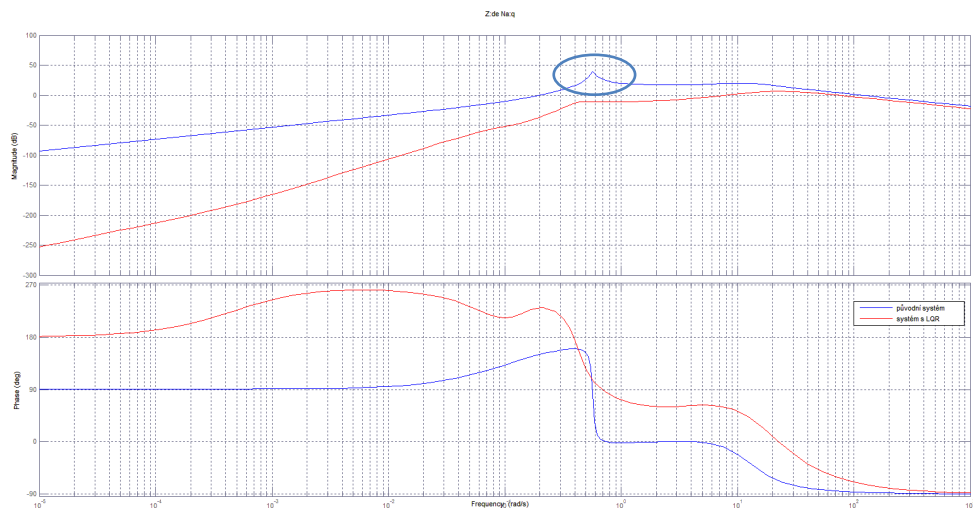
Vektor stavů (*theta q alfa V int theta intV výškovka tah*)

kde zesílení na pozici alfa je nulováno. Tento krok byl učiněn z důvodu chybějícího údaje o úhlu náběhu, jelikož se na letadle zatím tato veličina neměří. Porovnání průběhu letu s a bez řízení na úhel náběhu je ukázáno na konci kapitoly. Výsledek regulace ukazuje následující Graf 9 - Utlumený oscilační pohyb, závislost výchylky výškovky na rychlosti klopení, kde je porovnán samotný model bez regulace s implementovaným LQ regulátorem. Do systému byl vpuštěn jednotkový skok, který představuje výchylku výškovky o 5° . Závislost je vynesena na změně úhlové rychlosti klopení a času. Modře je vidět vybuzený phugoid mode, červeně pak regulace tento oscilační pohyb odstraní.



Graf 9 - Utlušený oscilační pohyb, závislost výchylky výškovky na rychlosti klopení

Pro ukázkou je na následujícím Bodeho diagramu Graf 10 (amplitudová a fázová frekvenční charakteristika) vyjádřen průběh změny výchylky výškovky na rychlosti klopení. Je zde vidět tzv. short period mode, zakroužkovaný modře a jeho potlačená amplituda za použití LQ regulace.

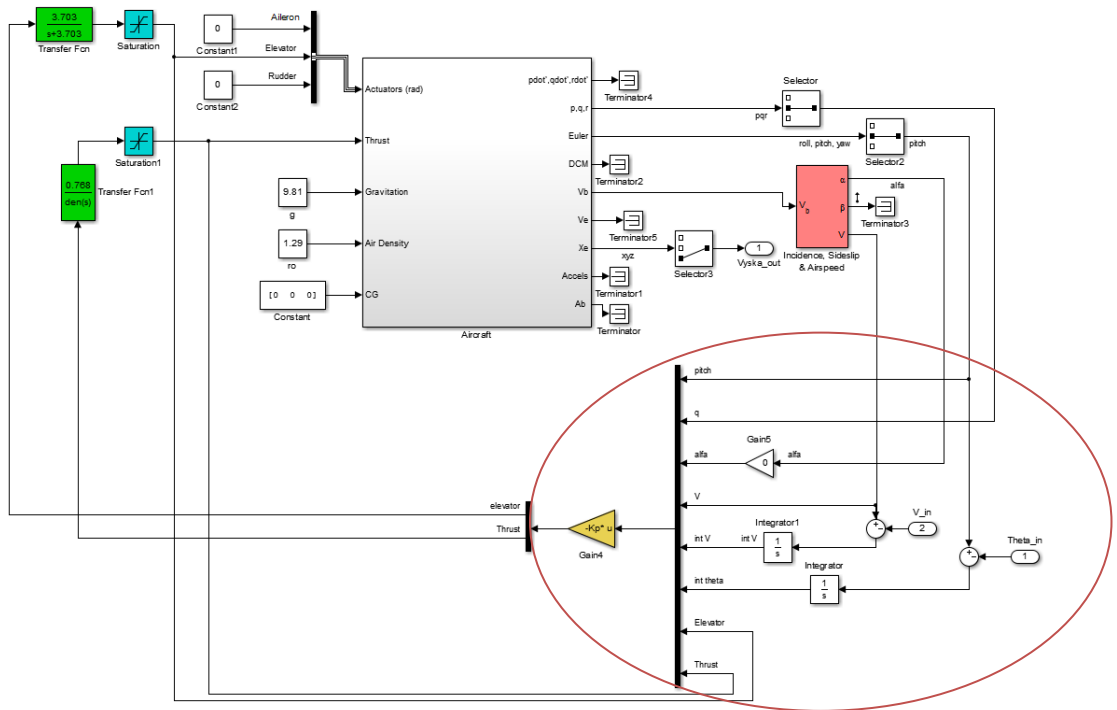


Graf 10 - Bodeho frekvenční charakteristika - short period mode

Následujícím krokem byla tvorba regulace pro vzlet (stoupání) s následným ustáleným letem v požadované výšce. Stoupání bylo realizováno pomocí zadaného maximálního úhlu stoupání, pod kterým lze stoupat při rychlosti 16 m/s. Tento údaj byl získán od tvůrce letounu a hodnota vertikálního stoupání činí 4.35 m/s. Pro stabilizaci letu v požadované výšce bylo

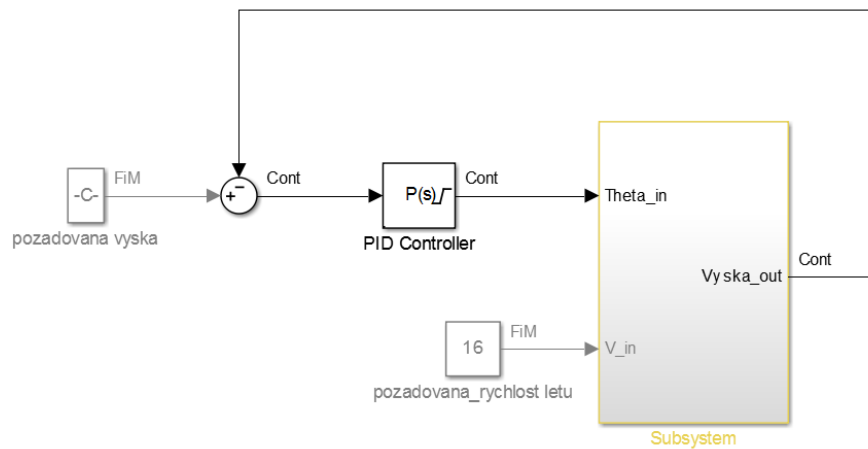
využito P regulátoru, kde vstupní hodnotu přestavuje rozdíl požadované a skutečné výšky. Výstupní hodnota je úhel klopení theta, který slouží jako referenční vstup do LQR.

Následující schéma zobrazuje implementaci LQR v Simulinku, viz červeně označeno.



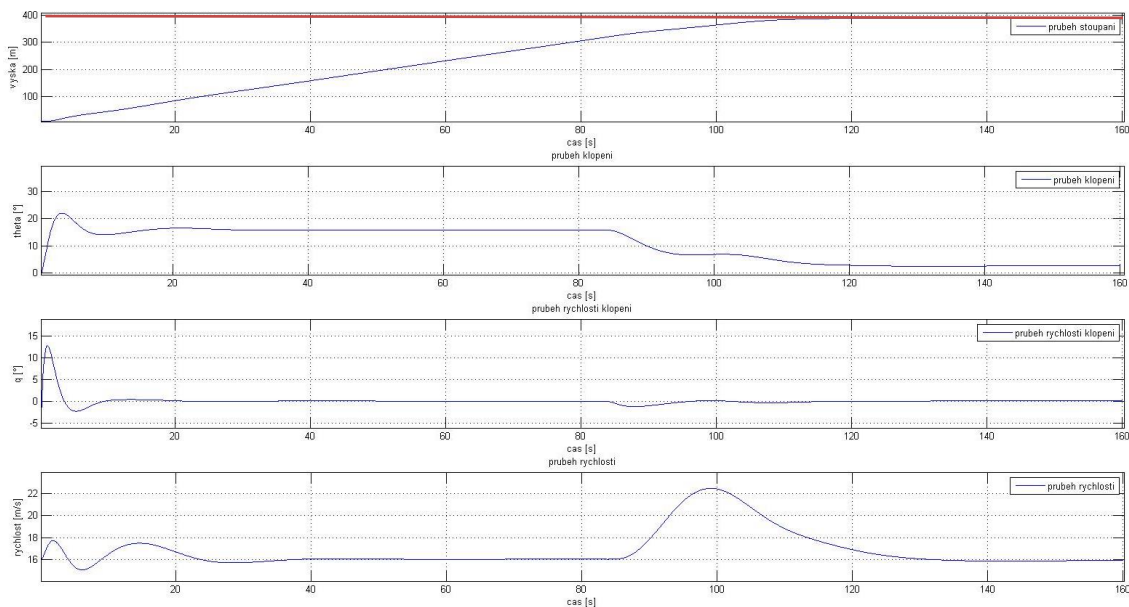
Obrázek 15 - Schéma zapojení LQR pro podélný pohyb

Zapojení pro řízení stoupání a stabilizaci v požadované výšce ukazuje schéma následující.



Obrázek 16 - Schéma zapojení regulace výšky a podélného sklonu

Průběh stoupaní do požadované výšky společně s úhlem klopení znázorňuje následující graf. Červená čára reprezentuje referenční hodnotu (výšku).



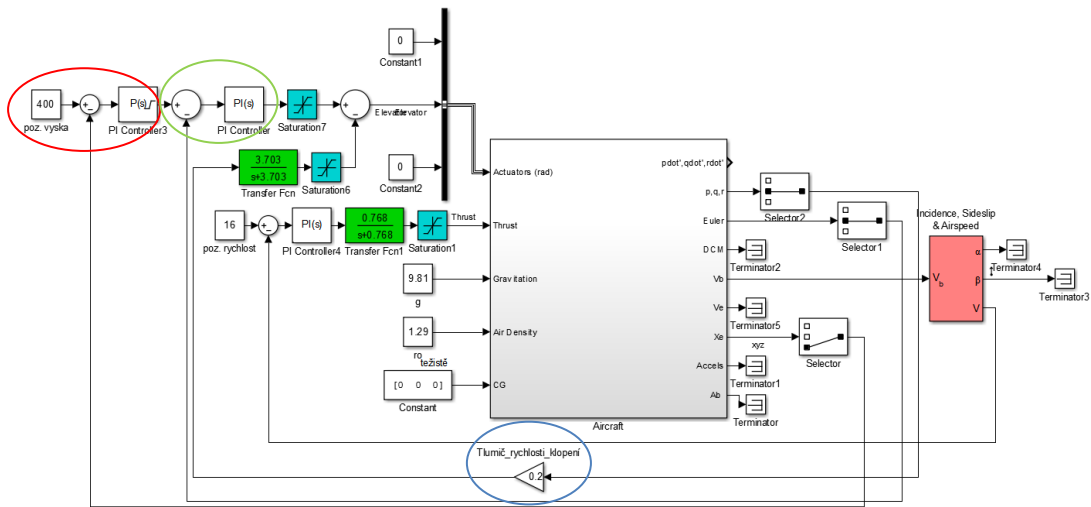
Graf 11 - Průběh vzletu, stoupaní do určité výšky a stabilizaci letu v této výšce -LQR

Pro podélný pohyb tedy bylo vytvořeno řízení podélného sklonu, řízení výšky, rychlosti letu a stabilizace pro podélný ustálený let.

12.3.2 Kaskádní řízení

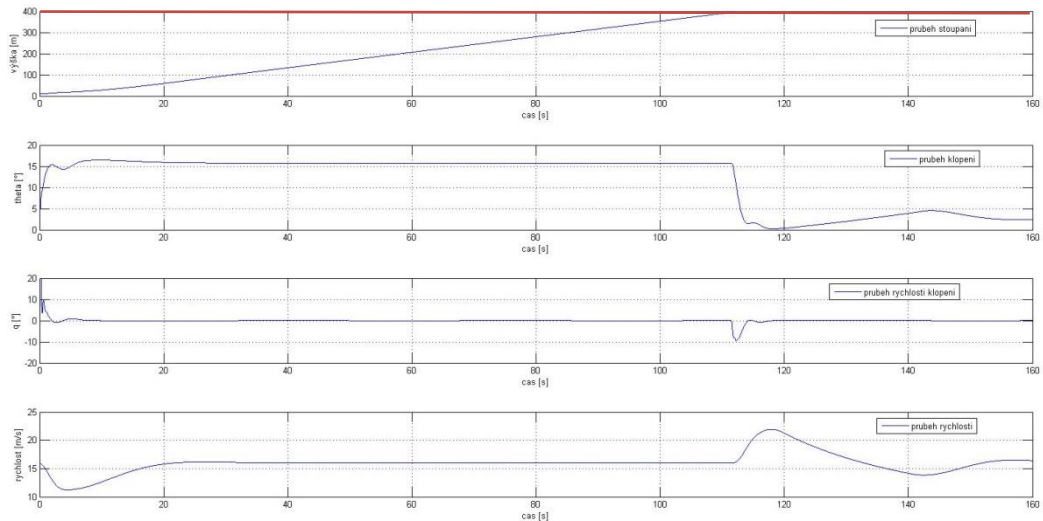
Pro podélný pohyb bylo v kaskádním řízení vytvořeno několik řídicích smyček. První smyčku tvoří tlumič rychlosti klopení – tlumič rychlého pohybu, který je reprezentován zpětnou vazbou na výchylku výškovky. Vstupem do této smyčky je rychlost klopení. Tlumení bylo stanoveno na hodnotu 0.2. Další smyčkou je řízení rychlosti stoupaní. Zde byl použit PI regulátor. Rychlost stoupaní je omezena na 4.35 m/s. Tato hodnota je vysvětlena níže. Vstupní hodnotou je rozdíl skutečného a požadovaného úhlu stoupaní. Hodnoty zesílení jsou složky $P = 0.720496644617339$ a $I = 0.723475579031283$. Třetí regulační smyčkou je řízení na požadovanou výšku letu. Tuto smyčku řídí P regulátor, kde je hodnota zesílení $P = -0.0562273054393229$. Vstupní hodnota je rozdíl skutečné a požadované výšky. Výstup této regulace tvoří vstup do regulátoru pro stoupaní. Schéma zapojení ukazuje následující obrázek

(modře tlumič rychlosti klopení, červeně regulace výšky letu a zeleně označená část představuje regulaci rychlosti stoupání).



Obrázek 17 - Schéma zapojení pro podélný pohyb - kaskádní řízení

Průběh stoupání do požadované výšky společně s úhlem klopení znázorňuje následující graf. Referenční výška byla zvolena 400m – červená čára.



Graf 13 - Průběh vzletu, stoupání do určité výšky a stabilizaci letu v této výšce - kaskádní řízení

12.4 Stranový pohyb

12.4.1 LQR

Pro stranový pohyb bylo úkolem vytvořit stabilizující regulátor reagující na nechtěné vzruchy společně s regulací letu po kružnici. Prvním krokem byla tvorba stabilizačního regulátoru ustáleného letu. Pro tyto účely byl použit LQ regulátor, kde pro jeho tvorbu byly použity rozšířené stavové matice. Matice A_{saug} vznikla z matice A_s , kde byl z matice A_s odstraněn řádek i sloupec odpovídající integrátoru na úhel zatáčení phi, dále byl přidán integrátor na úhel beta, matice B_s , ze které byly taktéž odebrány prvky související s úhlem zatáčení a dynamika servomotorů pohybujících křídélky a směrovkou. Rozšířenou matici A_{saug} použitou pro tvorbu LQ regulátoru ukazuje následující matice:

$$A_s = \begin{bmatrix} 0 & 1.0000 & 0.0155 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -48.3122 & 4.9466 & -1.2868 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.8726 & -0.3749 & 0.9087 & 0 & 0 & 0 \\ 9.8088 & 0.2674 & -19.8888 & -0.2661 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$B_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 602.5458 & 3.0799 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.4356 & -14.9232 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0443 & 3.8286 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3.7030 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3.7030 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Servomotory

Vektor stavů (*roll p r beta int beta křídélka směrovka*)

Rozšířená matice B_{saug} vznikla vložením dynamiky servomotorů. Ostatní hodnoty jsou nulové, viz následující matice:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 3.7030 & 0 \\ 0 & 3.7030 \end{bmatrix}$$

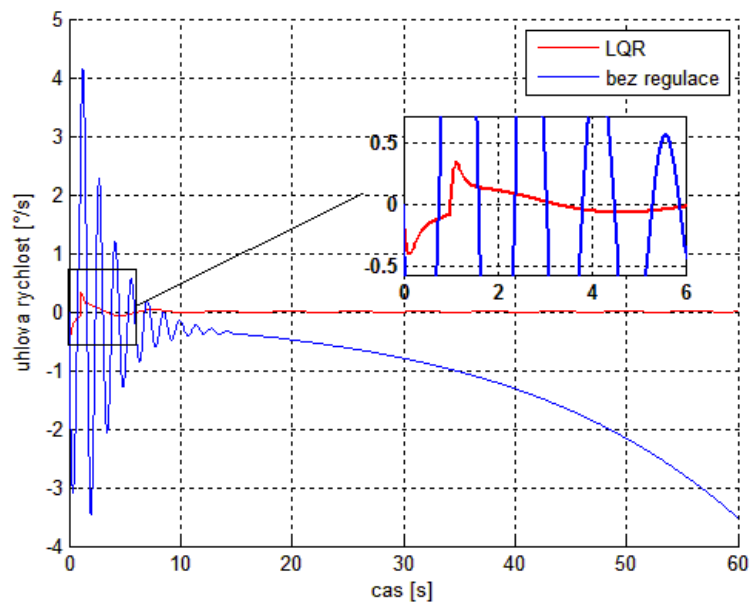
Vektor vstupů (*křídélka kormidlo*)

Matice Q a R použité pro tvorbu LQ regulátoru byly v tomto případě zvoleny jako jednotkové. Matice Q_s o velikosti 7x7 a matice R_s o velikosti 2x2. Výstup z regulátoru je matice zesílení K_s , která má v tomto případě hodnotu

$$\begin{bmatrix} 1.5282 & 0.2955 & -0.8225 & 0.2660 & 0.2903 & 8.8333 & 0.9142 \\ 1.4089 & 0.0707 & -3.3826 & 0.7926 & 0.9569 & 0.9142 & 4.4940 \end{bmatrix}$$

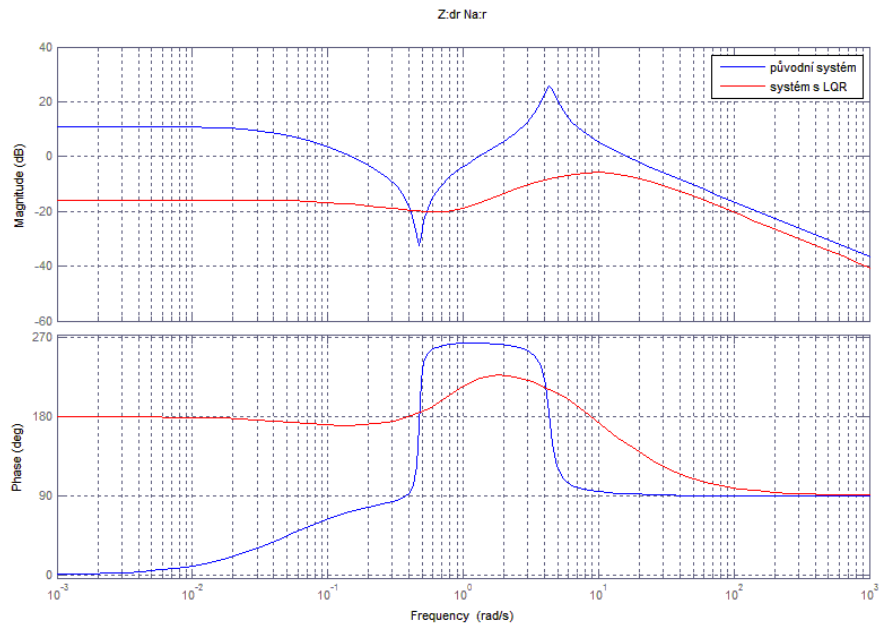
Vektor stavů (*roll p r beta int beta křídélka směrovka*)

Vstup na řízení beta a její integraci je opět nulován obdobně jako u úhlu náběhu alfa, kdy na letounu chybí senzor pro měření této veličiny. Porovnání této veličiny během letu s a bez řízení na hodnotu beta je ukázáno na konci kapitoly. Následující graf ukazuje porovnání odezvy výchylky směrovky bez a s regulací. Jedná se o utlumený roll mode.



Graf 14 - Potlačený Dutch roll mode

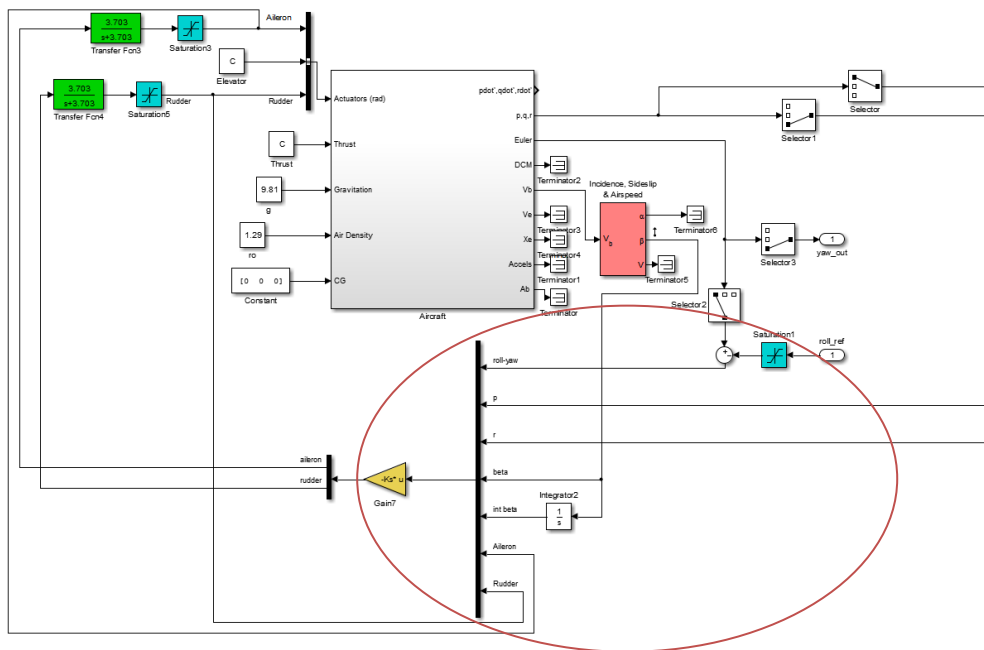
Z amplitudové a fázové frekvenční charakteristiky byl pro ukázkou vybrán útlum dutch roll módu, který je vyvolán výchylkou kormidla a graf je vyneseno v závislosti na rychlosti zatáčení, viz následující graf.



Graf 15 - Bodeho frekvenční charakteristika – Dutch roll mode

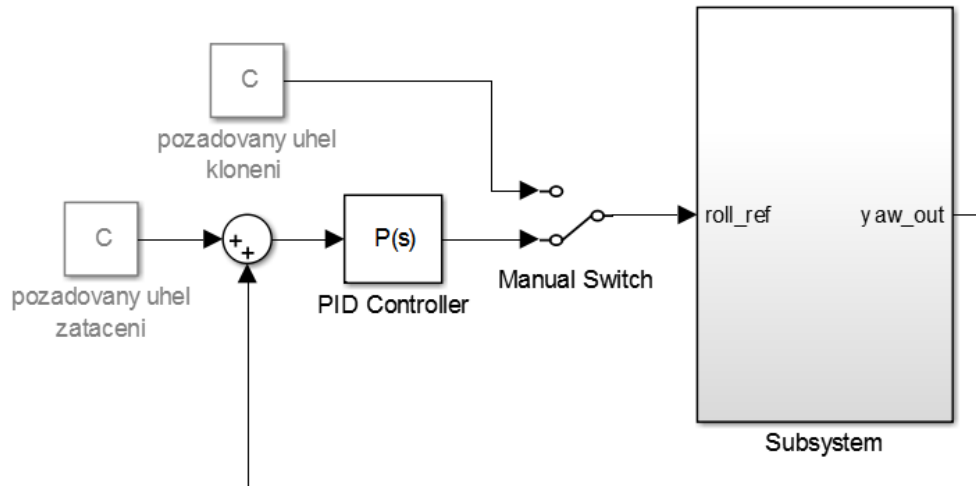
Následným krokem byla tvorba regulace pro let při požadovaném úhlu náklonu tak, aby bylo možné provést let po kružnici. Tato regulace byla vytvořena vložení referenčních hodnot do LQ regulátoru.

Následující schéma ukazuje zapojení pouze stranové regulace (podélná v tomto případě není uvažována), kde je LQ regulátor znázorněn červenou elipsou.



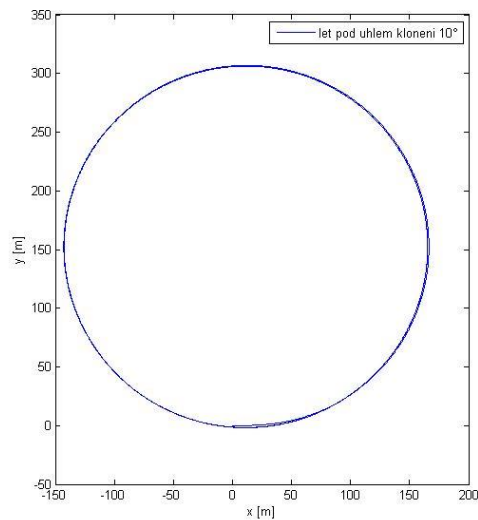
Obrázek 18 - Schéma zapojení LQR pro stranový pohyb

Referenční vstupy do LQ regulátoru jsou znázorněny na následujícím obrázku, kde referenční vstup představuje konstantní hodnota úhlu klonění, nebo pak přes P regulátor řízená hodnota úhlu zatáčení, tzv. kurs letu.



Obrázek 19 - Schéma zapojení řízení příčného sklonu a kursu letu

Při nastavení 10° na úhel klonění bude letoun (za bezvětří) kroužit po kružnici, viz následující graf.

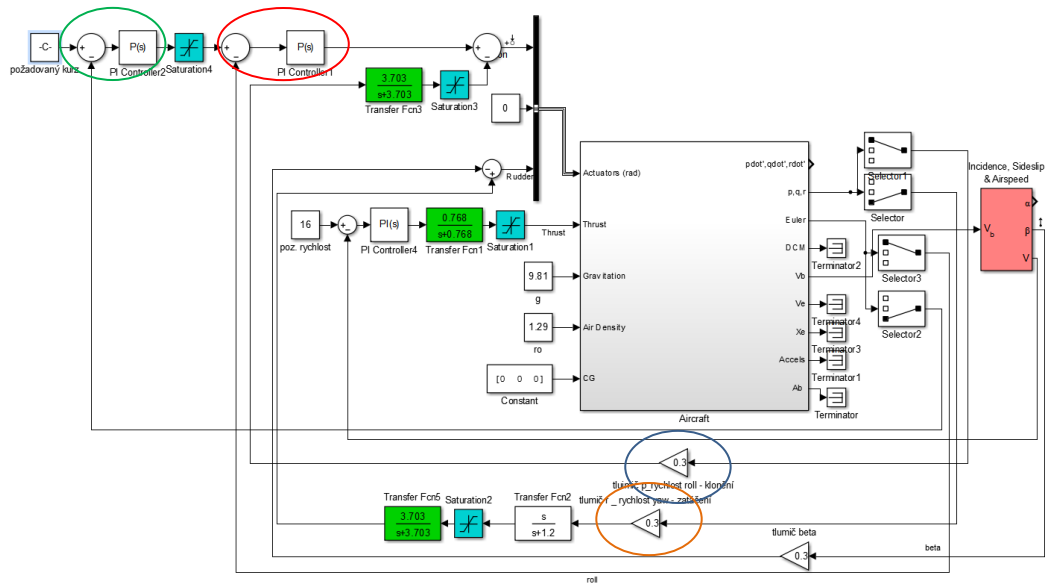


Obrázek 20 - let po kružnici –LQR

12.4.2 Kaskádní řízení

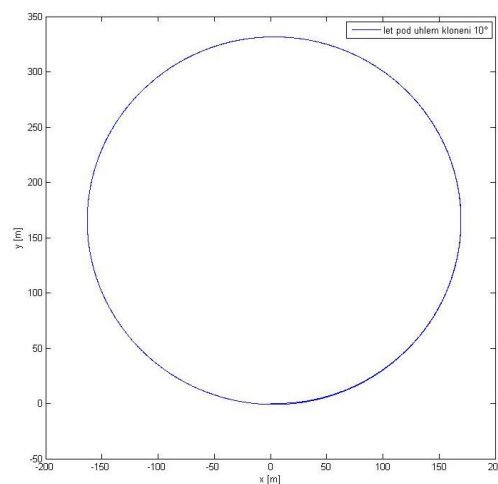
Pro kaskádní řízení bylo vytvořeno několik regulačních smyček. První smyčku tvoří tlumič rychlosti klonění. Druhou smyčku tvoří tlumič rychlosti zatáčení. Konstanty pro obě dvě

hodnoty tlumení byly zvoleny 0,3. Pro regulaci úhlu klonění byla vytvořena smyčka, kterou řídí P regulátor. Vstupními hodnotami jsou skutečný a požadovaný úhel klonění. Hodnota zesílení je $P = 1.39588890704753$. Nadstavbu pro tuto řídicí smyčku tvoří regulace úhlu zatáčení řízená přes P regulátor, jehož zesílení je $P = 1.84681292508833$. Vstupními hodnotami je rozdíl mezi skutečným a požadovaným úhlem zatáčení. Schéma zapojení ukazuje následující obrázek (modře označený je tlumič rychlosti klonění, oranžově tlumič rychlosti zatáčení, červeně je regulace na úhel klonění a zeleně regulace pro úhel zatáčení).



Obrázek 21 - Schéma zapojení stranový pohyb - kaskádní řízení

Při nastavení 10° na úhel klonění bude letoun (za bezvětří) kroužit po kružnici, viz následující graf.



Obrázek 22- let po kružnici - kaskádní řízení

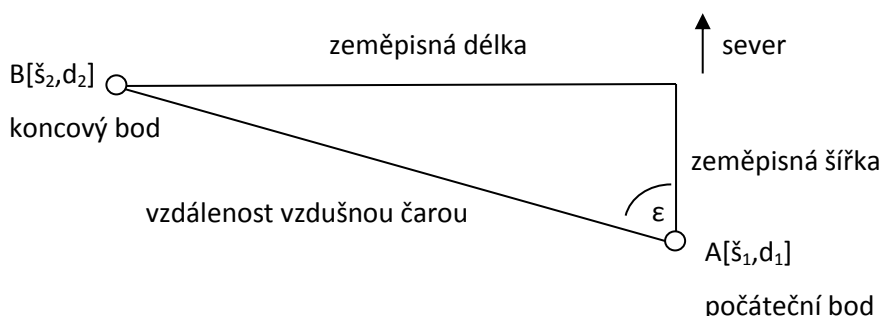
12.5 Navigace pomocí GPS

Dále byla vytvořena regulační smyčka pro navigaci letounu pomocí GPS. Zadáním počátečního a koncového bodu v zeměpisných souřadnicích je možné letoun navigovat z místa A, do místa B, kdy v koncovém bodě začne provádět let po kružnici. Tato smyčka je nadstavbou pro regulaci stranového pohybu. Souřadnice se zadávají ve formátu [zeměpisná šířka, zeměpisná délka][°].

Kurs (úhel), pod kterým letadlo letí, aby dosáhlo požadovaného bodu je vtažen k zeměpisnému severu. Kdyby letoun letěl na sever, byl by úhel 0°. Kdyby letěl na východ, byl by 90°, atd. Kurs odpovídá úhlu zatáčení, kde vyjádření pro jeho výpočet odpovídá vztahu

$$\tan(\varepsilon) = \frac{d_2 - d_1}{\check{s}_2 - \check{s}_1} \rightarrow \varepsilon = \arctg\left(\frac{d_2 - d_1}{\check{s}_2 - \check{s}_1}\right) \quad (12.1)$$

kde $d_2, d_1, \check{s}_2, \check{s}_1$ jsou souřadnice 2 bodů, viz následující obrázek



Nejkratší vzdálenost dvou bodů, tedy vzdálenost vzdušnou čarou lze vyjádřit pomocí následujících vztahů

$$V = \cos v = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos \gamma$$

$$vzd = R \arccos(V) \quad (12.2)$$

kde a, b jsou „úhlové vzdálenosti od pólu“, tzn. rozdíl vzdáleností (ve stupních) od pólu, γ je rozdíl zeměpisných délek a R je poloměr Země, tedy 6371km [16].

Kurs letu odpovídá úhlu zatáčení. Bylo zde vytvořeno přepínání módů, o které se stará přepínací funkce (modře znázorněná na Obrázek 23 - Schéma zapojení pro navigaci pomocí

GPS). Do této funkce vstupují parametry jako je rozdíl souřadnic dvou zmíněných bodů označený jako *GPS*, parametr *rollin*, který představuje úhel klonění letounu během prováděné zatáčky, stav *state*, který se přepíná podle toho, jestli byla splněna podmínka popsána níže, úhel ε , popsáný výše odpovídající kursu označený jako *heading* a poslední parametr je vzdálenost bodů označená jako *distance*. Podmínka pro přepínání módů byla nastavena tak, aby letoun začal provádět zatáčku, jestliže jsou zároveň splněny podmínky:

1. $\text{heading} < 0.005^\circ$
2. aktuální vzdálenost letounu od bodu $< 50\text{m}$

Hlídní vzdálenosti bylo implementováno z důvodu zpřesnění odhadu pozice koncového bodu, ale také především z důvodu, kdy by letoun letěl pod nulovým kursem.

Pro ilustraci byl zvolen simulační případ, kdy byly zvoleny 2 body nedaleko od sebe a to souřadnice kruhového objezdu v Dejvicích, počátečního bodu A a souřadnice stadionu na Strahově, koncového bodu B.

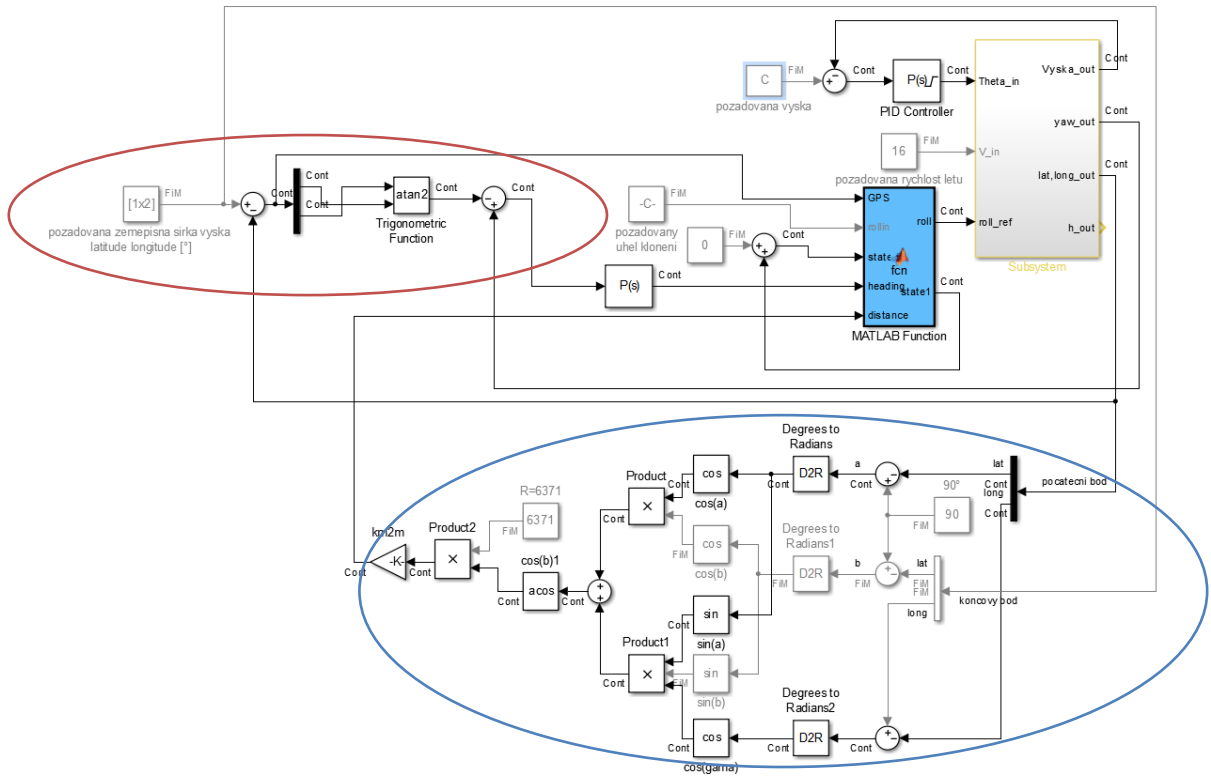
$$A = [50^\circ 6' 2.164\text{N } 14^\circ 23' 43.753\text{E}]$$

$$B = [50^\circ 4' 50.052''\text{N } 14^\circ 23' 25.221''\text{E}]$$

Z bodu A do bodu B letoun vystoupá do výšky 400m.

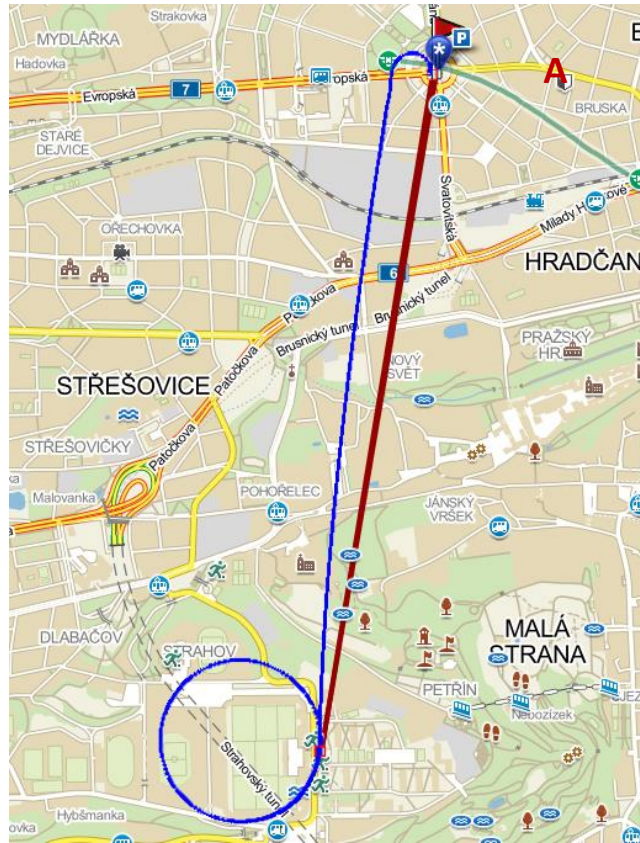
12.5.1 LQR

Na následujícím obrázku se modře zakroužkovaná část stará o výpočet vzdálenosti počátečního a koncového bodu. Část označená červeně se stará o výpočet kursu.



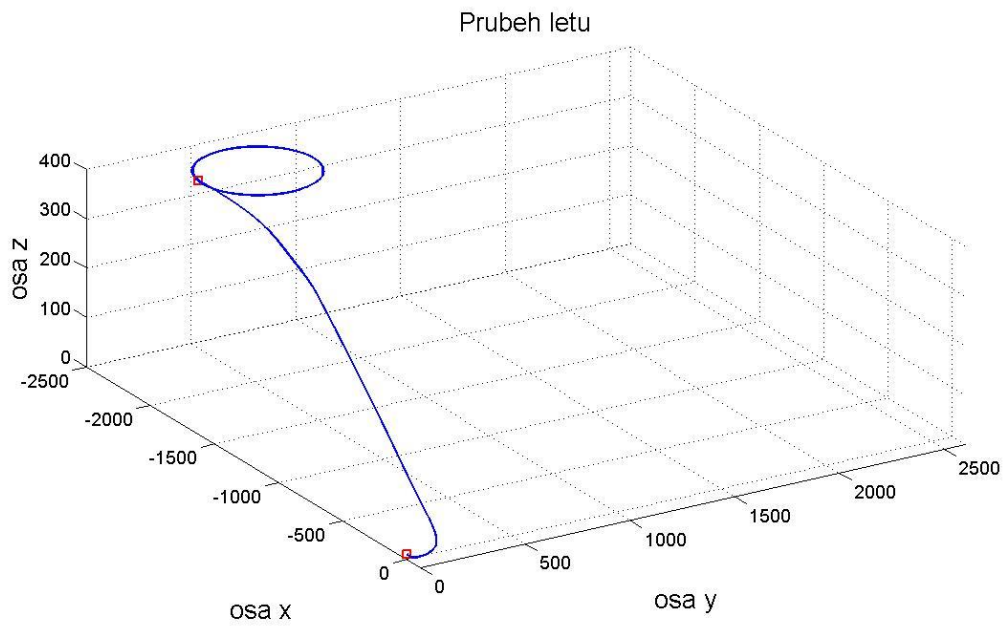
Obrázek 23 - Schéma zapojení pro navigaci pomocí GPS

Z následujícího obrázku je vidět, že letoun startující z místa A směrem na sever se obrátí okamžitě po startu směr letu k bodu B. Jakmile letoun dosáhne bodu B, začne kroužit po kružnici pod úhlem klonění 5°. Červená čára na mapě zobrazuje nejkratší možnou vzdálenost. Pro ilustraci byl graf doplněn o mapu staženou z webu ww.mapy.cz.



Obrázek 24 - Let z bodu A do bodu B s následným kroužením

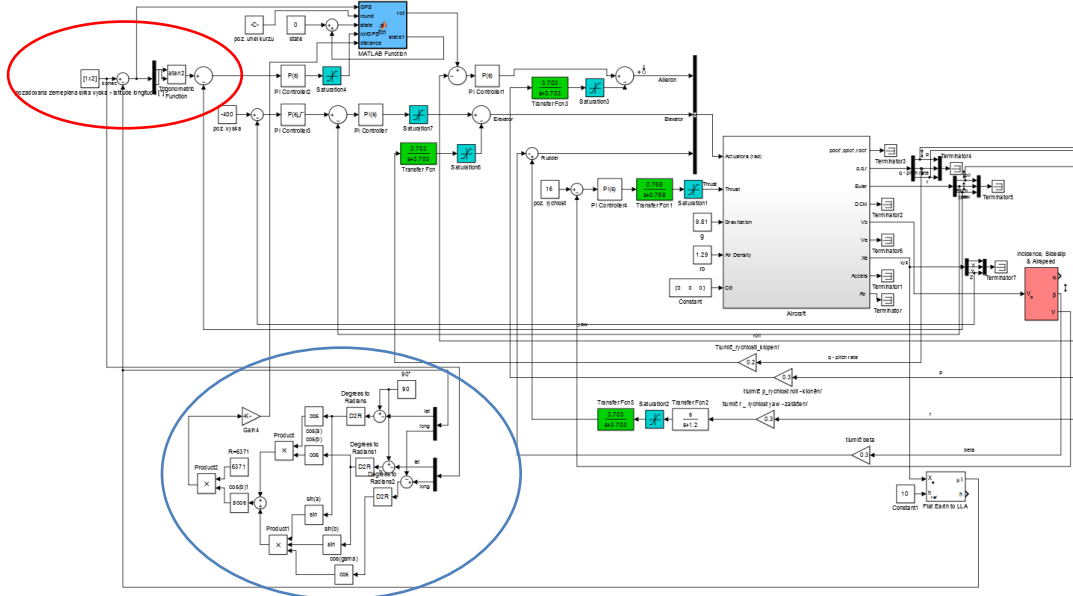
Průběh stejného letu ve 3D grafu je zobrazen v následujícím obrázku.



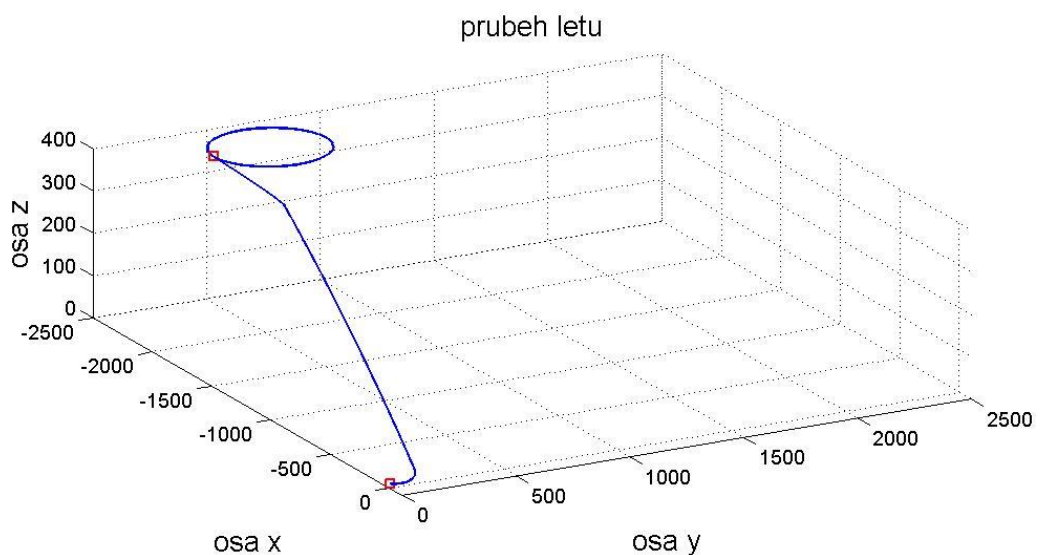
Obrázek 25 - průběh letu ve 3D - LQR

12.5.2 Kaskádní řízení

V kaskádním řízení byl obdobně jako u LQR implementován výpočet vzdálenosti počátečního a koncového bodu a výpočet kurzu. Následující obrázek ukazuje schéma zapojení (modrá část se stará o výpočet vzdálenosti počátečního a koncového bodu, část označená červeně se stará o výpočet kurzu). Blok označený modře je funkce starající se o přepínání módů.



Průběh celého letu ve 3D je zobrazen na následujícím obrázku.



Obrázek 26 - průběh letu ve 3D - kaskádní řízení

12.6. Porovnání přístupů k řízení

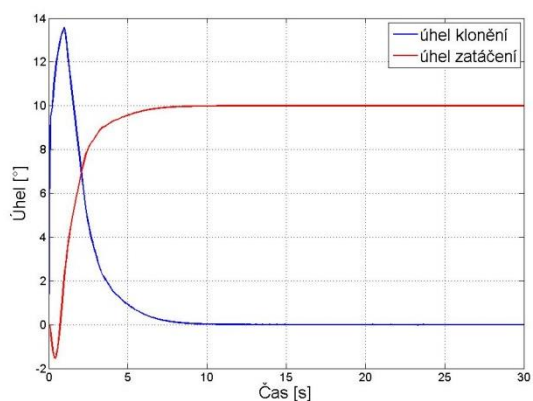
Oběma způsoby se podařilo nasimulovat podobný průběh letu.

Podélný pohyb:

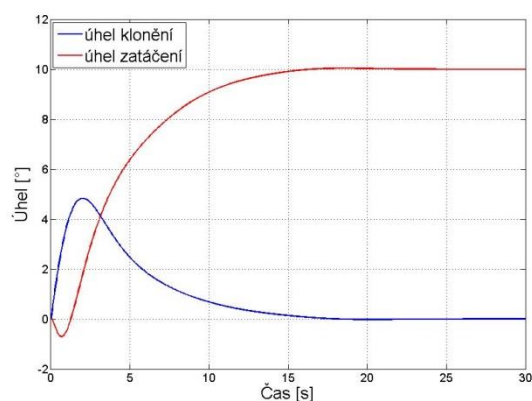
Co se týče podélného pohybu, zde je porovnáním grafů 12 a 13 vidět, že regulace úhlu stoupání se z grafu jeví velice podobně. Ovšem regulace výšky u kaskádního řízení vykazuje rychlejší reakci v porovnání s řízením pomocí LQR. To je vidět na rychlosti úhlu klopení, nebo porovnáním obrázků 23 a 26, kdy u obrázku 23 lze pozorovat rychlejší vyrovnání letounu v požadované výšce letu. Výsledek je, že oba dva přístupy v simulaci dovedou letoun do požadované výšky v relativně stejném časovém okamžiku.

Stranový pohyb:

Pro stranový pohyb se také podařilo dosáhnout velmi podobného výsledku dvěma způsoby řízení. Řízení pomocí kaskádního přístupu vykazuje rychlejší reakci, ovšem s většími překmity. Porovnání regulace úhlu zatáčení (nastaveno na 10°), viz následující obrázky:



Obrázek 277 - Kaskádní řízení



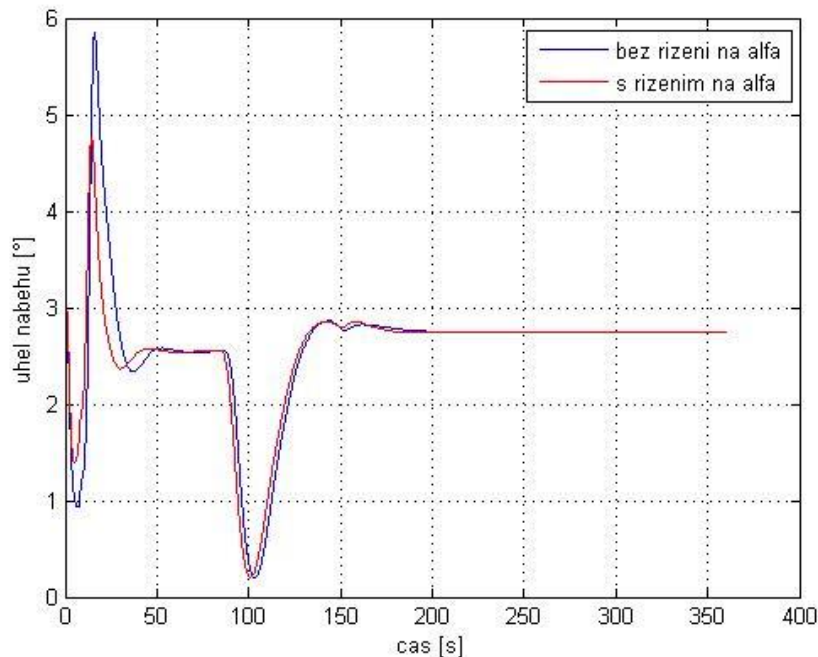
Obrázek 288 - řízení pomocí LQR

Navigace z bodu A do bodu B proběhla u obou přístupů s drobnými odchylkami velmi podobně, viz výše (obrázky 25 a 26).

Pro implementaci byl vybrán přístup kaskádního řízení, jelikož je zde možnost při budoucím zalétávání letounu zapínat jednotlivé řídicí smyčky postupně za sebou a pozorovat chování letounu po částech, nikoliv, jak by tomu bylo u LQR najednou. Zde by hrozilo riziko nekontrolovatelného pádu a k nenávratnému zničení letounu.

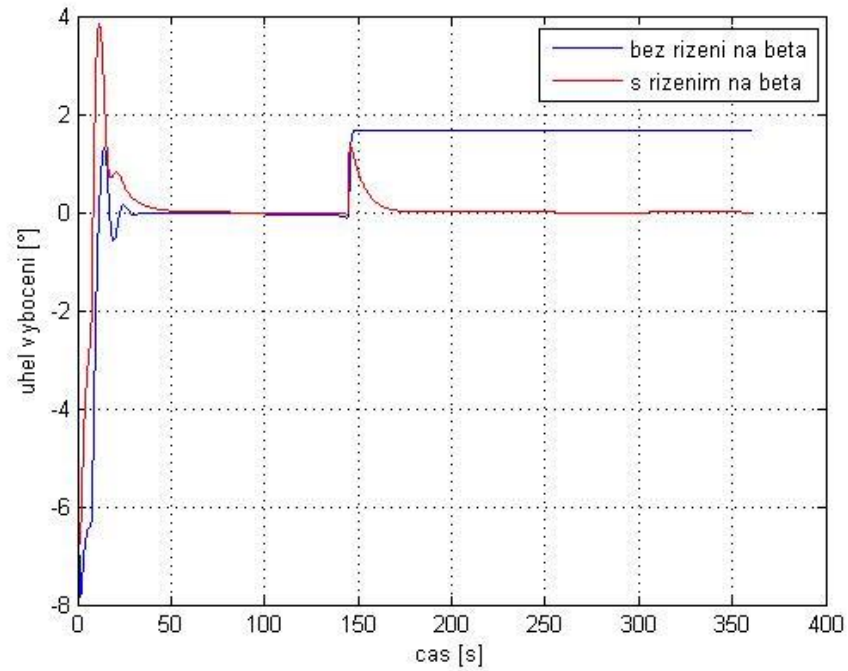
12.7 Zhodnocení regulace s a bez hodnot alfa a beta LQR

Pro případ alfa vypadá průběh této veličiny následujícím způsobem. Graf 6 odpovídá letu mezi zadanými body zmíněnými výše. Stoupání probíhá přibližně do 150s od začátku letu. Jak je vidět z grafu, rozdíl s řízením na úhel náběhu a bez něho není veliký, a proto je možné uvažovat s řízením bez úhlu náběhu.



Graf 16 - Průběh úhlu náběhu

Pro případ beta vypadá průběh této veličiny následujícím způsobem. Jak je vidět z Graf 127, v první části se jedná o zatáčení na požadovaný směr a koncová část grafu ukazuje zatáčení pod úhlem klonění 5°. Je vidět, že rozdíl mezi řízením na úhel beta a její integrací do nuly a naopak vynecháním tohoto prvku při regulaci je patrný, zejména co se týče letu po kružnici. Nicméně vzhledem k tomu, že letoun je schopen letět po kružnici a také vzhledem k tomu, že se jedná o malý bezpilotní letoun, kdy se není potřeba brát v potaz nepohodlí případné posádky, je tento výsledek prozatím postačující. V plánu do budoucna je přidat senzor, který bude měřit kromě vzdušné rychlosti i úhel náběhu a úhel vybočení, proto bylo při návrhu regulátorů počítáno s těmito parametry již ze začátku, aby nebylo nutné při realizaci tohoto senzoru opětovně vytvářet nové regulátory.

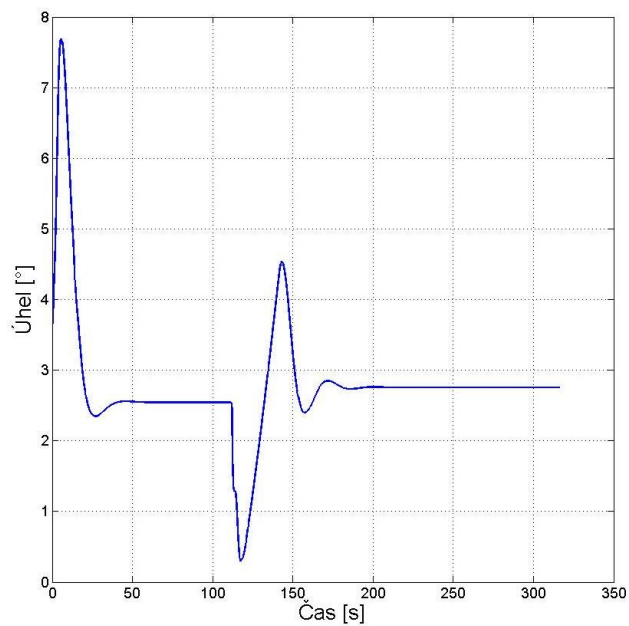


Graf 127 - Průběh úhlu vybočení

12.8 Zhodnocení regulace alfa, beta pomocí kaskádního řízení

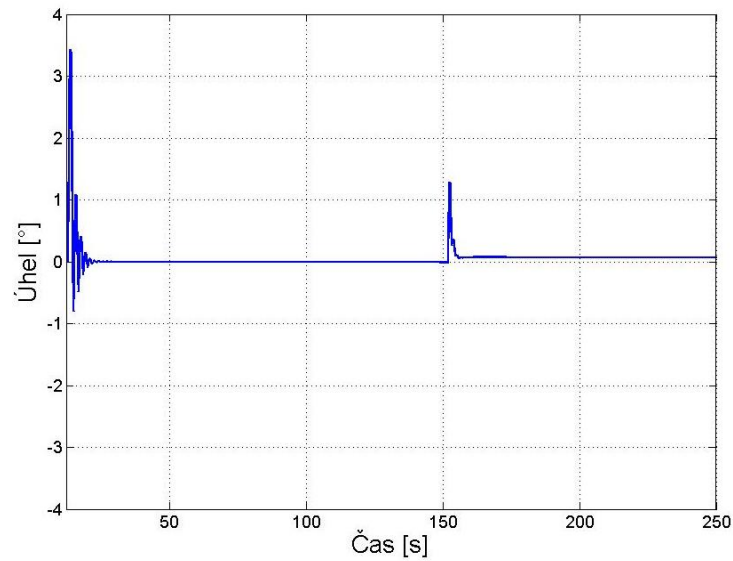
Pomocí kaskádního řízení bylo dosaženo následujících výsledků:

Průběh úhlu náběhu se svým průběhem blíží řízení pomocí LQR, ovšem u kaskádního řízení vykazuje větší překmitý s podobnou dobou ustálení.



Obrázek 29 - Průběh úhlu náběhu

Řízení úhlu vybočení pomocí kaskádního řízení vykazuje rychlejší návrat do hodnoty blíží se nule, viz následující obrázek.



Obrázek 30 - Průběh úhlu vybočení

12.9. Omezení na vstupní hodnoty

Při tvorbě řídicích smyček bylo uvažováno s následujícími omezeními. Výchylka křidélek nesmí překročit 30°. Výchylka výškovky a kormidla nesmí překročit 15°. Tah motoru byl omezen na 15N. Tyto hodnoty byly určeny na základě domluvy s tvůrcem letounu a také na fyzických proporcích letounu samotného. Rychlost reakčních členů byla popsána v kapitole *11.2 Dynamika servomotorů a elektromotoru*

13 Závěr

Cílem práce byla tvorba matematického modelu letounu na základě dodaných aerodynamických derivací. Jak se během práce ukázalo, tato část zabrala nejvíce času a práce, především chybou způsobenou hned na začátku. Aerodynamické derivace byly poskytnuty s domněním, že se nacházejí v jiné souřadné soustavě, než se ve skutečnosti nacházely. Trvalo několik měsíců usilovného pátrání, než se podařilo odhalit tuto chybu. Nakonec se ale podařilo vytvořit funkční matematický model, popsáný v kapitole *Matematický model*, potřebný pro tvorbu řídicích algoritmů.

Dále, na základě již zmíněného matematického modelu, bylo vytvořeno řízení jak podélného, tak stranového pohybu a to dvěma způsoby. Řízení pomocí LQR a kaskádního přístupu. V podélném pohybu byla vytvořena stabilizace letu, regulace podélného sklonu, výšky a rychlosti letu. Všechny tyto hodnoty obsahují omezení na vstupy i výstupy, zejména se jedná o výchylky řídicích ploch. U podélného pohybu byla vytvořena stabilizace letu, řízení na příčný sklon a na kurs letu. Po sjednocení všech těchto regulačních smyček a po přidání další regulační smyčky pro let mezi dvěma body zadanými pomocí zeměpisných souřadnic se podařilo vytvořit řízení, kdy letoun vystartuje z místa určení, vystoupá do požadované výšky pod požadovaným úhlem stoupání a pod určitým kursem doletí do místa koncového bodu, kde začne pod požadovaným příčným sklonem kroužit po kružnici. Tato část je popsána v kapitole *Řízení*. Pro následnou implementaci byl vybrán řídicí algoritmus kaskádního přístupu z důvodu možnosti zapínání jednotlivých řídicích smyček postupně za sebou. Lze tak během letu zapnout nejdříve stabilizační smyčky, následně řídicí anebo smyčku vypnout v případě, že by se vyskytla nečekaná událost.

Reference

- [1] Souřadná soustava letadla. [online]. [cit. 2014-04-02]. Dostupné z:
http://www.slavetind.cz/stavba/Mechanika/Sour_soustavy.aspx
- [2] ADÁMEK, Petr. *Návrh bezpilotního prostředku*. Praha, 2014. Diplomová práce. ČVUT.
- [3] Motor. [online]. [cit. 2014-04-04]. Dostupné z:
<http://www.modelmotors.cz/index.php?page=61&product=4120&serie=14&line=GOLD>
- [4] Optimal battery capacity. Dostupné z:
http://api.ning.com/files/aFMLPsgnHmZXdNMAY8PM0KekqE4uAQSMx2C*usF6KDpKiqpO4L9-hrUKYBsS-xtRMqo-K4GR5TPsM2Isq56oMw__/_battery_capacity.pdf
- [5] Baterie. [online]. [cit. 2014-04-04]. Dostupné z: <http://www.peckamodel.cz/produkt/rc-modely-a-prislusenstvi/akumulatory/pohonne-baterie/aku-li-poly/nad-2250mah/5s/3eb2040-foxy-g2-li-pol-5000mah-18-5v-36-70c>
- [6] PECH, Zdislav a Vratislav VĚK. *Systémy řízení letu*. Vyd. 1. Praha: Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2006, 114 s. ISBN 80-010-3374-0.
- [7] Aerospace toolbox. [online]. [cit. 2014-02-16]. Dostupné z:
<http://www.mathworks.com/products/aerotb/>
- [8] MIT. AVL [online]. [cit. 2014-05-12]. Dostupné z: <http://web.mit.edu/drela/Public/web/avl/>
- [9] Tlakový senzor MPXV7002DP. [online]. [cit. 2014-04-23]. Dostupné z:
<http://cz.farnell.com/freescale-semiconductor/mpxv7002dp/sensor-pressure-dual-diff-0-02bar/dp/2080499>
- [10] PASSINO, Kevin M. a Nicanor QUIJANO. Linear Quadratic Regulator and Observer Design for a Flexible Joint. In: [online]. 2002. vyd. [cit. 2014-05-03]. Dostupné z: <http://www2.ece.ohio-state.edu/~passino/lab4prelab.pdf>
- [11] MRÁZEK, Michal. ADAPTIVE OPTIMAL CONTROLLERS WITH PRINCIPLES OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN MATLAB-B&R. [online]. [cit. 2014-05-03]. Dostupné z:
<http://www.feec.vutbr.cz/EEICT/2008/sbornik/02-Magisterske%20projekty/03-Kybernetika%20a%20automatizace/05-xmraze01.pdf>
- [12] Linearizace matematického modelu. [online]. [cit. 2014-05-03]. Dostupné z:
<http://www.mti.tul.cz/files/zsr/Linearizace.pdf>
- [13] Stavový popis, linearizace: Teorie dynamických systémů. [online]. [cit. 2014-05-03]. Dostupné z:
https://support.dce.felk.cvut.cz/pub/roubalj/teaching/TDS/seminars/TDS_cv2_spls.pdf

- [14] KLEIN, Vladislav. *Aircraft system identification: theory and practice*. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006, xiv, 484 s. ISBN 15-634-7832-3.
- [15] STEVENS, Brian L. *Aircraft control and simulation*. 2nd ed. New York: Wiley, 2003, 664 s. ISBN 04-713-7145-9.
- [16] Výpočty na kouli. [online]. [cit. 2014-05-11]. Dostupné z: <http://fpe.klusik.cz/category/materialy/>
- [17] PAHORECKÝ, Petr. *Autopilot pro UAV letoun*. Praha, 2014. Diplomová práce. ČVUT.
- [18] HALGAŠÍK, Jaroslav. *Flight Control System Unit for Small UAV Aircraft*. Praha, 2014. Diplomová práce. ČVUT.